# Partialwellenanalyse der Proton - Antiproton - Annihilation im Fluge in $K^+K^-\pi^0$

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Peter W.E. Schmidt
aus Nürnberg

Hamburg
1996

| | |
|---|---|
| Gutachter der Dissertation: | Prof. Dr. U. Strohbusch |
| | Prof. Dr. K.Wick |
| Gutachter der Disputation: | Prof. Dr. U. Strohbusch |
| | Prof. Dr. H.v.Geramb |
| Datum der Disputation: | 16.August 1996 |
| Sprecher des Fachbereichs Physik und Vorsitzender des Promotionsausschusses: | Prof. Dr.B.Kramer |

## Abstract

The results of a partial wave analysis of the reaction $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^0$ in flight are reported. The incident antiproton beam momentum was $600\frac{MeV}{c}$. The data were taken with the *Crystal-Barrel* detector at CERN. The antiprotons were provided by the LEAR storage ring.

The main objective of this analysis is the study of resonance contributions in the $K^+K^-$ decay channel. The observation of a scalar resonance at a mass $m = 1477 \pm 26\frac{MeV}{c^2}$ and a decay width of $\Gamma = 96 \pm 20\frac{MeV}{c^2}$ is reported. There were also strong hints of a resonance contribution at a mass of $m = 1643 \pm 22\frac{MeV}{c^2}$ and a width of $\Gamma = 213 \pm 27\frac{MeV}{c^2}$.



## Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit hat eine Partialwellenanalyse der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^0$ zum Inhalt. Die Annihilation des $p\overline{p}$-Systems findet im Fluge bei einem Antiprotonimpuls von $600\frac{MeV}{c}$ statt. Die Messungen erfolgten mit dem *Crystal-Barrel*-Detektor am LEAR-Speicherring (CERN) in Genf.

Ziel der Partialwellenanalyse war es, Beiträge von speziell in $K^+K^-$ zerfallenden Resonanzen zu ermitteln. Von besonderem Interesse ist dabei die Beobachtung einer $0^{++}$ Resonanz mit einer Masse von $m = 1477 \pm 26\frac{MeV}{c^2}$ und einer Zerfallsbreite von $\Gamma = 96 \pm 20\frac{MeV}{c^2}$. Ferner zeigten sich Hinweise auf eine Resonanz mit einer Masse von $m = 1643 \pm 22\frac{MeV}{c^2}$ und einer Breite von $\Gamma = 213 \pm 27\frac{MeV}{c^2}$.

# Inhaltsverzeichnis

# Tabellenverzeichnis

# Abbildungsverzeichnis

# Vorwort

Gegenstand dieser Arbeit ist die Partialwellenanalyse der Antiproton-Proton-Vernichtung $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^0$ bei einem Antiprotonimpuls von $600\frac{MeV}{c}$ (Annihilation im Fluge). Die Arbeit wurde im Rahmen des *Crystal-Barrel*-Experimentes, welches sich am europäischen Kernforschungszentrum *CERN* befindet, angefertigt. Die zur Messung benötigten Antiprotonen werden dem Experiment aus dem **L**ow-**E**nergy-**A**ntiproton-**R**ing (LEAR) zur Verfügung gestellt.

Ein besonderes Augenmerk der Analyse von Antiproton-Proton-Reaktionen in $K^+K^-\pi^0$ liegt auf den in $K\bar{K}$ zerfallenden Resonanzen. Gerade im Bereich der skalaren Mesonen ($J^{PC} = 0^{++}$) herrscht Unklarheit. So wurde eine Reihe neuer Resonanzen beobachtet, deren Zuordnung ins Nonet der skalaren Mesonen nicht eindeutig ist. Die bislang als Mesonen betrachteten $f_0(980), a_0(980)$ Resonanzen werden als $K\bar{K}$ Moleküle diskutiert und im Nonet ersetzt durch die, u.a. vom *Crystal-Barrel* beobachteten $f_0(1300)$ und $a_0(1450)$ Resonanzen. Der ebenfalls von diesem Experiment gefundene Zustand $f_0(1500)$ wird als ein potentieller 'Glueball', d.h. als ein nur aus Gluonen bestehendes Teilchen, erwogen. Gluebälle werden von der **Q**uanten-**C**hromo-**D**ynamik, der Theorie der starken Wechselwirkung, vorhergesagt. Der experimentelle Nachweis dieser Teilchen ist damit ein Prüfstein für die Gültigkeit dieser Theorie.

Ein wichtiger Baustein in der Beurteilung potentieller Glueball-Zustände ist ihre Kopplung an den $K\bar{K}$-Zerfallskanal. Für Annihilation in Ruhe wurden am *Crystal-Barrel* Experiment daher die $p\overline{p}$ Reaktionen in die möglichen $K\bar{K}\pi^0$ Kanäle untersucht. Zum ersten Mal werden mit dieser Analyse diese Untersuchungen auf die $p\overline{p}$ Annihilationen im Fluge in $K^+K^-\pi^0$ ausgedehnt. Bereits bei kleinen Antiprotonimpulsen verändert sich die Reaktionsdynamik (die zur Reaktion betragenden Anfangszustände des $p\overline{p}$ Systems) deutlich [30]. Dadurch eröffnet sich der Analyse der Zugang zu neuen Resonanzen. Zudem werden bekannte, bereits bei der Annihilation in Ruhe beobachtete Resonanzen zu anderen Anteilen produziert.

Der *Crystal-Barrel*-Detektor mit seinem nahezu $4\pi$ überdeckenden Raumwinkel eignet sich besonders für Mesonenspektroskopie im niederenergetischen Bereich der Proton-Antiproton-Annihilation. Die Annihilation von Proton und Antiproton ist eine Quelle für die Produktion zahlreicher Mesonen und möglicherweise seltener und exotischer Resonanzen, wie dem Glueball.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt:

Nach einer Einführung (*Kapitel 2*) wird zunächst in *Kapitel 3* der Aufbau des Detektors beschrieben. *Kapitel 5* widmet sich der Selektion der Daten des hier betrachteten Reaktionskanals. Die extrahierten Daten werden in *Kapitel 6* vorgestellt.

Der zentraler Teil dieser Arbeit ist die Analyse der selektierten Daten mit der Methode der Partialwellenzerlegung. Die Grundlagen dazu werden in *Kapitel 7*, die Ergebnisse der Partialwellenanalyse im nachfolgenden *Kapitel 8* dargelegt.

# Kapitel 1

# Einleitung und Motivation

Nach heutigen Vorstellungen wird zwischen vier fundamentalen Kräften in der Natur unterschieden. Die bekannten Wechselwirkungen bestehen aus der starken, der elektromagnetischen, der elektroschwachen und der Schwerekraft. Ziel der Teilchenphysik ist es, ein vereinheitliches Modell zur Beschreibung dieser Kräfte zu erstellen.

Die starke Wechselwirkung wird mit der heute allgemein akzeptierten Theorie der **Q**uanten-**C**hromo-**D**ynamik (QCD) beschrieben. Mit der Theorie können nachgewiesene Elementarteilchen erklärt und in ein Ordnungsschema eingefügt werden. Die Theorie sagt darüber die Existenz weiterer Teilchen voraus. Ziel der experimentellen Teilchenphysik ist die Überprüfung dieser Vorhersagen.

## 1.1 Das Quarkmodell

Im Rahmen der QCD gestalten sich die Nukleonen, also Protonen und Neutronen, als ein Gebilde aus elementaren Bausteinen, den *Quarks* ($q$). Diesen wird ein Spin von $\frac{1}{2}$ zugeordnet. Sie fallen damit in die Klasse der *Fermionen.* Die weiteren Quantenzahlen der sechs bekannten Quarksorten, auch *Flavours* genannt, können Tabelle 1.1 entnommen werden. Die hier betrachteten Quantenzahlen reichen allerdings nicht aus, Teilchen im Quarkmodell vollständig zu beschreiben. Beispielsweise würden (uuu)-Zustände (aus drei u-Quark bestehend) das Pauli-Prinzip verletzen, und ihre Existenz könnte nicht mithilfe des Quarkmodells beschrieben werden. Daher ordnet man den Quarks noch eine zusätzliche Quantenzahl, die sog. Farbladung, zu. Es wird zwischen drei verschiedenen Farbladungen unterschieden. Für die Antiquarks ($\bar{q}$) bestehen die selben Regeln. Betragsmäßig tragen sie die selben Quantenzahlen, jedoch mit umgekehrten Vorzeichen.

Quarks sind in der Natur bislang noch nicht isoliert beobachtet worden. Sie manifestieren sich als Mehrteilchen-Zustände z.B. in Nukleonen. Dabei muß die Summe der Farbladungen Null sein. Anders formuliert müssen beobachtbare Teilchen unter der SU(3)-Transformationsgruppe bzgl. der Farbladung Farbsinguletts darstellen. Für Nukleonen, oder allg. die Klasse der

| Flavour (Symbol) | $I_z$ | S | C | B | T | el. Ladung |
|---|---|---|---|---|---|---|
| down (d) | $-\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{1}{3}$ |
| up (u) | $-\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $+\frac{2}{3}$ |
| strange (s) | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{1}{3}$ |
| charm (c) | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $+\frac{2}{3}$ |
| bottom (b) | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | $-\frac{1}{3}$ |
| top (t) | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $+\frac{2}{3}$ |

Tabelle 1.1: *Die Quantenzahlen der sechs bekannten Quarksorten. $I_z$ bezeichnet dabei z-Komponente des Isospins, S die Strangeness, B die Bottomness und T die Topness. Die elektrische Ladung der Quarks ist in der letzten Spalte aufgeführt.*

Baryonen bedeutet dies, daß sie aus drei Quarks aufgebaut sind (das Proton aus (uud), das Neutron aus (udd) ). Eine andere Klasse von Elementarteilchen, die sich aus dem Quarkmodell ergibt, stellt die Gruppe der *Mesonen* dar. Sie sind reine Quark-Antiquark-Zustände.

Beschränkt man sich auf die drei in der Masse am niedrigsten liegenden Quark-Flavours, die up, down und strange Quarks, so können die Mesonen mit u,d bzw. s Quark-Inhalt mit Hilfe sog. SU(3)-Symmetrieoperationen (hier bzgl. der Flavours) konstruiert werden. Aus den drei Quarks und Antiquarks lassen sich gemäß

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8}$$

die Mesonen in Nonets, bestehend aus einem Singulett und einem Oktett, gruppieren.

Mesonen sind Fermion-Antifermion-Systeme. Für sie gelten die folgenden Regeln bei der Bestimmung der Parität $P$, der Ladungskonjugation $C$ und der G-Parität $G$:

$$\begin{aligned} P_{q\bar{q}} &= (-1)^{L_{q\bar{q}}+1} \\ C_{q\bar{q}} &= (-1)^{L_{q\bar{q}}+S_{q\bar{q}}} \\ G_{q\bar{q}} &= (-1)^{L_{q\bar{q}}+S_{q\bar{q}}+I_{q\bar{q}}}. \end{aligned}$$

Dabei sind $L_{q\bar{q}}$ der Bahndrehimpuls zwischen Quark und Antiquark, $S_{q\bar{q}}$ der Gesamtspin des $q\bar{q}$-Systems und $I_{q\bar{q}}$ dessen Isospin. Mithilfe dieser Regeln lassen sich die Quantenzahlen der möglichen Mesonen-Nonets konstruieren, die hier in der üblichen $J^{PC}$-Notation aufgelistet sind:

$$0^{-+}, 1^{--}, 0^{++}, 1^{++}, 1^{+-}, 2^{++} \cdots.$$

Das $0^{-+}$ Nonet der *pseudoskalaren*-Mesonen bildet dabei den Grundzustand.

Ein weiterer wichtiger Baustein im Quarkmodell ist das *Gluon* ($g$). Es wird in der QCD als elementares Feldquant der starken Wechselwirkung, analog zum Photon in der **Q**uanten-**E**lektro-**D**ynamik (QED), verstanden.

Sie tragen ganzzahligen Spin und ihre Baryonenzahl und Flavourquantenzahl ist Null. Jedoch sind sie Träger von Farbladungen. Aus der Symmetrie der Farbladungen ergeben sich acht verschiedene Gluonen. Da auch mehrere Gluonen zu Farbsinguletts kombiniert werden können, werden in der QCD Teilchen vorhergesagt, die ausschließlich aus Gluonen aufgebaut sind. Solche Teilchen, mit zwei oder drei Gluonen, bezeichnet man als *Glueball.* Andere Vorhersagen von existenten Teilchen im Rahmen der QCD beziehen sich auf sog. Hybride ($q\bar{q}g$), oder Vier-Quark-Zustände ($qq\bar{q}\bar{q}$). Aus verschiedenen Modellen, dem Flux-Tube Modell [54], den Gitter-Eichrechnungen [55],[56] und dem MIT-Bag-Modell [53] werden Vorhersagen für Glueballe und Hybride bzgl. ihrer Quantenzahlen und Massen getroffen. Ein mögliches Spektrum für Gluebälle wird in [49] angegeben und in Abb. 1.1 gezeigt. In den Modellen

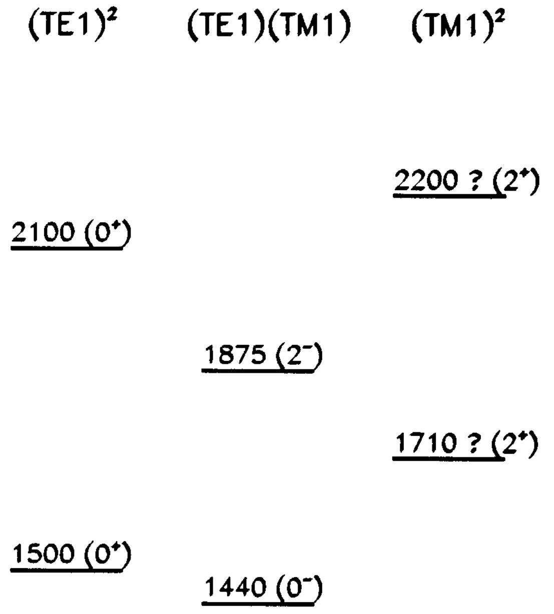


Abbildung 1.1: *In der aus [49] entnommenen Abbildung wird ein mögliches Spektrum der Gluebälle vorgestellt. Dabei bezeichnen TE die transversal elektrischen Moden, und TM die transversal magnetischen Moden der Gluonen.*

werden die Gluebälle mit der niedrigsten Energie, die $0^{++}$ und $2^{++}$ Zustände bei Massen von etwa $1500\frac{MeV}{c^2}$, bzw. $1700\frac{MeV}{c^2}$, vorhergesagt.

Die quantitative Erfassung der Mesonen und der Nachweis der vorhergesagten Gluebälle und Hybride stellen eine wichtige Überprüfung der Gültigkeit der QCD dar und sorgen damit für ein grundlegendes Verständnis einer der vier fundamentalen Wechselwirkungen.

## 1.2 Die experimentelle Situation

Der leichteste Glueball-Zustand mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{++}$ wird mit einer Ruhemasse von etwa $1500\frac{MeV}{c^2}$ in verschiedenen Modellen vorhergesagt. In diesem Massenbereich werden auch skalare Mesonen (ebenfalls $J^{PC} = 0^{++}$) beobachtet. Die an das Experiment gestellte Aufgabe lautet, die $q\bar{q}$-Zustände quantitativ zu erfassen, um damit den Nachweis von Teilchen zu ermöglichen, die sich nicht in das o.g. Mesonen-Nonet einordnen lassen.

Jedoch birgt die Spektroskopie des $0^{++}$-Nonets der skalaren Mesonen viele Unklarheiten in sich. Zu den skalaren Mesonen wurden bislang die folgenden Resonanzen gezählt (siehe auch Bild 1.2 und [5]):

$$f_0(975), a_0(980), f_0(1300), K^*(1430).$$

In der Interpretation speziell der $f_0(975), a_0(980)$-Resonanzen als Nonet-Mitglieder tritt zum einen die Schwierigkeit der starken Kopplung beider an den $K\bar{K}$-Zerfallskanal auf. Ferner sind die Massen beider im Vergleich zu den anderen Nonet-Mitgliedern zu klein.

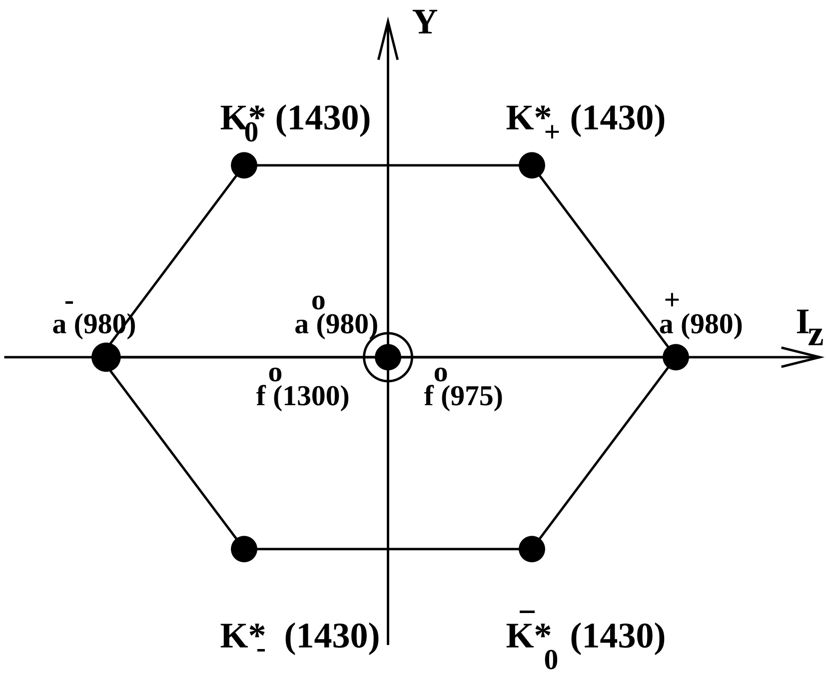


Abbildung 1.2: *Gezeigt wird das Nonet der* $0^{++}$*-Mesonen.* $I_z$ *ist die z-Komponente des Isospins und* $Y$ *die Hyperladung.*

### Messungen zusätzlicher skalarer Zustände

Die Beschreibung des skalaren Nonets wird durch die Beobachtung weiterer $0^{++}$ Resonanzen erschwert. So wurde vom *Crystal-Barrel*-Experiment in der Reaktion $p\overline{p} \to 2\pi^0\eta$ ein $0^{++}$-Zustand mit der Masse und Breite von $m = 1450\frac{MeV}{c^2}$, $\Gamma = 270\frac{MeV}{c^2}$ in den Zerfällen in $\pi\eta$ beobachtet [42]. Eine weitere skalare Resonanz, das $f_0(1500)$, wurde bei der Annihilation in Ruhe in seine Zerfälle in $\pi^0\pi^0$ ($p\overline{p} \to 3\pi^0$ [41], [40]), in $\eta\eta$ ($p\overline{p} \to \pi^0\eta\eta$ [43]), in $\eta\eta'$ ($p\overline{p} \to \pi^0\eta\eta'$ [44]) und in $4\pi^0$ ($p\overline{p} \to 5\pi^0$ [59]) beobachtet. Bei der Annihilation im Fluge ist die Resonanz in der Reaktion $p\overline{p} \to 3\pi^0$ [13] nachgewiesen worden. Zusätzlich wird ein weiterer Zustand $f_j(1700)$ als eine skalare Resonanz [60] diskutiert, wobei eine Bestimmung des Spins dieses Teilchens noch nicht erfolgt ist.

Die Beobachtung dieser Resonanzen verändert das Bild des $0^{++}$-Nonets völlig, da nun mehr Teilchen beobachtet werden, als sich in das Nonet einordnen lassen. Die bislang ungeklärte Frage ist, welche dieser $0^{++}$-Zustände sich als $q\bar{q}$-Teilchen verstehen lassen und welcher Natur die verbleibenden $0^{++}$-Zustände sind.

Ein Ausweg aus dieser Situation wurde von [52] vorgeschlagen (siehe auch Abb. 1.2). Die $f_0(975), a_0(980)$-Mesonen werden in diesem Bild ersetzt durch die $f_0(1300), a_0(1450)$-Resonanzen. Unter der Annahme, daß das $f_j(1700)$ einen Spin Null hat, kann das Nonet der skalaren Mesonen vervollständigt werden. Für den $s\bar{s}$-Zustand des Nonets erwartet man eine größere Masse als für die anderen Nonet-Mitglieder (vergleiche z.B. mit Vektor- pseudoskalare Mesonen). Die aus dem Nonet ausgeschlossenen $f_0(975), a_0(980)$-Resonanzen werden dabei u.a. als $K\bar{K}$-Moleküle diskutiert [63]. Eine andere Interpretation versteht sie als Multiquarkzustände [64]. Das $f_0(1500)$ wird in diesem Modell als ein Glueballkandidat behandelt. Es ist bereits in mehreren Prozessen, in denen ein hoher Anteil von Gluonproduktion vermutet wird, beobachtet worden:

- radiative $J/\psi$-Zerfälle in $\gamma, g$. [51],
- zentrale Produktion beim $pp$-Stoßprozess [65],
- die Annihilation von Protonen mit Antiprotonen. Die Annihilation der Quarks wird dabei als Quelle zur Produktion von Gluonen verstanden (s.o.).

Als ein weiteres Indiz für die Interpretation des $f_0(1500)$ als Glueball wird die Kopplung an verschiedene Zerfallskanäle diskutiert. Mithilfe der Ergebnisse des *Crystal-Barrel*-Experimente werden die Verhältnisse der Zerfälle in $\pi\pi, \eta\eta, \eta\eta'$ zueinander angegeben [52] mit

$$BR = \frac{BR(f_0(1500) \to \eta\eta)}{BR(f_0(1500) \to \pi\pi)} < 0,27 \pm 0,11$$

und

$$BR = \frac{BR(f_0(1500) \to \eta\eta')}{BR(f_0(1500) \to \pi\pi)} < 0,19 \pm 0,08.$$

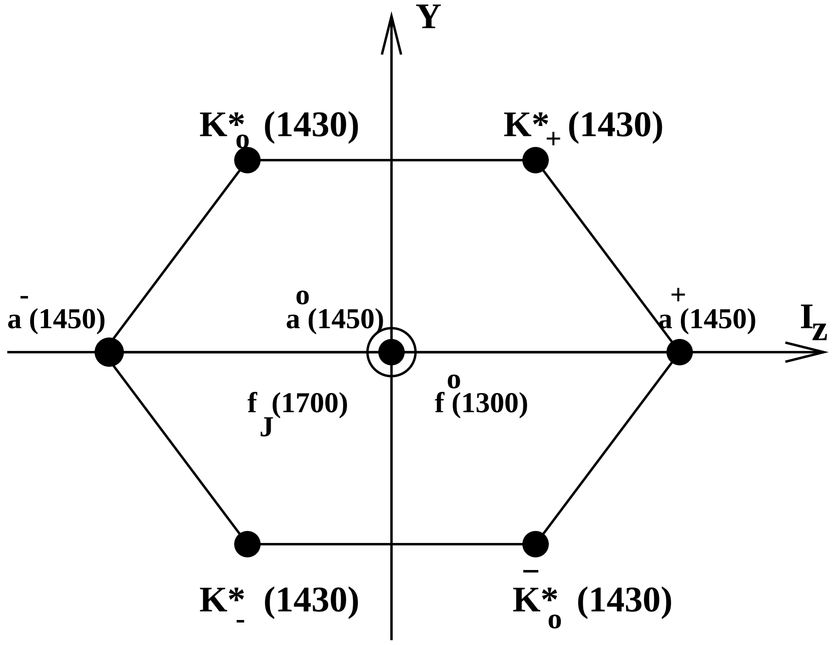


Abbildung 1.3: *Die Abbildung zeigt einen Vorschlag zur Neuordnung der skalaren Mesonen im Nonet dar [52] . Die Position der* $a_0(980)$*-Mesonen wird dabei von der* $a_0(1450)$*-Resonanz, die des* $f_0(980)$ *Mesons durch das* $f_0(1300)$ *besetzt. Als* $s\bar{s}$*-Zustand wird das* $f_J(1700)$ *diskutiert.*

Für die Kopplung des $f_0(1500)$-Zerfalls an $K\bar{K}$ bestehen Abschätzungen, die auf Blasenkammer-Experimenten basieren [67]:

$$BR = \frac{BR(f_0(1500) \to K\bar{K})}{BR(f_0(1500) \to \pi\pi)} < 0,1.$$

Diese Abschätzung ist in Übereinstimmung mit der erwarteten Unterdückung des Zerfalles $f_0(1500) \to K\bar{K}$ gegenüber dem Zerfall in $\pi\pi$ [52]. Die o.g. Verhältnisse der verschiedenen Zerfallsanteile des $f_0(1500)$ zueinander werden als nicht verträglich mit der Interpretation der Resonanz als ein $q\bar{q}$-Zustand angesehen.

### Die Suche nach dem Zerfall des $f_0(1500)$ in $K\bar{K}$

Zur Klärung der Natur des $f_0(1500)$ ist eine Untersuchung dessen Zerfalles in $K\bar{K}$ notwendig. Die Suche nach dieser Resonanz konzentrierte sich bislang auf Messungen bei der Annihilation in Ruhe. Mit der vorliegenden Arbeit wurde die Suche nach dieser Resonanz zum ersten Mal auf Annihilationen im Fluge in $K^+K^-\pi^0$ bei einem Antiprotonimpuls von $600\frac{MeV}{c}$ ausgedehnt.

Bei Annihilation im flüssigen Wasserstoff in Ruhe finden die Reaktionen vornehmlich aus den S-Wellen des $p\bar{p}$-Systems statt. Die Annihilation im Fluge unterscheidet sich durch die Tatsache, daß bereits bei kleinen Antiprotonimpulsen höhere Bahndrehimpulse des $p\bar{p}$-Systems beitragen. Basierend auf Berechnungen des Annihilationswirkungsqueschnittes $\sigma_{ann}$ in einem optischen Potentialmodell [68] wird z.B. bereits bei einem Antiprotonimpuls von $490\frac{MeV}{c}$ ein Anteil von 50% von P-Wellen-, 28% von D-Wellen und etwa 20% von S-Wellen-Annihilation errechnet.

Aus diesen Erwägungen wird ersichtlich, daß bei Annihilation im Fluge Resonanzen zu unterschiedlichen Anteilen gegenüber der Annihilation in Ruhe entstehen. Ferner steht durch die größere Gesamtenergie bei der Annihilation ein größeres Phasenraumvolumen für die Produktion von Resonanzen zur Verfügung. Die Untersuchungen bei Annihilation im Fluge eröffnen damit den Weg zur Produktion anderer Zustände als dies bei der Annihilation in Ruhe möglich wäre.

Untersuchungen der Annihilation im Fluge führten bereits zu interessanten Ergebnissen. In der Analyse der Reaktion $p\bar{p} \to 3\pi^0$ [13] bei $1.94\frac{GeV}{c}$ ergaben sich Hinweise auf Resonanzen mit Massen von $1850\frac{MeV}{c^2}$ und $1900\frac{MeV}{c^2}$.

In der vorliegenden Analyse soll geprüft werden, ob sich das $f_0(1500)$ im $K^+K^-$- Zerfall beobachten läßt. Eine weitere interessante Fragestellung ist die Suche nach einer $K^+K^-$-Resonanz im Massenbereich von $1700\frac{MeV}{c^2}$. Der *Crystal-Barrel*-Detektor mit seinen nahezu den gesamten Raumwinkel überdeckenden Meßkomponenten eignet sich besonders gut zur Messung von $p\bar{p}$-Annihilationen mit niedrigen Energien. Dabei zeichnet sich der Detektor durch den qualitativ gleichwertigen Nachweis von geladenen und neutralen Teilchen aus.

# Kapitel 2

# Das Crystal-Barrel-Experiment

Die Mesonenspektroskopie im niederenergetischen Bereich bildet einen Forschungsschwerpunkt des *Crystal-Barrel*-Experimentes. Wie im vorangegangenen Kapitel geschildert wurde, konzentriert man sich dabei auf die Suche nach exotischen bzw. seltenen Resonanzen [1]. Diese sind in der Regel sehr kurzlebig, so daß nur die stabilen Zerfallsprodukte nachweisbar sind. Die Zerfallsprodukte können dabei aus geladenen und neutralen Teilchen bestehen. Das Detektor-System muß daher beide Teilchentypen mit befriedigender Auflösung messen können. Da die $p\overline{p}$-Annihilation entweder in Ruhe oder bei niedrigen Energien stattfindet und die dabei entstehenden Reaktionsprodukte nahezu isotrop im Raum verteilt sind, muß der Detektor nach Möglichkeit den gesamten Raumwinkel um die $p\overline{p}$-Wechselwirkungszone abdecken.

Die genannten Anforderungen werden vom *Crystal-Barrel*-Detektor erfüllt. Der Detektor ist seit 1989 in Betrieb. Mit ihm wurden bereits zahlreiche Messungen mit Antiprotonimpulsen bis zu $1,94\frac{GeV}{c}$ durchgeführt. An dem Experiment beteiligen sich z.Z. etwa 80 Wissenschaftler.

Im folgenden soll das *Crystal-Barrel*-Detektor-System beschrieben werden. Dazu wird zunächst auf die Erzeugung von Antiprotonen eingegangen. Die einzelnen Hardware-Komponenten des Detektors werden im Anschluß daran vorgestellt. Den Abschluß dieses Kapitels bildet die Darstellung der Datennahme und die Kalibration.

## 2.1 Die Produktion von Antiprotonen

Protonen werden im Proton-Synchroton (PS) am *CERN* auf einen Impuls von $26\frac{GeV}{c}$ beschleunigt. Die Antiprotonen werden dann durch Kollisionen dieser Protonen an einem Wolframtarget produziert. Die im Zuge des Stoßprozesses entstandenen Antiprotonen weisen einen Impuls von $3,5\frac{GeV}{c}$ auf und werden im Antiproton-Akkumulator (AA) angereichert. Aus dem **AA** kommen die Antiprotonen zurück in das Proton-Synchroton und werden von da aus in den **L**ow-**E**nergy-**A**ntiproton-**R**ing (LEAR) gespeist. Mittels stochastischer

[1] In anderen Arbeiten werden unter anderem $\eta$-Zerfälle [27] oder die Produktion von $\omega$ und $\Phi$-Mesonen bei der Neutron-Antiproton-Annihilation [35] untersucht

Kühlung gelingt es, einen Antiprotonenstrahl mit einer Impulsauflösung von $\frac{\Delta p}{p} \simeq 5 \times 10^{-4}$ in einem Bereich von $100\frac{MeV}{c} \leq p \leq 2.000\frac{MeV}{c}$ zu erzeugen. Ca. 15 Minuten werden benötigt, den **LEAR** mit Antiprotonen aufzufüllen. Eine Meßperiode hat die Dauer von ein bis drei Stunden.

## 2.2 Der Aufbau des Crystal-Barrel-Detektors

Den Aufbau des Detektors kann man Abb. 2.1 entnehmen. Eine detaillierte Beschreibung aller Detektorkomponenten findet sich in [38].

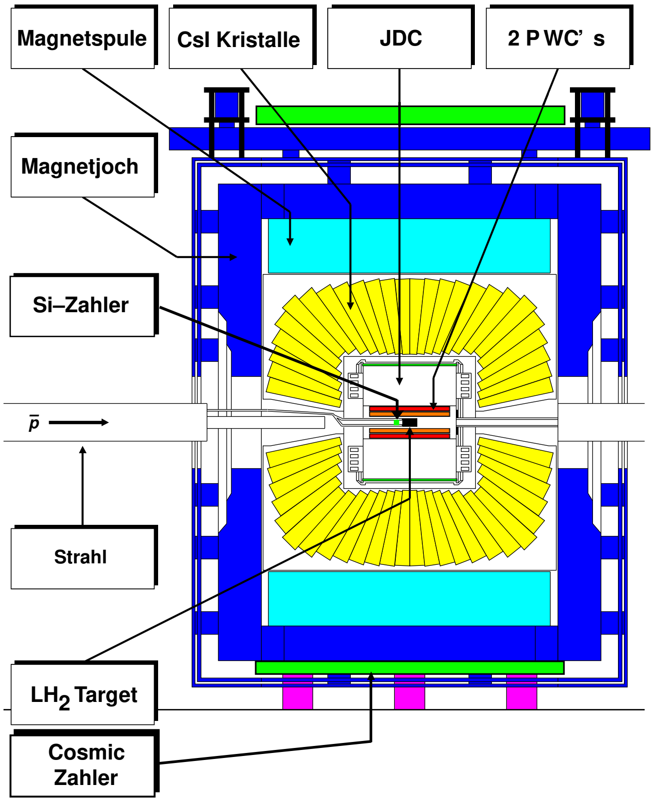


Abbildung 2.1: *Gesamtansicht des* Crystal-Barrel *Detektors.*

In der Abbildung sind alle wesentlichen Hardwarekomponenten zu sehen. Im Zentrum des Detektors befindet sich das Target. Dort finden die $p\overline{p}$ Reaktionen statt. Dem Target vorgeschaltet sind fünf Siliziumzähler. Zwei Proportionaldrahtkammern PWC's umgeben das Target. Der Nachweis geladener Teilchen erfolgt in der Jet-Drift-Kammer JDC, der neutraler Teilchen im Kalorimeter. Letzteres besteht aus 1380 CsJ(Tl) Szintillations-Kristallen. Das faßförmige Aussehen des Kalorimeters gab dem Detektor den Namen. Magnetspulen sorgen in der JDC für ein homogenes Magnetfeld mit Feldstärken bis zu $1,5$ Tesla.

### Das Koordinatensystem des Crystal-Barrel-Detektors

Von Bedeutung für die Auswertung der gemessenen Daten ist die Festlegung des Bezugssytems des *Crystal-Barrel*-Detektors. Der Koordinatenursprung wird dabei in die Mitte des Targets gelegt. Die Richtung der einfallenden Antiprotonen legt die positive z-Achse fest. In Bezug auf Abb. 2.1 senkrecht zur z-Achse befindet sich die y-Achse. Die x-Achse zeigt in die Zeichenebene hinein. Die Ebene senkrecht zur Strahlachse wird in der Auswertung auch oft in zylindrischen Koordinaten $r, \phi$ angegeben. Dabei ist $r$ der Radius und $\phi$ der Drehwinkel.

### Das Target und die Silizium-Zähler

Die Antiprotonen gelangen in ein mit flüssigem Wasserstoff gefülltes Target [2] Das Target ist in Abb. 2.2 zu erkennen. Es ist 4,4cm lang und hat einen

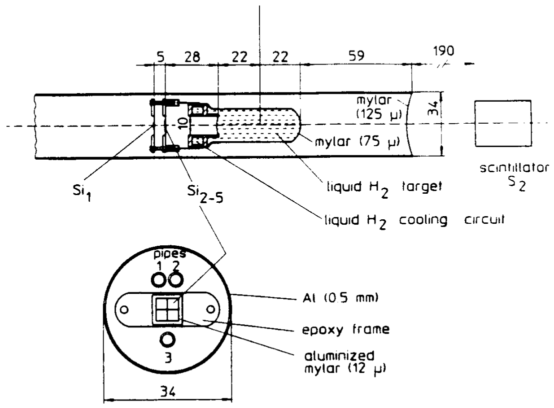


Abbildung 2.2: *Target des* Crystal-Barrel *Detektors*

Durchmesser von 1,7cm. Ebenfalls abgebildet sind die fünf Siliziumzähler. Sie werden einerseits als Signalgeber für eine Triggerentscheidung bzgl. einer $p\bar{p}$ Reaktion benötigt. Andererseits finden sie auch bei der Justierung des Antiproton-Strahls Verwendung. Hinter dem Target befindet sich ebenfalls ein Si-Zähler. Dieser dient in der Triggerentscheidung als Veto für den Fall, daß Antiprotonen das Target wieder verlassen, ohne zu annihilieren.

[2] Wahlweise kann das Target auch mit Deuterium oder gasförmigen Wasserstoff gefüllt werden.

### Die Proportionaldrahtkammern

Die beiden zylindrischen Proportionaldraht-Zählkammern (PWC's) haben eine Länge von je 35cm. Der Radius der inneren Kammer beträgt 2,55cm. Sie hat 90 Anonden- bzw. Signaldrähte. Die zweite Kammer hat mit 4,3cm einen größeren Radius. Auch die Zahl der Signaldrähte ist mit 150 höher als die der inneren Kammer. Der Aufbau ist schematisch in Abb. 2.3 dargestellt. Die

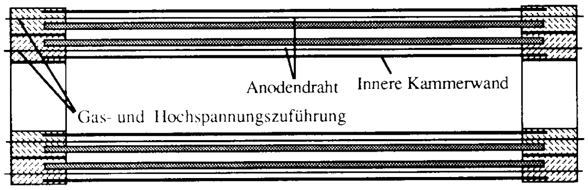


Abbildung 2.3: *Schematischer Aufbau der Proportionalitätskammer* **PWC**.

PWC's werden als Trigger auf die Zahl geladener Teilchen in einem Ereignis verwendet. Beim Durchgang durch die Kammern lösen die Teilchen Signale an den Anodendrähten (sog.*Hits*) aus. Benachbarte Hits werden zu Clustern zusammengefaßt. Die Zahl der Cluster in einem Antiproton-Proton-Ereignis kann als Trigger-Entscheidung bzgl. der Multiplizität geladener Teilchen benutzt werden.

Zur Bestimmung des Urspungsortes (Vertex) der Teilchen werden die Hitkoordinaten in der $r-\phi$-Ebene mitverwendet. Die z-Koordinaten können in den PWC's nicht ermittelt werden.

Die Auslese der Ereignisse in den Kammern erfolgt mit einem System der Firma *LeCroy*. Die Hitsignale werden an ECL basierende CAMAC-Logikeinheiten weitergeleitet und dort zu den oben beschriebenen Clustern zusammengefaßt.

### Die Jet-Drift-Kammer

Der Aufbau der JDC ist in Abb. 2.4 zu erkennen. Die JDC hat einen inneren Radius von 10cm und einen äußeren Radius von 23,9cm. Zum Nachweis von Spuren geladener Teilchen stehen 690 Signaldrähte in der Kammer zur Verfügung. Diese sind in 30 Sektoren aufgeteilt. Jeder Sektor beinhaltet 23 Signaldrähte, die in einem radialen Abstand von 8mm angeordnet sind. Der rechte Abschnitt in Abb. 2.4 zeigt einen solchen Sektor. Die Signaldrähte sind in transversaler Richtung um $200\mu m$ gegeneinander versetzt (sog.*Staggering*). Die aktive Länge der Drähte beträgt ca. 40cm. Jeder Sektor beinhaltet ferner 74 Kathoden- oder Felddrähte. Diese sind sowohl an den Sektorgrenzen, als auch zwischen je zwei Signaldrähten angebracht (siehe Bild 2.4). Mit einem Simulationsprogramm (GARFIELD [14]) wurden Hochspannungen für die Felddrähte errechnet. Damit wird für ein nahezu homogenes Driftfeld von

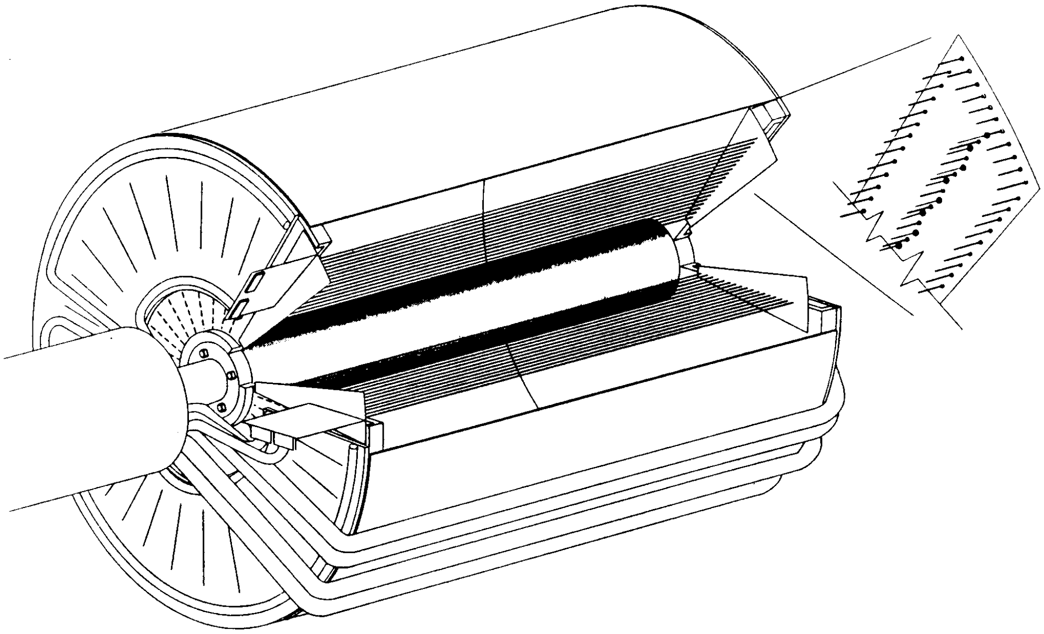

Abbildung 2.4: *Die Jet-Drift-Kammer* **JDC**. *Der Ausschnitt zeigt den prinzipiellen Aufbau einer Sektoreinheit innerhalb der Kammer. Zu erkennen sind die Felddrähte am Rande des Sektors sowie die, in der Mitte des Sektors verlaufenden, gegeneinander versetzten Signaldrähte.*

$1.100\frac{V}{cm}$ im Sektor gesorgt. Die Verläufe der Feldlinien sind für einen Ausschnitt eines Sektors in Abb. 2.5 zu sehen. Bei eingeschaltetem Magnetfeld

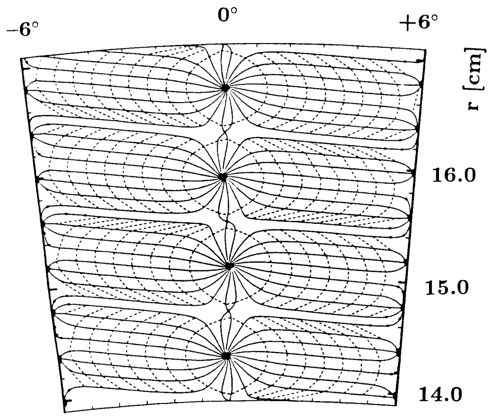


Abbildung 2.5: *Der Verlauf von Feldlinien in einem Sektor der* **JDC**. *Zu erkennen ist die 7.2°-Neigung (der sog. Lorentzwinkel), die durch das Magnetfeld von 1.5 Tesla verursacht wird. Die gestrichelten Linien kennzeichnen die Isochronen. Der Abstand der Isochronen zueinander beträgt* $0.2\mu s$.

sind die Feldlinien um einen bestimmten Winkel geneigt. Dieser sog. Lorentzwinkel beträgt bei einem Magnetfeld von 1,5 Tesla $7,2°$.

Das Gasgemisch in der JDC besteht zu 90% aus $CO_2$ und zu 10% aus Isobutan. Die Driftgeschwindigkeit in diesem Gasgemisch bei o.g. Feldstärke beträgt $8,4\frac{\mu m}{ns}$. Damit die Driftgeschwindigkeit sich während der Messung nicht verändert, müssen Temperatur, Druck und Gaszusammensetzung konstant gehalten werden.

Die Auslese der Signale in der JDC erfolgt an beiden Endplatten der Kammer. Die vorverstärkten Signale werden durch Struck-DL305 und Struck-DL310-Flash-Analog-Digital-Konverter (FADC) digitalisiert. Die FADC's haben eine Zeitauflösung von 10ns. Es können damit Driftzeiten bis zu $2,56\mu s$ für die innersten Drahtlagen und $10,24\mu s$ für die äußersten Drahtlagen gespeichert werden. Die FADC's befinden sich in einer Elektronikhütte etwa 5m vom Detektor entfernt.

Die JDC wird auch für Triggerentscheidungen mit verwendet. Dazu werden die Analogausgänge der FADC für die Drahtlagen 2,3,4,5,19 und 20 benutzt. Damit kann auf die Zahl und Länge der Spuren in der Kammer getriggert werden.

### Das Kalorimeter

Elektrisch neutrale Teilchen werden im *Crystal-Barrel*-Detektor mit CsJ(Tl) Szintillationskristallen nachgewiesen. Die Teilchen verursachen in den Kristallen einen elektromagnetischen Schauer. Die Intensität des so erzeugten

Lichtes hängt von der Energie des Primärteilchens ab.

Die Kristalle sind 30cm lang. Die Strahlungslänge der Kristalle beträgt 1,86cm. Das Emissionsmaximum der Kristalle liegt bei 550nm. Der Aufbau eines Kristalls ist schematisch in Abb. 2.6 dargestellt.

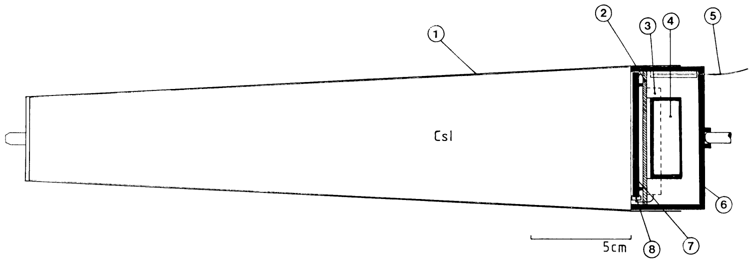


Abbildung 2.6: *In der Abbildung wird im Querschnitt ein CsJ(Tl)-Szintillationskristall gezeigt. Am rechten Bildrand ist die Einheit mit der Auswerteelektronik zu sehen. (1) ist die Titanhülle mit einer Dicke von 0,1mm,(2) die Schaltplatine mit Stromversorgung (3) und Vorverstärker (4), Glasfaser (5), Abschirmung (6), Wellenlängenschieber (7) und schließlich der aufgeklebten Photodiode (8).*

Insgesamt stehen zur Messung neutraler Teilchen 1380 Kristalle zur Verfügung. Die Anordnung der Kristalle kann Abb. 2.7 entnommen werden. Diese sind in 26 Ringen um die Antiproton-Strahlachse angeordnet. Bis auf die jeweils drei an die Strahlachse angrenzenden Ringe (Ring 1,2,3 und 24,25,26) befinden sich 60 Kristalle in den Ringen. Die sechs Ringe nahe der Strahlachse haben je 30 Kristalle, auch Randkristalle genannt.

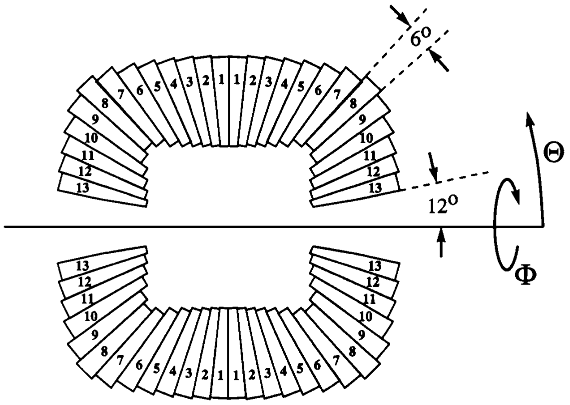


Abbildung 2.7: *Gezeigt wird das Kalorimeter im Querschnitt. Darin sind die 26 Ringe von CsJ(Tl)-Kristallen erkennbar. Vom Zentrum des Detektors aus haben alle Kristalle in Richtung $\theta$ eine Ausdehung von $6^o$.*

Vom Koordinatenursprung des Detektors aus gesehen, hat jeder Kristall eine Ausdehnung von $6^o$ in den beiden Richtungswinkeln des Raumes $\theta, \phi$. Der Azimuthwinkel der Randkristalle beträgt dagegen $\phi = 12^o$. Alle Kristalle zusammen überdecken 97,8% des gesamten Raumwinkels.

Am Ende jedes Kristalls ist eine Auslese-Einheit, bestehend aus einem Wellenlängenschieber, einer Photodiode und einem Vorverstärker, angebracht. Der Wellenlängenschieber absorbiert das Szintillationslicht und reemittiert es mit einer größeren Wellenlänge. Unter Totalreflexion gelangt das Licht an die Photodiode und wird dort in ein elektrisches Signal umgewandelt.

Die vorverstärkten und aufgearbeiteten Signale werden durch zwei verschiedene Bautypen von Analog-Digital-Konvertern (ADC) digitalisiert. Die schnelleren FERA-ADC's (der Firma LeCroy) haben eine Kanalbreite von 1 MeV und decken den Energiebereich bis 2000 MeV ab. Der Bautyp 2282-LeCroy hat eine Auflösung von 100keV und wird für Energiebereiche bis 400 MeV verwendet.

An den Verstärkern befinden sich zusätzliche Ausgänge. Mit deren Hilfe kann man feststellen, wann ein Kristall einen bestimmten, wählbaren Energieschwellenwert überschritten hat. Mit einem speziellen Logikmodul, dem sog. FACE (Fast-Cluster-Encoder), werden alle Kristalle, deren Energie über dem Schwellenwert liegen, herausgefunden. Das FACE-System kann dadurch zu Triggerentscheidungen bzgl. der Anzahl neutraler Teilchen in einem Ereignis herangezogen werden.

### Das Monitorsystem

Um während der Messungen die Funktionsfähigkeit der einzelnen Detektorkomponenten zu gewährleisten bzw. zu prüfen, stehen dem Experiment verschiedene Monitorsysteme für die Überwachung zur Verfügung.

- **Slow-Control**
  Während der Messungen werden Stromversorgung, Gasmischung der Kammern JDC und PWC, die Hochspannung sowie die Temperaturen der JDC, des Magneten und der Kristalle permanent kontrolliert. Diese Kontrollmessungen werden über ein VME (Slow-Control) System aufgenommen und während der Messung im Experimentkontrollraum angezeigt.

- **Lichtpulser-System**
  Die Auswerteelektronik der Kristalle wird anhand eines Lichtpulser-Systems überprüft (siehe [4]). Zu diesem Zweck wird das Licht einer Xenon Blitzlampe, die in einer Apparatur außerhalb des Magnetjochs angebracht ist, über Glasfasern zu der Auswerteelektronik an die Wellenlängenschieber der Kristalle geleitet. In der Apparatur sind acht unterschiedliche Neutralglasfilter angebracht, die, je nach Filterkombination, verschiedene Lichtintensitäten verursachen. Anhand der Meßpunkte können elektronisches Rauschen und die Linearität der Verstär-

ker überprüft werden. Das Verstärkungsverhältnis von FERA-ADC's zu 2282 ADC's wird für die Kalibrationskonstanten der Kristalle benötigt.

- **Display-System**
  Gemessene Daten werden mit den Standardauswerteprogrammen des Experimentes prozessiert und graphisch dargestellt. Auf diese Weise können während der Datennahme Funktionsfähigkeiten und Effizienzen von Triggerbedingungen studiert und gegebenenfalls angepaßt werden.

### Die Datennahme

Ein OS-9 Micro-Computer-System übernimmt die Auslese aller digitalisierten Daten jeder Detektorkomponente. Die einzelnen Ausleserechner sind über ein VMV-Bus-System (VME vertical bus) miteinander vernetzt. An das System angeschlossen ist ein Macintosh IIx System, von dem aus die gesamte Datennahme gesteuert wird. Die Steuersignale dieser Maschine werden an einen als *event-builder* bezeichneten OS-9 Rechner weitergeleitet. Dieser bildet die Schnittstelle zwischen den einzelnen Auswerteeinheiten, den Monitorsystemen und den Software- bzw. Hardwaretriggern. Die ausgelesenen Daten aller Einheiten werden direkt zu einer $\mu$VAX-3600 weitergeleitet und auf IBM-3480 Kassetten (á 210 MByte) geschrieben. (Mittlerweile werden sog. DLT - Digital Linear Tapes mit einem Fassungsvermögen bis zu 20 GByte eingesetzt). Als Datenformat wird das sog. ZEBRA-Format (siehe [32]) verwendet.

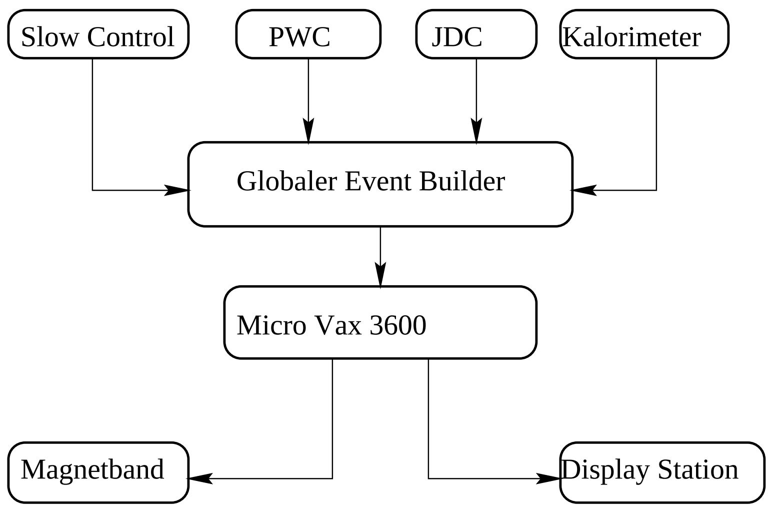


Abbildung 2.8: *Der schematische Ablauf der Datennahme im Crystel Barrel Experiment.*

Die Datennahme erfolgt mit einem hierarchisch organisierten **Triggersystem.** Die niedrigste Stufe einer Triggerentscheidung wird bzgl. einer $p\overline{p}$ Reaktion gefällt (sog. minimum bias). Das Signal dazu wird vom Siliziumzähler am Eingang zum Target gegeben. Erfolgt innerhalb von 0,1 $\mu s$ kein Signal des Vetozählers am Ausgang des Targets, so entscheidet der Trigger für eine $p\overline{p}$ Reaktion.

Die nächste Stufe der Triggerentscheidung stellen die beiden PWC's dar. Hier wird anhand der Anzahl der Cluster in den PWC's entschieden. Zu dieser Stufe werden auch Entscheidungen durch die JDC-Auslese mitgezählt.

Bzgl. der Triggerentscheidung auf die Multiplizität neutraler Teilchen in einem $p\overline{p}$-Ereignis wird, wie oben geschildert, das FACE-Modul herangezogen.

## 2.3 Die Kalibration der Meßdaten

Die Meßdaten liegen auf Magnetband in digitalisierter Form vor. Damit physikalische Größen aus ihnen gewonnen werden können, müssen die einzelnen Detektorkomponenten kalibriert werden.

### 2.3.1 Die Kalibration der JDC

Die Kalibration der JDC besteht aus mehreren Punkten:

- *Kalibration der z-Komponenten der Hits*
  Die Signaldrähte werden an beiden Enden der JDC ausgelesen. Mithilfe des Kirchhoff'schen Gesetzes läßt sich die z-Komponente über die Ladungsaufteilung berechnen. Für die Kalibration der z-Komponente gilt die Gleichung:

  $$z = z_0 + \frac{z_l}{2} \times \frac{A_{links} - \alpha A_{rechts}}{A_{links} + \alpha A_{rechts}}.$$

  $z_0$ ist die Mitte des Drahtes, $A_{links,rechts}$ die an beiden Drahtenden gemessenen Amplituden, $\alpha$ das Verstärkungsverhältnis, $z_l$ die elektr. Drahtlänge. Zu Kalibrationszwecken wird das Magnetfeld zu Beginn einer Meßperiode ausgeschaltet. Die Eichkonstanten werden in einem iterativen Prozeß bestimmt.

- *Die $r - \phi$-Kalibration*
  In der JDC werden Driftzeiten gemessen. Mit Hilfe einer sog. Driftzeittabelle kann der Ort ermittelt werden, an dem die Driftelektronen durch Stoßionisation enstanden sind. Damit liegen für jeden Hit an einem Draht die Koordinaten der Primärionisation in der $r - \phi$ Ebene vor. Diese Koordinaten werden zur Zusammensetzung der gesamten Spur (siehe nachfolgendes Kapitel) verwendet. Daraus läßt sich der Krümmungsradius des Teilchens in einem bekanntem Magnetfeld bestimmen. Der Krümmungsradius der Spur wird zur Ermittlung des Impulses des Teilchens herangezogen.

  Die $r - \phi$-Kalibration erfolgt mit Ereignissen, bei denen der Impuls der geladenen Teilchen bekannt ist. Dazu werden zu Beginn einer Meßperiode kollineare Ereignisse des Typs $p\overline{p} \to \pi^+\pi^-$ und $p\overline{p} \to K^+K^-$

aufgenommen. Die Pionen haben einen Impuls von 927,8$\frac{MeV}{c}$, die Kaonen einen Impuls von 797,9$\frac{MeV}{c}$. Zur Analyse der Ereignisse werden Driftzeittabellen herangezogen, die auf verschiedenen Driftgeschwindigkeiten basieren. Durch Interpolation zwischen zwei Driftzeittabellen werden die Breiten der Impulsverteilungen der geladenen Teilchen minimiert.

Der Gasdruck in der JDC unterliegt Schwankungen, was zu Veränderungen der Driftgeschwindigkeiten im Laufe einer Meßperiode führt. Darauf muß in der Rekonstruktion der Spuren nachträglich korrigiert werden.

- *Kalibration des spezifischen Energieverlustes* $\frac{dE}{dx}$
  Für die $\frac{dE}{dx}$ - Kalibration wird eine Parametrisierung der Bethe-Bloch-Formel verwendet. Minimal ionisierende Pionen liefern einen absoluten Kalibrationspunkt. Es wird jeder Draht einzeln kalibriert. Die Auflösung der $\frac{dE}{dx}$ - Kalibration beträgt etwa 18% bei einem $\beta$ von 0.9.

- *Nullpunktsmessungen*
  Die Nullpunkte der FADC's werden vor jedem Meßdurchgang (auch *run* genannt) aufgenommen.

### 2.3.2 Die Kalibration des Kalorimeters

Die ADC-Kanäle des Kalorimeters werden zunächst vorkalibriert. Dazu wird bei abgeschaltetem Magnetfeld ein Datensatz aus Ereignissen mit vier geladenen Teilchen (sog. *Four-Prong*) aufgenommen. Die geladenen Teilchen entsprechen zu einem Großteil minimal ionisierenden Teilchen (Pionen), die in den Kristallen eine Energie von ca. 175 MeV deponieren. Mit diesem Verfahren werden die Startwerte für die Kalibration aufgenommen.

Die zweite Stufe der Kalibration macht sich die reichhaltige Produktion von $\pi^0$-Mesonen in der $p\overline{p}$ Annihilation zunutze. Es werden dazu ca. eine Million rein neutrale Ereignisse aufgenommen. Anschließend wird die invariante Masse aus je zwei Energiedepositionen errechnet. Es werden dabei alle möglichen Paarkombinationen, die sich aus der Anzahl der gemessenen Energiedepositionen im Kalorimeter ergeben, berücksichtigt. Für jeden Kristall mit Energiedeposition wird nun ein Histogramm mit den invarianten Massen aus seiner Energiedeposition mit denen der anderen Kristalle erstellt. Wegen der großen Anzahl der neutralen Ereignisse und der isotropen Verteilung der Depositionen im Kalorimeter erhält man für alle Kristalle Histogramme mit einer genügend großen Anzahl von Einträgen. In den Histogrammen ist ein deutliches $\pi^0$ Signal sichtbar, das durch eine Gaußverteilung angepaßt wird. Der kombinatorische Untergrund wird mit einem Chebyshev Polynom parametrisiert. In einem iterativen Prozeß wird die Position der Gaußverteilungen der einzelnen $\pi^0$ Signale der Nominalmasse des $\pi^0$ von $m_{\pi^0} = 134.98\frac{MeV}{c2}$ angeglichen. Der relative Fehler der Energiekalibration kann abgeschätzt werden, wenn man die Gesamtenergie eines rein neutralen Ereignisses betrachtet. Die Genauigkeit liegt bei $\leq 1\%$.

Die Nullpunktsmessungen für die FERA-ADC's und 2282-LeCroy-ADC's werden in der Zeit durchgeführt, in der der LEAR mit Antiprotonen neu aufgefüllt wird.

# Kapitel 3

# Rekonstruktions- und Simulationsmethoden

Im vorangegangenen Kapitel wurde der Aufbau des *Crystal-Barrel*-Detektors, die Datennahme und die Kalibration der Meßdaten beschrieben.

Ziel der Analyse von Meßdaten ist letztendlich die Bestimmung der Viererimpulse der im Detektor nachgewiesenen Teilchen. Hierzu stehen dem *Crystal-Barrel*-Experiment verschiedene Rekonstruktionsmethoden zur Verfügung, auf die in diesem Kapitel näher eingegangen werden soll.

Ein weiteres wichtiges Instrument bei der Analyse ist die Simulation des Detektors, seiner Komponenten und der physikalischen Vorgänge bei der $p\bar{p}$-Annihilation. Dazu steht ein auf dieses Experiment zugeschnittenes Simulationsprogramm 'CBGEANT' zur Verfügung. Die Beschreibung der Arbeitsweise dieses Programmes bildet den Abschluß dieses Kapitels.

## 3.1 Rekonstruktionsmethoden

Im folgenden wird zwischen der Rekonstruktion geladener und neutraler Teilchen unterschieden. Einen gesonderten Abschnitt bildet die Beschreibung der kinematischen Anpassung.

### 3.1.1 Die Rekonstruktion geladener Teilchen

Die Rekonstruktion der geladenen Teilchen beginnt mit der Zusammensetzung der gemessenen Hits zu Spuren. Die Hitkoordinaten werden anhand der Driftzeittabellen ermittelt (siehe vorheriges Kapitel). Aus dem ermittelten Spurverlauf läßt sich der Impuls der Teilchen bestimmen. Dazu dient die Tatsache, daß in einem homogenen Magnetfeld die Bahnen geladener Teilchen durch eine Helix beschrieben werden (bzw. durch einen Kreis in der $r-\phi$-Ebene), wenn man den Energieverlust beim Durchgang durch die JDC vernachlässigt.

Der Impuls der Teilchen wird anhand der Gleichung

$$p_{tot} = q \cdot B \frac{1}{\alpha} \sqrt{1 + (\tan \lambda)^2}$$

bestimmt. Dabei ist $\frac{1}{\alpha}$ der Krümmungsradius der Spur, q die Ladung des Teilchens, B die Magnetfeldstärke und $\tan \lambda$ der Neigungswinkel der Helix in der $r - z$-Ebene. Weitere Größen sind der Transversalimpuls $p_{xy}$ in der $r - \phi$-Ebene und der Winkel $\psi$, mit dem in der $r - \phi$-Ebene der dichteste Punkt zur z-Achse beschrieben wird. In kartesischen Koordinaten lauten die Komponenten des Viererimpulses eines geladenen Teilchens wie folgt:

$$\begin{aligned} p_x &= p_{xy} \cos \psi \\ p_y &= p_{xy} \sin \psi \\ p_z &= p_{xy} \tan \lambda \\ E &= \sqrt{p_{xy}^2 (1 + tan\lambda)^2 + m^2}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Die Ruhemasse in o.g. Formel kann in der Messung nicht bestimmt werden. Wegen des dominanten Anteils von Pionen an der $p\overline{p}$ Reaktion wird sie zunächst mit der Pionmasse $m_\pi = 139,57 \frac{MeV}{c^2}$ gleichgesetzt.

### Verfahren zur Spurrekonstruktion in der JDC

Bei der Spurzusammensetzung wurde auf ein neues Verfahren, die **Fuzzy-Radon**-Methode, zurückgegriffen (siehe auch[35],[36]). Die Rekonstruktion findet ausschließlich in der $r - \phi$-Ebene der JDC statt. Die Spurerkennung wird durch die Tatsache erleichtert, daß bei einer geringen Multiplizität geladener Teilchen die Spuren in der Kammer in der Regel gut voneinander separiert vorliegen.

Der Erkennungsalgorithmus beginnt mit der Bildung von Startsegmenten. Zu einem Segment werden die Hits eines Sektors gezählt. Bedingung dafür ist, daß pro Drahtlage nur ein Hit gemessen wird und es keine Lücken zwischen aufeinanderfolgenden Drahtlagen gibt. Bei geringen Impulsen können die Spuren geladener Teilchen auch sektorübergreifend sein. Für diesen Fall wird in jedem Nachbarsektor nach einem Anschlußsegment gesucht. Mehrere Segmente werden zu einem Cluster zusammengefaßt.

In Abb. 3.1 ist beispielhaft eine Spur in der $r - \phi$ und der $r - z$-Ebene in der Kammer zu sehen. Da nur die Driftzeiten in der JDC gemessen werden entstehen bei der Zuordnung von Hitkoordinaten aus der Driftzeittabelle für jeden Hit zwei Koordinatenpunkte (links und rechts des Signaldrahtes). Aufgrund des Staggerings erwartet man für die Koordinaten, die nicht der Spur des geladenen Teilchens entsprechen einen zick-zack-förmigen Verlauf. Diese, als Spiegellösung bezeichneten, Hits können auf folgende Weise erkannt werden:

Jeder Hit wird mit einer Gewichtung versehen, die umso größer wird, je kürzer der Abstand des Hits zur Spur ist. Das Gesamtgewicht besteht aus der

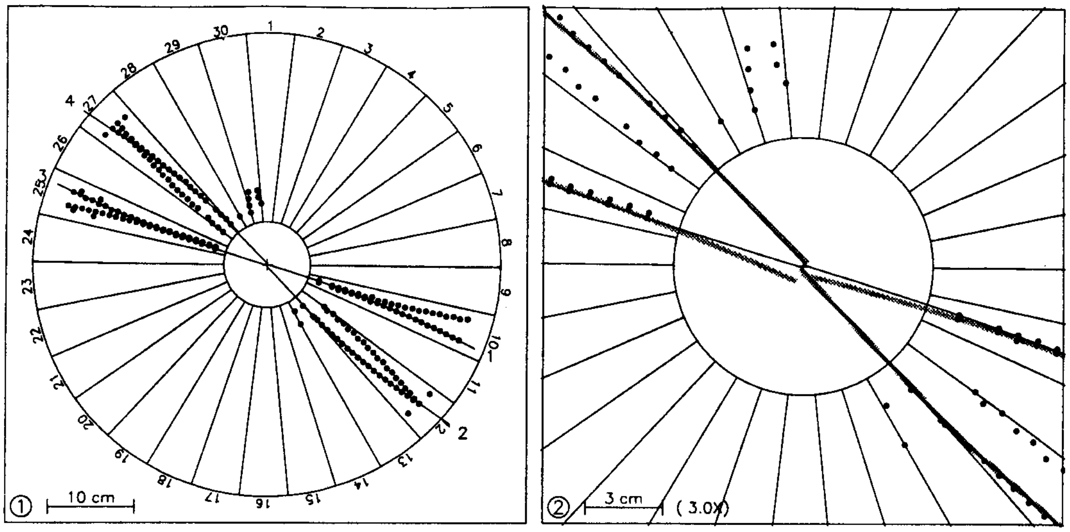


Abbildung 3.1: *Abgebildet ist ein Ereignis mit vier geladenen Spuren. Die Spurverläufe sind dort in der $r-\phi$-Ebene der JDC zu sehen. Die durchgezogenen Linien entsprechen den durch das Mustererkennungsverfahren zusammengesetzten Spuren. Der rechte Bildausschnitt zeigt die Spurverläufe in der Nähe des Detektorzentrums. In beiden Bildern sind neben den zu Spuren zusammengesetzten Hits auch sog. Spiegel-Hits zu erkennen.*

Summe aller Einzelgewichte. Damit wird klar, daß die Spiegellösung aufgrund des Zick-Zacks ein geringeres Gesamtgewicht bekommt als die wahre Spur.

Die Methode verwendet folgendes Verfahren:

Es wird die Funktion

$$F(\chi^2) = -\sum_{Hits} e^{-\chi^2(x,z,R)}$$

minimiert. Diese ist die Summe der Einzelgewichte der Hits. Dabei gilt für einen Hit mit Index $i$:

$$\chi_i^2 = \frac{(d_i - R)^2}{\Delta^2}$$

wobei $d_i$

$$d_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}$$

der Abstand in $x, y$-Koordinaten zwischen der gemessenen Hitposition $i$ und dem Punkt der erwarteten Spur bedeutet. $R$ ist der Krümmungsradius der Spur.

Die Spuren werden in einem iterativen Verfahren ermittelt. Die Suchbreite $\Delta$ wird zunächst auf einen hohen Wert (z.B. 6mm) gesetzt und anschließend verringert. In der ersten Iterationsstufe wird ein Schätzwert für den Krümmungsradius errechnet, der aktualisiert wird , sobald der Wert $\chi_i^2$ sich ändert. In der Regel werden bis zu 10 Iterationen benötigt, bis eine Lösung gefunden wird. Als Minimierungsverfahren dient das Programm-Paket **MINUIT** (siehe [37]).

#### Meßunsicherheiten

Für die Bestimmung der Meßunsicherheiten bei der Impulsmessung geladener Teilchen gilt die Gleichung:

$$\frac{\sigma_p}{p} = \sqrt{(\frac{\sigma_{p_{xy}}}{p_{xy}})^2 + (\tan\lambda \cdot \sigma_{\tan\lambda})^2}.$$

In der Gleichung ist $p$ der Impuls des Teilchens und $p_{xy}$ der Transversalimpuls. In die Meßunsicherheiten $\sigma_{p_{xy}}, \sigma_{\tan\lambda}$ gehen die Unsicherheiten bei der Ortsbestimmung der Hitkoordinaten mit ein. Die Auflösung der Einzelhits beträgt ca. $100\mu m$ in der $r - \phi$-Ebene und 5-6mm in der z-Koordinate.

### 3.1.2 Die Rekonstruktion neutraler Teilchen

Neutrale Teilchen verursachen in den Kristallen des Kalorimeters elektromagnetische Schauer, die sich z.T. über mehrere Kristalle hinweg ausbreiten. Um die gesamte von den Teilchen deponierte Energie zu erfassen, werden bei der Rekonstruktion sog. Kristallcluster gebildet. Ein Cluster ist eine zusammenhängende Anzahl von Kristallen. Dabei gelten zwei Kristalle als zusammenhängend, wenn sie mindestens eine gemeinsame Ecke haben. Um zu einem Cluster gezählt zu werden, muß in den einzelnen Kristallen eine Energie von mindestens 1 MeV deponiert sein. Die Schwellenenergie für einen Cluster beträgt 4 MeV.

Die meiste Energie wird in der Regel am Ursprungsort des elektromagnetischen Schauers deponiert. Der davon betroffene Kristall wird *Zentralkristall* genannt. Die Zahl der Zentralkristalle in einem Cluster bestimmt dabei die Anzahl der sog. **P**article-**E**nergy-**D**epositions (PED), d.h. der Teilchen-Energie-Depositionen (z.B. Photonen). Hat der Cluster nur einen Zentralkristall, dann wird die gesamte im Cluster deponierte Energie $E_{PED}$ einem PED zugeordnet. Bei mehreren Zentralkristallen wird die deponierte Energie entsprechend dem Verhältnis der Zentralkristall-Energien zueinander aufgeteilt.

Die Bestimmung der Richtung erfolgt durch die Ermittlung des Energieschwerpunktes in einem Cluster. Bei Mehr-PED-Clustern zieht man dabei die Energieinhalte der acht unmittelbaren Nachbarkristalle zu jedem Zentralkristall heran. Die Energien derjenigen Kristalle, die Nachbarn mehrerer Zentralkristalle sind, werden gemäß dem Verhältnis der Zentralkristallenergien zueinander gewichtet.

Aus den ermittelten Richtungswinkeln $\theta, \phi$ und den PED-Energien lassen sich die Vierer-Vektoren der PED's bestimmen:

$$
\begin{aligned}
p_x &= E_{PED} \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi \\
p_y &= E_{PED} \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi \\
p_z &= E_{PED} \cdot \cos\theta \\
E_{PED} &= \sqrt{E^2_{Cluster}}.
\end{aligned} \tag{3.2}
$$

Die gemessenen Energien müssen nachträglich korrigiert werden. Grund dafür ist einmal die Schwellenenergie von 1 MeV für jeden Kristall eines Clusters. Der Cluster erfaßt damit nicht die gesamte Energie. Außerdem entstehen Strahlungsverluste beim Übergang von Schauern zu anderen Kristallen. Zu weiteren Verlusten führen ferner unterschiedliche Strahlungslängen der Materialien zwischen Vertex und Kalorimeter. Es wurde daher eine empirische Korrekturfunktion ermittelt, die diese Verluste ausgleicht. Diese war zunächst für PED Energien bis 1.000 MeV bestimmt (siehe [17]) und wurde speziell für Daten im Fluge auf PED Energien bis 2.000 MeV erweitert [16]. Zur Ermittlung dieser Funktion dienten Studien mit simulierten $p\overline{p} \rightarrow 3\pi^0$ Ereignissen bei einem Antiprotonimpuls von $1.94 \frac{MeV}{c}$.

### Meßunsicherheiten

Zur Bestimmung der Meßunsicherheiten der PEDs wurden ebenfalls simulierte, sog. Monte-Carlo-Ereignisse herangezogen. Die daraus ermittelten Unsicherheiten lauten

$$\sigma_\theta = 0,0419 \cdot e^{-1,34 \cdot (E/800)^{0,25} + 0,47} \quad [rad]$$

$$\sigma_\phi = 0,0436 \cdot e^{-0,686\cdot(E/1282)^{0,48}-8,95} \quad [rad].$$

Für die Unsicherheit bei der Energiebestimmung gilt

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{0,028}{(E[GeV])^{0,25}}.$$

### 3.1.3 Die $\pi^0$ Erkennung

Zur Erkennung des $\pi^0$-Mesons wird ausgenutzt, daß die Pionen zu 98% in zwei Photonen zerfallen. Die Methode PI0FND (siehe [2]) berechnet für alle möglichen PED-Paarkombinationen eines Ereignisses die invariante Masse. Die PED-PED Kombinationen werden als ein Ereignis $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ erkannt, sobald die errechnete invariante Masse innerhalb eines Bereiches von $3\sigma$ bei der erwarteten $\pi^0$-Masse von $134{,}97\frac{MeV}{c^2}$ liegt. Der Wert $\sigma$ ist der Fehler der invarianten Masse aus zwei PED's. In die Berechnung gehen die Meßunsicherheiten $\sigma_\phi, \sigma_\theta, \sigma_E$ der PEDs ein.

#### Split-Off-Erkennung

Nicht immer werden elektomagnetische Schauer von Photonen verursacht. Solche PED's werden unter dem Begriff der Split-Offs (aus dem Englischen: split-off == auftrennen) zusammengefaßt. Verschiedene Ursachen kommen für die Entstehung von Split-Offs in Frage, z.B. elektromagnetische Schauerfluktuationen in Mehr-PED-Clustern, Energiedepositionen geladener Teilchen in den Kristallen.

Zur Split-Off-Erkennung gibt es im *Crystal-Barrel*-Experiment verschiedene Verfahren. Zunächst werden Energiedepositionen, die sich nur auf einen einzigen Kristall erstrecken, verworfen.

Zur Erkennung von Split-Offs in Mehr-Ped-Clustern wurde das SMART-Programm [34] verwendet. Dieses Verfahren benutzt die sog. invariante Schauermasse eines Clusters. Diese ist definiert als

$$m_{Schauer} = \sqrt{(\sum_{Xtl,i} E_i)^2 - (\sum_{Xtl,i} \bar{\mathbf{P}}_i)^2}.$$

Die Summe läuft dabei über alle Kristalle im Cluster. Als Richtung der Kristalle nimmt man den jeweiligen Kristallschwerpunkt. Das Verfahren prüft bei jedem PED eines Cluster anhand der invarianten Schauermasse, ob es im Cluster mitberücksichtigt werden muß, oder ob es als Split-Off vernachlässigt werden kann.

### 3.1.4 Die kinematische Anpassung

Im Rahmen der kinematischen Anpassung mit dem Programm CBKFIT [33] werden die gemessenen und rekonstruierten Ereignisse bestimmten kinematischen Randbedingungen unterworfen. Zu diesem Zweck werden vor Beginn der Anpassung bestimmte Ereignishypothesen aufgestellt (z.B. die Hypothese $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^0$). Die Randbedingungen beinhalten die Erfüllung der Energie- und Impulserhaltung sowie die Anzahl der an der Reaktion beteiligten Resonanzen mit bestimmter Masse. Nach Aufstellen einer Ereignishypothese werden die rekonstruierten Daten im Rahmen ihrer Meßunsicherheiten variiert, bis sie die aufgestellten Randbedingungen $f_n$ erfüllen.

$$f_n(x_i') = 0$$

Dabei ist $x_i'$ die um einen Korrekturwert $c_i$ modifizierte Meßgröße.

$$x_i' = x_i + c_i$$

Die Korrektursummanden $c_i$ werden solange variiert, bis der $\chi^2$-Wert, definiert als

$$\chi^2 = c^T G c$$

minimal wird. Die Matrix G ist dabei die Kovarianzmatrix der Unsicherheiten der Meßgrößen.

Eine wichtige Größe in diesem Zusammenhang ist der sog. *Pull*. Mit ihm wird der Ausdruck

$$\Delta x_i = \frac{c_i}{\sqrt{\sigma_{x_i}^2 - \sigma_{x_i+c_i}^2}}$$

identifiziert. Setzt man eine richtige Abschätzung der Meßunsicherheiten und eine gaußförmige Verteilung der Einzelmessungen voraus, dann folgen die Pulls der Meßgrößen Normalverteilungen mit einem Mittelwert von Null und einer Breite von $\sigma = \pm 1$.

Die Güte einer Hypothese kann mit dem Vertrauenswert, auch Konfidenzniveau genannt, abgeschätzt werden. Das Konfidenzniveau ergibt sich unmittelbar aus dem oben errechneten $\chi^2$. Ist die Wahrscheinlichkeit einer Übereinstimmung zwischen Hypothese und den gemessenen Ereignissen groß, dann sind die Konfidenzniveaus in einem Bereich zwischen Null und Eins gleichverteilt. Unvollständige und fehlerhaft gemessene Ereignisse haben einen niedrigen Vertrauenswert und führen in den Konfidenzniveau-Verteilungen zu Anhäufungen bei kleinen Werten.

## 3.2 Simulationsmethoden

In der als Monte-Carlo-Verfahren bezeichneten Methode werden alle relevanten Prozesse im Experiment simuliert. Dazu zählen die $p\overline{p}$-Annihilations-Prozesse, als auch die Simulation der aktiven und passiven Detektorelemente. Bei der $p\overline{p}$-Annihilation können verschiedene Antiprotonimpulse festgelegt werden. Ferner werden unterschiedliche Targets (gasförmiger und flüssiger Wasserstoff bzw. Deuterium) berücksichtigt. Das Verfahren basiert auf dem Simulationsprogramm **GEANT 3.21**. Weitere verwendete Simulationsprogramme sind FLUKA (für hadronische Wechselwirkungen im Detektor [15]) und EGS (zur Simulation der Entstehung elektromagnetischer Schauer im Kalorimeter). Diese Programme mußten den Detektorkomponenten und den darin enthaltenden Materieverteilungen angepaßt werden (siehe [3]).

Das Simulationsverfahren geht in mehreren Schritten vor. Zuerst wird die $p\bar{p}$-Reaktion erzeugt. Dazu stehen eine Reihe verschiedener, frei wählbarer Reaktionstypen zur Verfügung. Die Vertexverteilung der $p\bar{p}$-Annihilation wird der gemessener Daten angeglichen. Die durch die $p\bar{p}$-Annihilation entstandenen Primärteilchen sind phasenraumverteilt.

Der nächste Schritt ist der Zerfall der Primärteilchen in verschiedene Zerfallsprodukte. Die Zerfälle werden einer Datenbank entnommen, in der die Verzweigungsverhältnisse der bekannten Resonanzen gespeichert sind. Davon abweichende Zerfallsarten können mit eingebaut und berücksichtigt werden.

Jeder weitere Prozeß, bzw. Zerfall eines Teilchens, stellt eine weitere Stufe in dem Simulationsverfahren dar.

Bei den Wechselwirkungen der Teilchen mit dem Detektor werden folgende Prozesse berücksichtigt:

- Bei Photonen werden Paarbildung, Comptonstreuung und Photoeffekt simuliert.

- Vielfachstreuung, Ionisation, Produktion von $\delta$-Elektronen und Bremsstrahlung bei geladenen Teilchen. Hinzu kommen Positron-Elektron-Annihilation, Zerfall von Myonen, direkte $e^+e^-$ Erzeugung sowie hadronische Wechselwirkung (FLUKA).

Bei jedem Simulationsschritt werden die Vertices (d.h. Entstehungsorte) und die Vierer-Vektoren der entstandenen Teilchen im ZEBRA-Format (siehe [32]) abgespeichert.

Ein weiterer Abschnitt im Monte-Carlo-Verfahren ist die Simulation der Nachweiswahrscheinlichkeit von Teilchen im Detektor. Von den Detektorkomponenten sei hier auf die JDC und das Kalorimeter eingegangen. In der **JDC** wird dabei von einer Ansprechwahrscheinlichkeit von 96% der Drähte ausgegangen. Die durch die Wechselwirkung in der JDC erzeugten Hitpositionen werden gemäß der Zeitauflösung der FADC's verschmiert. Die Simulation berücksichtigt auch Hits, die um mehr als $3\sigma$ der Auflösung von den Spurverläufen entfernt liegen, sog. Ausreißer.

Bei der Simulation von Ereignissen im **Kalorimeter** werden Energien bis zu 75 keV für Photonen und 200 keV für Elektronen mitberücksichtigt. Das Rauschen der Ausleseelektronik wird mit in das Verfahren einbezogen. Bei der Umrechnung der ADC-Kanäle in Energien werden die selben Kalibrationskonstanten verwendet wie bei gemessenen Daten. Die Konstanten werden zusätzlich gemäß der Energieauflösung von 1% verschmiert.

# Kapitel 4

# Selektion der Daten

In diesem Kapitel wird die Selektion des $K^+K^-\pi^0$ Datensatzes beschrieben. Diesem Datensatz liegen Messungen von Antiproton-Proton-Annihilationen in einem Flüssigwasserstofftarget mit einem Antiprotonimpuls von $600\frac{MeV}{c}$ zugrunde, die am *Crystal Barrel* Experiment im April/Mai 1993 durchgeführt wurden. Für die Anreicherung von Endzuständen mit zwei geladenen Teilchen wurde ein Spezialtrigger (im folgenden **Zwei-Prong Trigger** genannt) verwendet. Die Rekonstruktion der Endzustände aus den aufgenommenen Meßdaten, sowie die Selektion der $K^+K^-\pi^0$ Daten erfolgte mit dem im vorherigen Kapitel beschriebenen Methoden.

## 4.1 Trigger

An die Datenaufnahme mit dem Zwei-Prong-Trigger wurden folgende Anforderungen gestellt:

- **PWC:**
  Es wurden Ereignisse akzepiert, die in den beiden PWC's mindestens einen, höchstens jedoch zwei Cluster in den Zählkammern verursachten (zur Definition eines Clusters siehe Kapitel 2).

- **JDC:**
  Um eine hohe Anreicherung von langen Spuren zu erhalten wurde verlangt, daß in den Lagen 19 und 20 mindestens zwei, höchstens drei Hits nachzuweisen waren.

Für die im Kalorimeter gemessenen Daten gab es keine speziellen Anforderungskriterien. Die Anzahl der unter diesen Bedingungen aufgenommenen Daten betrug 2.2 Millionen.

## 4.2 Vor- und Endselektion der Daten

Die Selektion der $K^+K^-\pi^0$ Daten erfolgte in drei Arbeitsschritten. Zuerst wurden aus den Meßdaten Teilchen rekonstruiert. Dieser Prozeß wurde im vorherigen Kapitel beschrieben. Diese, auf Band aufgezeichneten Daten, wurden einer **Vorselektion** unterworfen an deren Ende ein Datensatz mit zwei geladenen und zwei neutralen Teilchen stand. Schließlich wurde daraus in der **Endselektion** ein Datensatz mit $K^+K^-\pi^0$ Daten extrahiert. Der Ablauf dieser Arbeitsprozesse ist schematisch in Abb. 4.1 dargestellt.

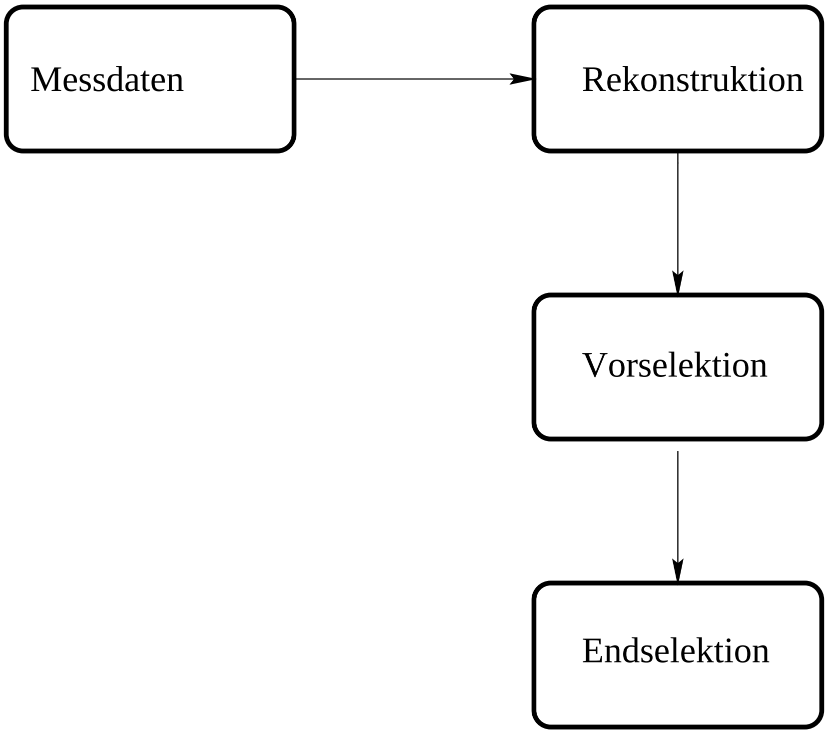


Abbildung 4.1: *Der schematische Ablauf der Datenselektion. Die Rekonstruktionsmethoden werden in Kapitel 4 behandelt.*

### 4.2.1 Vorauswahl

Der Übersicht halber werden die einzelnen Schritte der Vorselektion aufgelistet:

- **z-Vertex**
  Die Ausdehnung des Targets in Bezug auf das *Crystal-Barrel-* Koordinatensystem beträgt $\pm 2.2cm$. Folglich wurden alle Ereignisse, deren Ursprung außerhalb dieser Region lagen, verworfen. Es verbleiben 71% der Ereignisse.

- **Schnitte bzgl. Spuren geladener Teilchen**
  Die Impulsmessung geladener Spuren hängt wesentlich von der Bestimmung des Krümmungsradius der Spuren in der JDC ab. Die Impulsbestimmung wird daher besser, je genauer die Teilchenbahn bestimmt

ist. Daher wurde gefordert, daß die Spuren eine Mindestlänge von 7 Hits aufweisen. Um zu gewährleisten, daß die Spuren vom $p\overline{p}$-Vertex herrühren (und nicht etwa aus einem $K_{short} \rightarrow \pi^+\pi^-$ Zerfall) wurde verlangt, daß die Spuren in der ersten bis vierten Drahtlage beginnen.

- **Anzahl der geladenen Teilchen**
  Diese soll genau zwei betragen. Das reduziert die Datenmenge auf 47%.

- **Gesamtladung**
  Die Ladungserhaltung verlangt, daß die Summe aller Ladungen in einem $p\overline{p}$-Ereignis Null ist. 44% aller Ereignisse erfüllten diese Bedingung.

- **Schnitte bzgl. neutraler Teilchen**
  Die Minimalenergie eines Clusters mußte über 13 MeV liegen (dies schließt die meisten Split-Offs aus). Die Zahl der Split-Offs in Mehr-Ped-Clustern wurde mit dem sog. SMART-Verfahren (siehe [34]) minmiert.

  PEDs deren Richtung parallel zu geladenen Teilchen verliefen wurden von der Analyse ausgeschlossen. Dazu wurde der Winkel zwischen der Richtung der PEDs und der geladenen Spuren gebildet. PEDs wurden akzeptiert, wenn der Kosinus des Winkels kleiner 0,9 war.

  Von der Analyse wurden PED's in Kristalltyp 13 verworfen. Diese sind unmittelbar an der Strahlachse angesiedelt und haben demzufolge ein hohen Anteil an Strahlungsverlust.

- **Zahl der PED's**
  Nach den o.g. Schnitten bzgl. der PED's durften noch zwei PED's pro $p\overline{p}$-Ereignis nachgewiesen werden. Dies schränkt die Zahl der verbleibenden Ereignisse auf 8% der usrpünglichen Menge ein.

- **Gesamtimpuls**
  Trotz der oben erfolgten Schnitte gibt es noch eine gewisse Anzahl von Untergrundereignissen. Diese soll durch einen Schnitt auf den Gesamtimpuls eines Ereignisses dezimiert werden. Letzterer beträgt $600\frac{MeV}{c}$. Es wurden alle Ereignisse akzeptiert, die in einem Impulsfenster von $\pm 200\frac{MeV}{c}$ um diesen Wert lagen. Dieser Schnitt verminderte die Anzahl der Ereignisse auf 5% .

Insgesamt beträgt die Anzahl nach den oben erfolgten Selektionsschritten **112754** Ereignisse von ursprünglich 2,2 Millionen Ereignissen.

### 4.2.2 Endselektion

Um abschließend aus den vorselektierten Daten die gewünschte Menge an $K^+K^-\pi^0$ Daten zu extrahieren wurden drei weitere Selektionsschritte vorgenommen.

### Selektion der Ereignisse mit einem $\pi^0$

Die Ereignisse wurden dem $\pi^0$ Rekonstruktionsverfahren **PI0FND** (siehe [2]) unterworfen. Nur Ereignisse mit genau einem $\pi^0$ wurden nachfolgend akzeptiert. Von den **112754** Ereignissen erfüllten 46.5% diese Bedingung. Die PED's, die nicht zu einem $\pi^0$ rekonstruiert werden konnten, wurden verworfen. Dieser Schritt reduziert weiter die Zahl möglicher Split-Offs im Datensatz.

### Selektion mit der Methode der kinematischen Anpassung

Die verbleibende Menge von Ereignissen wurden mithilfe des *Crystal -Barrel*-Programmpaketes **CBKFIT** kinematisch angepaßt.

Bei der Selektion mit kinematischer Anpassung wurde in zwei Arbeitsschritten vorgegangen:

- **1. Hypothese**:
  Die erste Ereignishypothese lautete:

  $$p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\gamma\gamma.$$

  Für diese Hypothese wurde ein Schnitt im Konfidenzniveau von 3% angesetzt. Diese Selektion sollte den größten Anteil der Untergrundbeiträge beseitigen.

- **2. Hypothese**:
  Der zweite Schritt beinhaltete eine zusätzliche Randbedingung (den $\pi^0$-Zerfall) bei der Selektion mithilfe der kinematischen Anpassung.

  $$p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^0 \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma$$

  Für den Schnitt mit dem Konfidenzlevel der Ereignisse wurde ein größerer Wert von 8% gegenüber Hypothese 1 gewählt.

Die Menge der Daten nach dieser Selektion beträgt **1557** oder $7 \cdot 10^{-4}$ von allen gemessenen Zwei-Prong Daten.

### Skalierung von Meßunsicherheiten

In dem Absatz über das kinematische Anpassungsverfahren wurde erwähnt, daß die Pullverteilungen gaußförmig verteilt sein sollen. Falsche Abschätzung der Fehler führen dazu, daß Pullverteilungen in der Realität von diesem Ideal abweichen. In diesem Falle ist es notwendig, die Meßfehler entsprechend zu skalieren. Den oben erwähnten Selektionskriterien bei der kinematischen Anpassung liegen Skalierungen der Meßunsicherheiten zugrunde, die Tabelle 4.1 entnommen werden können. Die Abb. 4.2, 4.3 zeigen die Qualität der Konfidenzlevel- bzw. der Pullverteilung nach Selektion und Skalierung der Meßunsicherheiten. Darin ist eine flache Verteilung der Konfidenzniveaus für

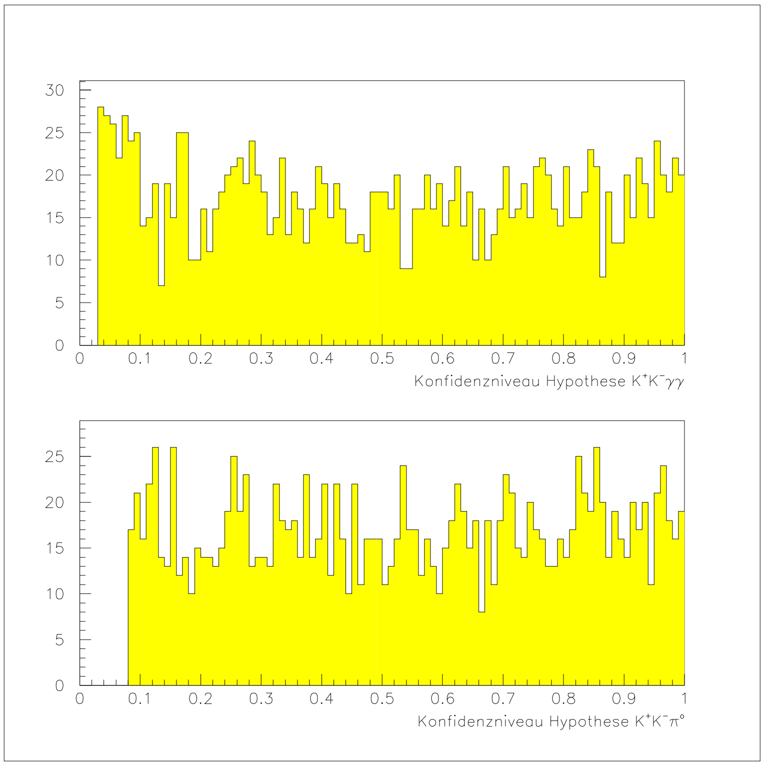


Abbildung 4.2: *Konfidenzniveau-Verteilungen der beiden Hypothese* $p\overline{p} \to K^+K^-\gamma\gamma$ *(oberes Bild) und* $p\overline{p} \to K^+K^-\pi^0$ *(unteres Bild).*

| Meßfehler | Skalierungsfaktor |
|---|---|
| $\sigma_{\sqrt{E_{PED}}}$ | 1.08 |
| $\sigma_{\Theta}$ | 1.11 |
| $\sigma_{\Phi}$ | 1.0 |
| $\sigma_{\psi}$ | 1.0 |
| $\sigma_{\tan\lambda}$ | 1.1 |
| $\sigma_{\frac{1}{p_{xy}}}$ | 1.023 |

Tabelle 4.1: *Skalierung der Meßungenauigkeiten. Oben werden die Skalierungsfaktoren für die Meßfehler der neutralen, unten die Faktoren für die Meßfehler der geladenen Teilchen aufgelistet.*

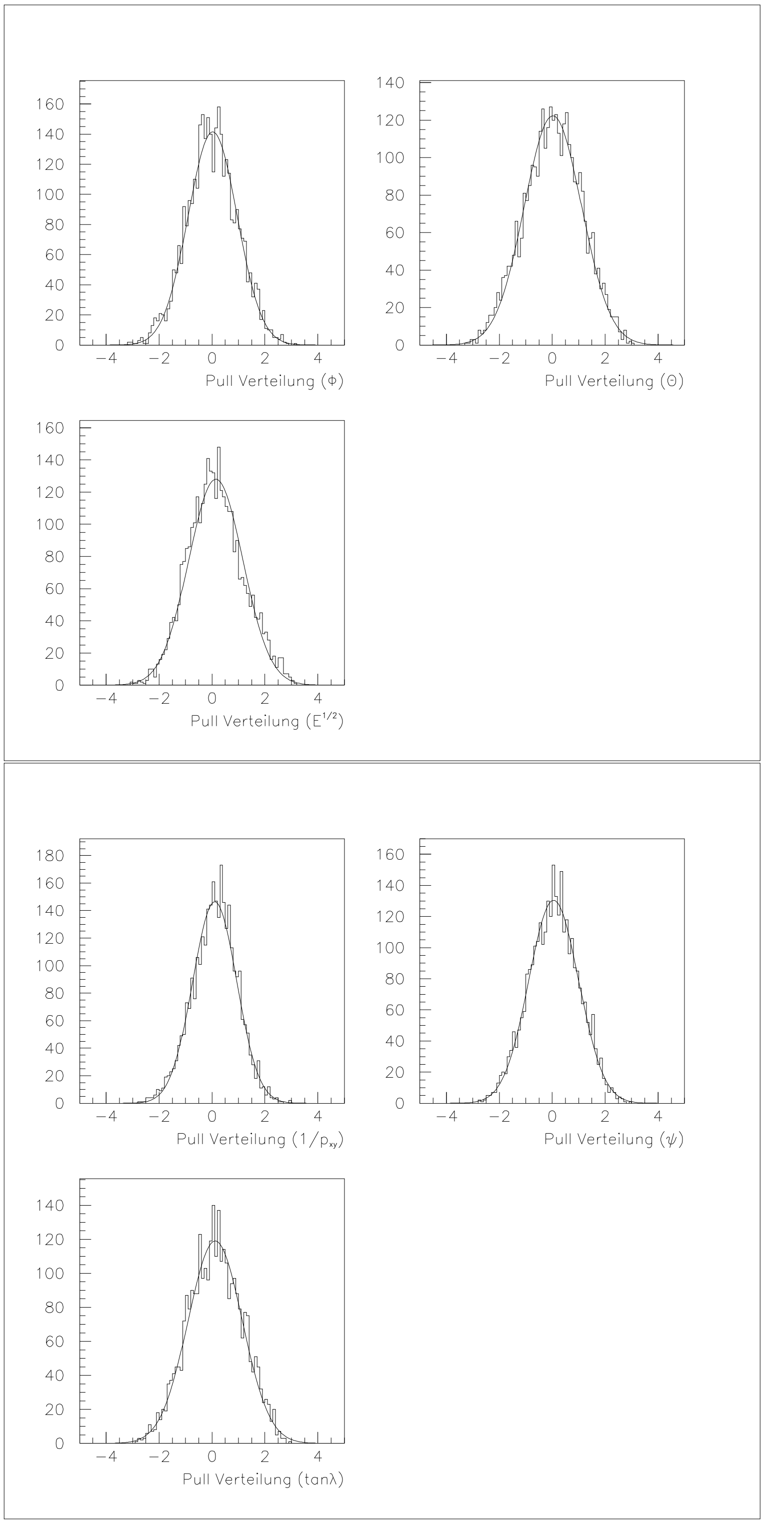


Abbildung 4.3: *In der oberen Abbildung sind die Pull-Verteilungen der Meßgrößen $\Theta, \Phi.\sqrt{E}$ neutraler Teilchen in der unteren Abbildung die Pullverteilungen der Meßgrößen der geladenen Teilchen $\frac{1}{p_{xy}}, \psi, \tan\lambda$ zu sehen. Die durchgezogenen Linien entsprechen einer Anpassung der Pull-Verteilung mit einer Gaußfunktion.*

beide Hypothesen zu erkennen. Die Pullverteilungen folgen einer Normalverteilung. Die Ergebnisse aus der Anpassung der Pullverteilungen mit einer Gaußfunktion ist der Tabelle 4.2 zu entnehmen. Zur Ermittlung dieser Werte wurden die Histogramme in Abb. 4.3 mit Gaußfunktionen angepaßt. Die daraus sich ergebenden Werte für Breite und Mittelwert für die Verteilungen wurden notiert.

| Meßfehler | Breite der Verteilung $\sigma$ | Mittelwert |
|---|---|---|
| $\sigma_{\sqrt{E_{PED}}}$ | 1,02 | 0,14 |
| $\sigma_{\Theta}$ | 1,08 | 0,03 |
| $\sigma_{\Phi}$ | 0,93 | 0,02 |
| $\sigma_{\psi}$ | 0,99 | 0,06 |
| $\sigma_{\tan\lambda}$ | 1,04 | 0,1 |
| $\sigma_{\frac{1}{p_{xy}}}$ | 0,88 | 0,06 |

Tabelle 4.2: *Es werden die Breiten und Mittelwerte der Pullverteilungen gezeigt. Die Werte wurden durch Anpassung der Verteilungen mit Gaußfunktionen ermittelt.*

## 4.3 Untergrunduntersuchungen

Als mögliche Beiträge zum Untergrund im selektierten $K^+K^-\pi^0$-Datensatz werden Reaktionen diskutiert, die fälschlicherweise als $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse erkannt werden könnten. Aufgrund des dominanten Anteils der Produktion von Pionen in der $p\overline{p}$-Annihilation ist an erster Stelle der Untergrundbeitrag aus der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ zu nennen. Als weitere Beiträge wurden folgende Reaktionen erwogen:

$$\begin{aligned} p\overline{p} &\rightarrow \pi^+\pi^-\omega \quad \omega \rightarrow \pi^0\gamma \\ p\overline{p} &\rightarrow K^+K^-\omega \quad \omega \rightarrow \pi^0\gamma \\ p\overline{p} &\rightarrow \omega\pi^0 \quad \omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Um eine Abschätzung der Beiträge zu erhalten wurden zu jedem in 4.1 genannten Reaktionstyp 50.000 Monte-Carlo-Ereignisse generiert. Zusätzlich wurden 100.000 $\pi^+\pi^-\pi^0$ und 50.000 $K^+K^-\pi^0$ Monte-Carlo-Daten erzeugt.

In einem ersten Schritt wurden die o.g. Monte-Carlo-generierten Untergrundreaktionen denselben Selektionskriterien unterworfen wie die gemessenen $K^+K^-\pi^0$- Daten.

Aus den gewonnenen Zahlen kann eine Abschätzung der Anteile der einzelnen Untergrundreaktionen gewonnen werden.

Das Ergebnis dieser Untersuchung ergab einen Anteil von $\leq 2,5\%$. Davon entfielen 2% auf die Ereignisse des Typs $p\overline{p} \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ und die restlichen auf die Reaktion 4.1. Dabei konnten keine Anteile aus der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\omega$ ermittelt werden.

Die Qualität der Daten kann zudem in einem Energie-Impuls-Diagramm visualisiert werden (Abb. 4.4). Die Masse der geladenen Teilchen wurde der

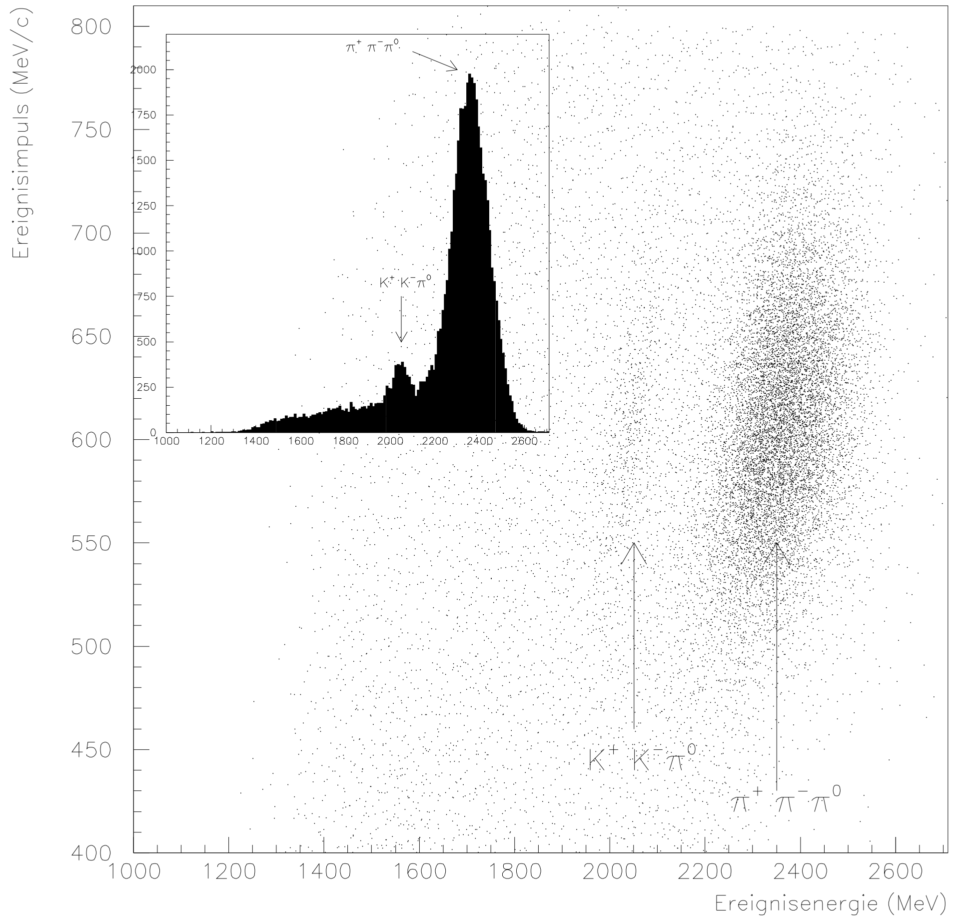


Abbildung 4.4: *Energie-Impuls Verteilung. Die Masse der geladenen Zustände entspricht der Kaonmasse von* $493,67\frac{MeV}{c^2}$*. Im linken oberen Teil ist die Projektion auf die Energieachse zu sehen. Die vollständigen* $K^+K^-\pi^0$ *bzw.* $\pi^+\pi^-\pi^0$ *Ereignisse sind durch Pfeile gekennzeichnet.*

Kaonmasse von 493,677 $\frac{MeV}{c^2}$ gleichgesetzt. Die Abbildung 4.4 zeigt die **vorselektierten** Daten. Es ist bei der erwarteten Laborenergie (2051 MeV) und dem Antiprotonimpuls von $600\frac{MeV}{c^2}$ die Anreicherung der kaonischen Ereignisse zu sehen. Diese Anreicherung ist in der zweidimensionalen Darstellung deutlich getrennt von den pionischen Ereignissen, die sich in der Abb. 4.4

rechts daneben befinden. Aus der Darstellung 4.4 geht hervor, daß Kaonen und Pionen gut separierbar sind.

Ein großer Anteil des ermittelten Untergrundes stammt aus den Reaktionen $p\overline{p} \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Der Untergrund in dieser Reaktion wird wesentlich bestimmt durch hochenergetische $\pi^\pm$. Dies wird aus folgenden Überlegungen ersichtlich:

Im Detektor können nur die Impulse der geladenen Teilchen bestimmt werden. Für die Berechnung der Energie der Teilchen muß daher eine Annahme über die Masse der Teilchen getroffen werden. Eine Trennung zwischen Kaonen und Pionen hängt nun von dem Unterschied in der Berechnung der Energie der geladenen Teilchen bei einer festgelegten Massenhypothese (Kaon oder Pion)

$$E_{K^\pm,\pi^\pm} = m^2_{K^\pm,\pi^\pm} c^4 + p_{K^\pm,\pi^\pm} c^2$$

ab. Bei wachsendem Impuls weichen die ermittelten Energien immer weniger voneinander ab. Hochenergetische geladenen Teilchen lassen sich demzufolge schwerer Kaonen oder Pionen zuordnen.

# Kapitel 5

# Der Datensatz $K^+K^-\pi^0$

In Kapitel 4 wurde die Selektion der $K^+K^-\pi^0$ Daten beschrieben. Der entstandene Datensatz soll in diesem Kapitel vorgestellt und diskutiert werden. Dabei wird als erstes kurz die Darstellung eines Drei-Teilchen-Ereignisses nach **Dalitz** geschildert. Im Anschluß daran wird dieses Verfahren zur Herstellung charakteristischer Abbildungen der $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^0$ Reaktion (Dalitzdiagramme und invariante Massenspektren) benutzt. Aus diesen Diagrammen werden erste Folgerungen gezogen.

## 5.1 Das Dalitz-Diagramm

Auf Dalitz ([29],[28]) geht ein Verfahren zurück, mit dem die kinematische Information eines Drei-Teilchen Ereignisses visualisiert werden kann.

Die Reaktionswahrscheinlichkeit eines Prozesses lautet:

$$\sigma \sim \int |M|^2 dLIPS. \tag{5.1}$$

Dabei ist $|M|^2$ das Quadrat der Übergangsmatrix für diesen Prozeß. Der lorentz-invariante Phasenraum $LIPS$ nimmt die Form

$$LIPS = \int \frac{d^3p_1}{2E_1}\frac{d^3p_2}{2E_2}\frac{d^3p_3}{2E_3}\delta^4(P - \sum_{i=1}^{3} p_i) \tag{5.2}$$

an. Bei Anwendung der Energie - Impulserhaltung reduziert sich die Anzahl der unabhängigen Variablen auf zwei: $E_1, E_2$, wobei gilt

$$LIPS = Norm \int dE_1 dE_2. \tag{5.3}$$

Die Energien $E_1, E_2$ bezeichnen dabei die Schwerpunktsenergien der Teilchen 1 und 2. In der $E_1, E_2$ Ebene ist die gesamte kinematische Information des Ereignisses enthalten. Folgt man Gl. 5.3, so erwartet man für eine reine Phasenraumverteilung eine gleichmäßige Dichteverteilung in der $E_1, E_2$ Ebene. Experimentelle Daten, die in das Diagramm eingehen, entsprechen direkt dem Quadrat eines Matrixelementes in $M$. Resonanzen sind dadurch in Form von Dichteschwankungen im Diagramm unmittelbar sichtbar. Üblicherweise wird in den Dalitzdiagrammen statt der Schwerpunktsenergien $E_1, E_2$ das Quadrat der invarianten Massen $m_{12}^2, m_{13}^2$ dargestellt. Die Massen errechnen sich aus den Impuls- und Energiewerten der Teilchen. In Abb. 5.1 sind durch Monte-Carlo-Simulation generierte $K^+K^-\pi^0$ Ereignisse im Dalitz-Diagramm dargestellt. Diese Ereignisse sind phasenraum-verteilt.

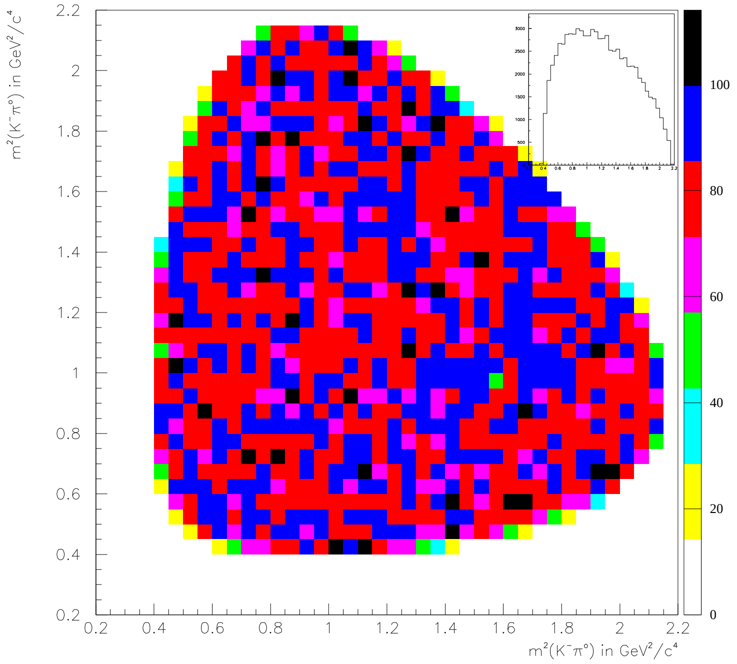


Abbildung 5.1: *Dargestellt ist das Dalitzdiagramm für einen Monte-Carlo-Datensatz mit generierten $K^+K^-\pi^0$-Ereignissen. Die Ereignisse sind phasenraum-verteilt. Dies führt zu einer gleichförmigen Dichteverteilung im Dalitz-Diagramm*

Wie in der Abb. 5.1 zu sehen ist, befinden sich physikalische Ereignisse innerhalb eines Dreiecks. Die Grenzen des Dreiecks werden durch kinematische Randbedingungen festgelegt. Wird auf der x-Achse das Quadrat der invarianten $K^+\pi^0$-Masse, auf der y-Achse dagegen das Quadrat der invarianten $K^-\pi^0$-Masse aufgetragen, so lauten die Grenzen des Dalitz-Diagrammes wie folgt:

Bezeichnet man mit $m_{K^+}, m_{K-}, m_{\pi^0}$ die Ruhemassen der drei Teilchen $K^+$, ,$K^-$,$\pi^0$ und mit $E_{tot}$ die Gesamtenergie des Ereignisses, dann liegen entlang der x-Achse die Ereignisse zwischen den Bereichen :

$$m^2_{min,K^+\pi^0} = (m_{K^+} + m_{\pi^0})^2, \quad m^2_{max,K^+\pi^0} = (E_{tot} - m_{K^-})^2$$

und die der $y$ Achse entsprechend:

$$m^2_{min,K^-\pi^0} = (m_{K^-} + m_{\pi^0})^2, \quad m^2_{max,K^-\pi^0} = (E_{tot} - m_{K^+})^2$$

Die dritte Dreiecks-Begrenzung, senkrecht zur Winkelhalbierenden zwischen x und y-Achse lautet

$$m^2_{min,K^+,K^-} = (m_{K^+} + m_{K^-})^2, \quad m^2_{max,K^+\pi^0} = (E_{tot} - m_{\pi^0})^2.$$

Für die Ereignisse im Dalitzdiagramm gilt ferner die Randbedingung:

$$m^2_{1,2} + m^2_{1,3} + m^2_{2,3} = const. = s + m^2_1 + m^2_2 + m^2_3 \tag{5.4}$$

Dabei sind $m_{i,j}$ die invarianten Massen, gebildet aus den Teilchen $i, j$ und $s$ die bekannte Mandelstam-Variable $s = E^2_{tot}$. Man kann aus dem Dalitz-Diagramm auch Aufschluß über die Winkelverteilung eines Zerfalles eines Teilchens in zwei Tochterteilchen erhalten. Der Zerfallswinkel $\theta$ der Reaktion folgt aus der Gleichung:

$$\cos\theta = \frac{2m^2_{i,j} - (m^2_{i,j,min} + m^2_{i,j,max})}{(m^2_{i,j,min} - m^2_{i,j,max})} \tag{5.5}$$

$m_{i,j,min}$ und $m_{i,j,max}$ geben die Grenzen des interessierenden Massenbereichs der Resonanz an, und $m_{i,j}$ der gemessene Wert der invarianten Masse (errechnet aus den Vierervektoren der Teilchen $i, j$).

## 5.2 Darstellung der selektierten Daten

Die mit Hilfe der im vorherigen Kapitel dargestellten Selektionsmechanismen extrahierten $K^+K^-\pi^0$ Daten werden in einem Dalitzdiagramm Abb. 5.2 vorgestellt. Im Dalitzdiagramm sind deutliche Strukturen zu erkennen. In der Abb. 5.2 sind sie durch Linien gekennzeichnet. Die interessierenden Strukturbereiche lassen sich durch die Projektion der Ereignisse im Dalitzdiagramm auf die drei möglichen Achsen verdeutlichen. Wie oben beschrieben entsprechen die drei Achsen den Quadraten der invarianten $K^+\pi^0$, $K^-\pi^0$ und $K^+K^-$-Massen. Die invarianten Massenspektren, die nun vorgestellt werden sollen, entsprechen damit den Projektionen des Dalitzdiagrammes.

### Das invariante $K^\pm\pi^0$-Massenspektrum

In der Darstellung der $K^\pm\pi^0$-Massenspektren sind die invarianten Massen der $K^-\pi^0$ und, als gestrichelte Linien in Abb. 5.3 erkennbar, die der $K^+\pi^0$-Ereignisse abgebildet. Die beiden Massenspektren zeigen einen hohen Grad von Übereinstimmung. Bei einer Masse von $890\frac{MeV}{c^2}$ ist ein deutliches Signal zu sehen. Dieses Signal entspricht dem in $K^+K^-\pi^0$-Daten erwarteten $K^{*\pm}(892)$-Meson. Im Dalitzdiagramm sind die $K^{*\pm}$-Mesonen in Form von Bändern zu sehen. Dort zeigt sich ebenfalls, daß sich die $K^*$-Bänder in einem bestimmten Bereich kreuzen. In diesem Bereich macht sich die Eigeninterferenz der $K^*$-Mesonen bemerkbar (siehe Anhang C).

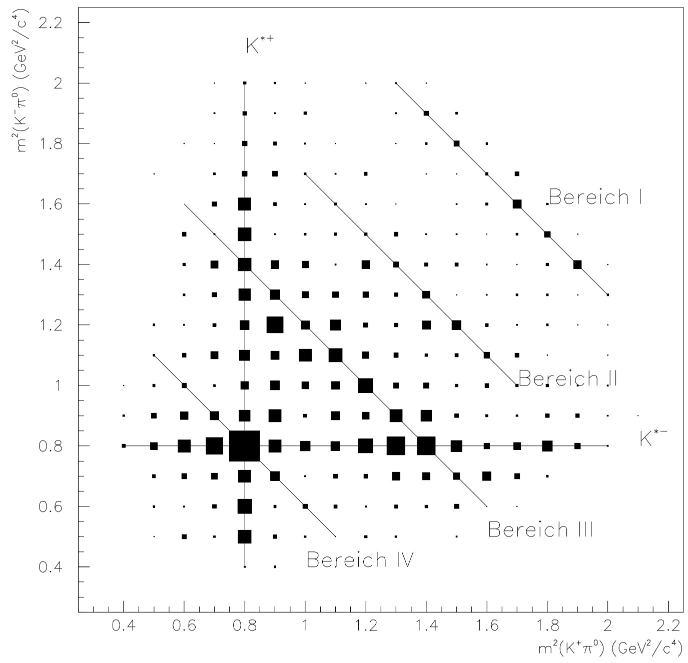


Abbildung 5.2:

*Dalitzdiagramm der quadratischen invarianten Massen von $K^+K^-, K^\pm\pi^0$. Im Diagramm sind durch Linien interessierende Strukturen gekennzeichnet. Angedeutet sind die Strukturen der $K^{+*}$- und $K^{-*}$-Mesonen. Ferner wird auf vier weitere Bereiche, in denen Strukturen beobachtet werden, hingewiesen. Diese Bereiche entsprechen den in Abb. 5.4 genannten Bereichen der invarianten $K^+K^-$-Masse.*

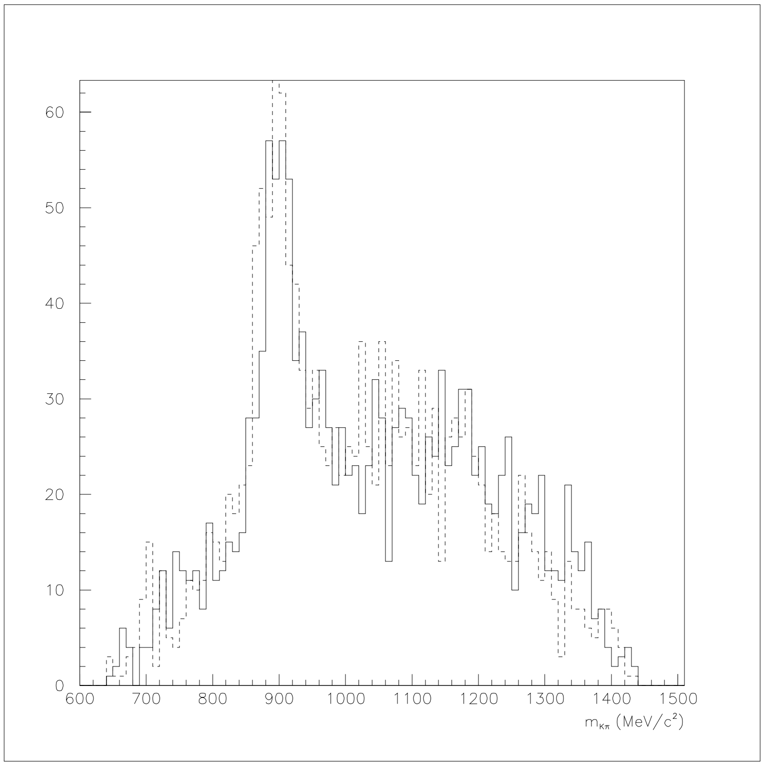


Abbildung 5.3: *Darstellung der invarianten Massenspektren von $K^-\pi^0$ (durchgezogene Linie und $K^+\pi^0$ (gestrichelte Linie) in $\frac{MeV}{c^2}$.*

### Das invariante $K^+K^-$-Massenspektrum

Sowohl im Dalitz-Diagramm als auch im $K^+K^-$ -Massenspektrum (Abb. 5.4) sind mehrere Strukturen sichtbar. Zur Übersicht wird das $K^+K^-$-Massenspektrum in vier Strukturbereiche aufgeteilt (siehe die Abb. 5.2, 5.4)
Im *Bereich I* des invarianten Massenspektrum und des Dalitzdiagramms

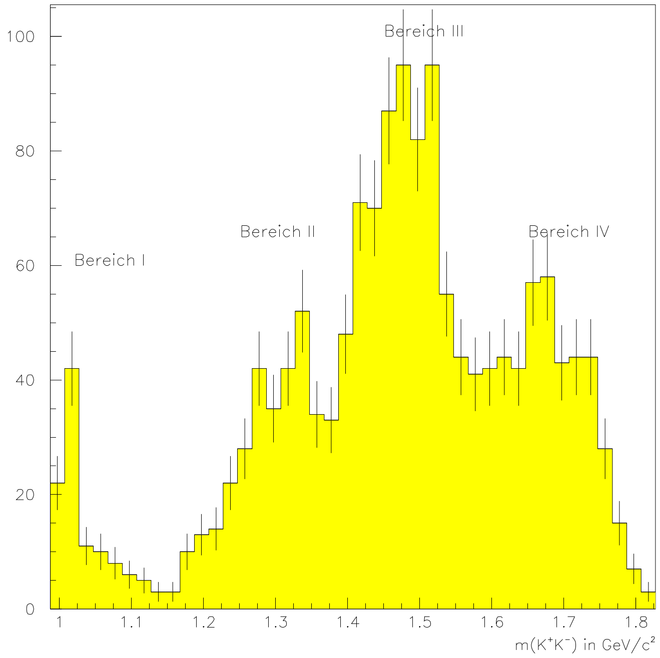


Abbildung 5.4: *Invariantes Massenspektrum von* $K^+K^-$ *des* $K^+K^-\pi^0$ *Datensatzes. Um die Strukturen im Massenspektrum herauszustellen wird das Intervall von* $1\frac{GeV}{c^2}$ *bis* $1.8\frac{GeV}{c^2}$ *in vier markierte Strukturbereiche unterteilt. Die Entsprechung dieser Bereiche im Dalitzdiagramm kann Abb. 5.2 entnommen werden.*

ist ein Signal mit einer schmalen Breite festzustellen. Dies kann dem $\Phi$-Meson zugeordnet werden. Der zweite Strukturbereich (*Bereich II*) betrifft invariante $K^+K^-$-Massen bei etwa $1300\frac{MeV}{c^2}$.

Für diese Analyse besonders relevant ist das in Abb. 5.4, 5.2 mit *Bereich III* gekennzeichnete $K^+K^-$-Massenintervall zwischen $1400\frac{MeV}{c^2}$ und $1600\frac{MeV}{c^2}$. Hier ist ein deutliches Signal sowohl im invarianten Massenspektrum, als auch im Dalitzdiagramm zu erkennen. In diesem Bereich wird auch die Resonanz $f_0(1500)$ vermutet.

*Bereich IV* im invarianten Massenspektrum bezieht sich auf Werte der invarianten $K^+K^-$-Masse ab $1600\frac{MeV}{c^2}$. Bei einem Vergleich des invarianten Massenspektrums 5.4 mit dem Dalitzdiagramm 5.2 wird beobachtet, daß dieser Bereich im Kreuzungspunkt der o.g. $K^*$-Bänder liegt. In diesem Bereich wird jedoch auch eine Resonanz mit einer Masse von etwa $1700\frac{MeV}{c^2}$ ($f_J(1700)$) vermutet.

## 5.3 Detektoreffizienzen

Sowohl der Nachweis von Teilchen im Detektor, als auch deren Rekonstruktion ist nicht bei allen Impulsen und Energien der Teilchen gleich effizient. Daraus folgt, daß phasenraumverteilte Ereignisse nicht mehr homogen im Dalitzdiagramm verteilt sind. Dies wird deutlich, wenn man das Dalitz-Diagramm Abb. 5.1 der Monte-Carlo generierten $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse mit den von der Analyse rekonstruierten Monte-Carlo $K^+K^-\pi^0$ Ereignissen vergleicht. (Abb. 5.5). Die Monte-Carlo-Daten unterliegen dabei den selben Se-

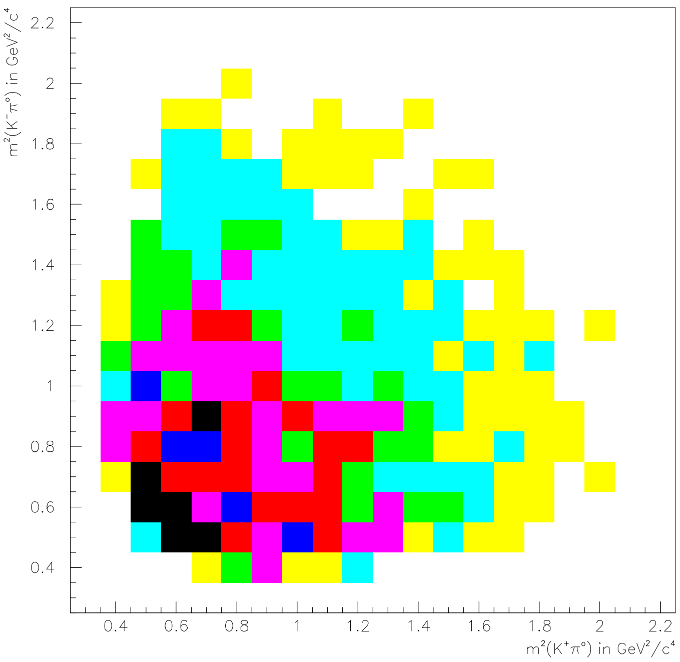


Abbildung 5.5: *Deutlich ist zu erkennen, daß die Effizienz besonders an den Rändern zum Dalitzdiagramm abnimmt. In den $K^+K^-$-Projektionen ist eine zunehmende Ineffizienz zu kleineren $K^+K^-$-invarianten Massen bemerkbar.*

lektionskriterien wie die gemessenen Daten. Im Dalitzdiagramm 5.5 sind daher implizit die Effizienzen der Rekonstruktion enthalten. Darin ist ein deutlicher Effizienzabfall zu kleinen $K^+K^-$-Massen hin erkennbar. Geladene Kaonen, die aus einem Zerfall eines Teilchens mit kleiner Masse stammen, haben einen niedrigen Impuls. Die Spuren in der Kammer haben demzufolge einen kleinen Krümmungsradius. Stark gekrümmte Spuren werden durch die

Mustererkennung jedoch teils unvollständig oder schlecht nachgewiesen. In der Selektion werden daher diese Spuren häufiger verworfen als Spuren mit geringerer Krümmung.

# Kapitel 6

# Die Partialwellenanalyse

In den Dalitzdiagrammen und den invarianten Massenspektren lassen sich, wie im vorangegangenen Kapitel gezeigt wurde, verschiedene Strukturen feststellen. Zur Ermittlung von Resonanzbeiträgen im $K^+K^-\pi^0$-Datensatz und damit zu einer Beschreibung dieser Strukturen werden die gemessenen Ereignisse einer Partialwellenanalyse unterzogen. Die theoretischen Grundlagen zu dieser Analyse werden in diesem Kapitel beschrieben. Dabei unterscheidet sich die hier angewandte Methode, der Helizitätsformalismus, zu anderen Arbeiten des *Crystal-Barrel*-Experimentes bzgl. der Analyse der $p\overline{p}$-Annihilation in Ruhe. Die Besonderheiten bei der Analyse der Proton-Antiproton-Vernichtung im Fluge sollen zuerst dargestellt werden. Anschließend wird das Isobarmodell vorgestellt. Im Rahmen dieses Modelles lassen sich die Analysen von Drei-Körper-Reaktionen auf Zwei-Körper-Probleme reduzieren.

Die Beschreibung der Partialwellenanalyse im Helizitätsformalismus bildet den Schwerpunkt dieses Kapitels.

## 6.1 Annihilation im Fluge

Im Unterschied zu der Annihilation in Ruhe, bei der Proton und Antiproton aus einem atomaren Zustand (vorwiegend aus den $S$ und $P$ -Wellen) heraus annihilieren, handelt es sich bei der Annihilation im Fluge um einen inelastischen Stoßprozeß. Aufgrund dieser Tatsache tragen andere Anfangszustände des $p\overline{p}$-Systems zur Reaktion bei (siehe auch Kapitel 1). Zur Abschätzung der beitragenden Partialwellen zur Reaktion wurden verschiedene Modellrechnungen durchgeführt (siehe dazu auch [68],[30]).

In einem semiklassischen Ansatz kann man bei einem gegebenen Stoßparameter $b$ und dem Impuls $\vec{p}$ im $p\overline{p}$ Schwerpunktsystem die entsprechenden Drehimpulse $L_{p\overline{p}}$ abschätzen:

$$\sqrt{L_{p\overline{p}}(L_{p\overline{p}}+1)} \simeq \vec{p} \times \vec{b}. \qquad (6.1)$$

In einer Arbeit von Mundigl et.al. (siehe [12],[31]) wurden in einem sog. *two-meson-doorway* Modell, unter Verwendung von Gl. 6.1 die anfänglichen Drehimpulse zwischen Proton und Antiproton hergeleitet. Die Ergebnisse dieser Modellrechnungen sind in Abb. 6.1 dargestellt. Darin ist der Wirkungsquerschnitt der Reaktion in Abhängigkeit des Bahndrehimpulses abgebildet. Die Annihilation findet statt, wenn Antiproton und Proton aus-

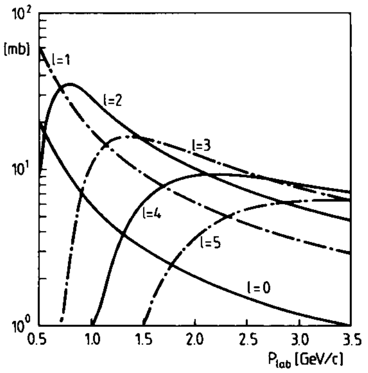


Abbildung 6.1: *Beiträge des Bahndrehimpulses $l$ in der $p\bar{p}$ Reaktion zum Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit vom Impuls (aus [12]).*

reichend überlappen. Als Wechselwirkungsradius wird $r = 0.6fm$ als Stoßparameter $b = 1.6fm$ angegeben.

### Anfangszustände der $p\bar{p}$ Annihilation im Fluge

Aus der Abb. 6.1 geht hervor, daß zur Reaktion bei einem Anfangsimpuls von $600\frac{MeV}{c}$ hauptsächlich $P$-Welle und zu starken Anteilen auch die $D$-Welle (in etwa der gleichen Größenordnung wie die $S$-Welle) beitragen. Für die Gesamtdrehimpulse $J_{p\bar{p}}$ des $p\bar{p}$-Systems wurde in der hier vorliegenden Analyse eine obere Grenze von $J_{p\bar{p}} = 2$ festgelegt. Die sich daraus ergebenden Anfangszustände sind in Tabelle 6.1 aufgelistet. Die Zustände $^3P_2/^3F_2$ und

| Gesamtdrehimpuls $J_{p\bar{p}}$ | Singulett | Triplett |
|---|---|---|
| $J = 0$ | $0^{-+}$ ($^1S_0$) | $0^{++}$ ($^3P_0$) |
| $J = 1$ | $1^{+-}$ ($^1P_1$) | $1^{++}$ ($^3P_1$) , $1^{--}$ ($^3S_1/^3D_1$) |
| $J = 2$ | $2^{-+}$ ($^1D_2$) | $2^{++}$ ($^3P_2/^3F_2$) , $2^{--}$ ($^3D_2$) |

Tabelle 6.1: *Anfangszustände aus Spinsingulett und Spintriplett des $p\bar{p}$ Systems. Die Notation der Anfangszustände ist in $J^{PC}$, die atomare Notation $^{2S+1}L_J$ in Klammern beigefügt.*

$^3S_1/^3D_1$ sind ununterscheidbar, da nur der Gesamtdrehimpuls der Reaktion ermittelt werden kann. Sie sind daher gemeinsam in Tabelle 6.1 aufgeführt. Der Anfangszustand $^3P_0$ trägt nicht zu $p\bar{p}$-Annihilationen in drei pseudoskalare Mesonen bei und wird daher im folgenden vernachlässigt.

## 6.2 Isobarenmodell

Betrachtet man die Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^0$, so geht man bei der Anwendung des Isobarenmodells (siehe [20], [21] ) zunächst davon aus, daß im Zuge der Annihilation zwei Mesonen entstehen. In einem weiteren Prozeß zerfällt eines davon in zwei Tochterpartikel. Für die Annihilation in $K^+K^-\pi^0$ entstehen dabei zwei verschiedene Reaktionstypen:

$$p\overline{p} \rightarrow X\pi^0 \Longrightarrow X \rightarrow K^+K^- \tag{6.2}$$

$$p\overline{p} \rightarrow X^{\pm}K^{\mp} \Longrightarrow X^{\pm} \rightarrow K^{\pm}\pi^0 \tag{6.3}$$

Die Drei-Körper-Reaktionen werden damit auf entsprechende Zwei-Körper - Probleme reduziert. Die Zwei-Stufen-Prozesse sollen in den Abbildungen 6.2 und 6.3 verdeutlicht werden. Dabei wird beispielhaft der Kanal $X \rightarrow K^+K^-$ betrachtet. In Abb. 6.2 entstehen aus der $p\overline{p}$ Annihilation das Isobar $X$ und ein Rückstoßmeson (hier das $\pi^0$) dargestellt im Schwerpunktssystem der $p\overline{p}$ Reaktion. Abb. 6.3 zeigt den weiteren Zerfallsprozeß des Isobars $X$ (hier in

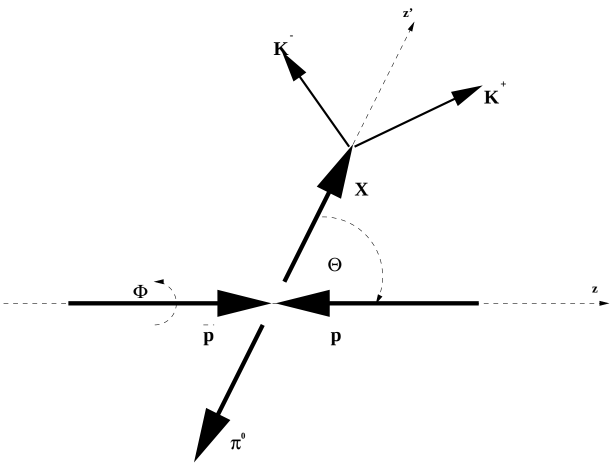


Abbildung 6.2: *Kinematischer Prozeß der $p\overline{p}$ Reaktion im Isobarmodell. Die Annihilation findet im Schwerpunkt des $p\overline{p}$-Systems statt. Die Richtung des Antiprotons ist die z-Achse.*

$K^+K^-$) in dessen Schwerpunktssystem. Hierbei sind $\Theta, \Phi$ die Produktionswinkel der Resonanz im $p\overline{p}$ Ruhesystem, wobei als positive z-Achse die Bewegungsrichtung des Antiprotons gewählt wurde. Als nächstes bestimmt man den sog. *Treiman-Yang* Winkel. Dieser ist im $p\overline{p}$ Ruhesystem als der Winkel zwischen Produktions- und Zerfallsebene des Isobars bestimmt. Nähere Einzelheiten zu den kinematischen Prozessen finden sich in Anhang B.

### 6.2.1 Mögliche Anfangszustände im Isobarenmodell

Für die o.g. Reaktionskanäle der $p\overline{p}$ Reaktion im Isobarenmodell können mithilfe der bekannten Erhaltungssätze für Gesamtdrehimpuls $J$, Ladungskonju-

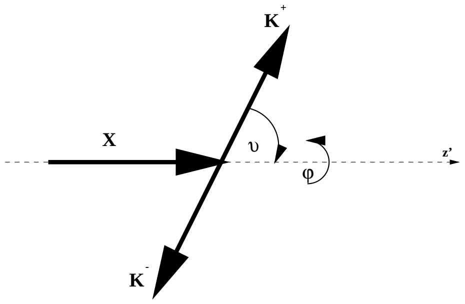


Abbildung 6.3: *Zerfall des Isobars X in seinem Schwerpunktssystem in zwei Kaonen.*

gation $C$ und Parität $P$ Auswahlregeln ermittelt werden. Diese beschränken die Anzahl der an der Reaktion teilnehmenden Resonanzen und die Anfangszustände, aus denen sie entstehen können.

**Reaktionstyp A:** $p\overline{p} \rightarrow X\pi^0 \Longrightarrow X \rightarrow K^+K^-$

Zunächst werden die Auswahlregeln für den Zerfall des Isobars in zwei Kaonen aufgestellt:
Für Parität $P_X$ und Ladungskonjugation $C_X$ des Isobars gelten folgende Auswahlregeln:

$$P_X = (-1)^{L_{K^+K^-}}$$
$$C_X = (-1)^{L_{K^+K^-}+S_{K^+K^-}} = (-1)^{L_{K^+K^-}} = P_X.$$

Letzterer Zusammenhang gilt, da $S_{K^+K^-} = 0$. Dabei ist $L_{K^+K^-}$ der Bahndrehimpuls zwischen den Kaonen. Aus diesen Regeln geht hervor, daß nur Resonanzen mit gleicher Ladungskonjugation $C$ und Parität $P$ in $K^+K^-$ zerfallen können. Die Schwerpunktsenergie der $p\overline{p}$ Reaktion von $1962MeV$ schränkt den Anteil der beitragenden Isobaren auf die Nonets der skalaren $(0^{++})$, der vektoriellen $(1^{--})$ und der tensoriellen $(2^{++})$ Mesonen ein.

Als nächstes werden Selektionskriterien für die Kopplung des $X\pi^0$ Systems an das $p\overline{p}$-System betrachtet. Dabei gilt für die Paritätserhaltung:

$$P_{p\overline{p}} = (-1)^{L_{p\overline{p}}+1} = P_X P_{\pi^0}(-1)^{L_{X\pi^0}}.$$

$L_{p\overline{p}}$ ist der Drehimpuls zwischen Antiproton und Proton, und $L_{X\pi^0}$ der Drehimpuls zwischen dem Isobar $X$ und $\pi^0$. Da die Parität des $\pi^0$ bekannt ist kann man schreiben:

$$P_{p\overline{p}} = (-1)^{L_{p\overline{p}}+1} = P_X(-1)^{L_{X\pi^0}+1}.$$

Beide Mesonen $X, \pi^0$ haben eine definierte C-Parität, woraus sich die folgende Auswahlregel ergibt:

$$C_{p\overline{p}} = C_X C_{\pi^0} = C_X.$$

Es gilt ferner die Gesamtdrehimpulserhaltung. Dabei werden die einzelnen Spins, bzw. Drehimpulse $J_X$ (Isobar), $J_{\pi^0}$ $\pi$-Meson und $L_{X\pi^0}$ (Bahndrehimpuls zwischen Isobar und $\pi^0$) nach den Regeln der Drehimpulsalgebra addiert:

$$\mathbf{J_{p\overline{p}}} = \mathbf{J_X} + \mathbf{J_{\pi^0}} + \mathbf{L_{X\pi^0}} = \mathbf{J_X} + \mathbf{L_{X\pi^0}}.$$

Tabelle 6.2 zeigt eine Übersicht aller möglichen Anfangszustände für die hier betrachteten Resonanzen $X$.

| Anfangszustand $J_{p\overline{p}}^{PC}$ | $0^{++}$ Mesonen | $2^{++}$ Mesonen | $1^{--}$ Mesonen |
|---|---|---|---|
| $0^{-+}$ | $L_{X\pi^0} = 0$ | $L_{X\pi^0} = 2$ | – |
| $1^{--}$ | – | – | $L_{X\pi^0} = 1$ |
| $1^{+-}$ | – | – | $L_{X\pi^0} = 0,2$ |
| $1^{++}$ | $L_{X\pi^0} = 1$ | $L_{X\pi^0} = 1,3$ | – |
| $2^{++}$ | – | $L_{X\pi^0} = 1,3$ | – |
| $2^{--}$ | – | – | $L_{X\pi^0} = 1,3$ |
| $2^{-+}$ | $L_{X\pi^0} = 2$ | $L_{X\pi^0} = 0,2,4$ | – |

Tabelle 6.2: *Übersicht aller möglichen $p\overline{p}$ Anfangszustände zur Erzeugung der $1^{--}, 0^{++}, 2^{++}$ Resonanzen. Es werden die dazugehörigen Drehimpulse $L_{X\pi^0}$ zwischen Isobar $X$ und $\pi^0$ aufgelistet.*

**Reaktionstyp B:** $p\overline{p} \rightarrow X^{\pm}K^{\mp} \Longrightarrow X^{\pm} \rightarrow K^{\pm}\pi^0$

Das System $X^{\pm}K^{\mp}$ kann aus jedem bislang genannten Anfangszustand entstehen. Paritätserhaltung schränkt die möglichen Drehimpulse zwischen Isobar und Rückstoßmeson ein. Übersichtshalber sind für die Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^{*\pm}(892)K^{\mp}$ die $p\overline{p}$ Anfangszustände mit den dazugehörigen Drehimpulsen zwischen Isobar und Rückstoßteilchen in Tabelle 6.3 aufgeführt.

| Anfangszustände $J_{p\overline{p}}^{PC}$ | Drehimpulse $L_{XK}$ |
|---|---|
| $0^{-+}$ | 1 |
| $1^{--}$ | 1 |
| $1^{+-}$ | 0, 2 |
| $1^{++}$ | 0, 2 |
| $2^{++}$ | 2 |
| $2^{--}$ | 1, 3 |
| $2^{-+}$ | 1, 3 |

Tabelle 6.3: *Übersicht aller möglichen $p\overline{p}$ Anfangszustände zur Erzeugung der $1^-$ Resonanzen mit den dazugehörigen Drehimpulsen zwischen $X^{\pm}$ und $K^{\mp}$.*

## 6.3 Die Spin-Paritätsanalyse mit dem Helizitätsformalismus

Allgemein ist der Zusammenhang zwischen dem differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ und dem Quadrat der Übergangsamplitude $f$ gegeben (siehe z.B. [9]) durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2. \tag{6.4}$$

Die Übergangsamplitude kann, wie im folgenden gezeigt werden soll, in einzelne Partialwellen, in diesem Verfahren Helizitätsamplituden genannt, zerlegt werden. Die Amplituden enthalten die gesamte Information der Isobarenproduktion, deren Zerfälle und der Anfangszustände des $p\overline{p}$-Systems. Die Bestimmung dieser Größen wurde im vorherigen Abschnitt diskutiert. Aufgabe der Partialwellenanalyse ist es, eine Übergangsamplitude zu finden, mit der sich die Gesamtheit der gemessenen $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse am Besten beschreiben lassen. Zu diesem Zweck werden in der Analyse bestimmte Ereignishypothesen aufgestellt. Die darin enthaltenen $p\overline{p}$-Anfangszustände und Resonanzbeiträge werden benutzt, um eine entsprechende Übergangsamplitude $f$ zu konstruieren. Die Grundlagen zur Ermittlung dieser Amplituden aus den einzelnen Partialwellen ist Gegenstand der nachfolgenden detaillierten Beschreibung.

### 6.3.1 Die Amplituden im Helizitätsformalismus

In Anhang A werden die grundsätzlichen Eigenschaften und Definitionen von Amplituden im Helizitätsformalismus gezeigt. Eine allgemeine Einführung zu diesem Thema findet sich in [22],[9]. Der Vorteil dieses Verfahrens, gerade im hier vorliegenden relativistischen Falle, ist die Tatsache, daß die Bahndrehimpulse nur Beiträge senkrecht zur Bezugsachse haben, und somit eine komplizierte Behandlung der Spin-Bahnkopplung des Prozesses entfällt. Für die Analyse wurde ein Programm benutzt (siehe [13]), das speziell für die Partialwellenanalyse im Fluge entwickelt wurde. Da das Programm ausschließlich rein neutrale Ereignisse analysierte, mußte für diese Arbeit das Programm auf den $K^+K^-\pi^0$-Reaktionstyp umgeschrieben werden. Dies betraf die Umsetzung von zusätzlichen $p\overline{p}$-Anfangszuständen $1^{--}, 1^{+-}, 2^{--}$ sowie der Hinzunahme von vektoriellen Isobaren $1^{--}, 1^{-}$.

In einzelnen Schritten soll nun die allgemeine Gesamtamplitude $f$ in diesem Formalismus entwickelt werden.

#### Anfangszustände des $p\overline{p}$ Systems

Zunächst muß die Produktion des $p\overline{p}$ Systems in die verschiedenen, möglichen Anfangszustände durch Helizitätsamplituden $H^J_{\nu_1\nu_2}$ beschrieben werden. Die Bildung des $p\overline{p}$ Systems wird dabei als ein inverser Zerfall des Systems in Proton-Antiproton behandelt.

Für die Helizitätsamplituden des Produktionsprozesses $H^J_{\nu_1\nu_2}$ gelten allgemein folgende Sachverhalte:
Die Helizitäten $\nu_1, \nu_2$ von Proton bzw. Antiproton sind $\nu_i = \pm\frac{1}{2}$, die Gesamthelizität $\nu$ des Systems ist $\nu = 0, 1$. Damit haben sämtliche Spinsingulett-Systeme $0^{-+}, 1^{+-}, 2^{-+}$ die Gesamthelizität

$$\nu = 0, \quad \nu^3 = 0,$$

wobei $\nu^3$ die 'z'-Komponente der Gesamthelizität $\nu$ ist. Letztere ist definiert als $\nu = \nu_1 - \nu_2$ der Helizitäten von Proton $\nu_1$ und Antiproton $\nu_2$ (siehe Anhang A). Bei den Spintriplettzuständen ergibt sich aufgrund der Symmetrieeigenschaften der Helizitätsamplituden eine Einschränkung für Systeme mit negativer Naturalität $N^J$ (siehe Anhang A). Dies betrifft die Zustände $1^{++}, 2^{--}$. Die Helizitätskomponente $v^3 = 0$ des Triplettzustandes lautet:

$$H^J_{-+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(H^J_{++} + H^J_{--}).$$

Für Zustände mit negativer Naturalität $N^J = -1$ gilt damit:

$$H^J_{-\nu-\nu} = -H^J_{\nu\nu}.$$

Daraus ergibt sich für die Amplitude

$$H^J_{-+} = 0.$$

Die Summe über die Anfangszustände $1^{++}, 2^{--}$ berücksichtigt hier also nur die Komponenten $\nu^3 = -1, 1$. Die Zustände $1^{--}, 2^{++}$ sind dagegen über $\nu^3 = -1, 0, 1$ zu summieren. Tabelle 6.4 faßt alle möglichen Helizitätseinstellungen für die in dieser Analyse betrachteten Anfangszustände zusammen.

| - | $J^{p\overline{p}} = 0$ | $J^{p\overline{p}} = 1$ | $J^{p\overline{p}} = 2$ |
|---|---|---|---|
| Spinsingulett $N^J = -1, \nu^3 = 0$ | $0^{-+}$ | $1^{+-}$ | $2^{-+}$ |
| Spintriplett $N^J = 1, \nu^3 = -1, 0, 1$ | - | $1^{--}$ | $2^{++}$ |
| Spintriplett $N^J = -1, \nu^3 = -1, 1$ | - | $1^{++}$ | $2^{--}$ |

Tabelle 6.4: *Anfangszustände des $p\overline{p}$ Systems in $J^{PC}$ Notation, getrennt nach Gesamtdrehimpuls $J_{p\overline{p}}$, Helizitätskomponente $\nu^3$ und Naturalität $N^J$.*

### Amplituden der Isobarenproduktion

Als nächstes wird die Produktion des Isobars $X$ mit einer Helizitätsamplitude $F^J_\lambda$ betrachtet. Wie in Anhang B beschrieben, werden die Koordinaten im Laborsystem mit einer Lorentztransformation in das Ruhesystem der Reaktion überführt. Dazu wird zunächst um die Produktionswinkel $\Theta, \Phi$ , unter denen das Isobar in der $p\overline{p}$ Annihilation entsteht, gedreht, so daß die transformierte Bezugsachse parallel zur Bewegungsrichtung des Isobars ist. Mit einer Lorentztransformation wird dann das System in das Ruhesystem des Isobars überführt. Die Rotation eines Systems mit bestimmten Drehimpuls- und Spinquantenzahlen führt zur Einführung der sog. Kreisel- oder **D-Funktionen** (siehe auch [11]). Die Helizität ist dabei definiert als die Projektion der Gesamtdrehimpulskomponenten des Isobars auf die transformierte Bezugsachse. Der Zustand lautet:

$$|\Theta\phi J\lambda\rangle = F^J_\lambda D^{J*}_{\nu\lambda}|00J\lambda\rangle.$$

Hierbei ist $\nu = \nu_1 - \nu_2$ die Gesamthelizität des $p\overline{p}$ Systems, $\lambda$ die Helizität des Isobars.

### Amplituden des Isobarenzerfalls

Zum Schluß wird der Anteil an der Gesamtamplitude aus dem Zerfall des Isobars mit Spin $j$ in zwei pseudoskalare Mesonen ermittelt. Die Produktion der beiden pseudoskalaren Mesonen im Schwerpunktsystem des Isobars findet unter den Winkeln $\theta, \phi$ statt. Der dynamische Teil des Zerfalls wird, wie in Anhang E beschrieben wird, durch die Breit-Wigner Formel E.3 parametrisiert. Der transformierte Zustand kann somit folgendermaßen beschrieben werden:

$$|\theta\phi j\lambda\rangle = f^j D^{j*}_{\lambda 0} \cdot BW(m_X)|00j\lambda\rangle.$$

Da der Gesamtspin der beiden pseudoskalaren Mesonen Null ist, trägt die Helizitätsamplitude $f^j$ des Zerfalls keine weiteren Indices und kann mit der Amplitude $F^J_\lambda$ zusammengefaßt werden.

### Die Gesamtamplitude der Reaktion

Faßt man alle Bausteine zusammen, so lautet die Amplitude $f_{\nu_1\nu_2}$ eines der vier möglichen Helizitätszustände des $p\overline{p}$ Systems:

$$f_{\nu_1\nu_2} = \sum_J H^{J*}_{\nu_1\nu_2} \sum_r BW(m_r) \sum_\lambda D^{J*}_{\nu\lambda}(\Theta,\Phi,0) D^{j*}_\lambda(\theta,\phi,0) F^j_\lambda, \tag{6.5}$$

$r$ ist dabei der Index über die Zahl der beitragenden Isobare, $J$ der Gesamtdrehimpuls des $p\overline{p}$ Systems, $j$ der Spin des Isobars $r$, $\nu$ die Helizitäten des Anfangszustandes und $\lambda$ die Helizitäten der Isobaren. Die Amplituden $H_{\nu_1\nu_2}$ beschreiben die $p\overline{p}$-Anfangszustände, die $F_\lambda$ die Isobarproduktion und dessen Zerfall, $BW$ sind die im Anhang E beschriebenen Breit-Wigner-Parametrisierungen.

Verwendet man noch den Zusammenhang zwischen Helizitätsamplituden und $LS$ Amplituden (Anhang A) so lautet die vollständige Amplitude:

$$f_{\nu_1\nu_2} = \sum_J H^{J*}_{\nu_1\nu_2} \sum_r BW(m_r) \sum_\lambda D^{J*}_{\nu\lambda}(\Theta,\Phi,0) D^{j*}_\lambda(\theta,\phi,0) \sum_l (l0s\lambda|J\lambda) G^j_l. \tag{6.6}$$

Aus den vier möglichen Spineinstellungen des $p\overline{p}$ Systems wird nun die Gesamtintensität konstruiert:

$$I = |f_{++}|^2 + |f_{--}|^2 + 2|f_{+-}^S|^2 + 2|f_{+-}^T|^2. \tag{6.7}$$

Die vier verschiedenen Spineinstellungen des $p\overline{p}$ Systems, die sich aus einem Singulett und drei Triplettzuständen ergeben, werden *inkohärent* addiert. Zu jeder einzelnen Spineinstellung können jedoch verschiedene Anfangsdrehimpulse des $p\overline{p}$ Systems und damit verschiedene Gesamtdrehimpulse beitragen. Diese müssen *kohärent* aufsummiert werden, und sind in den vier Einzelbeiträgen in Gl. 6.7 enthalten (siehe auch Tabelle 6.1 )

### 6.3.2 Isospinzerlegung

Bei der $p\overline{p}$-Annihilation in kaonische Endzustände muß in der Amplitude die Zerlegung nach Isospinzuständen berücksichtigt werden. Dies wird in Anhang C gezeigt (siehe auch [6]). Eine bedeutende Konsequenz dieser Zerlegung ist die Eigeninterferenz der $K^*$ Mesonen miteinander. Abhängig vom Isospin $I$ und der C-Parität des $p\overline{p}$ Anfangszustandes kann diese Interferenz *konstruktiv* oder *destruktiv* sein. Im Dalitzdiagramm spiegeln sich die Folgen dieser Interferenz wieder. Ist sie konstruktiv, so beobachtet man eine Anhäufung von Ereignissen im Kreuzungsbereich der $K^*$ Mesonen, ist sie dagegen destruktiv, so wird dieser Bereich entvölkert sein. Die Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^0$ läßt sowohl C-Paritäten $C = \pm 1$, als auch Isospin $I = 0, 1$ zu. Zudem tragen Zustände bis $J = 2$ zur Reaktion bei. Die Beschreibung der Interferenz besteht damit aus einer komplizierten Mischung konstruktiver und destruktiver Anteile, wobei das Mischungsverhältnis unbekannt ist. In der Analyse wird die Eigeninterferenz als konstruktiv angenommen.

### 6.3.3 Die Parameter im Helizitätsverfahren

Aus der Aufstellung der Gesamtamplituden ergeben sich eine Reihe unbekannter Parameter. Diese Parameter können in drei Blöcke gegliedert werden:

- **Die Amplituden der $p\overline{p}$-Anfangszustände**:
  Dies sind die Amplituden $H_{\nu_1\nu_2}$ des $p\overline{p}$-Systems. Als komplexe Größen liefern sie für jede mögliche Helizität des Anfangszustandes zwei Beiträge. Die Beiträge aus dem Helizitätstriplettzustand mit $\nu^3 = -1$ können anhand von Symmetrieoperationen aus Helizitätszuständen mit $\nu^3 = 1$ ermittelt werden. Damit ergeben sich für Singulett- ($\nu^3 = 0$) und Triplettzustände mit $\nu^3 = -1, 1$ zwei, für Triplettzustände mit $\nu^3 = -1, 0, 1$ vier Parameter.

- **Die Amplituden der Isobarproduktion und dessen Zerfall**:
  Dies sind die Amplituden $F_{\lambda,\nu}$ der Isobarproduktion und dessen Zerfalls. Das Isobar kann mit verschiedenen Bahndrehimpulsen produziert

werden. Zu jedem dieser Bahndrehimpulse ergeben sich für die Anpassung der komplexen Amplitude zwei Parameter. Die Werte für die möglichen Bahndrehimpulse können Tabelle 6.2 entnommen werden. Die Zerfallsamplituden sind implizit in den Produktionsamplituden enthalten.

- **Breiten und Massen**:
  Damit sind die Breiten und die Massen der in der Gesamtamplitude berücksichtigten Isobaren gemeint.

Die Ermittlung und Optimierung dieser Parameter ist Aufgabe des Anpassungsverfahrens, das im nachfolgenden Abschnitt beschrieben werden soll.

## 6.4 Das Anpassungsverfahren

Im vorherigen Abschnitt wurde eine Methode zur Aufstellung einer Übergangsamplitude $f$ beschrieben. In einer bestimmten Ereignishypothese mit einer berechneten Amplitude $f$ ergeben sich daraus eine gewisse Anzahl unbestimmter Parameter. Ein zentrales Element der Partialwellenanalyse besteht nun in der Optimierung dieser Parameter. In dem nun beschriebenen Anpassungsverfahren wird versucht die Werte der Parameter zu finden, die die Gesamtheit der gemessenen Ereignisse am Besten beschreiben.

### 6.4.1 Die Log-Likelihood-Methode

Die geringe Anzahl von Ereignissen im Dalitzdiagramm läßt eine Anpassung mit der Methode der kleinsten Quadrate nicht zu. Dazu müßten die Einträge im Diagramm in einzelne Zellen zusammengefaßt werden. Eine vernünftige Aussage mit einem $\chi^2$-Test über die Qualität der Anpassung kann aber nur bei einer genügend hohen Anzahl von Einträgen in jeder Zelle getroffen werden. Dies ließ sich bei 1557 Ereignissen nicht realisieren.

Als Alternative zu diesem Verfahren bot sich die hier verwendete Methode der Minimierung der negativen logarithmischen Wahrscheinlichkeitsfunktion (künftig **NLL** genannt) an. In dieser Methode ordnet man jedem Ereignis im Dalitzdiagramm eine Wahrscheinlichkeit $p_i$ zu, mit der es beobachtet wird. Die Gesamtwahrscheinlichkeit $W$ lautet dann:

$$W = N! \prod_{i=1}^{N} p_i \tag{6.8}$$

(N ist die Anzahl der Ereignisse). Die Einzelwahrscheinlichkeit $p_i$ des $i-ten$ Ereignisses wird definiert als das Produkt

$$p_i = C \cdot w_i \epsilon_i.$$

Dabei ist $\epsilon_i$ die Effizienz des Detektors und der Rekonstruktion für das $i-te$ Ereignis, und $w_i$ die sog. Gewichtsfunktion. Die Gewichtsfunktion wird mit dem Quadrat der Gesamtamplitude (siehe Abschnitt über Helizitätsformalismus) für das $i-te$ Ereignis identifiziert. In diese Funktion gehen die im oberen Abschnitt erwähnten Parameter zur Anpassung ein (z.B. Massen und Breiten von Resonanzen). Die Normierungskonstante $C$ entspricht der über den gesamten Phasenraum $\Omega$ integrierten Intensität,

$$C = (\int (w\epsilon) d\Omega)^{-1}.$$

Eingesetzt in Gl. 6.8 lautet die Gesamtwahrscheinlichkeit $W$:

$$W = N! \prod_{i=1}^{N} \frac{w_i \cdot \epsilon_i}{\int (w\epsilon) d\Omega}. \tag{6.9}$$

Das zunächst unbekannte Integral im Nenner wird in der Praxis approximiert durch die Summe über Monte-Carlo generierte, phasenraumverteilte Ereignisse

$$\int w\epsilon d\Omega \simeq \frac{N}{N_{MC}} \sum_{j=1}^{N_{MC}} w_i = \frac{N}{N_{MC}} \Phi. \tag{6.10}$$

Da die Rekonstruktion Monte-Carlo generierter Ereignisse den gleichen Effizienzen unterliegt, wie die der gemessenen Daten, ist die Gesamteffizienz $\epsilon$ implizit in der Summe $\Phi$ enthalten ($N_{MC}$ ist damit die Zahl der rekonstruierten Monte-Carlo-Ereignisse).

Theoretisch wird versucht (siehe auch [1]), die Gesamtwahrscheinlichkeit $W$ zu maximieren. Da die Einzelwahrscheinlichkeiten $p_i$ in der Regel jedoch kleine Werte haben, ergibt die Gesamtwahrscheinlichkeit eine numerisch von Null kaum zu unterscheidende Zahl. Daher ist es üblich, die negative logarithmische Wahrscheinlichkeitsfunktion (im Engl. Negative Logarithmic Likelihood -Function) einzuführen:

$$NLL = -\ln W.$$

Mit der Definition von $W$ (Gl. 6.9) und unter Berücksichtigung der Annäherung des Integrals durch Summation über Monte-Carlo-Ereignisse lautet die Funktion NLL:

$$NLL = -\ln N! - (\sum_{i=1}^{N} \ln w_i + \sum_{i=1}^{N} \epsilon_i) + N \ln \frac{N \cdot \Phi}{N_{MC}}. \tag{6.11}$$

Der Ausdruck $\ln N!$ wird gemäß der Stirling-Formel (siehe [10]) durch

$$N! \approx N \ln N - N$$

angenähert. Weiter geht aus der Gleichung 6.11 hervor, daß die Summe über die Einzeleffizienzen $\epsilon_i$ lediglich einen konstanten Beitrag liefern, und damit zum Optimierungsprozeß nicht beitragen (die Gesamteffizienz $\epsilon$ ist nach wie vor in der Summe $\phi$ enthalten). Mit der Näherung für $N!$ und unter Vernachlässigung der konstanten Terme, geht Gl. 6.11 über in

$$NLL = -\sum_{i=1}^{N} \ln w_i + N \ln \frac{\Phi}{N_{MC}}.$$

Um der Tatsache Genüge zu leisten, daß die Anzahl der anzupassenden Ereignisse statistischen Fehlern unterliegen wird die sog. generalisierte Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$W_{Gen} = e^{\frac{(N-\Theta)^2}{2N}} \cdot W, \quad \Theta = \frac{N}{N_{MC}}\Phi$$

aufgestellt (siehe [7],[8]). Mit dieser Funktion wird eine zusätzliche Randbedingung an die Approximation des Phasenraumes $\Phi$ aufgestellt. Die $NLL$-Funktion in dieser Formulierung lautet:

$$NLL = -\frac{N}{2}(\frac{\Phi}{N_{MC}} - 1)^2 - \sum_{i=1}^{N} \ln w_i + N \ln(\frac{\Phi}{N_{MC}}). \tag{6.12}$$

Die Konvergenz der Anpassung wird erreicht, sobald $\Phi$ auf die Anzahl der Monte-Carlo generierten Ereignisse normiert ist, d.h. $\Phi = N_{MC}$. Die Gleichung 6.12 geht dann über in:

$$NLL = -\sum_{i=1}^{n} \ln w_i.$$

Für die Beurteilung der Anpassung ist der Wert der NLL-Funktion ausschlaggebend. Eine Verbesserung der Anpassung schlägt sich dabei in einem niedrigeren Wert der Anpassungsfunktion nieder (und damit einer höheren Gesamtwahrscheinlichkeit).

Als Anpassungsverfahren wurde das CERN-Programm MINUIT [37] , speziell das MIGRAD-Verfahren, benutzt. Das Verfahren ermittelt zu Beginn der Anpassung einen Startwert der NLL-Funktion gemäß den an das Programm übergebenen Parameterwerten. Zusätzlich werden die ersten und zweiten Ableitungen numerisch bestimmt. Die NLL-Funktion wird am Startpunkt durch eine Parabel angenähert, wobei das Minimum dieser Parabel der Startwert für den nächsten Iterationsschritt darstellt. Für die Konvergenz einer Anpassung wird ein Abbruchkriterium festgelegt .

Die Ergebnisse mit diesem Anpassungsverfahren werden im nachfolgenden Kapitel beschrieben.

# Kapitel 7

# Ergebnisse der Partialwellenanalyse

Die Ergebnisse der Partialwellenmethode werden vorgestellt und diskutiert. Das Anpassungsverfahren sowie die Zerlegung der Partialwellen im Helizitätsformalismus wurden bereits in Kapitel 6 geschildert. Im ersten Abschnitt werden die einzelnen Arbeitsschritte beschrieben, die zur Durchführung der Analyse notwendig waren. Das Ergebnis mit der besten Anpassung wird anschließend vorgestellt. Die Besprechung der Ergebnisse aus der besten Anpassung schließt das Kapitel ab.

## 7.1 Beschreibung der Arbeitsschritte bei der Anpassung der $K^+K^-\pi^0$-Daten

Die Vorgehensweise bei der Anpassung der Daten erfolgte in mehreren Arbeitsschritten, die im folgenden detailliert beschrieben werden.

- Die Analyse begann mit der Aufstellung sog. Ereignishypothesen. Mit einer solchen Hypothese sollen die gemessenen Daten beschrieben werden. Eine Hypothese beinhaltet die Festlegung der $p\overline{p}$-Anfangszustände, die an der Reaktion teilnehmenden Isobaren mit deren Spin, Massen und Breiten. Ferner werden in einer Hypothese die Drehimpulse zwischen Isobar und Rückstoßmeson bei der Isobarproduktion festgelegt.

  Für eine bestimmte Anzahl von Resonanzen und $p\overline{p}$-Anfangszuständen ergab sich zum Teil ein großer anzupassender Satz von Parametern (bis 100). Die Zahl wurde durch folgende Einschränkungen reduziert:
  Die Partialwellen $1^{+-}, 2^{--}$ des $p\overline{p}$-Systems wurden in einem ersten Schritt vernachlässigt. Sie werden zur Produktion von $1^{--}, 1^{-}$ ($\Phi$, $K^*$) Resonanzen benötigt. Ferner wurde der Drehimpuls bei der Isobarproduktion für Isobare mit Massen über $1200\frac{MeV}{c^2}$ auf die Werte $L \leq 1$ und für kleinere Massen auf den Wert $L \leq 2$ eingeschränkt. Der Schritt wurde motiviert durch die Tatsache, daß die Produktion von Isobaren bei niedrigeren Drehimpulsen bevorzugt wird (Zentrifugalbarrieren-

Effekt). Speziell für Isobare mit großen Ruhemassen (und damit kleinen Impulsen in der Reaktion) erscheinen Drehimpulse größer als $L = 1$ unwahrscheinlich (siehe auch [13],[49]).

- Für alle aufgestellten Hypothesen wurden jeweils die Gesamtamplitude gemäß der im vorherigen Kapitel beschriebenen Methode des Helizitätsformalismus berechnet.

- Die Parameter eines Startsets wurden in mehreren Anpassungsstufen optimiert. Eine gleichzeitige Anpassung aller Parameter war wegen der großen Anzahl nicht möglich. In jeder Anpassungsstufe wurde nur eine Teilmenge der Parameter angepaßt. Die veränderten Parameter wurden gespeichert und in der nächsten Stufe der Anpassung verwendet, in der eine andere Untermenge der Parameter variiert wurden. Durch dieses iterative Vorgehen wurden sukzessive alle Parameter bis auf die Massen und Breiten der Isobaren angepaßt.

- Konnte keine Verbesserung der NLL-Funktion im Sinne eines kleineren Wertes für NLL durch Anpassung der Parameter einer Hypothese erreicht werden, dann wurde für eine Hypothese der Parametersatz erweitert. Dabei wurde bei den Anfangszuständen die $1^{+-}$-Partialwelle hinzugefügt [1]. Für die Bahndrehimpulse bei der Isobarproduktion wurden Werte bis $L = 2$ zugelassen. Das erweitere Set von Parametern wurde wieder, wie oben geschildert, iterativ angepaßt.

- Das Ende der Anpassung einer Hypothese wurde erreicht, sobald keine Änderung im negativen Log-Liklihood-Wert $\Delta NLL$ mehr zu erreichen war ($\Delta NLL \leq 10$). Dann wurden die bisherigen Parameter fixiert und die Massen und Breiten der Isobaren einzeln angepaßt.

### 7.1.1 Die Hypothesen für die Anpassung

Die Wahl der Hypothesen orientierte sich auf der einen Seite an den in Kapitel 5 vorgestellten Spektren und dem Dalitzdiagramm. Andererseits wurden bisherige Meßergebnisse des *Crystal-Barrel*-Experimentes verwendet. Zu letzteren zählen insbesondere die Resonanzen $a_0(1450)$,$f_0(1370)$,$f_0(1500)$ und $X_2(1640)$.

In Tabelle 7.1 sind alle in den verschiedenen Hypothesen berücksichtigen Resonanzen aufgeführt. Darin finden sich auch die Startwerte für die Massen und Breiten wieder. Für diese wurden einerseits bekannte Werte aus [5] verwendet. Ferner wurden Meßergebnisse benutzt, um einen sinnvollen Startwert zu ermitteln (aus [13] die Werte für $f_2$ und $X_2(1640)$, aus [42] die Werte für $a_0(1450)$ und aus [58] die Werte für $f_0(1370)$). Die Hinzunahme von Resonanzen in einer Hypothese wurde durch folgende Überlegungen motiviert:

[1]Die Anpassung mit der $2^{--}$-Welle konnte in keinem der Fälle eine Verbesserung erzielen

| Isobar | .Masse in $\frac{MeV}{c^2}$ | Breite in $\frac{MeV}{c^2}$ |
|---|---|---|
| $K^{*\pm}$ | 892 | 52 |
| $\Phi$ Bereich I | 1020 | 20 |
| $f_2$ Bereich II | 1260 | 179 |
| $a_2$ Bereich II | 1318 | 110 |
| $f_0(1370)$ Bereich II | 1368 | 360 |
| $a_0(1450)$ Bereich III | 1470 | 265 |
| $f_0(1500)$ Bereich III | 1480 | 101 |
| $f_2'(1525)$ Bereich III | 1525 | 75 |
| $X_2(1640)$ Bereich IV | 1640 | 169 |

Tabelle 7.1: *Aufgelistet sind die Resonanzen, die in den einzelnen Hypothesen bei der Anpassung mitberücksichtigt wurden. Für in $K^+K^-$ zerfallende Resonanzen ist der Bereich im invarianten $K^+K^-$-Massenspektrum mit angeführt (Abb. 5.4 5.2) . Die Massen und Breiten zu jeder Resonanz stellen die Startwerte in den Hypothesen dar. Diese Werte wurden erst zuletzt angepaßt.*

Für die Beschreibung der $K\pi$-Spektren wurden die $K^{*\pm}$-Mesonen verwendet. Im $K^+K^-$-Spektrum wurde nach vier Strukturbereichen unterschieden (siehe Kapitel 5 und Abb. 5.4, 5.2). In der Tabelle 7.1 sind zu den in $K^+K^-$-zerfallenden Resonanzen diese Strukturbereiche mit angeführt, die durch Hinzunahme des betreffenden Isobars beschrieben werden sollen.

Speziell für die Auswahl der in $K^+K^-$ zerfallenden Resonanzen wurden einer Hypothese solche Zustände hinzugefügt, die bekanntermaßen an den $K^+K^-$-Zerfallskanal koppeln. Zu diesen Mesonen zählen die $\Phi$,$f_2$, $a_2$, $f_2'(1525)$ ,$f_0(1370)$-Zustände. Ferner wurde überprüft, ob durch die Hinzunahme der $a_0(1450)$, $f_0(1500)$ und/oder $X_2(1640)$ Resonanzen die Daten befriedigend beschreiben werden können.

Die wichtigsten durchgeführten Hypothesen sind in Tab. 7.2 aufgelistet. Dort finden sich in Form des Wertes der NLL-Funktion die Ergebnisse der Anpassung wieder.

## 7.2 Darstellung der Ergebnisse aus den Anpassungen

Die erste in Tabelle 7.2 aufgelistete Hypothese konnte die Daten sehr unzureichend beschreiben. Eine sehr viel bessere Anpasung gelang durch Hinzunahme der Resonanzen $a_2, f_2'(1525)$ und $X_2(1640)$ (Hypothese 2, vergleiche auch mit Abb. 7.1). Vergleicht man jedoch die Spektren aus der Anpassung mit denen der experimentellen Daten, so sind noch Mängel feststellbar. Im Massenbereich zwischen $1300\frac{MeV}{c^2}$ und $1500\frac{MeV}{c^2}$ des $K^+K^-$-Spektrums sind noch deutliche Diskrepanzen zu beobachten.

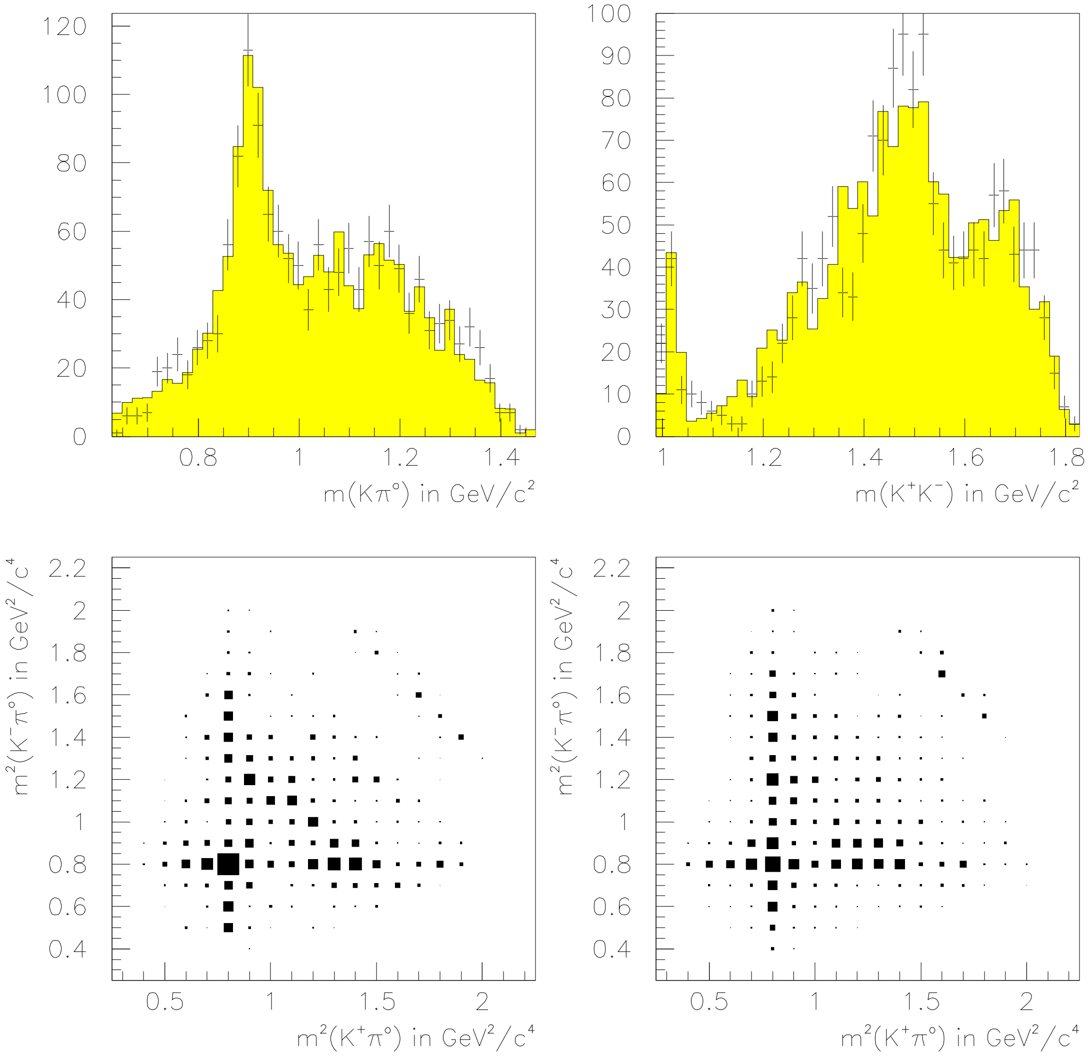


Abbildung 7.1: *Gezeigt werden die invarianten Massenspektren $K\pi^0$ (linkes oberes Bild) und $K^+K^-$ (rechtes oberes Bild) für die gemessenen Daten (mit Fehlerbalken) und den Ergebnissen aus der Anpassung (gestrichelte Linien) mit der Hypothese 2 (siehe Tabelle 7.2. Links unten findet sich das Dalitzdiagramm der gemessenen Daten, rechts daneben das der Anpassung. In den $K^+K^-$-Spektren (oben rechts) ist zu erkennen, daß im Bereich zwischen 1300$\frac{MeV}{c^2}$ und 1500$\frac{MeV}{c^2}$ die Anpassungsergebnisse die experimentellen Daten nur unbefriedigend wiedergeben.*

| Hypothese | Resonanzen in Hypothese | NLL-Wert |
|---|---|---|
| 1 | $\Phi, K^*, f_2, f_0(1500)$ | -413,83 |
| 2 | $\Phi, K^*, f_2, a_2, f_0(1500)$ $f_2'(1525), X_2(1640)$ | -642,04 |
| 3 | $\Phi, K^*, f_2, a_2, f_0(1370)$ $, f_0(1500), f_2'(1525), X_2(1640)$ | -735,94 |
| 4 | $\Phi, K^*, f_2, a_2, f_0(1370)$ $, f_0(1500), a_0(1450), f_2'(1525), X_2(1640)$ | -784,36 |

Tabelle 7.2: *Es sind die in der Analyse verwendeten Hypothesen mit den darin berücksichtigten Isobaren aufgeführt. In der rechten Spalte werden die Ergebnisse aus der Anpassung für jede Hypothese gezeigt. NLL entspricht dabei dem Wert der negativen Log-Likelihood-Funktion*

Erst durch Erweiterung der Hypothesen durch zwei zusätzliche Isobaren $a_0(1450)$ und $f_0(1370)$ konnte eine befriedigende Beschreibung der Daten erzielt werden. Diese Hypothese erreichte auch den besten Wert für die Log-Likelihood-Funktion. Die Ergebnisse sind in den Abb. 7.2 und 7.4 zu sehen. In Abb. 7.2 sind die Vergleiche der Spektren und Dalitzdiagramme aus Anpassung und Daten zu erkennen. Von Bedeutung sind auch die Betrachtungen der Winkelverteilungen in den Spektren 7.4. In Kaptitel 5 wurde auf die Berechnung des Zerfallswinkels hingewiesen. Die Verteilungen des Zerfallwinkels eines Teilchens hängen wesentlich ab von den Quantenzahlen des Teilchens $J^{PC}$ und dem Anfangszustand des $p\overline{p}$-Systems aus dem das Teilchen produziert wird. Abb. 7.3 zeigt für die Produktion und Zerfall des $f_2'(1525)$ aus der $2^{++}$ und $1^{++}$-Welle sowie des $f_0(1500)$ aus der $0^{++}$-Welle die Darstellungen im Dalitzdiagramm. Wie dort zu sehen ist, sind die Dichteverteilungen für die verschiedenen Anfangszustände und Bahndrehimpulse bei der Produktion verschieden. Für die in $K^+K^-$ zerfallenden Resonanzen wurden für den gesamten Bereich des invarianten Massenspektrums diese Winkelverteilungen erstellt (Abb. 7.4). Dabei wurde folgendermaßen vorgegangen:

Das invariante $K^+K^-$-Massenspektrum wurde in acht verschiedene Intervalle aufgeteilt. Für jedes dieser etwa $100\frac{MeV}{c^2}$ Massenintervalle kann der Winkel beim Zerfall in $K^+K^-$ ermittelt werden. Dies wurde sowohl für die gemessenen Ereignisse als auch die Ergebnisse aus der besten Anpassung unternommen. Die Vergleiche zwischen beiden sind in den Abbildungen 7.4 dargestellt.

In den Tabellen 7.3, 7.4 sind die Ergebnisse aus der Hypothese mit der besten Anpassung abzulesen. Tabelle 7.3 gibt dabei die Anteile der $p\overline{p}$-Anfangszustände wieder. In Tabelle 7.4 werden die Anteile der Resonanzen angegeben. Die darin enthaltenen Anteile wurden berechnet ohne die Interferenzen von Resonanzbeiträgen untereinander zu berücksichtigen. Die in den Tabellen angegebenen Anteile der Anfangszustände und Resonanzen ergeben sich durch Normierung auf die Gesamtintensität.

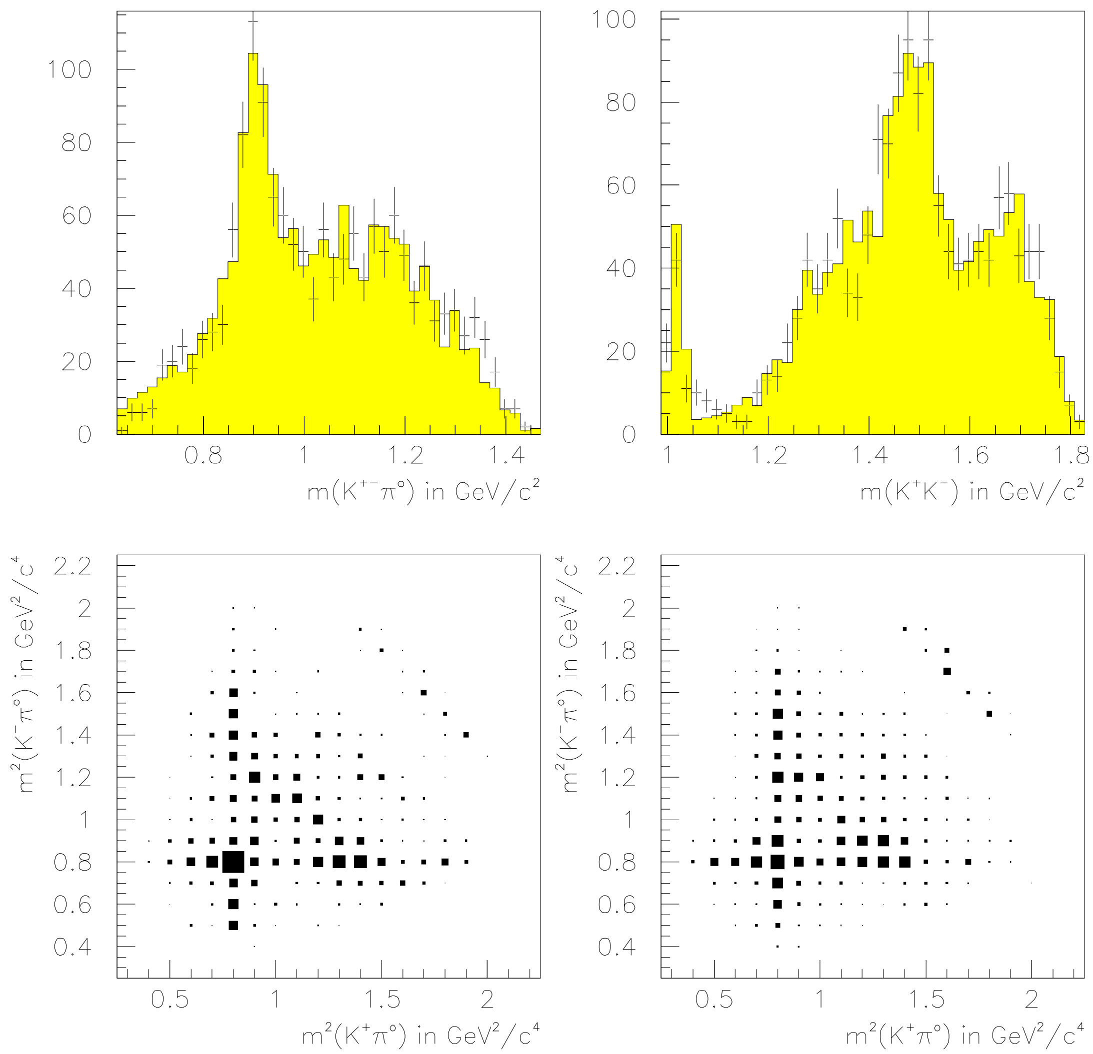


Abbildung 7.2: *Gezeigt werden die invarianten Massenspektren $K\pi^0$ (linkes Bild) und $K^+K^-$ (rechtes Bild) für die gemessenen Daten (mit Fehlerbalken) und den Ergebnissen aus der Anpassung (gestrichelte Linien) mit der besten Hypothese. Im untern Bildabschnitt sind die Dalitzdiagramme der gemessenen Daten (links) und des Anpassungsergebnisses (rechts) zu sehen.*

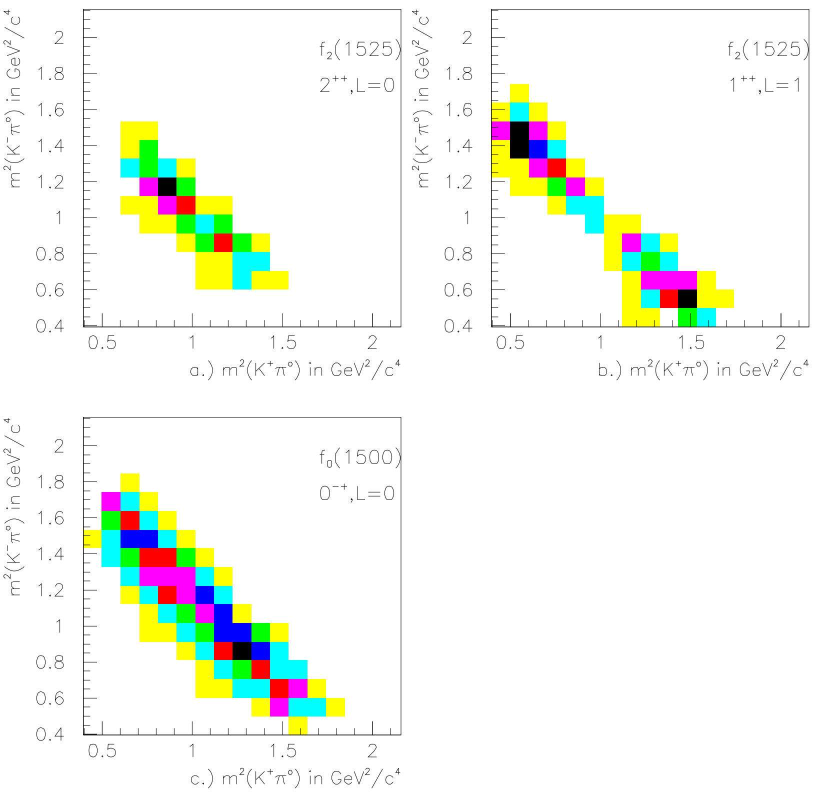


Abbildung 7.3: *In den drei Abbildungen werden die Dalitzdiagramme für die Zerfälle des $f_2'(1525)$ und $f_0(1500)$ aus verschiedenen Anfangszuständen des $p\overline{p}$-Systems gezeigt. Bild a.) zeigt die Produktion und den Zerfall des $f_2'(1525)$ aus der $2^{++}$-Welle mit Bahndrehimpuls $L = 0$, Bild b.) die Produktion des selben Teilchens aus der $1^{++}$-Welle mit $L = 1$. Bild c.) stellt das $f_0(1500)$ in der Produktion aus der $0^{-+}$-Welle mit $L = 0$ dar.*

| Anfangszustand $J^{PC}$ | $^{3S+1}L_J$ | Anteil (%) |
|---|---|---|
| $0^{-+}$ | $^1S_0$ | 13,5 |
| $1^{--}$ | $^3S_1/^3D_1$ | 22,7 |
| $2^{++}$ | $^3P_2/^3F_2$ | 33 |
| $1^{++}$ | $^3P_1$ | 14,7 |
| $2^{-+}$ | $^1D_2$ | 16,1 |

Tabelle 7.3: *Gezeigt werden die Anteile der Anfangszustände in der Reaktion für die Hypothese mit der besten Anpassung.*

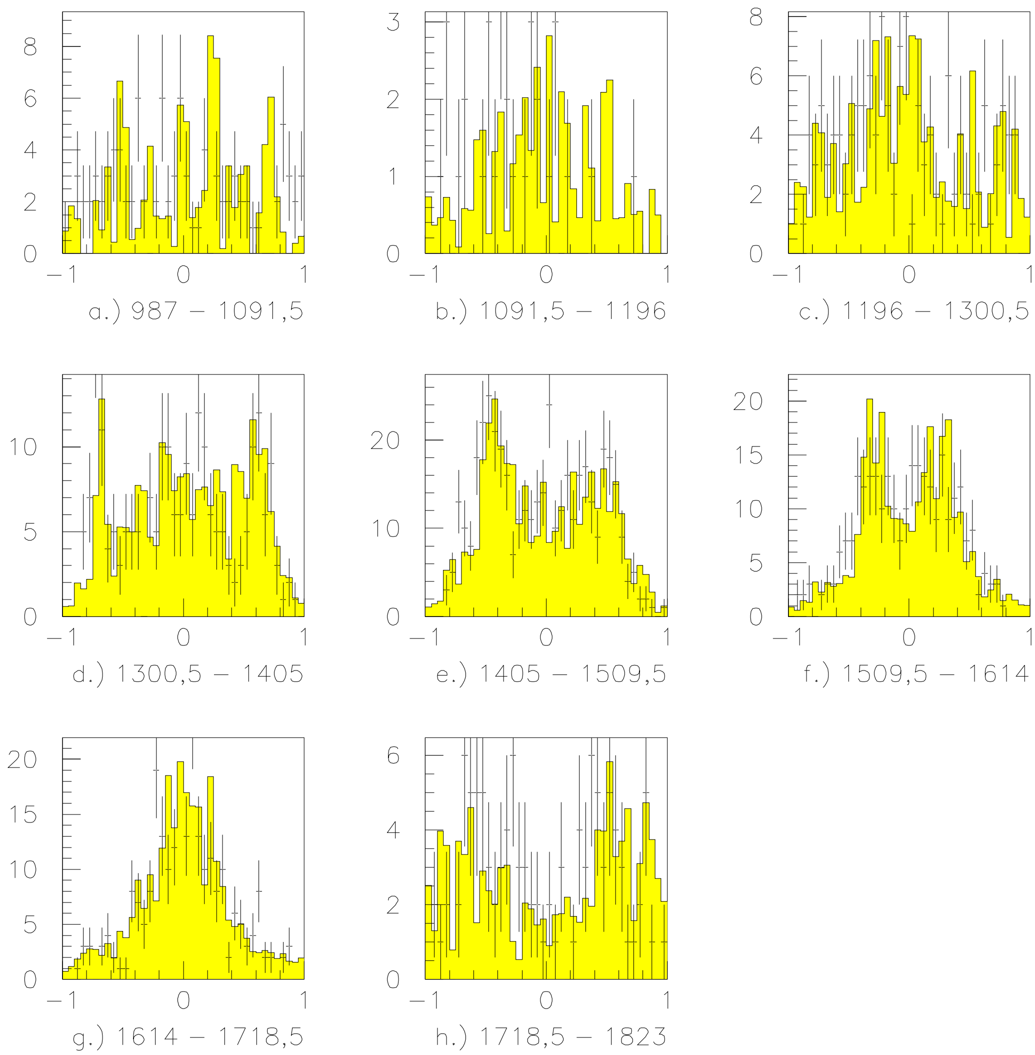


Abbildung 7.4: *Zu sehen sind für in $K^+K^-$ zerfallende Resonanzen die Verteilungen des Kosinus der Zerfallswinkel. Die Winkelverteilungen der experimentellen Daten sind mit Fehlerbalken angegeben, die der Anpassung mit der besten Hypothese sind schattiert unterlegt. Die Verteilungen wurden für acht äquidistante Massenbereiche des $K^+K^-$ Spektrums erstellt. Die Intervalle der $K^+K^-$-Massen sind jeweils unter den Bildern angegeben.*

| Resonanzname ($J^{PC}$) | Anteil (%) | Masse ($\frac{MeV}{c^2}$) | Breite ($\frac{MeV}{c^2}$) |
|---|---|---|---|
| $\Phi(1020)$ $(1^{--})$ | 3,7 | 1018,1 $\pm$ 5 | 18,84 $\pm$ 8 |
| $K^{*\pm}(892)$ $(1^{-})$ | 16,9 | 894 $\pm$ 13 | 47,6 $\pm$ 8 |
| $f_2(1260)$ $(2^{++})$ | 14,7 | 1258,7 $\pm$ 19 | 197 $\pm$ 30 |
| $a_2(1320)$ $(2^{++})$ | 3,3 | 1310,9 $\pm$ 19 | 102 $\pm$ 32 |
| $f_0(1370)$ $(0^{++})$ | 18,2 | 1370 $\pm$ 20 | 394 $\pm$ 31 |
| $a_0(1450)$ $(0^{++})$ | 17,0 | 1464 $\pm$ 27 | 252 $\pm$ 33 |
| $f_0(1500)$ $(0^{++})$ | 4,9 | 1477 $\pm$ 26 | 96 $\pm$ 20 |
| $f_2'(1525)$ $(2^{++})$ | 10,2 | 1524 $\pm$ 23 | 71 $\pm$ 20 |
| $X_2(1640)$ $(2^{++})$ | 11,1 | 1643 $\pm$ 22 | 213 $\pm$ 27 |

Tabelle 7.4: *Resonanzbeiträge in der Hypothese mit der besten Anpassung. Die Angaben sind in Prozent. In den weiteren Spalten sind die aus der Anpassung ermittelten Massen und Breiten der Resonanzen dargestellt*

Bei den Anpassungen der einzelnen Hypothesen hat sich herausgestellt, daß die Hinzunahme der $1^{+-}$ und der $2^{--}$ $p\overline{p}$-Anfangszustände keine Verbesserung in der Beschreibung der Daten erzielt.

Die Einschränkung der Bahndrehimpulse bei der Isobarproduktion mußte modifiziert werden. Speziell für Mesonen mit Massen unter $1400\frac{MeV}{c^2}$ war die Erweiterung auf Bahndrehimpulse bis $L = 2$ notwendig. Höhere Bahndrehimpulse wie $L = 3, 4$ konnten dagegen keine Verbesserung in der Beschreibung der Daten erzielen.

## 7.3 Diskussion der Ergebnisse

Die Analyse der $K^+K^-\pi^0$-Daten wurde erschwert durch die niedrige Anzahl von Ereignissen im selektierten $K^+K^-\pi^0$-Datensatz. Die damit verbundenen statistischen Unsicherheiten können nur durch eine erneute Meßreihe bei einem Antiprotonimpuls von $600\frac{MeV}{c}$ behoben werden. Eine weitere Schwierigkeit stellte der große Satz an Parametern in der Anpassung dar. Die Anpassung mußte daher für jede Hypothese in einer Vielzahl von einzelnen Iterationsschritten vorgenommen werden (s. o.). Dadurch nahm die Anpassung einer Hypothese zum Teil mehrere Wochen in Anspruch. Aus diesem Grunde konnte nur eine bestimmte Auswahl von Hypothesen getestet werden, von denen die vier wichtigsten besprochen wurden.

Dennoch stellen die Ergebnisse (siehe Abb. 7.2 und 7.4) eine befriedigende Beschreibung der experimentellen Daten durch die in der besten Hypothese angenommenen Resonanzbeiträge dar.

### Anteile der $p\overline{p}$-Anfangszustände

Die Anteile der Anfangszustände des $p\overline{p}$-Systems sind konsistent mit der Vorhersage, daß die Annihilation des Systems dominant aus der P- des Systems stattfindet. Allerdings lassen sich die genauen Anteile der einzelnen Anfangszustände nicht ermitteln, da z.B. zwischen $^3S_1$ und $^3D_1$ nicht unterschieden werden kann (siehe Kap. 6).

### Resonanzanteile an der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^0$

Das wichtigste Ergebnis der Analyse stellt die Beobachtung eines $0^{++}$-Zustandes mit einer Masse von $1477\frac{MeV}{c^2}$ und einer Breite von $96\frac{MeV}{c^2}$ dar. Der Zustand wird mit einem relativen Anteil an der Gesamtintensität von 4,9% produziert. Hinweise auf diese Resonanz wurden auch in der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ gefunden. Abb. 7.5 zeigt das Dalitzdiagramm für die Reaktion $p\overline{p} \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ bei Annihilation im Fluge (Antiprotonimpuls ist $600\frac{MeV}{c}$). Dieses Diagramm wurde im Zuge der Selektion der Zwei-Prong-Daten bei $600\frac{MeV}{c}$ Antiprotonimpuls erstellt. Rechts daneben ist das invariante $\pi^+\pi^-$-Massenspektrum zu erkennen. Deutlich ist ein Signal bei einer Masse von $1500\frac{MeV}{c^2}$ sichtbar. Die Existenz dieser Resonanz wird durch weitere Untersuchungen am *Crystal-Barrel*-Experiment unterstützt. So wurde in der Analyse der Annihilation im Fluge in $3\pi^0$ [13] eine skalare Resonanz mit Masse $1534\frac{MeV}{c^2}$ und einer Breite von $134\frac{MeV}{c^2}$ beobachtet. Die Analyse der Annihilation in Ruhe in $5\pi^0$ [59] ergab eine Masse von $1505\frac{MeV}{c}$ mit einer Breite von $150\frac{MeV}{c^2}$. Eine Untersuchung der Reaktion in $K^o\bar{K}^o\pi^0$ bei Annihilation in Ruhe [58] ergab Werte für die Masse von $1515\frac{MeV}{c^2}$ und der Breite von $101\frac{MeV}{c^2}$. Andere Experimente bestätigen eine skalare Resonanz bei $1500\frac{MeV}{c^2}$. Das GAMS-Experiment [69] weist der Resonanz eine Masse $1590\frac{MeV}{c^2}$ zu. Die Massen und Breiten der einzelnen Untersuchungen weichen zum Teil stark voneinander ab. Identifiziert man die hier beobachtete Resonanz mit dem $f_0(1500)$, dann liegt die Masse unter den bislang gefundenen Werten. Allerdings unterliegen die Werte für Breite und Masse aufgrund der niedrigen Statistik großen Fehlern. In Anbetracht dessen ist der hier beobachtete Zustand mit den o.g. Ergebnissen konsistent. Dafür spricht auch die gemessene Zerfallsbreite von $96\frac{MeV}{c^2}$.

Interessant ist ein Vergleich mit der Produktion des $f_0(1500)$ bei der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow 3\pi^0$ im Fluge bei $600\frac{MeV}{c^2}$ [13] (eine Zuordnung zum $f_0(1500)$ vorausgesetzt !). Dort wird ein relativer Anteil von 24,6% des $f_0(1500)$ an der Gesamtintensität angegeben.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß der Isospin der $K^+K^-$-Resonanzen die Werte $I = 0, 1$ annehmen kann. In $K^+K^-$ zerfallende Resonanzen können diesbezüglich nicht eindeutig identifiziert werden. Eine Zuordnung der beobachteten Resonanzen erscheint jedoch plausibel, wenn man die ermittelten Werte der Massen und Breiten mit anderen Meßergebnissen vergleicht.

Wie zu vermuten war, tragen das $\Phi$-Meson und die $K^{*\pm}$ mit einem Ge-

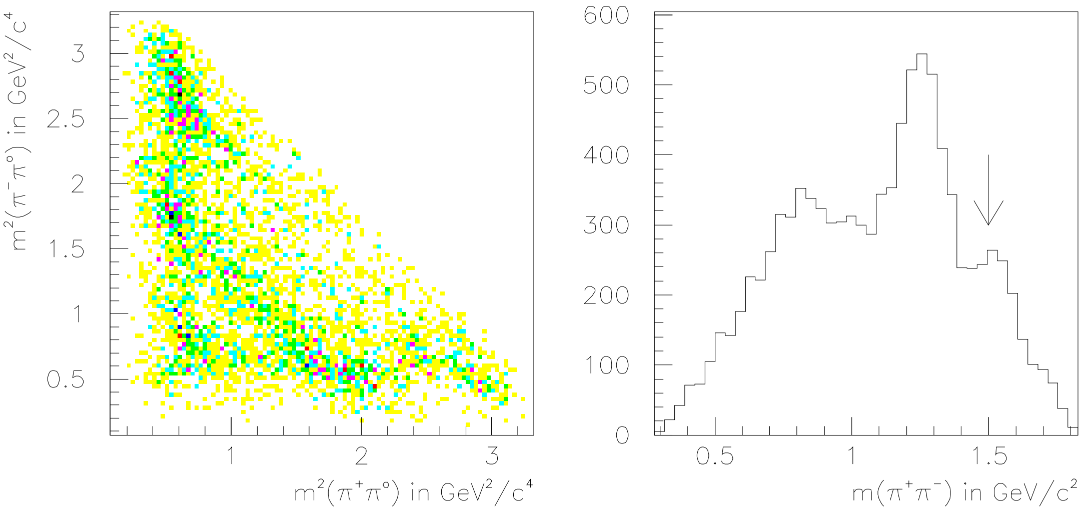


Abbildung 7.5: *In der Abbildung links ist das Dalitzdiagramm der Reaktion $p\overline{p} \to \pi^+\pi^-\pi^0$ zu sehen, in der Abbildung rechts das invariante $\pi^+\pi^-$-Massenspektrum. Die Abbildungen beziehen sich auf $p\overline{p}$-Annihilationen bei einem Antiprotonimpuls von $600\frac{MeV}{c^2}$). Das Signal bei einer Masse von $1500\frac{MeV}{c^2}$ im invarianten Massenspektrum durch einen Pfeil gekennzeichnet*

samtanteil von 19,4% stark zu der Reaktion bei. Andere, zu erwartende Anteile, entsprechen den in $K^+K^-$ zerfallenden Resonanzen $f_2, a_2$ und $f_2'(1525)$ und tragen in ihrer Gesamtheit einen Anteil von 28%. Das $f_2'(1525)$ wird mit 10,2% der Gesamtintensität produziert. Bei der Analyse der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^o \bar{K}^o \pi^0$ in Ruhe [70] wurde ein Anteil von 2,2% ermittelt. Eine stärkere Produktion des $f_2'(1525)$ bei Annihilation im Fluge mit $600 \frac{MeV}{c^2}$ ist allerdings zu erwarten. In Ruhe entstehen die Isobaren dominant aus der S-Welle des $p\overline{p}$-Systems. Eine $2^{++}$-Resonanz kann (siehe Tab. 6.2) aus dieser Welle nur mit einem Drehimpuls von $L = 2$ produziert werden, was zu einer Unterdrückung der Produktion führt. In dieser Analyse dominieren jedoch P- und D-Wellen aus denen das $f_2'(1525)$ mit Drehimpulsen von $L = 0$ (D-Welle) und $L = 1, 3$ (P-Welle) entstehen kann.

Die Anpassung konnte keine vollständige Übereinstimmung im Bereich von $1300 \frac{MeV}{c^2}$ bis $1400 \frac{MeV}{c^2}$ der invarianten $K^+K^-$-Masse erzielen. Die Werte für Massen und Breiten beobachteten Zuständ $f_0(1370)$ und $a_0(1450)$ stimmen zwar mit bisherigen Untersuchungsergebnissen überein. Aber aufgrund der ähnlichen Massen und großen Zerfallsbreiten ist eine Zuordnung schwierig. Allerdings lieferten Anpassungen in diesem Bereich mit nur einer Resonanzhypothese unbefriedigende Ergebnisse.

In Übereinstimmung mit der Analyse von [13] wurde eine $2^{++}$-Resonanz mit einer Masse von $1631 \frac{MeV}{c^2}$ und einer Breite von $213 \frac{MeV}{c^2}$ beobachtet. Allerdings wird dieses Signal von den sich kreuzenden $K^*$-Bändern stark überlagert (siehe Kapitel 5). Dies erklärt möglicherweise die Abweichung der hier bestimmten Zerfallsbreite zu der in [13] angegebenen ($\Gamma = 134 \frac{MeV}{c^2}$).

Um die Spin-Paritätsbestimmung dieser Resonanz zu erleichtern, wird vorgeschlagen, Messungen bei höheren Antiprotonimpulsen durchzuführen, da in diesem Fall die Überlagerung aufgehoben wird.

# Kapitel 8

# Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde eine Partialwellenanalyse der Antiproton-Proton-Vernichtung in $K^+K^-\pi^0$ vorgestellt. Dabei wurde diese Reaktion zum ersten Mal bei einem Antiprotonenimpuls von $600\frac{MeV}{c}$ untersucht. Von den insgesamt 2,2 Millionen gemessenen Zwei-Prong-Daten konnten 1557 $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse selektiert werden. Dabei ließen sich die Kaonen gut von den in der Annihilation dominant auftretenden Pionen separieren. Der Anteil des Untergrundes im $K^+K^-\pi^0$-Datensatz wurde auf $\leq$2,5% abgeschätzt.

Die gemessenen und kinematisch angepaßten Ereignisse wurden einer Partialwellenanalyse unterzogen. Das Verfahren griff dabei auf den sog. Helizitätsformalismus zurück. Ziel dieser Analyse war es, in dem $K^+K^-\pi^0$-Datensatz Resonanzbeiträge zu bestimmen. Dabei konzentrierte sich die Untersuchung auf in $K^+K^-$ zerfallende Zustände. Neben den zu erwartenden und bekannten Resonanzen, wie den $\Phi, K^*(892), f_2, a_2, f_2'(1525)$-Mesonen wurde ein in $K^+K^-$ zerfallender $0^{++}$-Zustand mit einer Masse von $m = 1477 \pm 26\frac{MeV}{c^2}$ und einer Breite von $\Gamma = 96 \pm 20\frac{MeV}{c^2}$ beobachtet. Der Anteil dieser Resonanz an der Reaktion wurde zu 4,9% bestimmt. Andere Messungen des *Crystal-Barrel*-Experimentes (siehe [58],[13]) konnten ebenfalls eine Resonanz mit vergleichbarer Masse und Breite in anderen Zerfallskanälen beobachten (z.B. in $\pi^0\pi^0$). Die eindeutige Interpretation dieses Zustandes ist gegenwärtig noch umstritten. In diesem Zusammenhang wird eine mögliche Verbindung mit dem in diesem Massenbereich erwarteteten $0^{++}$ Glueball diskutiert.

In der Partialwellenanalyse ergeben sich ferner Hinweise auf eine Resonanz mit einer Masse von $m = 1643 \pm 22\frac{MeV}{c^2}$ und einer Breite $\Gamma = 213 \pm 27\frac{MeV}{c^2}$. Allerdings wird dieses Signal durch die $K^*$-Eigeninterferenz überlagert. Zur besseren Bestimmung werden daher Messungen bei höheren Antiprotonimpulsen vorgeschlagen.

Die durchgeführte Analyse konnte die experimentellen Daten befriedigend beschreiben. Die Ereigniszahl im untersuchten Datensatz war allerdings gering. Um die damit verbundenen statistischen Unsicherheiten zu minimieren, müssen weitere Daten bei diesem Antiprotonimpuls aufgenommen werden. Dieses Vorhaben wird voraussichtlich Ende 1996 realisiert werden.

# Anhang A

# Helizitätsformalismus

Dieser Abschnitt behandelt einige grundsätzliche Eigenschaften für die Behandlung von relativistischen Prozessen im Helizitätsformalismus. Nähere Einzelheiten finden sich in [9],[22].

## A.1 Definition der Helizität

Die Helizität $\lambda$ und dessen Komponente $\lambda^3$ eines Teilchens mit Spin $s, s_z$, Drehimpuls $l$, Impuls $p$ und Gesamtspin $J$ ist **definiert** als die Spinkomponente entlang der Impulsrichtung dieses Teilchens:

$$\lambda^3 \equiv \pm\frac{\vec{s}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|}.$$

Die Anzahl der möglichen Einstellungen der $s_z$ Komponenten eines Teilchens mit Spin $s$ beträgt $2s+1$, die Werte sind $s_z = -|s|, -|s-1|, \cdots |s-1|, |s|$. Analog dazu nimmt die $\lambda^3$ Komponente gemäß obiger Gl. die Werte $\lambda^3 = -|\lambda|, |\lambda-1|, \cdots |\lambda-1|, |\lambda|$ an.

Die Helizität spiegelt sogar den Gesamtspin wieder und man kann schreiben:

$$\lambda \equiv \pm\frac{\vec{s}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|} = \pm\frac{\vec{j}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|}.$$

Dies folgt unmittelbar aus der Tatsache, daß der Bahndrehimpuls nur Komponenten senkrecht zur Bewegungsrichtung des Teilchens (also zur Richtung $\vec{p}$) hat, und somit das Skalar-Produkt $\vec{l}\cdot\vec{p}$ Null wird.

Betrachtet man den Zerfall eines Teilchens in zwei Tochterteilchen in dessen Ruhesystem, so gilt für die Impulse $\mathbf{p_1}, \mathbf{p_2}$ der beiden Teilchen:

$$\vec{p_1} = -\vec{p_2}.$$

Mit der obigen Definition für die Helizität ergibt sich für die Gesamthelizität des Prozesses:

$$\lambda = \lambda_1 - \lambda_2.$$

## A.2 Symmetrieoperationen mit Helizitätsamplituden

In [22] wird gezeigt, daß sich bei Paritätserhaltung einer Reaktion folgende Symmetrieregel der Helizitätsamplitude $H^J_{\nu_1\nu_2}$ ergibt:

$$H^J_{-\nu_1-\nu_2} = P_1(-1)^{s_1}P_2(-1)^{s_2}P(-1)^J H^J_{\nu_1\nu_2}. \tag{A.1}$$

Hier sind $P_{1,2}$ die Eigenparitäten der beiden Teilchen und $P$ die Eigenparität des Mutterteilchens (Ausgangszustand).

### A.2.1 Symmetrie der Helizitätsamplituden des $p\overline{p}$ Anfangszustandes

Für ein Fermion-Antifermion-Paar gilt $P_p \cdot P_{\overline{p}} = -1$. Die Symmetrieregel für die Helizitätsamplitude vereinfacht sich zu

$$H^J_{-\nu_1-\nu_2} = P_{p\overline{p}}(-1)^J H^J_{\nu_1\nu_2}. \tag{A.2}$$

Den Faktor $P_{p\overline{p}}(-1)^J = N^J$ bezeichnet man auch als **Naturalität** der Reaktion.

### A.2.2 Symmetrie der Helizitätsamplituden des Isobarzerfalles

Da sowohl Spin als auch Parität der Tochterteilchen bekannt sind (beides sind pseudoskalare Mesonen) vereinfacht sich die Symmetrieregel zu

$$H^J_{-\nu} = P_X(-1)^{J+1}H^J_{\nu}.$$

Die Parität des Isobars ist $P_X$, $J$ sein Spin und $\nu$ seine Helizität.

## A.3 Übergang zur $L \cdot S$ Drehimpulskopplung

Zwischen den Helizitätsamplituden $H^J_{\nu\nu}$ und den Amplituden $K_{LS}$ der gebräuchlichen $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ Spin-Bahnkopplung besteht folgender Zusammenhang:

$$H^J_{\nu_1\nu_2} = \sum_{l,s}\sqrt{\frac{2l+1}{2J+1}}(l0s\nu|J\nu)(s_1\nu_1 s_2 - \nu_2|s\nu)K^J_{LS}. \tag{A.3}$$

Die Ausdrücke in den Klammern entsprechen den bekannten *Clebsch-Gordon* Koeffizienten, die sich aus der Kopplung zweier Teilchen mit Spin $s_i, i = 1,2$ und Bahndrehimpuls $l$ ergeben. $\nu$ ist dabei die Gesamthelizität mit $\nu = \nu_1 - \nu_2$. Für den Zerfall eines Isobars in zwei pseudoskalare Mesonen wird der Clebsch-Gordon Koeffizient für $(s_1\lambda_1 s_2 - \lambda_2|S\lambda) = 1$ und die Beziehung der Zerfallshelizitätsamplitude $F_\lambda^J$ mit ihrem entsprechenden $LS$ Partner $G_l^J$ lautet:

$$F_\lambda^J = \sum_l \sqrt{\frac{2l+1}{2J+1}} (l0s\lambda|J\lambda) G_l^J. \tag{A.4}$$

Die Summe der Spins der beiden pseudoskalaren verschwindet und geht daher in die Indices nicht mehr ein.

# Anhang B

# Kinematische Betrachtungen

Hier werden die für die vorliegende Analysen notwendigen kinematischen Begriffe und Zusammenhänge aufgezeigt.

### Lorentztransformation des $p\overline{p}$-Systems

Zunächst wird die $p\overline{p}$ Reaktion im Laborsystem gemessen. Legt man in die Achse der Antiprotonen die Bezugsachse $z$ des Koordinatensystems, so transformiert sich der Viererimpuls mittels einer homogenen Lorentztransformation $L_z$ entlang dieser Achse gemäß:

$$p'^{\nu} = L_z p^{\nu} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \cdot p^{\nu}.$$

Die Faktoren $\beta$ und $\gamma$ sind die bekannten relativistischen Größen:

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Für sie gelten auch folgende Zusammenhänge:

$$\beta = \frac{|\mathbf{p}|}{E}, \quad \gamma = \frac{E}{E_{c.m.}}, \quad \beta\gamma = \frac{|\mathbf{p}|}{E_{c.m.}}.$$

$E, E_{c.m.}$ sind dabei die Energie der $p\overline{p}$ Reaktion im Labor- bzw. im $p\overline{p}$ Schwerpunktsystem. Die Werte lauten $E = 2051.482 MeV$ und $E_{c.m.} = 1961.78 MeV$. Damit nehmen die relativistischen Faktoren folgende Werte an:

$$\beta = 0.276, \quad \gamma = 1.046, \quad \beta\gamma = 0.289 \quad .$$

### Lorentztransformation des Isobarsystems

Die $p\overline{p}$ Reaktion in drei pseudoskalare Mesonen

$$p^{(1)} + p^{(2)} = p^{(3)} + p^{(4)} + p^{(5)}$$

($p^\nu, \nu = (1) \cdots (5)$ sind die Vierervektoren des Antiprotons und Protons auf der einen, und der drei pseudoskalaren auf der anderen Seite) wird auf eine Zweikörper Reaktion reduziert

$$p^{(1)} + p^{(2)} = p^{(c)} + p^{(5)}$$

durch Einführung von

$$p^{(c)} = p^{(3)} + p^{(4)}. \tag{B.1}$$

Der Viererimpuls $p^{(c)}$ beschreibt dabei das sog. Isobar. Von besonderem Interesse sind die Winkel $\Theta, \Phi$ der Isobarenproduktion, sowie die Winkel $\theta, \phi$ des Isobarenzerfalls.

- **Produktionswinkel**
  Im $p\overline{p}$ Schweresystem habe das Antiproton den Impuls $\mathbf{p}_{\vec{(1)}}$ und das Isobar den Impuls $\mathbf{p}_{\vec{(c)}}$. Der Zerfallswinkel $\cos(\Theta)$ lautet damit:

$$\cos(\Theta) = \frac{\mathbf{p}_{\vec{(1)}} \cdot \mathbf{p}_{\vec{(c)}}}{|p_{\vec{(1)}}| \cdot |p_{\vec{(c)}}|}.$$

  Setzt man für $p_{(c)}$ den Ausdruck B.1 ein und berücksichtigt man, daß der Antiprotonimpuls keine Beiträge in $x, y$ Richtung liefert, so lautet der Ausdruck:

$$\cos(\Theta) = \frac{p_z^{(3)} + p_z^{(4)}}{|p^{(3)} + p^{(4)}|}.$$

  Für $\Phi$ gibt es (siehe Graphik () ) nur Beiträge senkrecht zur $z$-Achse und die Werte lauten

$$\sin(\Phi) = \frac{p_y^{(3)} + p_y^{(4)}}{\sqrt{(p_x^{(3)} + p_x^{(4)})^2 + (p_y^{(3)} + p_y^{(4)})^2}},$$
$$\cos(\Phi) = \frac{p_x^{(3)} + p_x^{(4)}}{\sqrt{(p_x^{(3)} + p_x^{(4)})^2 + (p_y^{(3)} + p_y^{(4)})^2}}. \tag{B.2}$$

- **Zerfallswinkel**// Der Zerfall des Isobars wird in dessen Ruhesystem behandelt. Dazu wird um die vorher bestimmten Produktionswinkel so gedreht, daß die transformierte $z$-Achse des Systems parallel zur Bewegungsrichtung des Isobars ist. Für die neuen Koordinatenachsen gilt :

$$\bar{e}_z \propto p^{(c)}, \quad \bar{e}_y \propto p^{(1)} \times p^{(c)}, \quad \bar{e}_x \propto x \times z.$$

  Die Impulsvektoren der Isobar Zerfallsprodukte werden durch folgende Rotation transformiert:

$$\mathbf{p}'^{(3,4)} = \begin{pmatrix} \cos\Theta\cos\Phi & \cos\Theta\cos\Phi & -\sin\Theta \\ -\sin\Phi & \cos\Phi & 0 \\ \sin\Theta\cos\Phi & \sin\Theta\sin\Phi & \cos\Theta \end{pmatrix} \cdot \mathbf{p}^{(3,4)}.$$

Anschließend wird das System mit einer homogenen Lorentztransformation (s.o.) in dessen Schwerpunktsystem überführt. Danach werden die Zerfallswinkel analog zu den oben vorgestellten Rechnungen zur Bestimmung der Produktionswinkel ermittelt.

# Anhang C

# Zerlegung nach Isospin

Die $K^{*\pm}$ Resonanzen lassen sich als Superposition folgernder Zustände darstellen (für eine nähere Darstellung siehe auch ([6]):

$$|K^{*+}\rangle = \alpha|K^+\pi^0\rangle + \beta|K^0\pi^+\rangle, \tag{C.1}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{3}}, \beta = -\sqrt{\frac{2}{3}}, \tag{C.2}$$

$$|K^{*-}\rangle = \alpha|K^-\pi^0\rangle + \beta|K^0\pi^-\rangle, \tag{C.3}$$

$$\alpha = -\sqrt{\frac{1}{3}}, \beta = \sqrt{\frac{2}{3}}. \tag{C.4}$$

Analoge Gleichungen lassen sich für die neutralen $K^*$ Mesonen aufstellen.

Mit einer definierten C-Parität des $p\bar{p}$-Systems werden für dessen Isospin $I_{p\bar{p}} = 0, 1$ die folgenden zwei Eigenzustände $\Phi_{I_{p\bar{p}}=0,\frac{1}{2}}$ und $\Phi_{I_{p\bar{p}}=1,\frac{1}{2}}$ gebildet (der erste Index bezeichnet den Isospin des $p\bar{p}$-Systems, der zweite den Isospin des $K^*$):

$$\begin{aligned}
\Phi^C_{0,\frac{1}{2}} &= |K^*\bar{K}\rangle + C|\bar{K}^*K\rangle \\
&= \sqrt{\frac{1}{6}}\{|K^+\pi^0K^-\rangle + |K^0\pi^0\bar{K}^0\rangle - \sqrt{2}(|K^0\pi^+K^-\rangle + |K^+\pi^-\bar{K}^0\rangle) \\
&\quad +C[|K^-\pi^0K^+\rangle + |\bar{K}^0\pi^0K^0\rangle - \sqrt{2}(|\bar{K}^0\pi^-K^+\rangle \\
&+ |K^-\pi^+K^0\rangle)]\}
\end{aligned} \tag{C.5}$$

und

$$\begin{aligned}
\Phi^C_{1,\frac{1}{2}} &= |K^*\bar{K}\rangle + C|\bar{K}^*K\rangle \\
&= \sqrt{\frac{1}{6}}\{|K^+\pi^0K^-\rangle - |K^0\pi^0\bar{K}^0\rangle - \sqrt{2}(|K^0\pi^+K^-\rangle - |K^+\pi^-\bar{K}^0\rangle) \\
&+ C[-|K^-\pi^0K^+\rangle + |\bar{K}^0\pi^0K^0\rangle - \sqrt{2}(-|\bar{K}^0\pi^-K^+\rangle \\
&+ |K^-\pi^+K^0\rangle)]\}.
\end{aligned} \tag{C.6}$$

Wie man in den Gleichungen C.5, C.6 sieht, addieren sich bei positiven Vorzeichen von C die Terme (konstruktive Interferenz) und subtrahieren sich bei negativem Vorzeichen (destruktive Interferenz).

# Anhang D

# Blatt-Weisskopf Faktoren

Diese Faktoren wurden eingeführt, um dem Effekt der Zentrifugalbarriere Rechnung zu tragen (siehe auch [23],[24]). Durch die Barriere werden Reaktionen mit niedrigen Drehimpulsen zwischen den Reaktionspartnern begünstigt. Diese Faktoren wurde zunächst (von [23] ) für die Beschreibung der 'Verdampfung' von Nukleonen aus Kernen entwickelt.

Es werden die Blatt-Weisskopf Faktoren bis zu einem Drehimpuls von $l = 4$ aufgelistet ( dies ist der max. mögliche Drehimpuls in der hier betrachteten Analyse ).

$$\begin{aligned}
B_0(q) &= 1 \\
B_1(q) &= \sqrt{\frac{2z}{1+z}} \\
B_2(q) &= \sqrt{\frac{13z^2}{(z-3)^2+9z}} \\
B_3(q) &= \sqrt{\frac{277z^3}{z(z-15)^2+9(2z-5)^2}} \\
B_4(q) &= \sqrt{\frac{12746z^4}{(z^2-45z+105)^2+25z(2z-21)^2}}.
\end{aligned} \tag{D.1}$$

Der Parameter $z$ ist hierbei $q \cdot r$ mit $q$, dem entsprechenden Impuls der Reaktion in dessen Schwerpunktsystem, und $r$, dem Wechselwirkungsradius der Reaktion. Dieser wird in Impulseinheiten umgerechnet. So ist bei $r = 1fm$ der entsprechende Impulswert $1fm \equiv \frac{1}{197.33MeV/c}$. Die Faktoren werden so gewählt, daß bei einem Wert von $z = 1$ die Blatt-Weisskopf Faktoren $B_L = 1$ werden (für alle $L$). Als Wechselwirkungsradius wird in verschiedenen Arbeiten ein Wert bis zu $\leq 1fm$ angenommen.

# Anhang E

# Breit-Wigner Parametrisierung

Es gilt bei der Berechnung der Amplituden einer bestimmten Reaktion die Dynamik dieser Reaktion zu parametrisieren. Für diese Parametrisierung wird häufig die Breit-Wigner Form gewählt, die das Verhalten von Wellen in Resonanz beschreibt. Der dynamische Teil einer gestreuten Welle aus der Streutheorie lautet:

$$e^{\imath\delta_l(k)} \sin \delta_l(k). \tag{E.1}$$

Dabei ist $\delta_l(k)$ die von der Wellenzahl $k$ abhängige Streuphase. Dieser Teil wird mithilfe der folgenden Gleichung parametrisiert:

$$e^{\imath\delta_l(k)} \sin \delta_l(k) \simeq \frac{m_c\Gamma_c}{m_c^2 - m^2 - \imath m_c\Gamma(m)} = BW(m). \tag{E.2}$$

$m_c$ ist die angenommene Masse der Resonanz $c$ , $\Gamma_c$ dessen Breite und $m$ die experimentell bestimmte Masse. Der Ausdruck $\Gamma(m)$ im Nenner nimmt die Gestalt

$$\Gamma(m) = \Gamma_c(\frac{m_c}{m})(\frac{q}{q_c})(\frac{B_L^2(q)}{B_L^2(q_c)}) \tag{E.3}$$

an. Die Impulse der Resonanz und der experimentell bestimmten Masse sind $q_c$, bzw. $q$, die Faktoren $B_L$ die in Anhang D beschriebenen Blatt-Weisskopf-Faktoren.

# Literaturverzeichnis

[1] Siegmund Brandt, Datenanalyse, 3.Aufl., BI-Wiss. -Verlag,Mannheim 1992

[2] Rekonstruktion von neutralen Pi-Mesonen am CRYSTAL BARREL Detektor, Diplomarbeit, P.Schmidt, Uni. Hamburg 1990

[3] Monte-Carlo Software *CBGEANT*, CB-Note 169, R. Bossingham, Univ. of California 1992, unveröffentlicht

[4] Aufbau des Lichtpulsers für den *Crystal-Barrel* Detektor und Untersuchungen der Eigenschaften und Funktionsweise von Xenon-Blitzlampen, Dr.B.Kämmle, Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1990

[5] Particle Data Group, Review of Particle Properties

[6] Nucl. Phys. (1967) p.469 B.Conforto, B.Marechal, L. Montanet, M.Thomas

[7] L.Lyons, Statistics for Nuclear And Particle Physicists, Cambridge 1986

[8] K.Königsmann, Fits to Unbinned Data, CB-Note 195, unveröffentlicht

[9] *Scattering Theory*, John R. Taylor, John Wiley and Sons, Inc.,1972

[10] *Fundamentals of Statistical And Thermal Physics*, F.Reif, 18. Auflage, McGraw-Hill, 1985

[11] *Elementary Theory of Angular Momentum*, M.E.Rose, John Wiley and Sons, Inc. 1957

[12] Antinucleon-nucleon Annihilation, W.Weise. Low-Energy-Antiproton Physics *LEAP 92* conference proceedings, p.219c

[13] Beobachtung von Resonanzen in der Proton - Antiproton Annihilation im Fluge in drei pseudoskalare Mesonen, Dr.J.Lüdemann, Dissertation Bochum 1995.

[14] R.Veenhof, Garfield, a drift-chamber simulation program, CERN-Programmbibliothek W5050

[15] P.A.Aarnio et. al, FLUKA users guide. Technical report TIS-RP-190, CERN 1990

[16] PED Energy Correction Function for Inflight Data, P.Schmidt *CB Note 161a* 1994, unveröffentlicht

[17] Energy-Correction Function *CB Note 161*, N.Hessey, unveröffentlicht.

[18] Crystal Reconstruction Software, *CB Note 92*, Dr.F.-H.Heinsius,Dr.B.Kämmle,Dr.T.Kiel,P.Schmidt, unveröffentlicht

[19] A Fuzzy Radon Transform for Track Recognition, J.Blom et. al. Department of Computer Topics in Physics, University of Utrecht, October 22, 1993, unveröffentlicht

[20] J.D.Jackson, Nuovo Cimento **34**(1964) 1644

[21] J.Pisut und M.Roos, Nucl.Phys **B6**(1968)325

[22] Spin Formalism, S.U.Chung, *CERN*-report 71-..(1972)

[23] *Theoretical Nuclear Physics*, J.M.Blatt und V. Weisskopf, Wiley, New York, 1952

[24] Phys.Rev.**D5**(1988)563 , F.v.Hippel, C.Quigg

[25] $3\pi^0$ Inflight, S.U.Chung, unveröffentlicht

[26] Private Mitteilung, D.Bugg

[27] Untersuchung der $\eta$-Zerfälle in 3 Pionen als Test chiraler Störungsrechnung, Diss. F-H.Heinsius, Hamburg, 1993

[28] *Hochenergiephysik*, D.H.Perkins, Addison-Wesley, 1990

[29] Phil.Mag.**44**(1953)1068, R.H.Dalitz und
Nuovo Cimento **11** (1954) 479, E.Fabri

[30] The Physics of Nucleon-Antinucleon Annihilation, C.B. Dover,T.Gutsche,M.Maruyama,A.Faessler, BNL-report 47212,Feb. 1992

[31] Nucl.Phys. **A523** (1991) 499, S.Mundigl,M.V.Vacas, W.Weise

[32] ZEBRA User Guide, Programm Bibliothek, R.Brun und J. Zoll, Programmkennung Q100, *CERN*,1987

[33] Kinematic Fitting Routine CBKFIT, P.Hidas, CB-Note , unveröffentlicht

[34] SMART Split-Off Recognition in pure neutral events, J. Salk, CB-Note 182, unveröffentlicht

[35] Untersuchung der $\omega$- und der $\Phi$-Produktion in der Neutron-Antiproton-Annihilation in Ruhe, Dr.B.Kämmle, Dissertation, Universität Hamburg, 1995

[36] Fast Pattern Recognition with JDC data Based on Fuzzy-Radon Transform Properties, M.Bernayoun,N.Djaoshvili,J.Kisiel,R. Landua,L.Montanet,R.Ouared, CB-Note 276, 1995

[37] MINUIT,Function Minimization and Error Analysis, F. James,M.Roos, CERN, Programmbibliothekseintrag D506, 1987

[38] E.Aker et al. , The *Crystal-Barrel* Spectrometer at LEAR, Nucl.Instr.Meth. **A321**(1992)69

[39] F.E.Close,Rep.Prog.Phys.**51**(1988)833

[40] C.Amsler et al.,Phys.Lett. **B342** (1995) 433

[41] V.V.Anisovich et al. Phys.Lett **B 323** (1995) 233

[42] C.Amsler et.al.,Phys.Lett. **B353** (1995) 571

[43] C.Amsler et.al.,Phys.Lett. **B291** (1992) 347

[44] C.Amsler et.al.,Phys.Lett. **B340** (1995) 259

[45] C.Amsler et.al.,Phys.Lett. **B333** (1994) 277

[46] C.Amsler et.al.,Phys.Lett. **B355** (1995) 425

[47] A.Abele et. al, Oberservation of $f_0(1370)$ and $f_0(1500)$ decays into $K\bar{K}$, der Zeitschrift Phys. Lett. B zur Veröffentlichung übergeben.

[48] Evidence for a Scalar Glueball, C.Amsler, F.Close, Rutherford Appleton Laboratory Report RAL-95-036, 1995

[49] $0^+$ Mesons and Glueball Spectroscopy, D.V.Bugg, unveröffentlicht

[50] Search for Glueballs , V.V.Anisovich, D.V.Bugg, ITHEP report TH-74-1994 2016 (1994)

[51] D.V.Bugg, in Proc. of. Intern. Symp. on Medium Energy Physics, Peking, Aug.1994, unveröffentlicht

[52] Light Quark and Gluonium Spectroscopy, C.Amsler, Plenary Talk der 27th International Conference on High Energy Physics, Glasgow, July 1994

[53] J.F.Donoghue,K.Johnson,B.A.Li, Phys.Lett. B99(1981)416

[54] R.L.Jaffe,K.Johnson, Phys.Lett. B60(1976)201

[55] Quarks,Gluons and Lattices and Monte-Carlo-Simulations, World Scientific, Singapore, 1983

[56] G.S.Bali,Phys.Lett., B309(1993)378

[57] N.Isgur,J.Paton, Phys.Lett B124(1983)247

[58] Observation of $f_0(1370)$ and $f_0(1500)$ decays into $K\bar{K}$, Phys.Lett.B, zur Veröffentlichung freigegeben

[59] A Study of $f_0(1500)$ decays into $4\pi^0$ in $p\overline{p} \rightarrow 5\pi^0$ at rest, Phys.Lett.B, zur Veröffentlichung freigegeben

[60] A.Etkin et. al,Phys.Rev. D25(1982)2446

[61] A.Adamo et. al, Proceedings Hadron '93,Como,1993

[62] D.Alde et. al, Phys.Lett. B241(1990)600

[63] J.Weinstein,N.Isgur, Phys.Rev. D41(1990)2236

[64] R.L.Jaffe,Phys.Rev. D15(1977)267

[65] F.E.Low, Phys.Rev. D12(1975)163,
D.M.Chew und G.F.Chew,Phys.Lett.B53(1974)191

[66] D.Hitlin,Proceedings Intern.Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Cornell,1983

[67] L.Gray et.al, Phys.Rev. D27(1983)307

[68] T.Ueda,Prog.Theor.Phys.62(1979)1670

[69] F.Binon et. al, Nuovo Cimento A78(1983)313
D.Alde et. al, Phys.Lett B201(1988)160

[70] H.P.Dietz, Protoniumvernichtung in $K_o\bar{K}_o\pi^0$ und $K_o\bar{K}_o\eta$, Diss. Uni.München, 1994

# Danksagung

Abschließend möchte ich diejenigen meiner Dankbarkeit versichern, die wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, bzw. diese überhaupt ermöglichten.

Herrn Prof.Dr.U.Strohbusch danke ich für die interessante Themenstellung und Betreuung der Arbeit. An dieser Stelle sei auch
Herrn Priv.Doz.Dr.U.Wiedner gedankt. Für die zahlreiche und kompetente Unterstützung am Arbeitsplatz zeichnen die Herren Dr.B.Kämmle,R.Seibert, J.Meier, J.Adomeit, J.Reißmann und R.Lekebusch sowie die ehemaligen Mitarbeiter der Hamburger Hamburger *Crystal-Barrel*-Gruppe, die Herren Dr.F.-H.Heinsius, Dr. T.Kiel und Dr.H.Kreiser, verantwortlich. Viele Fragen, die im Zuge der Analyse auftraten haben die Herren Dr.J.Lüdemann und
Prof.Dr.D.Bugg mit Geduld beantwortet. Auch ihnen an dieser Stelle ein Dankeschön.

Für die unerlässliche moralische und tatkräftige Unterstützung außerhalb dieses Instituts wird meinen Freunden Martin Rethmann, Sonja Lohmann, Günther Plähn und Kristoff Dittrich, sowie den vielen andern, die nicht erwähnt wurden, der Dank ausgesprochen.