Untersuchung des 10-Photon-Endzustandes in der Antiproton-Proton-Vernichtung in Ruhe

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
zu Bonn

vorgelegt von
Stefan Resag
aus Köln

Bonn, Oktober 1996

Angefertigt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn

Referent:	Prof. Dr. E. Klempt
Koreferent:	Prof. Dr. N. Wermes
Tag der Promotion:	2. Dezember 1996

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Das Crystal Barrel Experiment ist durch seinen Aufbau und die Wahl der physikalischen Anfangszustände besonders zur Spektroskopie mesonischer Zustände bis etwa 1700 MeV geeignet. Bei der Annihilation von Antiproton und Proton steht eine Gesamtenergie von 1876 MeV zur Verfügung. Neben der Umordnung und Vernichtung der Quarks und Antiquarks in Mesonen (Abbildung 1.1 a) und b)) sind besonders solche Prozesse von Interesse, welche über gluereiche Zwischenzustände ablaufen (Abbildung 1.1 c)). Analog zum Photon in der Elektrodynamik stellen Gluonen die Feldquanten der QCD (Quanten Chromo Dynamik) dar. Sie koppeln über Farbladungen an Quarks, tragen dabei jedoch ebenfalls Farbladungen. Dies führt zu zwei aus der Elektrodynamik nicht bekannte Kopplungen zwischen den Feldquanten (Abbildung 1.2).

Damit sind gebundene physikalische Zustände denkbar, die keine Valenzquarks besitzen, sondern ausschließlich aus Gluonen aufgebaut sind. Es kann daher angenommen werden, daß für bestimmte Energien Prozesse bevorzugt sind, die über resonante Gluoniumzustände (sogenannte Glueballe) ablaufen (siehe Abbildung 1.1 c)).

Eine wichtige Informationsquelle für die Identifizierung von Glueballen bilden QCD-Gittereichtheorien. Dort werden die QCD-Feldgleichungen in einer diskretisierten Raum-Zeit formuliert und gelöst. Quarkfelder werden durch Gitterpunkte und Gluonfelder durch Gitterkanten repräsentiert. Die Berechnung von Glueballen erfolgt zur Zeit noch in einer *quenched approximation* genannten Näherung, in welcher Effekte durch Fermionschleifen und Zerfälle vernachlässigt werden. Um zu physikalischen Observablen zu gelangen, findet eine Extrapolation auf verschwindenden Gitterabstand statt. Ein Hauptproblem von Gittereichtheorien ist zur Zeit

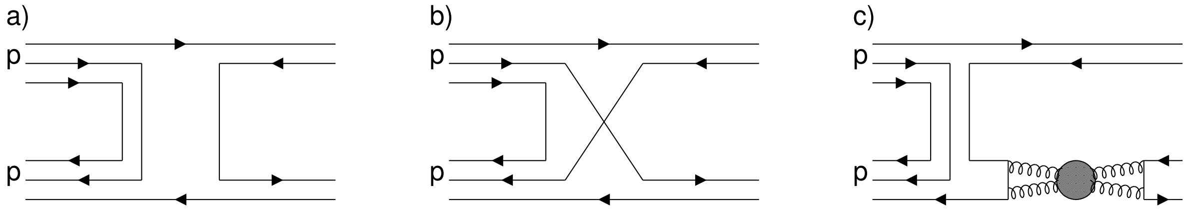

Abbildung 1.1: *Proton- Antiproton-Annihilation. a) Vernichtungsprozeß, b) Umordnungsprozeß c) Annihilation über einen gluonischen Zwischenzustand.*

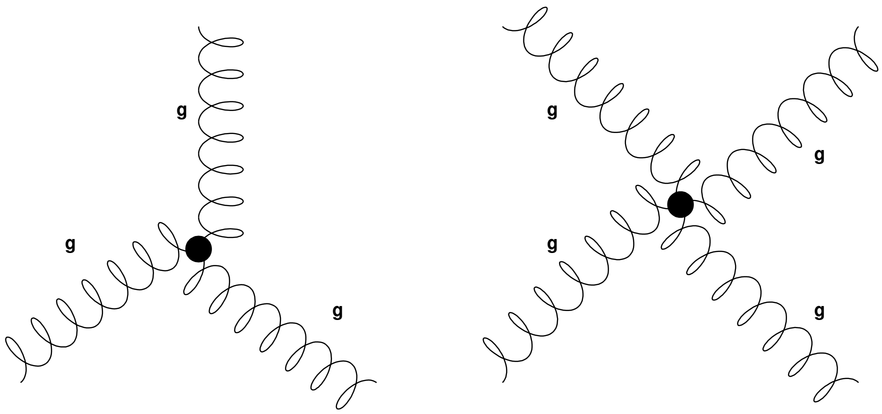

Abbildung 1.2: *Gluonvertizes.*

noch die beschränkte Größe des Gitters und damit verknüpft ein recht großer Gitterabstand. Die derzeit verwendeten Gitter besitzen maximal 32^3 Raum- und 64 Zeitgitterpunkte. Feinere Gitter sind wegen zu langer Rechenzeiten noch nicht handhabbar. In Übereinstimmung mit Potential- und Bag-Modellen besitzt auch in Gittereichtheorien der Grundzustand des Glueballs die Quantenzahlen 0^{++}, die erste Anregung die Quantenzahlen 2^{++}. In frühen Rechnungen (1985) [1] wurde die 0^{++}-Masse zu etwa 1 GeV bestimmt, was kompatibel mit der Masse des $f_0(980)$ ist. In einer späteren Arbeit von C. Michael und M. Teper [2] wurde eine deutlich höhere Masse für den Grundzustand vorausgesagt. In Einheiten der effektiven *string tension*, die mit etwa 0.44 GeV angegeben wird, beträgt sie 3.5 für den 0^{++}-Zustand, was 1.54 GeV entspricht, und 5.3 für dem 2^{++}-Zustand, 2.3 GeV entsprechend. Die beiden neuesten Rechnungen sagen Grundzustandsmassen von 1550 $\pm$ 50 MeV [3] und 1740 $\pm$ 71 MeV [4] voraus. Beide Werte liegen im Bereich von zwei möglichen Glueball-Kandidaten, dem $f_0(1500)$ und dem $f_J(1710)$.

Da in den QCD-Gitterrechnungen zur Zeit noch große Modellunsicherheiten existieren, ist eine sehr genaue Kenntnis des Mesonspektrums erforderlich, um Parameter und Näherungen abzusichern. Hier wird ein wichtiger Aspekt deutlich, der der Mesonspektroskopie auch für die Zukunft Attraktivität verleiht. Um ihren Stellenwert auch innerhalb der Gemeinschaft der Hochenergiephysiker zu verdeutlichen, wurde während des GLUONIUM 95-Arbeitskreises sogar ein neuer Name für dieses seit langem existierende Forschungsgebiet gesucht [5]. Man konnte sich schließlich auf den Vorschlag „strong QCD“ einigen. Dennoch wurde auch betont, daß aufgrund des großen Fortschritts ein nicht zu defensives Verhalten gegenüber der Hochenergiephysik angebracht ist.

Außer Glueballen und $\bar{q}q$-Mesonen sind mesonische Zustände möglich, die neben einem Quark-Antiquark-Paar einen gluonischen Freiheitsgrad besitzen ($\bar{q}qg$) oder aus mindestens zwei Quark-Antiquark-Paaren aufgebaut sind ($\bar{q}^n q^n$, n = 2, 3, ...). Die Aufgabe der Mesonspektroskopie ist es, die beobachteten Zustände in einem Schema, ähnlich dem des Periodensystems der Elemente in der Chemie, zu klassifizieren. Hierbei sind neben der Masse, der totalen Breite und den Quantenzahlen auch sämtliche Kopplungen an offene Zerfallskanäle zur Charakterisierung eines Teilchens wichtig. Die Grundlage des Schemas bildet das Quarkmodell. Die einfachsten Zustände sind hierbei aus einem Quark-Antiquark-Paar mit relativem Bahndrehimpuls L und Spin S aufgebaut, welche zum Gesamtspin J koppeln. Die Wellenfunktion des Mesons muß das

L	S	$I=0$		$I=1/2$		$I=1$	
		$I^G(J^{PC})$	$Name$	$I^G(J^{PC})$	$Name$	$I(J^P)$	$Name$
0	0	$0^+(0^{-+})$	η, η'	$1^-(0^{-+})$	π	$\frac{1}{2}(0^-)$	K
0	1	$0^-(1^{--})$	ω, ϕ	$1^+(1^{--})$	ρ	$\frac{1}{2}(1^-)$	K^*
1	0	$0^-(1^{+-})$	h_1	$1^+(1^{+-})$	b_1	$\frac{1}{2}(1^+)$	K_1
1	1	$0^+(0^{++})$	f_0	$1^-(0^{++})$	a_0	$\frac{1}{2}(0^+)$	K_0^*
1	1	$0^+(1^{++})$	f_1	$1^-(1^{++})$	a_1	$\frac{1}{2}(1^+)$	K_1
1	1	$0^+(2^{++})$	f_2	$1^-(2^{++})$	a_2	$\frac{1}{2}(2^+)$	K_2^*

Tabelle 1.1: *Mögliche Quantenzahlen für einfache $\bar{q}q$-Zustände.*

Pauliprinzip bei Austausch der Konstituentenquarks erfüllen, was eine Zuordnung der charakterisierenden Quantenzahlen zu L, S und Isospin I wie folgt erlaubt:

$$P = (-1)^{L+1} \tag{1.1}$$
$$C = (-1)^{L+S} \tag{1.2}$$
$$G = (-1)^{L+S+I} \tag{1.3}$$

Mit P und C wird das Verhalten der Wellenfunktion unter Raumspiegelungen ($\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$) und Ladungskonjugation (Anitteilchen $\leftrightarrow$ Teilchen) beschrieben. Geladene Mesonen können keine Eigenzustände zum C-Operator sein, jedoch zu einer kombinierten Transformation G, bestehend aus Ladungskonjugation und anschließender Drehung im Isospinraum. Mögliche $\bar{q}q$-Zustände sind in Tabelle 1.1 zusammengestellt.

Es fällt auf, daß nicht alle Quantenzahlen J^{PC} realisiert werden können. Folgende Kombinationen werden daher als exotisch bezeichnet:

$$J^{PC} = 0^{--},\ 0^{+-},\ 1^{-+},\ 2^{--},\ 2^{+-},\ \ldots \tag{1.4}$$

Wird ein Objekt mit diesen Werten für J^{PC} gefunden, kann es sich somit nicht um einen konventionellen $\bar{q}q$-Zustand handeln. Mögliche Kandidaten sind das $\hat{\rho}$ mit $I^G(J^{PC}) = 1^-(1^{-+})$, welches in [6] als resonante Partialwelle gefunden wurde, oder das X(1910) [7]. Ebenso impliziert die Beobachtung der doppelt geladenen Zustände K(3100) mit der Kopplung an $\Lambda\bar{p}\pi^-$ und $\Lambda p\pi^+$ (Isospin I = 3/2) eine exotische Natur.

Natürlich sind nicht-$\bar{q}q$-Zustände nicht nur mit exotischen Quantenzahlen, sondern auch mit Quantenzahlen gemäß Tabelle 1.1 möglich. Hier müssen theoretische Vorhersagen helfen, diese durch andere beobachtbare Größen zu identifizieren. Unter die Charakteristika für Gluebälle fallen z.B.:

1. Kein Platz im $\bar{q}q$-Nonett
2. Kein Zerfall in Oktett- und Singulett-Meson (z.B. $\eta\eta'$)
3. Bevorzugte Produktion in gluereichen Prozessen
4. Reduzierte $\gamma\gamma$-Kopplung

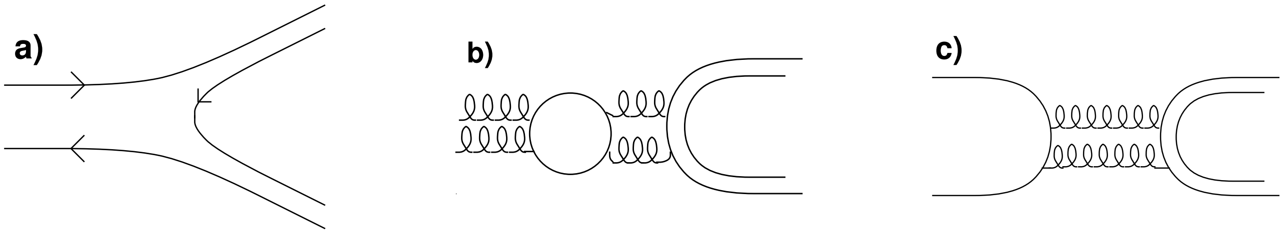

Abbildung 1.3: *Zweig-erlaubte und -verletzende Prozesse. a) Keine Unterdrückung, b) Unterdrückung mit $\sqrt{Zweig}$, c) vollständige Unterdrückung.*

5. Exotische Quantenzahlen
6. Schmale Breite

Die Punkte 1, 3 und 5 sind sofort einsichtig. Dabei muß allerdings betont werden, daß exotische Quantenzahlen auch bei Vielquarkzuständen ($qq\bar{q}\bar{q}$) auftreten können, während Gluebälle auch Quantenzahlen haben können, die denen von $q\bar{q}$-Mesonen entsprechen. Die Unterdrückung des Zerfalls in $\eta\eta'$ kann damit begründet werden, daß ein Glueball von Natur aus ein Flavour-singulett darstellt. Dieses kann bei exakter Erhaltung der SU(3)-Symmetrie nicht an zwei im Flavourraum orthogonale Zustände wie η und η' koppeln. Die reduzierte Ankopplung an $\gamma\gamma$ ist auf die fehlende Ladung der Gluonen zurückzuführen. Der sechste Punkt ist durch die Zweig-Regel motiviert, nach welcher Prozesse unterdrückt sind, in denen Anfangs- und Endzustände nicht über Fermionlinien verbunden sind. Typische hadronische Breiten für normale Zerfälle (Abbildung 1.3 a)) betragen ca. 100-350 MeV, bei Zweig-Unterdrückung jedoch oft weniger als 1-2 MeV (Abbildung 1.3 c)). Das geometrische Mittel hieraus beträgt etwa 10-25 MeV, was der halben Zweig-Unterdrückung entspricht (Abbildung 1.3 b)). Diese Breite könnte für einen Glueball denkbar sein. Die Übereinstimmung der Masse eines Glueball-Kandidaten mit Vorhersagen der Gittereichtheorie kann ebenfalls als Argument herangezogen werden.

Der zur Zeit am häufigsten diskutierte Glueball-Kandidat ist das $f_0(1500)$ mit den Quantenzahlen $I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++})$. Es konnte bisher in seinen $\pi^0\pi^0$-, $\eta\eta$-, $\eta\eta'$- und $\bar{K}K$-Zerfällen nachgewiesen werden [8–12]. In einer Arbeit von C. Amsler und F. Close [13, 14] wurde gezeigt, daß dieser Zustand Eigenschaften besitzt, die verträglich sind mit jenen des leichtesten von QCD-Gittereichtheorien vorhergesagten Glueballs. Die vorliegende Arbeit dient besonders zur Klärung der Frage, ob das $f_0(1500)$ in seinem $4\pi^0$-Zerfallsmodus zu sehen ist. Die Messung der Zerfallsbreite in diesen Kanal kann wichtige Informationen zur Interpretation des $f_0(1500)$ liefern.

Die derzeitige Entwicklung am CERN, dem weltweit größten Zentrum für die Grundlagenforschung in der Elementarteilchenphysik, konzentriert sich auf die Hochenergiephysik. Der Beschluß zum Bau des LHC (Large Hadron Collider) hat zur Folge, daß kleinere Experimente und Beschleunigeranlagen wie z.B. der LEAR (Low Energy Antiproton Ring) mit seinen Experimenten nicht weiter unterstützt werden. Ende 1996 beendet somit auch das Crystal Barrel Experiment, welches über viele Jahre sehr gute Daten und Analysen besonders im Bereich der Mesonspektroskopie geliefert hat, seine Existenz am LEAR. Ob und an welcher Stelle eine Weiterführung des Experiments stattfinden wird, ist zur Zeit noch unklar. Als wahrscheinlich gilt jedoch sein Einsatz an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA in Bonn zur Untersuchung der Photoproduktion von Mesonen und Baryon-Resonanzen.

Kapitel 2

Das Crystal Barrel Experiment

Der Crystal Barrel Detektor in Verbindung mit dem Niederenergie-Antiproton-Ring LEAR ergibt eine experimentelle Einheit, die in vielen Bereichen der heutigen Mittelenergiephysik Daten von bisher nicht erreichter Güte akkumulieren konnte. Neben der Suche nach leichten Eichbosonen [15], dem Verständnis der Annihilationsdynamik des $\bar{p}p$-Systems [16–18], der Untersuchung von Nukleonresonanzen [19] und der Suche nach Baryon-Antibaryon-Resonanzen [20] bildet die Mesonspektroskopie [8–12, 21–25, 28] den Schwerpunkt des Forschungsvorhabens. Eng verknüpft mit der Spektroskopie leichter Mesonen ist die Suche nach seltenen Zerfällen und exotischen Zuständen (siehe auch Kap. 1).

Diese Zielsetzung erfordert einen Detektor, der mit hoher Genauigkeit alle Zerfallsprodukte des $\bar{p}p$-Systems messen kann, ein Datenerfassungssystem, welches mit hoher Frequenz Meßdaten erfaßt sowie eine leistungsfähige Analysenkette zur Extraktion der physikalischen Information. Eine ausführliche Darstellung des Crystal Barrel Detektors ist in [29] zu finden.

2.1 Der Antiproton-Proton-Anfangszustand

Den Ausgangszustand des zu vermessenden Prozesses bildet Protonium oder antiprotonischer Wasserstoff, ein elektromagnetisch gebundenes System aus Proton und Antiproton. Die zu seiner Bildung benötigten langsamen Antiprotonen liefert der im folgenden beschriebene Antiprotonen-Komplex des CERN.

Zunächst werden in einem Linearbeschleuniger Protonen vorbeschleunigt und anschließend in das CERN-Proton-Synchrotron (PS) eingespeist. Im PS werden diese auf einen Impuls von 26 GeV/c gebracht, extrahiert und auf ein Wolframtarget gelenkt. An diesem erfolgt die Produktion von Proton-Antiproton-Paaren:

$$p + p \quad \rightarrow \quad p + p + (p + \bar{p}) + \text{weitere Teilchen}$$

Eine spezielle Strahlführung selektiert Antiprotonen mit Impulsen um 3.5 GeV/c und lenkt diese in den Antiproton-Akkumulator (ACOL). Dort werden sie gekühlt und über längere Zeit gespeichert. Eventuelle Verunreinigungen durch kurzlebige negativ geladene Mesonen werden so beseitigt. Vom ACOL werden stündlich bis zu $3 \cdot 10^9$ Antiprotonen wieder in das PS gegeben und auf einen Impuls von 600 MeV/c abgebremst, um sie anschließend in den LEAR einspeisen

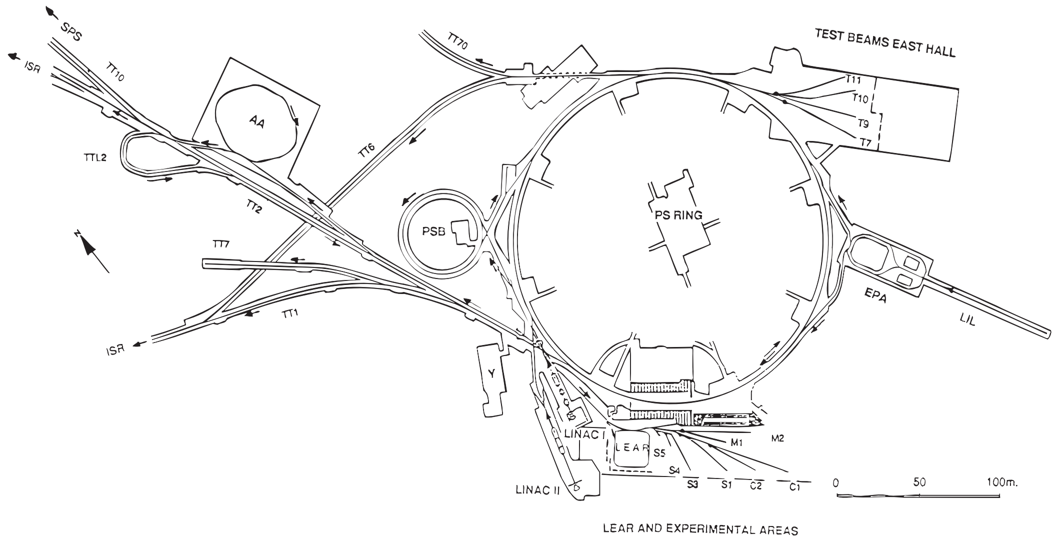

Abbildung 2.1: *Der CERN-Antiprotonen-Komplex.*

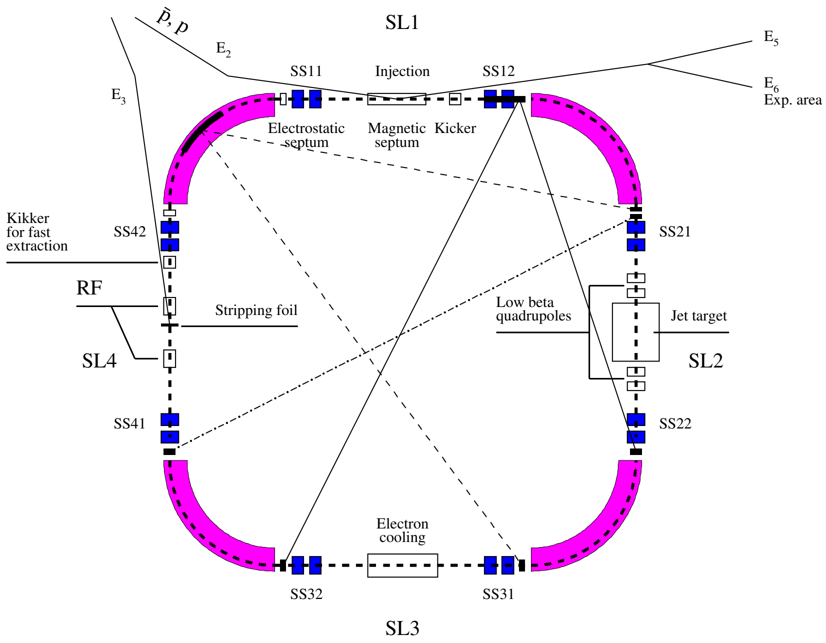

Abbildung 2.2: *Der Low Energy Antiproton Ring (LEAR).*

zu können. Dort erreicht der Antiprotonenstrahl durch das von S. van der Meer [30] entwickelte Verfahren der stochastischen Kühlung wie auch durch Elektronenkühlung eine horizontale Strahlemittanz von 2π mm $\cdot$ mrad. Die relative Impulsunschärfe $\Delta p/p$ beträgt $5 \cdot 10^{-4}$ in einem Impulsbereich von 100 MeV/c bis 2 GeV/c .

Abbildung 2.1 gibt eine Übersicht des CERN-Antiprotonen-Komplexes. Der LEAR ist in dessen unterem Teil angesiedelt. Das Crystal Barrel Experiment befindet sich an der mit C2 gekennzeichneten Position. In einer vergrößerten Darstellung des LEAR (Abbildung 2.2) sind die Kicker für die stochastische Kühlung, die Elektronenkühlung und das magnetische Septum für die langsame Extraktion zu erkennen.

Das Crystal Barrel Experiment benötigt mit (3-5)$\cdot 10^4 \bar{p}$/s eine sehr geringe Extraktionsrate, so daß Extraktionszeiten von 2–3 Stunden pro LEAR-Füllung (spill) erreicht werden können. Die Antiprotonen des LEAR werden durch ein Strahlrohr kommend auf ein Target aus wahlweise flüssigem oder gasförmigem Wasserstoff bzw. flüssigem Deuterium gelenkt. Im Fall flüssigen Targetmaterials werden die Antiprotonen durch Stöße mit dem Targetmaterial abgebremst, bis sie in etwa den Radius eines im untersten S-Zustand gebundenen Elektrons im Wasserstoff haben. Nun kann das Antiproton von einem H_2-Molekül unter Abgabe eines Hüllenelektrons eingefangen werden (äußerer Auger-Effekt). Es bildet sich antiprotonischer Wasserstoff. Zunächst befindet sich das $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-System bei einem Zustand mit einer Hauptquantenzahl n von ungefähr 30. Dessen Bohr'scher Radius r_n entspricht in etwa dem des Wasserstoffatoms im Grundzustand. Für ein wasserstoffähnliches System gilt:

$$r_n \sim \frac{\mu}{n^2}, \tag{2.1}$$

wobei n die Hauptquantenzahl und μ die reduzierte Masse bezeichnet. Daraus folgt

$$n_{\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}} \approx \sqrt{\frac{\mu_{\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}}}{\mu_H}} \approx 32, \tag{2.2}$$

d.h. eine große Überlappung der Wellenfunktionen des e^- und des $\bar{p}$. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten zu unterschiedlichen Drehimpulsquantenzahlen sind zunächst nicht bekannt.

Je nach Dichte des Wasserstoffs im Target gelangt das $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-System durch unterschiedliche physikalische Prozesse zu energetisch tieferen Zuständen (siehe Abbildung 2.3). Bei sehr geringen Gasdrücken bzw. im Vakuum wird eine zirkulare Kaskade, d.h. eine Reihe von Dipolübergängen, durchlaufen. Die Annihilation erfolgt dann zu 90% aus dem atomaren 2P-Niveau. Durch Erhöhung des Gasdruckes nehmen andere Effekte an Wichtigkeit zu [31]:

- Externer Auger-Effekt: Die Energie wird an Hüllenelektronen benachbarter Wasserstoffmoleküle abgegeben, wobei diese angeregt werden.
- Stark-Effekt: Durch die geringe Größe des $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-Moleküls erscheint dieses für H_2-Moleküle elektrisch neutral und kann diese daher leicht durchdringen. So gelangt es in Bereiche hoher elektrischer Feldstärken, die die Kugelsymmetrie des Bindungspotentials stören. Eigenzustände zu diesem Potential besitzen keinen definierten Drehimpuls mehr, sie werden vielmehr aus Zuständen zu verschiedenen Drehimpulsquantenzahlen gebildet. Nach Beendigung des Störfeldeinflusses bilden sich wieder Drehimpulseigenzustände aus, wobei Anfangs- und Enddrehimpuls nicht gleich sein müssen. Übergänge mit $\Delta n \neq 0$ sind jedoch im Vergleich zu Übergängen mit $\Delta n = 0$ vernachlässigbar [32].
- Chemische Effekte: Die abgegebene Energie wird zur Dissoziation von H_2-Molekülen bzw. zur Anregung ihrer Rotations- und Vibrationszustände verwandt.

Bei flüssigem Wasserstoff dominiert der Stark-Effekt, so daß die Annihilation vornehmlich aus atomaren S-Zuständen erfolgt [33].

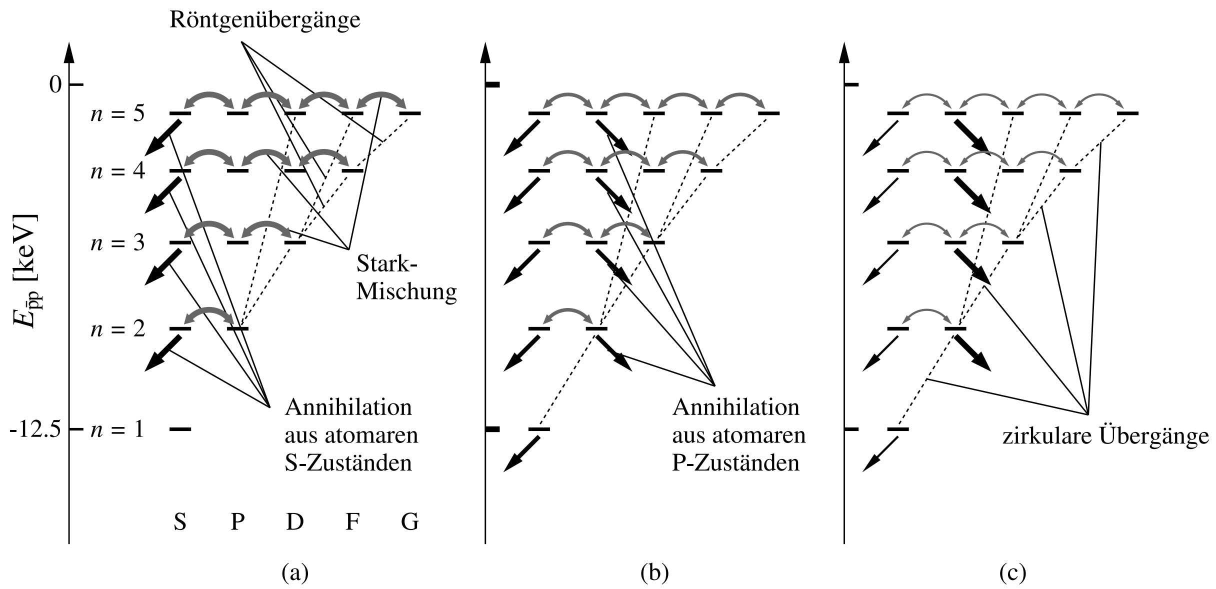

Abbildung 2.3: *Die atomaren Kaskaden des $\bar{p}p$-Systems in Abhängigkeit von den äußeren Bedingungen. a) Flüssiger Wasserstoff: Stark-Mischung dominiert $\Rightarrow$ Annihilation hauptsächlich aus dem S-Zustand. b) Gasförmiger Wasserstoff: Zirkuläre Kaskaden werden wichtig $\Rightarrow$ Annihilation aus S- und P-Zuständen tritt etwa mit gleicher Häufigkeit auf. c) Vakuum: Der Stark-Effekt ist nicht mehr vorhanden $\Rightarrow$ Annihilation aus P-Zuständen ist dominant.*

2.2 Quantenzahlen des Protoniums

An dieser Stelle soll auf die möglichen Anfangszustände des $\bar{p}p$-Systems eingegangen werden. Es sei L der relative Bahndrehimpuls zwischen Proton und Antiproton , S der aus den Fermionspins resultierende Gesamtspin und I der Gesamtisospin. Bahndrehimpuls und Spin koppeln zum Gesamtspin J, der die Werte $J =\mid L - S \mid, ..., \mid L + S \mid$ annehmen kann. Der Isospin des Protoniums ist nicht eindeutig, es sind die Werte 0 und 1 möglich:

$$\mid I = 0, I_3 = 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(\mid \bar{p}p\rangle + \mid \bar{n}n\rangle) \tag{2.3}$$

$$\mid I = 1, I_3 = 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(\mid \bar{p}p\rangle - \mid \bar{n}n\rangle) \tag{2.4}$$

Durch den Prozeß $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n$ kann es jedoch zu einer Mischung beider Isospinkomponenten kommen, so daß der physikalische Anfangszustand $\bar{p}p_{phys}$ die allgemeine Gestalt

$$\bar{p}p_{phys} = a \mid I = 0, I_3 = 0\rangle + b \mid I = 1, I_3 = 0\rangle \tag{2.5}$$

mit

$$a^2 + b^2 = 1$$

besitzt. Nach [34] liegen die Faktoren a und b für die beiden S-Zustände $^1S_0$ und $^3S_1$ jedoch in der Nähe von $\sqrt{1/2}$, was quasi einer Entkopplung von $\bar{p}p$- und $\bar{n}n$-System entspricht. Analog zu

$^{2S+1}L_J$	$I^G(J^{PC})$	
$^1S_0$	$1^-(0^{-+})^*$	$0^+(0^{-+})^\dagger$
$^3S_1$	$1^+(1^{--})$	$0^-(1^{--})$
$^1P_1$	$1^+(1^{+-})$	$0^-(1^{+-})$
$^3P_0$	$1^-(0^{++})^*$	$0^+(0^{++})^\dagger$
$^3P_1$	$1^-(1^{++})^*$	$0^+(1^{++})^\dagger$
$^3P_2$	$1^-(2^{++})^*$	$0^+(2^{++})^\dagger$

Tabelle 2.1: *Mögliche* $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$*–Anfangszustände. *: Zerfall nach* $5\pi^0$*erlaubt. †: Zerfall nach* $4\pi^0\eta$ *erlaubt.*

anderen Systemen aus Fermion und Antifermion wie z.B. dem Positronium gilt für die räumliche Parität P sowie C- und G-Parität

$$P \mid \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rangle = (-1)^{L+1} \mid \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rangle \quad (2.6)$$
$$C \mid \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rangle = (-1)^{L+S} \mid \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rangle \quad (2.7)$$
$$G \mid \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rangle = (-1)^{L+S+I} \mid \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rangle. \quad (2.8)$$

Der Isospin des Protoniums wird über die G-Parität des Endzustandes festgelegt. Die Annihilation nach $5\pi^0$erfolgt damit bei Beschränkung auf atomare S-Zustände aus $I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{-+})$, nach $4\pi^0\eta$ aus $I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$. Die Anfangszustände mit $J^{PC} = 1^{--}$ und 1^{+-} sind aufgrund der Erhaltung der C-Parität für beide verboten. Im Gegensatz zum $3\pi^0$–Endzustand ist die Annihilation aus dem atomaren $^3P_0$–Zustand in $5\pi^0$ und $4\pi^0\eta$ erlaubt. Eine Übersicht möglicher $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$–Anfangszustände gibt Tabelle 2.1, wobei nur $L \in \{0, 1\}$ berücksichtigt wird.

2.3 Der Detektor

2.3.1 Allgemeine Anforderungen

Wie zu Anfang des Kapitels erwähnt, soll das Crystal Barrel Spektrometer einer Reihe physikalischer Fragestellungen genügen und somit folgende Anforderungen erfüllen:

- Nachweis aller bei einer Reaktion entstandenen Teilchen, d.h. Nachweis sowohl geladener als auch neutraler Teilchen und Abdeckung eines möglichst großen Raumwinkels (4π-Detektor).
- Hohe Energie- und Orts- (Winkel-)Auflösung zur Messung von Photonen als Produkte neutraler Zerfälle.
- Hohe Energie- und Impulsauflösung geladener Spuren und Trennung von Pionen und Kaonen (z.B. durch Messung des spezifischen Energieverlustes $\frac{dE}{dx}$).
- Targets aus flüssigem oder gasförmigem Wasserstoff oder Deuterium.
- Schnelle Datenerfassung und die Möglichkeit zur Anreicherung bestimmter Endzustände (spezielle Trigger).

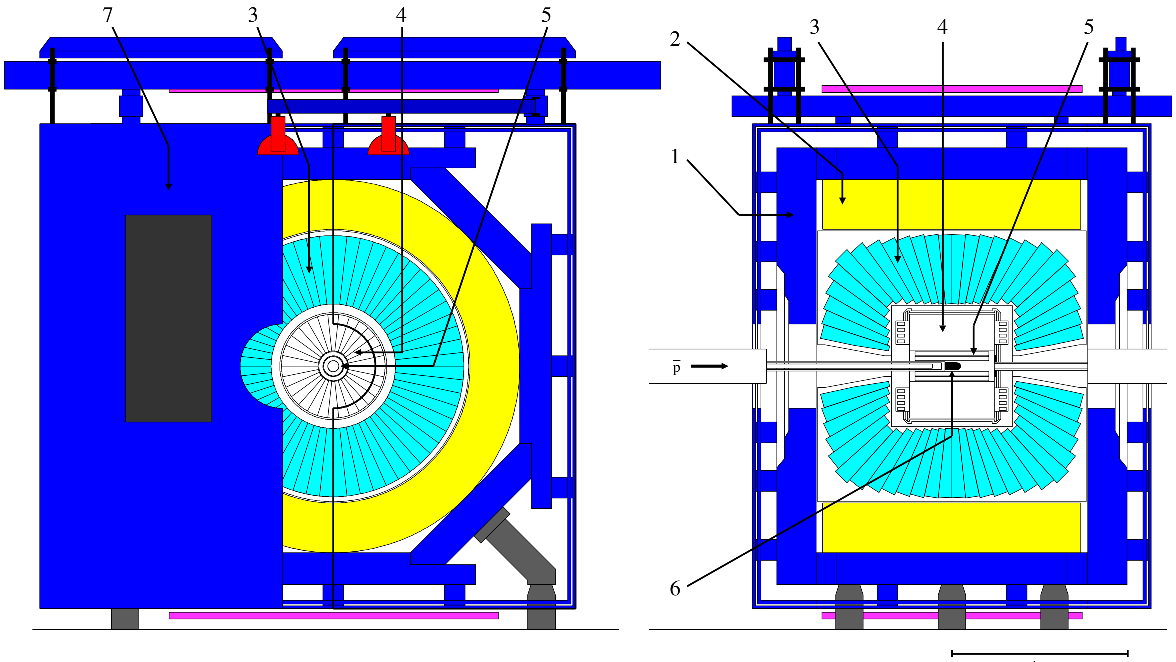

Abbildung 2.4: *Frontal- und Seitenansicht des Crystal Barrel Deterktors mit (1) Eisenjoch, (2) Magnetspule, (3) CsI(Tl)-Kalorimeter, (4) Jet-Driftkammer, (5) Vieldraht-Proportionalkammer, (6) Target und (7) Magnettür.*

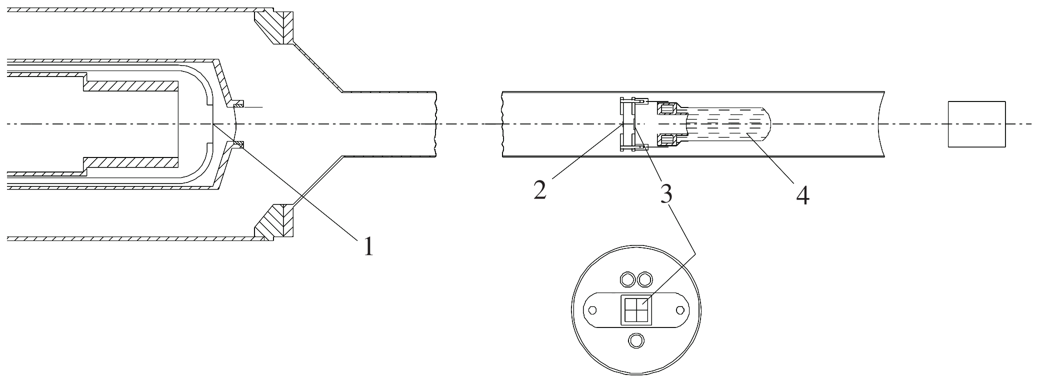

Abbildung 2.5: *Schnittzeichnung des Flüssigwasserstofftargets: (1) Szintillationszähler, (2) Siliziumdiode, (3) segmentierte Siliziumdiode, (4) LH_2–Target*

2.3.2 Eingangszähler und Target

Abbildung 2.4 zeigt die Seiten- und Frontalansicht des Detektors. Nachdem die Antiprotonen das LEAR-Vakuum durch ein 100 μm dickes Berylliumfenster verlassen haben, passieren sie einen strahldefinierenden Szintillationszähler (Dicke 100μm) und ein Mylarfenster (50 μm) und werden in einem Flüssigwasserstofftarget gestoppt (siehe Abbildung 2.5). Anfang 1993 wurde der Szintillationszähler durch eine Vieldraht-Proportionalkammer ersetzt. Dieser Arbeit liegen jedoch nur Daten zugrunde, die vor 1993 genommen wurden, weswegen die alte Detektoranordnung gezeigt wird. Zur Bestimmung der genauen Strahlposition befindet sich unmittelbar vor dem Target eine in vier Segmente unterteilte Siliziumdiode. Durch Vergleich der vier Zählraten

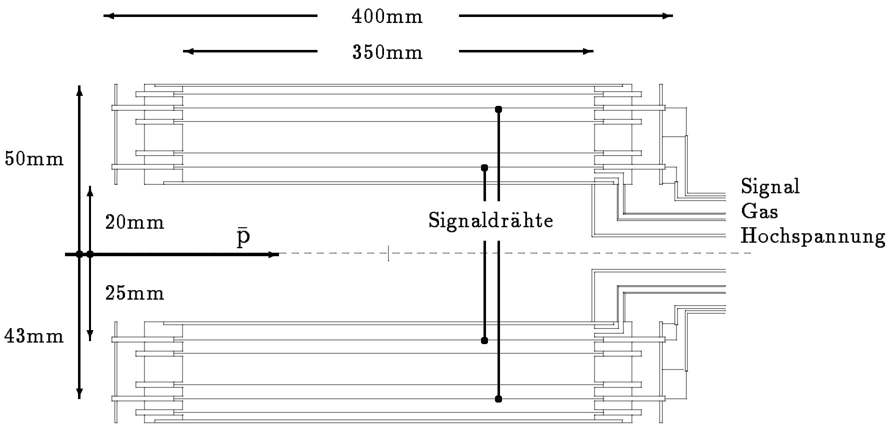

Abbildung 2.6: *Längsschnitt der Proportionalkammern.*

kann die Strahlführung unmittelbar auf das Targetzentrum eingestellt werden. Oft wird auch kurz unterhalb des Zentrums eingeschossen, um ein eventuell nicht optimal gefülltes Target zu kompensieren.

2.3.3 Die Vieldraht-Proportionalkammer

Die zwei das Target umschließenden, unabhängigen, koaxialen Vieldraht-Proportionalkammern (PWC = Proportional Wire Chamber) (Abbildung 2.6) dienen einerseits zur Messung der geladenen Multiplizität, d.h. der Anzahl der geladenen Teilchen eines Ereignisses, andererseits zur Bestimmung der (r, ϕ)-Koordinate der Spuren nahe dem Vertex. Die Kammern sind mit einem schnellen Gasgemisch aus Argon, Äthan und Freon gefüllt, was ihren Einsatz als Trigger ermöglicht. Eine Übersicht der technischen Daten befindet sich in Tabelle 2.2.

2.3.4 Die Jet-Driftkammer

Durch die Geometrie des Kalorimeters sind die maximalen Abmessungen des Spurdetektors begrenzt. Zum Nachweis geladener Teilchen wird eine Jet-Driftkammer (JDC = Jet Drift Chamber) verwendet (siehe Abbildung 2.7), welche bei geringen Abmessungen durch die hohe Anzahl ansprechender Signaldrähte pro Spur für eine genaue Impulsbestimmung sorgt. Ein ähnlicher Kammertyp wurde ebenfalls beim JADE-Experiment verwendet. Die technischen Daten sind in Tabelle 2.3 zusammengefaßt. Für die relative Impulsauflösung in der (r, ϕ)-Ebene gilt in Abhängigkeit von der Spurlänge L und der Zahl der Meßpunkte N [35]:

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{p}{0.03} \frac{\sigma_{(r,\phi)}}{L^2 B} \sqrt{\frac{A_N}{N+5}} \tag{2.9}$$

p : Impuls in der (r, ϕ)–Ebene in GeV/c
B : Magnetfeld in Tesla
$\sigma_{(r,\phi)}$: Ortsungenauigkeit in Metern

	innere Kammer	äußere Kammer
Gesamtlänge	450 mm	450 mm
sensitive Länge	350 mm	350 mm
Außendurchmesser	60 mm	95 mm
Innendurchmesser	42 mm	77 mm
Radius der Anodenebene	25.5 mm	43 mm
Zahl der Anodendrähte	90	150
Abstand der Anodendrähte	1.8 mm	1.8 mm
Abstand Anode–Kathode	3.5 mm	3.5 mm
Raumwinkel	$99\% \cdot 4\pi$	$97\% \cdot 4\pi$
Gasvolumen	0.38l	0.66l
Gasgemisch	Argon, Äthan, Freon im Verhältnis 69.5 : 30 : 0.5	

Tabelle 2.2: *Kenndaten der beiden Proportionalkammern.*

L : Länge der Spur in Metern
N : Anzahl der Meßpunkte
A_N : statistischer Faktor ($A_N = 720$)

Eine große Anzahl N von Ansprechern pro Spur wird durch 30 radial ausgerichtete, identische Sektoren mit jeweils 23 Anodendrähten erreicht. Jeder Sektor deckt einen Winkelbereich von 12° ab. Jeweils zwei Signaldrähte eines Sektors haben einen Abstand von 8 mm und liegen auf Masse. Der innerste und äußerste Signaldraht ist bei einem Radius von 63 mm bzw. 239 mm angeordnet. Zusätzlich sind die Drähte alternierend um ± 200 μm azimutal versetzt

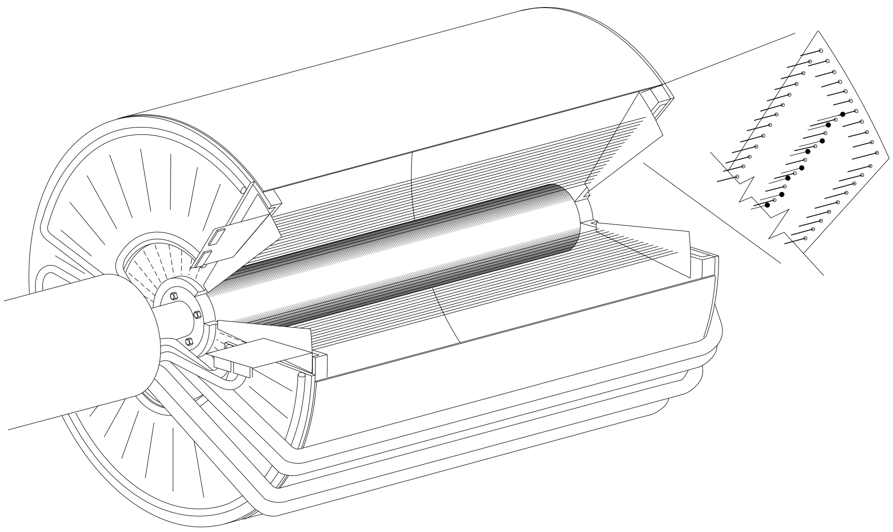

Abbildung 2.7: *Die Jet–Driftkammer des Crystal Barrel Detektors.*

(siehe Abbildung 2.8). Mit Hilfe dieser Positionierung (*staggering*) kann über das Vorzeichen von δ (Gleichung 2.10) entschieden werden, auf welcher Seite der Mittelebene die Teilchentrajektorie liegt (Rechts-Links-Ambiguität).

$$\delta = \left(\frac{t_1 + t_3}{2} - t_2\right) v_D \tag{2.10}$$

Hierbei sind t_1, t_2 und t_3 die Driftzeiten in drei benachbarten Lagen, v_D ist die Driftgeschwindigkeit.

Die Sektoren sind voneinander durch Felddrähte (Kathoden) getrennt, die auf einem radial nach außen abfallenden Potential von -2570 V bis -4775 V liegen. Am inneren und äußeren Rand wird jeder Sektor durch weitere Felddrähte begrenzt. Zur Optimierung des elektrischen Feldes sind zwischen je zwei Anodendrähten Korrekturdrähte angebracht. Diese Konfiguration sorgt für ein homogenes elektrisches Feld der Stärke 1100 V/cm. Die daraus resultierenden Driftlinien wurden mit Hilfe des Simulationsprogramms GARFIELD berechnet (siehe Abbildung 2.9). Driftlinien und elektrische Feldlinien sind nicht identisch. Aufgrund der Driftbewegung wirkt durch das Magnetfeld, in welchem sich die Kammer befindet, eine Lorentzkraft auf die Elektronen. Die Ladungen bewegen sich daher unter dem Lorentzwinkel $\alpha_L = \arctan(k(E)v_D B/E)$, der im Crystal Barrel Experiment $7,2°$ beträgt ($k(E)$ ist eine vom Gasgemisch und der elektrischen Feldstärke abhängige Funktion). Die Geometrie der Kammer führt zu maximalen Driftwegen von 6 mm bis 27 mm, je nach Abstand zum Target. Zur Definition einer Spur müssen mindestens drei Drahtlagen ansprechen. Zum Nachweis geladener Teilchen wird somit bei einer sensitiven Drahtlänge von 396 mm ein Raumwinkel von $93\% \cdot 4\pi$ abgedeckt.

Der Rahmen der Jet-Driftkammer besteht aus Aluminium, der die PWC umschließende Zylinder aus Karbonfiber. Wegen der geringen Abmessungen der Driftkammer wird eine langsame Gasmischung ($v_D = 0.92$ $cm/\mu s$) aus CO_2 und Isobutan verwendet. Durch die langen Driftzei-

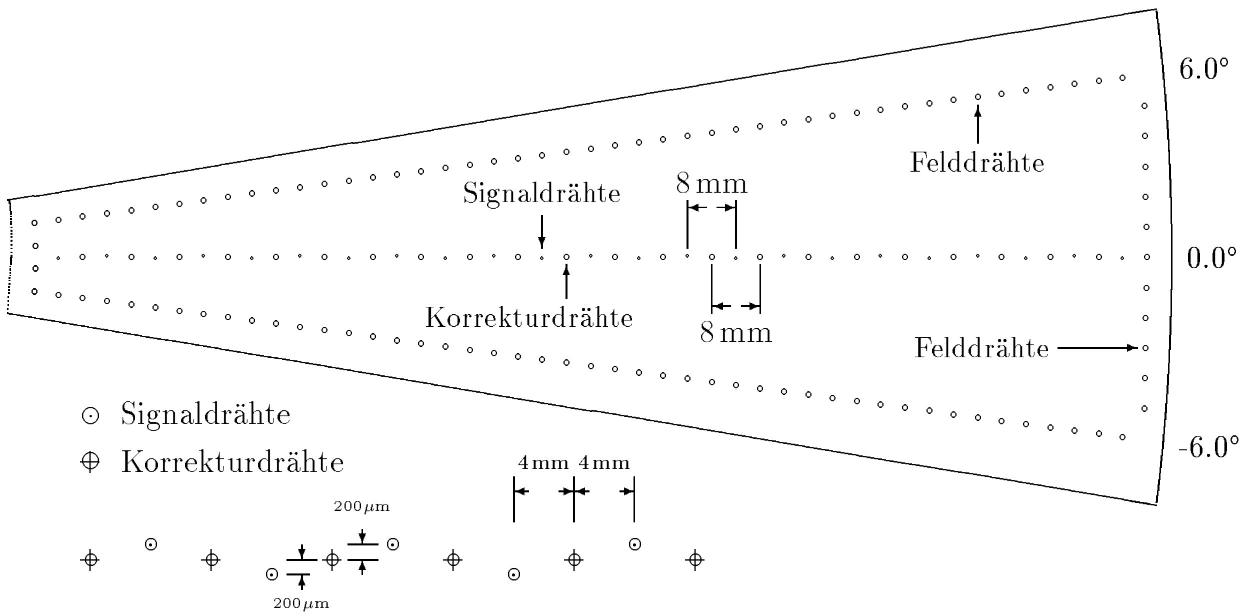

Abbildung 2.8: *Einer der 30 Sektoren der Jet-Driftkammer. In der vergrößerten Darstellung ist das staggering gut erkennbar.*

Anzahl der Sektoren	30
Anzahl der Signaldrähte pro Sektor	23
Material	Edelstahl, $29.7\,\Omega/\,\mathrm{cm}$, ø $20\,\mu\mathrm{m}$
Anzahl der Felddrähte pro Sektor	74
Material	Aluminium, goldbeschichtet, ø $152\,\mu\mathrm{m}$
Innenradius	49.9 mm
Außenradius	257 mm
sensitive Länge	400 mm
Gasgemisch	CO_2:Isobutan = 90:10
mittleres Driftfeld	1 kV/cm
mittlere Driftgeschwindigkeit	$0.92\,\mathrm{cm}/\mu\mathrm{s}$
maximale Driftzeit	$3\ \mu\mathrm{s}$
Lorentzwinkel	$7.2°$ bei 1.5 T
(r,ϕ)–Auflösung	$130\,\mu\mathrm{m}$
z–Auflösung	7.5 mm

Tabelle 2.3: *Technische Daten der Jet–Driftkammer.*

ten wird eine hohe Ortsauflösung (130 μm in der (r,ϕ)-Ebene) ermöglicht. Zur Bestimmung der z-Koordinate der Spur dient das Verfahren der Ladungsteilung. Hierbei kann aufgrund des Ohmschen Widerstandes des Signaldrahtes, der zu einer Dämpfung der Amplitude führt, über das Verhältnis der an beiden Drahtenden induzierten Ladungsmengen auf die z-Koordinate geschlossen werden.

Die Driftgeschwindigkeit v_D ist empfindlich abhängig von der Zusammensetzung des Gasgemisches, besonders von Verunreinigungen durch Gase wie Sauerstoff, dem vorherrschenden Druck, der Temperatur und der elektrischen Spannung. Während des Betriebes werden diese Werte ständig kontrolliert (*slow control*), um eine einwandfreie Orts-Driftzeit-Beziehung zu garantieren. Zur Überwachung der Driftgeschwindigkeit dient zusätzlich eine Monitordriftkammer, die am gleichen Gaskreislauf wie die Jet-Driftkammer angeschlossen ist.

Da für je zwei Strahlzeitperioden die äußeren Bedingungen nie exakt identisch sind, müssen durch geeignete Verfahren die aufgezeichneten Elektronik-Impulse mit den physikalischen Meßgrößen nachträglich in Einklang gebracht werden (Kalibration). Dies geschieht bei der Jet-Driftkammer in mehreren Schritten. Zunächst erfolgt die Kalibration der z-Information, dann die Kalibration der (r,ϕ)-Information und schließlich die Kalibration des minimalen Energieverlustes dE/dx. Als Information stehen die Nummer des Signaldrahtes, die dazugehörige Driftzeit und die beiden Signalamplituden A_+ und A_- für jedes Drahtende zur Verfügung. Die Bestim-

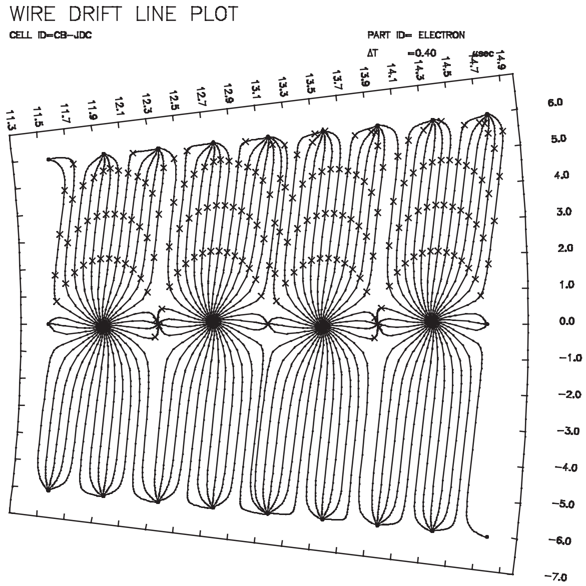

Abbildung 2.9:
Simulation des Feldlinienverlaufs in einem Sektor der JDC.

mung der z-Koordinate erfolgt nach Gleichung 2.11.

$$z = z_0 + z_L \frac{A_+ - \alpha A_-}{A_+ + \alpha A_-} \tag{2.11}$$

mit

z_0	:	Mittelpunkt des Signaldrahtes	[0 cm]
z_L	:	Elektrische Länge des Drahtes	[±23.68 cm]
α	:	Parameter zum Ausgleich unterschiedlicher Verstärkungsfaktoren der Driftkammer–Vorverstärker	[0.9 bis 1.1]
A_+, A_-	:	Gemessene Signalamplituden	

Pro Draht werden insgesamt drei Kalibrationskonstanten benötigt, für die gesamte Kammer 2070. Um die Konstanten z_0, z_L und α zu bestimmen, werden bei ausgeschaltetem Magnetfeld Ereignisse mit exakt vier Spuren selektiert, wobei jede davon mehr als zehn Ansprecher besitzt. Es wird weiterhin verlangt, daß diese Spuren zu einem gemeinsamen Vertex gehören. Mit dieser Methode kann eine drahtabhängige Auflösung in z-Richtung von 7–9 mm erreicht werden.

Für die Kalibration in (r, ϕ)–Richtung werden Ereignisse mit zwei geladenen Spuren bei eingeschaltetem Magnetfeld verwendet, wobei ausgenutzt wird, daß die Teilchenimpulse auf exakt 927.8 MeV/c für zwei Pionen und 797.9 MeV/c für zwei Kaonen festliegen. Daher ist die Anpassung beider Spuren mit nur einer Helix möglich. Zunächst werden mit dem Simulationsprogramm GARFIELD für vorgegebene äußere Bedingungen auf einem Gitter von 25nm×25nm Orts-Driftzeit-Beziehungen (ODB) zu verschiedenen Gasdrücken bestimmt. Man erhält so einen Satz von ODB-Tabellen. Nun wird für etwa 500 Ereignisse zu verschiedenen ODB-Tabellen aus den gemessenen Driftzeiten ein Impulsspektrum erstellt, indem den durch die ODB festgelegten Orten die Spur einer Helix angepaßt wird. Abschließend wird die Breite des Impulsspektrums durch Interpolation zwischen zwei benachbarten Tabellen minimiert. Dieses Verfahren ergibt eine relative Auflösung $\sigma(p)/p$ von 2% bei einem Impuls von 1 GeV/c. Dies entspricht einer Ortsauflösung von 130 μm.

Die Kalibration des differentiellen Energieverlustes erfolgt über minimal ionisierende Teilchen ($\beta\gamma \approx 4$) nach der *truncated-mean*-Methode, bei der die 10% kleinsten und 30% größten Signalamplituden verworfen werden. Der theoretische Wert wird aus der Bethe-Bloch-Formel bestimmt und dient zur Festlegung der 690 Konstanten C_E (eine Konstante pro Draht) aus folgender Gleichung:

$$\frac{dE}{dx} = C_E(A_+ + \alpha A_-) \tag{2.12}$$

Zur Anpassung von dE/dx-Spektren verschiedener Strahlzeiten aneinander dient zusätzlich ein globaler Ausgleichsfaktor, der ebenfalls aus dem differentiellen Energieverlust minimal ionisierender Teilchen ermittelt wird [36].

2.3.5 Das elektromagnetische Kalorimeter

Zum Nachweis neutraler und geladener Teilchen umgibt die Jet-Driftkammer ein faßförmiges (engl. barrel), aus 1380 einzelnen CsI-Kristallen aufgebautes Kalorimeter, welches dem Detektor auch den Namen verliehen hat (siehe Abbildung 2.10). Es kann Teilchen in einem Energiebereich von 3 MeV bis 2 GeV nachweisen. Die Geometrie wurde so gewählt, daß alle Kristalle auf das Targetzentrum hin ausgerichtet sind. Dies erfordert den Einsatz von dreizehn unterschiedlichen Kristallformen. Die Größe der Einzelkristalle entspricht dem Moliere-Radius. Eine Unterscheidung von einzelnen Photonen und Pionen mit einem maximalen Impuls bis 1 GeV/c ist noch möglich. Bei höheren Impulsen ist der Öffnungswinkel zu klein, um eine saubere Trennung der Einzelschauer zu gewährleisten. Beim Entwurf dieser Detektorkomponente wurde besonderer Wert auf eine möglichst vollständige Überdeckung des Raumwinkels und ein niedriges Rauschen gelegt. Eine Übersicht der technischen Daten gibt Tabelle 2.4.

Geladene Teilchen bewirken Ionisation im Kristall. Photonen hingegen erzeugen zunächst ein e^+e^--Paar (Paarbildung), gefolgt von einem elektomagnetischen Schauer aus sich abwechselnden Bremsstrahlungs- und Paarbildungsprozessen. Die durch Ionisation oder Schauerbildung an den Kristall abgegebene Energie wird über sogenannte Aktivatorzentren, hier Thallium, in Szintillationslicht umgewandelt, welches über eine Photokathode nachgewiesen wird.

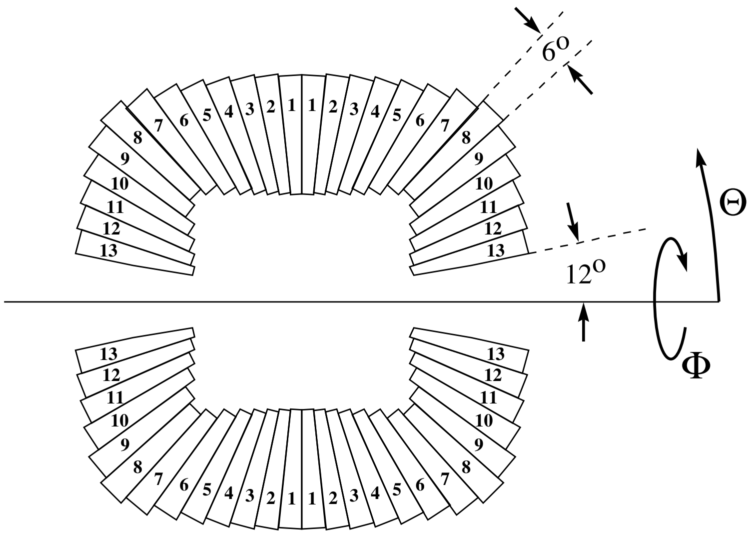

Abbildung 2.10:
Aufbau des Crystal Barrel Kalorimeters. Die Nummern auf den Kristallen geben die verschiedenen Kristalltypen an.

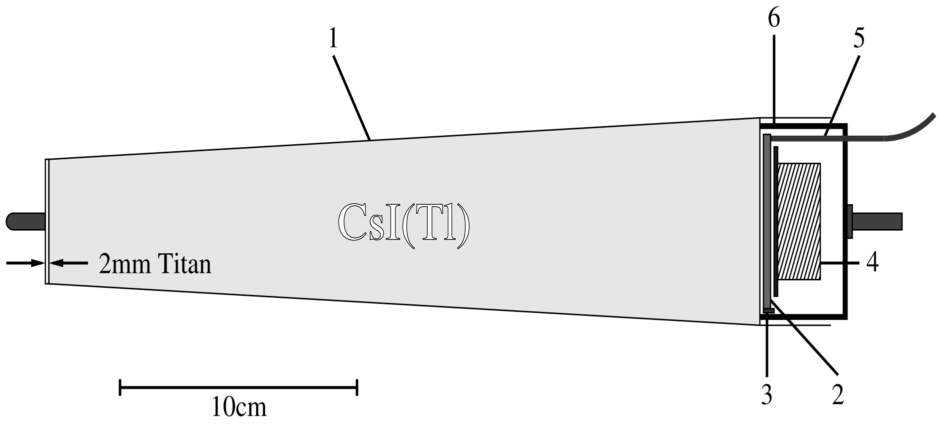

Abbildung 2.11: *Aufbau eines einzelnen Moduls des CsI-Kalorimeters. (1) Titanhülle, (2) Wellenlängenschieber, (3) Photodiode, (4) Vorverstärkermodul, (5) optische Faser für Lichtpulse, (6) Gehäusedeckel.*

Für die Messung der Prozesse $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ und $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ist eine genaue Bestimmung der Photonenergie und die Möglichkeit der räumlichen Trennung zweier Schauer wichtig. Dies wird zum einen durch den Aufbau des Kalorimeters aus 1380 einzeln ausgelesenen Kristallen erreicht. Zudem hat das verwendete Material (Thallium-dotiertes CsI) eine geringe Strahlungslänge X_0 von etwa 1.86 cm, was jener longitudinalen Strecke entspricht, nach der ein hochenergetisches Elektron bis auf 1/e seiner Energie durch Bremsstrahlung verloren hat. Die Größe X_0 ist daher ein geeignetes Maß zur Beschreibung elektromagnetischer Schauer. Eine Kristallänge von 30 cm entspricht 16.1 Strahlungslängen. Eine weitere charakteristische Größe ist die transversale Schauerausdehnung, die durch den Moliere-Radius R_M angegeben wird. Er beträgt für CsI 3,8 cm. Innerhalb eines Zylinders mit einem Radius von $r = 3 \times R_M$ wird 99% der Schauerenergie deponiert. Die Topologie des elektromagnetischen Schauers unterscheidet sich deutlich von den lokalen Energiedepositionen, die ein geladenes Teilchen erzeugt, wodurch eine Trennung von geladenen und neutralen Teilchen erreicht werden kann.

Abbildung 2.11 zeigt den Aufbau eines Moduls. Der Wellenlängenschieber sorgt durch seinen im Vergleich zum Kristall niedrigeren Brechungsindex dafür, daß auch Licht unter ungünstigem Winkel zur Photodiode, die eine deutlich kleinere Fläche als der Kristall aufweist, gebrochen wird. Zudem wird das vom Kristall abgegebene Licht zu einer längeren Wellenlänge verschoben, in der die Sensitivität der Photodiode höher ist. Die optische Faser des Lichtpulsersystems dient dem Test der Photodiode während des normalen Betriebes. Da CsI hygroskopisch ist, wird der Kristall durch eine Aluminiumfolie und eine Titanhülle vor Feuchtigkeit geschützt.

Eichung des Kalorimeters

In den Pausen zwischen den Extraktionszeiten des LEAR werden Daten zur Bestimmung des Nullpunktrauschens des Kalorimeters (sog. Pedestals) genommen. Der Rauschwert liegt bei ca. 220 keV. Während der weiteren Analyse der Kalorimeterdaten kann so eine Untergrundsubtraktion vorgenommen werden. Zur Absoluteichung der digitalen Information, d.h. der Zuordnung einer deponierten Energie, dienen zum einen minimal ionisierende Teilchen, zum anderen ein

Abgleich der π^0-Masse. Bei der Eichung mittels geladener hochenergetischer Teilchen wird ausgenutzt, daß diese aufgrund ihres geringen spezifischen Energieverlustes die volle Länge der CsI-Kristalle durchqueren können, wo sie im Mittel einen Energieverlust von 175 MeV erleiden. Diese Messung geschieht bei abgeschaltetem Magnetfeld, damit die geladenen Spuren in Richtung der Kristallachsen verlaufen. Eine exakte Eichung ist mit diesem Verfahren jedoch nicht möglich, da sich Photonen und geladene Teilchen unterschiedlich im Kristall verhalten. Sie ergibt jedoch gute Startwerte zur weiteren Kalibration mittels der π^0-Masse.

Zur exakten Eichung dienen Photonen, die aus dem Zerfall eines π^0 stammen. Die Kalibrationskonstanten werden so korrigiert, daß die invariante Masse zweier Photonen, die beim Zerfall eines π^0 entstanden sind, exakt die π^0-Masse ergibt. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt in der Verwendung von Photonen zur Eichung. Es werden ca. 10^6 rein neutrale Ereignisse mit weniger

Anzahl der Kristalle	1380
Material	CsI(Tl)
Photonenausbeute	$\approx 4.5 \cdot 10^3$ pro 1 MeV
Strahlungslänge X_0	1.86 cm
Emissionsmaximum	550 nm
Segmentierung in ϕ	60/30 Kristalle, Öffnungswinkel 6°/12°
Segmentierung in θ	26 Kristalle, Öffnungswinkel 6°
Länge eines Kristalls	30 cm, entsprechend $16.1 X_0$
Raumwinkel	$97.8\% \cdot 4\pi$
Energieauflösung $\frac{\sigma_E}{E}$	$\frac{2.8\%}{\sqrt[4]{E(\mathrm{GeV})}}$
Rauschsignal pro Kristall	220 keV
Winkelauflösung in θ	
isolierte Schauer	20 mrad
überlappende Schauer	45 mrad
Winkelauflösung in ϕ	(Kristalltyp 1–10)
isolierte Schauer	20 mrad
überlappende Schauer	45 mrad
	(Kristalltyp 11–13)
isolierte Schauer	40 mrad
überlappende Schauer	90 mrad

Tabelle 2.4: *Technische Daten des CsI(Tl)–Kalorimeters.*

als acht Photonen verwendet. Eine höhere Photonenzahl würde erheblichen kombinatorischen Untergrund erzeugen, d.h. Photonenpaarungen, die rein zufällig eine Masse nahe der π^0-Masse hätten. Es wird eine statistische Genauigkeit von 0.5% pro Kristallmodul erreicht.

2.3.6 Das Datenerfassungssystem

An die Datenerfassung sind hohe Anforderungen gestellt. Es sollen mit großer Rate alle für die spätere Weiterverarbeitung notwendigen Informationen gesammelt und in kompakter Form auf Datenträger geschrieben werden. Dazu ist eine weitgehend gleichzeitige, d.h. parallele Auslese der einzelnen Detektorkomponenten, parallele Weiterverarbeitung der Rohinformation und ihre Speicherung erforderlich. Weiterhin muß die Möglichkeit der Anreicherung spezieller bzw. besonders seltener Zerfallskanäle und Ereignisstopologien durch Entscheidungslogiken (Triggersystem) gegeben sein. Die Speicherung, Vorprozessierung und Entscheidungslogik bildet die Limitierung des Datendurchsatzes.

Die Verarbeitung der Information erfolgt hierarchisch in drei aufeinanderfolgenden Stufen. In einem ersten Schritt werden die von den Detektorelementen kommenden Signale mittels ADC-Modulen digitalisiert. In einem nächsten Schritt werden diese ca. 4000 digitalen Ausgangsignale durch für bestimmte Detektorkomponenten zuständige Prozessoren synchronisiert, gesammelt und zwischengespeichert. Diese Mikrocomputer basieren auf 24 68040-Prozessoren von Motorola, welche auf acht Boards mit 4 bis 16 MByte Speicher verteilt sind. In einem letzten Schritt erfolgt die Zusammenfassung dieser Einzelinformationen mittels eines globalen Prozessors (Eventbuilder) zu einem Ereignis, welches in einen lokalen Speicher geschrieben wird. Von dort kann es auf Band oder auf eine Festplatte kopiert werden, wo es auch verschiedenen Monitorprogrammen zur Verfügung steht. Als Datenstruktur dient das Format ZEBRA [37], für die in dieser Arbeit analysierten Daten wurde ein IBM 3480 Laufwerk mit einer Schreibrate von 2MByte/s verwendet. Seit August 1995 dienen DLT–Laufwerke mit einer deutlich höheren Schreibrate zur Aufzeichnung der Daten.

Während der Datennahme wird das Gesamtsystem von einem Macintosh IIa PC kontrolliert, welcher auf den Speicher der Motorola-Prozessoren zugreifen kann. Die Überwachung des Detektors (Slowcontrol) erfolgt mittels eines 68030-Prozessors.

2.3.7 Das Triggersystem

Generell steuert ein Triggersystem den zeitlichen Ablauf der Datennahme. Es teilt der Ausleseelektronik mit, zu welchem Zeitpunkt analoge Signale zur Weiterverarbeitung und Speicherung vorliegen. Weiterhin soll die Anreicherung spezieller Ereignisse möglich sein. Wichtig ist hierbei, die Totzeit, d.h. diejenige Zeit, in der der Detektor für die Datennahme nicht zur Verfügung steht, möglichst gering zu halten. Dazu bedarf es schneller Entscheidungskriterien über die Qualität eines jeweiligen Ereignisses (siehe auch Abbildung 2.12).

Das grundlegende Kriterium zur Auslösung der Detektorauslese ist die Registrierung eines Antiprotons im Target. Hierzu dient die logische Verknüpfung eines Siliziumzählers im Strahl vor dem Target mit einem Vetozähler in Strahlrichtung hinter dem Target. Die mittels dieser Triggeranforderung gewonnenen (*minimum bias*) Daten dienen vor allem der Normierung von Wirkungsquerschnitten und müssen während jeder Strahlzeit genommen werden, da die Parameter des Detektors ständigen Änderungen unterworfen sein können. Die Ereignisrate ist weitgehend durch die Aufzeichnungsgeschwindigkeit der Daten auf Band, die Rechenzeit für Triggerentscheidungen und die Abklingzeit der CsI-Kristalle bestimmt. Um die Totzeit durch Triggerentscheidungen gering zu halten, wurde eine hierarchische Struktur ausgehend von schnellen Entscheidungen bis hin zu immer komplexeren Anforderungen aufgebaut. Durch die Reduktion der zur Datennahme geeigneten Ereignisse auf unterster Ebene um eine Größenordnung wird die Totzeit erheblich verringert. Es werden folgende Stufen verwendet:

- Stop eines Antiprotons im Target (Stufe 0).
- Anzahl der geladenen Spuren,
  Anzahl der Teilchen im Kalorimeter (Stufe 1).
- Rekonstruktion neutraler Mesonen aus den Energiedepositionen im Kalorimeter (Stufe 2).

Für den in dieser Arbeit analysierten Datensatz wurden nur die ersten beiden Bedingungen verwendet. Dabei wurden rein neutrale Ereignisse, d.h. Ereignisse ohne geladene Spuren, gefordert. Eine Anreicherung durch die Rekonstruktion von $5\pi^0$ würde wegen enormer Rechenzeit und der großen Häufigkeit dieses Endzustandes keine Verbesserungen der Datenqualität und Effizienz erziehlen und möglicherweise ungewollte Nebeneffekte wie die Veränderung der Detektorakzeptanz nach sich ziehen. Da die Wahrscheinlichkeit für die Produktion rein neutraler Ereignisse aus dem $\bar{p}p$-Anfangszustand bei ca. 4% liegt, kann bei einer Triggereffizienz von 90% eine Anreicherung neutraler Ereignisse um einen Faktor 22.5 erreicht werden.

Trigger für geladene Teilchen

Die Information über die Anzahl geladener Spuren wird von der das Target direkt umgebenden PWC und der JDC geliefert. Die zwei Lagen der PWC liefern zwei getrennte Signale, was zum einen Ineffizienzen des Systems ausgleichen kann, zum anderen ermöglicht, Ereignisse anzureichern, bei denen sich die Multiplizität ändern kann. Dies trifft für K_s im Endzustand mit einem hohem Impuls im Laborsystem zu, die zwischen den Lagen der PWC in zwei geladene Pionen zerfallen.

Zur Nutzung der JDC als Multiplizitätentrigger werden die Lagen 2, 3, 4 und 5 sowie 20 und 21 ausgewählt, die auf die Multiplizität hin abgefragt werden können. Durch die Verwendung sowohl innerer als auch äußerer Lagen kann zudem auf lange Spuren, wie sie von Pionen und Kaonen erzeugt werden, getriggert werden. Die Kombination aus PWC- und JDC-Signalen bildet ein sehr effektives Vetosignal zur Anreicherung neutraler Zerfallskanäle.

Das Kalorimeter als Triggerstufe

Obwohl in dieser Arbeit nicht verwendet, soll kurz auf die Möglichkeiten des Kalorimeters als Triggerstufe eingegangen werden. Ein wichtiges Kriterium hierbei ist die Gesamtanzahl der Schauer, die ungefähr die Summe aus geladenen und ungeladenen Teilchen im Endzustand angibt. Abweichungen hiervon treten auf, da zum einen nicht der gesamte Raumwinkel abgedeckt wird, zum anderen zwei nahe beieinander liegende Schauer nicht mehr getrennt aufgelöst werden können. Zudem können durch geladene Teilchen ausgelöste hadronische Prozesse und

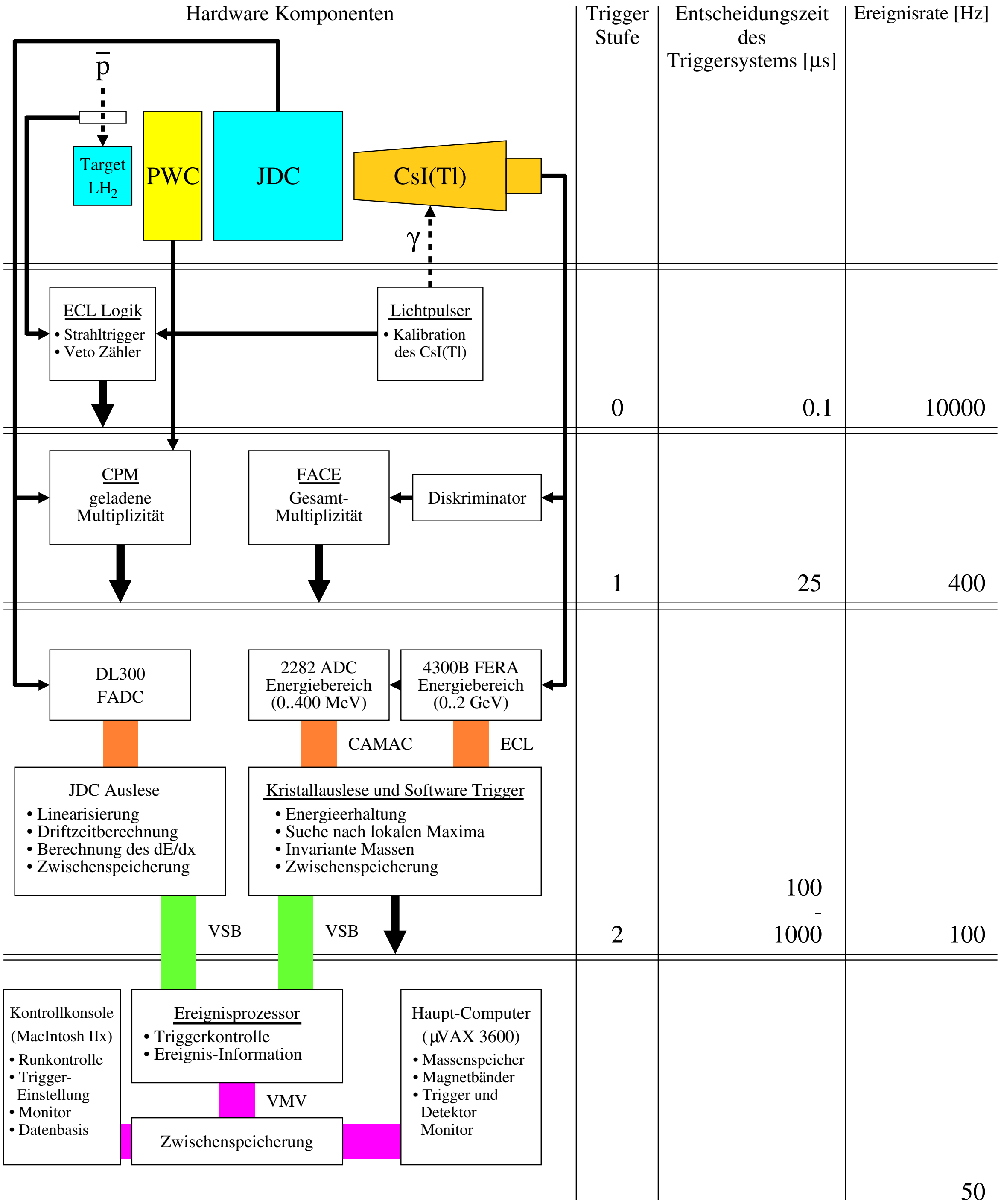

Abbildung 2.12: *Aufbau des Triggers im Crystal Barrel Experiment.*

statistische Fluktuationen elektromagnetischer Schauer zusätzliche Energiedepositionen erzeugen (*split-offs*), die von normalen Photonschauern schwer zu unterscheiden sind.

Zur Bestimmung der Multiplizität dient der Hardware-Prozessor FACE [38]. Er bildet die Kristalle auf eine 26×60-Matrix ab. Kristalle, die oberhalb einer Energieschwelle von 25 MeV liegen, werden zu zusammenhängenden Strukturen geordnet. Die Anzahl dieser Cluster dient als Entscheidungskriterium.

Für die hier untersuchten Daten wurde auf rein neutrale Ereignisse getriggert, allerdings ohne eine feste Zahl von Schauern zu verlangen. Bei Ansprechern in der PWC oder der JDC wurde das Ereignis verworfen.

2.3.8 Vollständige Ereignisrekonstruktion

Um zu den endgültigen Vierervektoren der gemessenen Teilchen zu gelangen, müssen die auf Band geschriebenen Rohdaten mittels eines Programmpaketes [39] weiterverarbeitet werden.

Geladene Teilchen

Da Ereignisse mit geladenen Spuren in dieser Arbeit nicht betrachtet werden, soll nur kurz auf die Rekonstrunktion ihrer Impulse eingegangen werden.

Mittels des Programmpaketes LOCATER [39](CB-Note 93) werden aus den Daten der Driftkammer Spuren geladener Teilchen rekonstruiert. In einem ersten Schritt werden Driftzeit und Signalamplitude in eine Ortsinformation umgerechnet. Ein Mustererkennungsalgorithmus rekonstruiert anschließend aus den einzelnen Ansprechern zusammenhängende Spuren unter der Nebenbedingung, daß diese nahe dem Annihilationsvertex entlanglaufen. Durch lineare Extrapolation wird dabei die Lage weiterer Punkte vorausberechnet und mit der tatsächlicher Ansprecher verglichen. Es bedarf dabei mindestens dreier Meßpunkte für die Definition einer Spur, wodurch der effektive Raumwinkel auf $0.92 \cdot 4\pi$ eingeschränkt wird. Aufgrund der Ausrichtung des Magnetfeldes in z-Richtung erfolgt die Anpassung der Spuren in (r, z)-Richtung an Geraden, in der (r, ϕ)-Ebene an Kreissegmente.

Die aus der Anpassung an einen Kreis gewonnenen Parameter gehen als Startwerte für die Beschreibung der Teilchenbahn mit einer Helix ein. Aus den Helixparametern kann bei Kenntnis der Magnetfeldstärke B der longitudinale (in z-Richtung) und transversale (in r-Richtung) Impuls des geladenen Teilchens bestimmt werden.

Photonrekonstruktion

Photonen erzeugen beim Durchgang durch das Kalorimeter einen elektromagnetischen Schauer, im wesentlichen also eine Folge von Bremsstrahlungs- und Paarbildungsprozessen. Dieser Schauer kann sich auf bis zu $20 - 30$ benachbarte Kristalle ausbreiten. Im Gegensatz dazu verursachen geladene Teilchen Schauer, die eine kleinere räumliche Ausdehnung besitzen und sich somit auf wenige Kristalle beschränken. Vom Rekonstruktionsprogramm werden zunächst zusammenhängende Gebiete von Kristallen, die eine Energiedeposition von mehr als 1 MeV aufzeigen, gesucht. Die Mindestenergie solcher *Cluster* wurde in dieser Arbeit auf 20 MeV festgesetzt, um eventuelle Störeffekte, wie in das Kalorimeter zurückgestreute Teilchen, zu unterdrücken. Andererseits werden dadurch auch Photonen mit sehr geringer Energie (< 20 MeV) verworfen, was jedoch für die vorliegende Analyse einen guten Kompromiß darstellt.

Besonders bei höheren Photonmultiplizitäten kann es vorkommen, daß ein Cluster aus Schauern mehrerer Photonen gebildet wird. Daher wird von der Rekonstruktionssoftware ein Cluster nach lokalen Maxima abgesucht. Die Mindestenergie zur Definition eines Photons ist in dieser Arbeit ebenfalls auf 20 MeV festgelegt, was erfahrungsgemäß einen sehr guten Wert für gerade Photonmultiplizitäten (hier 10 Photonen) darstellt. Lokale Maxima innerhalb eines Clusters können weiterhin durch Schauerfluktuationen hochenergetischer Photonen entstehen und weitere Photonen vortäuschen. Solche sogenannten *split-offs* besitzen jedoch im allgemeinen eine geringe Energie. Durch eine Mindestenergie von 20 MeV/Photon wird das Auftreten von *split-offs* zwar auf eine Wahrscheinlichkeit von 0.7% gesenkt, es wurde in dieser Arbeit jedoch noch ein zusätzlicher Schnitt auf die Energie des Zentralkristalls eines Schauers angewendet (siehe Kap. 3).

Für den Fall mehrerer lokaler Maxima pro Cluster wird die Gesamtenergie anteilmäßig auf die einzelnen Photonen verteilt. Die Energie eines PED's (*Particle Energy Deposit*) ergibt sich aus

$$E_{\mathrm{PED}} = \frac{E_9}{\sum_{i=1}^{n} E_{9i}} E_{\mathrm{Cluster}}, \tag{2.13}$$

wobei E_9 die Summe der Energien des Kristalls, in welchem das lokale Maximum liegt, und der acht angrenzenden Kristalle ist. Die Summe im Nenner erstreckt sich über alle lokalen Maxima eines Schauers. Die exakte Position des Photons im Kalorimeter wird durch die energiegewichtete Summe der Lage der Einzelkristalle gebildet. Für den Richtungscosinus R_x ergibt sich folglich:

$$R_x = \frac{\sum_{\mathrm{Kristalle}} E_i x_i}{\sqrt{(\sum_{\mathrm{Kristalle}} E_i x_i)^2 + (\sum_{\{textKristalle} E_i y_i)^2 + (\sum_{\mathrm{Kristalle}} E_i z_i)^2}} \tag{2.14}$$

R_y und R_z werden durch analoge Beziehung ermittelt. Die Richtung von sich überlappenden Schauern wird aus der Lage des Zentralkristalls bestimmt, was jedoch die Winkelauflösung etwas verschlechtert (siehe Tabelle 2.4).

Die bisher bestimmte *rekonstruierte Photonenergie* berücksichtigt noch nicht die von der Energie und Lage des Schauers abhängigen Leckverluste, entsprechend unterschiedlicher Eindringtiefen und Schauerradien. Die physikalische Photonenergie ergibt sich durch Multiplikation mit aus Monte-Carlo-Simulationen gewonnenen Korrekturfunktionen (Gleichung 2.15).

$$E_\gamma = E_{\mathrm{PED}} \cdot C_m C_t(\theta) C_r(E) \tag{2.15}$$

mit

$$C_m = 1.038 \tag{2.16}$$

$$C_r(E) = 1 + \frac{0.6MeV}{E_{\mathrm{PED}}[MeV]} \tag{2.17}$$

$$C_t(\theta) = \begin{cases} 1.005 & \text{Kristalltyp 1} \\ 1.0 & \text{Kristalltyp 2 - 10} \\ 1.004 & \text{Kristalltyp 11, 12} \\ 1.05 & \text{Kristalltyp 13} \end{cases} \tag{2.18}$$

Die so korrigierten Photonenergien E_γ gehen in die weitere Analyse ein.

Kapitel 3

Datenselektion

Eines der wesentlichen Ziele dieser Arbeit ist die Partialwellenanalyse des $5\pi^0$-Endzustandes der $\bar{p}p$-Annihilation in Ruhe in flüssigem Wasserstoff (LH_2). Neutrale Pionen zerfallen zu (98.80 $\pm$ 0.03)% in zwei Photonen [7], daher enthält der 10γ-Endzustand die meisten $5\pi^0$-Ereignisse. Bedingt durch verlorengegangene und von der Rekonstruktionssoftware verworfene Photonen befindet sich auch ein gewisser Anteil an $5\pi^0$-Ereignissen im 8γ- oder 9γ-Endzustand. Diese Daten werden jedoch nicht zur Analyse herangezogen, da die Anzahl guter Ereignisse aus dem 10γ-Datensatz für eine Likelihood-Anpassung ausreicht und zudem die Qualität nicht vollständig gemessener Ereignisse deutlich schlechter ist. Der $5\pi^0$-Endzustand in der $\bar{p}p$-Annihilation wurde erstmals im Crystal Barrel Experiment nachgewiesen und im Rahmen einer Partialwellenanalyse in dieser Arbeit untersucht.

In diesem Kapitel werden die Selektion der Daten aus Ereignissen, die mit einem speziellen Trigger zur Anreicherung neutraler Endzustände gewonnen wurden (*zero prong*), und die notwendige Korrekturen der Rohdaten beschrieben. Zum Abschluß des Kapitels erfolgt die Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse der Reaktionen $\bar{p}p \to 5\pi^0$ und $\bar{p}p \to 4\pi^0\eta$ und ein Vergleich zu anderen Verzweigungsverhältnissen von rein neutralen Kanälen.

3.1 Vorselektion

Etwa 4% aller Annihilationen ergeben rein neutrale Endzustände. Um eine Anreicherung dieser Ereignisse auf Band zu erreichen, wurden die hier verwendeten Daten mittels des in Kapitel 2.3.7 beschriebenen Triggersystems angereichert, indem ein Veto auf geladene Spuren gesetzt wurde. Die Vorselektion des 10γ-Datensatzes unterscheidet sich im wesentlichen nicht von der des 6γ-Datensatzes. Weitere Details sind in [40–42] zu finden.

Die Daten wurden in acht Strahlzeiten gesammelt, in denen ein *zero prong trigger* verwendet wurde. Die folgenden Schnitte werden in einem ersten Selektionsschritt angewandt, um den Hauptuntergrund zu beseitigen (die Bezeichnung PED = Particle Energy Deposit wird gleichbedeutend mit γ oder Photon verwandt):

1. Die in Kapitel 2.3.8 beschriebene Standardrekonstruktionssoftware extrahiert erfolgreich die physikalischen Viererimpulse aus den Rohdaten.

2. Ereignisse, die geladene Spuren enthalten, werden verworfen.

3. Es werden nur Ereignisse mit exakt 10 Photonen, die eine Energie größer als 20.0 MeV (EPEDBC[1] = 20.0 MeV) aufweisen, akzeptiert.

4. Die Energie des Zentralkristalls eines PED muß mindestens 10.0 MeV betragen, um *split-offs* zu vermeiden.

5. Es wird eine invariante Schauermasse von Clustern aus nur einem PED von weniger als 100.0 MeV verlangt.

6. Ereignisse, die ein PED mit einem Zentralkristall des Typs 13 (äußerer Ring des Kalorimeters) enthalten, werden verworfen.

7. Die Ereignisse müssen einer groben Energie- und Impulserhaltung genügen: $1.6\ \mathrm{GeV} \leq E_{tot} \leq 2.1\ \mathrm{GeV}$, $|\vec{P}_{tot}| \leq 0.16\ \mathrm{GeV}$.

Der erste Schnitt nach dem Prozessieren der Rohdaten beseitigt Ereignisse, die aufgrund von Ineffizienzen des Triggers nicht zum Zeitpunkt der Datenaufnahme verworfen wurden. Weiterhin ergaben Studien mit simulierten und experimentellen Daten, daß eine effiziente Reduktion der *split-off*-Wahrscheinlichkeit durch einen Schnitt auf die Zentralkristallenergie ($E_{zentr.} \gtrsim 10\ MeV$) erreicht werden kann [43]. Die gemessene Energie von Photonen, deren Zentralkristall in den äußeren Ringen des Kalorimeters liegt (Kristalltyp 13), ist oft niedriger als die tatsächliche, da ein Teil des Schauers in das Strahlrohr entwichen ist. Dies beschränkt den nutzbaren Polarwinkel auf einen Bereich von $18° - 162°$. Zuletzt wird noch eine ungefähre Energie- und Impulserhaltung verlangt, um Ereignisse mit nicht detektierten Teilchen und sogenannte *pile-up events*, bei denen die Annihilationsprodukte von mehr als einem Protonium einem Ereignis zugeordnet werden, zu unterdrücken. Abbildung 3.1 zeigt die Verteilung

[1] EPEDBC: Variable in der Tracking-Software, welche die Mindestenergie eines PED auf 20 MeV festlegt.

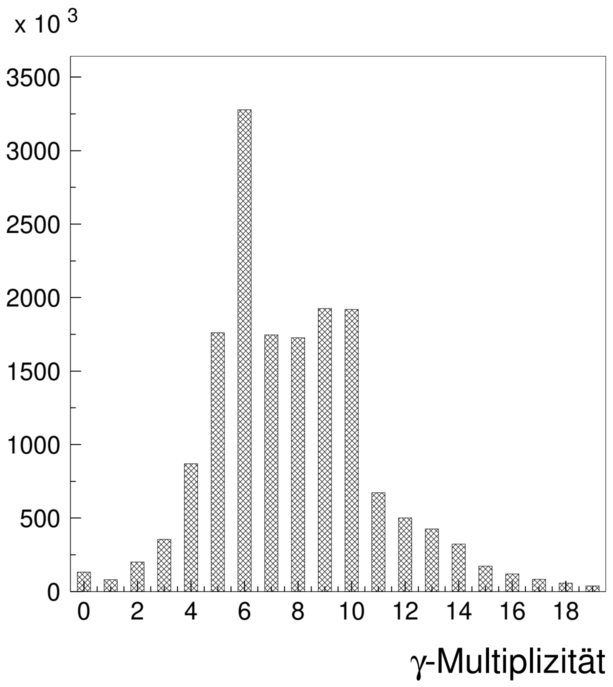

Abbildung 3.1:
Verteilung der γ-Multiplizitäten nach dem Schnitt auf Ereignisse ohne geladene Spuren. Gezeigt ist der vollständige Datensatz aller neutralen Ereignisse.

	Selektionsschritt						
Strahlzeit	1	2	3	4	5	6	7
Dez. '89	1195337	1121970	128737	126989	126962	92784	82338
Jun. '90	1405739	1267573	148344	145959	145923	105716	86906
Jul. '90	3591485	3226962	387555	382362	381983	286975	239695
Sept. '90	1313069	1145485	143023	138247	138069	103525	88710
Nov. '90	4568545	4140638	532309	524281	523789	396962	342969
Mai '91	1561846	1368681	175128	171968	171794	131052	114014
Jun. '91	846517	777683	96856	95451	95393	72317	63346
Aug. '91	1684921	1484951	172436	131837	130767	82059	71121
Summe	16167459	14533943	1784388	1717094	1714680	1271390	1089099

Tabelle 3.1: *Die Datenreduktion der Vorselektion für unterschiedliche Strahlzeiten.*

der γ-Multiplizitäten nach dem Schnitt auf geladene Spuren. Eine starke Dominanz des 6γ-Endustandes ist zu erkennen, jedoch ist auch ein deutliches Signal bei Ereignissen mit zehn Photonen sichtbar. Tabelle 3.1 gibt einen Überblick über die Datenreduktion in den einzelnen Selektionsschritten.

3.2 Kinematische Anpassung

Bedingt durch das begrenzte Auflösungsvermögen des Detektors sind gemessene Größen, hier Energie und Winkel der Teilchen, mit einem Fehler behaftet. Dies hat zur Folge, daß physikalische Nebenbedingungen wie die Energie- und Impulserhaltung im allgemeinen nicht exakt erfüllt sind. Andererseits können gerade diese Nebenbedingungen dazu ausgenutzt werden, die gemessenen Größen im Rahmen ihrer Fehler zu korrigieren. Anschließend sollen diese Nebenbedingungen exakt erfüllt sein. Dieses als kinematische Anpassung bezeichnete Verfahren korrigiert spürbar die gemessenen Größen in Richtung der tatsächlichen Größen und erhöht damit die Güte des Datensatzes.

Der $5\pi^0$-Endzustand liefert neun Nebenbedingungen (9C = 9 Constraints). Davon entfallen vier auf die Energie- und Impulserhaltung am Primärvertex(Gleichung 3.1), die übrigen fünf sind durch die Bedingung gegeben, daß die Pionen auf der Massenschale liegen (Gleichung 3.2).

$$p_0^\mu = \sum_{i=1}^{5} p_i^\mu \ , \mu = 0, ..., 3 \tag{3.1}$$

$$m_\pi^2 = p_i^\mu p_{i\mu} \ , i = 1, ..., 5 \tag{3.2}$$

Hierbei ist p_0 durch den Anfangsimpuls des $\bar{\text{p}}$p-Systems bestimmt. Im Falle der Annihilation in Ruhe gilt: $p_0^0 = 2m_p$, $\vec{p}_0 = (0, 0, 0)$. Die Ausdrücke p_i bezeichnen die Viererimpulse der Pionen und ergeben sich als Summe der Photonimpulse.

Zu einem Satz normalverteilter Meßwerte x_i gibt es einen Satz normalverteilter Korrekturgrößen Δx_i, so daß die k Randbedingungen F_j exakt erfüllt sind:

$$F_j(x_i + \Delta x_i) \quad = \quad 0, \quad j = 1, ..., k \tag{3.3}$$

Die korrigierten Werte $\tilde{x}_i \; = \; x_i + \Delta x_i$ gehen in die weitere Analyse ein.

Zur Bestimmung der Korrekturen wird der Ausdruck

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\hat{x}_i - x_i}{\sigma_i} \right)^2 + 2 \sum_{j=1}^{k} \lambda_j F_j(\hat{x}_1, ..., \hat{x}_n) \tag{3.4}$$

durch Variation der $\hat{x}_i$ minimiert. Die σ_i sind die Fehler der jeweiligen Meßgröße x_i. In Gleichung 3.4 werden durch das Verfahren der Lagrange-Multiplikatoren λ_j die Nebenbedingungen mitberücksichtigt. Im 10γ-Endzustand gehen die Photonenergie $\sqrt{E_i}$ sowie der Polarwinkel Θ_i und der Azimuthwinkel Φ_i als fehlerbehaftete Größen in die kinematische Anpassung ein.

Für das Minimum von χ^2 gelten die n Gleichungen

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \hat{x}_i} \quad = \quad 0 \tag{3.5}$$

Zusammen mit den k Gleichungen (3.3) ergeben sich n+k unabhängige Gleichungen für n Korrekturen und k Lagrange-Multiplikatoren. Zur Lösung des Gleichungssystems wird üblicherweise eine lineare Näherung der Randbedingungen mittels einer Taylor-Entwicklung vorgenommen. Anschließend wird das Gleichungssystem in eine Form gebracht, in der es iterativ gelöst werden kann. Das Ereignis liefert eine erfolgreiche Anpassung an die gewählte Hypothese, falls eine stabile Lösung erreicht wird, ansonsten wird es verworfen. Weitere Einzelheiten sind in [44] zu finden. Das aus den modifizierten Werten $\tilde{x}_i$ berechnete χ^2 beschreibt die Güte der kinematischen Anpassung. Zu bemerken ist noch, daß sich durch die Ausnutzung physikalischer Nebenbedingungen nicht nur die Meßwerte ändern, sondern daß auch eine deutliche Verringerung ihrer Fehler erzielt werden kann.

Bei normalverteilten Meßwerten ergibt sich in Abhängigkeit von der Anzahl der Freiheitsgrade $n_f = n - k$ eine charakteristische χ^2-Verteilung $V_{n_f}(\chi^2)$ (siehe z.B. [45]). Dieser sollten auch die obigen Meßwerte bei korrekter Wahl der Fehler folgen. Vielfach wird nicht die Verteilung der χ^2-Werte, sondern die der Konfidenzniveaus angebenen, welche sich nach

$$Cl(\vec{x}_i) \quad = \quad \int_{\chi^2(\vec{x}_i)}^{\infty} V_{n_f}(\tilde{\chi}^2) d\tilde{\chi}^2 \tag{3.6}$$

berechnet. In Worte gefaßt ist dies die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei einer erneuten Messung ein kleinerer χ^2-Wert gefunden wird als $\chi^2(\vec{x}_i)$. Die Konfidenzniveau-Verteilung sollte für untergrundfreie Datensätze und korrekt gewählte Fehler per definitionem flach sein.

Ein zweites Maß für die Güte der kinematischen Anpassung und insbesondere der richtigen Einschätzung der Fehler ist die Verteilung der Pulls Pl_i, definiert durch

$$Pl_i \quad = \quad \frac{\tilde{x}_i - x_i}{\sqrt{\sigma_{x_i}^2 - \sigma_{\tilde{x}_i}^2}}, \tag{3.7}$$

wobei σ_{x_i} und $\sigma_{\tilde{x}_i}$ die Fehler für die gemessenen bzw. für die angepaßten Größen darstellen. Bei einer korrekten Wahl der Meßfehler sollten die Pulls normalverteilt sein, d.h. mit einem Maximum bei 0 und einer Standardabweichung von 1. Weicht das Maximum von 0 ab, deutet dies auf systematische Fehler wie beispielsweise einen verschobenen Vertex hin; eine Standardabweichung ungleich 1 bedeutet die falsche Abschätzung des Meßfehlers.

3.3 Resultate der kinematischen Anpassung

Der nach Schnitt 7 der Vorselektion verbleibende Datensatz wird zunächst einer kinematischen Anpassung unterzogen, welche nur die Energie- und Impulserhaltung als Nebenbedingung verwendet:

$$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \quad \rightarrow 10\gamma \quad (4C) \tag{3.8}$$

Grundlage ist das Programmpaket CBKFIT [46], welches als Teil der Software des Crystal Barrel Experiments zur Verfügung steht. Die Hypothese von Gleichung 3.8 stellt eine Anpassung mit vier Nebenbedingungen (4C) dar. Die Resultate sind in Tabelle 3.2 zusammengestellt.

Ereignisse mit Cl $< 1\%$ werden verworfen, da dort die kinematische Anpassung nur sehr schlecht konvergiert und viel Untergrund enthalten ist. Die invariante $\gamma\gamma$-Masse ist in Abbildung 3.2 gezeigt. Deutlich ist die Qualitätsverbesserung der Daten durch die kinematische Anpassung anhand der Signal- zu Untergrundverhältnisse im Bereich der π- und η-Resonanz zu erkennen. Das Auflösungsvermögen wird jedoch nicht verbessert. Eine Anpassung des $\gamma\gamma$-Spektrums im Bereich des π^0-Signals durch eine gaußförmige Kurve mit einer geeigneten Untergrundparametrisierung ergibt sowohl vor als auch nach der kinematischen Anpassung eine Standardabweichung von (7.2 ± 0.3) MeV. Der Fehler ergibt sich aus unterschiedlichen Parametrisierungen des Untergrundes.

Der Untergrund unter dem η-Signal kann durch die Unterdrückung aller Photonen, die für mindestens eine $\gamma\gamma$-Kombination eine invariante Masse nahe der Pionmasse besitzen, verringert werden (siehe Abbildung 3.2 b)). Das Signal wird durch eine Gaußkurve mit einer Standardabweichung von (14.8 ± 0.8) MeV sowohl vor als auch nach der kinematischen Anpassung beschrieben. Die kleinere relative Breite des η-Signals ist auf den größeren Öffnungswinkel zwischen den Photonen aus seinem Zerfall im Vergleich zum Pion zurückzuführen. In den Abbildungen 3.2 c) und d) ist gesondert der Bereich der ω- bzw. η'-Resonanz hervorgehoben, wobei zusätzlich zum Pion auch das η-Signal unterdrückt wird. Im 6γ-Datensatz konnte ein ω-Signal durch Ereignisse von Typ $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ beobachtet werden, bei denen ein weiches Photon nicht nachgewiesen wurde [40]. Im Rahmen der statistischen Schwankungen sind hier keine resonanzartigen Erhöhungen zu erkennen. Das läßt darauf schließen, daß die Verunreinigung des Datensatzes durch Ereignisse, die diese Mesonen enthalten, sehr gering ist. Der Untergrund

Strahlzeit	Dez.'89	Jun.'90	Jul.'90	Sep.'90	Nov.'90	Mai'91	Jun.'91	Aug.'91
Ereignisse	59159	65014	170516	64506	239193	82315	42773	50298

Tabelle 3.2: *Resultat der Anpassung an die Hypothese $\bar{p}p \rightarrow 10\gamma$ nach einem Schnitt auf Cl $> 1\%$.*

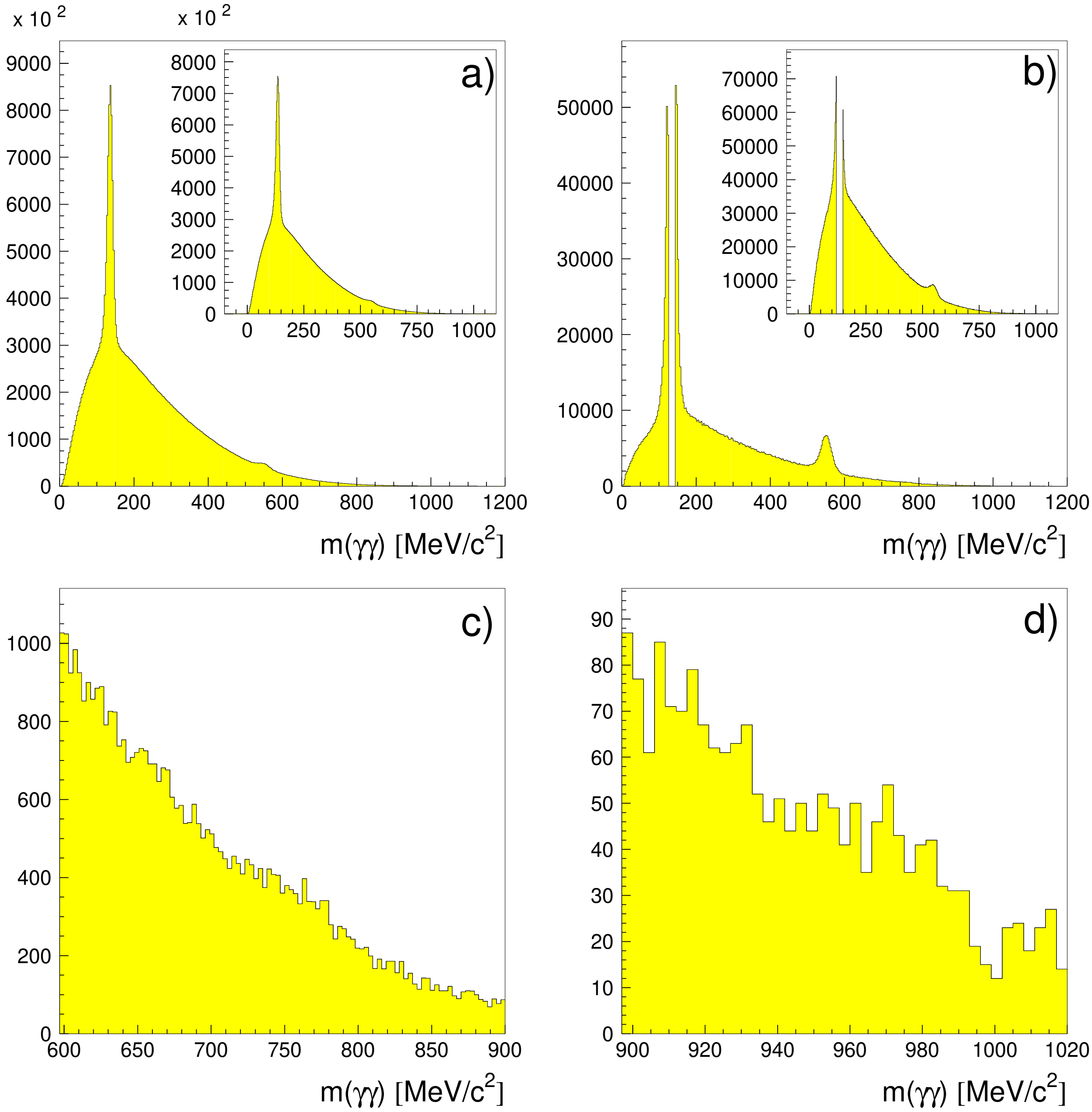

Abbildung 3.2: *Die invariante $\gamma\gamma$-Massenverteilung. Große Abbildungen: kinematisch angepaßte Daten; kleine Abbildungen: Daten vor der Anpassung. a) Alle $\gamma\gamma$ Kombinationen, b) Kombinationen mit Photonen, die ein π^0 bilden, werden verworfen. c) und d) Kombinationen mit Photonen, welche ein π^0 oder ein η bilden, werden verworfen. c) ω-Region, d) η'-Region.*

unter dem π^0-Signal entsteht zum großen Teil durch $\gamma\gamma$-Kombinationen, die zu verschiedenen Pionen gehören, was der Vergleich von Abbildung 3.2 a) und b) verdeutlicht.

In Tabelle 3.3 sind die Korrekturfaktoren der verwendeten Winkel- und Energiefehler für die unterschiedlichen Strahlzeiten zusammengefaßt. Es ist zu beobachten, daß für die Daten vom November '90 deutlich geringere Fehler erforderlich sind. Aus diesem Grund werden diese Daten für die spätere Partialwellenanalyse verwendet. Des weiteren sind die Fehler für simulierte Daten (Monte-Carlo-Daten) angegeben.

Strahlzeit	$\sigma_E/\sqrt[4]{E}$	Θ	ϕ
November '90	2.9%	1.4	1.4
Alle anderen Strahlzeiten	3.2%	1.5	1.5
Monte-Carlo-Daten	3.0%	1.5	1.5

Tabelle 3.3: *Korrekturfaktoren für die Meßfehler.*

	$\bar{x}_\phi$	σ_ϕ	$\bar{x}_\Theta$	σ_Θ	$\bar{x}_{\sqrt{E}}$	$\sigma_{\sqrt{E}}$
10 γ	$-0.3 \cdot 10^{-3}$	1.002	-0.13	1.08	0.19	0.983

Tabelle 3.4: *Mittelwert und Standardabweichung der Pulls.*

Mit den Werten aus Tabelle 3.3 ergeben sich für die 4C-Anpassung die in Abbildung 3.4 dargestellten Pulls. Sie folgen für die Winkelkorrekturen einer Normalverteilung, für die Variable $\sqrt{E}$ jedoch ergibt sich eine unsymmetrische Verteilung. Dies kann damit erklärt werden, daß im Mittel häufiger Energieverluste als Energiegewinne auftreten, beispielsweise durch die Titanhüllen der Kristalle oder durch sonstige nichtsensitive Materialien im Detektor. Die Standardabweichungen und Mittelwerte finden sich in Tabelle 3.4. Die Konfidenzniveau-Verteilung (Abbildung 3.3) zeigt sowohl für die Daten als auch für simulierte, phasenraumverteilte Ereignisse der Hypothese $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$ einen flachen Verlauf oberhalb 20%. Leichte Unterschiede sind auf die nicht optimale Kenntnis der Meßfehler und eine eventuell nicht perfekte Simulation des Detektors zurückzuführen. Der Anstieg zu kleineren Werten deutet auf noch vorhandenen Untergrund aus Nicht-10γ-Ereignissen hin, welcher selbstverständlich auch für Monte-Carlo-Ereignisse auftreten kann. Eine weitere Angleichung der Konfidenzniveau-Verteilungen ist durch Änderung der Fehler zwar möglich, beeinflußt jedoch nachteilig die Konfidenzniveau-Verteilung der Hypothese $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$. Eine Verwerfung von Ereignissen mit Konfidenzniveaus kleiner als 10% empfiehlt sich in diesem Schritt der Selektion noch nicht, da hierdurch die entsprechenden Verteilungen für nachfolgende kinematische Anpassungen (z.B. $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$) verzerrt werden (siehe auch [47]).

Als weitere Hypothesen werden folgende Reaktionen angeboten:

$$\begin{array}{lll} \bar{p}p & \rightarrow 5\pi^0 & (9C) \\ \bar{p}p & \rightarrow 4\pi^0\eta & (9C) \end{array} \qquad (3.9)$$

Natürlich könnten im 10γ-Endzustand verschiedene weitere Kanäle mit η', 2η, oder ω enthalten sein, jedoch ergibt sich keine Evidenz für ein starkes η'-Signal oder ein ω mit einem nichtdetektierten Photon, wie anhand der invarianten 2γ-Massenverteilung zu sehen ist (Abbildung 3.2).

Zunächst ist zu bemerken, daß 945 Möglichkeiten existieren, um zehn Photonen zu $5\pi^0$ zu kombinieren und sogar 4725 Möglichkeiten für den Endzustand $4\pi^0\eta$. Dies hat zur Folge, daß durchaus mehrere Kombinationen eines Ereignisses eine befriedigende kinematische Anpassung an eine Hypothese liefern oder sogar für beide Hypothesen aus Gleichung 3.9. Es stellt sich somit das Problem, zum einen zwischen beiden Hypothesen unterscheiden zu können, zum anderen die korrekte Photonkombination zu finden. Zunächst werden dazu folgende Schnitte

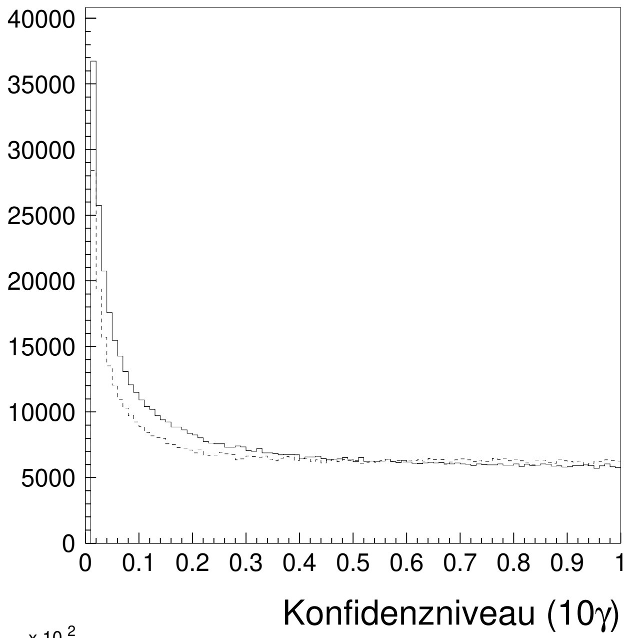

Abbildung 3.3: *Konfidenzniveau-Verteilung (4C Anpassung). Durchgezogen: experimentelle Daten, gestrichelt: Monte-Carlo-Ereignisse ($\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$).*

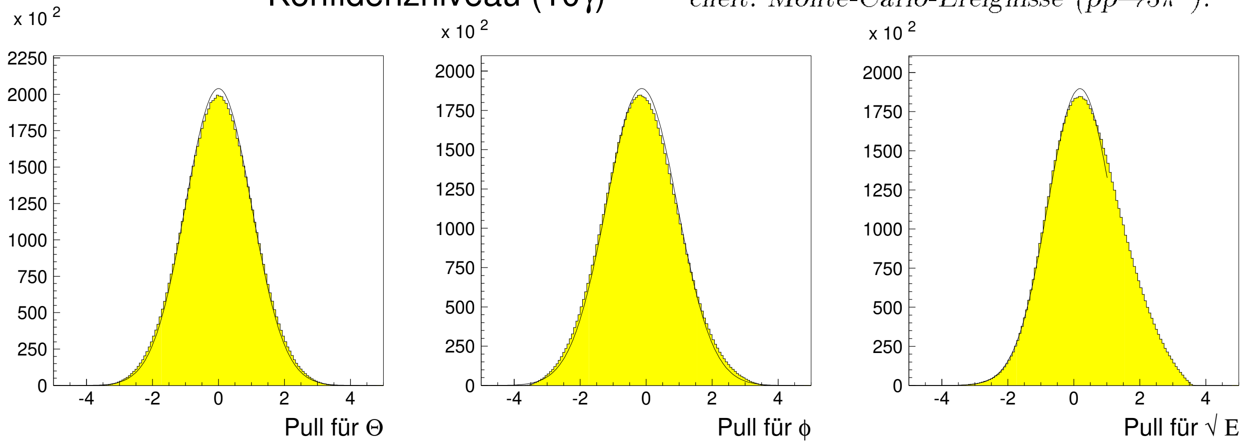

Abbildung 3.4: *Verteilung der Pulls für die drei kinematischen Größen Θ, ϕ und $\sqrt{E}$ bei der 4C-Anpassung.*

durchgeführt, die allen weiteren Selektionskriterien zugrunde liegen:

- Erfolgreiche Anpassung an die 10γ-Hypothese (CL($\bar{p}p \rightarrow 10\gamma$) $> 1\%$)
- $Cl(\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0) \geq 10\%$ oder $Cl(\bar{p}p \rightarrow 4\pi^0\eta) \geq 10\%$
- $\frac{Cl(\bar{p}p \rightarrow 4\pi^0\eta)}{Cl(\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0)} \geq 3.75$

Der letzte Punkt sorgt dafür, daß die Ereignisse entsprechend der unterschiedlichen Produktions- und Selektionsstärken des $5\pi^0$- und des $4\pi^0\eta$-Endzustandes diesen Hypothesen zugeordnet werden. Es wird ein Verhältnis von etwa 5:1 von $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$ zu $\bar{p}p \rightarrow 4\pi^0\eta$ angenommen. Werden die beiden Konfidenzniveaus gegeneinander aufgetragen, ist eine deutliche Verarmung der Ereignisse in dem Bereich zu erkennen, in welchem die Bedingung $Cl(\bar{p}p \rightarrow 4\pi^0\eta)/Cl(\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0) = 3.75$ gilt (siehe Abbildung 3.5). Es ist die logarithmische Skala der z-Achse zu beachten.

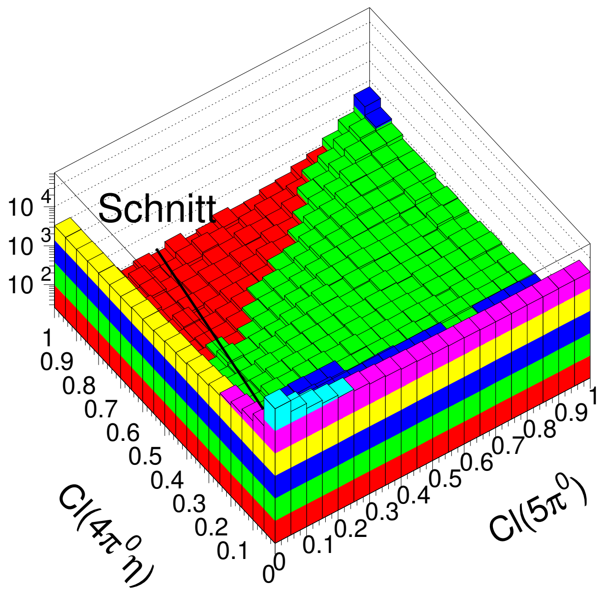

Abbildung 3.5:
Vergleich von $Cl(\bar{p}p \to 4\pi^0\eta)$ und $Cl(\bar{p}p \to 5\pi^0)$ eines Ereignisses. Eingetragen ist jeweils die beste Kombination. Man beachte die logarithmische Skala der z-Achse. Die Linie deutet den Schnitt zur Trennung von $4\pi^0\eta$ und $5\pi^0$an.

3.4 Untersuchungen zum Untergrund

Es wurden zur Abschätzung des Untergrundes und der Effektivität diverser Selektionskriterien umfangreiche Monte-Carlo-Studien durchgeführt, deren Ergebnisse im folgenden diskutiert werden. Zunächst wird im fünfdimensionalen Raum der invarianten Massen ein Abstand zwischen den rekonstruierten invarianten $\gamma\gamma$-Massen und dem idealen $5\pi^0$- bzw. $4\pi^0\eta$-Punkt definiert (Gleichung 3.10 für $5\pi^0$-, Gleichung 3.11 für $4\pi^0\eta$-Ereignisse). Es wird für eine gegebene Zuordnung der Photonen zu Pionen oder zum η gefordert, daß dieser Abstand weniger als 25 MeV betragen soll. Der Wert stellt das Optimum für eine Untergrundreduktion mit dieser Methode dar. Es wird weiterhin verlangt, daß mindestens eine, höchstens jedoch zwei Kombinationen die Bedingung erfüllen. Der Faktor 1/4 in Gleichung 3.11 berücksichtigt die geringere absolute Auflösung im Bereich der η-Masse.

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{5}(m(\gamma_{i1}\gamma_{i2}) - m_{\pi^0})^2} \leq 25\text{MeV} \tag{3.10}$$

$$\sqrt{(m(\gamma_{j1}\gamma_{j2}) - m_\eta)^2/4 + \sum_{i=1}^{4}(m(\gamma_{i1}\gamma_{i2}) - m_{\pi^0})^2} \leq 25\text{MeV} \tag{3.11}$$

Die Indizes $i1$, $i2$, $j1$ und $j2$ sind disjunkt und können die Werte eins bis zehn annehmen. Weiterhin wird zunächst jene Kombination innerhalb einer Hypothese gewählt, welche in der kinematischen Anpassung das höchste Konfidenzniveau ergibt. Diese muß mit der aus Gleichung 3.10 und 3.11 erhaltenen übereinstimmen. Anhand von jeweils 50000 mittels des Programmpakets CBGEANT generierten Ereignissen der Endzustände $5\pi^0$ und $4\pi^0\eta$ wurde der Einfluß dieser Schnitte untersucht. Bei den simulierten Daten steht die Information über die vollen Zerfallsketten zur Verfügung. Es wird die Anzahl der Ereignisse ermittelt, welche mittels der gesamten Selektionskette richtig oder falsch rekonstruiert werden und zudem die oben aufgezählten Kriterien erfüllen. Diese Selektionskette ohne die zusätzlichen Bedingungen aus

	$5\pi^0$	korrekt	falsch	$4\pi^0\eta$	korrekt	falsch
$5\pi^0$ *	23976	22189	1773	491	0	491
$5\pi^0$	27693	24804	2889	599	0	599
$4\pi^0\eta$ *	250	0	250	4431	4044	387
$4\pi^0\eta$	314	0	314	5387	4647	740

Tabelle 3.5: *Abschätzung des Untergrunds mittels Monte-Carlo-Ereignissen. "*": Die Bedingung aus Gleichung 3.10 bzw. 3.11 muß für eine oder zwei Kombinationen erfüllt sein. Die Zahlen für $\bar{p}p \to 5\pi^0$ wurden mit 4.5 multipliziert, was das größere Verzweigungsverhältnis dieses Kanals beschreiben soll.*

Gleichung 3.10 und 3.11 soll im folgenden mit Typ I bezeichnet werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.5 zusammengestellt.

Für den $4\pi^0\eta$-Endzustand führt die zusätzliche Bedingung von Gleichung 3.11 zu einer Reduktion des Untergrundes von 19.6% auf 14.4%, jedoch ist auch dieser Wert noch sehr hoch. Für den $5\pi^0$-Endzustand ergibt sich eine Verringerung von 12.6% auf 9.4%. Bei der weiteren Analyse wurde aufgrund der relativ geringen Untergrundreduktion von ca. 25% bei einer Reduktion der Selektionseffizienz von 13.4% (für $5\pi^0$) auf den zusätzlichen Schnitt von Gleichung 3.10 und 3.11 verzichtet, um nicht abschätzbare Einflüsse auf die Akzeptanz zu vermeiden.

Eine deutliche Verbesserung der Untergrundreduktion tritt ein, wenn nur solche Ereignisse akzeptiert werden, für die exakt eine Kombination der zehn Photonen zu einer erfolgreichen kinematischen Anpassung führt. Nach einem Schnitt auf ein Konfidenzniveau von mindestens 10 % werden von 3209 akzeptierten simulierten $5\pi^0$-Ereignissen nur 96 falsch rekonstruiert. Dies entspricht lediglich 3.0% der Ereignisse, was einer drastischen Reduktion des kombinatorischen Untergrundes entspricht. Diese Selektionskette wird mit Typ II bezeichnet.

Weitere etwa 0.5% dieser falsch rekonstruierten Ereignisse sind von richtig rekonstruierten nicht zu unterscheiden. Um dies zu verdeutlichen, wird ein Pseudo-χ^2 für π^0-Impulsbetrags- und Zerfallswinkelabweichung ($\pi^0 \to \gamma\gamma$) zwischen simulierten und rekonstruierten Impulsen wie folgt eingeführt:

$$\chi^2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{5} \left(\frac{(p_i^{MC} - p_i^{rek.})^2}{(\Delta p)^2} + \frac{(\Theta_i^{MC} - \Theta_i^{rek.})^2}{(\Delta\Theta)^2} \right) \tag{3.12}$$

Hierbei sind p_i^{MC} und Θ_i^{MC} die simulierten, $p_i^{rec.}$ und Θ_i^{rec} die rekonstruierten Größen und Δp sowie $\Delta\Theta$ der durchschnittliche Abstand dieser, ermittelt aus korrekt rekonstruierten Ereignissen. Für falsch rekonstruierte Ereignisse wurden jeweils diejenigen simulierten und rekonstruierten Pionen verglichen, für welche der Ausdruck 3.12 minimal wird. Typische Verteilungen für $|\vec{p}|$-Abstand ($|p_i^{MC} - p_i^{rek.}|$) und Θ-Abstand ($|\Theta_i^{MC} - \Theta_i^{rek.}|$) und das resultierende χ^2 sind in Abbildung 3.6 gezeigt. Aufgrund der χ^2-Verteilung, die durch korrekt rekonstruierte Ereignisse gebildet wird, können nun auch falsch rekonstruierte Ereignisse vom eigentlichen Untergrund abgezogen werden, vorausgesetzt, ihr χ^2–Wert ist ausreichend klein. Werden alle Ereignisse mit $\chi^2 < 7.0$ als korrekt rekonstruiert angesehen, sinkt der Untergrundanteil um die oben erwähnten 0.5 %, was einen Untergrund von nur noch 2.5% bedeutet. Diese Ereignisse enthalten vornehmlich zwei Pionen, die jeweils in ein hoch- und ein niederenergetisches Photon zerfallen. Die Zuordnung der weichen Photonen zu den Pionen hat dann kaum Einfluß auf deren

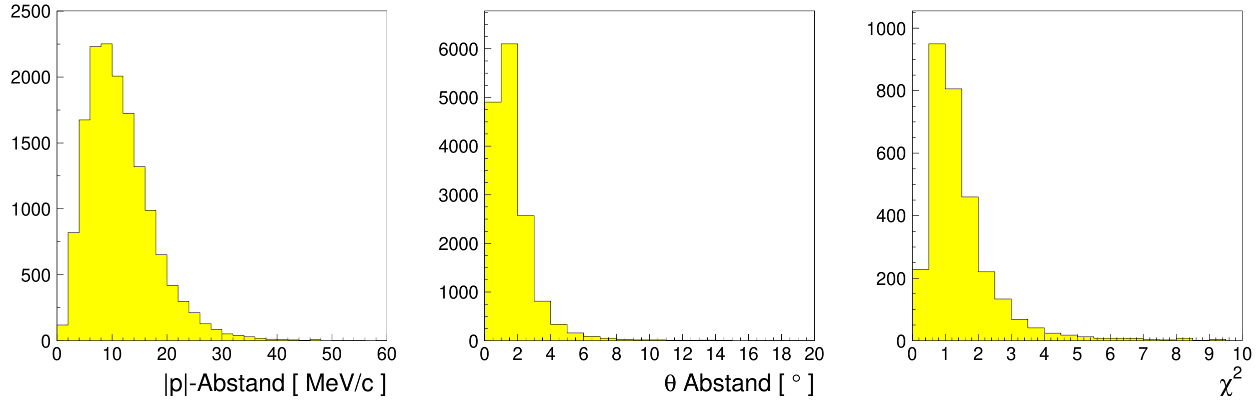

Abbildung 3.6: $|\vec{p}|$-, Θ-*Abstand und* χ^2 *für korrekt rekonstruierte Ereignisse.*

Gesamtimpuls und verfälscht die Daten vernachlässigbar. Der restliche Untergrund bildet kein Problem bei der Beschreibung der Daten (siehe auch Kap. 4.4.3). Es hat sich gezeigt, daß die Ergebnisse auch für einen Datensatz mit deutlich höherem Untergrundanteil (Selektionstyp I) stabil bleiben, solange eine ausreichend genaue Beschreibung des Untergrundes vorliegt.

3.5 Der $5\pi^0$-Datensatz

Die Konfidenzniveau-Verteilungen der 9C-Anpassung zeigen sowohl für die Daten als auch für Monte-Carlo-Ereignisse einen identischen Verlauf, fallen jedoch zu höheren Werten hin leicht ab (siehe Abbildung 3.7). Es hat sich jedoch im Rahmen der Fehleranpassung als extrem schwierig erwiesen, flache Niveauverteilungen gleichzeitig für die 4C- und 9C-Anpassung bei Monte-Carlo-Ereignissen und Daten zu erzeugen. Die in Tabelle 3.3 angegebenen Werte bilden einen Kompromiß.

Die Pulls für die Anpassung an die Hypothese $\bar{p}p \to 5\pi^0$ sind in Abbildung 3.8 gezeigt. Die Werte für die Anpassung an eine Gaußkurve entsprechen normalverteilten Pulls (siehe Tabelle 3.6).

Um die Auswirkungen des Schnittes auf genau eine erfolgreiche 9C-Anpassung besser abschätzen zu können, werden Massen- und Zerfallswinkelverteilungen für die Selektionen von Typ I und II verglichen. Für den Selektionstyp II werden nur Daten der Strahlzeit von November 1990 gezeigt. In Abbildung 3.9 ist der Zerfallswinkel Θ der Reaktion $\pi^0 \to \gamma\gamma$ zwischen der Richtung des Pions im Laborsystem und dem Impuls der Photonen im π^0-Ruhesystem dargestellt. Bei optimaler Detektorakzeptanz würde sich eine flache Verteilung ergeben, da Pionen keinen Spin besitzen. Zu großen bzw. kleinen Zerfallswinkeln hin ergibt sich bei beiden Selektionen eine verringerte Akzeptanz, die für Typ II jedoch nur unwesentlich mehr ausgeprägt ist als für Typ I. Die generelle Abnahme der Akzeptanz am Rand der Verteilungen ist vornehmlich durch den Schnitt auf die ein Photon definierende Mindestenergie von 20 MeV bedingt. Bei extremen Zerfallswinkeln erhält ein Photon im Laborsystem eine sehr geringe Energie, da Photon- und Pionimpuls dann entgegengesetzt gerichtet sind. Der etwas stärkere Akzeptanzverlust für Typ II läßt sich durch die erhöhte Wahrscheinlichkeit mehrerer (größer eins) erfolgreicher kinematischer Anpassungen für Ereignisse mit weichen Photonen erklären.

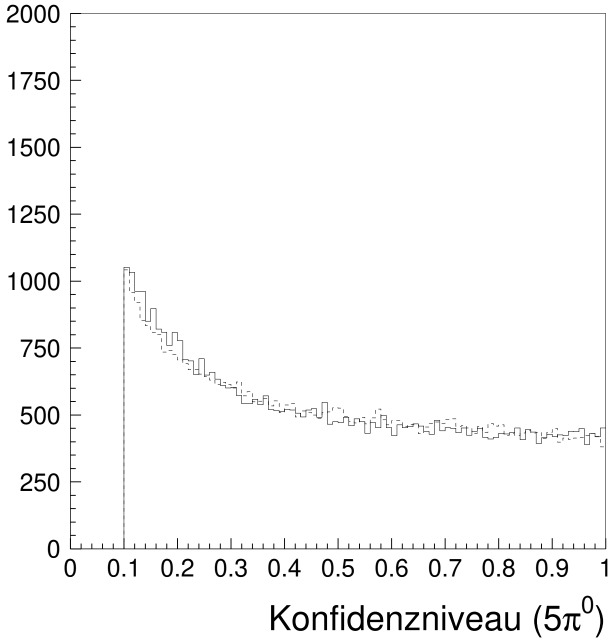

Abbildung 3.7: *Konfidenzniveau-Verteilung der $5\pi^0$-Anpassung. Monte Carlo: durchgezogen; experimentelle Daten: gestrichelt*

	$\bar{x}_\phi$	σ_ϕ	$\bar{x}_\Theta$	σ_Θ	$\bar{x}_{\sqrt{E}}$	$\sigma_{\sqrt{E}}$
$5\pi^0$	4.010^{-6}	1.02	-0.10	1.06	0.02	0.96

Tabelle 3.6: *Mittelwert und Standardabweichung der Pulls für die 9C-Anpassung.*

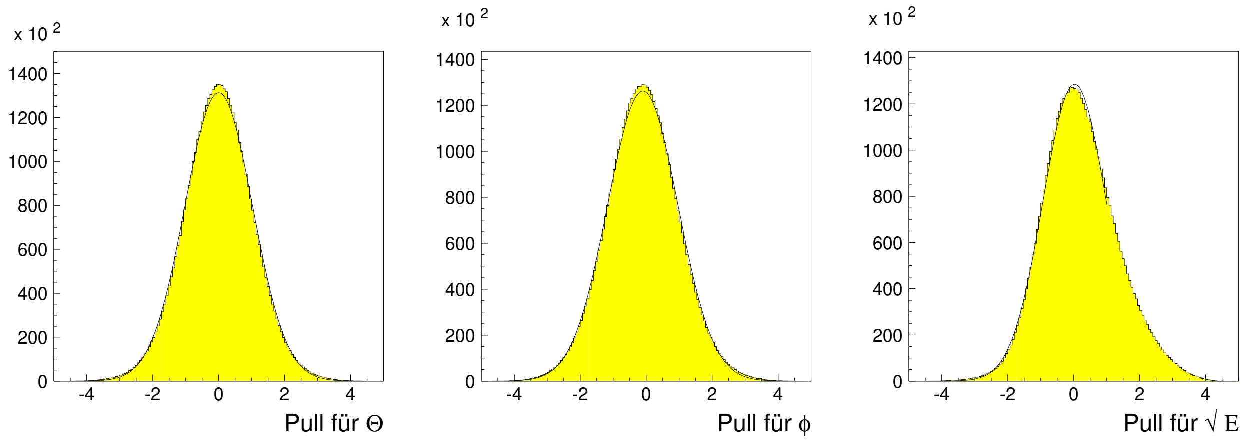

Abbildung 3.8: *Verteilung der Pulls für die drei kinematischen Größen Θ, ϕ und $\sqrt{E}$ bei der 9C-Anpassung.*

In der invarianten $3\pi^0$-Massenverteilung (Abbildung 3.10) ist ein deutliches $\pi^0\pi^0\eta$-Signal zu erkennen, welches jedoch bei Selektionstyp II aus oben genannten Gründen deutlich schwächer ausgeprägt ist. Weitere signifikante Strukturen sind nicht zu erkennen, jedoch ist die Verteilung der Daten deutlich schmaler als die für phasenraumverteilte Ereignisse.

Das Signal $\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta$ liegt auf einem sehr kleinen Untergrund und kann somit ohne grobe Einschnitte in die Kinematik beseitigt werden. Es werden alle Ereignisse verworfen, deren invariante $3\pi^0$-Masse im Intervall [523 MeV, 575 MeV] liegt. Im folgenden seien nur noch die

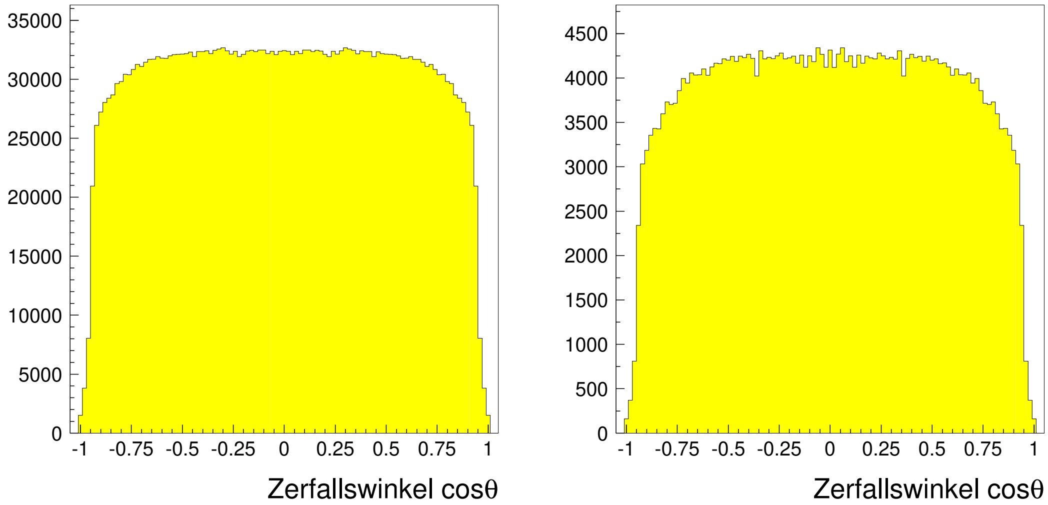

Abbildung 3.9: *Vergleich der Zerfallswinkelverteilungen für Selektionstyp I (links) und Typ II (rechts).*

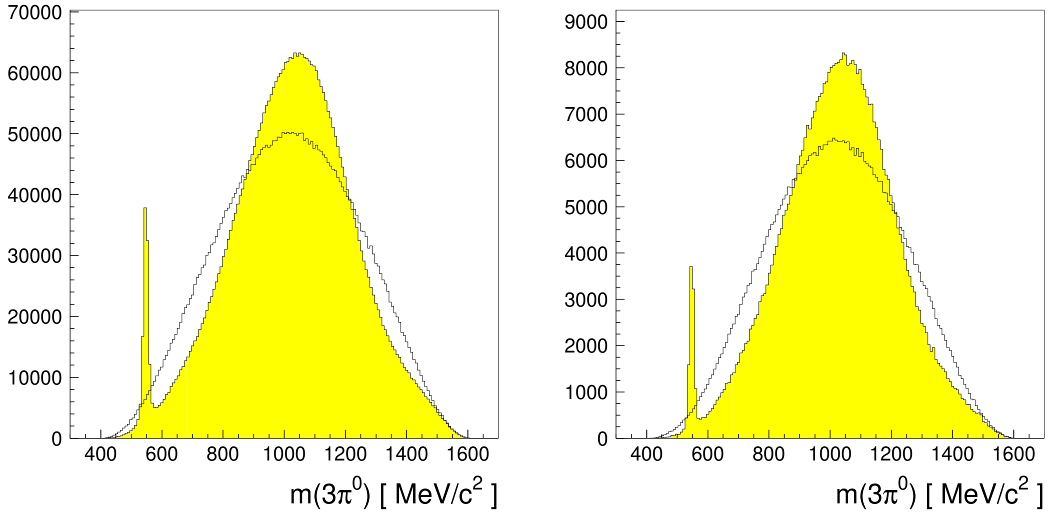

Abbildung 3.10: *Vergleich der invarianten $3\pi^0$-Massenverteilung für Selektionstyp I (links) und Typ II (rechts). Grau: Daten, Weiß: Monte Carlo*

Massen- und Winkelverteilungen des 2. Selektionstyps (ohne mehrdeutige 9C-Anpassungen) gezeigt, da die analogen Verteilungen für Selektionstyp I keine zusätzlichen Informationen enthalten. In Abbildung 3.11 sind die invarianten $2\pi^0$- und $4\pi^0$-Massenverteilungen dargestellt. Die eingefügten Histogramme zeigen die jeweilige Verteilung vor dem Schnitt auf das η-Signal. Die resonanzartige Struktur in der invarianten $2\pi^0$-Masse bei etwa 350 MeV entsteht durch Pionen aus dem η-Zerfall und verschwindet bei Beseitigung der Ereignisse $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$. Der Einbruch der Intensität bei ca. 1000 MeV ist eine Folge des $f_0(980)$, welches eine starke Inelastizität in den $K\bar{K}$-Kanal besitzt [48, 49] . Hier deutet sich an, daß eine vollständige Beschreibung der $\pi\pi$-S-Welle mit Ankopplung an den $K\bar{K}$-Kanal wichtig ist. Ebenfalls ist das Intensitätsmaximum zu einer Masse von 600 MeV verschoben. In der invarianten $4\pi^0$-Massenverteilung ist schließlich eine deutliche resonanzartige Erhöhung bei 1450-1500 MeV zu erkennen. Es können somit

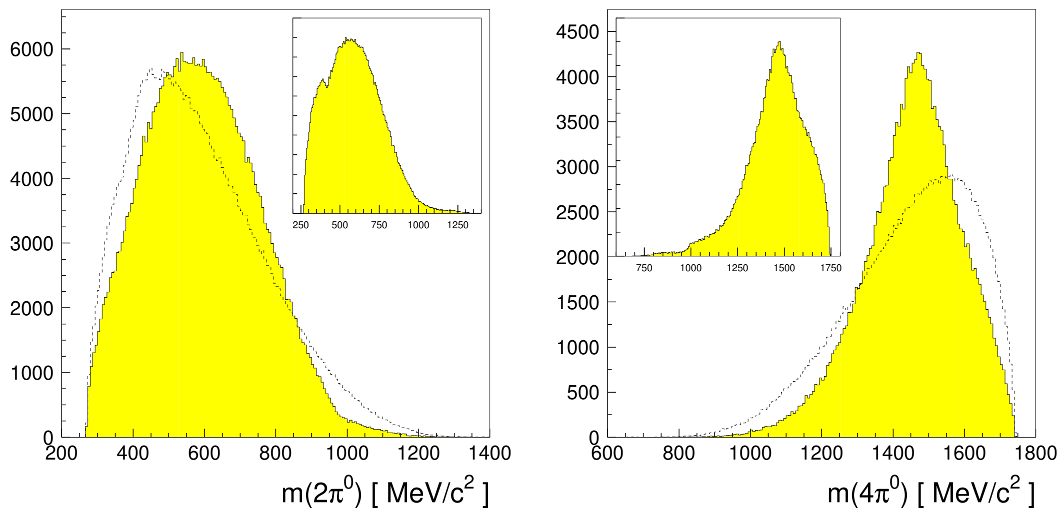

Abbildung 3.11: *Invariante $2\pi^0$- und $4\pi^0$-Massenverteilungen (Selektionstyp II). Die grauen Histogramme zeigen die Daten vor (kleines Bild) bzw. nach (großes Bild) der Eliminierung der Ereignisse $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$. Die weißen Histogramme stellen den Phasenraum dar.*

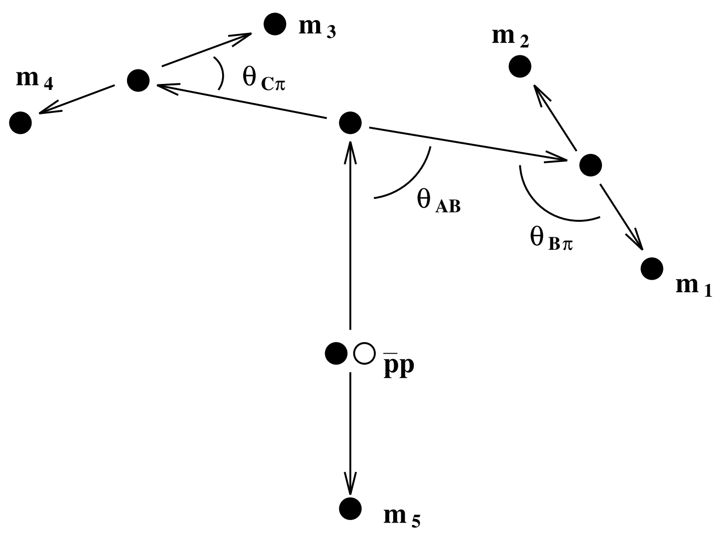

Abbildung 3.12: *Definition der Zerfallswinkel. Sämtliche Winkel beziehen sich auf das Ruhesystem der zerfallenden Teilchen.*

dynamische Effekte sowohl in der $2\pi^0$- als auch in der $4\pi^0$-Wechselwirkung erwartet werden.

In Abbildung 3.13 sind die wichtigsten Zerfallswinkelverteilungen dargestellt. Wiederum zeigt sich eine deutliche Abweichung vom Phasenraumverhalten (zur Definition der kinematischen Größen siehe Abbildung 3.12). Sämtliche Zerfallswinkel beziehen sich auf das Ruhesystem der zerfallenden Teilchen. Zu den Polarwinkeln Θ im Zweipion-System korrespondiert jeweils ein Azimutwinkel Φ.

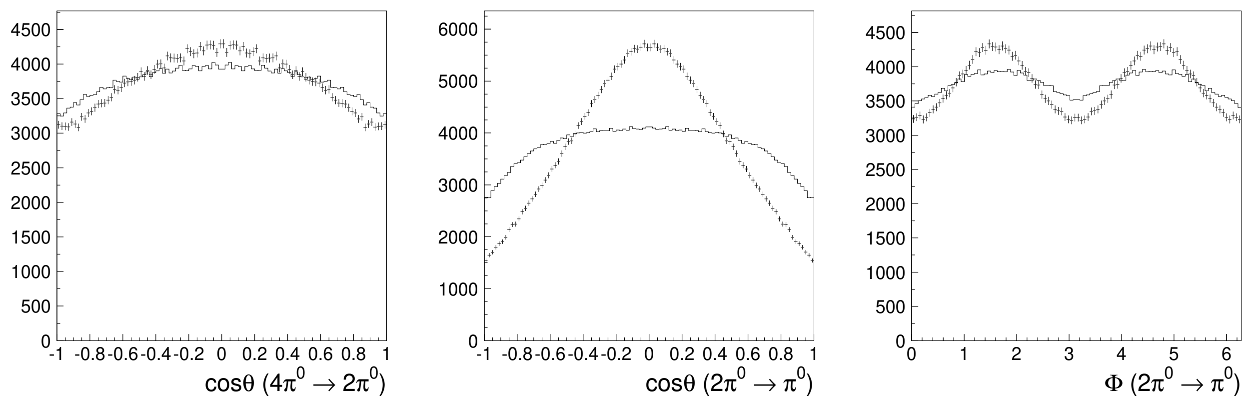

Abbildung 3.13: *Zerfallswinkelverteilung für den $5\pi^0$-Endzustand. Die Punkte mit Fehlerbalken zeigen die Daten, die durchgezogenen Kurven Monte-Carlo-Ereignisse.*

3.6 Verzweigungsverhältnisse für neutrale Endzustände

Zum Abschluß dieses Kapitels wird das Verzweigungsverhältnis $Br(\bar{p}p \to 5\pi^0)$ ohne Ereignisse des Typs $\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta \to 5\pi^0$ aus einem Teildatensatz der Strahlzeit von November '90 bestimmt. Aus 2510000 Ereignissen ohne Spuren können 39500 Ereignisse dem $5\pi^0$-Endzustand zugeordnet werden. Analog finden sich von 129000 Monte-Carlo-Ereignissen nach allen Schnitten noch 12200. Unter Berücksichtigung der Verzweigunsverhältnisse $Br(\bar{p}p \to \text{neutrale Ereignisse}) = 4.0\%$ und $BR(\pi^0 \to \gamma\gamma) = 0,988$ ergibt sich

$$Br(\bar{p}p \to 5\pi^0) \quad = \quad (7.1 \pm 1.0) \cdot 10^{-3} \tag{3.13}$$

mit einem grob abgeschätzten Fehler, der sich auf Erfahrungswerte anderer Analysen stützt und im wesentlichen Unsicherheiten in der Monte-Carlo-Simulation und unterschiedliche Schnitte im Konfidenzniveau beschreibt.

Unter Berücksichtigung des Untergrundes und $Br(\eta \to \gamma\gamma) = 0.388$ ergibt sich entsprechend für das Verzweigungsverhältnis nach $4\pi^0\eta$:

$$Br(\bar{p}p \to 4\pi^0\eta) \quad = \quad (7.1 \pm 1.2) \cdot 10^{-3} \tag{3.14}$$

Der Fehler wird etwas größer abgeschätzt, um dem höheren Untergrundbeitrag in diesem Kanal gerecht zu werden. In diesem Verzweigunsverhältnis sind die Beiträge von $\bar{p}p \to \pi^0\eta\eta \to 4\pi^0\eta$ und $\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta' \to 4\pi^0\eta$ enthalten. Zu beachten ist beim Vergleich der beiden Verzweigungsverhältnisse aus Gleichung 3.13 und 3.14, daß ersteres keine Ereignisse $\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta \to 5\pi^0$ mehr enthält. Diese besitzen jedoch ein Verzweigungsverhältnis von etwa $2.3 \cdot 10^{-3}$. Im 10γ-Datensatz ergibt sich daher unter Berücksichtigung von $Br(\eta \to \gamma\gamma)$ folgendes Verhältnis der Anteile:

$$\frac{Br(\bar{p}p \to 5\pi^0 \to 10\gamma)}{Br(\bar{p}p \to 4\pi^0\eta \to 10\gamma)} \quad = \quad \frac{8.8 \cdot 10^{-3}}{2.6 \cdot 10^{-3}} = 3.4 \tag{3.15}$$

Es ist interessant, diese Verzweigungsverhältnisse mit anderen Verzweigungsverhältnissen zu vergleichen, die in einem Datensatz mit rein neutralen Teilchen im Endzustand beobachtet werden. Sie sind in Tabelle 3.7 und 3.8 zusammengefaßt.

Prozeß	Verzweigungsverhältnis	Referenz
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\gamma\gamma$	$< 6.3 \cdot 10^{-6}$	[17]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^0\gamma\rightarrow neutral$	$(4.4 \pm 0.4) \cdot 10^{-5}$	[17]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\eta\gamma\rightarrow neutral$	$(6.6 \pm 0.9) \cdot 10^{-6}$	[17]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\eta'\gamma\rightarrow neutral$	$< 2 \cdot 10^{-6}$	[17]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\omega\gamma\rightarrow neutral$	$(6.1 \pm 1.6) \cdot 10^{-6}$	[17]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\phi\gamma\rightarrow neutral$	$(2.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-6}$	[50]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^0\pi^0\rightarrow neutral$	$(6.76 \pm 0.42) \cdot 10^{-4}$	[51]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^0\eta\rightarrow neutral$	$(1.48 \pm 0.08) \cdot 10^{-4}$	[51]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^0\eta'\rightarrow neutral$	$(2.1 \pm 0.2) \cdot 10^{-5}$	[51]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^0\omega\rightarrow neutral$	$(5.1 \pm 0.4) \cdot 10^{-4}$	[51]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^0\phi\rightarrow neutral$	$(6.4 \pm 0.9) \cdot 10^{-5}$	[50]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\eta\eta\rightarrow neutral$	$(8.2 \pm 0.5) \cdot 10^{-5}$	[51]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\eta\eta'\rightarrow neutral$	$(2.6 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}$	[51]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\eta\omega\rightarrow neutral$	$(9.6 \pm 0.8) \cdot 10^{-4}$	[51]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\eta\phi\rightarrow neutral$	$(4.0 \pm 1.4) \cdot 10^{-6}$	[52]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\eta'\omega\rightarrow neutral$	$(1.2 \pm 0.12) \cdot 10^{-4}$	[51]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\omega\omega\rightarrow neutral$	$(2.7 \pm 0.3) \cdot 10^{-4}$	[51]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow K_L^0 K_S^0\rightarrow neutral$	$(2.8 \pm 0.2) \cdot 10^{-4}$	[50]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow K_L^0 K_L^0 + K_S^0 K_S^0\rightarrow neutral$	$(4.8 \pm 4.8) \cdot 10^{-6}$	[53]
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow K^{0*}\bar{K^0} + \bar{K^0}^{*} K^0\rightarrow neutral$	$(8.5 \pm 1.7) \cdot 10^{-5}$	[52]

Tabelle 3.7: *Zweikörper-Verzweigungsverhältnisse in neutrale Kanäle.*

$\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\pi^0 \to neutral$	$(6.0 \pm 1.0) \cdot 10^{-3}$	[54]
$\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta \to neutral$	$(4.7 \pm 0.8) \cdot 10^{-3}$	[54]
$\bar{p}p \to \pi^0\eta\eta \to neutral$	$(9.9 \pm 2.0) \cdot 10^{-4}$	[54]
$\bar{p}p \to \pi^0\eta\eta' \to neutral$	$(2.7 \pm 0.6) \cdot 10^{-5}$	[9]
$\bar{p}p \to \omega\pi^0\pi^0 \to neutral$	$(1.76 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$	[21]
$\bar{p}p \to \pi^0\eta\omega \to neutral$	$(4.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-4}$	[24]
$\bar{p}p \to \pi^0\omega\omega \to neutral$	–	
$\bar{p}p \to 4\pi^0 \to neutral$ (ohne $\pi^0\eta$)	$(4.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-3}$	[55]
$\bar{p}p \to 3\pi^0\eta \to neutral$	–	
$\bar{p}p \to 5\pi^0 \to neutral$ (ohne $\pi^0\pi^0\eta$)	$(6.7 \pm 0.9) \cdot 10^{-3}$	s.o.
$\bar{p}p \to 4\pi^0\eta \to neutral$ (ohne $\pi^0\eta\eta$)	$(4.3 \pm 0.7) \cdot 10^{-3}$	s.o.
$\bar{p}p \to K_L^0 K_L^0 \pi^0 \to neutral$	$(1.08 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$	[56]
$\bar{p}p \to K_S^0 K_S^0 \pi^0 \to neutral$	$(9.01 \pm 0.88) \cdot 10^{-5}$	[56]
$\bar{p}p \to K_S^0 K_S^0 \eta \to neutral$	$(3.88 \pm 0.59) \cdot 10^{-5}$	[56]
Summe aus beiden Tabellen	3.373%	

Tabelle 3.8: *Mehrkörper-Verzweigungsverhältnisse in neutrale Kanäle.*

Kapitel 4

Partialwellenanalyse des $5\pi^0$-Endzustandes

Das Hauptinteresse der Untersuchung des 10γ-Datensatzes bilden die reinen $5\pi^0$-Ereignisse (ohne $\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta$). Wie in Kapitel 6 und 7 gezeigt wird, beinhaltet dieser Endzustand jedoch noch eine Reihe weiterer interessanter Aspekte. Im folgenden soll zunächst ein Überblick über die experimentellen Situation bei Vielpion-Endzuständen gegeben werden.

4.1 Experimenteller Überblick

Es gibt eine sehr große Zahl von Veröffentlichungen, die sich mit Vielpion-Endzuständen befaßt haben. Auf Vollständigkeit muß daher im folgenden verzichtet werden, es soll aber der derzeitige Wissensstand umrissen und die Zielsetzung dieser Arbeit definiert werden.

Die erste experimentelle Evidenz für das Vorhandensein einer Dynamik im 4π-Kanal kommt aus 968 Ereignissen von Bettini et al. [57], genommen am CERN mit einer mit flüssigem Deuterium gefüllten Blasenkammer. Durch einen Schnitt auf kleine Protonimpulse ($p_p < 250 MeV/c$) konnte die quasifreie Antiproton-Vernichtung am Neutron extrahiert werden. In dem Prozeß $\bar{p}n \to \pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^-$ wurde eine Abweichung der $\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$-Massenverteilung vom Phasenraumverhalten durch eine Resonanz mit $I = 0$, $J^{PC} = 0^{++}$(M = 1410 MeV, Γ = 90 MeV) gedeutet, die in zwei ρ-Mesonen zerfällt. In den sechziger Jahren wurden von der Rome-Syracuse-Kollaboration am Brookhaven National Laboratory (BNL) etwa 3.6×10^6 $\bar{p}d$-Annihilationen aufgezeichnet. Der engültige Datensatz mit einem Schnitt auf einen Impuls des Zuschauerprotons von maximal 200 MeV/c, ebenfalls $\bar{p}n \to \pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^-$, ist in 666 Rom- und 897 Syracuse-Ereignisse unterteilt. In späteren Analysen dieser 897 Syracus-Daten wurde behauptet, die Existenz eines Zustandes mit $I = 0$, $J^{PC} = 2^{++}$, ebenfalls in zwei ρ-Mesonen zerfallend, dominiere diesen Endzustand [58]. Dieses sogenannte ζ-Meson hatte Masse und Breite von 1477 ± 5 MeV und 116 ± 9 MeV. Diese Arbeit wurde in einer Reanalyse von M. Gaspero, der etwas andere Selektionskriterien verwandte, in Frage gestellt [59]. Basierend auf 1496 Ereignissen der Rome-Syracuse-Kollaboration konnten dort die Daten zufriedenstellend durch eine dominierende 0^{++}-Resonanz (S_0) mit M = $(1386 \pm 10 \pm 28)$ MeV und Γ = $(310 \pm 17 \pm 47)$ MeV beschrieben werden. Neu in dieser Analyse war die Einführung des Zerfallskanals $S_0 \to \sigma\sigma$ zusätzlich zum

Zerfall $S_0 \rightarrow \rho\rho$. Es ergab sich ein Verhältnis von

$$\frac{S_0 \rightarrow \sigma\sigma}{S_0 \rightarrow \rho\rho} = \frac{63\%}{37\%}. \tag{4.1}$$

Die Bezeichnung σ charakterisiert zwei Pionen in relativer S-Welle unter Berücksichtigung aller Beiträge zu dieser Partialwelle. Kurz darauf veröffentlichte die OBELIX-Kollaboration eine vorläufige Analyse des Datensatzes $\bar{n}p \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$. Dort zeigte sich ebenfalls Evidenz für eine skalare Resonanz in beiden Zerfallsmoden [60]. Mit einer Masse von (1345 ± 12) MeV und einer Breite von $\Gamma = (398 \pm 26)$ MeV fand die OBELIX-Kollaboration mit der Arbeit von M. Gaspero verträgliche Werte. Das Verhältnis der Zerfallsmoden wurde zu

$$\frac{S_0 \rightarrow \sigma\sigma}{S_0 \rightarrow \rho\rho} = \frac{72\%}{28\%} \tag{4.2}$$

bestimmt. Die Crystal Barrel Kollaboration beobachtete im $\pi^+\pi^-3\pi^0$-Endzustand der Antiproton-Proton-Annihilation in Ruhe eine ähnliche Resonanz, die jedoch stärker nach $\rho\rho$ (61%) als nach $\sigma\sigma$ (29%) zerfällt [23]. Die Masse des Zustandes wurde zu (1374 ± 38) MeV, seine Breite zu (375 ± 61) MeV bestimmt. Alle drei Experimente zeigten übereinstimmende Evidenz für eine skalare Resonanz mit den zwei Zerfallskanälen $\rho\rho$ und $\sigma\sigma$ und schlossen die Existenz des schmalen Tensormesons ζ aus. Dieser im Particle Data Book unter dem $f_0(1370)$ zusammengefaßte Zustand konnte noch in weiteren Zerfällen beobachtet werden. So fand die Crystal Barrel Kollaboration das $f_0(1370)$ in seinen $\eta\eta$- und $\pi^0\pi^0$-Zerfallsmoden [8, 11, 22]. In einer aktuellen Analyse wird auch der $K_L K_L$-Zerfall dieser Resonanz beobachtet [12]. Leider konnte daß $f_0(1370)$ bis auf eine diffuse Struktur im $\pi^0\eta\eta$-Dalitzplot (siehe Kap. 7.1) nie als klare Resonanz in den Daten sichtbar gemacht werden.

Eine wesentliche Motivation dieser Arbeit ist es, die mögliche Existenz des $f_0(1370)$ im $5\pi^0$-Datensatz über den $\sigma\sigma$-Zerfallsmode nachzuweisen oder zu wiederlegen. Durch die Abwesenheit der ρ-Resonanz (der Zerfall $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0$ ist aus Gründen der Bose-Symmetrie verboten) kann hier ein wesentlich klareres Signal $f_0(1370) \rightarrow \sigma\sigma$ erwartet werden als in Endzuständen mit geladenen Pionen.

Eine zweite Motivation ergibt sich aus dem aktuellen Interesse an einem weiteren skalaren Meson, dem $f_0(1500)$. Dieses erscheint in keiner der Analysen [23, 59, 60]. Auch hier soll ein kurzer Überblick über den experimentellen Stand gegeben werden.

Mitte der achziger Jahre war die Situation auf dem Sektor der skalaren Resonanzen sehr unübersichtlich. Es gab zwei Massenbereiche, in denen sich Evidenzen für skalare Zustände häuften. Zum einen konnte in den Reaktionen $K^-p \rightarrow K_S K_S \Lambda$ und $K^-p \rightarrow K^+K^-\Lambda$ bei etwa 1525 MeV skalare Intensität festgestellt werden [7]. Die GAMS-Kollaboration berichtete gleich in fünf Veröffentlichungen bei diversen Reaktionen ($\pi^-N \rightarrow \pi^-N2\eta$, $\pi^-p \rightarrow 4\pi^0 n$, $\pi^-p \rightarrow 2\eta n$ und $\pi^-p \rightarrow \eta\eta' n$) von einem skalaren Zustand bei M = 1568 – 1610 MeV und einer Breite von (150 – 265) MeV [7]. Beide Zustände wurden in späteren Analysen bestätigt [8, 61], allerdings bei kleineren Massen. Erst die von der Crystal Barrel Kollaboration durchgeführten Hochstatistikanalysen verschiedener Endzustände der Antiproton-Proton-Vernichtung [8, 10, 11] und das Experiment E760 am Fermilab [62] konnten die Diskussion zugunsten des $f_0(1500)$ entscheiden. Dennoch bleibt die Frage offen, ob das vom GAMS-Experiment in seinem $4\pi^0$-Zerfall beobachtete $f_0(1590)$ ($M = 1570 \pm 20$ MeV, $\Gamma = 150 \pm 20$ MeV) tatsächlich kompatibel mit dem $f_0(1500)$ ist. Dieses konnte bis dahin nicht in seinem $4\pi^0$-Zerfallskanal nachgewiesen werden. Auch hier ergibt sich im $5\pi^0$-Kanal die Möglichkeit zur Klärung dieser Frage.

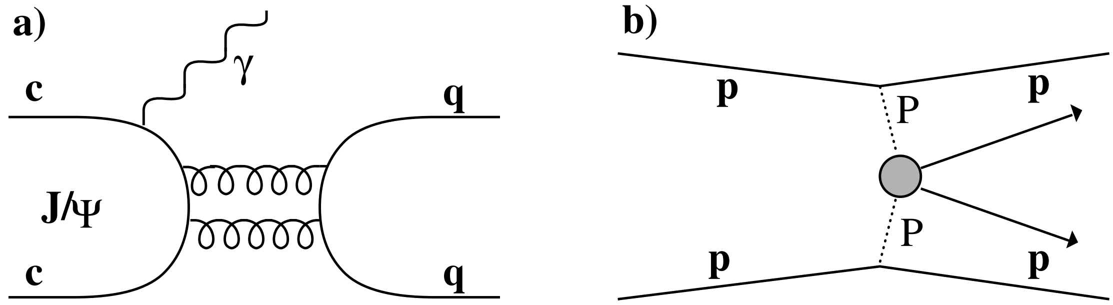

Abbildung 4.1: *Gluonreiche Prozesse. a) Radiativer J/Ψ-Zerfall. b) Zentrale Produktion. Die gestrichelte Linie deutet ein Pomeron an.*

Dem $f_0(1500)$ kommt eine besondere Rolle zu, da es zur Zeit als ein aussichtsreicher Glueball-Kandidat diskutiert wird [13, 14]. Da jedoch ein Glueball besonders in Prozessen auftreten sollte, in welchen Anfangs- und Endzustände über einen rein gluonischen Zwischenzustand koppeln müssen, wird zur Zeit viel Aufmerksamkeit auf solche Experimente gelenkt. So konnte in einer Reanalyse der Mark III-Daten des radiativen J/Ψ-Zerfalls $J/\Psi \rightarrow \gamma(\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)$ von D.V. Bugg et al. [63] gezeigt werden, daß die Daten kompatibel mit der Existenz des Zerfalls $f_0(1500) \rightarrow \sigma\sigma$ sind. In Abbildung 4.1 a) ist ein solcher Zefall skizziert. Das Photon hat die gleichen Quantenzahlen wie das J/Ψ-Meson, daher kann der hadronische Teil des Endzustandes leicht zu den Quantenzahlen 0^{++} koppeln. Die ursprüngliche Arbeit [64] und auch eine Analyse der DM2-Kollaboration [65] fanden den Endzustand dominiert von $\rho\rho$, gekoppelt zu pseudoskalaren Quantenzahlen. Es muß jedoch hinzugefügt werden, daß aufgrund der geringen Statistik, der Komplexität des Endzustandes und der Benutzung von festen Massen und Breiten in der Reanalyse nur die Kompatibilität der Daten mit dem $f_0(1500)$ gezeigt werden konnte. Eine Ableitung des Zerfalls $f_0(1500) \rightarrow \sigma\sigma$ aus diesen Daten scheint jedoch fragwürdig.

Als weiterer gluonreicher Prozeß gilt die zentrale Produktion in Proton-Proton-Stößen. Es werden nur solche Ereignisse betrachtet, in denen kleine Impulsüberträge für die Protonen auftreten (siehe Abbildung 4.1 b)). Es wird allgemein angenommen, daß bei hoher Eingangsenergie der Doppel-Pomeronaustausch eine dominante Rolle spielt [66]. Messungen am e^-p-Collider HERA deuten darauf hin, daß das Pomeron ein hauptsächlich aus Gluonen aufgebautes skalares Objekt ist [67]. Die WA91-Kollaboration berichtet in einer Analyse des Prozesses $pp \rightarrow p_f(\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)p_s$ bei einem Strahlimpuls von 450 GeV/c von der Beobachtung eines schmalen skalaren Mesons ($I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++})$) bei einer Masse von 1450 MeV mit einer Breite von (56 $\pm$ 12) MeV. Es konnte jedoch in einer Reanalyse der Daten eine zweite Interpretation des schmalen Peaks gegeben werden [68]. Demnach interferieren die beiden skalaren Zustände $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$, was eine Struktur ähnlich der tatsächlich beobachteten schmalen Resonanz erzeugt.

Die Analyse des $5\pi^0$-Endzustandes bietet die Möglichkeit, mehr Licht in die zur Zeit immer noch recht widersprüchliche experimentelle Situation zu bringen. Durch die klare Definition des Anfangszustandes und der Abwesenheit geladener Pionen im Endzustand ist eine deutlichere Signifikanz der Ergebnisse zu erwarten als von anderen 5π-Analysen. Als Nachteil sei die große Kombinatorik erwähnt, die sich durch fünf gleiche Teilchen ergibt.

4.2 Die Likelihood-Methode

Die Partialwellenanalyse eines Endzustandes mit fünf pseudoskalaren Mesonen kann nicht auf einen χ^2-Test zurückgeführt werden. Dies sei im folgenden veranschaulicht. Der Endzustand ist durch 20 kinematische Variablen (fünf Vierervektoren für Energie und Impuls) vollständig beschrieben. Nach Ausnutzung der Energie- und Impulserhaltung und der Verbindung von Energie und Impuls der Mesonen über die Massenschalenbedingung verbleiben elf unabhängige Variablen. Bei der Annihilation in Ruhe ist keine Raumrichtung ausgezeichnet. Durch eine beliebige Rotation des Koordinatensystems wird die Anzahl der unabhängigen kinematischen Größen auf acht reduziert. Es sei beispielsweise angenommen, daß jede dieser Variablen in nur fünf Bereiche (bins) unterteilt würde; dann bedeutet dies eine Zahl von $5^8 = 390625$ Zellen. Bei 10^6 Daten würden im Durchschnitt nur etwa 2.5 Einträge auf jede Zelle fallen. Hinzu kommt, daß nur 1,7 % der Zellen nicht am Rand des achtdimensionalen Würfels liegen. Unter diesen Bedingungen ist ein χ^2-Test nicht mehr sinnvoll. Eine andere Methode bietet die Likelihood-Anpassung. Sie kann unabhängig von einer Einteilung der Daten in Zellen arbeiten. Die zu maximierende Likelihood-Funktion ist gegeben durch [69]

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^{N} \omega(\vec{x}_i, \vec{p}). \tag{4.3}$$

Das Produkt erstreckt sich über N Datenpunkte $\vec{x}_i$. Hierbei ist ω zunächst eine beliebige Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (*pdf = probability density function*) auf dem Phasenraum X ($\vec{x} \in X$) und $\vec{p}$ ein Parametervektor, von dem diese abhängt. Veranschaulicht ist $\mathcal{L}$ die Gesamtwahrscheinlichkeit dafür, daß bei einer vorgegebenen *pdf* das Datensample $\{\vec{x}_1, ..., \vec{x}_N\}$ gemessen wird. Gesucht ist die *pdf*, welche die größte Gesamtwahrscheinlichkeit für das Datensample ergibt, bzw. der Parametersatz $\vec{p}$, für den die Funktion $\mathcal{L}$ ihr Maximum annimmt. Zur besseren Berechenbarkeit und Interpretierbarkeit wird statt der Maximierung von $\mathcal{L}$ der negative natürliche Logarithmus $-\ln \mathcal{L}$ minimiert. Minimum von $-\ln \mathcal{L}$ und Maximum von $\mathcal{L}$ stimmen wegen der strengen Monotonie des Logarithmus überein.

Angenommen, man befinde sich am Minimum und es liegen normalverteilte Meßwerte vor. Dann entspricht eine Änderung von $\Delta \ln \mathcal{L} = 0.5$ einer 1σ-Umgebung, eine Änderung von $\Delta \ln \mathcal{L} = 2.0$ einer 2σ-Umgebung. Dieser Sachverhalt wird nochmals in folgender Gleichung zum Ausdruck gebracht:

$$\chi^2(\vec{p}_1) - \chi^2(\vec{p}_2) = 2\,(\ln \mathcal{L}(\vec{p}_1) - \ln \mathcal{L}(\vec{p}_2)) \tag{4.4}$$

Eine detaillierte Beschreibung des Zusammenhangs von $\mathcal{L}$ und χ^2 ist in [69] gegeben. Die zu minimierende Funktion hat nun die Gestalt

$$-\ln \mathcal{L} = -\sum_{i=1}^{N} \ln \omega(\vec{x}_i, \vec{p}). \tag{4.5}$$

Da ω eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung darstellt, muß sie normiert sein.

$$\int_X \omega(\vec{x}, \vec{p}) dX = const. \tag{4.6}$$

Im allgemeinen Fall ändert sich jedoch diese Norm bei der Wahl eines neuen Parametersatzes. Um dies zu kompensieren, wird ein $\tilde{\omega}$ definiert durch

$$\tilde{\omega}(\vec{x}_i, \vec{p}) = \frac{\omega(\vec{x}_i, \vec{p})}{\int_X \omega(\vec{x}, \vec{p}) dX}. \tag{4.7}$$

Das Integral im Nenner ist nicht mehr analytisch berechenbar und wird durch eine Summe von M gemäß X gleichverteilter simulierter Ereignisse ersetzt:

$$-\ln \mathcal{L} = -\sum_{i=1}^{N} \ln \omega(\vec{x}_i, \vec{p}) + N \cdot \ln \left(\sum_{j=1}^{M} \omega(\vec{x}_j, \vec{p}) \right) \tag{4.8}$$

Es soll nun näher auf die Gestalt von ω_i für den speziellen Fall der experimentellen Daten eingegangen werden. Als Gesamtwahrscheinlichkeit ist ω_i ein Produkt aus der Annihilationswahrscheinlichkeit $P_i(\bar{p}p \to 5\pi^0)$ und der Detektionswahrscheinlichkeit ϵ_i des Ereignisses i. Die Annihilationswahrscheinlichkeit kann in einen kinematischen Anteil, den Phasenraumfaktor Φ_i, und einen dynamischen Anteil ξ_i faktorisiert werden. Die Größe ϵ_i enthält sowohl die reine Detektorakzeptanz als auch die Software-Rekonstruktionsakzeptanz mit sämtlichen Schnitten. Es ergibt sich

$$-\ln \mathcal{L} = -\sum_{i=1}^{N} \ln \xi(\vec{x}_i, \vec{p}) - \sum_{i=1}^{N} \ln \Phi(\vec{x}_i) - \sum_{i=1}^{N} \ln \epsilon(\vec{x}_i) + N \ln \left(\sum_{j=1}^{M} \omega(\vec{x}_j, \vec{p}) \right). \tag{4.9}$$

Die zweite und dritte Summe in Gleichung 4.9 ist konstant, vorausgesetzt, es wird stets der gleiche Datensatz verwendet. Sie können bei der Minimierung vernachlässigt werden. Die Summe über die simulierten Ereignisse vereinfacht sich, wenn sichergestellt wird, daß die ursprünglichen Monte-Carlo-Ereignisse vor der Rekonstruktion phasenraumverteilt generiert werden ($\Rightarrow \Phi = 1$). Die Detektionswahrscheinlichkeit ϵ ist gleich 0, wenn das Ereignis von der vollständigen Detektorsimulation und Rekonstruktion verworfen wird, andernfalls gleich 1. Das Normierungsintegral vereinfacht sich daher folgendermaßen:

$$\sum_{j=1}^{M} \omega(\vec{x}_j, \vec{p}) \rightarrow \sum_{j \in \tilde{M}} \xi(\vec{x}_j) \tag{4.10}$$

Die Menge $\tilde{M}$ enthält nur noch die erfolgreich rekonstuierten Monte-Carlo-Ereignisse. Die zu minimierende Funktion lautet jetzt

$$-\ln \mathcal{L} = -\sum_{i=1}^{N} \ln \xi(\vec{x}_i, \vec{p}) + N \cdot \ln \left(\sum_{j \in \tilde{M}} \xi(\vec{x}_j) \right). \tag{4.11}$$

Zur Bestimmung des Minimums wird das CERN-Programm MINUIT [70] verwendet. Es erlaubt neben der Wahl verschiedener Minimierungsalgorithmen die Berechnung der Fehler und Parameterkorrelationen über die Hessematrix (Kovarianzmatrix).

4.3 Die Amplitude

Die Betrachtung eines Endzustandes mit fünf Mesonen verlangt eine Erweiterung der Produktionsamplituden, die im Dreikörper-Endzustand Verwendung findet (siehe Anhang A). Wir

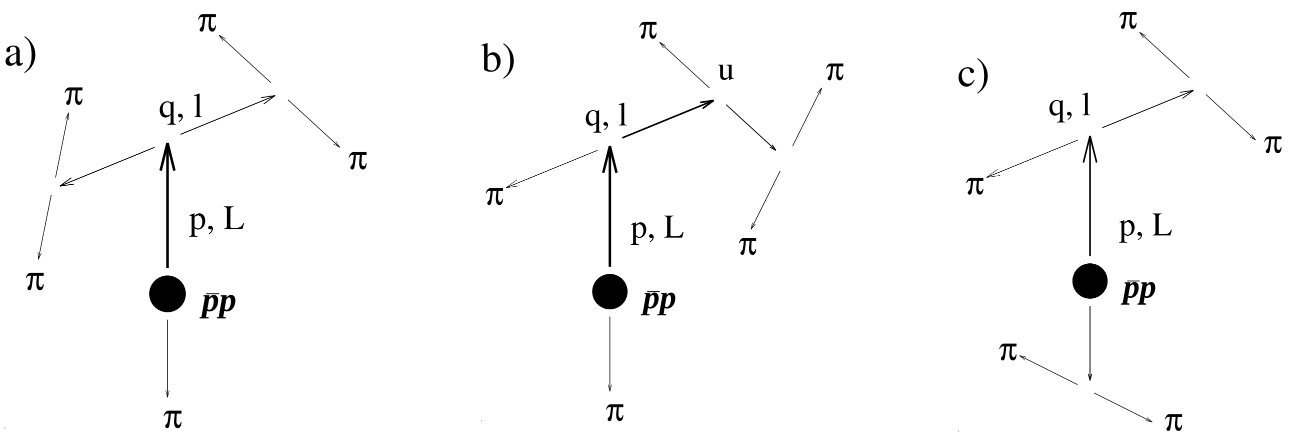

Abbildung 4.2: *Mögliche Prozesse im Isobarenmodell. Direkte Drei-, Vier- und Fünfkörperprozesse werden nicht betrachtet.*

folgen dem Isobarenmodell und betrachten den Annihilationsprozeß als Folge sukzessiver Zweikörperprozesse. Dies bedeutet eine Beschränkung auf die in Abbildung 4.2 dargestellten Zerfallsketten. Direkte Drei-, Vier- und Fünfkörperzerfälle ohne Wechselwirkung zwischen den Teilchen werden nicht zugelassen.

Um das mögliche Auftreten bestimmter Resonanzen abzuschätzen, werden folgende Überlegungen angestellt. Zunächst wird die Zerfallskette aus Abbildung 4.2 a) betrachtet. Zwei neutrale Pionen können aus Gründen der Bose-Symmetrie nur geradzahligen relativen Drehimpuls besitzen, ein ρ-Meson ist nicht möglich. Eine wesentliche Dynamik ist für relative Drehimpulse $J = 4, 6, ...$ erst oberhalb von 2 GeV zu erwarten. Schon bei einem Drehimpuls von $l = 2$ kommt eine nennenswerte Wechselwirkung der beiden Pionen erst bei einer invarianten Masse oberhalb 1200 MeV zustande. Für $l = 0$ ist schon bei 500-700 MeV ein große Intensität in dieser Partialwelle zu beobachten. Dies wird oft als σ-Meson bezeichnet. Der Zerfall einer 4π-Resonanz in ein skalares und ein Tensor-Meson ist somit sehr unwahrscheinlich. Zudem sorgt bei skalaren Mesonen die Drehimpulsbarriere für eine Unterdrückung solcher Prozesse.

Bei Prozessen vom Typ b) formen drei Pionen aus dem Zerfall der 4π-Resonanz einen intermediären Zustand. Unter der Annahme, daß aus oben genannten Gründen zwei Pionen wieder nur zu $J^{PC} = 0^{++}$ koppeln, ergibt sich als mögliche Quantenzahlen $I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{-+})$ und $I^G(J^{PC}) = 1^-(1^{++})$. Das $a_1(1260)$ zerfällt jedoch dominant nach $\rho\pi$ und mit weniger als 0,7% nach $\sigma\pi$ [7]. Der Zerfall über ein $a_1(1260)$ kann daher vernachlässigt werden. Demgegenüber ist der Zerfall eines pionartigen Objektes, dem $\pi(1300)$, nach $\sigma\pi$ beobachtet worden und wird daher berücksichtigt. Auch treten in dieser Zerfallskette keine Unterdrückungen durch Drehimpulsbarrieren auf.

Für Übergänge des Typs c) gelten analoge Argumente wie für a) und b). Das reduziert die Prozesse auf ein $\pi(1300)$, welches gegen ein σ-Meson zurückstößt.

Wegen der Komplexität des Endzustandes ist es weiterhin sinnvoll, sich auf Annihilationen aus dem $^1S_0$-Anfangszustand des p̄p-Systems zu beschränken. Die Annihilation aus $^3S_1$ ist aus Gründen der G-Parität verboten. Prinzipiell kann auch Annihilation aus atomaren P-Zuständen geschehen, der Anteil wird mit $(13 \pm 1)\%$ bei flüssigem Wasserstoff (LH_2) als Target angenommen [33]. Es hat sich jedoch in vorangegangenen Analysen gezeigt, daß der P-Wellenanteil durch die Daten in LH_2 nicht sehr gut festgelegt ist [41, 71]. Anpassungen, die die Annihilation

Typ	Zerfallskette				Kombinationen
a)	$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$	$\rightarrow f_0\pi^0$	$\rightarrow(\sigma\sigma)\pi^0$	$\rightarrow((\pi^0\pi^0)(\pi^0\pi^0))\pi^0$	15
a)	$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$	$\rightarrow f_2\pi^0$	$\rightarrow(\sigma\sigma)\pi^0$	$\rightarrow((\pi^0\pi^0)(\pi^0\pi^0))\pi^0$	15
b)	$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$	$\rightarrow f_0\pi^0$	$\rightarrow(\pi(1300)\pi^0)\pi^0$	$\rightarrow((\sigma\pi^0)\pi^0)\pi^0$	60
c)	$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$	$\rightarrow\pi(1300)\sigma$	$\rightarrow(\sigma\pi^0)\sigma$	$\rightarrow((\pi^0\pi^0)\pi^0)(\pi^0\pi^0)$	30

Tabelle 4.1: *Übersicht der in der Partialwellenanalyse verwendeten Amplituden.*

auf $^1S_0$ beschränken, ergeben gute Näherungen. Bei Hinzunahme zu vieler Amplituden besteht außerdem die Gefahr einer Überparameterisierung des Datensatzes, was zu einer schlechten Konvergenz und zu mehrdeutigen Ergebnissen führt, die nicht mehr interpretierbar sind.

In Tabelle 4.1 sind alle verwendeten Amplituden nochmals zusammengefaßt. Mit der Spalte „Kombinationen" einer Zerfallskette ist die Zahl der Zuordnungen von Pionen zu den Resonanzen gemeint, die nötig ist, um die Bose-Symmetrie der Amplitude unter Austausch zweier Pionen zu gewährleisten.

Die in Anhang A für drei Teilchen im Endzustand formulierte Amplitude muß noch um die Subzerfälle erweitert werden. Dazu wird die Amplitude des primären Prozesses mit den Streuamplituden der Zerfallsteilchen multipliziert. Dies folgt dem auch in [59] und [72] eingesetzten Verfahren. Bei der Beschränkung auf eine 4π-Resonanz mit Spin l und relativem Bahndrehimpuls L zwischen der Resonanz und dem Zuschauerteilchen (siehe Abbildung 4.2) mit anschließendem Zerfall nach $\sigma\sigma$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} & A_{J^{PC}}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_l\pi^0\rightarrow(\sigma\sigma)\pi^0\rightarrow 5\pi^0) \\ = & \sum_{(i,j,k,l)}\sum_{L,l}\hat{F}_l^{ijkl}(q)\cdot\hat{T}_{11}(\sigma_{ij})\cdot\hat{T}_{11}(\sigma_{kl})\cdot Z_{J,L,l}(\vec{P},\vec{Q})\cdot B_L(\vec{p}) \end{aligned} \tag{4.12}$$

Hierbei koppeln l und L zum Spin J des $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-Anfangszustandes. Die Bedeutung der Größen aus Gleichung 4.12 ist Anhang A zu entnehmen. Im Fall mehrerer Resonanzen pro Partialwelle ist $\hat{F}$ gegeben durch

$$\hat{F}_l^{ijkl}(q) = \sum_\alpha \beta_{\alpha 1}\frac{m_\alpha\Gamma_\alpha^0\gamma_{\alpha 1}^2 B_{\alpha 1}^l(q_1,q_{\alpha 1})}{m_\alpha^2-m_{ijkl}^2-im_\alpha\Gamma_\alpha(m_{ijkl})} \tag{4.13}$$

mit

$$\Gamma_\alpha(m) = \Gamma_\alpha^0\sum_{i=1}^2\rho_i(m)\gamma_{\alpha i}^2[B_{\alpha i}^l(q_i,q_{\alpha i})]^2 \tag{4.14}$$

$$\Gamma_\alpha^0 = \sum_{i=1}^2\frac{\tilde{\Gamma}_{\alpha i}}{\rho_i(m_\alpha)} \tag{4.15}$$

$$\Gamma_\alpha^0\gamma_{\alpha i}^2 = \frac{\tilde{\Gamma}_{\alpha i}}{\rho_i(m_\alpha)} \Rightarrow \gamma_{\alpha 1}^2+\gamma_{\alpha 2}^2 = 1 \tag{4.16}$$

Die Summen in Gleichung 4.14 und 4.15 erstrecken sich über die beiden Zerfallskanäle $\sigma\sigma$ und $\pi(1300)\pi$. Im folgenden wird die Bezeichnung π_R anstelle von $\pi(1300)$ verwendet werden, um auf die Radialanregung des Pions zu verweisen.

Pol	m [MeV/c^2]	$\tilde{\Gamma}_{\pi^0\pi^0}$ [MeV/c^2]	$\tilde{\Gamma}_{\bar{K}K}$ [MeV/c^2]
1	855	774	0
2	1268	1311	72
3	1493	14	116
	$c_{11} = 0,\ c_{12} = 0.78,\ c_{22} = 0$		

Tabelle 4.2: *K-Matrix-Parameter der $\pi\pi$-S-Welle.*

Die Breite $\Gamma(m_{ijkl})$ enthält in Anlehnung an eine Flatté-Amplitude Phasenraumfaktoren beider Zerfallskanäle. Die Indizes {i,j,k,l} sind paarweise veschieden und nehmen die Werte 1,..,5 an. Die beiden Streuamplituden $\hat{T}(\sigma_{ij})$ stehen für je eine $\pi\pi$-S-Welle. Zu ihrer Parametrisierung wird das Matrixelement $\hat{T}_{11}$ der in [41] gefundene Lösung verwendet. Die Parametrisierung erfolgt analog zu Anhang A mittels einer K-Matrix:

$$\hat{T} \;=\; \frac{\hat{K}}{\mathbb{1} - i\rho\hat{K}} \tag{4.17}$$

Die Parameter aus [41] sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt. Diese Beschreibung enthält neben der typischen σ-Erhöhung auch die Ankopplung an den $\bar{K}K$-Kanal über das $f_0(980)$. Die K-Matrix-Parameter wurden parallel dem $3\pi^0$-Endzustand und den Streudaten der CERN-München-Kollaboration [48, 49] angepaßt. Dies ist wichtig, da es sich bei der Endzustandswechselwirkung der Pionen aus dem Resonanzzerfall um einen Streu- und keinen Produktionsvorgang handelt.

Der Phasenraumfaktor $\rho(m)$ wird in Anlehnung an den Zweiteilchen-Phasenraumfaktor gewählt:

$$\rho_i(m) \;=\; \sqrt{\left[1 - \left(\frac{m_a + m_b}{m}\right)^2\right] \cdot \left[1 - \left(\frac{m_a - m_b}{m}\right)^2\right]} \tag{4.18}$$

Der Zerfallsimpuls q kann mit ρ folgendermaßen in Zusammenhang gebracht werden:

$$\rho_i \;=\; \frac{2q_i}{m} \tag{4.19}$$

Beim Zerfall nach $\sigma\sigma$ wird $m_a = m_b = 2m_{\pi^0}$, beim Zerfall nach $\pi\pi_R$ wird $m_a = 3m_{\pi^0}$ und $m_b = m_{\pi^0}$ gewählt. Konsequenterweise müßte bei Verwendung eines Zweikörperphasenraums und der strengen Interpretation des Isobarenmodells die jeweilige invariante Masse eines Pionpaares verwendet werden. Dies hat jedoch einen entscheidenden Nachteil. Durch das Auftreten des ρ-Faktors im Nenner der Breit-Wigner-Amplitude bestimmt sein jeweiliger Wert die Polposition in der komplexen Energieebene. Variiert ρ von Ereignis zu Ereignis oder innerhalb eines Ereignisses durch unterschiedliche σ-Kombinationen, springt die Polposition. Das führt in der Anpassung an die Daten zu einer schlechten Konvergenz.

Beim Zerfall der $4\pi^0$-Resonanz nach $\pi\pi_R$ lautet die Amplitude:

$$A_{J^{PC}}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to f_l\pi^0\to(\pi\pi_R)\pi^0\to((\sigma\pi^0)\pi^0)\pi^0\to 5\pi^0)$$

$$= \sum_{(i,j,k,l)}\sum_{L,l}\hat{F}_l^{ijkl}(q)\cdot BW_{ijk}^{\pi_R}(u)\cdot\hat{T}_{11}(\sigma_{ij})\cdot Z_{J,L,l}(\vec{P},\vec{Q})B_L(\vec{p})$$

mit

$$\hat{F}_l^{ijkl}(q) = \sum_\alpha \beta_{\alpha 2}\frac{m_\alpha\Gamma_\alpha^0\gamma_{\alpha 2}^2 B_{\alpha 2}^l(q_2,q_{\alpha 2})}{m_\alpha^2 - m_{ijkl}^2 - im_\alpha\Gamma_\alpha(m_{ijkl})} \tag{4.20}$$

Im Unterschied zum Zerfall nach $\sigma\sigma$ (Gleichung 4.12) wird das π_R durch eine Breit-Wigner-Amplitude beschrieben:

$$BW_{ijk}^{\pi_R}(u) = \frac{m_{\pi_R}\Gamma_{\pi_R}^0}{m_{\pi_R}^2 - m_{ijk}^2 - im_{\pi_R}\Gamma_{\pi_R}(u)} \tag{4.21}$$

Beide Amplituden aus Gleichung 4.12 und Gleichung 4.20 werden zu einer Gesamtamplitude addiert, wobei sich die Produktionsstärken β_i zur selben Resonanz α in einer Phase unterscheiden dürfen.

$$\beta_{\alpha 2} = \frac{1}{4}e^{i\phi}\beta_{\alpha 1} \tag{4.22}$$

Der Faktor $\frac{1}{4}$ berücksichtigt die unterschiedliche Anzahl möglicher Kombinationen beim Austausch zweier Pionen für beide Zerfallsketten (siehe Tabelle 4.1).

Die dritte Amplitude hat die folgende Gestalt:

$$A(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to\sigma\pi_R\to(\sigma\pi)\sigma\to 5\pi^0)$$

$$= \sum_{(i,j,k,l,m)}\hat{F}_l^{ijk}(q)\cdot\hat{T}_{11}(\sigma_{ij})\cdot\hat{T}_{11}(\sigma_{lm}) \tag{4.23}$$

mit

$$F^{ijk}(q) = \beta_{\pi_R}BW_{ijk}^{\pi_R}(q) \tag{4.24}$$

Zur Anpassung der Amplituden an die Daten wird ein geeigneter Parametersatz gewählt. Dazu wird Gleichung 4.15 umgeschrieben:

$$\Gamma_\alpha^0 = \frac{\tilde{\Gamma}_\alpha^h}{\rho_1(m_\alpha)}(1-x_\alpha) + \frac{\tilde{\Gamma}_h}{\rho_2(m_\alpha)}x_\alpha \tag{4.25}$$

Die Größen $\tilde{\Gamma}_\alpha^h$ und x_α dienen als Anpassungsparameter und sind so gewählt, daß für $x_\alpha\to 0$ $\tilde{\Gamma}_\alpha^h = \tilde{\Gamma}_1$ (reiner Zerfall nach $\sigma\sigma$) und für $x_\alpha\to 1$ $\tilde{\Gamma}_\alpha^h = \tilde{\Gamma}_2$ (reiner Zerfall nach $\pi\pi_R$) gilt. Die Berechnung der Faktoren $\gamma_{\alpha i}$ erfolgt nach Gleichung 4.26.

$$\begin{aligned}\gamma_{\alpha 1}^2 &= \frac{(1-x_\alpha)\rho_2(m_\alpha)}{(1-x_\alpha)\rho_2(m_\alpha)+x_\alpha\rho_1(m_\alpha)}\\ \gamma_{\alpha 2}^2 &= \frac{x_\alpha\rho_1(m_\alpha)}{(1-x_\alpha)\rho_2(m_\alpha)+x_\alpha\rho_1(m_\alpha)}\end{aligned} \tag{4.26}$$

4.4 Resultate der Anpassung

Durch die große Rechenintensität der Likelihood-Anpassung kann nicht der gesamte zur Verfügung stehende Datensatz verwendet werden. Selbst wenn dies möglich wäre, besteht die Gefahr, daß ab einer bestimmten Ereigniszahl systematische Abweichungen von Daten und Monte-Carlo-Ereignissen Änderungen in $\ln\mathcal{L}$ verursachen, die in der gleichen Größenordnung liegen wie die durch eine Variation der Amplitude erzeugten Änderungen. Es zeigt sich, daß bei der Verwendung von 25000 Daten und 45000 Monte-Carlo-Ereignissen die Anpassungen ein gutes Konvergenzverhalten zeigen. Um die Größenordnung der systematischen Fehler abzuschätzen, wird der zur Verfügung stehende Datensatz in Teildatensätze zu je 24000 Ereignissen aufgeteilt und an die Hypothese Nr. 3 in Tabelle 4.4 angepaßt. Tabelle 4.3 zeigt eine Übersicht über Masse und Breite der skalaren Resonanz. Als Mittelwert mit Fehler ergibt sich $\mathrm{M}(f_0) = (1495,7 \pm 2,0)$ MeV und $\Gamma(f_0) = (170,7 \pm 5,0)$ MeV. Für das π_R ergibt sich $\mathrm{M}(\pi_R) = (886 \pm 13)$ MeV und $\Gamma(\pi_R) = (425 \pm 11)$ MeV. Die etwas größeren Fehler für das π_R sind die Folge seiner größeren Breite. Ein systematischer Fehler ist bei der gewählten Größe der Datensätze noch nicht zu erkennen; die hier bestimmten Fehler sind die statistischen Fehler der Anpassung.

Nach dem bisherigen Wissensstand [23, 59, 60] kann sämtliche Intensität des 5π-Endzustandes aus dem ${}^1S_0$-Anfangszustand nach Elimination des η und des ω durch eine einzige Resonanz, das $f_0(1370)$, beschrieben werden. Im $5\pi^0$-Endzustand kann demnach nur die Reaktion $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to f_0(1370)$ mit $f_0(1370)\to\sigma\sigma$ auftreten. Als Ausgangshypothese bietet sich daher an, die Daten mit nur einer skalaren Resonanz anzupassen. Um den kombinatorischen Untergrund zu berücksichtigen, wird zur Übergangswahrscheinlichkeit eine Konstante addiert, die 4% der Gesamtnorm entspricht. Die freie Anpassung ergibt ein Minimum in $-\ln\mathcal{L}$ bei M= 1386 MeV

Datensatz	1	2	3	4	5	6	7	8
$\mathrm{M}(f_0)$ MeV	1492,3	1496,6	1498,6	1496,0	1495,3	1494,0	1494,9	1497,9
$\Gamma(f_0)$ MeV	169,0	178,4	166,4	162,7	171,6	175,1	173,4	169,0

Tabelle 4.3: *Abhängigkeit der Resonanzparameter von unterschiedlichen Datensätzen.*

	π_R			$f_0(1300)\pi$				$f_0(1500)\pi$				$-2\cdot\ln\ L$
	m	Γ	$\sigma\pi_R$	m	Γ	$\sigma\sigma$	$\pi\pi_R$	m	Γ	$\sigma\sigma$	$\pi\pi_R$	
1	–		–	1386	348	96%	–	–				1277
2	–		–	888	874	61%	–	1495	182	35%	–	629
3	895	433	64%	–				1491	166	32%	–	379
4	1107	237	14%	1558	26130	52%	–	1488	221	30%	–	215

Tabelle 4.4: *Resultate der Anpassung. Die Werte in der $\sigma\sigma$-, $\pi\pi_R$- und $\sigma\pi_R$-Spalte geben den jeweiligen Beitrag dieses Zerfallsmodus zum $5\pi^0$-Endzustand (ohne $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to\pi^0\pi^0\eta$) an. '–' bedeutet, daß dieser Zerfallskanal nicht angeboten wird. Die Beiträge jeder Zeile addieren sich zu 96%, da ein konstanter Untergrund von 4% angepaßt wird. $-2\ln\mathcal{L}$ ist auf die beste Anpassung (Tabelle 4.5 Nr. 8) normiert.*

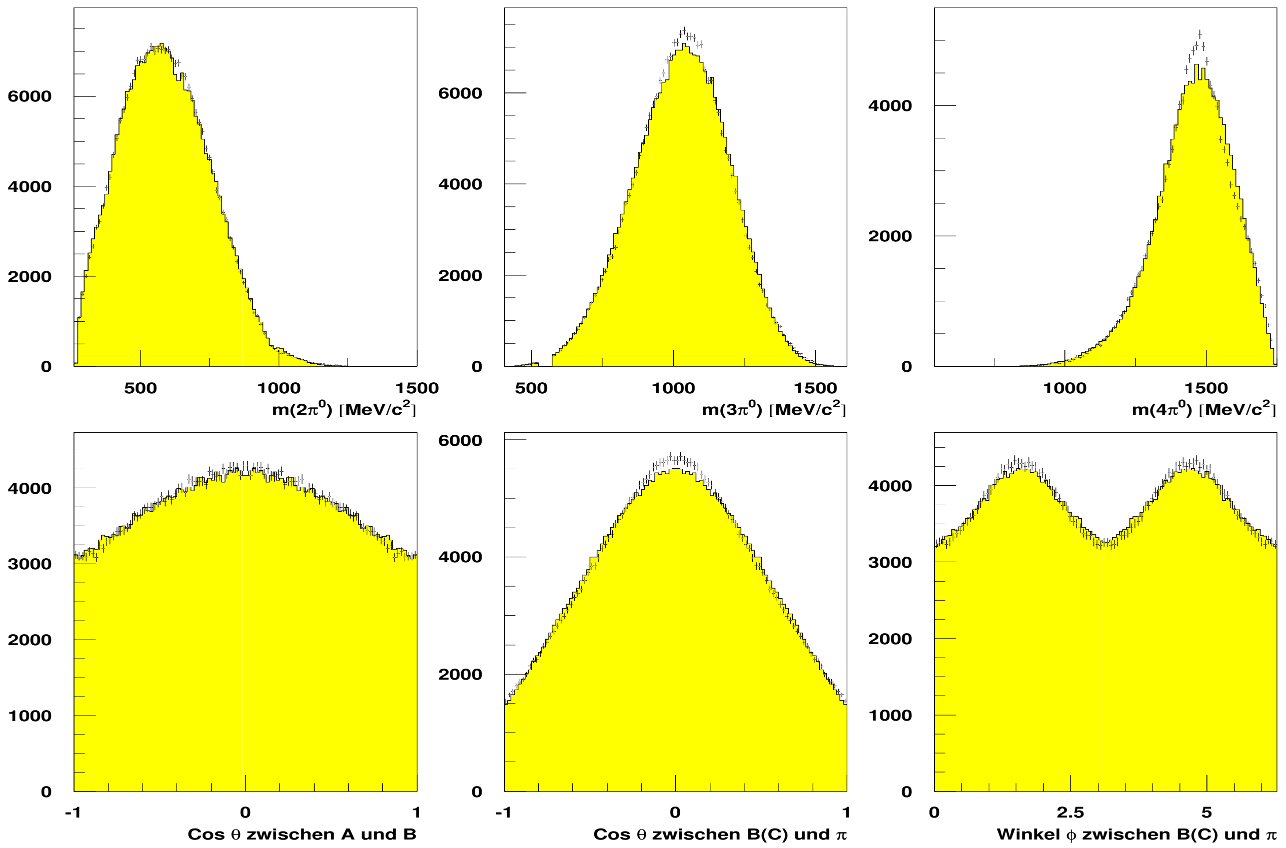

Abbildung 4.3: *Anpassung mit einer einzigen skalaren Resonanz ($f_0 \rightarrow \sigma\sigma$).*

und $\Gamma = 348$ MeV, in exzellenter Übereinstimmung mit den Resultaten von Gaspero [59], OBELIX [60] und Crystal Barrel [23]. Die Anpassung an die Projektionen ist recht gut (Abbildung 4.3), jedoch sind signifikante Abweichungen zu erkennen, insbesondere bei der invarianten $4\pi^0$-Massenverteilung.

Offensichtlich ist das $f_0(1370)$ allein nicht in der Lage, die Daten zu beschreiben. Als zusätzliche Beiträge werden nun jeweils eine zweite skalare Resonanz oder ein gegen ein σ zurückstoßendes π_R eingeführt. Es zeigt sich eine deutliche Verbesserung des Likelihoods (Tabelle 4.4, Anpassungen Nr. 2-4).

Die Anpassungen Nr. 2, 3 und 4 ergeben ein erstaunliches Resultat: a) Eine skalare Resonanz liegt bei etwa 1500 MeV und wird relativ schmal. b) Die überwiegende Intensität wird durch ein breites Objekt beschrieben. Es zeigt sich weiterhin erstmalig eine Evidenz für eine $3\pi^0$-Dynamik, da durch Einführung eines Beitrages $\sigma\pi_R$ die Anpassung nochmals deutlich verbessert werden kann. Die Existenz des $f_0(1370)$ kann nicht mehr aus den Daten extrahiert werden. Ob es dennoch mit den Daten kompatibel ist, wird in weiteren Anpassungen untersucht.

Die Resonanz bei 1500 MeV kann mit dem in anderen Endzuständen beobachteten $f_0(1500)$ identifiziert werden (siehe auch Kap. 4.1). Offensichtlich handelt es sich hier um einen neuen Zerfallskanal dieses Teilchens. Es soll hier hervorgehoben werden, daß bei jeder Erweiterung der Hypothese „es gibt nur eine skalare Resonanz in der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$“ sich die Masse der skalaren Resonanz zu einem Wert in der Nähe von 1500 MeV verschiebt. Diese Beobachtung

	π_R			$f_0(1300)\pi$				$f_0(1500)\pi$				$f_0(1750)\pi$		$-2\ln\mathcal{L}$
	m	Γ	$\sigma\pi_R$	m	Γ	$\sigma\sigma$	$\pi\pi_R$	m	Γ	$\sigma\sigma$	$\pi\pi_R$	$\sigma\sigma$	$\pi\pi_R$	
5	1202	267	–	1400	346	88%	8%	–				–		848
6	1195	531	62%	–				1511	180	17%	17%	–		199
7	1110	337	8%	1384	1299	65%	0%	1518	203	19%	4%	–		30
8	1114	340	8%	1250	1168	64%	0%	1505	169	12%	9%	0%	3%	0
9	1093	330	6%	1065	1079	67%	0%	1500*	150*	8%	15%	–		64
10	1111	340	10%	1198	991	65%	0%	1500*	150*	7.5%	9.5%	0%	4%	3
11	1092	304	–	1121	1121	72%	0%	1500*	150*	2%	22%	–		102

Tabelle 4.5: *Resultate der Anpassung an den $5\pi^0$-Endzustand. Die Bedeutung der Einträge folgt Tabelle 4.4. '*': Parameter nicht variabel.*

legt nahe, daß die früheren Ergebnisse [23, 59, 60] auf eine unvollständige Wahl der erlaubten Resonanzbeiträge zurückzuführen ist. Die bisherigen Ergebnisse legen also nahe, daß das $f_0(1500)$ nach $\sigma\sigma$ zerfällt, es aber noch weitere skalare Intensität in der Form eines breiten „Untergrundes“ gibt. Hinzu tritt der Zerfallsmodus $\bar{\text{p}}\text{p}\to\sigma\pi_R$ mit $\pi_R\to\sigma\pi$.

In einem nächsten Schritt werden verschiedene Amplituden mit Tensorbeiträgen ($J^{PC} = 2^{++}$) angepaßt. Das $f_2(1270)$ zerfällt zu $(0,3 \pm 0,1)\%$ in $4\pi^0$ [7]. Das Verzweigungsverhältnis für $\bar{p}p\to f_2(1270)\pi\to 5\pi^0$ kann aus dem $\bar{p}p\to f_2(1270)\pi^0$-Kanal des $3\pi^0$-Endzustandes abgeleitet werden [54]:

$$\frac{Br(\bar{\text{p}}\text{p}\to f_2(1270)\pi^0\to 5\pi^0)}{Br(\bar{\text{p}}\text{p}\to 5\pi^0)} = \frac{Br(\bar{\text{p}}\text{p}\to f_2(1270)\pi^0\to 3\pi^0)}{Br(f_2(1270)\to 2\pi^0)}\cdot\frac{Br(f_2(1270)\to 4\pi^0)}{Br(\bar{\text{p}}\text{p}\to 5\pi^0)} = 0,09\%$$

Der Anteil ist somit zu vernachlässigen. Es wurden weitere Tensorbeiträge mit festen und variablen Massen und Breiten angeboten, jedoch ergibt keine Anpassung eine signifikante Verbesserung von $\ln\mathcal{L}$.

In einer weiteren Serie von Anpassungen soll untersucht werden, ob das π_R nicht nur über die direkte Produktion, sondern auch indirekt in der Zerfallskette $\bar{\text{p}}\text{p}\to f_0(1500)\pi^0$ mit $f_0(1500)\to\pi\pi_R$ erzeugt wird und welchen Einfluß dieser Zerfallsmodus auf die weitere skalare Intensität hat. Die Resultate sind in Tabelle 4.5 zusammengefaßt.

Eine skalare Resonanz allein ist auch nach Hinzunahme des $\pi\pi_R$-Zerfallskanals nicht in der Lage, die Daten zu beschreiben (Nr. 5). Es tritt eine moderate Verbesserung in $-2\ln\mathcal{L}$ von 429 ein; Masse und Breite der skalaren Resonanz sind jedoch unverändert zu Anpassung Nr. 1. Erst durch weitere Beiträge wird die Anpassung deutlich verbessert (Nr. 6 u. 7). In Anpassung Nr. 8 wird die Frage untersucht, inwieweit die Ergebnisse stabil sind bei Hinzunahme einer zusätzlichen Resonanz. Ein $f_0(1750)$ wurde schon in einer Reanalyse der Mark III Daten im $\sigma\sigma$-Zerfall gefordert [63]; eingesetzt mit fester Masse und Breite ist sein Beitrag in diesem Datensatz weniger signifikant. Es hat jedoch positiven Einfluß auf Masse und Breite des $f_0(1500)$ (Nr. 8), welches ohne diesen Beitrag etwas zu breit wird (Nr. 7). Das $f_0(1750)$ zerfällt hier zwar vollständig nach $\pi\pi_R$, wird jedoch ausschließlich der $\sigma\sigma$-Kanal angeboten, ist nur eine geringe Verschlechterung der Anpassung ($\Delta\ 2\ln\mathcal{L} \approx 20$) zu beobachten. In neuen gekoppelten

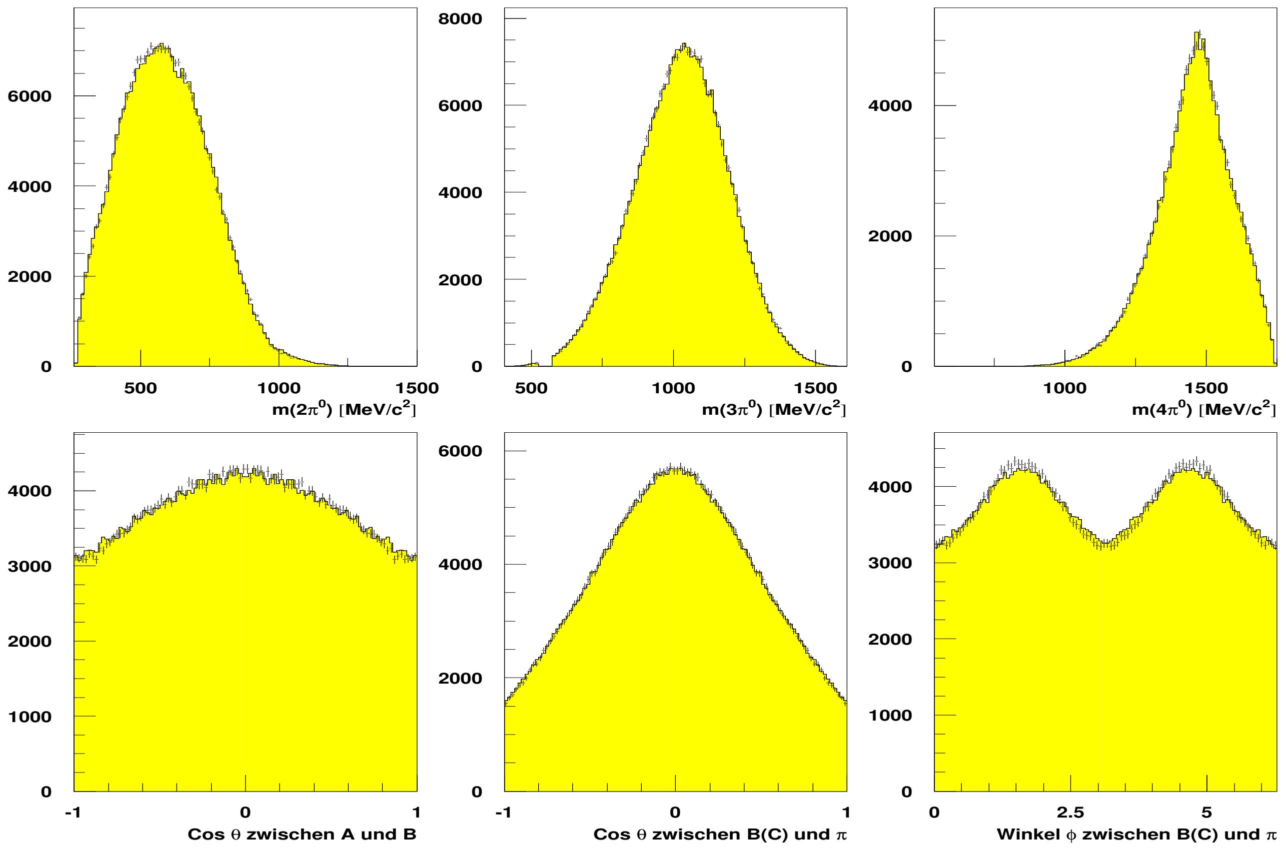

Abbildung 4.4: *Anpassung der besten Hypothese (Nr. 8).*

Anpassungen an Daten der Crystal Barrel Kollaboration konnte durch Einführung des Prozesses $f_0(1750)\to\pi^0\pi^0$ eine Verbesserung der Beschreibung des $3\pi^0$-Dalitzplots erzielt werden [73], jedoch ist auch dort der Phasenraum auf 1740 MeV beschränkt, so daß seine Existenz nicht mit Sicherheit aus den Crystal Barrel Daten abgeleitet werden kann. Im Vergleich von Anpassung Nr. 8 mit den Daten sind keine Abweichungen mehr zu erkennen, insbesondere die $4\pi^0$-Massenverteilung wird sehr gut beschrieben (siehe Abbildung 4.4). In den bisherigen Anpassungen wurden Massen und Breiten der Resonanzbeiträge frei angeboten. Die Resonanzen sind jedoch auch aus anderen Experimenten bekannt. Im folgenden soll daher untersucht werden, ob sich Ergebnisse der Analyse ändern, wenn Massen und Breiten einzelner oder aller Resonanzen auf in anderen Experimenten erzielte Ergebnisse fixiert werden.

In früheren Analysen wurde das $f_0(1500)$ mit Breiten zwischen 120 MeV und 150 MeV beobachtet [8, 10, 11, 54]. Seine Masse und Breite werden daher auf 1500 MeV und 150 MeV fixiert (Anpassungen Nr. 9 – 11).

Bemerkenswert ist, daß das $f_0(1500)$ sehr konstant mit (17-24)% zum $5\pi^0$-Endzustand beiträgt. Das relative Verhältnis der beiden Zerfallskanäle variiert dagegen sehr stark. Wird nur der $\sigma\sigma$-Zerfall des $f_0(1500)$ erlaubt, verschlechtert sich die Anpassung signifikant um mehr als 80 in $2\ln\mathcal{L}$. Wird der direkte Prozeß $\bar{p}p\to\sigma\pi_R$ in der Anpassung verboten (Nr. 11), steigt der Anteil an $f_0(1500)\to\pi\pi_R$ stark an. Der Zuwachs an $2\ln\mathcal{L}$ zeigt jedoch, daß eine Aufteilung des π_R auf direkte $\sigma\pi_R$-Produktion und den Zerfall $f_0(1500)\to\pi\pi_R$ signifikant bevorzugt wird.

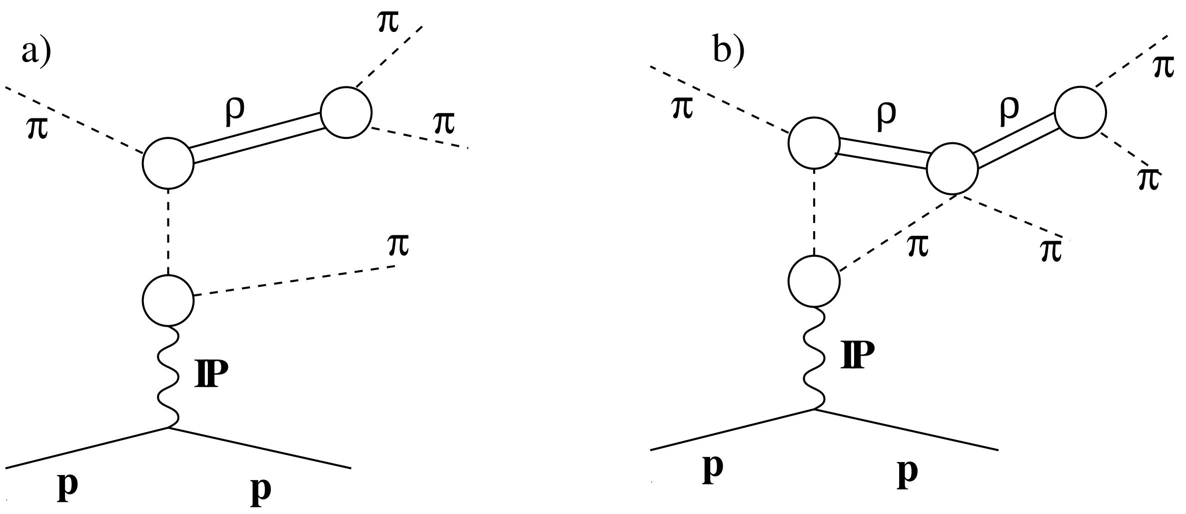

Abbildung 4.5: *a) Ein-Pion-Austausch-Deckmechanismus, b) Ein-Pion-Austausch-Deckmechanismus mit Rückstreuung.*

Referenz	$M(\pi(1300))$ [MeV]	$\Gamma(\pi(1300))$ [MeV]	Prozeß
C. Daum et al. [78]	≈ 1400	≈ 600	$\pi^- p$
M. Bonesini et al. [79]	1342 ± 20	220 ± 70	$\pi^- p \rightarrow p 3\pi$
G. Bellini et al. [75]	1240 ± 30	360 ± 120	$\pi^- A \rightarrow A 3\pi$
M. Zielinski et al. [76]	1190 ± 30	440 ± 80	$\pi^+ A \rightarrow A 3\pi$
D.V. Amelin et al. [77]	≈ 1200	≈ 400	$\pi^- A \rightarrow A \pi^+ \pi^- \pi^-$

Tabelle 4.6: *Bisherige Messungen zum $\pi(1300)$.*

In der Amplitude wurde bis jetzt die pseudoskalare $3\pi^0$-Resonanz mit variabler Masse und Breite angeboten. In [7] wird eine Masse von 1300 ± 100 MeV und eine Breite von 200–600 MeV angegeben. Die zur Bestimmung dieser Werte berücksichtigten Experimente bedienen sich der kohärenten 3-Pion-Produktion an Nukleonen oder Kernen. In diesen Prozessen sorgt das Auftreten eines von Deck [74] vorgeschlagenen Effekts für Untergrund. Er entsteht dadurch, daß ein Pion in ein Rho-Meson und ein Pion dissoziiert, welches dann diffraktiv am Kern oder Nukleon streut (siehe Abbildung 4.5).

Tabelle 4.6 gibt eine Übersicht der bisherigen Messungen. Neuere Experimente finden ausschließlich Massen unterhalb 1300 MeV [75–77] mit Breiten um 400 MeV. Im folgenden soll untersucht werden, inwieweit sich die π_R-Parameter variieren lassen, ohne die Güte der Anpassung zu beeinträchtigen. Dennoch sei betont, daß aufgrund eines anderen Produktionsprozesses in der $\bar{p}p$-Annihilation systematische Abweichungen zu den Werten von Tabelle 4.6 entstehen können, die auf das Fehlen des Deck-Effekts zurückzuführen sind.

Neben der Fixierung der π_R-Parameter werden auch die Parameter der breiten skalaren Resonanz auf die des $f_0(1370)$ festgesetzt. Dies dient als Test, ob die Daten auch mit früheren Messungen des $f_0(1370)$ zumindest kompatibel sind, wenn auch dessen Existenz nicht aus den $5\pi^0$-Daten abgeleitet werden kann. Es ist jedoch zu betonen, daß sich die Analysen von Gas-

	π_R			$f_0(1300)\pi$				$f_0(1500)\pi$		$f_0(1750)\pi$		$-2 \cdot \ln L$
	m	Γ	$\sigma\pi_R$	m	Γ	$\sigma\sigma$	$\pi\pi_R$	$\sigma\sigma$	$\pi\pi_R$	$\sigma\sigma$	$\pi\pi_R$	
12	1100	348	43%	1320*	235*	12%	4%	6%	27%	4%	0%	56
13	1200*	400*	10%	1200*	1000*	61%	1%	14%	7%	0%	3%	42
14	1200*	400*	58%	1320*	235*	5%	2%	9%	20%	0%	2%	105
15	1260*	250*	45%	1320*	235*	8.5%	3.5%	20 %	15.5%	3.5%	0%	180

Tabelle 4.7: *Resultate der Anpassung an den $5\pi^0$-Endzustand. Die Bedeutung der Einträge folgt Tabelle 4.4. '*': Parameter nicht variabel.*

pero [59], Obelix [60] und Crystal Barrel [23], welche zur Popularität des $f_0(1370)$ wesentlich beigetragen haben, durch die vorliegende Analyse als unvollständig erwiesen haben, so daß dieser Zustand als experimentell weniger gesichert gelten darf. Als Resonanzparameter werden die in [80] bestimmten Werte verwendet.

Die Ergebnisse von Tabelle 4.7 verdeutlichen, daß mit den verwendeten Amplituden die Grenze der zulässigen Komplexität erreicht ist. Werden die Resonanzparameter des $f_0(1370)$ auf die Werte von [80] gesetzt (Nr. 12), treten große destruktive Interferenzen zwischen $\sigma\sigma$- und $\pi\pi_R$-Zerfallskanal auf. Dies sorgt in den Anpassungen Nr. 12, 14 und 15 für einen wesentlich geringeren Beitrag dieses Zustandes. Simultan dazu erhöhen sich der $\sigma\pi_R$- und $f_0(1500)$-Anteil. Dennoch läßt der Datensatz keine beliebig große Veränderung der Resonanzparameter zu. Anpassung Nr. 14 bildet sicherlich die Grenze einer noch akzeptablen Beschreibung.

Die hervorstechenden Merkmale des $5\pi^0$-Datensatzes sind zum einen die Dominanz des $f_0(1500)$ in seinem $4\pi^0$-Zerfall, zum zweiten eine deutliche $3\pi^0$-Dynamik, die sowohl durch die direkter Produktion als auch durch den Zerfall skalarer Resonanzen bedingt sein kann.

Um die Signifikanz des Zerfalls $f_0(1500) \rightarrow \pi\pi_R$ zu überprüfen, werden die Massen und Breiten aller Beiträge außer denen des $f_0(1500)$ auf folgende Werte fixiert:

	M [MeV]	Γ [MeV]
π_R	1120	340
$f_0(1370)$	1200	1000
$f_0(1750)$	1750	160

Das $f_0(1500)$ wird für jeden der beiden Zerfallskanäle durch einen Breit-Wigner mit einer Breite von 150 MeV beschrieben, wobei im folgenden jeweils eine der beiden Massen auf 1500 MeV festgehalten und die andere variiert wird. Die Veränderung im Likelihood zeigt für beide Anteile ein deutliches Minimum bei 1500 MeV (siehe Abbildung 4.6 I).

Die Abhängigkeit der relativen Beiträge von $\sigma\pi_R$, $f_0(1500) \rightarrow \sigma\sigma$ und $f_0(M_X) \rightarrow \pi\pi_R$ (Abbildung 4.6 II) läßt sich so interpretieren, daß bei einem M_X in der Nähe von 1500 MeV Intensität von den anderen Beiträgen auf diesen Zerfallsmodus übergeht. Wird analog die Masse des nach $\sigma\sigma$ zerfallenden Anteils variiert, geht bei 1500 MeV Intesität vom Kanal $f_0(1500) \rightarrow \pi\pi_R$ auf die Beiträge $\sigma\pi_R$ und $f_0(1500) \rightarrow \sigma\sigma$ über. Das in Abbildung 4.6 gezeigte Verhalten kann als deutlicher Hinweis auf die Existenz sowohl des $\sigma\sigma$- als auch des $\pi\pi_R$-Zerfalls des $f_0(1500)$ gewertet werden.

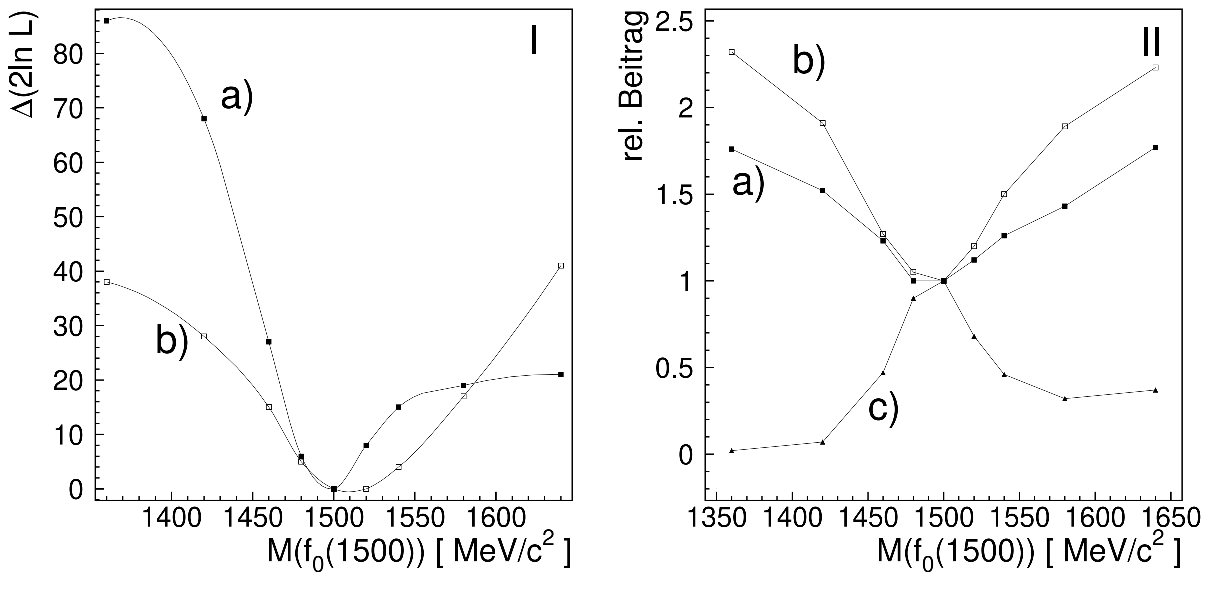

Abbildung 4.6: *I: $-2\ln L$ in Abhängigkeit der Masse des $f_0(1500)$. (a) Variation der Masse des Anteils $f_0(1500)\to\pi\pi_R$, (b) Variation der Masse des Anteils $f_0(1500)\to\sigma\sigma$. Beide Kurven sind am Minimum auf 0 normiert. II: Die relativen Beiträge von a) $\sigma\pi_R$, b) $f_0(1500)\to\sigma\sigma$ und c) $f_0(M_X)\to\pi\pi_R$ in Abhängigkeit von M_X, normiert auf $M_X = 1500$ MeV.*

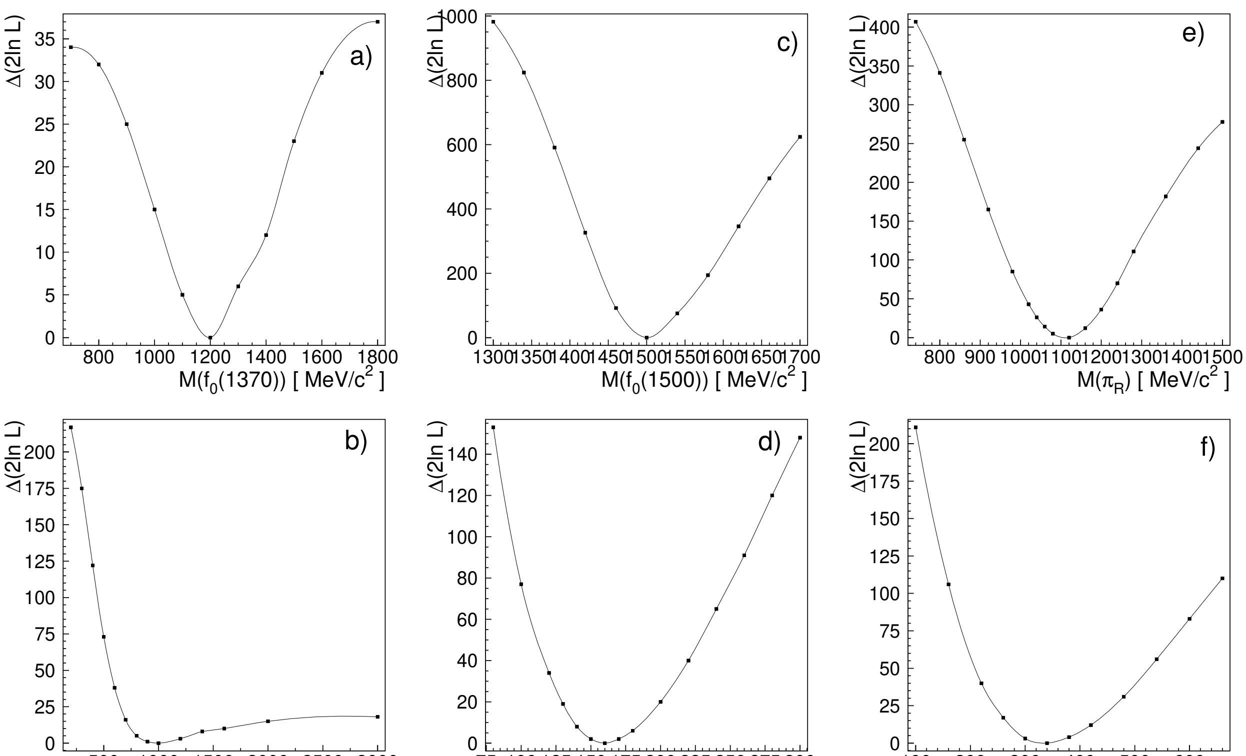

Abbildung 4.7: *$-2\ln L$ in Abhängigkeit der Resonanzparameter.*

Nr	m_1	$\tilde{\Gamma}_{\pi\pi}$	$\tilde{\Gamma}_{\bar{K}K}$	m_2	$\tilde{\Gamma}_{\pi\pi}$	$\tilde{\Gamma}_{\bar{K}K}$	m_3	$\tilde{\Gamma}_{\pi\pi}$	$\tilde{\Gamma}_{\bar{K}K}$
A	855	774	0	1268	1311	72	1493	14	116
					$c_{12} = 0.78$				
B	859	812	0	1194	894	62	1325	191	0
					$c_{12} = 0.738$				
C	848	791	0	1158	667	35	1550	45	0
					$c_{12} = 0.687$				

Tabelle 4.8: *K-Matrix-Pole der verschiedenen $\pi\pi$-S-Wellen (alle Angaben in MeV). $c_{11} = c_{22} = 0$. Zur Definition der hier eingeführten Größen siehe Anhang A.*

Um eine ungefähre Abschätzung der Parameterunsicherheiten zu erhalten, werden unter Verwendung der gleichen Werte für Masse und Breite der Resonanzen jeweils eine Variable in einem gewissen Bereich variiert. Die Auswirkungen auf $2 \ln \mathcal{L}$ sind in Abbildung 4.7 zusammengefaßt. Wie zu erwarten war, sind die Minima in $-2 \ln \mathcal{L}$ für die Variation der $f_0(1370)$-Parameter nur schwach ausgeprägt, jedoch immer noch deutlich vorhanden. Die anderen Zustände, insbesondere das $f_0(1500)$, liefern wesentlich deutlichere Minima.

4.4.1 Vergleich verschiedener $\pi\pi$-S-Wellen

Um die Stabilität der Anpassungen zu untersuchen, werden verschiedene Parametrisierungen zur Beschreibung der $\pi\pi$-S-Welle gewählt. Die K-Matrix-Pole (siehe Tabelle 4.8) wurden aus verschiedenen Anpassungen des $3\pi^0$-Endzustandes gewonnen [41, 71]. Bei der Auswahl der Lösungen wurde darauf geachtet, daß sie in der Lage sind, die Streudaten der CERN-München-Kollaboration zu beschreiben.

Als Grundlage des Vergleichs dient die Hypothese aus Anpassung Nr. 8 (Tabelle 4.5). Die Ergebnisse sind sehr stabil (siehe Tabelle 4.9), sowohl was die Variation in $-2 \cdot \ln \mathcal{L}$ als auch die der Resonanzparameter betrifft. Eine weitere Beschreibung der $\pi\pi$-S-Welle durch eine schmale Resonanz bei 750 MeV ($f_0(750)$) mit einer Breite von $(200 - 300)$ MeV wurde von Svec et al. vorgeschlagen [81]. Die verschiedenen mit dieser Wahl der $\pi\pi$-S-Welle durchgeführten Anpassungen können die Daten jedoch nicht zufriedenstellend beschreiben. Besonders starke Abweichungen sind im $2\pi^0$-Massenspektrum zu beobachten (Abbildung 4.8).

	$\sigma\pi_R$		$f_0(1300)\pi$		$f_0(1500)\pi$		$-2 \cdot \ln L$
	m	Γ	m	Γ	m	Γ	
A	1114	340	1250	1168	1505	169	0
B	1113	338	1229	1139	1503	170	-11
C	1115	340	1194	1084	1503	169	+6

Tabelle 4.9: *Abhängigkeit der Resonanzparameter von verschiedenen $\pi\pi$-S-Wellenparametrisierungen.*

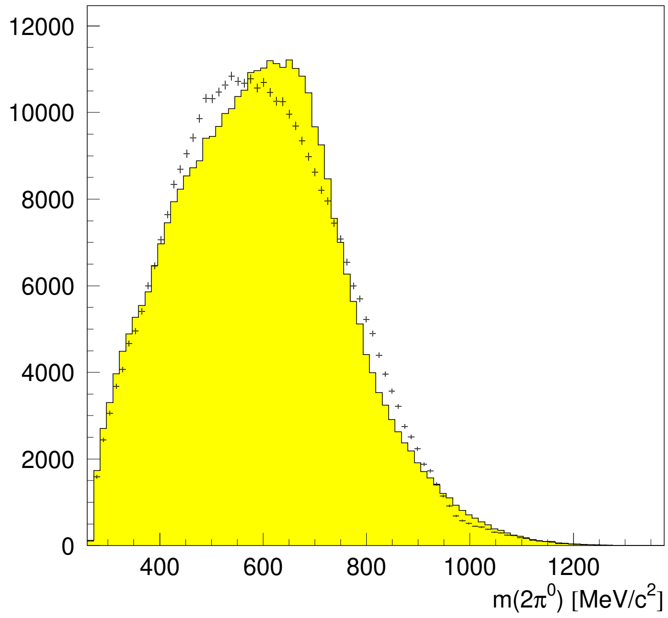

Abbildung 4.8:
Das $2\pi^0$-Massenspektrum unter Verwendung eines $f_0(750)$ mit einer Breite von 250 MeV (grau), verglichen mit den Daten.

4.4.2 Verzweigungsverhältnisse

Die Beiträge jedes Kanals zum $5\pi^0$-Endzustand sind in Tabelle 4.4, 4.5 und 4.7 aufgeführt. Ihre Berechnung wird folgendermaßen durchgeführt:

$$\frac{Br(X_i)}{Br(5\pi^0)} = \frac{N(X_i)}{\sum_{j=1}^{n} N(X_j)} \tag{4.27}$$

Die Summe erstreckt sich über die Resonanzen einer Anpassung. Die Werte $N(X_i)$ entsprechen der Monte-Carlo-Norm des Amplitudenquadrates unter Vernachlässigung aller Beiträge bis auf Beitrag Nummer i. Die Definition aus Gleichung 4.27 berücksichtigt keine Interferenzen zwischen den Resonanzen. Dennoch wird gewährleistet, daß die Summe der Einzelbeiträge der Anzahl von $5\pi^0$-Ereignissen entspricht. Um Verzweigungsverhältnisse für verschiedene Zerfälle einer Resonanz vergleichen zu können, sind diese Zahlen jedoch ungeeignet, da große Interferenzen zwischen Resonanz und Zuschauerteilchen auftreten können. Beispielsweise kann ein $f_0(1500)$ aus den fünf Kombinationen der Pionen 1234, 1235, 1245, 1345 oder 2345 gebildet werden, die alle interferieren. Zerfällt eine Resonanz jedoch nicht in der Nähe eines Zuschauerteilchens oder wird ein solches nicht produziert, wie in der Reaktion $\pi^- p \rightarrow n 4\pi^0$, sind diese Interferenzen abwesend. Wird beispielsweise eine Resonanz bestehend aus den Teilchen 1234 betrachtet, dann beinhaltet der Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma_{1234}/\mathrm{d}\Omega$ alle Interferenzen zwischen diesen vier Teilchen, nicht jedoch diejenigen mit Teilchen Nr. 5. Für die fünf möglichen Resonanzen ergibt sich ein Wirkungsquerschnitt von $5 \times \mathrm{d}\sigma_{1234}/\mathrm{d}\Omega$. Mit dieser neuen Behandlung der Interferenzen bestimmt sich das Verzweigungsverhältnis folgendermaßen:

$$\frac{Br(X_i)}{Br(5\pi^0)} = \frac{\sum_{\mu=1}^{5} N_\mu(X_i)}{\sum_{j=1}^{n} N(X_j)} \tag{4.28}$$

Die Summe im Zähler erstreckt sich über die möglichen Kombinationen, fünf Pionen zu einer $4\pi^0$-Resonanz zu formen. Die Größe $N_\mu(X_i)$ ist die Monte-Carlo-Norm für die Pion-Kombination Nr. μ der Resonanz Nr. i unter Vernachlässigung der Interferenzen mit dem Zuschauerteilchen. Normiert wird analog zur Gleichung 4.27, um Interferenzen zwischen den Resonanzen

Nr.	$f_0(1500)$ $\to\sigma\sigma$	$f_0(1500)$ $\to\pi\pi^*$	$f_0(1500)$ $\to 4\pi^0$
8	3.5%	2.9%	11.7%
9	2.5%	5.5%	13.9%
10	2.2%	3.3%	10.1%
12	4.9%	25.8%	20.7%
13	6.4%	3.2%	9.5%
14	7.3%	16.8%	11.8%
			(12.9 ± 4.1)%
		Nur 8-10	(11.9 ± 1.9)%

Tabelle 4.10: *Verzweigungsverhältnisse des $f_0(1500)$, normiert auf $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to5\pi^0$. Interferenzen mit dem Zuschauerteilchen sind unterdrückt.*

analog zum herkömmlichen Verfahren zu behandeln. Eine analoge Modifikation der Verzweigungsverhältnisse kann auch auf den Prozeß $\bar{p}p \to 3\pi^0$ angewendet werden, der entsprechende Wirkungsquerschnitt ist $3 \times \mathrm{d}\sigma_{12}/\mathrm{d}\Omega$, wobei dieser Ausdruck den Zerfall nach $\pi^0\pi^0$ über Teilchen 1 und 2 beschreibt. In früheren Analysen wurden Interferenzen nach dem Verfahren von Gleichung 4.27 bestimmt [8–11, 22, 54, 82, 83]. Die mit der neuen Arithmetik erhaltenen Verzweigungsverhältnisse sind in Tabelle 4.10 für einige Anpassungen zusammengefaßt. Starke Interferenzen zwischen $\sigma\sigma$ und $\pi\pi_R$ führen zu großen Schwankungen dieser Einzelbeiträge. Die diese Interferenzen beinhaltende Summe (letzte Spalte von Tabelle 4.10) ist stabiler. Unter Verwendung von Anpassung 8, 9 und 10 ergibt sich für $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to f_0(1500)\pi^0\to5\pi^0$ ein Beitrag von $(0.084 \pm 0.018) \times 10^{-2}$ zu allen $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-Annihilationen. Das Verzweigungsverhältnis unter Berücksichtigung geladener Pionen ist um einen Faktor neun größer und beträgt somit $(0.76 \pm 0.16) \times 10^{-2}$. Für $f_0(1500)\to\pi\pi$ ist die entsprechende Größe $(0.238 \pm 0.038) \times 10^{-2}$ [27], gewonnen aus Crystal Barrel Daten [54]. Hieraus folgt

$$r = \frac{\mathrm{Br}(f_0(1500)\to4\pi)}{\mathrm{Br}(f_0(1500)\to\pi\pi)} = 3.2 \pm 0.8, \tag{4.29}$$

wobei $\mathrm{Br}(f_0(1500)\to4\pi)$ alle 4π-Zerfälle, die nicht über $\rho\rho$ ablaufen, beinhaltet. Die Zusammensetzung der 4π-Zerfälle aus $\sigma\sigma$- und $\pi\pi_R$-Komponente ist großen Schwankungen unterworfen; auf eine Angabe dieser Einzelbeiträge wird daher hier verzichtet.

4.4.3 Weitere Bemerkungen

Die Beschreibung von zwei oder mehr Resonanzen innerhalb einer Partialwelle kann bei Verwendung von Breit-Wigner-Amplituden zur Verletzung der Unitarität der S-Matrix führen. Dies ist der Fall, wenn der Abstand der T-Matrix-Pole im Verhältnis zur Breite klein ist (überlappende Resonanzen). Inwieweit diese Unitaritätsschranke bei der Untersuchung des Produktionsprozesses $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to5\pi^0$ eine Rolle spielt, ist jedoch unklar. Anfänglich wurden die Anpassungen an den $5\pi^0$-Datensatz in einer Erweiterung des P-Vektoransatzes durchgeführt. Es hat sich jedoch

Bsp.	K-Matrix M_α	$\tilde{\Gamma}_\alpha$	T-Matrix Pol
1	1060	350	$1100 - i180$
	1533	160	$1505 - i78$
2	1010	650	$1100 - i350$
	1550	190	$1504 - i79$
3	950	910	$1105 - i500$
	1560	210	$1504 - i74$

Tabelle 4.11: *Vergleich von K- und T-Matrix-Polen.*

gezeigt, daß damit die gleichen Resultate, d.h. die gleichen Polstellen in der T-Matrix, erzielt werden, wie eine Beschreibung über Breit-Wigner-Amplituden. Auch bei den Werten für $-\ln\mathcal{L}$ zeigt sich Übereinstimmung. Der Breit-Wigner-Ansatz hat jedoch zwei entscheidende Vorteile. Zum einen ist eine unmittelbare Identifikation von Amplitudenparametern mit Resonanzparametern möglich, was das Festhalten von Resonanzen auf bestimmten Werten ermöglicht. In der Parametrisierung durch die K-Matrix ist dies nicht praktikabel. Bedingt dadurch ist im Breit-Wigner-Ansatz die Ermittlung der Beiträge einzelner Zustände zum gesamten Datensatz möglich. In Tabelle 4.11 sind K- und T-Matrixpole für einige Beispiele vergleichend dargestellt. Zu beachten ist, daß die Breite einer Resonanz dem doppelten Imaginärteil entspricht. Auch sind K- und T-Matrixpole stark nichtlinear miteinander verbunden. Dies hat zur Folge, daß der Minimierungsalgorithmus eine schlechtere Konvergenz zeigt, da die zu minimierende Funktion etwa linear von T-Matrixpolen abhängt, aber K-Matrix-Parameter zusätzlich variiert werden.

In Kap. 3 wurden zwei verschiedene Selektionsarten vorgestellt, die zu Untergrundbeiträgen von 11–12% (Typ I) und 4% (Typ II) führen. Der Datensatz vom Typ I zeichnet sich durch etwas bessere Akzeptanz aus. In ausgiebigen Tests konnte jedoch festgestellt werden, daß der Untergrund in beiden Datensätzen sehr gut durch eine Konstante beschrieben werden kann, welche zur theoretischen Intensität addiert wird. Dafür wurden Anpassungen an beide Datensätze mit variabler Untergrundkonstante durchgeführt. Der benötigte Untergrund lag für Typ I jeweils um 6–8% über dem des für Typ II benötigten. Da Anpassungen mit Daten des Selektionstyps II eine bessere Konvergenz bei der Minimierung zeigen, wurden diese für die Untersuchungen verwendet.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

5.1 Zusammenfassung der $5\pi^0$-Analyse

Im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten Analyse konnte gezeigt werden, daß der $5\pi^0$-Endzustand durch skalare $4\pi^0$-Resonanzen dominiert wird. Diese skalare Intensität hat eine deutlich komplexere Struktur, als dies in früheren Analysen angenommen wurde [23, 59, 60]. Wir können zum ersten Mal in dieser Deutlichkeit die Existenz des $f_0(1500)$ in seinem $4\pi^0$-Zerfall demonstrieren. Die in dieser Analyse gefundenen Parameter (m = (1501 ± 12) MeV, $\Gamma = (186 \pm 21)$ MeV) sind kompatibel mit Werten aus dem $2\pi^0$- und $\eta\eta$-Zerfall [10, 11]. Weniger deutlich, jedoch immer noch signifikant, ist die Aufteilung des Zerfalls in eine $\sigma\sigma$- und eine $\pi_R\pi$-Komponente. Werden die Modellparameter frei angepaßt, wird eine der beiden skalaren Resonanzen sehr breit ($\approx$ 1000 MeV). Ihre Masse liegt bei etwa (1100-1300) MeV. Masse und Breite von 1320 MeV und 235 MeV, wie sie in einer kombinierten Analyse vieler Datensätze vorgestellt werden [80], sind mit dem $5\pi^0$-Datensatz nur mit Mühe vereinbar. Es gibt verschiedene Ansätze, diesen breiten Beitrag zu interpretieren. In einer Arbeit von B.S. Zou und D.V. Bugg zur Beschreibung der $\pi\pi$-S-Welle wird dazu Mesonaustausch im t-Kanal verwendet [84]. Der breite σ-Pol wird dabei durch ρ-Austauch parametrisiert, für den weiteren Phasenanstieg ab 1000 MeV wird das $f_2(1270)$ verwendet. Generell ist eine Erweiterung des t-Kanalmodells auf die $4\pi^0$-Streuung denkbar. Ebenso werden $\bar{Q}^2Q^2$-Zustände in diesem Massenbereich vorhergesagt, welche sehr breit sein sollten [85]. Durch das Vorhandensein von vier Konstituenten ist eine erhöhte Zerfallswahrscheinlichkeit in vier Pionen denkbar. Das $f_0(1750)$, eingesetzt mit festen Massen und Breiten, beeinflußt die Parameter des $f_0(1500)$ positiv, ist jedoch weniger signifikant und kann daher nicht mit Sicherheit aus den Daten extrahiert werden. Es trägt mit etwa $3-4\%$ zum $5\pi^0$-Endzustand bei.

Die Parameter der $3\pi^0$-Resonanz mit Pion-Quantenzahlen optimieren bei M = 1110 MeV und Γ = 340 MeV, wenn sie freigelassen werden. Die Erhöhung der Masse ist bis etwa 1200 MeV möglich, ohne die Anpassung deutlich zu verschlechtern.

Der Informationsgehalt des $5\pi^0$-Endzustandes ist durch die getesteten Hypothesen sicherlich erschöpft. Dies liegt vor allem an der großen Kombinatorik bei fünf identischen Teilchen, was starke Interferenzen verursachen kann, und der relativen Strukturlosigkeit der Daten. Weitergehende Fragestellungen an 4π-Resonanzen lassen sich nur noch unter Zuhilfenahme weiterer Datensätze klären. Die vorliegende Analyse, deren wesentliche Ergebnisse schon seit September 1995 innerhalb der Crystal Barrel Kollaboration bekannt sind, hat zu der Wiederaufnahme der Analyse des $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^+\pi^-3\pi^0$-Zustandes geführt. Auch konnten im Rahmen der derzeitigen Arbeiten von C. Meyer die Resultate der $5\pi^0$-Analyse bestätigt werden [86]. Die dort verwendete Methode unterscheidet sich deutlich von einer Anpassung mit freien Massen und Breiten. Es wird jeweils ein bestimmter Massen- und Breitenbereich einer Resonanz durchfahren und nach auffälligen und dominanten Strukturen gesucht. Diese Methode hat den Vorteil, daß lokale Minima erkannt werden können und Strukturen sichtbar werden, die in der freien Anpassung durch das Divergieren einzelner Parameter (Massen und Breiten laufen ins Unendliche) verloren gehen. Der Nachteil dieser Methode ist, daß jeweils nur zwei Parameter gleichzeitig variiert und somit Korrelationen zu anderen Parametern nicht erkannt werden. Außerdem ist eine wesentlich größere Anzahl an Amplitudenberechnungen notwendig, als bei einem Gradientenverfahren. Es konnten dennoch sämtliche Ergebnisse der vorliegenden Analyse bestätigt werden. Derzeit ist eine Analyse, die sich mit der gemeinsamen Betrachtung der Prozesse $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow5\pi^0$, $\bar{p}n\rightarrow\pi^-4\pi^0$, $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^+\pi^-3\pi^0$ und $\bar{p}n\rightarrow\pi^+2\pi^-2\pi^0$ beschäftigt, in Vorbereitung. Erste Ergebnisse liegen als interner Report vor [87] und wurden auf der LEAP'96-Konferenz präsentiert [88]. Die vorläufigen Ergebnisse seien kurz zusammengefaßt: Wird nur eine skalare Resonanz im $\sigma\sigma$-Zerfall verwendet, können die alten Ergebnisse, die zum $f_0(1370)$ führen, reproduziert werden. Zur Beschreibung der ρ-Intensität dient der Kanal $\rho'\rightarrow\rho\sigma$ mit festen Parametern ($\mathrm{M}_{\hat{\rho}}$ = 1411 MeV, $\Gamma_{\hat{\rho}}$ = 343 MeV). Wird neben einem breiten f_0 eine weitere skalare Resonanz eingeführt, optimiert die Anpassung bei Parametern, die mit dem $f_0(1500)$ verträglich sind. Ob der $\rho\rho$-Zerfall des $f_0(1500)$ eine Rolle bei der Beschreibung der Daten spielt, kann zum derzeitigen Stand der Analyse nicht beantwortet werden. Das gilt auch für den $\pi_R\pi$-Zerfall des $f_0(1500)$, wobei zur Klärung dieser Frage besonderes Augenmerk auf den Prozeß $\bar{p}n\rightarrow\pi^-4\pi^0$ gelegt werden sollte, da die Kombinatorik in diesem Kanal minimal ist. Zusammen mit den Informationen aus $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow5\pi^0$ scheint dieser Prozeß für weitere Analysen sehr vielversprechend zu sein. Allerdings können $\rho\rho$-Zerfälle in der Reaktion $\bar{p}n\rightarrow\pi^-4\pi^0$ nicht untersucht werden, wohl aber das ρ' im $\rho\sigma$-Zerfall.

5.2 Das skalare Meson-Nonett

In den letzten Jahren wurde viel über die Natur skalarer Mesonen und den Aufbau des skalaren Meson-Nonetts diskutiert. Im Rahmen dieses Kapitels soll der derzeitige experimentelle und theoretische Wissensstand zu diesem Thema erörtert werden.

Als $\bar{q}q$-Zustand theoretisch eindeutig interpretierbar kann das von der LASS-Kollaboration in der Reaktion $K^-p\rightarrow K^-\pi^+n$ beobachtete $K_0^*(1430)$ mit $I(J^{PC}) = \frac{1}{2}(0^+)$ gelten [89]. Dies entspricht vier der neun Zustände des skalaren Nonetts. Experimentelle Alternativen zu diesem Zustand existieren nach heutigem Kenntnisstand nicht.

Als nächstes soll der Isovektorzustand betrachtet werden. Hier gibt es zur Zeit zwei in Frage kommende Zustände, das $a_0(980)$ und das $a_0(1450)$. Prinzipiell könnte es sich dabei zunächst um den Grundzustand (1^3P_0) und die Radialanregung (2^3P_0) handeln. Es existieren jedoch verschiedene andere Interpretationen des $a_0(980)$, die alle in einem engen Zusammenhang mit dem $f_0(980)$ zu sehen sind, da diese beiden Zustände durch ihre Massenentartung eine gleiche physikalische Natur implizieren. Aufgrund der Nähe der beiden Mesonen zur $K\bar{K}$-Schwelle liegt insbesondere eine Interpretation als $K\bar{K}$-Molekül nahe [92, 93]. Informationen über die

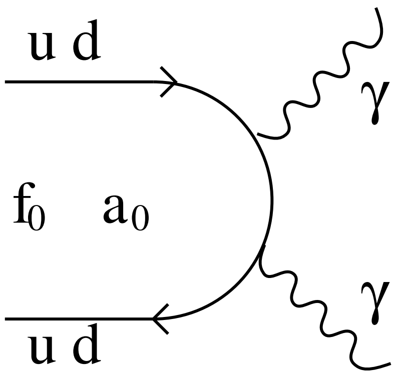

Abbildung 5.1:
Der Zweiphotonzerfall von $f_0(980)$ und $a_0(980)$.

Struktur dieser Mesonen können beispielsweise aus $\gamma\gamma$-Zerfällen gewonnen werden. Wird der Quarkinhalt von $f_0(980)$ und $a_0(980)$ wegen ihrer geringen Massen als rein aus $\bar{u}u$ und $\bar{d}d$ bestehend angenommen, ergibt sich

$$\frac{\Gamma(f_0(980)\rightarrow\gamma\gamma)}{\Gamma(a_0(980)\rightarrow\gamma\gamma)} = \frac{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^2}{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^2} = \frac{25}{9} = 2.78, \tag{5.1}$$

wobei die Unterschiede im Phasenraum vernachlässigbar sind. Die experimentelle Situation ist allerdings sehr unbefriedigend. Lediglich die JADE-Kollaboration konnte beide Resonanzen gleichzeitig in den Prozessen $e^+e^-\rightarrow\gamma\gamma\rightarrow\pi^0\pi^0$ und $e^+e^-\rightarrow\gamma\gamma\rightarrow\pi^0\eta$ beobachten [90]. Für $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(980))$ wurde ein Wert von $0.42\pm0.06^{+0.08}_{-0.18}$ keV bestimmt (PDG-Wert: $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(980)) = 0.56\pm0.11$ keV). Die Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}(a_0(980))$ konnte nur relativ bestimmt werden:

$$\frac{\Gamma_{\eta\pi}(a_0(980))\times\Gamma_{\gamma\gamma}(a_0(980))}{\Gamma_{total}} = 0.28\pm0.04\pm0.10\text{keV (PDG: } 0.24^{+0.08}_{-0.07}) \tag{5.2}$$

Unter der Annahme, daß das $a_0(980)$ dominant nach $\eta\pi$ zerfällt ($\Gamma_{\eta\pi}(a_0(980))\approx\Gamma_{total}(a_0(980))$, ergibt sich als Verhältnis der Zerfallsbreiten nach PDG-Werten

$$\frac{\Gamma(f_0(980)\rightarrow\gamma\gamma)}{\Gamma(a_0(980)\rightarrow\gamma\gamma)} = 2.3^{+0.90}_{-0.82}. \tag{5.3}$$

Dies ist durchaus verträglich mit der einfachen theoretischen Überlegung (Gleichung 5.1). Der Absolutwert beider experimenteller Breiten liegt jedoch nach [91] ungefähr um einen Faktor acht unter denen von $\bar{q}q$-Modellen. Unter der Annahme, daß $f_0(980)$ und $a_0(980)$ $\bar{K}K$-Moleküle sind, werden deutlich kleinere Breiten erreicht, die besser mit dem Experiment übereinstimmen. In [90] sind jedoch eine Anzahl von Quark-Modellen aufgeführt, die $\gamma\gamma$-Breiten für beide Mesonen zwischen 0.2 keV und 5 keV liefern. Damit ist jedoch auch eine $\bar{q}q$-Interpretation nicht ausgeschlossen. Eine weitere Evidenz für die $\bar{K}K$-Hypothese liefert eine Arbeit von J. Weinstein und N. Isgur. Dort werden gebundene $\bar{q}^2q^2$-Zustände ausschließlich für Zustände mit $J^{PC} = 0^{++}$ vorausgesagt [92, 93], alle anderen Zustände dissoziieren wegen der geringen attraktiven Kräfte in zwei Mesonen, ohne für eine resonanzartige Struktur in der Streuung sorgen zu können. Es gibt somit Hinweise, die eine exotische Natur dieser beiden Mesonen nahe legen. Dies bedeutet, daß das $a_0(1450)$ den Platz des Isovektor-Grundzustandes im skalaren Nonett einnehmen könnte. Daß es sich beim $a_0(1450)$ wahrscheinlich um einen $\bar{q}q$-Zustand handelt, wird beispielsweise durch die Kompatibilität der $a_0(1450)$-Zerfälle mit den Vorhersagen von SU(3) (siehe

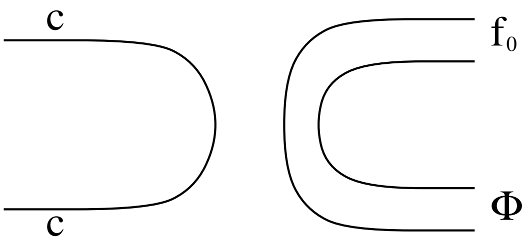

Abbildung 5.2: *Der Zerfall des* $J/\Psi \to \Phi f_0(980)$.

Kap. 7) unterstützt. Es sei jedoch erwähnt, daß das $a_0(1450)$ lediglich im Crystal Barrel Experiment [25], nicht aber im Prozeß $\gamma\gamma \to \eta\pi$ beobachtet wurde [90].

Es fehlen noch zwei isoskalare Zustände zur Vervollständigung des Grundzustands-Nonetts. Hier wird die experimentelle und theoretische Situation sehr komplex. Derzeit sind folgende acht Zustände bekannt: $f_0(980)$, $f_0(1300)$, $f_0(1370)$, $f_0(1450)$, $f_0(1500)$, $f_0'(1525)$, $f_0(1590)$, $f_0(1710)$. Diese sollen im einzelnen diskutiert werden.

Wie schon oben erwähnt, kann dem $f_0(980)$ sowohl die Rolle eines $\bar{q}q$-Zustandes, als auch die eines $\bar{K}K$-Moleküls oder eines $\bar{q}\bar{q}qq$-Zustandes zukommen. In diesem Zusammenhang wurde allerdings bisher angenommen, daß aufgrund der geringen Masse des $f_0(980)$ und der Entartung mit dem $a_0(980)$ die $\bar{s}s$-Komponente in der Wellenfunktion klein sein sollte, falls es sich um ein $\bar{q}q$-Meson handelt. Einen guten Test für diese Behauptung liefern J/Ψ-Zerfälle. Da das J/Ψ rein aus $\bar{c}c$ aufgebaut ist, kann es hadronisch nur über einen rein gluonischen Zwischenzustand zerfallen (siehe Abbildung 5.2). Im Zerfall $J/\Psi \to \Phi f_0(980)$ dient das Φ-Meson als Sonde für die $\bar{s}s$-Komponente des $f_0(980)$. Im $\pi^+\pi^-$-Spektrum des Prozesses $J/\Psi \to \Phi\pi^+\pi^-$ ist ein deutliches, schmales Signal bei 1 GeV zu erkennen. Im entsprechenden $\bar{K}K$-Spektrum ist oberhalb der Schwelle eine leichte Erhöhung zu erkennen [94]. Warum der Zerfall dominant über die $\bar{u}u$- und $\bar{d}d$-Komponenten des $f_0(980)$ läuft, ist nicht klar, jedoch läßt der Produktionsmechanismus auf einen großen $\bar{s}s$-Anteil schließen. Falls es sich beim $f_0(980)$ also tatsächlich um einen $\bar{q}q$-Zustand handeln sollte, steht die Annahme, daß es keine wesentliche $\bar{s}s$-Komponente besitzt, im Widerspruch zu den Daten aus J/Ψ-Zerfällen.

Als experimentell gesichert gilt auch das $f_0(1370)$, da es in vielen Endzuständen gesehen wurde [7]. Dennoch sind einige Zweifel an der Signifikanz des $f_0(1370)$ angebracht. Zum einen kann, wie oben erwähnt, aus keiner der Analysen von 5π-Endzuständen auf seine Existenz geschlossen werden. Weiterhin existieren in allen Arbeiten zu den Endzuständen $\bar{p}p \to 3\pi^0$, $\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta$ und $\bar{p}p \to \pi^0\eta\eta$ Parametrisierungen der Amplitude, welche an Stelle des schmalen $f_0(1370)$ eine breite Resonanz ($\Gamma \approx 600$ - 800 MeV) beinhalten. Analysen der Reaktion $\pi^- p \to n K_S^0 K_S^0$ zeigen ebenfalls eine Erhöhung des $\langle Y_0^0 \rangle$-Momentes um 1300 MeV, was auf ein $f_0(1370)$ deuten könnte [95, 96]. Die Daten haben jedoch keine ausreichende Statistik, um die Breite festzulegen. Als $f_0(1300)$, oder neuerdings als $f_0(400-1200)$ [97], wird die breite skalare Intensität bezeichnet, die zur Parametrisierung der $\pi\pi$-S-Welle im allgemeinen benötigt wird. Es stellen sich hier zwei Fragen:
1. Sind das $f_0(1370)$ und das $f_0(400-1200)$ verschiedene Resonanzen?
2. Welche Dynamik kann diesen Resonanzen zugrunde gelegt werden?
Diese Fragen sind derzeit noch offen. In einer Arbeit von B.S. Zou und D.V. Bugg zur Beschreibung der $\pi\pi$-S-Welle wird zur Erklärung der breiten Struktur Mesonaustausch im t-Kanal verwendet [84]. Der breite σ-Pol wird dabei durch ρ-Austauch parametrisiert, für den weiteren Phasenanstieg ab 1000 MeV wird das $f_2(1270)$ verwendet. Weitere Analysen verwenden zur Beschreibung der $\pi\pi$-Streudaten sowohl eine sehr breite Resonanz ($\Gamma \approx 1000$ MeV) als auch

ein schmales $f_0(1370)$ [98] gleichzeitig. In diesem Zusammenhang wurde kürzlich eine sehr interessante Messung der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ von der GAMS-Kollaboration vorgestellt [99]. Für kleine Impulsüberträge ($|t| < 0.2 GeV^2$) konnte ein mit einem sehr intensiven Untergrund (≈ 200 Einträge/bin) destruktiv interferierendes $f_0(980)$ beobachtet werden. Für größere Impulsüberträge ($|t| > 0.3 GeV^2$) bricht dieser Untergrund zusammen (< 10 Einträge/bin) und das $f_0(980)$ ist als deutlicher Peak zu erkennen. Das läßt vermuten, daß es sich beim Untergrund, welcher wahrscheinlich dem $f_0(400-1200)$ entspricht, um eine weiche Struktur handelt, die bei höheren Impulsüberträgen nicht mehr beobachtbar ist und daher kein fest gebundener Zustand sein kann.

Als nächstes sollen die Resonanzen bei 1500 MeV besprochen werden. Unstrittig ist die Existenz des $f_0(1500)$. Wie in Kapitel 4.1 bereits erwähnt, handelt es sich bei $f_0(1590)$, $f_0'(1525)$ und $f_0(1500)$ sehr wahrscheinlich um den gleichen Zustand, wohingegen daß $f_0(1450)$ als Interferenz aus $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ gedeutet werden kann [68]. Als weitere Resonanz bleibt noch das $f_J(1710)$ zu erwähnen, welches in radiativen J/Ψ-Zerfällen beobachtet wurde und sehr wahrscheinlich $J = 0$ besitzt; in dieser Arbeit wurde es als $f_0(1750)$ eingeführt.

Es verbleiben aus heutiger Sicht somit vier isoskalare Zustände: $f_0(980)$, $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ und $f_0(1750)$. Es soll jetzt näher auf einige Interpretationen eingegangen werden. In einer Arbeit von C. Amsler und F.E. Close [13, 14] werden $a_0(980)$ und $f_0(980)$ als $\bar{K}K$-Moleküle interpretiert. Zum Grundzustands-Nonett gehören das $a_0(1450)$ und das $K_0^*(1430)$. Im isoskalaren Sektor mischen zwei $\bar{q}q$- Zustände und ein Glueball zu den physikalischen Teilchen. Das $f_0(1370)$ wird als hauptsächlich aus $\bar{u}u$ und $\bar{d}d$, das $f_0(1500)$ als hauptsächlich aus Gluonen aufgebauter Zustand gedeutet. Komplettiert wird das Nonett durch das $f_0(1750)$.

Eine andere Interpretation des skalaren Meson-Nonetts wird in [100] dikuttiert. In vielen Quarkmodellen [101, 102] wird die Quark-Antiquark-Wechselwirkung über den 1-Gluonaustausch beschrieben. Die daraus resultierende Kraft beinhaltet zunächst keine explizite Mischung der $\bar{u}u$, $\bar{d}d$ und $\bar{s}s$-Komponenten der Wellenfunktion. Die Flavour-Wellenfunktionen müssen daher explizit vorgegeben werden. Zur Erklärung der $\eta - \eta'$-Mischung wurde daher eine Wechselwirkung von 't Hooft entwickelt [103], die eine flavour-mischende Matrix im Hamilton-Operator enthält. In einem relativistischen Modell [104] wurde diese 't Hooft-Kraft, welche eine Kontaktkraft darstellt, an das pseudoskalare Meson-Nonett angepaßt und dann auch auf die skalaren Mesonen angewandt. In einem nichtrelativistischen Modell spielt diese Kontaktkraft wegen des relativen Drehimpulses $l = 1$ zwischen den Konstituenten für $J^{PC} = 0^{++}$ keine Rolle. Daher ist ein relativistisches Modell erforderlich, um den Einfluß der 't Hooft-Wechselwirkung für die skalaren Mesonen zu untersuchen. Es zeigt sich, daß als Folge der 't Hooft-Wechselwirkung der skalare Isovektor-Zustand eine Masse von ca. 1350 MeV erhält, wohingegen die beiden isoskalaren Zustände mischen und bei ca. 1000 MeV und 1450 MeV liegen. Das niedermassige isoskalare Meson entspricht etwa dem Singulett-, das hochmassige Meson dem Oktett-Zustand. Im Gegensatz dazu entspricht bei pseudoskalaren Mesonen der hochmassige Zustand etwa dem Singulett. Das Modell sagt eine $\bar{s}s$-Komponente des niedermassigen Zustands von etwa 25 % voraussagt, was das große $\bar{K}K$-Verzweigungsverhältnis des $f_0(980)$ erklären könnte. Die beiden Zustände $f_0(1500)$ und $a_0(1450)$ finden, wie oben erwähnt, ebenfalls eine Entsprechung in diesem Modell. Problematisch bleibt allerdings das $a_0(980)$. Es kann nur exotischen Charakter (z.B. $\bar{K}K$-Molekül) haben, wenn das $a_0(1450)$ mit dem Grundzustand identifiziert wird. Das $f_0(1370)$ wird durch ρ-Austausch erzeugt.

Es existieren weitere Ansätze, die $f_0(980)$ und $a_0(980)$ eine unterschiedliche Dynamik zugrunde legen. In einer Arbeit von G. Janssen et al. [105] entstehen beide Zustände durch die Kopplung an den $\bar{K}K$-Kanal, wobei das $f_0(980)$ ein $\bar{K}K$-Bindungszustand ist, das $a_0(980)$ jedoch durch einen dynamischen Schwelleneffekt entsteht. Dies würde den Platz des $a_0(1450)$ im Grundzustands-Nonett der skalaren Mesonen sichern.

Als weitere Möglichkeit, die Struktur des skalaren Meson-Nonett aufzuklären, sollen in diesem Zusammenhang nochmals QCD-Gitterrechnungen erwähnt werden (siehe auch Kapitel 1). Die Gruppe um D. Weingarten [4] bestimmt für den Grundzustand des skalaren Glueballs eine Masse von 1740 ± 71 MeV, was im Bereich des $f_J(1710)$ liegt. Demgegenüber erhalten Bali et al. [3] eine Masse von 1550 ± 50 MeV, was eher dem $f_0(1500)$ entsprechen würde.

Um die korrekte Einordnung der Mesonen in das skalare Nonett zu erreichen, muß besonderes Augenmerk auf die Breiten und relativen Stärken einzelner Zerfallskanäle gerichtet werden. Die Bestimmung der relativen Zerfallsbreiten des $f_0(1500)$ nach 4π im Verhältnis zu $\pi\pi$ kann somit wichtige Informationen über seine Natur liefern. Es werden folgende invarianten Kopplungen relativ zu $\pi\pi$ gefunden [12, 54]:

$$\begin{array}{ccccccccc} \pi\pi & : & \eta\eta & : & \eta\eta' & : & \bar{K}K & : & 4\pi \\ 3 & : & 0.70 \pm 0.27 & : & 1.00 \pm 0.46 & : & 0.57 \pm 0.24 & : & 12 \pm 4 \end{array}$$

Dabei wird ein Zerfallsimpuls des σ von ca. 500-600 MeV angenommen. Eine große 4π-Partialbreite im Vergleich zu $\pi\pi$ wird oft als Anzeichen für eine exotische Natur gedeutet. Es wird vermutet, daß das σ, da es skalare Quantenzahlen hat, eine gluonreiche Komponente besitzt, über die es stark an das $f_0(1500)$ koppeln kann. Diese Analyse hat gezeigt, daß ein großer Teil des 4π-Zerfalls über den Zwischenzustand $\pi_R\pi$ verläuft. Demnach ist eine exotische Natur des $f_0(1500)$ nicht mehr nötig.

Zusammengefaßt bleibt festzustellen, daß mit sehr großer Wahrscheinlichkeit ein oder mehrere skalare Zustände exotischer Natur sind. Eine sehr wichtige Aufgabe für die Zukunft wird die Klärung der experimentellen Evidenz des $f_0(1370)$ sein, da von ihm maßgeblich die Interpretation des $f_0(1500)$ abhängt. Außerdem ist die Rolle des breiten Untergrundes in der $\pi\pi$-Streuung noch ungeklärt. Antworten auf diese Fragen könnten weitere Untersuchungen der 5π-Endzustände geben. Außerdem ist eine Wiederholung der Messung der $\pi\pi$-Streuphase mit einer Ausdehnung auf höhere Energien von großer Wichtigkeit. Eine derartige Messung könnte vielleicht mit dem Compass Experiment durchgeführt werden.

Kapitel 6

Der G-Parität verletzende Zerfall $\eta \rightarrow 3\pi^0$

6.1 Test der Selektionsqualität

Wie in Kapitel 3 gezeigt wurde, enthält der 10γ-Datensatz Ereignisse des Typs $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ mit dem anschließenden Zerfall des η in $3\pi^0$. Einen guten Test der Selektionsgüte bietet der Vergleich dieser Daten mit dem entsprechenden Kanal im 6γ-Endzustand. Dort wird das η in seinem 2γ-Zerfall beobachtet. Dazu werden Ereignisse, deren invariante $3\pi^0$-Masse innerhalb des Massenfensters [523 MeV, 561 MeV] liegt, an die Hypothese $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta \rightarrow 5\pi^0$ kinematisch angepaßt. Von den Ereignissen, die eine erfolgreiche Anpassung erlauben, kann ein Dalitzplot erstellt werden, welcher in Abbildung 6.1 a) gezeigt ist. Zugrunde gelegt ist Selektionstyp I, da

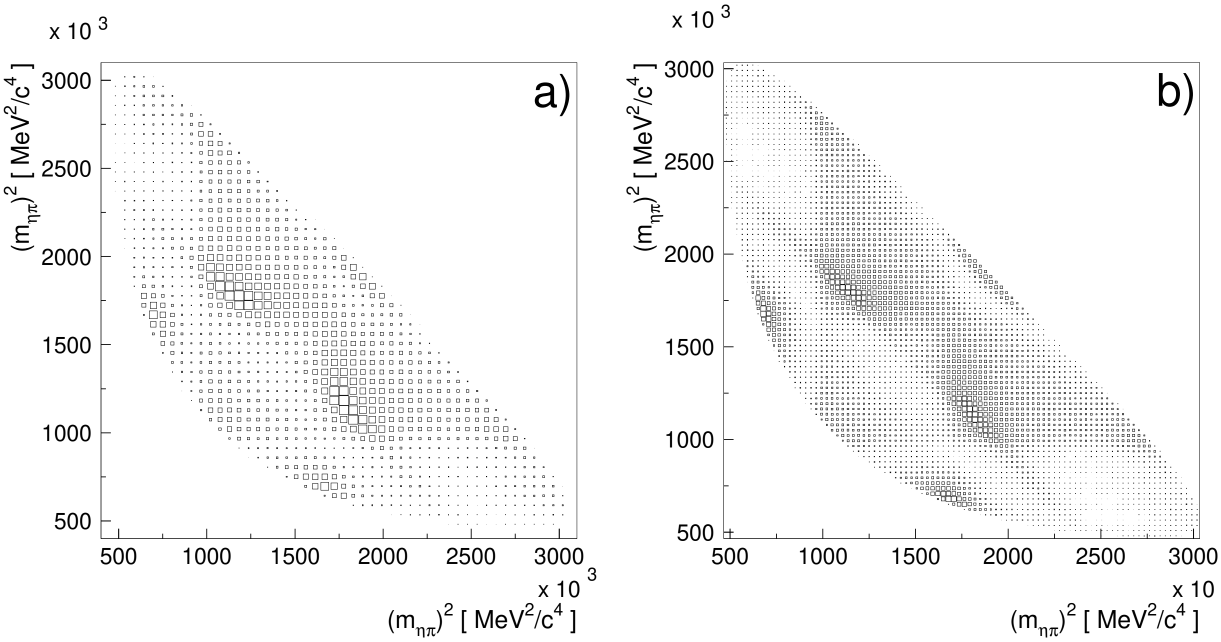

Abbildung 6.1: *Der $\pi^0\pi^0\eta$-Dalitzplot für die beiden Datensätze $\bar{p}p \rightarrow 10\gamma$ (a) und $\bar{p}p \rightarrow 6\gamma$ (b). Die gezeigten Daten sind nicht akzeptanzkorrigiert.*

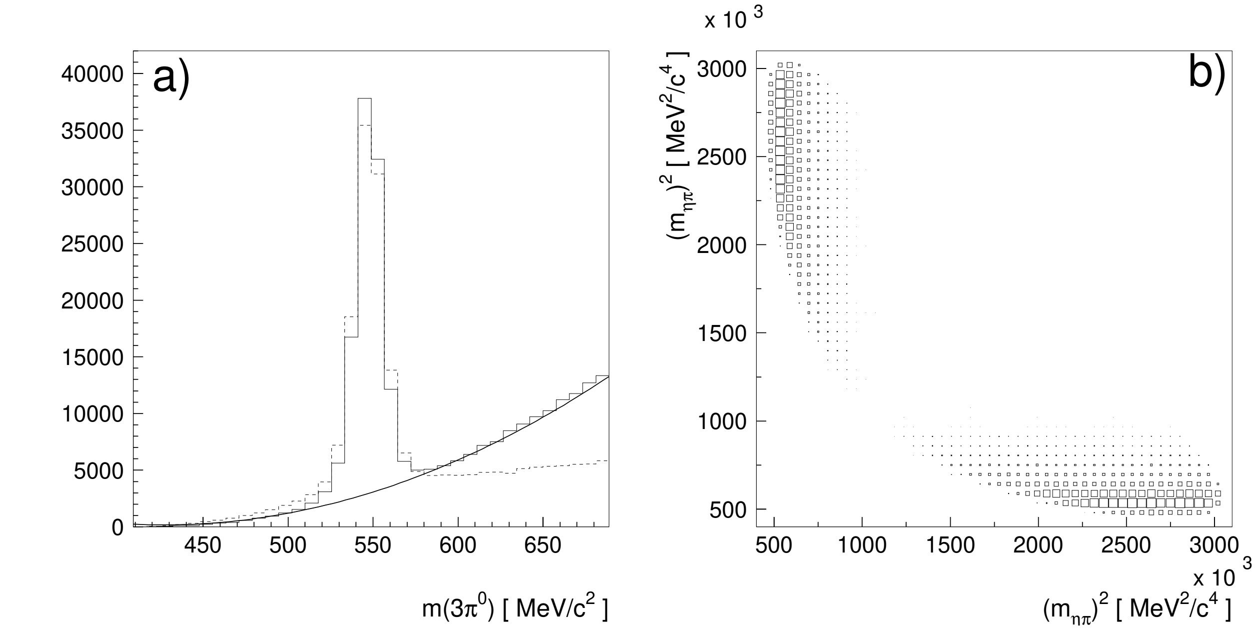

Abbildung 6.2: *a) Das $3\pi^0$-Spektrum: Daten (durchgezogen) im Vergleich zu simulierten Ereignissen der Hypothese $\bar{p}p\to\pi^0\pi^0\eta\to5\pi^0$ (gestrichelt). Der Untergrund wurde an ein Polynom 2. Grades angepaßt. b) Der $\pi^0\pi^0\eta$-Dalitzplot für falsche Kombinationen $\eta\to3\pi^0$.*

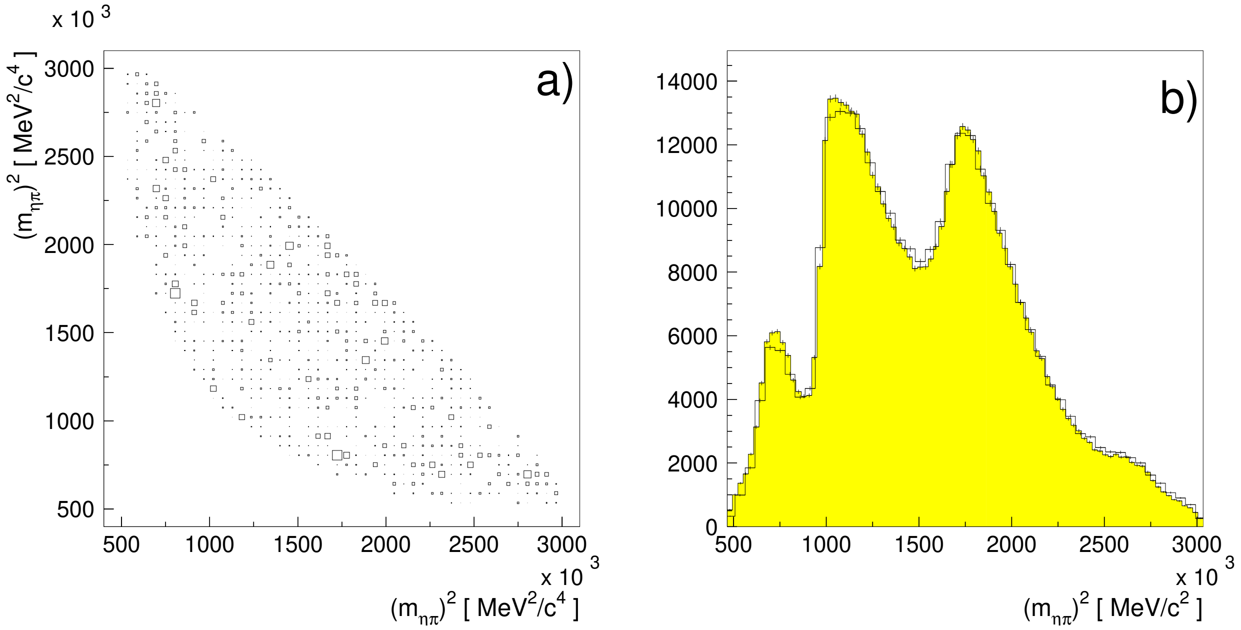

Abbildung 6.3: *a) Die χ^2-Verteilung für den Vergleich von 6γ- und 10γ-Datensatz. b) Die Verteilungen $m^2_{\pi\eta}$ vor der Untergrundreduktion. Gezeigt sind die Daten mit $\eta\to\gamma\gamma$ (schattiert) im Vergleich zu $\eta\to3\pi^0$ (weiß).*

hier das η ein deutlich besseres Signal- zu Untergrund-Verhältnis aufweist (siehe auch Abbildung 3.10). Durch den zusätzlichen Schnitt auf die invariante $3\pi^0$-Masse wird der kombinatorische Untergrund stark unterdrückt.

Zum Vergleich ist der analoge Dalitzplot für den Zerfall $\eta\to\gamma\gamma$ in Abbildung 6.1 b) dargestellt. Er wurde in einer Arbeit von S. Spanier erstellt und besitzt einen Untergrundanteil von weniger als 1% [42]. Um eventuell auftretende signifikante Abweichungen der beiden Dalitzplots festzustellen, muß zunächst der Einfluß des Untergrundes unter dem η-Signal im $3\pi^0$-Spektrum untersucht werden. Dazu werden Monte-Carlo-Ereignisse der Hypothese $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ generiert. Abbildung 6.2 a) zeigt das $3\pi^0$-Spektrum im Vergleich zwischen Daten und simulierten Ereignissen. Beide Verteilungen stimmen im Bereich der η-Masse überein, wenn eine gleiche Intensität des η-Signals verlangt wird. Der Untergrund entsteht daher dominant durch drei falsch zu einem η zusammengesetzte Pionen (kombinatorischer Untergrund). Es kann nun ein Dalitzplot der falsch rekonstruierten Monte-Carlo-Ereignisse erstellt werden. Er zeigt deutliche Abweichungen vom Phasenraumverhalten (siehe Abbildung 6.2 b)), ist aber unabhängig von der Dynamik im $\pi^0\pi^0\eta$-Kanal. Dies kann durch drastische Schnitte im $\pi^0\pi^0\eta$-Dalitzplot der korrekt rekonstruierten Monte-Carlo-Ereignisse untersucht werden (siehe dazu auch Kap. 6.3 und Abbildung 6.6).

In einem Vergleich des 10γ- und 6γ-Dalitzplots wird nun erlaubt, eine beliebige Menge dieses Untergrundes vom 10γ-Datensatz zu subtrahieren, bevor dieser mit dem 6γ-Datensatz verglichen wird. Die Akzeptanzkorrektur wird ebenfalls abgeschätzt, indem vom rekonstruierten Monte-Carlo-Dalitzplot ein variabler Anteil falsch rekonstruierter Monte-Carlo-Ereignisse abgezogen werden darf. Minimiert wird folgende Funktion:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{\left(I^i_{6\gamma} - a \cdot \left(\frac{I^i_{10\gamma}}{I^i_{MC} - c \cdot I^i_{bg}} - b \cdot I^i_{bg} - d\right)\right)^2}{\Delta^2} \tag{6.1}$$

Hierbei sind $I^i_{6\gamma}$, $I^i_{10\gamma}$, I^i_{bg} und I^i_{MC} die Intensitäten in der i-ten Zelle des Dalitzplots vom 6γ-, 10γ-, Untergrund- und Monte-Carlo-Datensatz. Die Größen a, b, c und d sind freie positive Parameter und Δ der gesamte statistische Fehler. Der Parameter d wird zur Beschreibung eines konstanten Untergrundes eingeführt, wie er aus Ereignissen $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$ (ohne $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$) entstehen könnte. Die Anpassung erreicht ein χ^2/ndf von 1.33; der Anteil des Untergrundes entspricht etwa 2.6 % der Daten. Wird er mit einem Polynom 2. Grades gemäß Abbildung 6.2 a) abgeschätzt, ergibt dies einem Anteil von etwa 14%. Der Untergrund ist jedoch fast ausschließlich kombinatorischer Natur. Daher ist zu erwarten, daß für maximal 50% der Ereignisse die kinematische Anpassung die falsche $3\pi^0$-Kombination als vermeintlich korrekte auswählt. Der wirkliche Untergrund kann daher mit 7% nach oben abgeschätzt werden. Nach der Korrektur auf den Untergrund ist keine systematische Abweichung der beiden Datensätze mehr zu erkennen (siehe Abbildung 6.3), insbesondere nicht in dem vom kombinatorischen Untergrund beeinflußten Bereich. Wird ein χ^2/ndf von 1.50 als Grenzwert einer guten Übereinstimmung beider Datensätze gewählt, legt das den Untergrund auf einen Beitrag von 0.6% bis 8.0% am Gesamtdatensatz fest. Sein maximaler Wert ist somit für beide Abschätzungen in guter Übereinstimmung.

6.2 Das $\pi^0\pi^0\eta$-Verzweigungsverhältnis

Die Bestimmung des Verzweigungsverhältnisses $Br(\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta)$ erfolgt mit Hilfe von Monte-Carlo-Daten. Ausgehend von 14534000 experimentellen Ereignissen ohne geladene Spuren befinden sich unter Verwendung von Selektionstyp I 83700 im η-Signal (Abbildung 3.10 a)). Zur Bestimmung dieser Zahl wurde eine Summe aus Gaußkurve und einem Polynom 2. Grades, welches der Beschreibung des Untergrundes dient, dem Bereich der η-Resonanz angepaßt. Wie oben erwähnt, bildet dieses Verfahren nur eine grobe Abschätzung des Untergrundbeitrages. Da das gleiche Verfahren jedoch auch für die Monte-Carlo-Ereignisse verwendet wird, ist der genaue Wert des Untergrundbeitrages von geringer Bedeutung. Von den 1006000 simulierten entsprechen 876400 Ereignissen ohne geladene Spuren. Von diesen wiederum konnten 110600 im η-Signal der invarianten $3\pi^0$-Massenverteilung rekonstruiert werden. Unter Berücksichtigung von $Br(\pi^0 \to \gamma\gamma) = 0.988$ und $Br(\eta \to 3\pi^0) = 0.319$ [7] sowie $Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \text{neutrale Ereignisse}) = 0.04$ ergibt sich

$$Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \pi^0\pi^0\eta) \quad = \quad 6.3 \cdot 10^{-3}. \tag{6.2}$$

Zur Abschätzung der Fehler wird das Verzweigungsverhältnis mit Hilfe von Selektionstyp II nochmals bestimmt zu $Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \pi^0\pi^0\eta) = 8.1 \cdot 10^{-3}$. Werden beide Selektionen als gleichwertig angenommen, ergibt sich ein Wert von

$$Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p} \to \pi^0\pi^0\eta) \quad = \quad (7.2 \pm 1.3) \cdot 10^{-3}. \tag{6.3}$$

Dies ist in guter Übereinstimmung mit dem in [25] gefundenen Wert von $(6.7 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$.

6.3 Der Zerfall $\eta \to 3\pi^0$

Aufgrund der G-Parität des η (G = +1) ist sein Zerfall bei exakter Erhaltung dieser Quantenzahl nicht in 3 Pionen (G = −1) möglich. Das Auftreten des Prozesses $\eta \to 3\pi^0$ kann zunächst zwei Ursachen haben. Zum einen ist die Isospinverletzung über elektromagnetische Prozesse möglich. Sutherlands Theorem [106] sagt jedoch kleine Beiträge zum Übergangsmatrixelement voraus. Der dominierende Beitrag ergibt sich daher aus der Ungleichheit der Strommassen von u- und d-Quark und damit aus der Brechung der Symmetrie $\mathrm{SU}(2)_{flavour}$.

Das Betragsquadrat des Übergangsmatrixelementes $M = A(\eta \to 3\pi^0)$ kann allgemein bis zur zweiten Ordnung in der Pionenergie E_{π^0} ausgedrückt werden durch [107]

$$|M|^2 \propto 1 + 2\alpha z \tag{6.4}$$

mit

$$z = \frac{2}{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{3E_i - m_\eta}{m_\eta - 3m_{\pi^0}}\right)^2 \quad = \quad \frac{\rho^2}{\rho^2_{max}}. \tag{6.5}$$

Hier ist E_i die Energie von Pion Nr. i im η-Ruhesystem und ρ bezeichnet den Abstandes eines in einem Dalitzplot eingetragenen Ereignisses zum Zentrum des Dalitzplots. Der Wert ρ_{max}

Referenz:	C. Baglin et al. [108]	D. Alde et al. [109]
α	-0.32 ± 0.37	-0.022 ± 0.023
Statistik:	192	50k

Tabelle 6.1: *Übersicht über bisherige experimentell bestimmte Werte von α.*

	Korrekturfaktoren			Standardabweichungen		
Monte Carlo	$\sigma_E/\sqrt[4]{E}$	θ	ϕ	σ_ϕ	σ_θ	$\sigma_{\sqrt{E}}$
Selektion A	3.0%	1.5	1.5	1.12	1.26	1.14
Selektion B	3.2%	2.0	2.2	1.01	1.09	1.09

Tabelle 6.2: *Korrekturfaktoren für die Meßfehler (Monte-Carlo-Ereignisse) und Standardabweichungen der Pulls für die $\bar{p}p\to\pi^0\pi^0\eta$-Anpassung.*

wird erreicht, wenn eines der Pionen in Ruhe ist. Die Messung des Parameters α bildet somit einen Test für Rechnungen der chiralen Störungstheorie in höherer Ordnung. Eine Übersicht bisher bestimmter experimenteller Werte für α ist in Tabelle 6.1 gegeben.

Auffallend ist bei beiden Experimenten ein negativer Wert für α, jeweils jedoch mit $\alpha = 0$ verträglich. Die in dieser Arbeit zur Verfügung stehende Statistik beträgt 96000 Ereignisse mit einem Untergrundanteil von etwa 1000 bis maximal 8000 Ereignissen. Es kann daher eine etwas höhere Genauigkeit für den Wert von α erwartet werden.

Rechnungen in der chiralen Störungstheorie, die bis zur Einschleifenordnung durchgeführt wurden, sagen ein konstantes, also energieunabhängiges Matrixelement für den Zerfall $\eta\to 3\pi^0$ voraus [110, 111]. In einer Arbeit von P. Di Veccia [110] beispielsweise wird es bestimmt zu

$$A(\eta\to 3\pi^0) \quad = \quad \frac{\mu_u^2 - \mu_d^2}{\sqrt{6}F_\pi^2}\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\cos\phi + \sin\phi\right). \tag{6.6}$$

Hierbei ist F_π die Pionzerfallskonstante, μ_u^2 sowie μ_d^2 sind proportional zu den u- und d-Quarkmassen und ϕ bezeichnet den pseudoskalaren Mischungswinkel. Ein solches Matrixelement hätte einen gleichmäßig populierten Dalitzplot des Prozesses $\eta\to 3\pi^0$ zur Folge. In einer sehr aktuellen Rechnung von J. Kambor, C. Wiesendanger und D. Wyler [112] werden darüber hinaus Korrekturen berücksichtigt, welche die Unitarität der Zerfallsamplitude gewährleisten. Diese Korrekturen beschreiben die $\pi\pi$-Wechselwirkung im Endzustand in allen Ordnungen. Es wurde α zu -0.014 bzw. -0.007 bestimmt, je nach Wahl bestimmter Modellparameter. Dies ist die erste Rechnung, die einen von Null verschiedenen Wert ergibt.

6.3.1 Akzeptanzbetrachtung

Da der Parameter α, wenn überhaupt, nur sehr schwach von Null abzuweichen scheint, ist auf besondere Sorgfalt bei der Betrachtung der Akzeptanz und des Untergrundes zu achten. Die Bestimmung der Akzeptanz wird durch Monte-Carlo-Ereignisse abgeschätzt, die exakt die gleiche Selektionskette durchlaufen wie die Daten. Um den Einfluß der Meßfehler abzuschätzen, wird die Selektion der Monte-Carlo-Ereignisse mit zwei sehr unterschiedlichen Sätzen von Skalierungsfaktoren für Energie- und Winkelfehler durchgeführt, hier Selektion A und B genannt (siehe Tabelle 6.2).

Selektion B liefert hierbei eine Konfidenzniveau-Verteilung, die mit derjenigen der Daten exakt übereinstimmt. Die Selektion A hingegen verursacht eine deutlich von der flachen abweichende Verteilung (siehe Abbildung 6.4). Ebenso entsprechen die Pulls für die Selektion B wesentlich besser einer Normalverteilung (siehe Tabelle 6.2) als die der Selektion A.

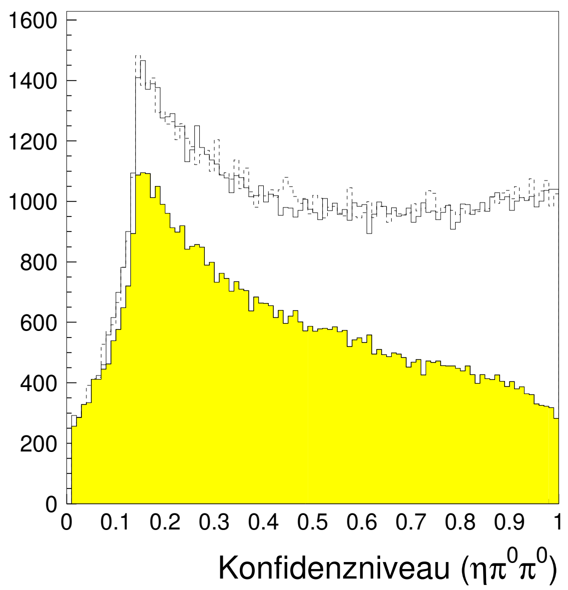

Abbildung 6.4:
Konfidenzniveau-Verteilung für die Anpassung $\bar{p}p\to\pi^0\pi^0\eta\to 5\pi^0$. *Daten (weiß, durchgezogen), Monte Carlo: Selektion A (grau unterlegt), Selektion B (gestrichelt). Der Abfall bei 10% ist durch den vorhergehenden Schnitt auf die 9C-Anpassung* $\bar{p}p\to 5\pi^0$ *zurückzuführen.*

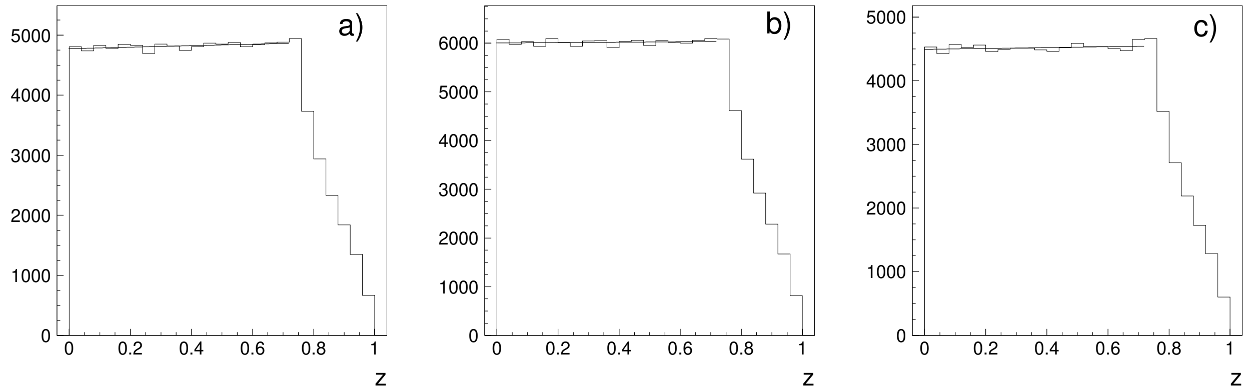

Abbildung 6.5: *Die z-Verteilung der Monte-Carlo-Ereignisse. a) Selektion A, b) Selektion B. Die Anpassung des linearen Abschnitts mit* $y = N(1+mz)$ *ergibt A:* $m = 0.026\pm 0.017$, *B:* $m = 0.007\pm 0.015$. *c) Selektion B mit Schnitt auf* $E_\gamma > 30$ *MeV:* $m = 0.015 \pm 0.017$. *Der Abfall bei großen z entspricht einer Einschränkung des Phasenraums.*

Erfreulicherweise macht sich diese extreme Variation der Fehler kaum in der z-Verteilung bemerkbar. Beim Vergleich der beiden Histogramme für Selektion A und B sind keine signifikanten Abweichungen erkennbar (siehe Abbildung 6.5). Um dies zu verdeutlichen, wird eine Gerade $y = N(1 + mz)$ an den flachen Teil der Verteilung angepaßt. Es ergeben sich Werte von $m = 0.026 \pm 0.017$ sowie $m = 0.007 \pm 0.015$ für die Selektionen A und B. Der etwas geringere statistische Fehler von Selektion B kommt durch eine erhöhte Selektionseffizienz zustande. In einem weiteren Test wird die minimale ein Photon definierende Energie von 20 MeV auf 30 MeV erhöht. Auch hier kann keine Abweichung der z-Verteilung vom konstanten Verlauf beobachtet werden ($m = 0.015 \pm 0.017$). (Abbildung 6.5 c)).

Der durch die Fehleranpassung gegebene systematische Fehler wird nach Abbildung 6.5 mit $\delta m_{sys} = 0.02$ ($\Rightarrow \delta\alpha_{sys} = 0.01$, da $\alpha = m/2$) nach oben abgeschätzt.

6.3.2 Untergrundbetrachtung

Das η-Signal der $3\pi^0$-Massenverteilung befindet sich auf einem nicht zu vernachlässigenden Untergrund. Dieser ist jedoch fast ausschließlich kombinatorischer Natur, wie Abbildung 6.2 zeigt. Dort sind zum Vergleich Daten und Monte-Carlo-Ereignisse ($\bar{p}p\rightarrow\pi^0\pi^0\eta\rightarrow 5\pi^0$) übereinander gelegt. Im Bereich der η-Masse stimmt der Verlauf beider Histogramme gut überein. Um die Wirkung dieses Untergrundes abzuschätzen, wird eine z-Verteilung derjenigen Monte-Carlo-Ereignisse generiert, welche durch Kombinationen dreier nicht aus dem Zerfall des η stammender Pionen entsteht (Abbildung 6.2 b)), deren invariante $3\pi^0$-Masse jedoch im η-Massenfenster liegt. Auch hier ist keine signifikante Abweichung von einem konstanten Verlauf der z-Verteilung erkennbar (Abbildung 6.6 a)) . Es besteht noch die Möglichkeit, daß dynamische Effekte im $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustand Einfluß nehmen auf die z-Verteilung des kombinatorischen Untergrundes. Zur Simulation dieses Zusammenhangs werden nur diejenigen Ereignisse berücksichtigt, welche der Bedingung

$$\sqrt{\left(m^2_{\eta\pi^0_1} - 1750000\mathrm{MeV}^2\right)^2 + \left(m^2_{\eta\pi^0_2} - 1750000\mathrm{MeV}^2\right)^2} > 5\cdot 10^5 MeV^2 \tag{6.7}$$

genügen. Der resultierende $\pi^0\pi^0\eta$-Dalitzplot weist ein Loch auf, was sehr starken dynamischen Effekten entspricht (Abbildung 6.6 b)). Eine Abweichung von der flachen z-Verteilung ist jedoch auch hier nicht zu beobachten (Abbildung 6.6 c)). Die Anpassung an eine Gerade ergibt $m = 0.007 \pm 0.028$.

Es soll noch der Einfluß vom Untergrund abgeschätzt werden, welcher durch Ereignisse vom Typ $\bar{p}p\rightarrow 5\pi^0$ (ohne $\bar{p}p\rightarrow\pi^0\pi^0\eta$) verursacht wird; sein Beitrag kann jedoch als gering angesehen werden. Dazu wird eine z-Verteilung von Monte Carlo Ereignissen der Hypothese $\bar{p}p\rightarrow 5\pi^0$ generiert, welche im $\pi^0\pi^0\eta$-Dalitzplot rekonstruiert werden. Die Anpassung an eine Gerade ergibt $m = 0.005 \pm 0.046$. Auch diese Ereignisse sind somit nicht in der Lage, eine wesentliche Abweichung der z-Verteilung von einem flachen Verlauf zu verursachen.

Zur Abschätzung des Untergrundbeitrages wird auf den Vergleich der beiden $\pi^0\pi^0\eta$-Datensätze aus dem 6γ- und 10γ-Endzustand verwiesen (siehe Kap. 6.1). Die Bedingung der Ver-

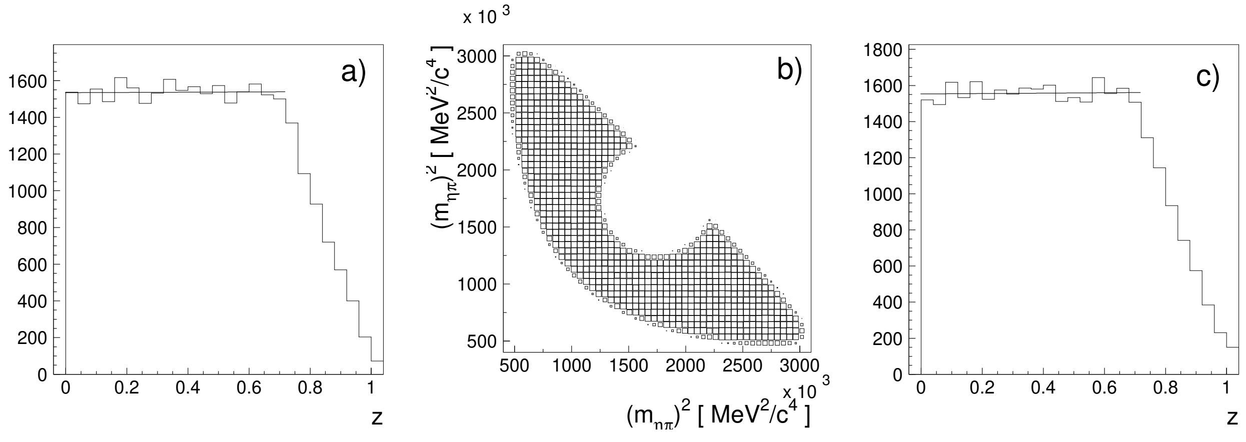

Abbildung 6.6: *Einfluß des Untergrundes auf die z-Verteilung. a) Ereignisse aus falschen Kombinationen $\eta\rightarrow 3\pi^0$. Eine Anpassung mit $y = N(1 + mz)$ ergibt $m = 0.004 \pm 0.028$. b) Resultierender $\pi^0\pi^0\eta$-Dalitzplot gemäß Gleichung 6.7 zur Simulation dynamischer Effekte. c) z-Verteilung des kombinatorischen Untergrundes unter Berücksichtigung dynamischer Effekte.*

träglichkeit beider Datensätze läßt einen Untergrundanteil von 0.6% bis 8% zu. Aufgrund der oben angestellten Untersuchungen verursacht dieser eine konstante z-Verteilung. Er kann unter Berücksichtigung der Fehlerfortpflanzung von der z-Verteilung der Daten abgezogen werden. Abschließend wird die Akzeptanzkorrektur mit den in Abbildung 6.5 b) dargestellten Monte-Carlo-Ereignissen durchgeführt. Die nun untergrund- und akzeptanzkorrigierte z-Verteilung (Abbildung 6.7) entspricht dem Quadrat des Übergangsmatrixelementes $M(\eta \to 3\pi^0)$. Die Anpassung gemäß Gleichung 6.4 ergibt

$$\alpha \quad = \quad -0.044 \pm 0.008 \pm 0.002.$$

Der erste Fehler entspricht der statistischen Unsicherheit, der zweite ergibt sich aus der Unsicherheit des Untergrundbeitrages.

6.3.3 Weitere Systematik

Da die Daten in verschiedenen Strahlzeiten aufgenommen wurden, soll nun untersucht werden, inwieweit die dort gewonnenen Werte für α einer statistischen Verteilung genügen. Insgesamt wird der gesamte zur Verfügung stehende Datensatz in sieben Teildatensätze unterteilt und für jeden dieser Teildatensätze das oben erläuterte Verfahren zur Gewinnung von α durchgeführt. Die Resultate sind in Tabelle 6.3 zusammengefaßt.

Zu prüfen ist nun, ob die Verteilung der Werte α mit einer gaußförmigen Verteilung verträglich ist. Das gewichtete Mittel und die aus Tabelle 6.3 bestimmte Standardabweichung gemäß [7] (S.1275) ergeben $\alpha = -0.045 \pm 0.007$ und somit eine gute Übereinstimmung mit dem oben ermittelten Wert. Die Bestimmung des χ^2 pro Freiheitsgrad gemäß Gleichung 6.8 ergibt einen Wert von 1.45.

$$\chi^2/ndf \quad = \quad \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{7}\frac{(\alpha_i - \bar{\alpha})^2}{\sigma_i^2} = 1.45 \tag{6.8}$$

Dies entspricht einer Signifikanz von 20%. Der Wert ist akzeptabel. Trotzdem wird das leicht erhöhte χ^2/ndf berücksichtigt, um eventuell vorhandene systematische Fehler durch die Skalierung des statistischen Fehlers gemäß $\sigma_\alpha = 0.008 \cdot \sqrt{1.45} = 0.010$ zu berücksichtigen. Das

	Strahlzeiten	$\alpha_i \pm \sigma_i$
1.	Dez. 89 (50%) + Juni 90 (50%)	0.0009 ± 0.018
2.	Juli 90	-0.057 ± 0.017
3.	Juli 90 (40%) + Nov. 90 (60%)	-0.047 ± 0.015
4.	Nov. 90	-0.052 ± 0.016
5.	Sept. 90	-0.039 ± 0.022
6.	Mai 91 (65%) + Juni 91 (35%)	-0.054 ± 0.017
7.	Aug. 91	-0.072 ± 0.025

Tabelle 6.3: *Übersicht von α für verschiedene Strahlzeiten.*

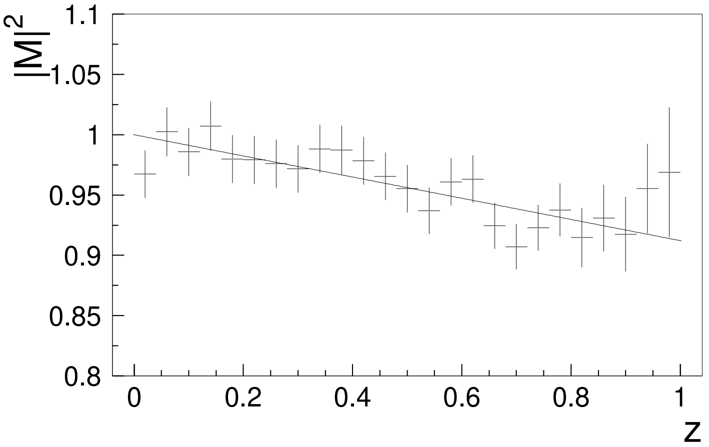

Abbildung 6.7:
Die resultierende z-Verteilung aus $\eta \to 3\pi^0$ nach Abzug des Untergrundes und Akzeptanzkorrektur (Nullpunkt ist unterdrückt). Den Daten ist ein Polynom 1. Grades angepaßt.

abschließende Resultat lautet somit unter Berücksichtigung des oben abgeschätzten systematischen Fehlers durch die Fehleranpassung

$$\alpha \;=\; -0.044 \pm 0.010 \pm 0.010. \tag{6.9}$$

Wir erhalten somit als erstes Experiment einen signifikant von Null verschiedenen Wert für α (3σ-Effekt). Im Rahmen der Fehler ist unser Ergebnis jedoch kompatibel mit früheren Werten (siehe Tabelle 6.1).

Kapitel 7

Der $4\pi^0\eta$-Endzustand

Neben dem $5\pi^0$- bildet der $4\pi^0\eta$-Endzustand den einzigen weiteren nicht zu vernachlässigenden Beitrag zum 10γ-Datensatz. Die Betonung dieser Arbeit liegt sicher auf der Partialwellenanalyse des Prozesses $\bar{p}p \to 5\pi^0$, jedoch bietet der $4\pi^0\eta$-Datensatz einige interessante Aspekte. Eine vollständige Partialwellenanalyse würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit überschreiten.

7.1 Der $\pi^0\eta\eta$-Endzustand

Analog zum $5\pi^0$- kommen auch beim $4\pi^0\eta$-Endzustand zwei unterschiedliche Selektionen zur Anwendung. Sie werden im folgenden wieder als Typ I (eine oder mehrere erfolgreiche kinematische Anpassungen) und Typ II (genau eine erfolgreiche kinematische Anpassung) bezeichnet. Der erste Selektionstyp findet dann Verwendung, wenn durch einen zusätzlichen Schnitt auf eine bestimmte invariante Masse der kombinatorische Untergrund stark reduziert werden kann. Dies ist für den $\pi^0\eta\eta$-Zustand der Fall.

In Abbildung 7.1 ist zunächst die invariante $3\pi^0$-Masse für Selektionstyp I dargestellt.

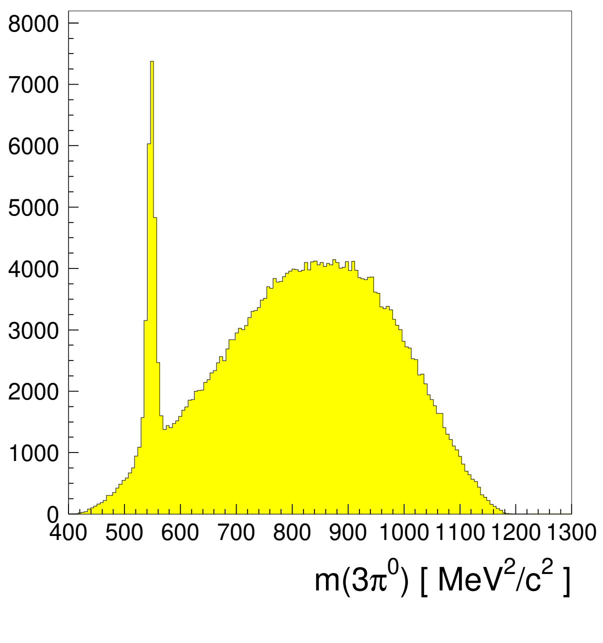

Abbildung 7.1:
Die invariante $3\pi^0$-Massenverteilung im $4\pi^0\eta$-Endzustand (vier Einträge pro Ereignis).

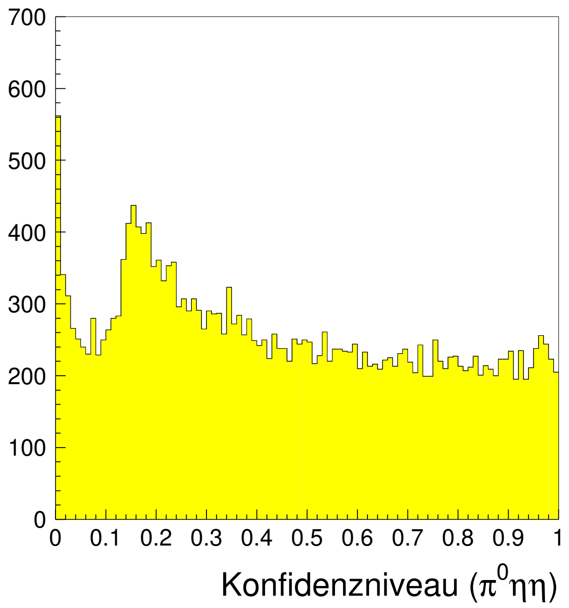

Abbildung 7.2:
Die Konfidenzniveau-Verteilung der $\pi^0\eta\eta$-Anpassung. Die Verringerung von Ereignissen im Bereich mit $CL(\bar{p}p \rightarrow \pi^0\eta\eta) < 10\%$ entsteht durch den Schnitt auf $Cl(\bar{p}p \rightarrow 4\pi^0\eta) \geq 10\%$.

Es ist ein deutliches η-Signal mit etwa 20% Untergrund zu erkennen. Die Ereignisse in diesem Peak sind somit dem Prozeß $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\eta\eta$ zuzuordnen. Analog zum $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustand werden die Ereignisse in einem Massenbereich von 523 MeV bis 575 MeV kinematisch angepaßt (10C-Anpassung). Die Konfidenzniveau-Verteilung in Abbildung 7.2 läßt deutlich den zuvor durchgeführten Schnitt auf $Cl(\bar{p}p \rightarrow 4\pi^0\eta) \geq 10\%$ durch eine Verringerung der Einträge für $Cl(\bar{p}p \rightarrow \pi^0\eta\eta) < 10\%$ erkennen. Dennoch wird zur weiteren Reduktion des Untergrundes die zusätzliche Bedingung $Cl(\bar{p}p \rightarrow \pi^0\eta\eta) \geq 10\%$ verlangt.

Der resultierende Dalitzplot (Abbildung 7.3 b)) zeigt die gleichen Strukturen wie die entsprechende aus dem 6γ-Datensatz gewonnene Verteilung (Abbildung 7.3 a)). Diese wurde in einer Arbeit von R. Hackmann [40] selektiert und analysiert. Deutlich sind die beiden gekreuzten $a_0(980)$-Bänder und eine Struktur bei einer konstanten $\eta\eta$-Masse von 1500 MeV zu erkennen. Hier zeigt sich das $f_0(1500)$ in seinem $\eta\eta$-Zerfall. Eine weitere Anhäufung von Ereignissen bei einer $\eta\eta$-Masse von 1300–1400 MeV wird oft dem $f_0(1370)$ zugeordnet.

Um die Kompatibilität der beiden Dalitzplots zu demonstrieren, wird zunächst analog zum 6γ-Datensatz [40] ein konstanter Untergrund von 5% vom $\pi^0\eta\eta$-Dalitzplot des 10γ-Datensatzes abgezogen. Um den weiteren Untergrund von ca. 20% unter dem η-Signal (siehe Abbildung 7.1) zu berücksichtigen, werden zusätzlich Monte-Carlo-Ereignisse der Hypothese $4\pi^0\eta$, welche im $\pi^0\eta\eta$-Dalitzplot rekonstruiert wurden, von den Daten subtrahiert. Dennoch ist ein signifikanter Unterschied der beiden Datensätze besonders bei höheren invarianten $\eta\pi^0$-Massen zu beobachten (siehe Abbildung 7.5 a)). Um diese Differenzen zu beseitigen, muß weiterhin der durch den Prozeß $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta'$ ($\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$) entstehende Untergrund berücksichtigt werden. Diese Ereignisse ergeben einen stark vom Phasenraum abweichenden Beitrag zum $\pi^0\eta\eta$-Dalitzplot. Nach der Subtraktion dieses Untergrundes ergibt sich eine gute Übereinstimmung der beiden Datensätze sowohl in der $\eta\pi^0$-, als auch in der $\eta\eta$-Massenverteilung (siehe Abbildung 7.5 b) und c)). Der kombinatorische Untergrund spielt im Gegensatz zum $\pi^0\pi^0\eta$-Dalitzplot keine Rolle, da hier nur vier verschiedene invariante $3\pi^0$-Massen möglich sind, im Vergleich zu zehn beim $5\pi^0$-Endzustand.

Zum besseren Vergleich des 6γ- und 10γ-Datensatzes werden analog zum Vergleich der bei-

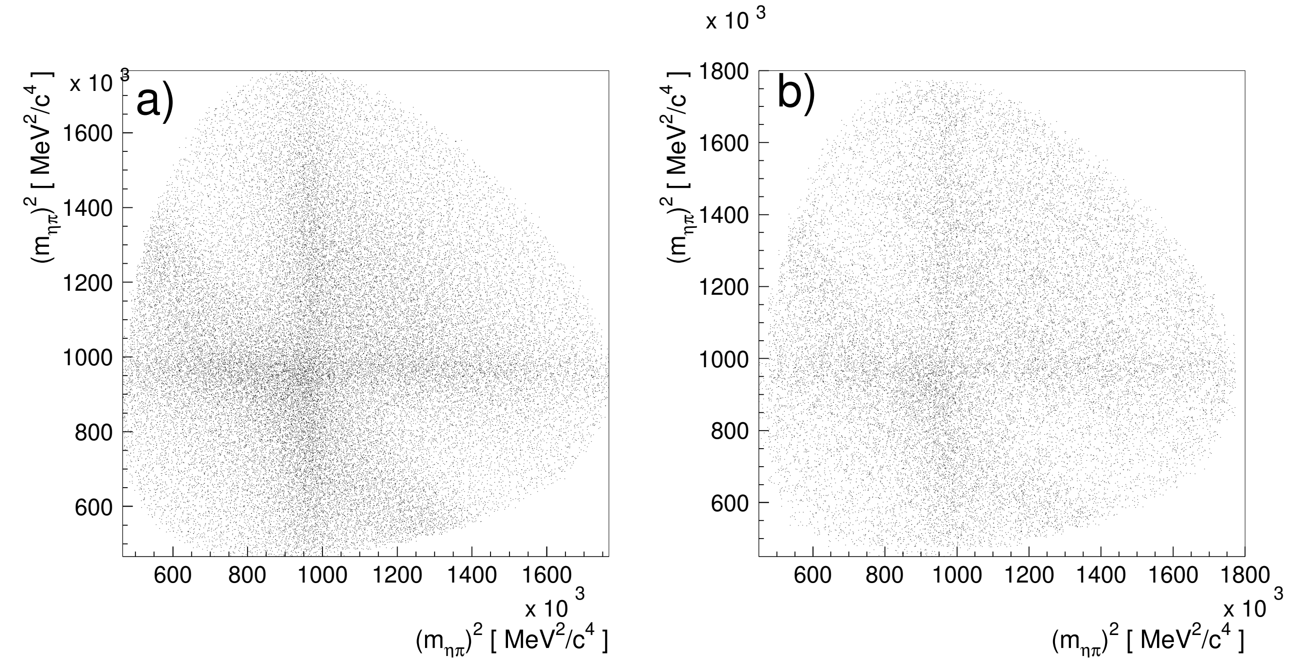

Abbildung 7.3: *Der $\pi^0\eta\eta$-Dalitzplot für die Datensätze $\bar{p}p \to 6\gamma$ (a)) und $\bar{p}p \to 10\gamma$ (b))*

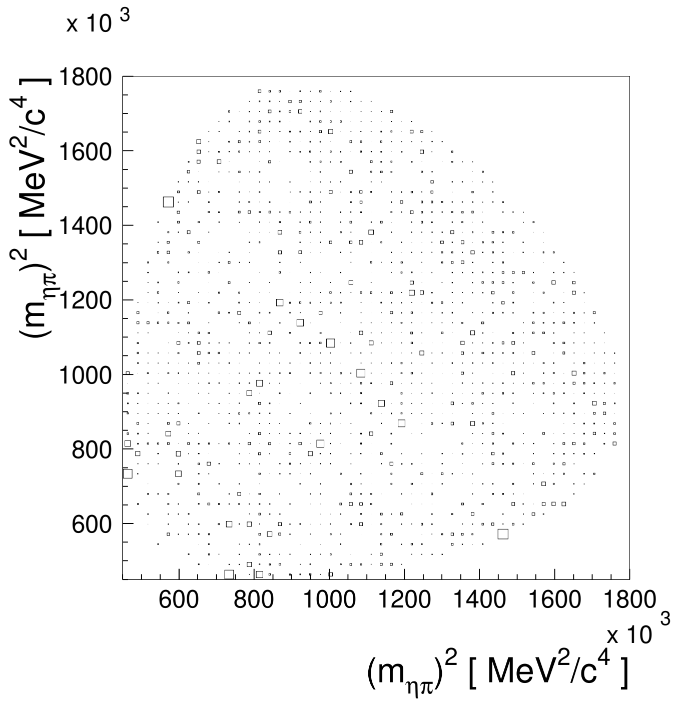

Abbildung 7.4:
Die χ^2-Verteilung der Differenz vom $\pi^0\eta\eta$-Dalitzplot des 6γ- und des 10γ-Datensatzes.

den $\pi^0\pi^0\eta$-Dalitzplots (Kap. 6) die 6γ-Daten auf ein dem 10γ-Daten entsprechendes Binning gebracht. Nach der oben beschriebenen Untergrundkorrektur wird die Differenz der beiden Verteilungen gebildet, wobei ein Skalierungsfaktor angepaßt werden muß, um der unterschiedlichen Statistik zu genügen. Die resultierende Verteilung ergibt ein χ^2 pro Freiheitsgrad von 1.30. Es sind keine systematischen Strukturen zu erkennen (siehe Abbildung 7.4), was die Übereinstimmung der beiden Datensätze und somit die hohe Selektionsgüte unterstreicht. Es wurde somit gezeigt, daß auch Datensätze, welche einen nicht zu vernachlässigenden Untergrund aufweisen, nach geeigneter Reduktion desselben analysierbar sind.

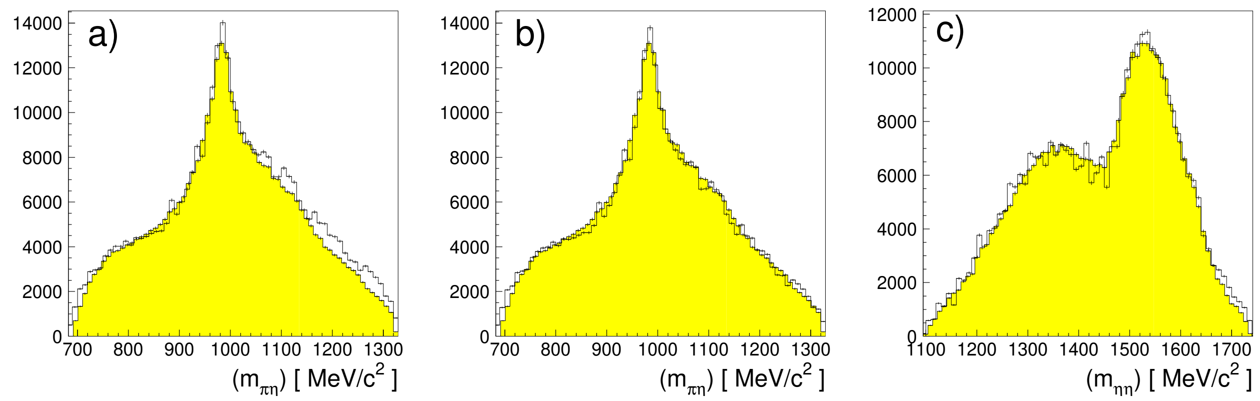

Abbildung 7.5: *Die $m_{\pi\eta}$- und $m_{\eta\eta}$-Verteilungen des Prozesses $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\eta\eta$. Gezeigt sind die Daten des 6γ-Endzustandes (grau) im Vergleich zum 10γ-Endzustand (weiß). a) Ohne Reduktion des $\pi^0\pi^0\eta'$-Untergrundes. b) + c) Nach Reduktion des $\pi^0\pi^0\eta'$-Untergrundes.*

7.2 Der $\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplot

Die invariante $2\pi^0\eta$-Massenverteilung (Abbildung 7.6) des $4\pi^0\eta$-Endzustandes weist zwei interessante Stunkturen auf. Zum einen ist ein deutliches η'-Signal zu erkennen, was Ereignissen der Art $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^0\eta'$ ($\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$) entspricht. Allerdings befindet sich das η' auf einem Untergrund, der etwa 40% des Gesamtsignals ausmacht. Dieser kann etwas durch die Unterdrückung des $\pi^0\eta\eta$-Endzustandes verringert werden (graues Histogramm in Abbildung 7.6). Die zweite Struktur erscheint als Schulter bei einer Masse von etwa 1400 MeV. Ein analoges Signal wurde im $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$-Datensatz der Crystal Barrel Kollaboration sowohl in der invarianten $\pi^0\pi^0\eta$- als auch in der $\pi^+\pi^-\eta$-Massenverteilung beobachtet. Zum einen entsteht diese Schulter durch Reflexionen des η'-Signals. Weiterhin liegt bei dieser Masse das E/ι-Meson. Eine Spin-Paritätsanalyse ergab $I(J^{PC}) = 0(0^{-+})$ [26]. Die experimentelle Situation des E/ι ist jedoch recht verwirrend. Zuerst wurde es in der $\bar{p}$p-Annihilation in flüßigem Wasserstoff (LH_2) im $K\bar{K}3\pi$-Endzustand mit Masse und Breite von M = 1425 MeV und Γ = 80 MeV beobachtet. Eine Analyse ergab $I(J^{PC}) = 0(0^{-+})$ mit jeweils gleich starken Zerfällen nach $K^*\bar{K}$ + c.c. und $a_0(980)\pi$ ($a_0(980) \rightarrow K\bar{K})\pi$ [113]. Die ASTERIX-Kollaboration berichtete in der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow K^\pm K^0_{miss.}\pi^\mp\pi^+\pi^-$ in gasförmigem Wasserstoff (GH_2) ebenfalls von einer Überhöhung bei 1413 MeV [114]. Eine Spin-Paritätsanalyse war nicht eindeutig, wegen der schwächeren Produktion der Resonanz in GH_2 gegenüber LH_2 kann jedoch auf $J^{PC} = 0^{-+}$ geschlossen werden. In GH_2 sind atomare S-Zustände, aus denen jedoch vornehmlich das E/ι produziert werden sollte, stärker unterdrückt. Spin und Parität werden dennoch kontrovers diskutiert. Eine Reihe von Experimenten finden in diesem Massenbereich eine 1^{++}-Resonanz, das $f_1(1420)$ [7]. Die OBELIX-Kollaboration fordert zwei 0^{-+} Zustände bei (1416 $\pm$ 2) MeV und (1465 $\pm$ 15) MeV [115]. Daten der Mark III-Kollaboration [116] lassen sogar drei überlappende Resonanzen vermuten, zwei 0^{-+}-Zustände und einen 1^{++}-Zustand. Darüber hinaus gilt das E/ι als Glueball-Kandidat, da es sehr stark in glureichen Prozessen wie dem radiativen J/Ψ Zerfall beobachtet wurde [117, 118]. Weitere Details finden sich in [26].

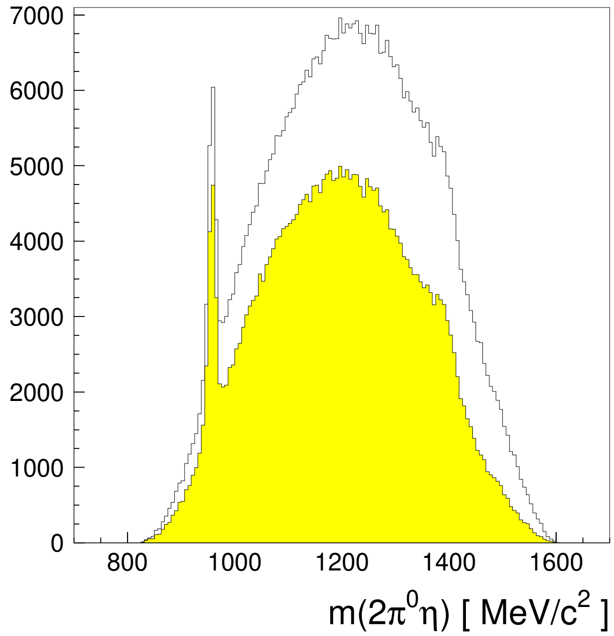

Abbildung 7.6:
Die $2\pi^0\eta$ Massenverteilung vor (weiß) und nach (grau) dem Schnitt auf Ereignisse $\bar{p}p\to\pi^0\eta\eta$.

7.2.1 Untergrundbetrachtung

Das eigentliche Interesse gilt hier dem deutlich ausgeprägten η'-Signal, welches jedoch wie oben erwähnt, auf einem hohen Untergrund sitzt. Dessen Behandlung beruht auf der Annahme, daß der unter dem η'-Signal befindliche Untergrund eine ähnliche Verteilung im $\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplot erzeugt wie Ereignisse, die in sogenannten 'side-bins' liegen. Dabei bezeichnen 'side-bins' jene Regionen in der invarianten $\pi^0\pi^0\eta$-Massenverteilung, welche unterhalb und oberhalb der Resonanz liegen. Um die 'side-bin'-Ereignisse in einen Dalitzplot mit den korrekten kinematischen Grenzen darstellen zu können, werden sie ebenso wie die Ereignisse im η'-Signal einer kinematischen Anpassung unterworfen. Hier werden die zwei 'side-bins' in den Massenbereichen ($927\text{MeV} - 939\text{MeV}$) und ($975\text{MeV} - 987\text{MeV}$) und das η'-Massenfenster im Bereich ($945\text{MeV} - 969\text{MeV}$) gewählt. Dadurch wird erreicht, daß etwa die gleiche Anzahl an Ereignissen in den 'side-bins' wie unter dem η'-Signal liegen, da der Untergrund in diesem Bereich nahezu linear verläuft. Damit in der kinematischen Anpassung für Ereignisse des Typs $\bar{\text{p}}\text{p}\to\pi^0\pi^0\eta'$ aus den 'side-bins' Ereignisse mit der $\pi^0\pi^0\eta'$-Kinematik erzeugt werden, werden vorher die Impulse mit einem Faktor skaliert, der diese Kombination exakt auf die Masse des η' setzt.

Die Konfidenzniveau-Verteilungen der kinematischen Anpassung an $\bar{\text{p}}\text{p}\to\pi^0\pi^0\eta'$ ist sowohl für Daten als auch für simulierte Ereignisse des mittleren Bereiches flach. Die Seitenbereiche zeigen ein abfallendes Verhalten zu höheren Werten, was jedoch wegen der nicht exakten Kinematik zu erwarten ist (siehe Abbildung 7.7). Es werden im linken side-bin 27%, im rechten 16% der Ereignisse von der kinematischen Anpassung verworfen, so daß mit den Faktoren 1.37 und 1.19 skaliert werden muß, um wieder die korrekte Anzahl an Untergrundereignissen zu erhalten.

Der durch die Subtraktion von Signal-Dalitzplot (Abbildung 7.8 a)) und den beiden 'side-bin'-Dalitzplots (Abbildung 7.8 b) und c)) entstehende Datensatz sollte untergrundfrei sein. Die linke und rechte Verteilung stimmen nicht exakt überein; es zeigt sich jedoch, daß die Summe aus beiden eine mit den Daten identische Struktur bei $m^2_{\eta'\pi^0_1} = 2.4 \cdot 10^6\ \text{MeV}^2$, $m^2_{\eta'\pi^0_2} = 1.4 \cdot 10^6\ \text{MeV}^2$ und dem dazu unter Vertauschung der Pionen symmetrischen Punkt besitzt. Es ist daher anzunehmen, daß die Summe beider Untergrundbeiträge eine gute Näherung

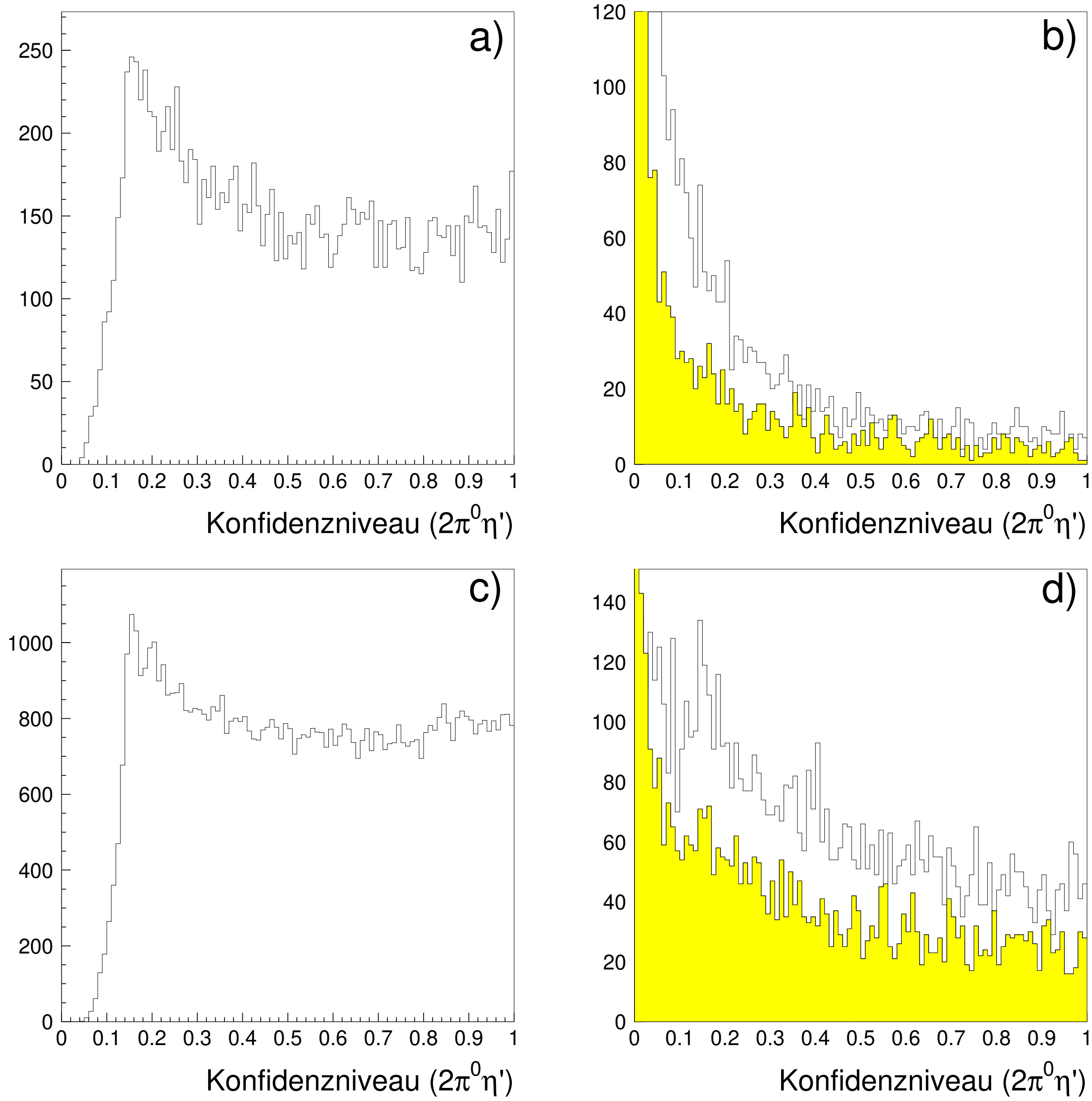

Abbildung 7.7: *Konfidenzniveau-Verteilung der Anpassung* $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta'$. *a) Daten für den mittleren Breich. b) linker (grau) und rechter (weiß) 'side-bin' Bereich. c) und d) Analoge Verteilungen für simulierte Ereignisse.*

zum wahren Untergrund ergibt. In den übrigen Bereichen des Dalitzplots, in welchen die Daten deutliche Strukturen aufweisen, ist der Untergrund flach. Wie oben erwähnt, sind insgesamt nur etwa 18% des gesamten Untergrundes auf 'falsche' Kombinationen des $\pi^0\pi^0\eta'$-Signals zurückzuführen. Der überwiegende Anteil wird durch $4\pi^0\eta$-Ereignisse, die nicht über ein intermediäres η' entstehen, gebildet. Phasenraumverteilte $4\pi^0\eta$-Ereignisse erzeugen jedoch keine erkennbaren Strukturen im $\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplot (siehe Abbildung 7.9 a)). Im Gegensatz dazu zeigen Monte-Carlo-Ereignisse, welche unter dem η'-Signal rekonstruiert werden, aber zu falschen $\pi^0\pi^0\eta$-Kombinationen gehören, eine ähnliche Verteilung wie die Daten (Abbildung 7.9 b)). Die leichten Unterschiede beruhen wahrscheinlich auf dynamischen Vorgängen im $4\pi^0\eta$-Kanal und auf Interferenzen.

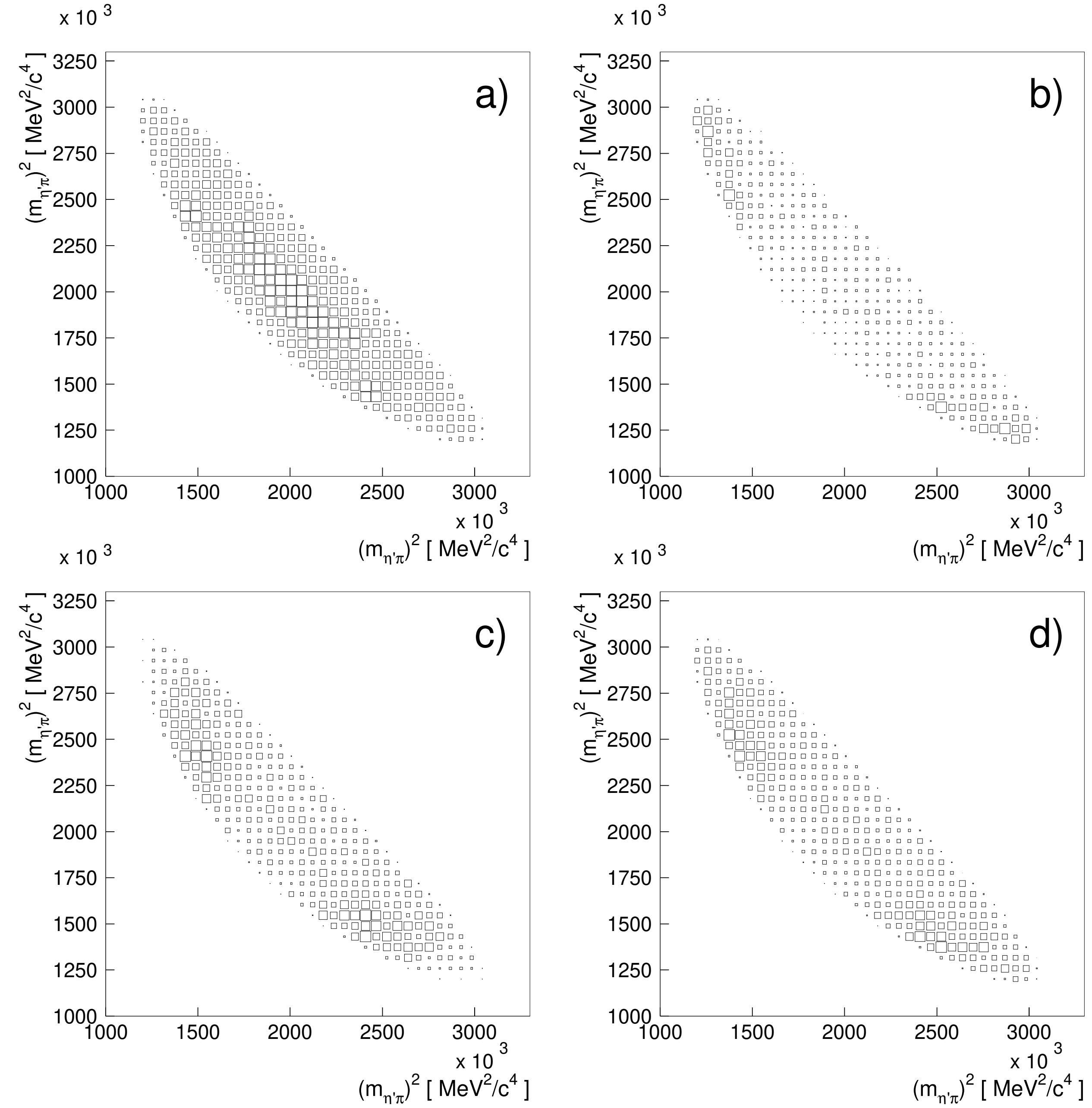

Abbildung 7.8: *Der $\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplot. a) $m_{2\pi^0\eta} \in$ (945 MeV, 969 MeV), b) $m_{2\pi^0\eta} \in$ (927 MeV, 939 MeV), c) $m_{2\pi^0\eta} \in$ (975 MeV, 987 MeV), d) Summe aus b) und c).*

Zur Bestimmung der Akzeptanz werden Ereignisse gemäß der Hypothese $\pi^0\pi^0\eta'$ generiert und zur Beseitigung des (hier nun vollständig kombinatorischen) Untergrundes wird analog zu den experimentellen Daten verfahren. Der resultierende akzeptanzkorrigierte Dalitzplot ergibt sich aus der Division von untergrundfreien experimentellen Daten und Monte-Carlo-Ereignissen unter Vernachlässigung von Dalitzplot-Zellen mit weniger als 5 Einträgen.

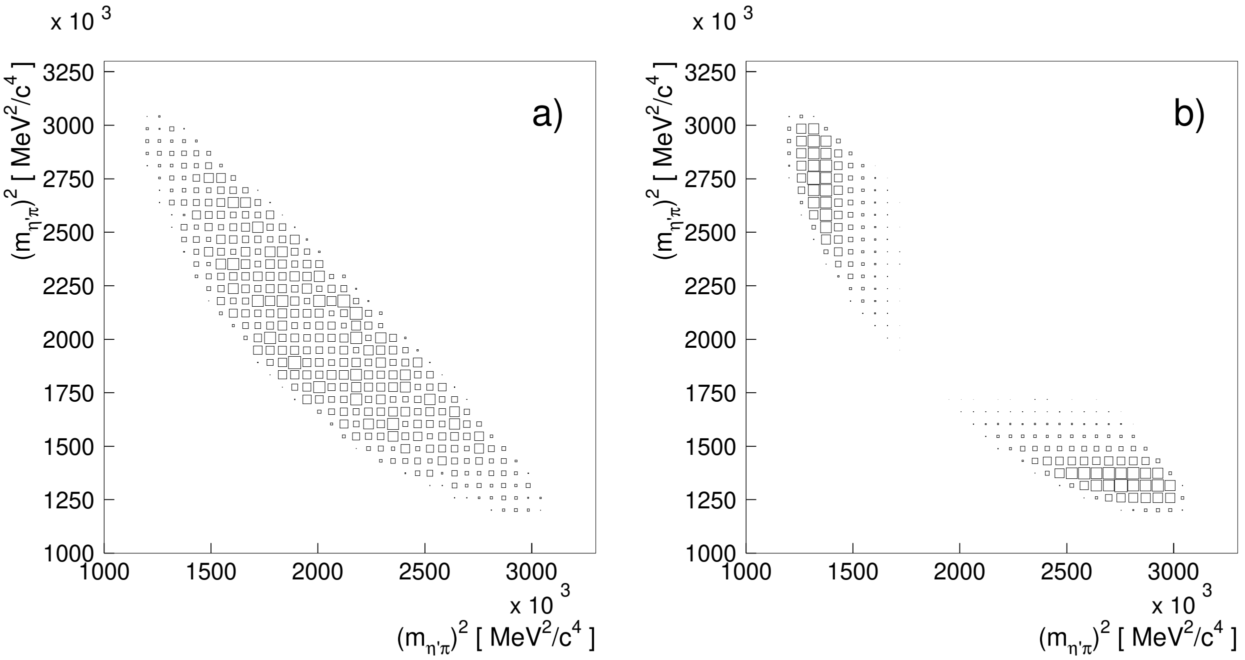

Abbildung 7.9: *Untergrundverteilungen durch a) Ereignisse $4\pi^0\eta$ (Monte Carlo), b) falsche Kombinationen $\eta'{\rightarrow}\pi^0\pi^0\eta$.*

7.2.2 Partialwellenanalyse des $\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplots

Der erlaubte Bereich der invarianten $\pi^0\pi^0$-Masse ist, bedingt durch die hohe η'-Masse von 957 MeV, auf einen Bereich von 270 MeV bis 920 MeV beschränkt. Das entspricht jedoch dem unkritischen Anteil der $\pi\pi$-S-Welle, bei dem noch keine Kopplung an den $K\bar{K}$-Kanal erlaubt ist. Das $f_0(980)$ muß daher in der Beschreibung nicht berücksichtigt werden. Für relative Drehimpulse $l = 2$ spielt das $f_2(1270)$ eine dominante Rolle, kann aber auch hier wegen seiner hohen Masse von 1270 MeV und einer Breite von 185 MeV vernachlässigt werden.

Ähnlich günstig sehen die Verhältnisse in der $\pi^0\eta'$-Wechselwirkung mit einem Phasenraumbereich von 1090 MeV bis 1740 MeV aus. In diesem Massenbereich können Beiträge vom $a_2(1320)$, vom $a_0(1450)$ und eventuell von einem exotischen $\hat{\rho}$ [6] und dem $a_2'(1650)$ [42, 119] erwartet werden. Der Hochenergieteil des $a_0(980)$ könnte zwar noch Auswirkungen auf den $\pi^0\pi^0\eta'$-Datensatz haben, jedoch sind solche Effekte klein und nur bei sehr hoher Statistik überhaupt erkennbar. Der geringste und gleichförmigste Untergrund des Datensatzes liegt jetzt gerade in einem Bereich, der sensitiv auf die Existenz von $a_2(1320)$ und $a_0(1450)$ ist. Bei höheren Massen, wo mögliche Radialanregungen dieser Teilchen liegen könnten, ist weniger Information verfügbar, da dort der Untergrundanteil und damit der statistische Fehler sehr groß wird. Andererseits wird dieser Bereich kaum Einfluß auf das $a_2(1320)$ und das $a_0(1450)$ haben. Als vierter Beitrag soll noch das $\hat{\rho}$ mit $I^G(J^{PC}) = 1^-(1^{-+})$ berücksichtigt werden. Es hat exotische Quantenzahlen und wurde von der GAMS-Kollaboration als resonanter Beitrag in der Reaktion $\pi^- p{\rightarrow}\eta\pi^0 n$ gefordert [6]. In einer Analyse der Crystal Barrel Kollaboration [25] des $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustandes konnte kein resonantes Verhalten festgestellt werden, jedoch trug die $\pi^0\eta$-P-Welle (Quantenzahlen des $\hat{\rho}$) je nach Anpassungsmethode mit 1.5 - 4.5% zum gesamten Endzustand bei. Masse und Breite konnten in einem Bereich von 1200–1600 MeV bzw. 400–1000 MeV ohne eine signifikante Änderung der Anpassungsgüte variiert werden. Es wird sowohl eine resonante als auch nichtresonante Beschreibung der $\pi^0\eta$-P-Welle berücksichtigt.

Die Amplituden zur Anpassung des $\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplots werden im K-Matrixformalismus in der P-Vektornäherung [120, 121] beschrieben. Eine ausführliche Darstellung ist in Anhang A gegeben. Der Formalismus erlaubt die Kopplung mehrerer Zerfallskanäle und die Addition mehrerer Resonanzen identischer Quantenzahlen unter Erhaltung der Unitarität. Im Falle nur einer Resonanz mit der Kopplung an einen Kanal geht die Amplitude in eine Breit-Wigner-Beschreibung über. Lediglich die $\pi\pi$-S-Welle wird als 2×2-K-Matrix unter Verwendung der Parameter von [10] formuliert. Wegen der geringen Statistik wird nur die Annihilation aus dem Protonium-Anfangszustand ${}^1S_0$ mit $J^{PC} = 0^{-+}$ berücksichtigt. Die Anpassung der dynamischen Amplituden wird unter Verwendung des Programms PWA++ durchgeführt. Weitere Details des Anpassungsprogramms sind in Anhang B zu finden.

Die Ergebnisse der Partialwellenanalyse sind in Tabelle 7.1 zusammengefaßt. Der Datensatz liegt in drei unterschiedlichen Einteilungen von jeweils 30×30, 35×35 und 40×40 Zellen vor. Von diesen werden je Einteilung 179, 246 oder 311 Zellen für die Partialwellenanalyse verwendet. Die verbleibenden Zellen liegen entweder außerhalb des Phasenraums oder sind mit weniger als fünf Ereignissen bevölkert. Um den Einfluß der Untergrundsubtraktion zu studieren, werden zwei unterschiedliche statistische Fehler der einzelnen Dalitzplot-Zellen verwendet. Die erste Methode arbeitet nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung. Bei der zweiten Methode wird nach der Multiplikation der Verteilungen von rechtem und linken 'side-bin' mit den Faktoren 1.19 und 1.37 die Wurzel aus den resultierenden Einträgen als statistischer Fehler gewählt, was nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung nicht korrekt ist. Der relative Fehler ist so um einen Faktor $1.09 = \sqrt{1.19}$ bzw. $1.17 = \sqrt{1.37}$ kleiner und bewirkt eine stärkere Gewichtung der Bereiche, in denen viel Untergrund abgezogen wird. Die in Tabelle 7.1 angegebenen Fehler zu den Beiträgen der einzelnen Resonanzen ergeben sich aus der Mittelung über alle Anpassungen der jeweiligen Hypothese. Das χ^2/ndf für beide Methoden wird aus den drei verschieden eingeteilten Dalitzplots gemittelt. Als Referenz dient Anpassung Nr. 4. Die übrigen χ^2-Werte zusammen mit den Fehlern $\sigma(\chi^2)$ werden gemäß folgender Gleichung bestimmt:

$$\begin{aligned} \bar{\chi}^2_j &= \bar{\chi}^2_4 + \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}(\chi^2_{ij} - \chi^2_{i4}) \\ \sigma(\chi^2_j) &= \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{3}\left((\chi^2_{ij} - \chi^2_{i4}) - (\bar{\chi}^2_j - \bar{\chi}^2_4)\right)^2\right)} \end{aligned} \tag{7.1}$$

Summiert wird über die drei unterschiedlichen Einteilungen. Die Methode aus Gleichung 7.1 erlaubt, die statistische Signifikanz relativer Abstände von χ^2-Werten zu bewerten.

Als Ausgangsanpassung (Nr. 1) dient die Amplitude für $\bar{p}p \to \eta'(\pi\pi)_S$, wobei im folgenden $(\pi\pi)_S$ zwei Pionen in relativer S-Welle bezeichnet. Eine zufriedenstellende Beschreibung der Daten ist jedoch nicht gegeben ($\chi^2/ndf \approx 1.90$ bei fünf Parametern). Die jeweilige Hinzunahme von $a_0(1450)$ oder $a_2(1320)$ (Nr. 2 u. 3) mit festen Parametern m und Γ führt zu einer deutlichen Verbesserung in χ^2. Eine nochmalige signifikante Verbesserung ergibt sich durch die gleichzeitige Berücksichtigung beider Resonanzen (Nr. 4). Mit einem χ^2/ndf von etwa 1 sind die Daten sehr gut beschrieben. Ein Vergleich von untergrund- und akzeptanzkorrigiertem Dalitzplot mit Anpassung Nr. 4 und die dazugehörige χ^2-Verteilung sind in Abbildung 7.10 dargestellt.

Der Einfluß des $a_0(1450)$ auf die Güte der Anpassung ist an der $\pi^0\eta'$-Massenverteilung zu

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
$(\pi\pi)_S$								
%	100	88.7 ± 3.1	96.9 ± 0.6	93.8 ± 0.4	93.7 ± 1.0	94.4 ± 1.0	53.4 ± 5.6	87.0 ± 5.0
$a_0(1450)$								
m [MeV]	–	1450	1450	1450	1450	1450	1650 ± 60	1450
Γ [MeV]	–	260	–	260	260	260	730 ± 70	260
%	–	11.3 ± 3.1	–	4.1 ± 0.8	3.5 ± 0.9	2.0 ± 1.6	46.2 ± 5.5	4.7 ± 1.5
$a_2(1320)$								
m [MeV]	–	–	1320	1320	1320	1360 ± 20	1320	1320
Γ [MeV]	–	–	110	110	110	160 ± 40	110	110
%	–	–	3.1 ± 0.6	2.1 ± 0.5	1.6 ± 0.5	3.6 ± 0.6	0.4 ± 0.1	1.7 ± 0.6
$\hat{\rho}$								
m [MeV]	–	–	–	–	1405	–	–	1530 ± 70
Γ [MeV]	–	–	–	–	180	–	–	440 ± 100
%	–	–	–	–	1.2 ± 0.6	–	–	6.6 ± 4.0
χ^2/ndf								
Meth. 1	1.87 ± 0.23	1.20 ± 0.02	1.12 ± 0.06	0.98	0.97 ± 0.1	0.93 ± 0.02	0.94 ± 0.01	0.96 ± 0.1
Meth. 2	2.01 ± 0.25	1.30 ± 0.04	1.21 ± 0.10	1.05	1.04 ± 0.01	1.01 ± 0.01	1.02 ± 0.01	1.03 ± 0.01

Tabelle 7.1: *Ergebnisse der Partialwellenanalyse des $\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplots.*

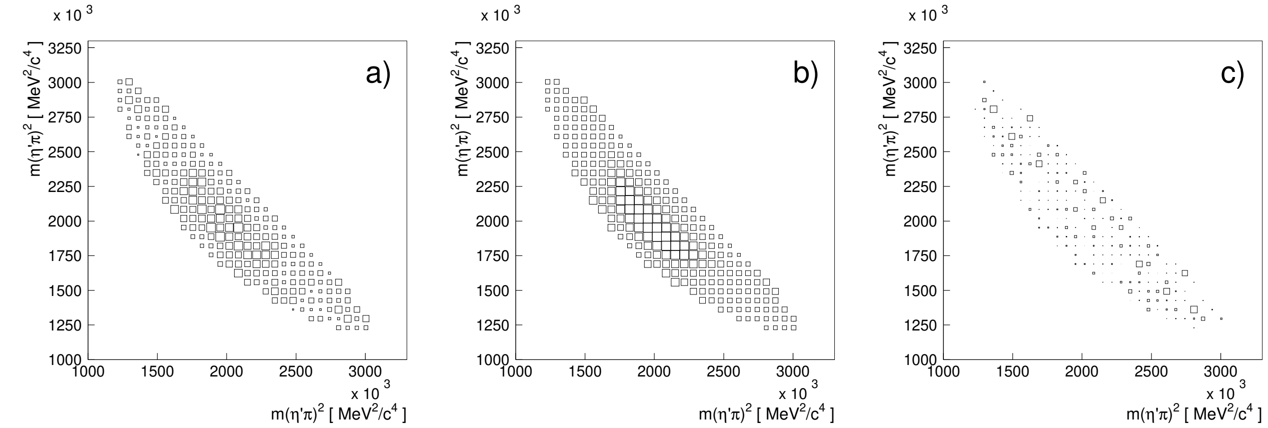

Abbildung 7.10: *Vergleich von Daten und Anpassung des $\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplots.* a) *Untergrund- und akzeptanzkorrigierter $\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplot.* b) *$\pi^0\pi^0\eta'$-Dalitzplot gemäß Anpassung Nr. 4.* c) *Resultierende χ^2-Verteilung aus einem Vergleich der Daten mit Anpassung Nr. 4.*

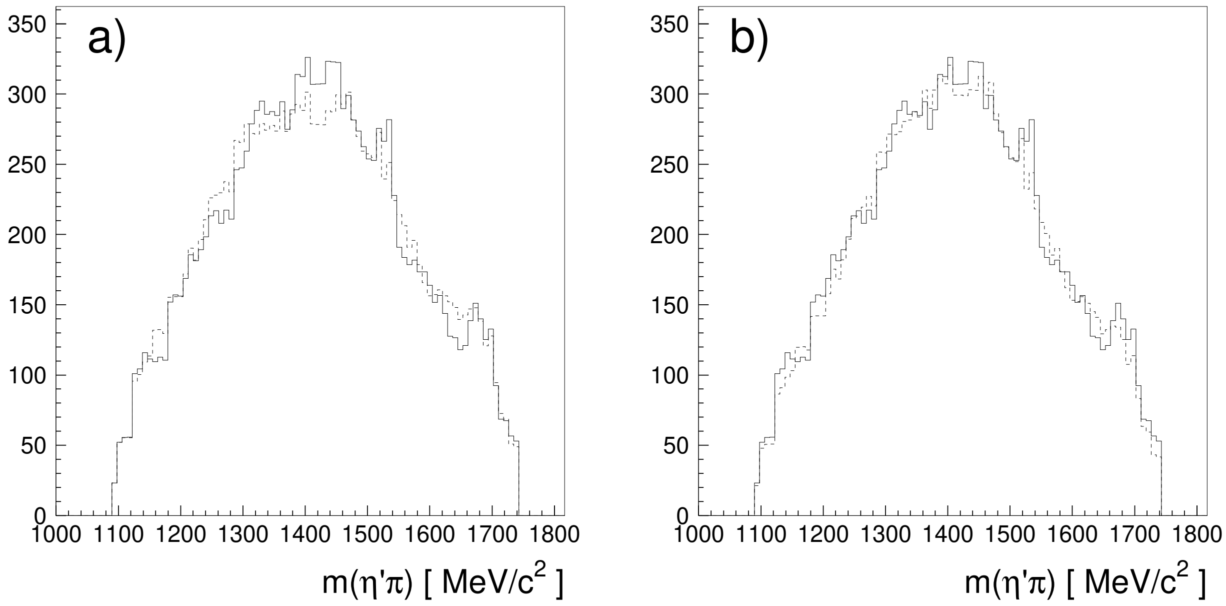

Abbildung 7.11: *Vergleich von Daten und Anpassung.* a) *ohne $a_0(1450)$,* b) *mit $a_0(1450)$*

erkennen. In Abbildung 7.11 ist ein Vergleich dieser Verteilung für die Anpassung Nr. 3 und Nr. 4 dargestellt. Ohne das $a_0(1450)$ sind systematische Abweichungen in der Spitze, aber auch in den Flanken zu erkennen (Abbildung 7.11 a)). Diese verschwinden bei der Hinzunahme des $a_0(1450)$ (Abbildung 7.11 b)), es sind keine systematischen Abweichungen mehr zu erkennen.

Die Hinzunahme des $\hat{\rho}$ führt zwar zu einer weiteren leichten Verbesserung des absoluten Wertes für χ^2, der Wert χ^2/ndf bleibt jedoch wegen der zusätzlichen Parameter fast unverändert. Der Einfluß dieser zusätzlichen Resonanz auf die anderen Beiträge, die $(\pi\pi)$-S-Welle ausgenommen, bleibt gering. Bei fester Masse und Breite nach [6] trägt das $\hat{\rho}$ mit ca. 1.2% nur gering bei (Anpassung Nr. 5). Wird der Anpassung die freie Variation von Masse und Breite des $\hat{\rho}$ ermöglicht, steigt sein Anteil auf (6.6 $\pm$ 4.0)% mit einem Wert vom M = 1500 MeV. Die Brei-

Nr.	$M_{a_0(1450)}$	$\Gamma_{a_0(1450)}$	Beitrag $a_0(1450)$	Beitrag $a_2(1320)$
1	1450	230	3.0	2.0
2	1450	260	4.1	2.1
3	1450	300	6.8	2.1
4	1450	330	9.0	2.1
5	1420	260	2.9	2.2
6	1450	260	4.1	2.1
7 8	1520	260	6.0	1.6
9	1430	230	2.3	2.2
10	1500	300	8.6	1.6
11	1520	330	11.9	1.4

Tabelle 7.2: *Der Einfluß von Masse und Breite des $a_0(1450)$ auf die Verzweigungsverhältnisse von $a_2(1320)$ und $a_0(1450)$. Zugrunde gelegt ist Anpassung Nr. 4.*

te wird mit 440 MeV recht groß (Nr. 8). Das entspricht eher dem nichtresonanten Verhalten, welches in [25, 122, 123] beobachtet wurde. In dem vorliegenden Datensatz besteht jedoch die Gefahr, daß solche breiten Resonanzen mit Teilen der $(\pi\pi)$-S-Welle interferieren, um eventuelle Unzulänglichkeiten in der Untergrundsubtraktion auszugleichen.

In den Anpassungen Nr. 6 und 7 werden jeweils die Masse und Breite vom $a_2(1320)$ beziehungsweise vom $a_0(1450)$ frei variiert. Für das $a_2(1320)$ ergibt dies $M = 1360 \pm 20$ MeV und $\Gamma = 160 \pm 40$ MeV. Diese Werte sind wegen der großen Fehler noch verträglich mit [7]. Mit Werten von $M = 1650 \pm 60$MeV und $\Gamma = 730 \pm 70$ MeV für das $a_0(1450)$ zeigt sich die Anpassung nicht sensitiv auf die Masse und Breite des $a_0(1450)$. Um die Signifikanz der einzelnen Beiträge zu prüfen, wurden ein Reihe weiterer Hypothesen getestet. Wird beispielsweise das $a_0(1450)$ durch eine konstante Verteilung ersetzt, findet eine Verschlechterung des χ^2/ndf auf den Wert von Anpassung Nr. 3 statt. Die größere Signifikanz ergibt sich jedoch für das $a_2(1320)$. Es war nicht möglich, eine gute Anpassung ohne Tensorbeitrag zu erzielen. Die Daten zeigen sich wenig sensitiv auf die genaue Gestalt der $(\pi\pi)$-S-Welle. Die Verwendung verschiedener Parametrisierungen aus anderen Analysen bewirkt keinerlei Veränderung. Selbst die Ersetzung dieses Beitrages durch eine konstante Verteilung ergibt nur eine Verschlechterung auf ein χ^2/ndf, welches etwa zwischen Anpassung Nr. 3 und Nr. 4 liegt.

Als nächstes wird untersucht, welchen Einfluß die Resonanzparameter auf die Beiträge zum $\pi^0\pi^0\eta'$-Endzustand haben. Die Werte für das $a_2(1320)$ sind mit $M = 1318.4 \pm 0.6$ MeV und $\Gamma = 107 \pm 5$ MeV sehr gut bestimmt. Eine Variation der Parameter im Rahmen dieser Fehler ergibt keine Veränderung der Beiträge. Weit weniger genau sind die Werte für das $a_0(1450)$ bekannt. In [25] sind diese zu $M = 1450 \pm 40$ MeV und $\Gamma = 270 \pm 40$ MeV, in [54] zu 1470 ± 25 MeV und $\Gamma = 265 \pm 30$ MeV bestimmt. Variationen im Rahmen dieser Fehler führen zu starken Veränderungen im Verzweigungsverhältnis $\bar{p}p \rightarrow a_0(1450)\pi^0$ $(a_0(1450) \rightarrow \pi^0\eta')$. Eine Übersicht ist in Tabelle 7.2 gegeben.

Die Beiträge des $a_2(1320)$ sind sehr stabil unter der Variation von $\Gamma_{a_0(1450)}$, wohingegen der

Anteil des $a_0(1450)$ mit wachsender Breite stark zunimmt. Durch eine Erhöhung vom $M_{a_0(1450)}$ geht der $a_2(1320)$-Beitrag deutlich zurück. Wird die Masse und Breite der gekoppelten Anpassung von [54] zugrunde gelegt, kann so der Beitrag des $a_2(1320)$ unter Verwendung der Anpassungen Nr. 4, 5, und 8 angegeben werden zu

$$\frac{Br(\bar{p}p \rightarrow a_2(1320)\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\eta')}{Br(\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta')} = (1.8 \pm 0.3 \pm 0.3)\% = (1.8 \pm 0.4)\%. \tag{7.2}$$

Der erste Fehler ergibt sich aus der Wahl der $a_0(1450)$-Parameter, der zweite beschreibt die gewichtete Mittelung über die Anpassungen Nr. 4, 5 und 8 (siehe Tabelle 7.1). Da keine Abhängigkeit dieser Fehler voneinander zu erwarten ist, können sie quadratisch addiert werden. Die Anpassungen Nr. 6 und Nr. 7 gehen nicht in die Bestimmung des Beitrags ein, da die Werte für Masse und Breite der Resonanzen außerhalb der Fehler von anderen Messungen liegen.

Der Beitrag des $a_0(1450)$ unterliegt wesentlich größeren Schwankungen. Dies liegt zum einen an der wenig signifikanten Struktur einer S-Wellen-Resonanz. Daher besteht die Gefahr, daß wesentliche Teile der $(\pi\pi)$-S-Welle durch das $a_0(1450)$ beschrieben werden (siehe auch Tabelle 7.1 Anpassung Nr. 2 und Nr. 7). Zudem kann eine nicht korrekte Beschreibung des Untergrundes durch einen erhöhten Beitrag dieser Resonanz kompensiert werden. Eine vorsichtige Schätzung ergibt

$$\frac{Br(\bar{p}p \rightarrow a_0(1450)\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\eta')}{Br(\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta')} = \left(3.9^{+3.0(+0.6)}_{-1.0(-0.6)}\right)\% = \left(3.9^{+3.1}_{-1.2}\right)\%. \tag{7.3}$$

Die Bedeutung der Fehler folgt Gleichung 7.2.

Zur Bestimmung des Verzweigungsverhältnisses $Br(\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta')$ werden Ereignisse gemäß $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta'$ simuliert und der gleichen Selektionskette unterworfen wie die Daten. Die Fehler der Monte-Carlo-Ereignisse werden so angepaßt, daß sich flache Konfidenzniveau-Verteilungen und normalverteilte Pulls ergeben. Die Fehlerkorrekturwerte entsprechen denjenigen der Anpassung $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta \rightarrow 5\pi^0$ (siehe Kap. 6, Tabelle 6.2).

Von 14534000 experimentellen Ereignissen ohne geladene Spuren können nach Abzug des Untergrundanteils 8230 Ereignisse dem Signal $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta'$ zugeordnet werden. Im Vergleich dazu können von 685000 simulierten Ereignissen ohne geladene Spuren 62300 im η'-Signal rekonstruiert werden. Unter Berücksichtigung der Verzeigungsverhältnisse $Br(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = 0.988$, $Br(\eta \rightarrow \gamma\gamma) = 0.388$ und $Br(\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\eta) = 0.208$ sowie einem Anteil von 4.0% neutraler Ereignisse an allen Annihilationen von Proton und Antiproton ergibt sich

$$Br(\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta') = (3.2 \pm 0.3) \cdot 10^{-3}. \tag{7.4}$$

Der Fehler wird dominiert durch systematische Effekte und ist mit ca. 10% realistisch abgeschätzt.

Es lassen sich nun die absoluten Verzweigungsverhältnisse bestimmen. Es ergibt sich:

$$Br(\bar{p}p \rightarrow a_2(1320)\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\eta') = (5.8 \pm 1.4) \cdot 10^{-5} \tag{7.5}$$
$$Br(\bar{p}p \rightarrow a_0(1450)\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\eta') = (12.5^{+10.0}_{-3.9}) \cdot 10^{-5} \tag{7.6}$$

Zum Vergleich des $a_2(1320)$-Verzweigungsverhältnisses mit anderen Experimenten wird das Verhältnis aus $\eta'\pi^0$- und $\eta\pi^0$-Zerfall gebildet. Letzteres wurde in [54] zu $(2.05 \pm 0.40) \cdot 10^{-3})$

bestimmt. Wir erhalten

$$R(a_2(1320)) = \frac{Br(a_2(1320)\rightarrow\eta'\pi)}{Br(a_2(1320)\rightarrow\eta\pi)} \quad = \quad 0.028 \pm 0.009. \tag{7.7}$$

Dies ist in guter Übereinstimmung mit zwei Messungen der VES-Kollaboration [122, 123], bei denen ein Verhältnis von $R = 0.040 \pm 0.007$ bestimmt wurde. Unter Vernachlässigung der Anpassungen Nr. 5 und Nr. 7, also ohne Berücksichtigung des $\hat{\rho}$-Mesons kann das Verhältnis der Verzweigungsverhältnisse aus Gleichung 7.7 noch auf 0.033 ± 0.010 vergrößert werden.

Für das $a_0(1450)$ ergibt sich analog

$$R(a_0(1450)) = \frac{Br(a_0(1450)\rightarrow\eta'\pi)}{Br(a_0(1450)\rightarrow\eta\pi)} \quad = \quad 0.43^{+0.38}_{-0.21}. \tag{7.8}$$

Das Verzweigungsverhältnis $Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow a_0(1450)\pi^0\rightarrow\pi^0\pi^0\eta) = (0.29 \pm 0.11)\cdot 10^{-3}$ stammt aus einer Analyse von Crystal Barrel Daten des $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustandes [54]. Die Verzweigungsverhältnisse können mit den Vorhersagen der $\mathrm{SU}(3)_{flavor}$-Symmetrie verglichen werden. Dabei wird als Folge der Quarklinien-Regel der Anteil eventuell vorhandener $s\bar{s}$-Komponenten vernachlässigt. Die Kopplung an das η- und η'-Meson geschieht danach ausschließlich über die $(\bar{u}u + \bar{d}d)$-Komponente der Flavourwellenfunktion. Nach [124] ergibt sich für das Verhältnis

$$R \quad = \quad \frac{F_L^2(q_{\pi^0\eta'})}{F_L^2(q_{\pi^0\eta})} \cdot \frac{q_{\pi^0\eta'}}{q_{\pi^0\eta}} \cdot \tan^2(90^\circ - \Theta_{id} + \Theta_{PS}), \tag{7.9}$$

mit einem pseudoskalaren Mischungswinkel Θ_{PS} von $(-17.3 \pm 1.8)^\circ$ [124] und einem idealen Mischungswinkel Θ_{id} von 35.3°. Die Zerfallsimpulse $q_{\pi^0\eta}$ und $q_{\pi^0\eta'}$ entsprechen den Phasenraumfaktoren und werden jeweils für das $a_2(1320)$ oder das $a_0(1450)$ bestimmt. Die Funktion $F_L^2(q)$ beschreibt die Drehimpulsbarriere beim Zerfall einer Resonanz mit relativem Drehimpuls L zwischen den Zerfallsteilchen. Für $L = 0$ ist $F_L^2(q) = 1$. Hieraus folgt

$$R(a_0(1450)) \quad = \quad 0.38 \pm 0.06, \tag{7.10}$$

welches in guter Übereinstimmung mit unserem Ergebnis (Gleichung 7.8) steht. Es wäre hier wünschenswert, durch eine genauere Kenntnis der Parameter des $a_0(1450)$ die Fehler von $R(a_0(1450))$ zu reduzieren.

Die Bestimmung des Verhältnisses aus Gleichung 7.9 für das $a_2(1320)$ erfordert einen Ansatz für die Funktion $F_L^2(q)$. Der allgemein bekannteste ist $F_L^2(q) = q^{2L}$ [125] und bildet eine Näherung für die Impulsabhängigkeit der Amplituden für kleine Werte von q. Dieser Ansatz geht von punktförmigen Teilchen aus und ergibt

$$R(a_2(1320)) \quad = \quad 0.027 \pm 0.004. \tag{7.11}$$

Für ausgedehnte Systeme wird eine Blatt-Weisskopf-Parametrisierung angesetzt [126]. Diese hat für einen relativen Drehimpuls von $L = 2$ die Gestalt

$$F_L^2(q) \quad = \quad \frac{(qr)^4}{\left((qr)^2 - 3\right)^2 + 9(qr)^2}. \tag{7.12}$$

Die mittlere Reichweite r des Zerfallspotentials hängt stark von der Größe der beteiligten Mesonen ab und sollte im Bereich von 0.2 – 1.0 fm liegen. Es ergeben sich Werte von

$$R = 0.029 \text{ für } r = 0.2 \text{ fm} \tag{7.13}$$

und

$$R = 0.12 \text{ für } r = 1.0 \text{ fm} . \tag{7.14}$$

Der experimentelle Wert liegt zwischen 0.019 und 0.037 (1σ-Umgebung) und ist mit einer mittleren Reichweite von maximal 0.4 fm verträglich. Bei der Untersuchung der Zerfälle von Tensormesonen wurde in guter Übereinstimmung mit unserem Ergebnis ein Wert von r= (0.2 ± 0.04)fm bestimmt [127].

Abschließend sei zusammengefaßt, daß die oben bestimmten Verzweigungsverhältnisse in Einklang mit den Vorhersagen von $SU(3)_{flavor}$ sind. Die Einführung einer mittleren Reichweite des Zerfallspotentials von maximal 0.3 - 0.4 fm wird, auch im Hinblick auf die Ergebnisse der VES-Kollaboration, von unserer Messung unterstützt. Der experimentelle Wert ist sogar verträglich mit einem R von 0.027 für punktförmige Teilchen. Ausgeschlossen werden kann dagegen der in [128] vorgeschlagene Wert von 0.8 - 1.2 fm. Die Existenz des exotischen $\hat{\rho}$ kann weder aus den Daten extrahiert noch von den Daten ausgeschlossen werden.

7.3 Weiteres zum $4\pi^0\eta$-Endzustand

Zum Abschluß dieses Kapitels sollen die übrigen Massenverteilungen des $4\pi^0\eta$-Datensatzes besprochen werden. Wie oben erwähnt empfiehlt es sich, Daten, welche nicht durch einen Schnitt auf eine schmale Resonanz gewonnen wurden (wie z.B. $\pi^0\eta\eta$ und $\pi^0\pi^0\eta'$), mittels Selektionstyp II zu behandeln. Es werden nur solche Ereignisse betrachtet, die exakt eine gute kinematische Anpassung an die Hypothese $\bar{p}p \to 4\pi^0\eta$ liefern. Die weiteren Schnitte folgen der Selektion des $5\pi^0$-Endzustandes. Wie auch im $5\pi^0$-Endzustand ist eine deutliche Reduktion des kombinatorischen und des $5\pi^0$-Untergrundes zu erwarten. Auf eine detaillierte Untergrundbetrachtung wird hier jedoch verzichtet, da eine weitere Analyse der Daten über den Rahmen dieser

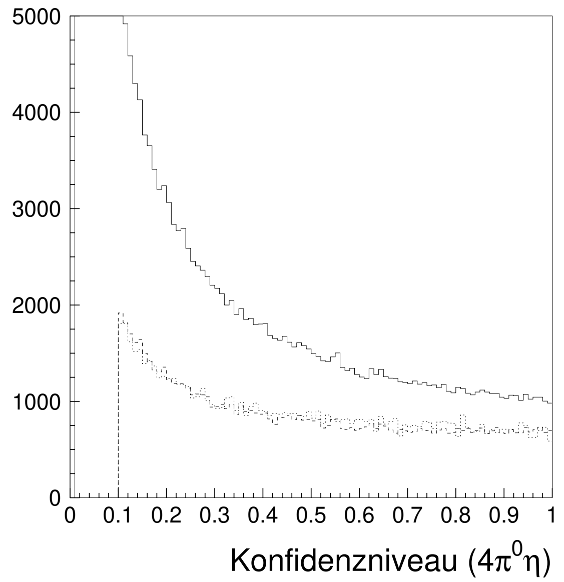

Abbildung 7.12: *Konfidenzniveau-Verteilung der $4\pi^0\eta$-Anpassung. Durchgezogen: Eingetragen ist jeweils das höchste Konfidenzniveau bei mehreren erfolgreichen Anpassungen. Gestrichelt: nach allen Schnitten (siehe Text). Gepunktet: Monte-Carlo-Ereignisse.*

Arbeit hinausgeht. Die Verteilung der Konfidenzniveaus zeigt nach der Abtrennung des $5\pi^0$-Untergrundes ein deutlich flacheres Verhalten und ist mit derjenigen der simulierten Ereignisse nahezu identisch (Abbildung 7.12).

Die $2\pi^0$-Massenverteilung (Abbildung 7.13) zeigt keine signifikanten Strukturen, der Einfluß der $\pi\pi$-S-Welle ist durch eine leichte Verschiebung der Verteilung zu hohen Massen erkennbar. Ein deutliches $a_0(980)$-Signal in der $\pi^0\eta$-Verteilung läßt auf die Präsenz dieses Mesons schließen. Die $3\pi^0\eta$-Verteilung weicht nur schwach vom Phasenraum ab, wohingegen im $4\pi^0$-Spektrum eine deutliche Erhöhung des Signals zum oberen Ende des kinematisch erlaubten Bereichs zu erkennen ist. Dies läßt auf eine starke $4\pi^0$-Dynamik zu höheren Massen hin schließen. Der eingeschränkte Phasenraum ($M_{4\pi^0} < 1330$ MeV) limitiert jedoch die Aussagekraft dieses Datensatzes.

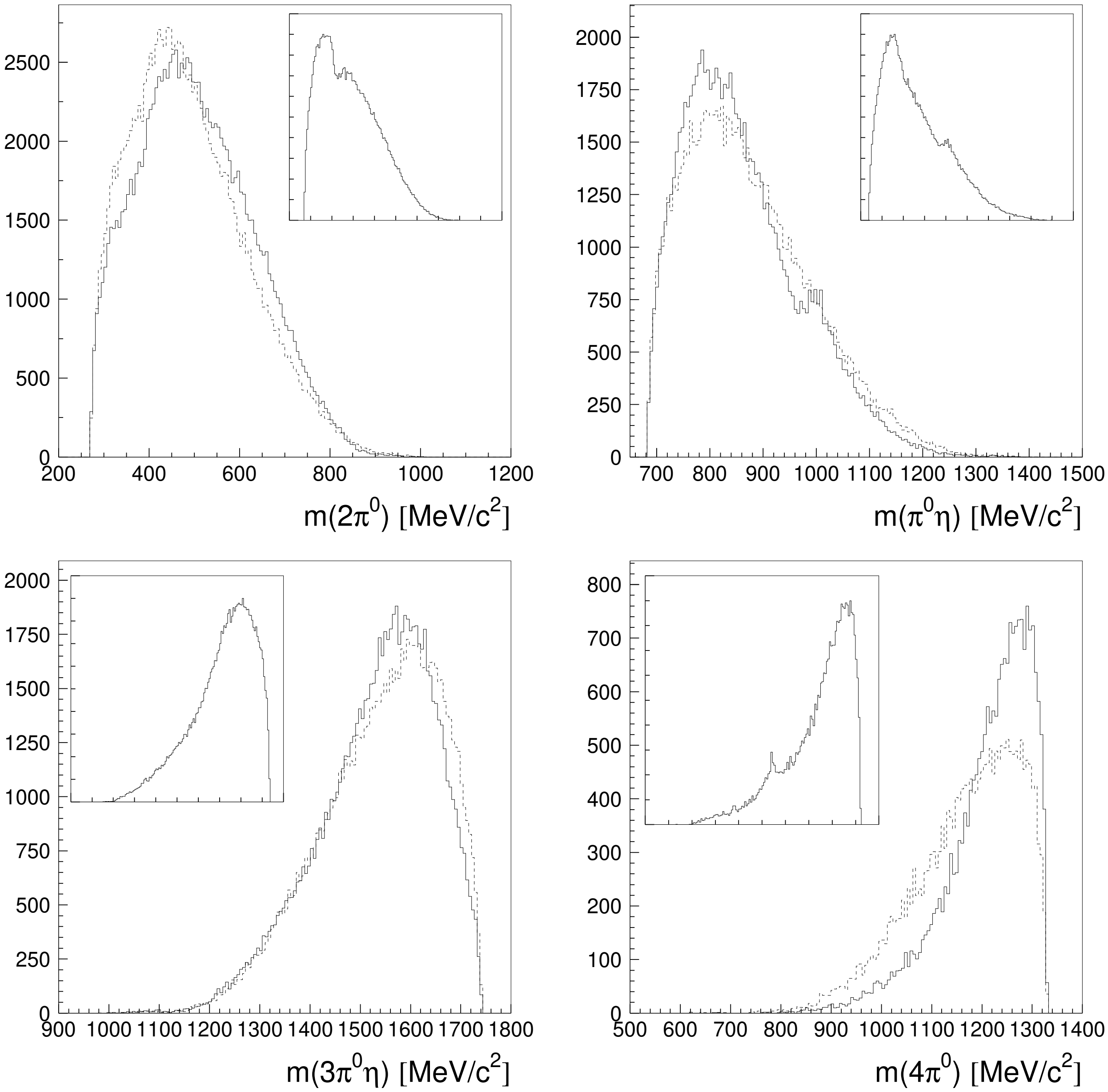

Abbildung 7.13: *Invariante Massenverteilungen des $4\pi^0\eta$-Endzustandes. Kleine Histogramme: ohne Subtraktion des $\pi^0\eta\eta$- und $\pi^0\pi^0\eta'$-Endzustandes. Große Histogramme: Daten (durchgezogen) und Monte-Carlo-Ereignisse (gestrichelt) nach Subtraktion des $\pi^0\eta\eta$- und $\pi^0\pi^0\eta'$-Signals. Die $3\pi^0$- und $2\pi^0\eta$-Massenverteilungen dieses Datensatzes wurden in Abbildung 7.1 und 7.6 gezeigt.*

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Untersuchung des 10γ-Endzustandes in der Antiproton-Proton-Vernichtung in Ruhe. Ausgangspunkt der Analysen waren Daten, die während acht Strahlzeiten am LEAR (Low Energy Antiproton Ring) des CERN mit dem Crystal Barrel Detektor genommen wurden. Die Aufzeichnung der Ereignisse erfolgte mit einem *zero-prong*-Trigger.

Der Schwerpunkt der Arbeit lag auf der Partialwellenanalyse des $5\pi^0$-Endzustandes, dessen Verzweigungsverhältnis zu

$$Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow 5\pi^0) \quad = \quad (0,71 \pm 0.10)\%$$

bestimmt wurde (ohne Ereignisse $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^0\pi^0\eta\rightarrow 5\pi^0$).

Erstmalig konnte das $f_0(1500)$ zweifelsfrei in seinem $4\pi^0$-Zerfall nachgewiesen werden, wobei dieser Zerfall sowohl über den $\sigma\sigma$- als auch über den $\pi(1300)\pi$-Zwischenzustand abläuft. Unter Verwendung einer neuen Arithmetik zur Berechnung der Verzweigungsverhältnisse ergibt sich:

$$Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1500)\pi^0\rightarrow 5\pi^0) \quad = \quad (0.084 \pm 0.018) \times 10^{-2}$$

Unter Berücksichtigung aller geladenen Zustände des Pions ist dieser Zerfallskanal etwa dreifach stärker als der $\pi\pi$-Zerfall.

Zur weiteren Beschreibung der Daten ist ein zweites skalares Objekt mit dominantem $\sigma\sigma$-Zerfall nötig, was in freien Anpassungen sehr breit wird, jedoch auch mit den Parametern M = 1320 MeV und Γ = 235 MeV verträglich ist, die aus einer Anpassung verschiedener Datensätze abgeleitet wurden. Zusätzlich sorgen ein $f_0(1750)$- und ein $\pi(1300)\sigma$-Beitrag für eine Verbesserung der Anpassung, jedoch mit wesentlich schwächerer Signifikanz.

In der Untersuchung des Zerfalls $\eta\rightarrow 3\pi^0$ im Kanal $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^0\pi^0\eta$ konnte erstmals eine von der flachen abweichende Dalitzplot-Intensitätsverteilung nachgewiesen werden. Für den Parameter α, welcher proportional zur Steigung der Intensität in Abhängigkeit vom Quadrat des Abstandes zum Dalitzplot-Zentrum ist, erhalten wir

$$\alpha \quad = \quad -0.044 \pm 0.010 \pm 0.010.$$

Dies stimmt mit anderen Experimenten überein, weicht jedoch signifikant von Rechnungen der chiralen Störungstheorie ab. Die vollständigste Rechnung sagt jedoch erstmalig einen von Null verschiedenen negativen Wert für α voraus.

Der dritte Teil dieser Arbeit befaßte sich mit der Partialwellenanalyse des $\pi^0\pi^0\eta'$-Endzustandes, dessen Verzweigungsverhältnis zu

$$Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\pi^0\pi^0\eta') = (3,2 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$$

bestimmt wurde. Dominiert wird dieser Endzustand durch ein gegen die $\pi\pi$-S-Welle zurückstoßendes η', was etwa 95% der Daten beschreibt. Der fehlende Anteil kann durch die beiden Mesonen $a_0(1450)$ und $a_2(1320)$ beschrieben werden. Die Verzeigungsverhältnisse wurden zu

$$Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}{\rightarrow}a_2(1320)\pi^0{\rightarrow}\pi^0\pi^0\eta') = (5.8 \pm 1.4) \cdot 10^{-5}$$

und

$$Br(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}{\rightarrow}a_0(1450)\pi^0{\rightarrow}\pi^0\pi^0\eta') = (12.5^{+10.0}_{-3.9}) \cdot 10^{-5}$$

bestimmt und sind verträglich mit Vorhersagen der SU(3)-Flavour-Symmetrie, verglichen mit den Zerfällen nach $\eta\pi$. Allerdings muß für die Zentrifugalbarriere ein maximaler Wechselwirkungsabstand von 0.4 fm verlangt werden.

Anhang A

Formalismus der Dalitzplot-Analyse

Es soll zunächst eine kurze Einführung in die Dalitzplot-Kinematik gegeben werden. Anschließend folgt eine Beschreibung des zur Analyse des $\pi^0\pi^0\eta'$-Datensatzes und der Parametrisierung der $\pi\pi$-S-Welle verwendeten Formalismus. Eine detaillierte Darstellung findet sich in [7] (S. 1291) und [121].

A.1 Die Dalitzplot-Kinematik

Ein Endzustand bestehend aus drei pseudoskalaren Mesonen ist durch zwölf kinematische Variablen, den drei Viererimpulsen, vollständig beschrieben. Unter Ausnutzung der Viererimpulserhaltung reduziert sich die Zahl auf acht. Über die „Massenschalenbedingung“ sind zeitliche und räumliche Komponenten des Viererimpulses miteinander verknüpft, was die Anzahl der unabhängigen Größen auf fünf reduziert. Im Falle der Proton-Antiproton-Annihilation in Ruhe ist keine Raumrichtung ausgezeichnet. Zwei durch eine beliebige Drehung ineinander überführbare Ereignisse unterscheiden sich nicht in ihrer physikalischen Aussagekraft. Da eine beliebige Drehung durch drei Winkel (z.B. die drei Euler-Winkel) parametrisiert werden kann, verbleiben zwei unabhängige kinematische Größen, die das Ereignis vollständig beschreiben.

Der Dalitzplot entsteht durch gegenseitiges Auftragen von zwei der drei möglichen invarianten Massenquadrate, beispielsweise m_{12}^2 und m_{13}^2 (siehe Abbildung A.1). Das dritte invariante Massenquadrat kann nach Gleichung A.1 berechnet werden.

$$m_{23}^2 = m^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 - m_{12}^2 - m_{13}^2 \tag{A.1}$$

Mit $m = \sqrt{s}$ wird die gesamte zur Verfügung stehende invariante Masse des Anfangszustandes bezeichnet.

Der Wirkungsquerschnitt, gegeben in Dalitzplot-Variablen, berechnet sich zu

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{1}{32m^3}|M|^2 dm_{12}^2 dm_{13}^2. \tag{A.2}$$

Aus Gleichung A.2 wird anhand der Gestalt des Phasenraumfaktors sofort ersichtlich, daß die Abwesenheit dynamischer Prozesse (phasenraumverteilte Ereignisse) eine gleichförmige Intensitätsverteilung im Dalitzplot bewirkt. Abweichungen davon deuten auf dynamische Prozesse hin. Bänderartige Strukturen, also Anhäufungen von Intensität in einem Bereich mit

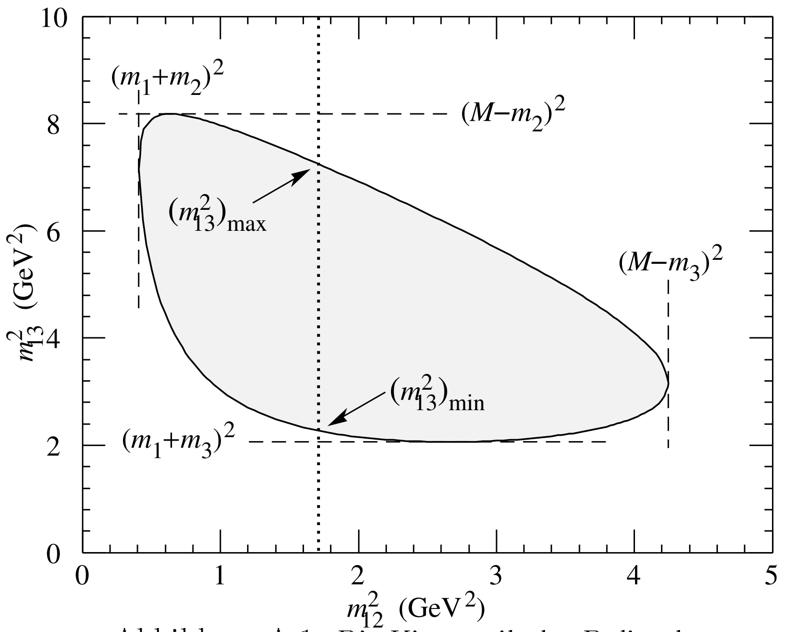

Abbildung A.1: *Die Kinematik des Dalitzplots.*

m_{ij}^2 = const., deuten auf Resonanzen mit einer Masse m_{ij} hin. Zur Bestimmung der Spinquantenzahl dieser Resonanz kann die relative Intensitätsschwankung entlang eines Bandes mit dem Zerfallswinkel im Ruhesystem der Resonanz in Zusammenhang gebracht werden. Es besteht eine lineare Abhängigkeit zwischen m_{13}^2 und dem Zerfallswinkel θ_{12} gemäß Gleichung A.3.

$$\cos\theta_{12} \quad = \quad \frac{2m_{13}^2 - (m_{13}^2)_{min} - (m_{13}^2)_{max}}{(m_{13}^2)_{min} - (m_{13}^2)_{max}} \tag{A.3}$$

Die Größen $(m_{13}^2)_{min}$ und $(m_{13}^2)_{max}$ sind die kinematischen Grenzen für m_{13} in Abhängigkeit von der Masse m_{12} und werden folgendermaßen berechnet:

$$(m_{13}^2)_{min} = (E_1^* + E_3^*)^2 - \left(\sqrt{E_1^{*2} - m_1^2} + \sqrt{E_3^{*2} - m_3^2}\right)^2 \tag{A.4}$$

$$(m_{13}^2)_{max} = (E_1^* + E_3^*)^2 - \left(\sqrt{E_1^{*2} - m_1^2} - \sqrt{E_3^{*2} - m_3^2}\right)^2 \tag{A.5}$$

mit

$$E_1^* = \frac{m_{12}^2 + m_1^2 - m_2^2}{2m_{12}} \tag{A.6}$$

$$E_3^* = \frac{M^2 - m_{12}^2 - m_3^2}{2m_{12}} \tag{A.7}$$

Es sei bemerkt, daß durch Interferenzen verschiedener Resonanzen die Intensität entlang eines Bandes von der idealen theoretischen Winkelverteilung im allgemeinen abweicht.

A.2 Die Übergangsamplitude

Ziel einer Dalitzplot-Analyse ist, eine physikalisch motivierte Funktion zu finden, die die relative Dichteverteilung (Intensitätsverteilung) beschreiben kann. Diese Funktion enthält üblicherweise

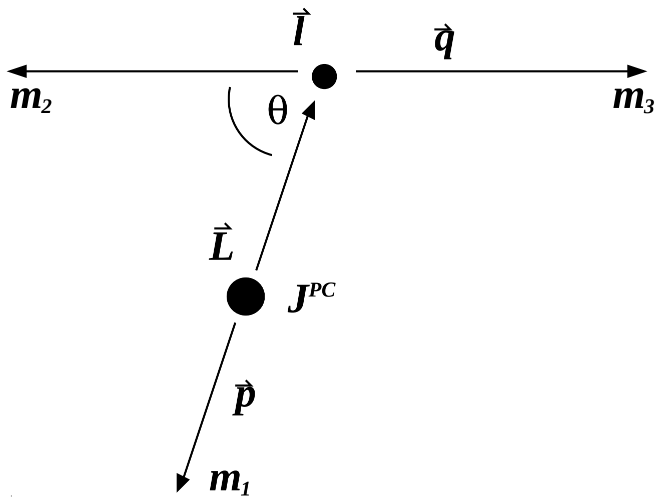

Abbildung A.2: *Definition der Variablen im Gottfried-Jackson-System.*

freie Parameter, durch deren Anpassung an die Daten Informationen über dynamische Prozesse gewonnen werden können.

In dieser Arbeit wird das Isobarenmodell verwendet. Danach wird das Dreikörperproblem als Folge von Zweikörperzerfällen behandelt. Das $\bar{p}p$-System geht zunächst in eine Resonanz und ein Zuschauermeson über. Im anschließenden Prozeß zerfällt die Resonanz weiter in zwei Mesonen. Zur Beschreibung dieses Prozesses müssen Drehimpuls l und Isospin $|I, I_3\rangle$ der Resonanz vorgegeben werden. Da hier nur neutrale Endzustände vorkommen, gilt $I_3 = 0$. Tauchen im Endzustand nur pseudoskalare Mesonen auf, bestimmt der relative Bahndrehimpuls L zwischen Resonanz und Rückstoßmeson die möglichen Quantenzahlen $I^G(J^{PC})$ des $\bar{p}p$-Systems (siehe auch Abbildung A.2). Bei der Beschränkung auf zunächst nur einen Anfangszustand ergibt sich die Dichteverteilung im Dalitzplot als Quadrat einer unter Austausch gleicher Teilchen symmetrischen Amplitude $A_{J^{PC}}$. Unter Annahme der Faktorisierbarkeit von Drehimpulseigenschaften und Dynamik folgt:

$$A_{J^{PC}}(\vec{p},\vec{q}) \;=\; \sum_{L,l}\sum_{perm} Z_{J,L,l}(\vec{P},\vec{Q}) \cdot F_l(\vec{q}) \cdot D^L(\vec{p}) \tag{A.8}$$

mit

$$\vec{P} \;=\; \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} \quad \text{und} \quad \vec{Q} \;=\; \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|}. \tag{A.9}$$

Die Funktion $Z_{J,L,l}(\vec{P},\vec{Q})$ beschreibt die Winkelabhängigkeit, $F_l(\vec{q})$ dynamische Prozesse und $D^L(\vec{p})$ die Drehimpulsbarriere zwischen Resonanz und Rückstoßmeson. Die Gesamtintensität wird aus der Summe der Intensitäten, die durch die einzelnen Anfangszustände entstehen, gebildet:

$$I(X,Y)_i \;=\; \sum_{J^{PC}} \mid A_{J^{PC}}(X,Y) \mid^2 \tag{A.10}$$

Aus praktischen Gründen wird im folgenden die Amplitude und Intensitätsverteilung als Funktion der Dalitzplot-Variablen $X = m_{12}^2$ und $Y = m_{13}^2$ geschrieben. Es fällt auf, daß Gleichung A.10 keinen Phasenraumfaktor enthält. Aus Gleichung A.2 wird jedoch ersichtlich, daß eine in den Dalitzplot-Variablen beschriebene Intensitätsverteilung einen von X und Y unabhängigen, also konstanten Phasenraumfaktor besitzt. Die Summe über Intensitäten in Gleichung A.10 unterdrückt Interferenzen zwischen verschiedenen Anfangszuständen. Prinzipiell könnten diese durch Messung der atomaren Kaskade bei extrem hoher Energieauflösung getrennt werden.

Die Daten liegen oft als in Zellen eingeteilter Dalitzplot vor. Zum Vergleich mit dem Modell muß die theoretische Intensität noch über eine Dalitzplot-Zelle integriert werden. In der Praxis wird das Integral durch eine Summe ersetzt. Pro Zelle werden dann M Zufallszahlen ermittelt und anschließend gemittelt:

$$I_{Zelle} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I(X_i, Y_i) \qquad \text{(A.11)}$$

Weisen die Daten keine starken Strukturen auf, ist die Statistik gering oder die Zelleneinteilung sehr fein, genügt es, die Intensität im Zentrum der Zelle zu berechnen.

Die Bestimmung der Modellparameter erfolgt über die Minimierung der in Gleichung A.12 definierten χ^2-Funktion.

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{N} \left(\frac{I_k^{exp} - I_k^{theo}}{\sigma_k} \right)^2 \qquad \text{(A.12)}$$

Die Summe erstreckt sich über N Dalitzplot-Zellen und σ_k ist der Gesamtfehler des Ausdrucks im Zähler (z.B. der statistische Fehler). Zur Bestimmung des Extremums von Ausdruck A.12 dient das am Institut für Strahlen- und Kernphysik in Bonn entwickelte Programm PWA++ (siehe dazu auch Anhang. B).

A.3 Die Spin-Paritäts-Funktion

Wie oben erwähnt, besitzt eine Resonanz einen definierten Spin l und relativen Drehimpuls L zum Rückstoßmeson. Die am häufigsten verwendeten Methoden zur Bestimmung von $Z_{J,L,l}$ sind der Zemachformalismus [129] und der Helizitätsformalismus [130]. Der hier benutzte Zemachformalismus basiert auf der Darstellung der Drehimpulsfunktionen durch Tensoren. Zunächst wird aus dem relativen Impuls-Einheitsvektor $\vec{Q}$ der beiden aus dem Zerfall der Resonanz stammenden Mesonen ein Tensor l-ter Stufe gebildet. Für $l = 1$ entsprechen die Tensorkomponenten den sphärischen Komponenten eines Vektors. Unter räumlichen Drehungen zeigt das Objekt ein korrektes Transformationsverhalten. Analog wird aus P ein Tensor L-ter Stufe konstruiert. Die beiden Drehimpulse l und L koppeln zum Gesamtdrehimpuls J des $\bar{p}p$-Systems. Es wird entsprechend das Tensorprodukt der beiden Tensoren l-ter und L-ter Stufe gebildet und zum Gesamttensor der Stufe J verjüngt. Die skalare Winkelabhängigkeit ergibt sich aus dem direkten Produkt des Tensors mit seinem komplex konjugierten Tensor und anschliessender vollständiger Verjüngung. Durch die Verwendung der Einheitsvektoren $\vec{P} = \vec{p}/|\vec{p}|$ und $\vec{Q} = \vec{q}/|\vec{q}|$ sind die Drehimpulsbarrieren nicht im Zemachtensor enthalten. Sie werden in der dynamischen Amplitude und dem Ausdruck $D_L(\vec{p})$ berücksichtigt.

A.4 Die dynamische Amplitude

Die Existenz von Resonanzen ist ein vielbeobachtetes Phänomen in der starken Wechselwirkung. Es existieren zwei Modelle, die verschiedenen Sichtweisen des Zustandekommens von Resonanzen bei der $\bar{p}$p-Annihilation entsprechen. Im Modell von Watson [131] werden die drei Endzustandsmesonen zunächst phasenraumverteilt erzeugt und wechselwirken anschließend miteinander, wobei bestimmte Konfigurationen bevorzugt werden. Diese Wechselwirkung entspricht einer Streuung der Teilchen.

Im Isobarenmodell von Jackson [132] wird der Prozeß als sequentieller Zweikörperzerfall betrachtet. Aus dem $\bar{p}$p-System wird direkt eine Resonanz und ein Meson erzeugt. Im zweiten Schritt zerfällt die Resonanz. Die Verbindung zum Watson-Modell wird in [132] gezeigt.

Vor der Formulierung des eigentlichen Produktionsprozesses wird kurz auf die Formulierung von Streuproblemen eingegangen. Zunächst wird der Streuprozeß zweier Teilchen $ab \rightarrow cd$ betrachtet. Die Übergangsamplitude, die Anfangs- und Endzustand miteinander verknüpft, wird allgemein durch die Streumatrix S ausgedrückt.

$$S_{fi} \quad = \quad \langle f|S|i\rangle \tag{A.13}$$

Die Dimension der Matrix S ist durch die Anzahl der am Streuprozeß beteiligten offenen Kanäle gegeben. In einem Streuprozeß ist offensichtlich die gesamte auslaufende Intensität gleich der einfallenden. Sei nun $|f\rangle = S|i\rangle$ der durch Streuung aus $|i\rangle$ hervorgegangene Zustand. Intensitätserhaltung verlangt, daß die Norm des Zustands vor und nach der Streuung identisch sind. Das ergibt:

$$\langle i|i\rangle \quad = \quad N = \langle i|S^\dagger S|i\rangle, \tag{A.14}$$

woraus die Unitarität von S ($SS^\dagger = S^\dagger S = \mathbb{1}$) folgt. Die Abspaltung des nichtwechselwirkenden Anteils von S erfolgt durch die Einführung der T-Matrix:

$$S \quad = \quad \mathbb{1} + 2iT \tag{A.15}$$

Die Ausnutzung der Unitarität von S ergibt

$$ImT \quad = \quad T^\dagger T. \tag{A.16}$$

Um eine einfache unitäre Parametrisierung der S-Matrix zu erhalten, wird die K-Matrix (oder M-Matrix) eingeführt durch

$$M = K^{-1} \quad = \quad T^{-1} + i\mathbb{1}. \tag{A.17}$$

Durch M ausgedrückt, erhält die Streumatrix folgende Gestalt:

$$S \quad = \quad (M - i\mathbb{1})^{-1}(M + i\mathbb{1}) \tag{A.18}$$

Aus der Forderung nach Zeitumkehrinvarianz läßt sich folgern, daß K reell und symmetrisch ist. Um eine Lorentz-invariante Amplitude aus T zu gewinnen, wird der Streuprozeß im Schwerpunktsystem betrachtet und die entsprechenden Phasenraumfaktoren ρ absepariert:

$$T \quad = \quad \{\rho^\dagger\}^{1/2}\hat{T}\{\rho\}^{1/2} \tag{A.19}$$

Bei n offenen Kanälen hat ρ die Form einer Diagonalmatrix:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \rho_n \end{pmatrix} \tag{A.20}$$

Die Diagonalelemente stehen in Zusammenhang mit dem Relativimpuls des Zweikörperanfangs- oder Endzustandes durch

$$\rho_1 = \frac{2q_i}{m} \ , i = 1, ..., n \tag{A.21}$$

mit

$$\rho_i = \sqrt{\left[1 - \left(\frac{m_a + m_b}{m}\right)^2\right] \cdot \left[1 - \left(\frac{m_a - m_b}{m}\right)^2\right]}, \tag{A.22}$$

wobei $m = \sqrt{s}$ die Schwerpunktsenergie ist. Für den Endzustand sind m_a und m_b durch m_c und m_d zu ersetzen. Analog zu $\hat{T}$ wird $\hat{K}$ definiert:

$$K = \{\rho^\dagger\}^{1/2} \hat{K} \{\rho\}^{1/2} \tag{A.23}$$

$$\Rightarrow \hat{T} = \frac{\hat{K}}{1 - i\rho\hat{K}} \tag{A.24}$$

Bis jetzt ist nichts über die explizite Parametrisierung der K-Matrix gesagt worden. Resonanzen werden durch Pole im unphysikalischen Blatt der T-Matrix beschrieben [133]. Pole der T-Matrix können einfach durch ein konstantes K-Matrixelement erreicht werden. Die Energieabhängigkeit ist durch den Phasenraum gegeben. Demgegenüber können auch schnell mit der Energie variierende K-Matrixelemente betrachtet werden, die eine resonante Phasenbewegung verursachen. Nach Au, Morgan und Pennington [134] unterscheiden sich beide Möglichkeiten in ihrem dynamischen Charakter. Die erste Parametrisierung soll schwache Austauschkräfte, die beispielsweise die Bildung von Meson-Molekülen verursachen, beschreiben. Die zweite Parametrisierung soll für Kräfte auf Quarkniveau verantwortlich sein. Dominieren Resonanzen den Endzustand, kann die K-Martix wie folgt parametrisiert werden (die Summe erstreckt sich über die in dieser Partialwelle möglichen Resonanzen):

$$\hat{K}_{ij} = \sum_\alpha \frac{g^0_{\alpha i} g^0_{\alpha j} B^l_{\alpha i}(q_i, q_{\alpha_i}) B^l_{\alpha j}(q_i, q_{\alpha_i})}{m^2_\alpha - m^2} + c_{ij} \tag{A.25}$$

Die Indizes i und j bezeichnen die verschiedenen Kanäle von Anfangs- und Endzustand. Durch die Verwendung der additiven Konstanten c_{ij} kann zum einen die Form des Resonanzpeaks verändert werden (c_{11}, c_{22},...), aber auch für zusätzliche Inelastizität gesorgt werden (c_{ij}, $i \neq j$). Die Kopplungsstärke $g^0_{\alpha i}$ des Pols α an den Kanal i ist gegeben durch

$$g^0_{\alpha i} = \sqrt{\frac{m_\alpha \tilde{\Gamma}_{\alpha i}}{\rho_i(m_\alpha)}}. \tag{A.26}$$

Die Drehimpulsbarrieren B^l werden als Quotient aus Blatt-Weiskopf-Faktoren D^l parametrisiert [126].

$$B^l_{\alpha i} = \frac{D^l(q_i)}{D^l(q_{\alpha i})} \tag{A.27}$$

Für $l = 0{,}1$ und 2 ist die explizite Gestalt gegeben durch

$$D^0(q) = 1, \tag{A.28}$$

$$D^1(q) = \sqrt{\frac{2(q/q_R)^2}{(q/q_R)^2+1}}, \tag{A.29}$$

$$D^2(q) = \sqrt{\frac{13(q/q_R)^4}{((q/q_R)^2-3)^2+9(q/q_R)^2}}. \tag{A.30}$$

Der Impuls q_R entspricht dem Annihilationsradius. Dieser wurde bisher meist gleich 1 fm gewählt, was einem q_R von 197.3 MeV/c entspricht. Es wurde jedoch anhand der Zerfälle von Tensormesonen gezeigt, daß eher ein kleinerer Abstand von (0.2 ± 0.04) fm realistisch ist [127] (siehe dazu auch Kap. 7.2.2). Das bedeutet ein q_R von ungefähr 1000 MeV/c. Im Grenzfall $q_R \rightarrow \infty$ werden die Blatt-Weiskopf-Faktoren proportional zu q^l, was punktförmigen Teilchen entspricht.

Bei nur einer Resonanz, die an nur einen offenen Kanal koppeln kann, reduziert sich die T-Matrix auf einen relativistischen Breit-Wigner:

$$\hat{T} = \frac{m_0\Gamma^0}{m_0^2 - m^2 - i m_0 \Gamma(m)} (B^l(q,q_0))^2 \tag{A.31}$$

mit

$$\Gamma^0 = \frac{\tilde{\Gamma}}{\rho(m_0)} \tag{A.32}$$

und

$$\Gamma(m) = \Gamma^0 \cdot \left(\rho(m) \cdot (B^l(q,q_0))^2\right). \tag{A.33}$$

Hierbei sind $\tilde{\Gamma}$ die totale Breite und m_0 die Masse der Resonanz. Wie zu erkennen ist, variiert die Breite $\Gamma(m)$ im Nenner mit der Schwerpunktenergie m.

Als nächster Schritt soll der Produktionsprozeß in die Beschreibung aufgenommen werden. Der hier verwendete Formalismus wurde von Aitchison [120] vorgeschlagen. Die Streuamplitude $\hat{T}$ wird ersetzt durch die Lorentz-invariante Übergangsamplitude $\hat{F}$ mit

$$\hat{F} = (\mathbb{I} - i\rho\hat{K})^{-1}\hat{P} \tag{A.34}$$

und dem Produktionsvektor

$$\hat{P} = \sum_\alpha \frac{\beta^0_\alpha g^0_{\alpha i} B^l_{\alpha i}(q,q_\alpha)}{m^2_\alpha - m^2}, \quad \beta^0_\alpha = \beta_\alpha\sqrt{m_\alpha\Gamma^0_\alpha}. \tag{A.35}$$

Hier ist β_α eine komplexwertige, dimensionslose Kopplung, die an die Daten angepaßt werden muß. Die dynamische Amplitude $F_l(q)$ aus Gleichung A.8 entspricht der Lorentz-invarianten Übergangsamplitude $\hat{F}$. Pro Anfangszustand kann ein β rein reell gewählt werden, da nur relative Phasen meßbar sind.

Das Besondere des P-Vektor-Ansatzes ist die Verknüpfung von T-Matrix und F-Vektor über die K-Matrix. Durch die Unitaritätsrelation werden also auch Einschränkungen an den Produktionsmechanismus gemacht. Dieses Konzept hat sich in früheren Arbeiten als nützlich erwiesen und erlaubt eine parallele Anpassung von Produktions- und Streudaten [40–42].

Anhang B

Struktur des Datenanalyseprogramms PWA++

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Programm zur Datenanalyse in der Sprache C++ entwickelt. Es ermöglicht einerseits, mehrere Datensätze gleichzeitig anzupassen. Weiterhin werden diese Datensätze auf mehrere Prozessoren verteilt, was eine deutliche Verringerung der Gesamtrechendauer bewirkt. Durch die Verwendung der Sprache C++ ist eine komfortable Anpassung dieses Programms an verschiedene physikalische Prozesse und Fragestellungen möglich. Verwendung findet PWA++ derzeit bei der Analyse von Crystal Barrel Daten auf unterschiedlichen Endzuständen.

In Anlehnung an Anhang A sind neben den vollständigen Winkelverteilungen für Endzustände mit drei pseudoskalaren Mesonen folgende Amplituden implementiert:

- Breit-Wigner-Funktion
- 1×1 K-Matrix
- 2×2 K-Matrix
- 2×2 K-Matrix mit additiver Konstante c_{ij}
- konstante Amplitude für Akzeptanzkorrekturen

Es kann mit folgenden Minimierungsmethoden gearbeitet weden:

- χ^2-Anpassung
- $\ln\mathcal{L}$-Anpassung
- gebinnte $\ln\mathcal{L}$-Anpassung (erweiterte Likelihood-Methode)

Um das Programm schnell auf andere physikalische Amplituden anpassen zu können, wurde über die Funktion give_weight() eine Schnittstelle definiert. Zwei C++-Klassen sorgen weiterhin für die Verwaltung der physikalischen Daten und der Parameter. Die Parallelisierung des Programms ist von der jeweiligen Implementation dieser Klassen unabhängig. Da PWA++ insbesondere auf lokalen Rechnernetzwerken (LAN) lauffähig sein soll, wurde die Verwaltung der

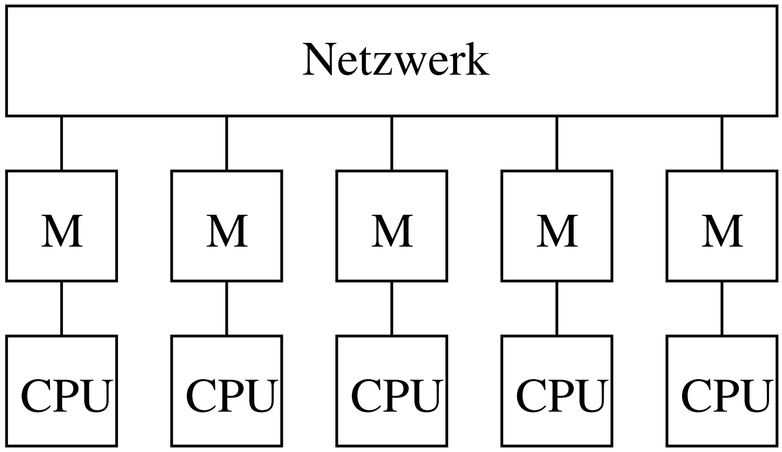

Abbildung B.1: *Netzwerkkonfiguration nach dem NORMA-Prinzip.*

Daten auf das Vorhandensein eines eigenen schnellen Zugriffsspeichers für jeden Knoten angepaßt. Dies optimiert PWA++ zusätzlich für parallele Rechnerarchitekturen, die nach dem Prinzip des verteilten Speichers arbeiten (NORMA: No Remote Memory Access). Der Adressraum beschränkt sich hierbei nur auf einen jedem Prozessor lokal zugeordneten Ausschnitt des Speichers (siehe auch Abbildung B.1). Zugriffe auf anderen Prozessoren zugeteilten Speicher sind nur über expliziten Informationsaustausch (message passing) möglich. Eine ausführliche Darstellung über parallele und verteilte Architekturen für numerische Anwendungen ist in [135] zu finden. Parallelrechner dieser Architektur sind z.B. die Intel-Paragon oder die CRAY T3E.

Um die Portabilität von PWA++ zu gewährleisten, wurde zur Realisierung der Kommunikation zwischen den Prozessoren auf die mittlerweile als Standard akzeptierte Bibliothek MPI (Message Passing Interface) zurückgegriffen. So wird die Lauffähigkeit des Programms auf allen gängigen Architekturen und Betriebssystemen garantiert. Ausführliche Informationen sowie Dokumentationen und Quellcodes zu MPI sind im WWW (World Wide Web) unter „http://www.erc.msstate.edu/mpi/“ zu finden.

In Abbildung B.2 ist schematisch der Programmablauf und die Kommunikation zwischen den einzelnen Prozessoren dargestellt. Zu Beginn wird PWA++ auf allen Prozessoren gestartet. Dem Prozessor 0 kommt die Aufgabe der Ablaufsteuerung zu. Zunächst liest er aus einer Datei Informationen über Anzahl der Datensätze und dazugehörige Anpassungsparameter ein. In einer ersten Kommunikationsphase, durch Doppelpfeile dargestellt, wird eine dynamische Verteilung der Datensätze auf die einzelnen Knoten aus der derzeitigen Prozessorauslastung ermittelt. Weiterhin werden alle zur Berechnung der physikalischen Amplitude nötigen Informationen wie die Anpassungsparameter an alle Knoten verschickt. Im darauffolgenden Programmabschnitt erfolgt das Einlesen der physikalischen Daten von einem zentralen Speichermedium in den lokalen Speicher. Die Steuerung des Minimierungsalgorithmus wird über eine Schnittstelle des Knoten 0 vom Programmpaket MINUIT [70] ausgeführt. Dazu wird die mit 'I' gekennzeichnete Schleife sukzessiv durchlaufen. Zunächst werden die von MINUIT neu bestimmten Parameter an Knoten 0 übergeben, der sie dann an alle Knoten 1 bis N verschickt. Danach erfolgt die Berechnung der zu minimierenden Funktion auf den Teildatensätzen. Die Teilergebnisse werden vom Knoten 0 eingesammelt, verarbeitet und an MINUIT übergeben. Aus dem Funktionswert kann MINUIT neue Parameter bestimmen.

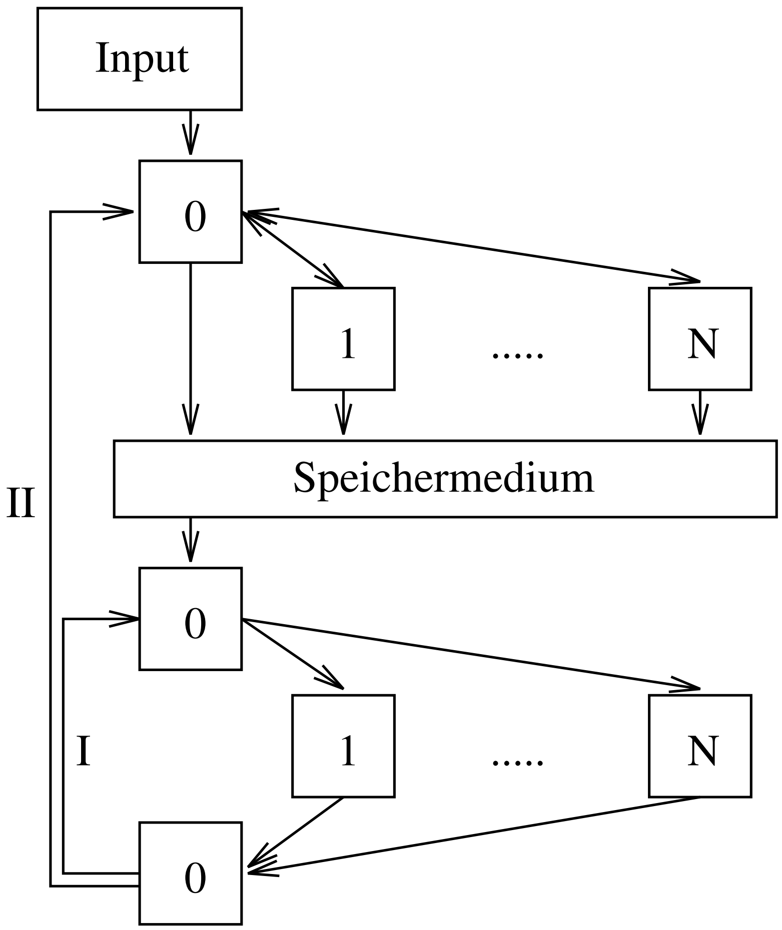

Abbildung B.2: *Flußdiagramm für das Programm PWA++.*

Oft schwankt die Prozessorauslastung, falls ein oder mehrere Prozessoren nicht nur einem Benutzer zugeteilt sind, was in Client-Server-Umgebungen oft der Fall ist. Um eine dynamische Anpassung der Datenverteilung auch während des Programmablaufs zu ermöglichen, wird nach festen Zeiten die Schleife 'II' durchlaufen und eine Neuverteilung der Daten festgelegt. Zum Ende des Programmablaufs werden von Knoten 0 Histogramme und weitere Informationen ausgegeben.

Um die Effektivität der Parallelisierung von PWA++ zu untersuchen, wird die Geschwindigkeitszunahme des Programmablaufs in Abhängigkeit von der Anzahl der verwendeten Prozessoren bestimmt (Abbildung B.3). Dazu wird ein Datensatz verwendet, welcher aus insgesamt 246 Datenpunkten besteht. Da im Normalfall die typische Ereigniszahl bei mehreren Tausend Datenpunkten liegt, wird somit die Zeit für den Nachrichtenaustausch im Verhältnis zur Rechenzeit für die Amplitudenbestimmung überbewertet. Bei realistischen Datensätzen ist ein noch günstigeres Verhalten zu erwarten. Dennoch ist auch unter diesen Bedingungen die Geschwindigkeitszunahme äußerst zufriedenstellend.

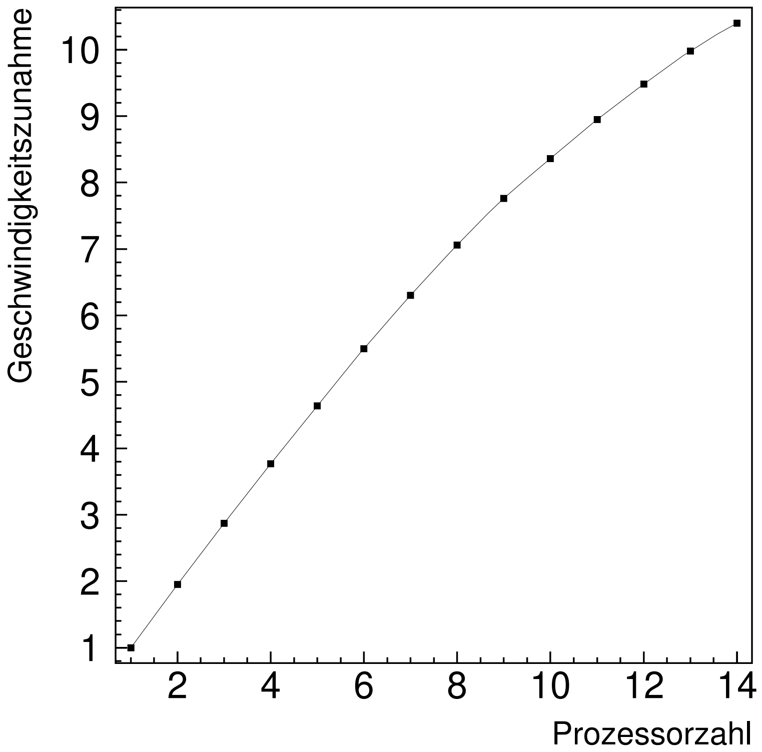

Abbildung B.3: *Geschwindigkeitszunahme in Abhängigkeit von der Prozessorzahl.*

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] Ph. De Forcrand et al., Phys. Lett. **B152** (1985) 107

[2] C. Michael, M. Teper, Nucl. Phys. **B314** (1989) 347

[3] G. Bali et al., Phys. Lett. **B309** (1993) 378

[4] D. Weingarten, Nucl. Phys. **B34** (1994) 29

[5] A. Kirk, Proceedings of the Hadron '95 Conference, Manchester 1995, World Scientific (1995) 127

[6] M. Boutemeur, M. Poulet, Hadron '89, ed. F. Binon, J.M. Frère, J.P. Peigneux - (Ed. Frontières 1989) 119

[7] Review of Particle Physics, Phys. Rev. **D50** (1994) 1479

[8] V.V. Anisovich et al., Phys. Lett. **B323** (1994) 233

[9] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B340** (1995) 259

[10] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B342** (1995) 433

[11] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B353** (1995) 571

[12] A. Abele et al., Observation of $f_0(1500)$ decay into $K_L K_L$, eingereicht bei Phys. Lett. B

[13] C. Amsler, F. Close, Phys. Lett. **B353** (1995) 385

[14] C. Amsler, F. Close, Phys. Rev **D53** (1996) 295

[15] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B333** (1994) 271

[16] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B297** (1992) 214

[17] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B311** (1993) 371

[18] E. Klempt, J.G. Körner, F. Walter, Z. Phys **A354** (1996) 67

[19] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B352** (1995) 187

[20] E. Aker et al., Phys. Lett. **B260** (1991) 249

[21] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B311** (1993) 362

[22] I. Augustin et al., Nucl. Phys. **A558** (1993) 3c

[23] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B322** (1994) 431

[24] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B327** (1994) 425

[25] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B333** (1994) 277

[26] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B358** (1995) 389

[27] A. Abele et al., Phys. Lett. **B380** (1996) 453.

[28] J. Adomeit et al., Z. Phys. **C71** (1996) 227

[29] E. Aker et al., Nucl. Instr. Meth. **A321** (1992) 69

[30] S. van der Meer, Stochastic damping of betatron oscillations, CERN/ISR-Po/72-31 (1972)

[31] G. Reifenröther, Dissertation, Universität Mainz (1989)

[32] A. Steinmetz, Diplomarbeit, Universität Mainz (1987)

[33] C.J. Batty, Nucl. Phys. **A601** (1996) 425

[34] J. Carbonell, G. Ihle, J.M. Richard, Z. Phys. **A334** (1989) 329

[35] R. L. Gluckstern, Nucl. Instr. Meth. 24 (1963) 381

[36] C. Straßburger, Diplomarbeit, Universität Mainz (1990)

[37] R. Brun, J. Zoll, ZEBRA user's guide, CERN Program Library Q100(1987)

[38] P. Illinger, Diplomarbeit, Ludwigs Maximilians Universität, München (1990)

[39] G. Folger, M. Doser, C. Voelcker, CB-Note 121;
M. Burchell, M. Doser, C. Voelcker, CB-Note 118;
P. Hidas, G. Pinter, CB-Note 138;
F.H. Heinsius, T. Kiel, P. Schmidt, CB-Note 92 Rev.12;
C. A. Meyer, CB-Note 93;
F.H. Heinsius, CB-Note 122

[40] R. Hackmann, Dissertation, Universität Mainz (1994)

[41] J. Brose, Dissertation, Universität Mainz (1994)

[42] S. Spanier, Dissertation, Universität Mainz (1994)

[43] M. Benayoun, private Mitteilung (Minutes der Crystal Barrel Kollaboration März '95)

[44] L. Lyons, Statistics for nuclear and particle physicists, Cambridge University Press 1986

[45] I.N. Bronstein, K.A.Semendjajew, Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch 1987

[46] P.Hidas, Kinematic Fitting Software, KFKI Budapest, 1992

[47] U. Thoma, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 1993

[48] G. Grayer et al., Proc. 4th Int. Conf. on high-energy collisions, Oxford, 1972, vol.2, 26

[49] B. Hyams et al., Nucl. Phys. **B64** (1973) 134

[50] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B346** (1995) 363

[51] C. Amsler et al., Z. Phys. **C58** (1993) 175

[52] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B319** (1993) 373

[53] R. Armenteros, B. French, *High Energy Physics* Vol IV (1969), ed. E.H.S. Burhop (New York: Academic)

[54] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B355** (1995) 425

[55] P. Illinger, Dissertation, Universität München (1994)

[56] H.-P. Dietz, Dissertation, Universität München (1994)

[57] Bettini et al., Nuovo Cimento **A42** (1966) 695

[58] D. Bridges, I. Daftari, T.E. Kalogeropoulos, Phys. Rev. Lett. **57** Nr. 13 (1986) 1534

[59] M. Gaspero, Nucl. Pys. **A562** (1993) 407

[60] A. Adamo et al., Nucl. Phys. **A558** (1993) 13c

[61] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B 291** (1992) 347

[62] T.A. Armstrong et al., Phys. Lett. **B307** (1993) 394

[63] D.V. Bugg et al., Phys. Lett. **B353** (1995) 378

[64] R.M. Baltrusaitis et al., Phys.Rev. **D33** (1986) 1222

[65] D. Bisello et al., Phys. Rev. **D39** (1989) 701

[66] S. Abatzis et al., Phys. Lett. **B324** (1994) 509

[67] T. Greenshaw, Proceedings of the Hadron '95 Conference, Manchester 1995, World Scientific (1995) 92

[68] A. Kirk, Proceedings of the Hadron '95 Conference, Manchester 1995, World Scientific (1995) 120

[69] R. Barlow, Statistics, John Wiley & Sons (1995) ISBN 0 471 92294 3

[70] F. James et al., MINUIT Function Minimization and Error Analysis, CERN-D506, CERN 1994

[71] M. Herz, Private Mitteilung

[72] C.A. Meyer, The analysis of $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-3\pi^0$ in the $\pi^+\pi^-6\gamma$ final state (Part 2), CB-note 221, Carnegie Mellon Universität (1993)

[73] M. Herz, LEAP 1996, Dinkelsbühl, Deutschland

[74] R.T. Deck, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 169

[75] G. Bellini et al., Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 1697

[76] M. Zielinski et al., Phys. Rev. **D30** (1984) 1855

[77] D.V. Amelin et al., Phys. Lett. **B356** (1995) 595

[78] C. Daum et al., Nucl. Phys. **B182** (1981) 269

[79] Bonesini et al., Phys. Lett. **B103** (1981) 75

[80] D.V. Bugg, A.V. Sarantsev, B.S. Zou, Coupled Channel Analysis of High Statistics Data on $3\pi^0$, $\eta\eta\pi^0$ and $\eta\pi^0\pi^0$., CB-note 289, Queen Mary and Westfield College, London (1996), eingereicht bei Nucl. Phys. B

[81] M. Svec et al., Phys. Rev. **D45** (1992) 55

[82] V.V. Anisovich, D.V. Bugg, A.V. Sarantsev and B.S. Zou, Phys. Rev. **D50** (1994) 4412

[83] V.V. Anisovich, D.V. Bugg, A.V. Sarantsev and B.S. Zou, Phys. Rev. **D50** (1994) 1972

[84] B.S. Zou, D.V. Bugg, Phys. Rev. **D50** (1994) 591

[85] R.J. Jaffé, Phys. Rev. **D15** (1977) 267

[86] C. Meyer, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA 15213, USA Private Mitteilung (1996)

[87] C.A. Meyer, U. Thoma and C. Straßburger „A first look at combining five-pion data sets: $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0$, $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0$ and $\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0$“ CB-note 299 (1996)

[88] U. Thoma, LEAP 1996, Dinkelsbühl, Deutschland

[89] D. Aston et al., Nucl. Phys. **B296** (1988) 493

[90] T. Oest et al., Z. Phys. **C47** (1990) 343

[91] Phys. Lett. **B165** (1985) 434

[92] J. Weinstein, N. Isgur, Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 659

[93] J. Weinstein, N. Isgur, Phys. Rev. **D 27** (1983) 588

[94] L. Koepke, N. Wermes, Phys. Rep. **174** (1989) 67

[95] V.A. Polychronakos et al., Phys. Rev. **D 19** (1979) 1317

[96] A. Etkin et al., Phys. Rev. **D25** (1982) 1786

[97] Review of Particle Physics, Phys. Rev. **D54** (1996) 1

[98] V.V. Anisovich et al., Phys. Lett. **B355** (1995) 363

[99] D. Alde et al., Z. Phys. **C66** (1995) 375

[100] E. Klempt, B.C. Metsch, C.R. Münz, H.R. Petry, Phys. Lett. **B361**

[101] S. Godfrey, N. Isgur, Phys. Rev. **D32** (1985) 189

[102] J. Resag, Diplomarbeit, Universität Bonn, TK-91-04 (1991) (unveröffentlicht) (1995) 160

[103] G. 't Hooft, Phys. Rev. **14** (1976) 3432

[104] J. Resag, Dissertation, Universität Bonn, TK-94-07 (1994)

[105] G. Janssen et al., Phys. Rev. **D52** (1995) 2690

[106] D. G. Sutherland, Phys. Lett **23** (1966) 384

[107] C. Zemach, Phys. Rev. **133** (1964) 1201

[108] C. Baglin et al., Nucl. Phys. **B22** (1970) 66

[109] D. Alde et al., Z. Phys. **C25** (1984) 225

[110] P. Di Vecchia et al., Nucl. Phys. **B181** (1981) 318

[111] J. Gasser, H. Leutwyler, Nucl. Phys. **B250** (1985) 539

[112] J. Kambor, C. Wiesendanger, D. Wyler, Nucl. Phys. **B465** (1996) 215

[113] P. Baillon et al., Nuov. Cim. **50A** (1967) 393

[114] K. D. Duch et al. (Asterix Coll.), Z. Phys. **C45** (1989) 223

[115] P. Temnikov et al. (Obelix Collaboration), Proceedings of the Hadron '95 Conference, Manchester 1995, World Scientific (1995) 325

[116] Z. Bai et al. (Mark III Coll.), Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 2507

[117] D. L. Scharre et al. (Crystal Ball Coll.), Phys. Lett. **B97** (1980) 329

[118] J.-E. Augustin et al. (DM2 Coll.), Phys. Rev. **D46** (1992) 1951

[119] J. Lüdemann, Dissertation, Universität Bochum (1995)

[120] I. Aitchison, Nucl. Phys. **A189** (1972) 417

[121] S.U. Chung et al., Ann. Phys. **4** (1995) 404

[122] G.M. Beladidze et al., Z. Phys. **C54** (1992) 235

[123] G.M. Beladidze et al., Phys. Lett. **B313** (1993) 276

[124] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B294** (1992) 451

[125] C.B. Dover, P.M. Fishbane, Nucl. Phys. **B244** (1984) 349

[126] F. V. Hippel, C. Quigg, Phys. Rev. **5** (1972) 624

[127] K. Peters, E. Klempt, Phys. Lett. **B352** (1995) 467

[128] C.B. Dover, P.M. Fishbane, S. Furui, Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 1538

[129] C. Zemach, Phys. Rev. **B140** (1965) 97 und 109

[130] C. Amsler, J.C. Bizot, Computer Physics Communications **30** (1983) 21

[131] K.M. Watson, Phys. Rev. bf 88 (1952) 1163

[132] J.D. Jackson, Nuovo Cimento **34** (1964) 1644

[133] C.J. Joachain, *Qauntum Collision Theory* North-Holland Publishing Company - Amsterdam · Oxford S. 243 ff

[134] K.L. Au, D. Morgan, M.R. Pennington, Phys. Rev. **D35** (1987) 1633

[135] A. Bode, Proceedings zur Sommerschule „ Partielle Differentialgleichungen, Numerik und Anwendungen“, W.E. Nagel (Hrsg.) ISBN 3-89336-195-2

Danksagung

Viele der Ergebnisse und Resultate dieser Arbeit währen ohne die Mitwirkung sehr vieler Menschen nicht zustande gekommen. An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. E. Klempt für die interessante Aufgabenstellung und Betreuung. Seine ständige Bereitschaft zur Diskussion sowie viele Anregungen und konstruktive Vorschläge haben großen Anteil am Gelingen dieser Arbeit.

Herrn Dr. C. Straßburger und Herrn Dr. H. Kalinowsky danke ich für ihre Hilfsbereitschaft, die Beantwortung vieler Fragen und die Wartung der Computer und Software.

Weiterhin danke ich allen Mitgliedern der Crystal Barrel Kollaboration für eine gute Zusammenarbeit, besonders denjenigen, die am Aufbau und der Instandhaltung des Detektors sowie der Datennahme und Wartung der Software beteiligt waren.

Für eine freundliche Arbeitsatmosphäre und eine gute Zusammenarbeit danke ich allen Mitarbeitern der Bonner Arbeitsgruppe.

Nicht zuletzt und ganz besonders danken möchte ich meiner Frau Christina für ihre Unterstützung während des gesamten Zeitraums dieser Arbeit und meinen Eltern, die mir das Studium ermöglicht haben.

Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name	Stefan Resag
Geburtsdatum	29. Juli 1967
Geburtsort	Köln
Familienstand	verheiratet
Ehefrau	Christina Resag

Schulausbildung:

Aug. 1973 - Juli 1977	Grundschule Pfaffendorfer Höhe in Koblenz
Aug. 1977 - Juni 1986	Staatliches Gymnasium auf dem Asterstein in Koblenz
Juni 1986	Abitur

Bundeswehr:

Juli 1986 - Juni 1988	Soldat auf Zeit

Hochschulstudium:

Okt. 1988 - Dez. 1993	Studium der Physik an der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität in Bonn
Dez. 1993	Abschluß als Diplom-Physiker
	Thema der Diplomarbeit:
	„Semileptonische und nichtleptonische Zerfälle von B- und D-Mesonen im Konstituentenquarkmodell“
seit Jan. 1994	Promotionsstudium in Experimentalphysik am Institut für Strahlen- und Kernphysik der Universität Bonn bei Prof. Dr. E. Klempt