Zerfall von Protonium in $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$

Dissertation
der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Patrick Illinger

aus München

8. Mai 1994

1. Gutachter: Prof. Dr. Martin Faessler
2. Gutachter: Prof. Dr. Ulrich Meyer-Berkhout
Tag der mündlichen Prüfung:

Zusammenfassung

Es wurde die Vernichtung in Ruhe von Protonen mit Antiprotonen in den Endzustand $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ untersucht. Die hierbei verwendeten Daten wurden mit dem Crystal-Barrel-Detektor am LEAR (Low Energy Antiproton Ring) am CERN (Genf) im November 1990 aufgenommen. Der $4\pi^\circ$ Endkanal konnte fast eindeutig isoliert und von anderen Zerfallskanälen getrennt werden. Als Verzweigungsverhältnis ergibt sich

$$BR(p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ) = (0.45 \pm 0.03)\ \%$$

Es wurde eine vollständige Partialwellenanalyse durchgeführt und der $4\pi^\circ$-Endkanal auf resonante Zwischenzustände untersucht. Auch die beteiligten Anfangszustände des Protoniums konnten auf diese Weise quantitativ ermittelt werden. Angewandt wurde die Methode des *unbinned maximum likelihood fitting*.
Es ergibt sich folgendes Bild:

- Als Anfangszustände des Protoniums werden fast nur $^3P_0$ und $^3P_2$ benötigt. Ein kleiner Anteil $^1S_0$ (siehe Kapitel 5.11) scheint plausibel.
- Die experimentellen Daten sind allein durch Beiträge von 2-Meson-Zwischenzuständen erklärbar und weisen keinen direkten Zerfall in drei Mesonen auf.
- Die hauptsächlich beitragenden mesonischen Zwischenzustände enthalten zum einen das $(\pi^\circ\pi^\circ)$-System in der S-Welle und zum anderen die Resonanz $f_2(1270)$.
- Als neues Ergebnis darf der gemessene Beitrag einer $J^{PC} = 2^{-+}$-Resonanz mit der Nominalmasse $m_{\pi_2} = 1795$ MeV/c^2 und der Breite $\Gamma_0 = 420$ MeV/c^2 gewertet werden (Kap. 5.4).
- Eine $J^{PC} = 0^{-+}$-Resonanz bei etwa 1300 MeV/c^2, wie sie in der Literatur bekannt ist, konnte nicht bestätigt werden. Allenfalls gibt es Anzeichen für ein $\pi(930)$, was in bisherigen Messungen nicht gefunden wurde. (Kap. 5.5 und 5.9)
- Die Suche nach einer exotischen Resonanz ($J^{PC} = 1^{-+}$) blieb ohne eindeutigen Kandidaten. Ein Maximum in der Intensitätsverteilung (Kap. 5.11) ist nicht notwendigerweise durch eine solche Resonanz zu deuten, zumal gleichzeitig kein eindeutiger Anstieg in der Likelihoodfunktion zu beobachten ist.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung **11**

1.1 Motivation 11
1.2 Die Mesonenlandschaft 13
1.3 Der Anfangszustand des Protoniums 15

2 Experimenteller Aufbau **16**

2.1 Der Detektor 16
2.1.1 Überblick 16
2.1.2 Der Magnet 18
2.1.3 Der Antiprotonenstrahl und das Target 18
2.1.4 Die Vieldraht-Proportionalkammern 19
2.1.5 Die Jet-Driftkammer 19
2.1.6 Das Crystal-Barrel-Kalorimeter 20
2.2 Die Datennahme 22
2.3 Der Trigger 24

3 Rekonstruktion der Daten **26**

3.1 Kalibration des elektromagnetischen Kalorimeters 26
3.1.1 Energiekalibration mit minimal ionisierenden Teilchen 26
3.1.2 Energiekalibration mit der invarianten π°-Masse 26
3.2 Photonen 27
3.3 Vorselektion 29
3.4 Kinematischer Fit 33
3.5 Monte-Carlo-Simulationen 36
3.6 Der experimentelle Datensatz $p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ 38
3.7 Das Verzweigungsverhältnis von $p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ 43
3.8 Unterdrückung des Zerfallskanals $p\overline{p} \to \eta\pi^\circ$ 45

4 Analyse der $p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Daten **47**

4.1 Qualitative Ermittlung der $p\overline{p}$-Anfangszustände 47
4.1.1 $J^P = 0^-$ 48
4.1.2 $J^P = 1^+$ 49
4.1.3 $J^P = 2^+$ 50
4.1.4 $J^P = 0^+$ 51
4.2 Parametrisierungen der Übergangsamplituden 52
4.2.1 Parametrisierung resonanter Zwischenzustände 52
4.2.2 Erhaltung von Drehimpuls und Parität 55
4.2.3 Die gesamte Übergangsamplitude 56
4.3 Die 'maximum likelihood' – Methode 57
4.4 Bestimmung der Güte einer theoretischen Anpassung 59

5 Ergebnisse der Analyse **62**
5.1 Datenanpassung mit einem Minimalmodell 62
5.2 Einführung des $\pi(1770)$ sowie Messung der Masse und Breite des $f_2(1280)$ 65
5.3 Anpassung mit veränderten Dämpfungsfaktoren 68
5.4 Bestimmung der Masse des $\pi_2(1670)$ 70
5.5 Bestimmung der Masse der $I^G J^{PC} = 1^- 0^{-+}$-Resonanzen 73
5.6 Untersuchung des Beitrags einer $I^G J^{PC} = 1^- 1^{++}$-Resonanz 75
5.7 Untersuchung des Beitrags einer $I^G J^{PC} = 1^- 3^{++}$-Resonanz 77
5.8 Untersuchung des Beitrags eines $\pi(750)$ 78
5.9 Untersuchung der $I^G J^{PC} = 0^+ 0^{++} \to \pi^\circ \pi^\circ$-Resonanzen 79
5.10 Einführung höherer Drehimpulsübergänge und Anpassung eines Maximalmodells 85
5.11 Einführung der Anfangszustände $^1S_0$, $^3P_1$ und Untersuchung des Beitrags einer $J^{PC} = 1^{-+}$-Resonanz 92

6 Diskussion der Ergebnisse und Ausblick **95**

A Begriffsdefinitionen **97**

B Die kinematische Anpassung **98**

Persönliche Anmerkungen **107**

Lebenslauf **109**

Abbildungsverzeichnis

1 Das Spektrum der Mesonenresonanzen 14
2 Überblick über den Detektor 17
3 Das Target 18
4 Die Vieldraht-Proportionalkammer 19
5 Die Jet-Driftkammer 20
6 Ein CsI(Tl)-Kristall 21
7 Die Datennahme 23
8 Datenfluß und Entscheidungszeiten des Triggers 25
9 Photoneneinschläge im Kalorimeter 28
10 Eigenschaften der 'all-neutral' Daten 29
11 Reduzierung der Datenmenge durch erste Schnitte 31
12 $M_{\gamma\gamma}$-Verteilung von 8-PED-Ereignissen 31
13 E_γ-Verteilung von 8-PED-Ereignissen 32
14 Die 4C-Anpassung 33
15 Die *confidence level*-Verteilung der $4\pi^\circ$-Hypothese 35
16 Vergleich der *confidence levels* 35
17 Invariante Massen von 2 und 3 Pionen (Monte-Carlo-Ereignisse) 37
18 Übereinstimmung von MC-Daten mit dem Phasenraum 37
19 Invariante Massen von 2 und 3 Pionen 39
20 Massenverteilungen von IN – bzw OUT – Ereignissen 41
21 Goldhaber-Plot für $p\overline{p} \rightarrow 4\pi^\circ$ 42
22 Verteilung der invarianten $3\pi^\circ$-Masse im Bereich des η 43
23 Invariante $3\pi^\circ$-Masse mit Auswirkung des η-Schnitts 45
24 Maß der Koplanarität der $4\pi^\circ$-Ereignisse vom $^1S_0$-Anfangszustand 48
25 Maß der Koplanarität von $4piz$-Ereignissen 49
26 Maß der Kolinearität von $4\pi^\circ$-Ereignissen 50
27 Verteilung der Phasenraumdichte ausgehend vom Zentrum 51
28 Die Parametrisierung der $(\pi^\circ\pi^\circ)$-S-Wellen-Wechselwirkung 53
29 Übereinstimmung verschiedener multivariater Datensätze 60
30 Massenspektren aus der Anpassung des Minimalmodells 63
31 Güte der Anpassung des Minimalmodells 64
32 Messung der f_2-Masse 66
33 Massenspektren aus der Anpassung des erweiterten Minimalmodells 67
34 Massenspektren aus der Anpassung mit neuen Dämpfungsfaktoren 69
35 Messung der π_2-Masse 70
36 Messung der $\pi_2(1795)$-Breite 71
37 Massenspektren aus der Anpassung mit einem $\pi_2(1670)$ 72
38 Güte der Anpassung nach Kapitel 5.4 72
39 Messung der $\pi(1770)$-Masse 73
40 Messung der $\pi(930)$-Breite 74
41 Messung der a_1-Masse 76

42 Messung der a_1-Intensität 76
43 Messung der $\pi(750)$-Masse 78
44 Messung der π-Masse, unter Einbeziehung eines $f_0(1520)$ 81
45 Intensitäten der f_0-Zerfallsketten, bei Änderung der π-Masse 81
46 Messung der f_0-Masse 82
47 Intensitäten der f_0-Zerfallsketten bei verschiedenen Massen m_0 82
48 Messung der f_0-Breite 83
49 Intensitäten von $f_0(1320)$-Zerfallsketten bei verschiedenen Breiten Γ_0 . . . 83
50 Massenverteilungen der Zerfallskette $p\overline{p} \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S(\pi^\circ\pi^\circ)_S$ 84
51 Massenverteilungen der Zerfallskette $p\overline{p} \rightarrow f_0(1520)(\pi^\circ\pi^\circ)_S$ 84
52 Massenspektren aus der Anpassung des Maximalmodells 86
53 Güte der Anpassung des Maximalmodells 87
54 Massenverteilungen von IN – bzw OUT – Ereignissen 88
55 Massenverteilungen von IN – bzw OUT – Ereignissen 89
56 Goldhaber-Plot für $p\overline{p} \rightarrow 4\pi^\circ$ (experimentelle Ereignisse) 90
57 Goldhaber-Plot für $p\overline{p} \rightarrow 4\pi^\circ$ (Anpassungsfunktion) 91
58 Variation der Z-Masse 93
59 Intensitäten der Zerfallsketten mit einem Z. 93
60 Intensitäten der Zerfallsketten aus ${}^1S_0$ und ${}^3P_1$ 94

Tabellenverzeichnis

1 Datenmengen der Subdetektoren 22
2 Resonanzen, die in $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ zerfallen 54
3 Resonanzen im Minimalmodell 62
4 Zerfallsketten im Minimalmodell 63
5 Ergebnis der Anpassung des Minimalmodells an die Daten 63
6 Die im erweiterten Modell hinzugekommene Resonanz 65
7 Erste Erweiterung des Minimalmodells 66
8 Ergebnis der Anpassung mit neuen Dämpfungsfaktoren 68
9 Ergebnis der Anpassung mit $\pi_2(1670)$ und $\pi_2(1795)$ 71
10 Ergebnis der Anpassung mit einem $\pi(930)$ 74
11 Mögliche Zerfallsketten mit einem $f_0(1520)$ 80
12 Ergebnis der Anpassung eines Maximalmodells 86
13 Mögliche Zerfallsketten aus den $p\overline{p}$-Anfangszuständen ${}^1S_0$ und ${}^3P_1$ 92

1 Einführung

1.1 Motivation

Das Studium von Proton-Antiproton Annihilationen in Ruhe ist von besonderer Wichtigkeit für das Verständnis der starken Wechselwirkung in niederenergetischen Bereichen. Dadurch, daß der Annihilationsprozeß die Vernichtung und Erzeugung von Quarkpaaren sowie die Aussendung von Gluonen bewirkt, hofft man, daß die $p\overline{p}$-Vernichtung eine geeignete Quelle ist für die Erzeugung von gluonischen Hadronen, im besonderen Glueböllen (gebundenen Zuständen von zwei oder mehr reellen Gluonen), Hybriden (bestehend aus Quarks und Gluonen) und Mesonen, die aus vier oder mehr Quarks bestehen. Die Existenz dieser exotischen Zustände wird von der Quantenchromodynamik (QCD) vorhergesagt. Ein experimenteller Nachweis von exotischen Hadronen mit Gluonen als Konstituenten würde einen bedeutenden Beitrag für das Verständnis der QCD darstellen. Die QCD ist bisher nur in der Beschreibung von Prozessen mit extrem hohen Impulsüberträgen erfolgreich, jedoch sind im niederenergetischen Bereich störungstheoretische Lösungsansätze nicht mehr möglich, und quantitative Aussagen können hier nicht mehr gemacht werden. Meßdaten aus dem niederenergetischen Bereich der starken Wechselwirkung kann man dennoch mit qualitativen Modellen, die auf der QCD beruhen, vergleichen.

Die Mechanismen, welche die Vernichtungsdynamik der $p\overline{p}$-Annihilation bestimmen, sind nicht verstanden. Da die Vernichtung von Antiprotonen mit Protonen im nichtstörungstheoretischen Bereich der QCD liegt, gibt es kein konsistentes Bild, sondern allenfalls Modelle, die wiederum teilweise auf widersprüchlichen Grundlagen basieren. Versuche, die Vernichtung von $p\overline{p}$ theoretisch zu beschreiben, stützen sich meist auf die zugrundeliegende Quarkstruktur. Insbesondere kann die Annihilation durch Quark-Rearrangement und $q\overline{q}$-Vernichtungsdiagramme dargestellt werden. Die Vernichtung von Protonen mit Antiprotonen macht es allerdings auch leichter, die theoretischen Modelle mit experimentellen Daten zu vergleichen, da die Anzahl der beitragenden Anfangszustände begrenzt ist. Dadurch, daß die $p\overline{p}$-Vernichtung in Ruhe über die Bildung eines $p\overline{p}$-Atoms mit genau definierten Atomzuständen (hauptsächlich $^3S_1$ und $^1S_0$ sowie einem Anteil $^3P_2$, $^3P_1$, $^3P_0$ und $^1P_1$) abläuft, sind die Quantenzahlen des Anfangszustandes beschränkt. Aufgrund von Auswahlregeln in der starken Wechselwirkung beschränkt sich die Anzahl der möglichen $p\overline{p}$-Anfangszustände noch mehr, wenn man einen bestimmten Zerfallskanal untersucht.

Das Crystal-Barrel-Experiment untersucht die Vernichtung von $p\overline{p}$ in Ruhe und im Fluge (bei niedrigen Energien) in flüssigem und in gasförmigem Wasserstoff. Es stellt ein Detektorsystem dar, welches zum erstenmal in der Lage ist, die vollständige Kinematik von komplizierten Endzuständen, mit sowohl ungeladenen als auch geladenen Teilchen, zu erfassen. Vorhergehende Experimente, in der Hauptsache Blasenkammerexperimente, konnten Photonen nicht messen, so daß der größte Teil aller Annihilationskanäle von $p\overline{p}$ (60% enthalten 2 oder mehr π° oder η) nicht untersucht werden konnte. Das Crystal-Barrel-Experiment konzentriert sich in der Suche nach Glueböllen und Hybriden nicht zuletzt auch auf die vollständig neutralen Endzustände, die nur aus π°, η, η' oder ω

bestehen. Die Vernichtungsdynamik der $p\overline{p}$-Annihilation wird durch Messung von Verzweigungsverhältnissen der Zwei- und Dreimeson-Endzustände untersucht.

Bis heute werden unbekannte hadronische Zustände fast immer in Drei-Körper-Zerfällen, mittels einer Dalitzplotanalyse, gesucht. Dies bietet sich an, denn der Phasenraum für den Zerfall eines Teilchens in drei bekannte Teilchen ist durch zwei Variablen vollständig beschrieben und somit graphisch gut darstellbar. Im Falle von vier Zerfallsteilchen benötigt man bereits fünf unabhängige Variable, was den visuellen Zugang zu den Daten erschwert, und für einen gebinnten χ^2-Test (wie beim Dalitzplot) Datensätze von rund 1000-facher Größe notwendig macht. Dennoch hat die Untersuchung von Vier-Körper-Endzuständen im Bereich der Mesonenspektroskopie große Bedeutung. Eine besondere Herausforderung stellt somit die Suche nach neuartigen Methoden der Analyse von Ereignissen in einem 5-dimensionalen Phasenraum dar.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Vernichtung von Protonen mit Antiprotonen in Ruhe in den Endzustand $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ untersucht. Dieser Zerfallskanal ist vorher noch nie gemessen worden. Die Untersuchung beinhaltet die quantitative Bestimmung der zu diesem Endzustand beitragenden Zwischenzustände. Die wichtigste Motivation für die Wahl dieses Kanals liegt erstens darin, daß ein relativ großer und sauberer Datensatz erzeugt werden kann, womit sich die Analyse eines Vier-Körper-Zerfalls exemplarisch untersuchen läßt, und zweitens, neue und unbekannte Resonanzen zu entdecken, welche in $3\pi^\circ$ zerfallen können. Am interessantesten wäre die Isolierung eines hadronischen Zwischenzustandes mit exotischen Quantenzahlen. Für den $3\pi^\circ$-Zerfall kämen die Quantenzahlen $J^{PC} = 1^{-+}$ für Gesamtdrehimpuls, Parität und Ladungskonjugation in Frage. Die Kombination dieser Quantenzahlen ist für einen einfachen Quark-Antiquark Zustand nicht möglich. Der Nachweis, daß ein Zwischenzustand mit diesen Quantenzahlen existiert, wäre der Beweis für die Existenz von exotischen Mesonen und sicher von weitreichender Bedeutung für das Verständnis der starken Wechselwirkung.

1.2 Die Mesonenlandschaft

Seit über 40 Jahren ist man auf der Suche nach neuen hadronischen Zuständen. Die früh entdeckten Symmetrien zwischen der Vielzahl der gefundenen Teilchen und Resonanzen führten 1962 zur Postulierung der Quarks[1]. Durch dieses Modell konnten die vielen Teilchen nach ihrer inneren Struktur geordnet, und gemäß der SU_3-Symmetrie gruppiert werden. Alle bekannten Mesonen konnten als Paare von einem Quark mit einem Antiquark dargestellt werden. Die andere Möglichkeit, Quarks zu einem farbneutralen Objekt mit ganzzahliger Ladung zusammenzufassen, führt zu den Baryonen, die aus drei Quarks zusammengesetzt sind.

Dennoch erlaubt die Theorie der starken Wechselwirkung im Prinzip auch, daß sich vier Quarks (in Form von $qqqq$ oder $qq\overline{qq}$) zusammenschließen. Auch die Bildung von Objekten mit Gluonen als Konstituenten, die gemäß der nichtabelschen Struktur der starken Wechselwirkung eine Farbladung tragen und untereinander wechselwirken können, sollte möglich sein. Den Extremfall könnten Gluebälle darstellen, hadronische Objekte, die keine Quarks mehr beinhalten, sondern nur noch aus zwei oder mehr Gluonen bestehen.

Man hat in den letzten Jahren fast alle möglichen Mesonen ($q\overline{q}$-Paare) klassifiziert und ist nun auf der Jagd nach hadronischen Zuständen, welche weder die klassische Baryon – noch Mesonstruktur besitzen. Es sind experimentell eine Reihe von Kandidaten in Sicht, aber eine eindeutige Bestimmung steht noch aus. Die große Schwierigkeit liegt darin, daß zumeist alle observablen Quantenzahlen, sowie die Massen und Lebensdauern mit der Hypothese eines herkömmlichen $q\overline{q}$-Systems verträglich sind. Für den Fall von Glueballen gibt es ebenfalls nur qualitative Aussagen, wie z.B. daß Gluebälle 'flavourblind' zerfallen sollten, da sie an alle Quarks gleich stark koppeln.

Einziges eindeutiges Kriterium wäre die Entdeckung einer Kombination von Quantenzahlen, die nicht mit einem $q\overline{q}$-Objekt kompatibel wäre. Diese bereits postulierten Teilchen nennt man *exotisch*. Kombinationen der Quantenzahlen J^{PC}, welche nicht einem $q\overline{q}$-Objekt zugeschrieben werden können, sind z.B. $J^{PC} = 0^{--}, 1^{-+}, \ldots$

Abbildung 1: Das Spektrum der Mesonenresonanzen. Die Resonanzen sind nach ihren J^{PC}-Nonetts klassifiziert. Die Mitglieder eines Nonetts sind zu einem mittleren Massenwert zusammengefasst und die verschiedenen Isospinzustände sind nicht aufgeführt. Grundzustände des $q\overline{q}$-Systems sind durch dicke Unterstreichungen hervorgehoben. Darüber liegen die entsprechenden einfach bzw. zweifach angeregten Niveaus. Für Zustände ohne Eintrag fehlt die experimentelle Bestätigung der Existenz. Außerdem sind experimentell nachgewiesene, mögliche Kandidaten exotischer Zustände (Glueballs, Hybride) angegeben.

1.3 Der Anfangszustand des Protoniums

Die Antiprotonen, welche in das Target aus flüssigem Wasserstoff eintreffen, werden durch Stöße mit den H_2-Molekülen auf Energien von einigen Elektronvolt abgebremst. In diesem Zustand fängt ein Proton das langsame Antiproton ein und formt ein exotisches Wasserstoffatom. Dieses System, welches auch *Protonium* genannt wird, hat zunächst relativ hohe Hauptquantenzahlen ($n \sim 30$) und hohe Bahndrehimpulse, fällt aber kaskadisch sehr schnell in einem Zustand mit kleinerer Hauptquantenzahl. Die räumliche Ausdehnung ist nun kleiner als die der umgebenden Wasserstoffmoleküle und erscheint diesen ladungsneutral. Dadurch kann das Proton-Antiprotonsystem sich fast frei im Inneren der Moleküle bewegen [6] und erfährt dort sehr starke elektrische Felder. Der hierbei bedeutsam werdende Stark-Effekt kann die Drehimpulsquantenzahlen mischen, ohne die Hauptquantenzahlen zu verändern. Somit wird eine Vernichtung auch in hohen Hauptquantenzahlen möglich. Dieses Bild macht auch deutlich, warum der Stark-Effekt bei einer höheren Dichte immer mehr Bedeutung erlangt, denn eine höhere Dichte bedeutet schließlich, daß das Protonium im zeitlichen Mittel mehr H_2-Moleküle durchläuft. Durch die Form des Überlapps der Wellenfunktionen erhält man in flüssigem Wasserstoff hauptsächlich Annihilationen aus atomaren S-Zuständen des Protoniums und ein kleinerer Teil der Vernichtungen kommt aus atomaren P-Zuständen. Vernichtungen aus höheren Drehimpulsquantenzahlen können vernachlässigt werden. Unter der berechtigten Annahme, daß nur Anfangszustände des Protoniums mit Drehimpuls $L = 0$ oder $L = 1$ beitragen, ergeben sich folgende Möglichkeiten:

- Das Protonium kann, weil das Proton Spin $\frac{1}{2}$ besitzt, entweder Spin $S = 0$ oder $S = 1$ haben.
- Das Protonium kann, weil das Proton Isospin $\frac{1}{2}$ besitzt, entweder Isopin $I = 0$ oder $I = 1$ haben.
- Der Eigenwert P der intrinsischen Parität des Protoniums muß-1 sein (Fermion-Antifermion). Jeder Drehimpuls bringt eine weitere -1 hinzu; damit ergibt sich $P = (-1) \cdot (-1)^L$.
- Der Eigenwert der Ladungskonjugation C ergibt sich zu $C = (-1)^{L+S}$.
- Der Eigenwert G der G-Parität ergibt sich zu $G = Ce^{i\pi I_y} = C \cdot (-1)^I = (-1)^{I+L+S}$.
- Der Gesamtdrehimpuls J läuft von $|L - S|$ bis $|L + S|$.

Zur Ermittlung der zum $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Endkanal beitragenden Anfangszustände des Protoniums sei auf das Kapitel 4.1 verwiesen.

2 Experimenteller Aufbau

Die Endzustände der $p\overline{p}$-Annihilation beinhalten hauptsächlich geladene Pionen und Kaonen, sowie Photonen, die aus dem Zerfall kurzlebiger Teilchen, wie π°,η,η' und ω stammen. Die Untersuchung der $p\overline{p}$-Annihilation erfordert deshalb ein Detektorsystem mit folgenden Eigenschaften:

- Identifikation von geladenen Teilchen und Photonen
- gute Separation von $\pi^\pm/K^\pm$
- Hohe Nachweiswahrscheinlichkeit über den gesamten Raumwinkel 4π
- Ein Triggersystem, um Annihilationskanäle mit sehr kleinem Verzweigungsverhältnis herauszufiltern

Der Crystal-Barrel-Detektor [10] erfüllt diese Anforderungen weitgehend und erlaubt eine komplette Rekonstruktion der Kinematik im Endzustand.

Der Detektor wurde am Low Energy Antiproton Ring (LEAR) am CERN aufgebaut. Dort erhält man einen intensiven ($10^6\overline{p}/s$) Strahl niederenergetischer Antiprotonen im Impulsbereich von 105 MeV/c bis 2 GeV/c. Für die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Messungen betrug der Anfangsimpuls der Antiprotonen 200 MeV/c; dadurch kommen die Antiprotonen in der Mitte des Targets zur Ruhe und vernichten dort mit Protonen.

2.1 Der Detektor

2.1.1 Überblick

Der Gesamtaufbau des Detektors ist in Abb.2 gezeigt. Ein Solenoid-Magnet erzeugt ein Feld von 1.5 Tesla, welches über den ganzen Bereich des Detektors ausreichend homogen ist. Die Antiprotonen verlassen das Strahlrohr des LEAR durch ein dünnes Beryllium-Fenster, treten durch einige Mikrozähler und kommen schließlich entlang der Symmetrieachse des Magnetfeldes in den Detektor.

Antiprotonen mit einem Anfangsimpuls von 200 MeV/c stoppen in der Mitte des 44 mm langen Targets mit flüssigem Wasserstoff (LH_2). Ein Silikonzähler (6x6mm) vor dem Target löst den Trigger 0ter Stufe aus.

Zwei konzentrische, zylindrische Proportionaldrahtkammern (PWC) bestimmen die Multiplizität der bei einem Ereignis entstandenen geladenen Teilchen.

Eine zylindrische Jet-Driftkammer (JDC) umgibt die Proportionaldrahtkammern und dient zur Rekonstruktion geladener Spuren und somit zur Messung des Impulses geladener Teilchen.

Die Energien und Impulse der Photonen werden durch ein faßförmiges, modular aufgebautes, elektromagnetisches Kalorimeter, welches aus 1380 CsI(Tl)-Kristallen besteht, gemessen.

Oberhalb und unterhalb des Magnetjochs sind Szintillationshodoskope angebracht, um auf Myonen in der kosmischen Strahlung triggern zu können. Diese Myonen können verwendet werden, um zwischen den Strahlzeiten die Kammern zu testen und den CsI-Barrel zu kalibrieren.

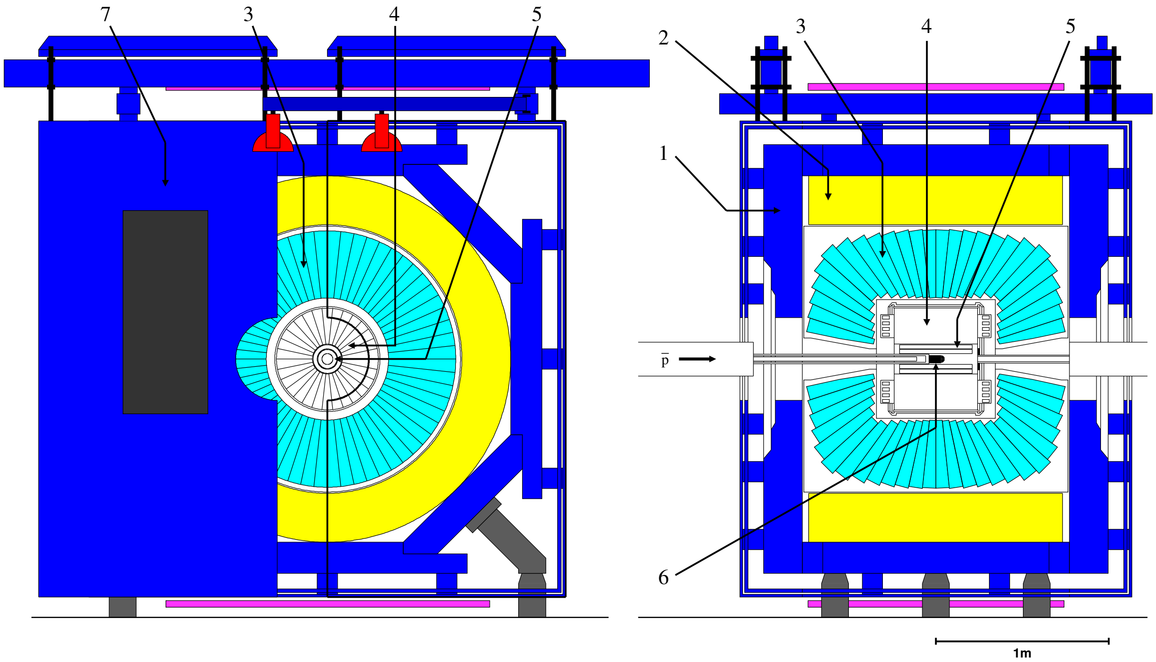

Abbildung 2: Darstellung des Detektors im Überblick. 1) Magnet-Joch. 2) Magnetspule 3) Elektromagnetisches CsI(Tl)-Kalorimeter, 4) Jet-Driftkammer, 5) Proportionaldrahtkammer 6) Target mit flüssigem Wasserstoff.

2.1.2 Der Magnet

Der Magnet ist ein konventioneller Solenoidmagnet und die maximale Stärke des Magnetfeldes beträgt 1.5 T. Das Volumen im Inneren des Magneten hat eine Längsausdehnung von 157 cm und einen Durchmesser von 153 cm. Die z-Komponente des Gradienten des Magnetfeldes beträgt weniger als 1.5 %. Der gesamte Magnet ist von einem kastenförmigen Rückflußjoch aus Stahl umgeben. Ursprünglich wurde der Magnet bereits am DCI-Collider (Orsay, Frankreich) und später am Asterix-Experiment (CERN) verwendet. Es bedurfte einiger Modifikationen, um die heutige Feldstärke von 1.5 T zu erreichen. Die Leitungen der Eisenspule mit ihren insgesamt 408 Windungen haben eine zylindrische Bohrung, damit das Kühlwasser hindurchfließen kann. Bei voller Feldstärke von 1.5 T beträgt die angelegte Spannung 500 V und die Stromstärke 4848 A, was eine Leistung von 2.42 MW ergibt. Der Durchfluß des Kühlwassers beträgt dann 70m^3/h, bei einer Druckdifferenz von ca. 22 bar und einer Temperaturdifferenz von etwa 30°C.

2.1.3 Der Antiprotonenstrahl und das Target

Der Antiprotonenstrahl wird aus dem LEAR-Speicherring bei Impulsen von $0.1 - 2$ GeV/c extrahiert. Typische Strahlintensitäten sind $10^4 - 10^6 \overline{p}/s$.

Das mit flüssigem Wasserstoff gefüllte Target ist 44mm lang und hat einen Durchmesser von 17mm. Das Eintrittsfenster hat einen Durchmesser von 10mm. Bei einem Impuls von 200 MeV/c stoppen die Antiprotonen in der Gegend des Targetzentrums. Das σ der Stopverteilung in Strahlrichtung beträgt hierbei etwa 0.6 mm.

Abbildung 3: Darstellung des Targets mit flüssigem Wasserstoff und das Endrohr des LEAR-Vakuum-Systems.

2.1.4 Die Vieldraht-Proportionalkammern

Zwei zylindrische Proportionaldrahtkammern erlauben eine schnelle Ermittlung der Multiplizität der geladenen Teilchen eines Ereignisses. Zusätzlich können sie als Trigger für Ereignisse mit einem K_s ($K_s \rightarrow \pi^+\pi^-$) dienen, wenn das K_s zwischen den beiden Kammern zerfällt. Dies führt zu einer unterschiedlichen Multiplizität in den beiden Kammern. Die innere Kammer enthält 90 Nachweisdrähte und die äußere 150. Das Driftgas besteht aus 69.5% Argon, 30% Ethan, sowie 0.5% Freon. Die angelegte Driftspannung beträgt 2540V. Dort erreichen die Kammern ihr Maximum an Effizienz ($\geq$ 99%).

Für die in dieser Arbeit verwendeten Daten wurde die Kammer nur als Antikoinzidenz-Einheit für geladene Ereignisse verwendet.

Abbildung 4: Querschnitt durch die Vieldraht-Proportionalkammer (PWC).

2.1.5 Die Jet-Driftkammer

Die Impulse und Flugrichtungen geladener Teilchen werden mit Hilfe der Jet-Drift-Kammer (JDC) gemessen, indem die Position der (durch das Magnetfeld gebogenen) Spuren der geladenen Teilchen an vielen Stellen gemessen wird. Die zylindrische Kammer ist azimutal in 30 Sektoren unterteilt und jeder Sektor enthält in radialer Richtung 23 Signaldrähte, die an beiden Enden ausgelesen werden. Das Problem der rechts-links Unterscheidung wird durch ein leichtes Versetzen (staggering) der Signaldrähte um je $\pm 200\mu m$ gelöst. Die Kammer ist 40cm lang und hat einen Durchmesser von 51cm. Bei einem mittleren Driftfeld von 1.1 kV/cm, einem Magnetfeld von 1.5T und einer 90/10 Mischung von CO_2-Isobutangas bei 1 atm beträgt die durchschnittliche Driftgeschwindigkeit 9.5 mm/μs und der Lorentzwinkel 7°. In unmittelbarer Nähe der Signaldrähte wird die Feldstärke ungleich größer.

Es wurde eine Auflösung von $\sigma = 125 \mu m$ in der $r - \phi$-Ebene erreicht. Das entspricht einer Impulsauflösung von $1.5\% - 3\%$ für Transversalimpulse im Bereich von $0.1 - 1$ GeV/c. Die z-Koordinate wird durch Ladungsteilung an den beiden Drahtenden ermittelt. Die Auflösung beträgt hier $\sigma = (7 - 8)$ mm. Die Unterscheidung geladener Pionen und Kaonen gelingt durch Messung des Energievelustes pro Strecke (dE/dx) für Impulse unter 400 GeV/c.

Eine an das Gassystem der JDC angeschlossene Monitor-Driftkammer überwacht ständig Änderungen der Driftgeschwindigkeit, die beispielsweise durch Veränderungen des Gasgemisches oder Luftdruckschwankungen entstehen können.

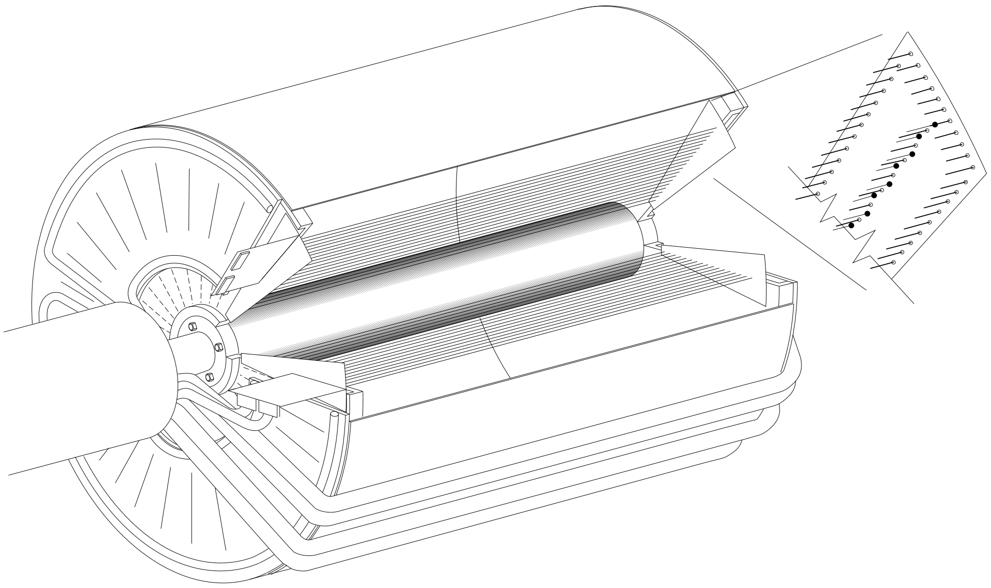

Abbildung 5: Schematische Zeichnung der JDC. (Das Versetzen der Signaldrähte (staggering) ist hier zur besseren Darstellung übertrieben.)

2.1.6 Das Crystal-Barrel-Kalorimeter

Nachdem ca. 90% aller $p\overline{p}$-Annihilationen mindestens ein π° oder η im Endzustand aufweisen, ist es von außerordentlicher Wichtigkeit, Photonen im Energiebereich von 20 MeV bis 2 GeV mit hoher Effizienz und guter Energie- und Winkelauflösung nachzuweisen. Diese Anforderungen erfüllt das elektromagnetische Kalorimeter, welches als modulares Detektorsystem zusammengesetzt ist und 97% des Raumwinkels von 4π überdeckt.

Die radiale Ausdehnung der 1380 CsI(Tl)-Kristalle, die in 26 Ringen um die Driftkammer angeordnet sind, beträgt 16 Strahlungslängen. Ein elektromagnetischer Schauer, der sich nach dem Eintreffen von Photonen in dem Kristall ausbildet, wird somit den größten Teil seiner Energie in den Kristallen deponieren. Der Polar – bzw. Azimutalwinkel, den ein einzelner Kristall überdeckt, beträgt 6°. Für die drei Ringe, die am nächsten an der Strahlachse liegen ($168^\circ \geq \theta \geq 150^\circ$ und $30^\circ \geq \theta \geq 12^\circ$) beträgt der Azimutalwinkel

12°. Photonen, die in die Kristalle nahe der Strahlachse eintreffen, verursachen größere Schauerfluktuationen, da Energie am Rand des Strahllochs verloren geht. Tatsächlich ist man gezwungen, Ereignisse mit einem Photoneneinschlag in einem der Randkristalle zu verwerfen. Der effektive Raumwinkel des Detektors beträgt daher nur etwa 95% von 4π.

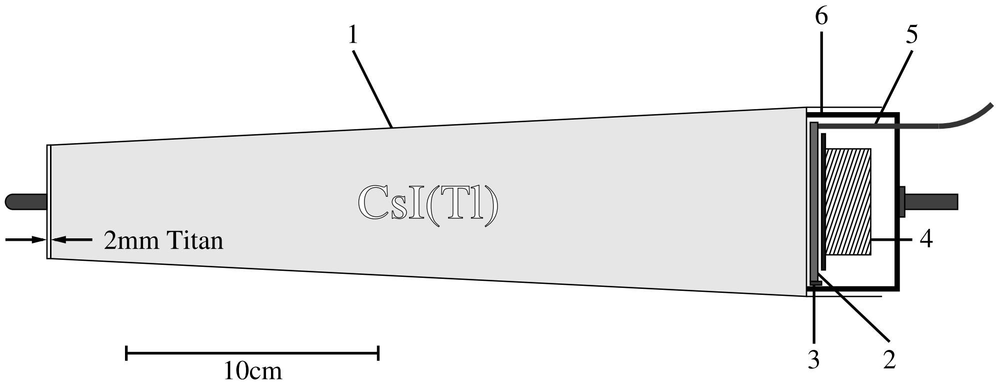

Abbildung 6: Querschnitt durch ein CsI(Tl)-Modul: (1) Titanhülle der Dicke 0.1 mm, (2) Leiterplatine, (3) Spannungsversorgung, (4) Vorverstärker, (5) Lichtfaser, (6) Messinghülle, (7) Wellenlängenschieber, (8) Photodiode.

Die herkömmliche Auslesemethode von Szintillatorkristallen mittels Sekundärelektronenvervielfacher ist nicht anwendbar, da sich das gesamte Kalorimeter im Magnetfeld befindet. Das Szintillationslicht (das Emissionsspektrum von CsI(Tl) hat sein Maximum bei 550 nm) wird durch Wellenlängenschieber, die auf der Rückseite der Kristalle aufgeklebt sind, absorbiert und danach mit einer höheren Wellenlänge wieder ausgesandt, um dann von Photodioden, die wiederum auf den Wellenlängenschiebern aufgeklebt sind, gesammelt zu werden. Außer daß der Wellenlängenschieber das Szintillationslicht auf die Photodiode konzentriert, verschiebt er auch den Spektralbereich des re-emmittierten Lichtes, so daß es der Quanteneffizienz der Photodioden besser entspricht. Das elektronische Signal der Photodiode geht zu einem ladungsempfindlichen Vorverstärker. Die Ausgangsimpulse des Vorverstärkers werden danach noch geformt und in zwei ADC-Systemen digitalisiert. Diese beiden Systeme arbeiten parallel. Ein LeCroy FERA-System, welches sehr schnell arbeitet, versorgt unter anderem den Softwaretrigger mit der notwendigen Information. Diese ADCs überdecken den gesamten Bereich von 0 bis 2000 MeV mit einer Empfindlichkeit von 1 MeV/Kanal. Eine höhere Empfindlichkeit von 0.1 MeV/Kanal in einem von $0 - 400$ MeV begrenzten Bereich wird durch LeCroy 2282 ADCs erreicht. Die Bearbeitung der Signale der Photodioden wurde optimiert, um minimales Rauschen bei dennoch akzeptabler Signallänge (wegen überlappender Ereignisse) zu erhalten. Die Formung des langsam abfallenden Vorverstärkersignals (Zeitkonstante: 240μs) wird durch die Abklingzeit des CsI begrenzt. CsI hat eine Komponente von 0.9μs, sowie mehrere weitere von ca. 7μs und mehr.

Durch die anspruchsvolle Elektronik und die Methode der Lichtaufsammlung konnte eine gute Energieauflösung von

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{2.4\%}{(E[GeV])^{1/4}}$$

erreicht werden, wobei E die Energie eines Photons ist. Die Winkelauflösung beträgt typischerweise 20 mrad und ist ebenfalls leicht von der Energie abhängig.

Die Empfindlichkeit und die Stabilität der elektronischen Auslesekette wird für jeden einzelnen Kristall mit Hilfe eines Lichtpulsersystems überwacht. Eine Xenon-Blitzlampe erzeugt Lichtpulse, die den Szintillationsblitzen der CsI-Kristalle ähneln. Glasfasern leiten das Licht zu den Wellenlängenschiebern der einzelnen CsI-Kristalle. Auf diese Weise können Veränderungen im elektronischen Auslesesystem im 1%-Bereich festgestellt werden.

2.2 Die Datennahme

Die digitalisierten Daten, welche den Entscheidungen des Triggers genügen, müssen schließlich auf Band geschrieben werden. Außerdem muß ein gewisser Einblick in die Daten gewährleistet sein, um die Funktion des Detektors überprüfen zu können. Fig.7 zeigt schematisch wie das Datennahmesystem am Crystal-Barrel organisiert ist. Fast die gesamte Software wurde in C geschrieben und wurde eigens für diesen Detektor erstellt. Um die Geschwindigkeit der Datennahme zu maximieren, werden leere ADC-Känale nicht ausgelesen (Null-Unterdrückung) und die restlichen möglichst kompakt zusammengeführt. Die Datenerfassung verwendet grundsätzlich VME[1]-Technologie und wird durch einen Mi-

Detektor-komponente	Anz. der Kanäle	Roh-Daten (Bytes)	Null-Unter-drückt (Bytes)
PWC	240	500	50
JDC	1380	460 000	10 000
Kalorimeter	2×1380	5800	500
Slow Control	100	1000	1000
Triggerwerte	50	200	200
Insgesamt			~ 12000

Tabelle 1: Die Verteilung Datenmengen aus den verschiedenen Detektorteilen.

krocomputer (Macintosh) gesteuert. Die Auslese der Subdetektoren verläuft parallel. Die verschiedenen Komponenten des Detektors werden durch einen globalen event-builder ausgelesen und geordnet. Hierbei handelt es sich um einen Motorola-Prozessor '60020'.

Zusammengefasst und formatiert werden die Daten schließlich an eine μVAX 3600 gesandt, um auf Magnetband geschrieben zu werden. Ein Monitor-Programm läuf ständig

[1] Versatile Module Europe

auf der VAX mit, um die Arbeit des Detektors zu überprüfen. Dieses Monitorprogramm zeigt auf den Bildschirmen im Kontrollraum eine Vielzahl von Histogrammen, anhand derer der korrekte Ablauf der Datennahme überprüft werden kann und Fehler (beispielsweise einzelner ADC-Kanäle) schnell bestimmt werden können.

Ein Kontrollsystem (slow control) überwacht ständig die globalen Parameter der verschiedenen Detektorteile (Temperaturen, Gasgemische, Ströme, Spannungen, u.s.w. . .). Die Werte, welches dieses Kontrollsystem aufnimmt, werden auf einen eigenen Bildschirm im Kontrollraum ausgegeben und in kurzen Zeitabständen immer wieder mit auf Band geschrieben.

Abbildung 7: Schematische Darstellung der Datennahme.

2.3 Der Trigger

Eine im Experiment angestrebte typische Annihilationsrate beträgt ca. 10000 $\overline{p}/s$ und wird hauptsächlich durch Überlappen der Impulse aus der Ausleseelektronik begrenzt. Die Aufnahme von seltenen Annihilationskanälen benötigt ein Triggersystem, um den Untergrund zu verringern, indem man eine bestimmte Ereignistopologie verlangt. Im gleichen Zuge soll die Totzeit des Detektors, welche durch die Entscheidungszeit des Triggers bedingt wird, minimiert werden. Von N angebotenen Ereignissen kann ein Detektor mit der Totzeit t nur den Bruchteil

$$R = \frac{1}{1+tN}$$

aufnehmen, falls die Ereignisse zeitlich Poisson-verteilt sind. Zu diesem Zwecke wurde das Triggersystem des Crystal-Barrel-Detektors hierarchisch aufgebaut. Mit dieser Methode kann man Ereignisse, die dem gewünschten Typ grob widersprechen, schneller verwerfen und muß nicht alle weiteren Tests durchführen, bis das Ereignis als unbrauchbar erkannt wird.

Die Abb.8 zeigt den hierarchischen Aufbau des Triggersystems. Der Trigger nullter Stufe wird durch ein gestopptes Antiproton ausgelöst. Dies wird durch ein System von Koinzidenzen und Antikoinzidenzen der Strahlzähler festgestellt. Auf der ersten Triggerstufe wird die Multiplizität der bei dem Ereignis entstandenen geladenen Teilchen durch eine logische Elektronik, die mit den PWCs verbunden ist, bestimmt. Parallel dazu wird die gesamte Multiplizität aller Einschläge im Kristall-Kalorimeter durch einen Hardwareprozessor, der die Signale der Diskriminiatoren verwendet, ermittelt. Auf diese Weise ist nach wenigen Mikrosekunden die Topologie des Endzustandes als Information vorhanden. Die digitalisierten Daten aus dem Kalorimeter werden in einer zweiten Triggerstufe (Softwaretrigger) unter anderem dazu verwendet, π° und η Mesonen durch ihre Zerfälle in $\gamma\gamma$ zu rekonstruieren.

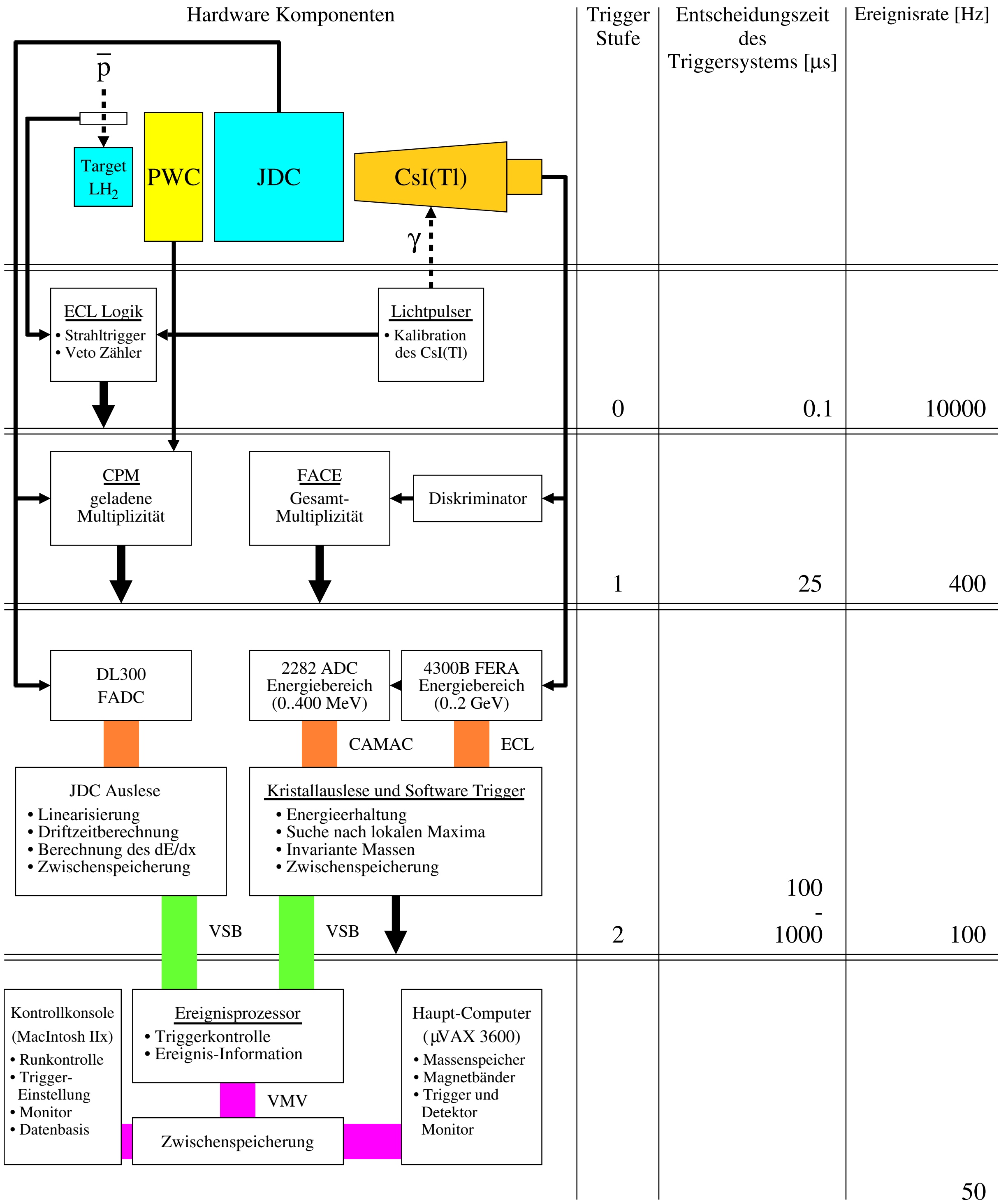

Abbildung 8: Das Diagramm zeigt den Datenfluß , sowie die verschiedenen Triggerstufen und die Entscheidungszeiten derselben.

3 Rekonstruktion der Daten

3.1 Kalibration des elektromagnetischen Kalorimeters

3.1.1 Energiekalibration mit minimal ionisierenden Teilchen

Hochenergetische geladene Teilchen können die gesamte Länge eines Kristalls durchlaufen und verlieren dabei nur Energie durch Ionisation. Im Falle des Crystal-Barrel-Detektors verliert ein geladenes Pion rund 170 MeV. Dieser Wert kann als Stützwert für die Energiekalibration der Kristalle verwendet werden. Für die Durchführung wurden $p\overline{p}$-Annihilationen mit abgeschaltetem Magneten aufgezeichnet, so daß die geladenen Annihilationsprodukte möglichst geradlinig in die Kristalle einlaufen.

Es werden dann Kristalle ausgewählt, die einen Energieeinschlag aufweisen, ohne daß einer der benachbarten Kristalle ebenfalls getroffen ist. Auf diese Weise unterdrückt man den Untergrund von Photonen und Teilchen, die hadronisch mit dem Kristallkalorimeter wechselwirken. Diese Methode benötigt keine Vorkalibration und konnte direkt verwendet werden, um die Anfangseinstellungen der Ausleseelektronik festzulegen. Man erhält ein befriedigendes Resultat unter Verwendung von etwa 10^6 aufgezeichneten Ereignissen ohne Verwendung eines Triggers. Der Nachteil dieser Methode liegt hauptsächlich darin, daß man eigentlich an der Wechselwirkung von Photonen mit dem elektromagnetischen Kalorimeter interessiert ist und hier geladene Teilchen verwendet, die eine unterschiedliche Struktur in ihrer Energiedeposition zeigen.

3.1.2 Energiekalibration mit der invarianten π°-Masse

Bildet man die invariante Masse aller Paare von Photoneinschlägen in dem elektromagnetischen Kalorimeter, so findet man eine sehr dominante und schmale Spitze bei $m_{\gamma\gamma} \sim 135$ MeV/c^2. Diese kommt aus dem elektromagnetischen Zerfall des π° in zwei Photonen. Diese Spitze kann man verwenden, um die Kristalle zu kalibrieren, indem man aufgezeichnete Daten untersucht, bei welchen ein all-neutral Trigger (Antikoinzidenz aller ladungssensitiven Detektorteile) eingeschaltet war. Man benötigt hier keine eigene Strahlzeit, denn dieselben Daten können auch zu Analysezwecken verwendet werden.

Eine iterative Methode wird angewandt, um jeden einzelnen Kristall zu kalibrieren. Die Eichfaktoren jedes Kristalls werden so lange verändert, bis die invarianten $\gamma\gamma$-Massen für Photonenpaare, die den Kristall treffen, möglicht genau bei der Masse des π° liegen.

Diese Methode erreicht eine hohe statistische Genauigkeit, ca. $\pm 0.5\%$ pro Kristall, bei rund 1.2 Millionen ausgewerteten Ereignissen mit vollständig neutralem Endzustand. Eine Vorkalibration auf rund 20% Genauigkeit ist allerdings notwendig, um ein deutliches π°-Signal bereits am Anfang der Iterationen zu sehen.

Diese Kalibrationsmethode wurde für die Rekonstruktion der in der vorliegenden Analyse verwendeten Daten durchgeführt.

3.2 Photonen

Die Kinematik des Endzustands einer $p\bar{p}$-Annihilation erhält man durch Rekonstruktion aller Teilchen, die an dem Annihilationsereignis beteiligt waren. Anfangs werden die verschiedenen Detektorteile separat behandelt, indem die Rohdaten (d.h. die eigentlich gemessenen Größen) separat bearbeitet werden (processing). Die so erhaltene Information wird zusammengefügt, um ein vollständiges Ereignis zu erhalten. Im folgenden wird auf die Beschreibung der Rekonstruktion geladener Teilchen verzichtet, da sie in der vorliegenden Arbeit nicht verwendet werden. Dieser Abschnitt erklärt wie Photonen nachgewiesen und rekonstruiert werden.

Die Photonen, welche in das Kristallkalorimeter eintreten, erzeugen durch das Wechselspiel von Paarbildung und Bremsstrahlung einen elektromagnetischen Schauer. Die transversale Ausbreitung dieses Schauers im Kalorimeter kann sich auf relativ viele Kristalle ausdehnen und bis zu 30 Kristalle treffen. Die Aufgabe eines Rekonstruktionsprogramms ist es, die Kristalle, welche eine Energiedeposition aufweisen, zu gruppieren (in sog. *cluster* zusammenzufassen) und möglicherweise mehrere Schauer innerhalb eines *clusters* von getroffenen Kristallen zu trennen. Hier sei die Bezeichnug PED (*particle energy deposit*) eingeführt. Dies ist ein lokales Maximum der Energiedeposition und wird definiert, indem man verlangt, daß der Zentralkristall eines PED mehr Energiedeposition aufweist, als seine 8 unmittelbaren Nachbarn und selbst mit mindestens 10 MeV getroffen wurde. Somit kann auch ein einzelner Kristall ein PED darstellen.

Kristalle, die mindestens eine Ecke gemeinsam haben, werden demselben *cluster* zugeordnet. Die Minimalenergie, die ein Kristall hierbei aufweisen muß, beträgt 1 MeV. Die Minimalenergie eines ganzen *clusters* muß 10 MeV betragen (für die Analyse in dieser Arbeit betrug der Schnitt 20 MeV). Innerhalb eines *clusters* können nach obiger Definition eines PED auch mehrere PEDs enthalten sein. Ist ein *cluster* gefunden, so werden lokale Maxima der Energiedeposition gesucht und die *cluster* in einzelne PEDs geteilt. Die Energie E_{PED} eines PED in einem *cluster* mit mehr als einem PED wird durch

$$E_{PED} = \frac{E_9}{\sum_{i=1}^{N} E_{9i}} \times E_{cluster}$$

berechnet [20], wobei N die Anzahl der PEDs darstellt. E_9 sei die Summe der deponierten Energie im zentralen Kristall plus seiner 8 Nachbarn und E_{9i} sei die Summe E_9 für jeden der N Zentralkristalle eines PED. Die in allen Kristallen eines *clusters* deponierte Energie wird aufsummiert und ergibt die *cluster*-Energie E_{clus}. Die Position eines PED, welche durch die Winkel θ und ϕ gegeben ist, wird über den Richtungscosinus $RCOS$ berechnet. Diese berechnen sich durch

$$RCOS_x = \frac{\sum E_i x_i}{[(\sum E_i x_i)^2 + (\sum E_i y_i)^2 + (\sum E_i z_i)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

und analog für $RCOS_y$ und $RCOS_z$. (x_i, y_i, z_i) sei die Position eines Kristalls und E_i die in ihm deponierte Energie. Falls mehr als ein PED im *cluster* ist, wird die Position der PEDs über die Richtungskosinusse ihrer Zentralkristalle berechnet. Schließlich wird eine

Energiekorrektur der PEDs durchgeführt. Eine Funktion korrigiert die Nichtlinearitäten in E und θ. Die Korrekturfunktion wurde mit Hilfe von Monte-Carlo-Ereignissen einzelner Photonen ermittelt.

Die beiden Photonen aus dem Zerfall eines hochenergetischen π° können ihre Energie im selben *cluster* deponieren. Um derartige “verschmolzene” π° zu entdecken, wird die invariante Schauermasse eines *clusters* ermittelt.

$$M^2 = (\sum E_i)^2 - (\sum \vec{p_i})^2,$$

wobei E_i die Energie des i-ten Kristalls und $\vec{p_i}$ der dazugehörige Impulsvektor ist. Für einzelne Photonen ist die Schauermasse um $M \geq 0$ verteilt, wohingegen verschmolzene π° eine Schauermasse von etwa einer π°-Masse $M = 135$ MeV aufweisen.

Um Photonen im Kristallkalorimeter von der Energiedeposition durchgegangener geladener Teilchen zu unterscheiden, werden die Positionen in der Kristallmatrix mit den Spuren in der JDC verglichen. Falls ein PED (im Kalorimeter) am Ende einer geladenen Spur (in der JDC) auftritt, wird er nicht als Photon geführt. Dieses Verfahren funktioniert mit hoher Effizienz.

Abbildung 9: (1) Typische Energiedeposition eines Photons der Energie 250 MeV. (2) Typische Energiedeposition eines geladenen Pions der Energie 250 MeV.

3.3 Vorselektion

Der in dieser Analyse verwendete Datensatz wurde im November 1990 mit dem Crystal-Barrel-Detektor aufgenommen. Während dieser Strahlzeit wurden insgesamt 4.587.658 Ereignisse unter Verwendung eines all-neutral Triggers aufgezeichnet. Die Eigenschaften der so aufgezeichneten Daten sind in Abb.10 dargestellt.

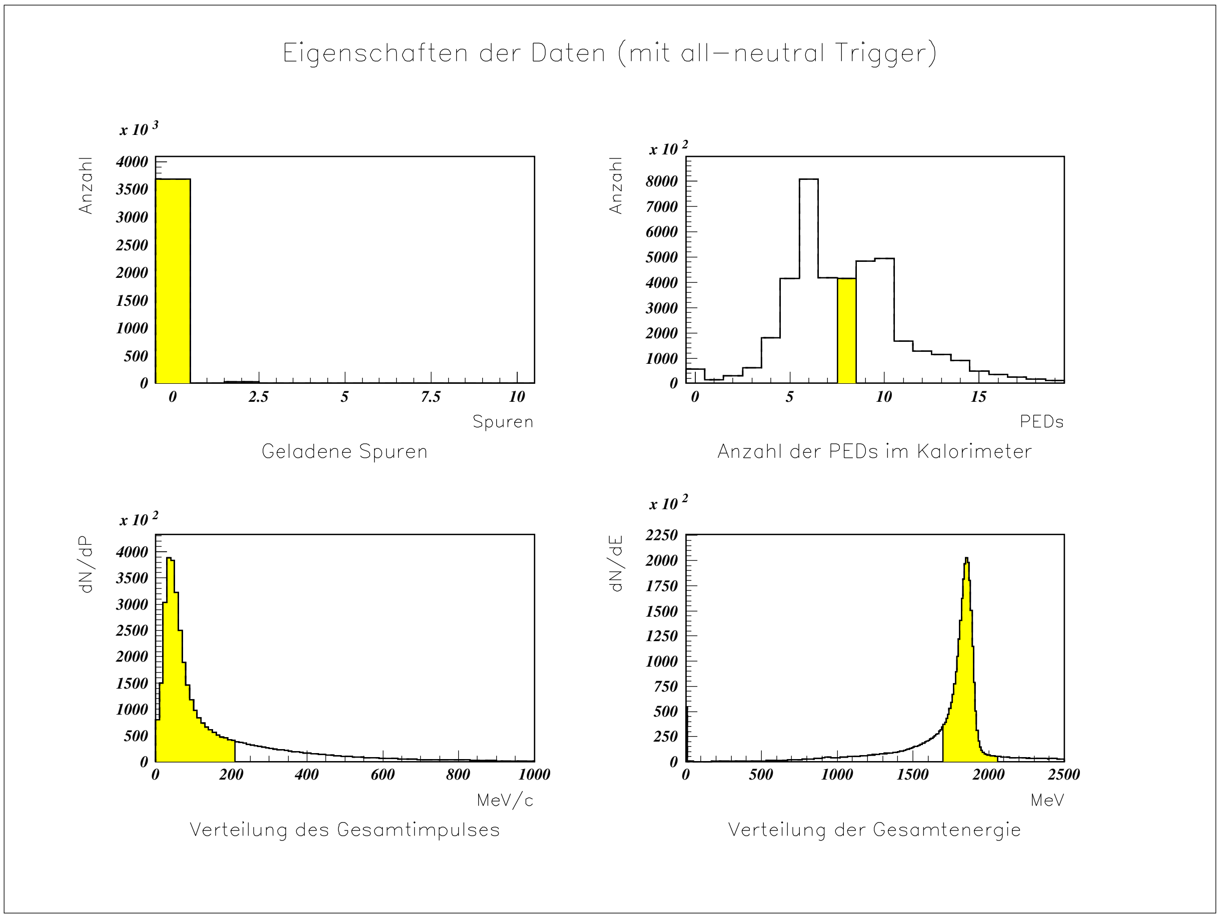

Abbildung 10: Einige Eigenschaften der Daten, die mit einem all-neutral Trigger aufgenomen wurden. Die schattierten Bereiche wurden durch die unten aufgeführten Bedingungen selektiert. l.o.: Die Verteilung der Anzahl der geladenen Teilchen in Ereignissen, die mit einem all-neutral Trigger aufgenommen wurden. Die wenigen geladenen Spuren kommen meist von Dalitz-Paar-Übergängen hochenergetischer γs. r.o.: Die Verteilung der Energiedepositionen (PEDs) in der Kristallmatrix. l.u.: Die Verteilung des Gesamtimpulses der Ereignisse, unter der Annahme, daß alle PEDs echte Photonen sind. r.u.: Die entsprechende Verteilung der Gesamtenergie.

Im ersten Schritt wurde der Satz vollständig neutraler Daten von allen Daten gesäubert, die kein vollständiges $4\pi^\circ$-Ereignis sein können. Es wurden folgende Bedingungen gestellt

- Ausschluß von Ereignissen mit geladenen Teilchen im Endzustand.
- Zugelassen werden nur Ereignisse mit genau 8 PEDs. (Durch lokale Schauerfluktuationen können auch 9- und mehr PED-Ereignisse von $4\pi^\circ$ abstammen, aber diese sind hier vernachlässigt worden.)
- Die gesamte im Kalorimeter deponierte Energie muß zwischen 1700 und 2050 MeV liegen. (Die Masse des $p\overline{p}$-Systems beträgt $M_{p\overline{p}} = 1876.544$ MeV/c^2).
- Unter der Annahme, daß alle Schauer im Kalorimeter Photonen sind, darf deren Gesamtimpuls nicht mehr als 200 MeV/c betragen. Andernfalls wäre die Gefahr, ein unvollständiges Ereignis zu erhalten, zu groß.
- Der 'pile-up flag' darf nicht gesetzt sein. Ereignisse, welche möglicherweise durch zwei fast gleichzeitig in das Target laufende Antiprotonen erzeugt wurden, sollen ausgeschlossen werden.
- Keines der PEDs darf sein Zentrum in einem der Randkristalle, die am nächsten an der Strahlachse liegen, aufweisen. Dadurch würden die Schauerfluktuationen in diesen PEDs zu groß .

Mit obigen Schnitten wurde der ursprüngliche Datensatz von 4.587.658 (getriggerten) Ereignissen auf 241.700 reduziert. Die Auswirkung jedes einzelnen Schnittes zeigt sich in Abb.11.

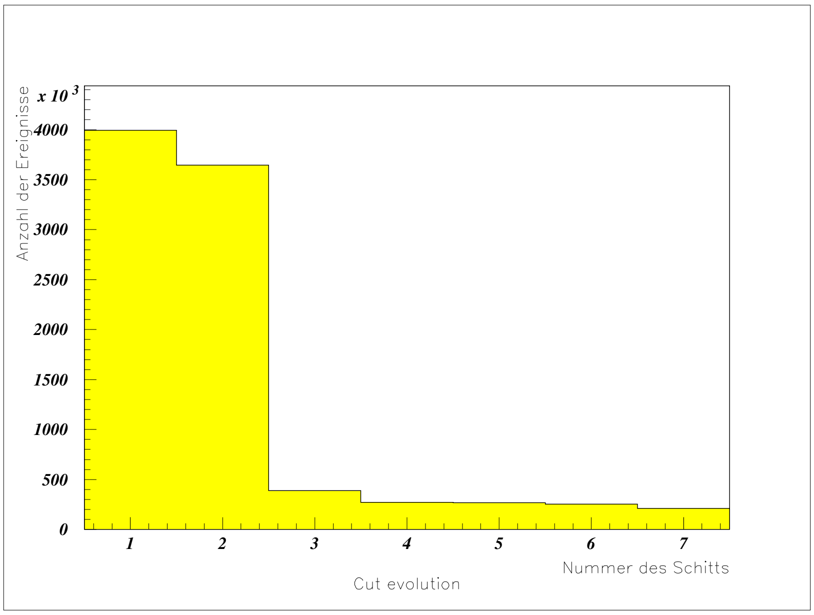

Abbildung 11: Reduzierung der Datenmenge nach den im Text beschriebenen Schnitten 1-7.

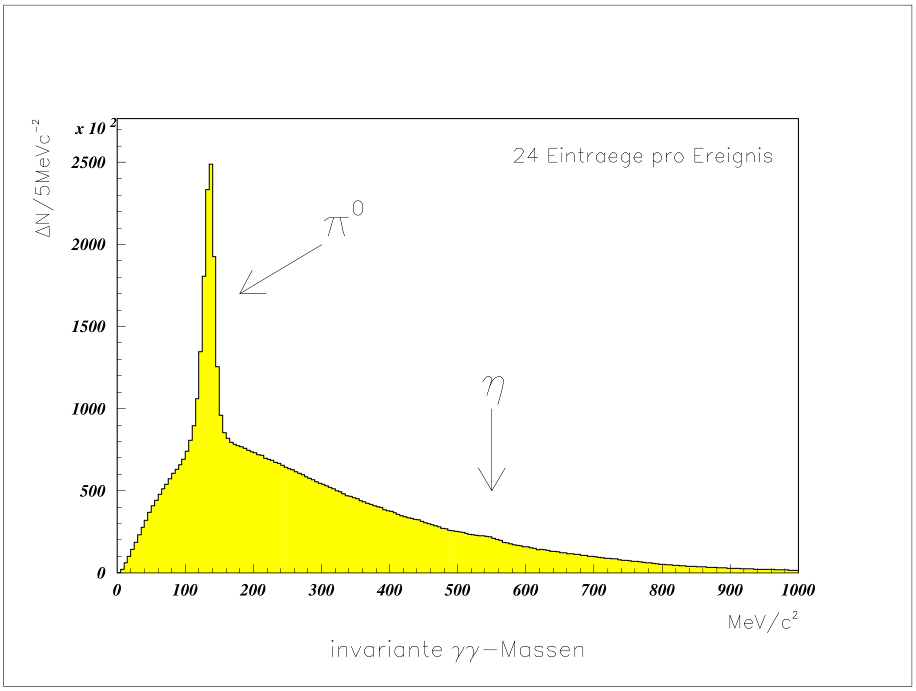

Abbildung 12: Die Verteilung von $M_{\gamma\gamma}$ für 8-PED-Ereignisse.

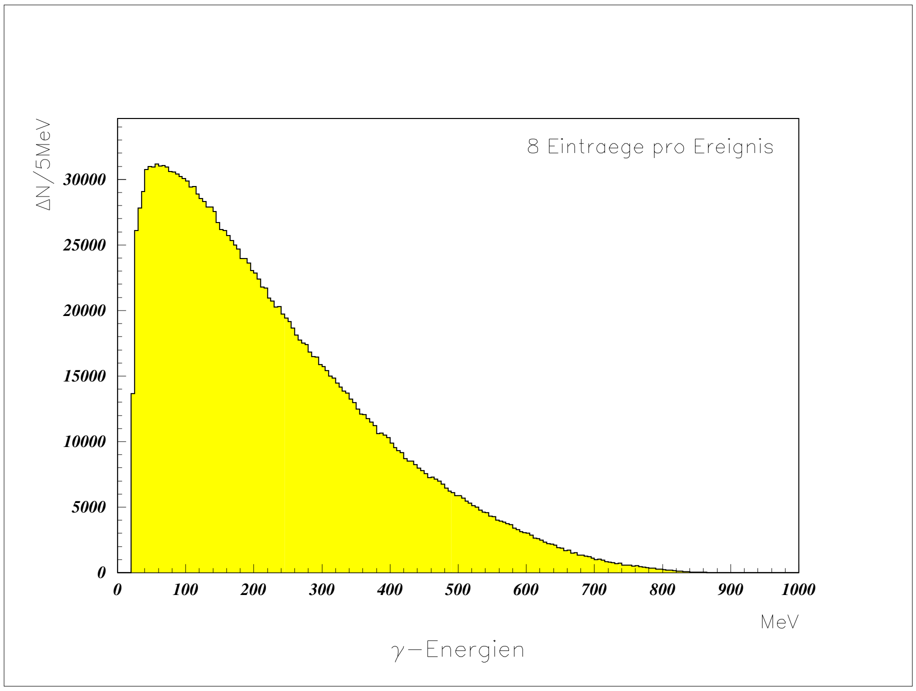

Abbildung 13: Die Verteilung der Photonenenergien für 8-PED-Ereignisse.

3.4 Kinematischer Fit

Mit Hilfe der in Anhang B beschriebenen Prozedur wurden die Daten kinematisch angepaßt. Dazu wurden sie zuerst einer 4C-Anpassung unterzogen. Hierbei werden diejenigen Ereignisse ausgesiebt, die auf Grund der Notwendigkeit der Erhaltung der Gesamtenergie und des Gesamtimpulses keine vollständigen Ereignisse des Typs $p\overline{p} \rightarrow 8\gamma$ sein können. Abb.14 zeigt die 'confidence-level'-Verteilung für die 4C-Anpassung. Die dunkel schraffierte Fläche zeigt, welche Ereignisse für die weitere Analyse verwendet wurden. Übrig sind nach der 4C-Anpassung noch 74937 8γ-Ereignisse.

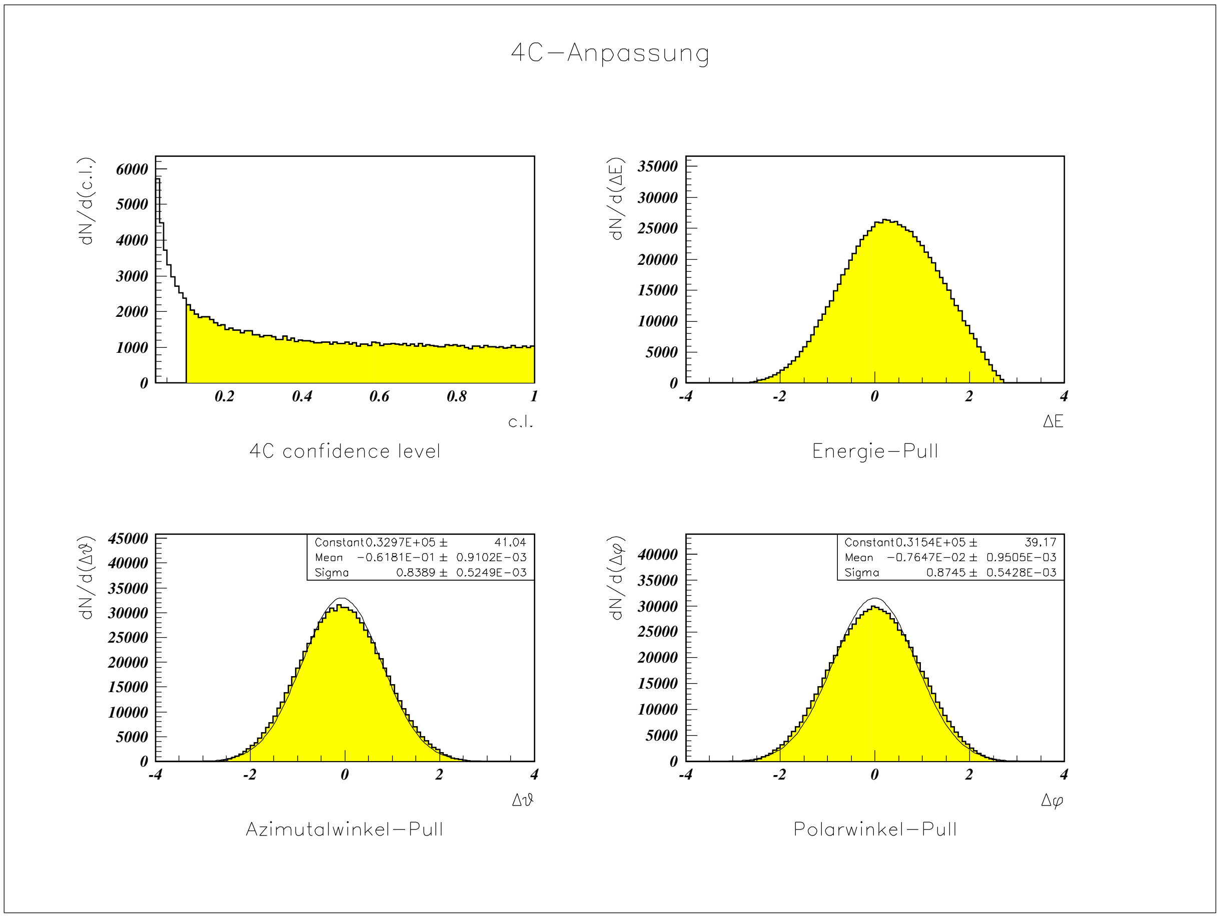

Abbildung 14: o.l.: Die Verteilung des 'confidence-levels' für die 4C-Anpassung. Hier mußten die ersten 2 bins weggelassen werden. Sie enthalten 72458 und 8359 Ereignisse. Die anderen drei Bilder zeigen die Verteilungen der 'pulls' der drei Variablen E, Θ, Φ.

Hierauf wurden die Daten mehreren kinematischen Anpassungen unterzogen, wobei zunächst 5 verschiedene Hypothesen angenommen wurden:

1. $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$, $(\pi^\circ \rightarrow \gamma\gamma)$
2. $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\eta$, $(\pi^\circ \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta\gamma\gamma)$
3. $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\eta\eta$, $(\pi^\circ \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta\gamma\gamma)$
4. $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\eta\eta\eta$, $(\pi^\circ \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta\gamma\gamma)$
5. $p\overline{p} \rightarrow \omega\omega\pi^\circ$, $(\omega \rightarrow \pi^\circ\gamma$, $\pi^\circ \rightarrow \gamma\gamma)$

Alle diese Zerfallskanäle führen zu 8γ im Endzustand und können somit in den bisher selektierten Ereignissen versteckt sein. Die kinematische Anpassung liefert für jedes Ereignis ein *confidence level* für jede einzelne Hypothese. Es zeigt sich sehr schnell, daß die Hypothesen 4 und 5 nur in einem vernachlässigbaren Bruchteil der Fälle erfüllt werden. Um die Geschwindigkeit des Anpassungsprogramms zu verbessern, wurden diese beiden Hypothesen ausgeschaltet. Außerdem stellt man fest, daß der Zerfallskanal $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ ungleich stärker vorhanden ist als alle anderen. Aus Abb.16 wird ersichtlich, daß von den 74937 8γ Ereignissen 77.5% die $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese erfüllen (*confidence level* ≥ 0.1), dagegen nur 7.7% die $\eta\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese und nur 2.7% die $\eta\eta\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese. Alle Ereignisse, die die $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese erfüllen, werden somit akzeptiert. Die dabei entstehende Verunreinigung durch Ereignisse anderen Typs sind minimal. Abb.15 zeigt die *confidence level*-Verteilung der Hypothese $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$. Die schraffierten Ereignisse wurden für die Analyse weiterverwendet.

Etwa 9% der Ereignisse, die die $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese erfüllen (Abb.16), bieten zwei verschiedene Kombinationen der 8 Photonen an, die beide die $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese erfüllen. Eigentlich ist es verwunderlich, daß dies nur so wenig sind, denn es gibt immerhin 105 Möglichkeiten 8γ zu vier Paaren zu gruppieren. Dennoch ist bei der Behandlung dieser Ereignisse Vorsicht geboten, denn sie sammeln sich relativ stark an bestimmten Stellen des Phasenraums an. Dies bedeutet, daß man diese zweideutigen Ereignisse nicht einfach aus dem Datensatz entfernen kann. Im weiteren wird im Falle eines zweideutigen Ereignisses diejenige Kombination der Photonen akzeptiert, die die höhere Wahrscheinlichkeit für die Bildung von $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ besitzt. Unter diesen Kriterien bleiben 58388 $4\pi^\circ$-Ereignisse.

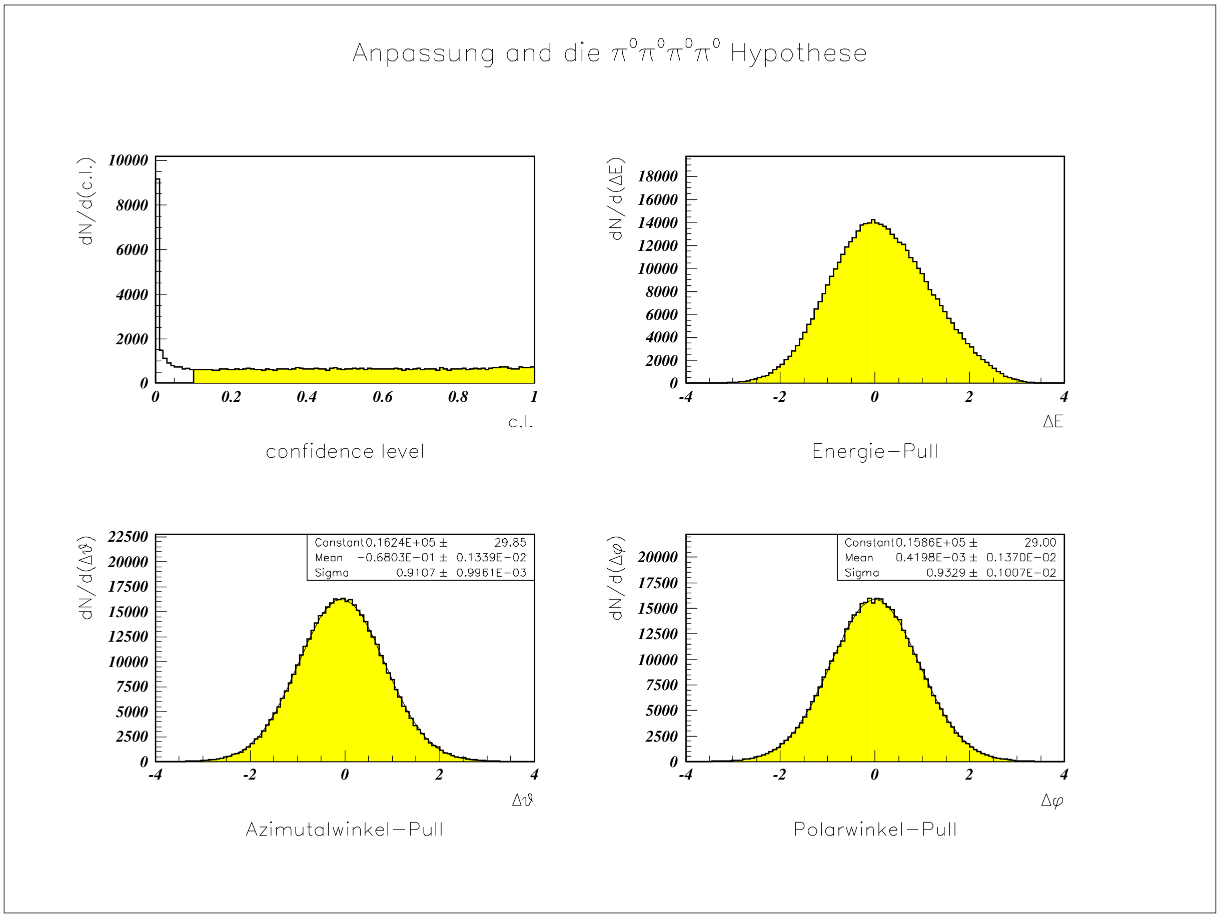

Abbildung 15: o.l.: Die Verteilung des 'confidence-levels' für die Anpassung der $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese. Die anderen drei Bilder zeigen die Verteilungen der 'pulls' der drei Variablen E, Θ, Φ.

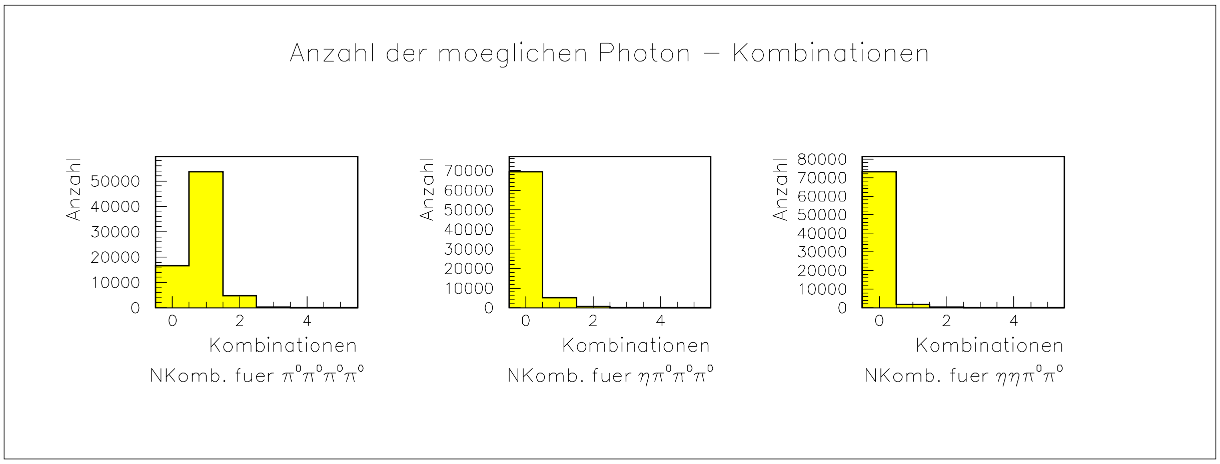

Abbildung 16: Gezeigt ist die Anzahl der Kombinationen der 8 Photonen, welche die $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese (links), die $\eta\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese (Mitte) und die $\eta\eta\pi^\circ\pi^\circ$-Hypothese (rechts) erfüllen.

3.5 Monte-Carlo-Simulationen

Um Verzweigungsverhältnisse, Nachweiswahrscheinlichkeiten und die Effizienz der Rekonstruktion zu bestimmen, muß man von bekannten Endzuständen ausgehen. Dabei wird ein Monte-Carlo-Programm verwendet, welches die gesamte Geometrie des Detektors, alle physikalischen Verhaltensweisen der Teilchen sowie deren Wechselwirkung mit Materie und die elektronische Auslese des Detektors simuliert. Die Auswirkungen aller in der späteren Analyse angewandten Schnitte auf die Effizienz der Rekonstruktion können auf diese Weise festgestellt werden. Das Monte-Carlo-Simulationsprogramm, welches für die Analyse in dieser Arbeit verwendet wurde, basiert auf einem CERN-Softwarepaket namens GEANT (GEANT 3.13, GCB 4.02)[24]. Die Endzustände der $p\overline{p}$-Annihilation wurden gemäß ihrer Verteilung im Phasenraum 'gewürfelt' und die Wechselwirkung der Endzustandsteilchen mit dem Detektor simuliert. Weil die Effizienz der Rekonstruktion des Zerfallsvertex nicht von der tatsächlichen Position des Vertex abhängt (so lange die Annihilation nicht weit außerhalb des Targets stattfindet) werden die Annihilationen im Simulationsprogramm genau in der Mitte des Targets erzeugt.

Der $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Endzstand wurde mit Hilfe dieses Monte-Carlo-Programms simuliert. 250 000 derart erzeugte Ereignisse wurden mit demselben Rekonstruktionsprogramm (`CBOFF`[20]) bearbeitet und mit dem Anpassungsprogramm `CBKFIT` kinematisch angepaßt, genauso wie die experimentellen Daten. 37351 Ereignisse wurden als $4\pi^\circ$-Endzustand ermittelt, was einer Rekonstruktionseffizienz von $14,9\%$ entspricht. Die schließlich rekonstruierten Viererimpulse der Pionen wurden mit rein phasenraumverteilten $4\pi^\circ$-Viererimpulsen (siehe Anhang A) durch die in Kapitel 4.4 beschriebene Methode verglichen. Es wurde festgestellt, daß die Monte-Carlo-Daten nicht an einer oder mehreren Stellen im Phasenraum systematisch abweichen. Das bedeutet, daß der Detektor eine annähernd konstante Effizienz der Rekonstruktion besitzt. Die experimentell erhaltenen Vierervektoren der $4\pi^\circ$ können in der Analyse also direkt mit LIPS-Daten (siehe Anhang A) verglichen werden und die Detektoreffizienz braucht keine Beachtung zu finden. Das Ergebnis ist in Abb.17 dargestellt. Die Abweichung des Schwerpunkts der k_x-Verteilung von dem der Binomialverteilung ist vernachlässigbar ($\beta = 1.1$, siehe Kapitel 4.4).

Der einzig beachtenswerte Unterschied zwischen experimentellen Daten und MC-Daten besteht darin, daß die Energieauflösung bei den MC-Daten mit $1.8\%/E^{1/4}$ besser ist als bei den experimentellen Daten ($2.4\%/E^{1/4}$ mit E als Energie eines Photons in GeV). Die Winkelauflösungen sind bei MC-Daten ebenfalls etwas besser. Diese veränderten Werte für die Fehler müssen somit in die kinematische Anpassung (Anhang B) eingebaut werden.

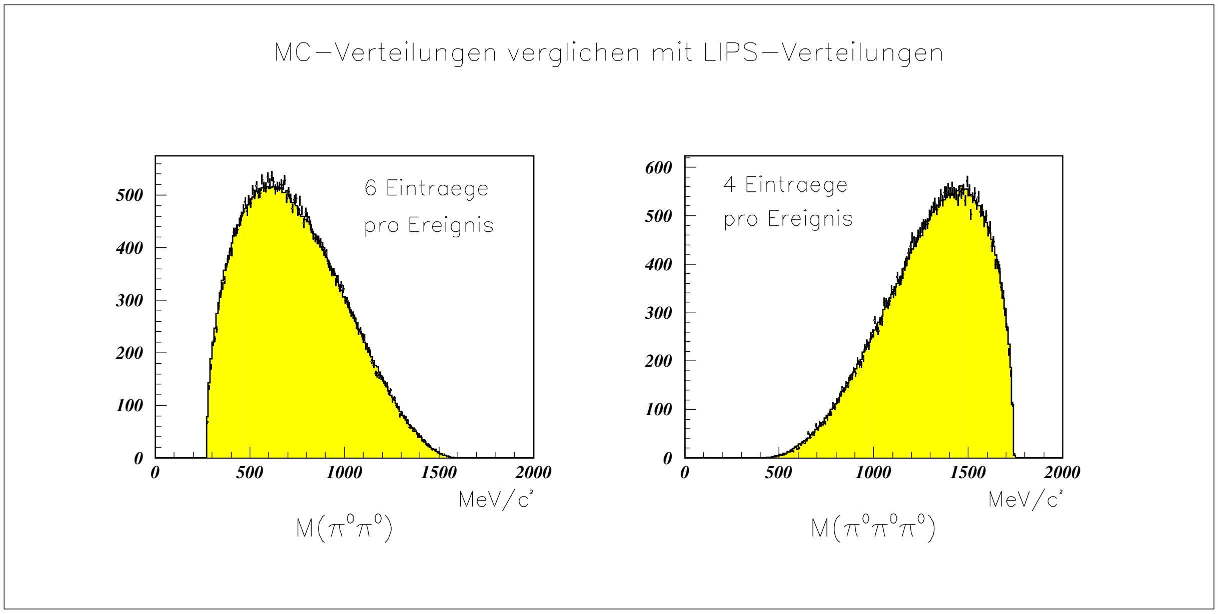

Abbildung 17: Verteilungen der invarianten Zwei- und Drei-Pion-Massen, indem rein phasenraumverteilte Daten (schraffiert) mit Monte-Carlo-Daten (Histogramme mit Fehlerkreuzen) verglichen werden. Aus Symmetriegründen (die $4\pi^0$ sind identisch) enthält das Histogramm der $2\pi^0$-Massen jeweils 6 Einträge pro Ereignis und das $3\pi^0$-Massen-Histogramm jeweils 4 Einträge.

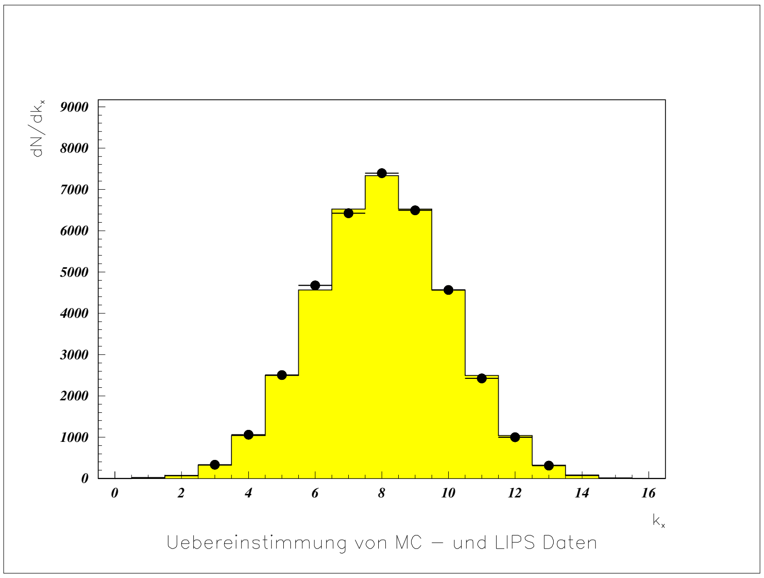

Abbildung 18: Die k_x-Verteilung und die Binomialverteilung (Kap.4.4.) beim Vergleich von Monte-Carlo-Daten mit LIPS-verteilten Daten.

3.6 Der experimentelle Datensatz $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$

Der experimentelle Datensatz von 58388 Ereignissen soll nun einer ersten Betrachtung unterzogen werden. Auf der Suche nach resonanten Zwischenzuständen kann man von folgenden zwei Möglichkeiten des Zerfalls von Protonium ausgehen:

- $p\overline{p} \rightarrow a\ b, \quad a \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ, b \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ$
- $p\overline{p} \rightarrow c\pi^\circ, \quad c \rightarrow d\pi^\circ, d \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ$

Die Viererimpulse der Pionen seien mit p_i bezeichnet und die invarianten Massen von zwei bzw. drei Pionen seien mit m_{ij} bzw. m_{ijk} bezeichet, wobei gilt

$$m_{ij} = \sqrt{(p_i + p_j)^2}$$

sowie

$$m_{ijk} = \sqrt{(p_i + p_j + p_k)^2}.$$

Resonanzen, welche in $2\pi^\circ$ zerfallen, sollten in der m_{ij} - Darstellung als Spitzen auftreten und analog sollten Resonanzen, die letztendlich in $3\pi^\circ$ zerfallen, in der m_{ijk}-Darstellung auftreten. Als nachteilig erweisen sich folgende Punkte:

- Wegen der Symmetrie der π° ergibt sich für alle grafischen Darstellungen von kinematischen Variablen die Notwendigkeit mehrere Einträge pro Ereignis zu machen, was zu einer Verschmierung der vorhandenen Strukturen führt.
- Der Phasenraum ist im vorliegenden Fall 5-dimensional, und jede (maximal 2-dimensionale) grafische Darstellung kann nur eine Projektion dieses Raumes zeigen. Dies führt wiederum zu Vermischungen von Strukturen und läßt nur vage Rückschlüsse zu.
- Die meisten hadronischen Resonanzen haben eine beachtliche Breite, was zu möglicherweise irreführenden Überlappungen und Interferenzen führt.

Die Verteilungen der invarianten Massen m_{ij} und m_{ijk} sind in Abb.19 dargestellt. Man erkennt deutlich die Spitze in der $3\pi^\circ$ invarianten Masse, die vom Zerfall

$$p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\eta\ ,\ \eta \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$$

herrührt (weiteres hierzu in Kap. 3.8.).

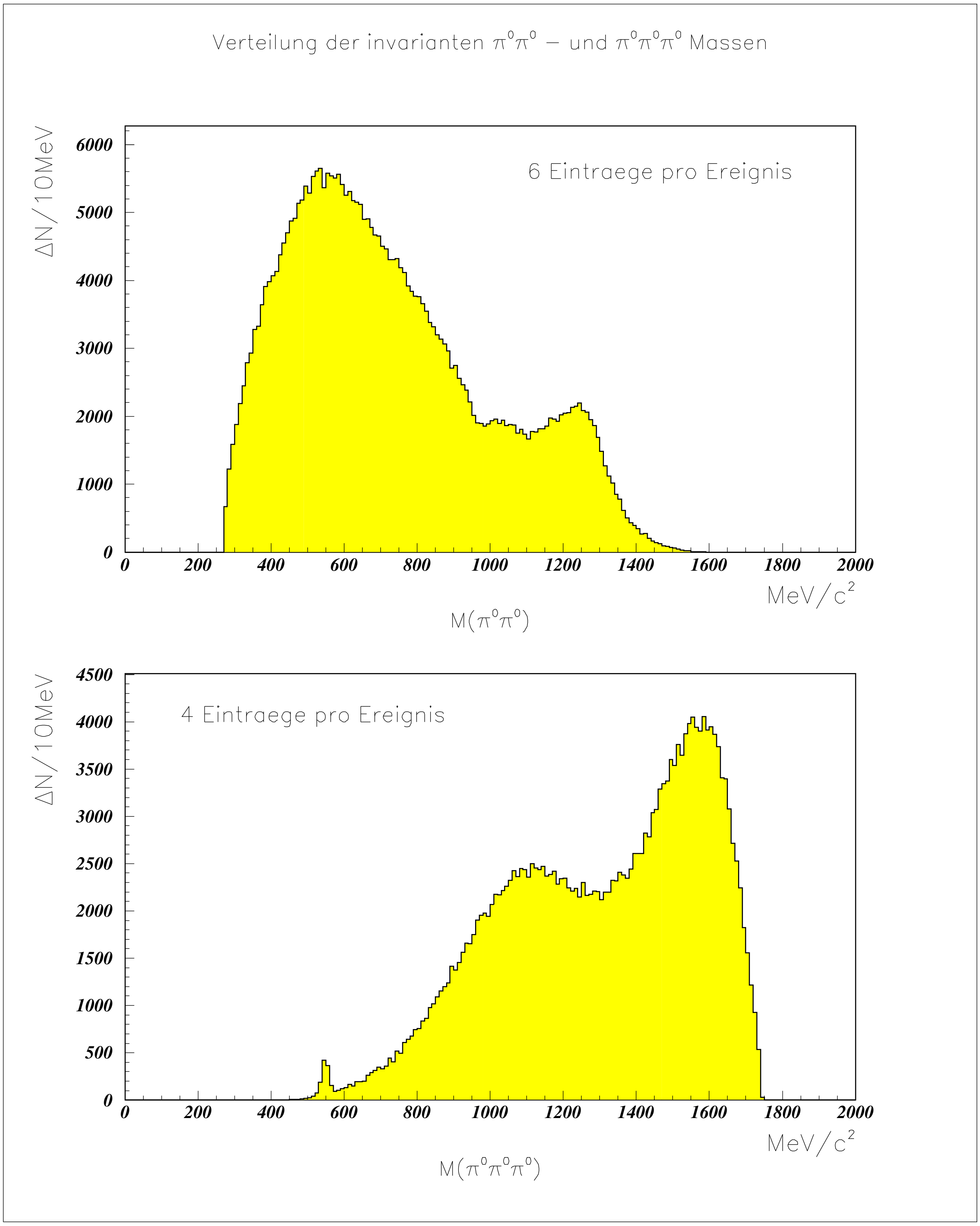

Abbildung 19: Verteilungen der invarianten Zwei- und Drei-Pion-Massen. Aus Symmetriegründen (die $4\pi^\circ$ sind identisch) enthält das Histogramm der $2\pi^\circ$-Massen jeweils 6 Einträge pro Ereignis und das $3\pi^\circ$-Histogramm jeweils 4 Einträge.

Nachdem eine Dissertation maximal 2-dimensionale grafische Darstellungen enthalten kann, gilt es, die für den vorliegenden Fall anschaulichsten auszusuchen. Eine Möglichkeit besteht darin, die invarianten Massen von $3\pi^\circ$ gegen die invarianten Massen von $2\pi^\circ$ aufzutragen. Es ergeben sich zwei unterschiedliche Fälle:

- Die zwei Pionen, deren invariante Masse m_{ij} gebildet wird, stellen eine echte Untermenge der drei Pionen dar, deren invariante Masse m_{ijk} gebildet wird. Das ergibt 12 kombinatorische Einträge pro Ereignis.
- oder das Gegenteil ist der Fall: Die zwei-Pion invariante Masse wird immer nur mit dem 4. Pion gebildet, welches nicht in die Bildung der drei-Pion invarianten Masse m_{ijk} eingeht. Das ergibt 12 kombinatorische Einträge pro Ereignis.

Ereignisse des ersteren Typs seien als IN-Ereignisse bezeichnet, die letzteren als OUT-Ereignisse. Leider sind die Grenzen des erlaubten Phasenraums in den beiden Fällen nicht dieselben. Es ist offensichtlich, daß Ereignisse des IN-Typs Zerfälle der Art

$$p\overline{p} \to a\pi^\circ \ , \ a \to b\pi^\circ \ , \ b \to \pi^\circ\pi^\circ$$

enthalten müssen. Falls die Zwischenzustände a und b sehr schmale Resonanzen sind, so erwartet man in einer grafischen Darstellung der IN-Ereignisse eine punktuelle Anhäufung an der Stelle

$$(m_{ijk} = m_a \ , \ m_{ij} = m_b),$$

welche in einer Darstellung der OUT-Ereignisse nicht auftreten dürfte. In Abb.20 sind beide Verteilungen dargestellt. Man erkennt in der Verteilung der IN-Ereignisse eine Anhäufung an der Stelle

$$(m_{ijk} \simeq 1550 MeV/c^2, m_{ij} \simeq 1250 MeV/c^2)$$

Dies ist möglicherweise ein Anzeichen für eine Resonanz, welche in ein f_2 ($m_{f_2} \simeq 1275$ Mev/c^2) plus ein π° zerfällt. Ein ähnlicher Zerfall wird durch die spätere Analyse auch gefunden (Kap.5.1.ff).
Zerfälle des Protoniums der Art

$$p\overline{p} \to a \ b \ , \ a \to \pi^\circ\pi^\circ \ , \ b \to \pi^\circ\pi^\circ$$

sollten im sogenannten Goldhaber-Plot (Abb.21) zutage treten. Hierbei wird die invariante Masse zweier Pionen gegen die invariante Masse der anderen zwei Pionen aufgetragen.

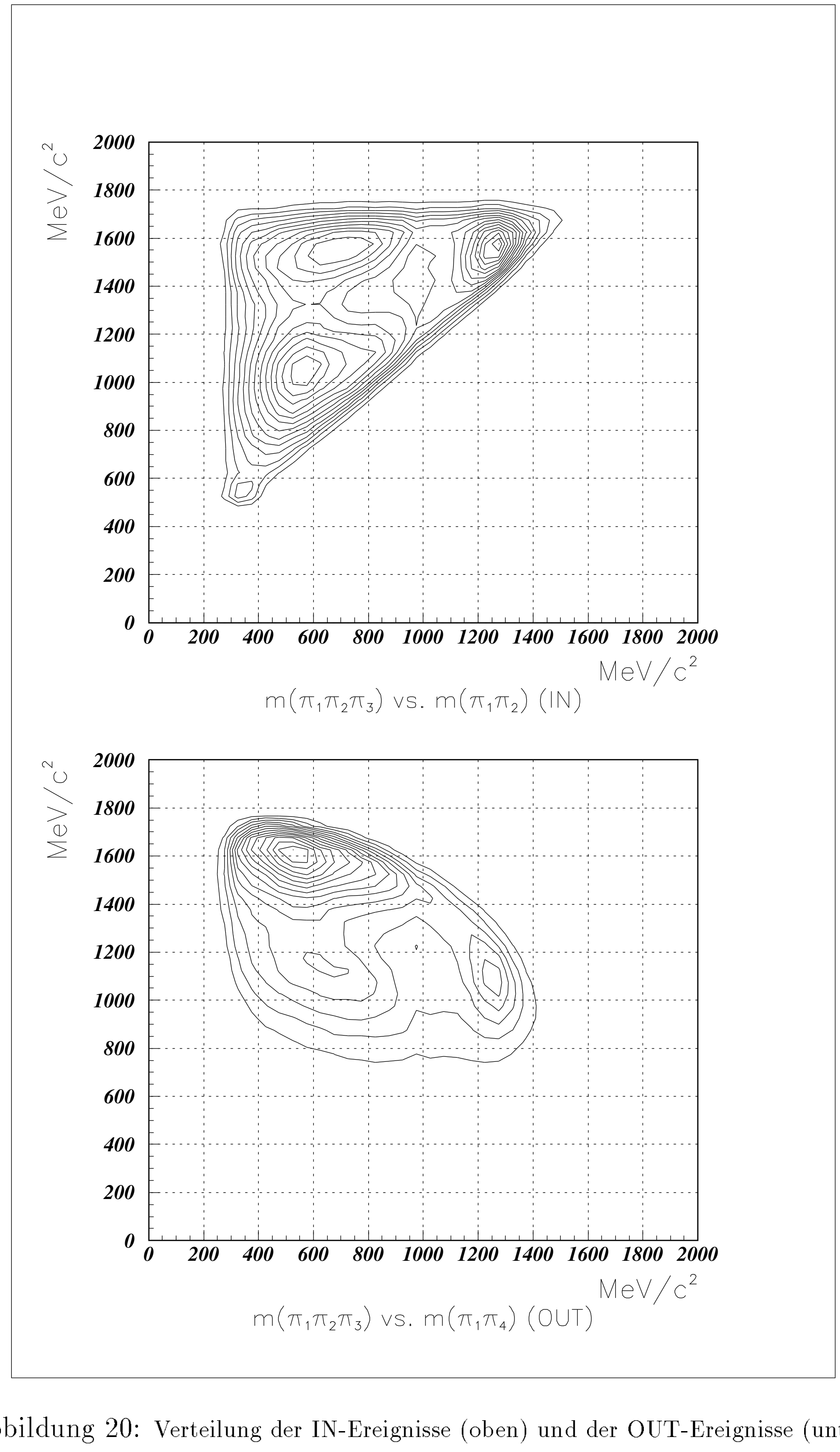

Abbildung 20: Verteilung der IN-Ereignisse (oben) und der OUT-Ereignisse (unten)

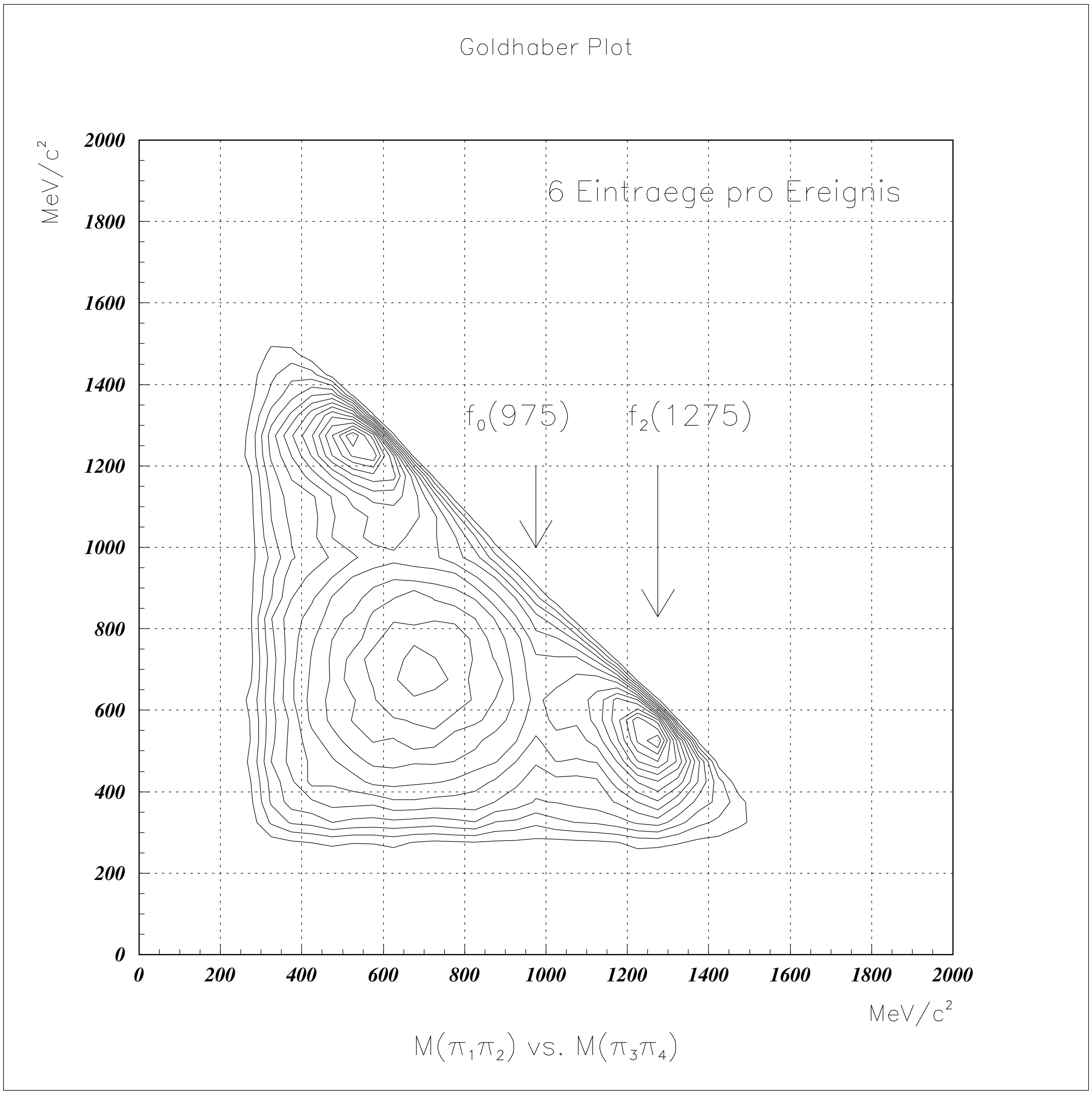

Abbildung 21: Goldhaber-Plot für den Zerfall $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$

3.7 Das Verzweigungsverhältnis von $p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$

Das Verhältnis

$$BR_{p\overline{p}\to 4\pi^\circ} = \frac{p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}{p\overline{p} \to alles}$$

wird über das Verzweigungsverhältnis $BR_{p\overline{p}\to\eta\pi^\circ}$ berechnet. Das Verzweigungsverhältnis von $p\overline{p} \to \eta\pi^\circ$ ist recht genau bekannt [25]. Da dieser Zerfall teilweise in den Endkanal $p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ mündet, kann man daraus $BR_{p\overline{p}\to 4\pi^\circ}$ berechnen, indem man auf das bekannte Verhältnis $BR_{p\overline{p}\to\eta\pi^\circ}$ normiert. $BR_{p\overline{p}\to 4\pi^\circ}$ berechnet sich demnach zu

$$BR_{p\overline{p}\to 4\pi^\circ} = \frac{N_0(p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ)}{N_{p\overline{p}\to\eta\pi^\circ}(p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ)} BR_{p\overline{p}\to\eta\pi^\circ} BR_{\eta\to\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}$$

wobei $N_0(p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ)$ die gesamte Anzahl der gemessenen Ereignisse des Typs $p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$, $N_{\eta\pi^\circ}(p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ)$ die Anzahl der darin enthaltenen Ereignisse des Typs $p\overline{p} \to \eta\pi^\circ$ und $BR_{\eta\to\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}$ die Wahrscheinlichkeit des Zerfalls des η in $3\pi^\circ$ bezeichnet.

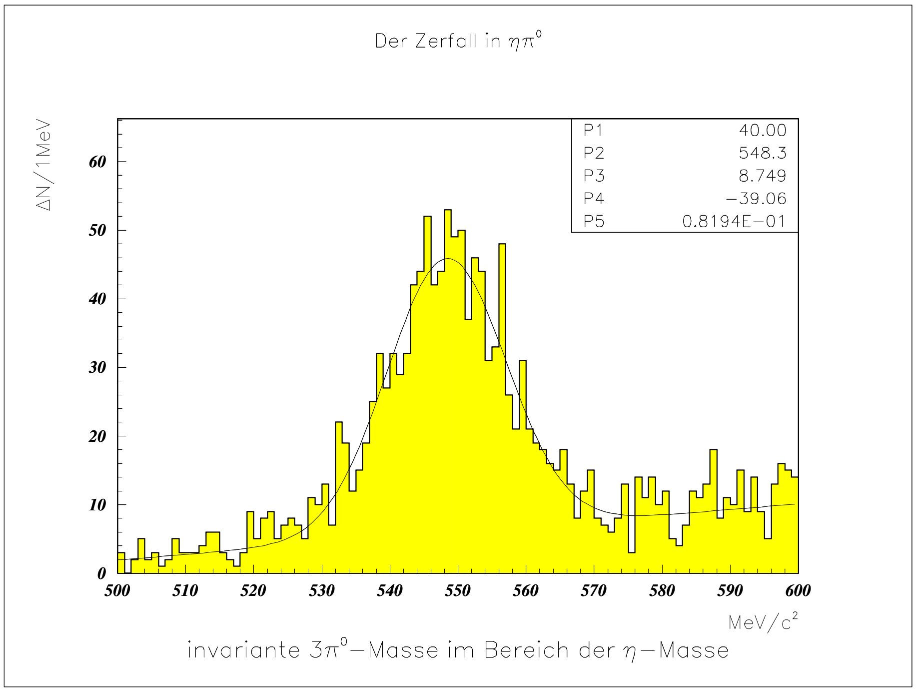

Abbildung 22: Verteilung der invarianten Massen von $3\pi^\circ$ im Bereich der η-Masse. Für diesen Bereich der Daten wurde eine Gauß-Funktion mit einem linearen Untergrund angepaßt.

$N_{p\overline{p}\to\eta\pi^\circ}(p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ)$ wird gemessen, indem die charakteristische Spitze in der $3\pi^\circ$-Massenverteilung mit einer GaußFunktion plus einem Polynom angepaßt wird. Die angepaßte Funktion hat die Form

$$F(x) = p_1 \exp -\frac{1}{2}\left(\frac{x-p_2}{p_3}\right)^2 + p_5 x + p_4.$$

Aus der Fläche des Gauß'schen Anteils

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} F(x)dx = p_1 p_3 \sqrt{2\pi}$$

der angepaßten Funktion ergibt sich für

$$A = 877.33$$

Der Fehler dieser Größe setzt sich zusammen aus dem Fehler

$$\Delta A = \sqrt{N_{\eta\pi^\circ}} \simeq 29.62$$

und dem Fehler des Ereignisse im Untergrund N_U

$$\Delta N_U = \frac{1}{2}\sqrt{N_U} = \frac{1}{2}\sqrt{\int_{500}^{600} (\frac{p_5}{2}x^2 + p_4 x)dx} = 12.3$$

Der Faktor $\frac{1}{2}$ ensteht dadurch, daß die Gauß-Kurve sich nur über etwa die Hälfte der Untergrundereignisse erstreckt. Insgesamt ergibt sich

$$N_{\eta\pi^\circ}(p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ) = 877.33 \pm 32.1$$

Mit den Größen

$$N_0(p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ) = 58388$$

$$BR_{\eta\to\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ} = 0.319 \pm 0.004$$

$$BR_{p\overline{p}\to\eta\pi^\circ} = 0.212 \pm 0.012 \times 10^{-3}$$

ergibt sich als Gesamtverzweigungsverhältnis

$$BR_{p\overline{p}\to\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ} = (4.50 \pm 0.31) \times 10^{-3}$$

3.8 Unterdrückung des Zerfallskanals $p\overline{p} \rightarrow \eta\pi^\circ$

Sowohl das $\eta(550)$ selbst, als auch dessen Zerfallsmodus in $3\pi^\circ$, sind bekannt und für die Analyse in dieser Arbeit nicht bedeutsam. Man sieht auch, daß der Beitrag dieses Kanals gering ist. Aus diesen Gründen werden die Ereignisse des Typs $p\overline{p} \rightarrow \eta\pi^\circ$ aus dem Datensatz entfernt, indem jedes Ereignis mit einer invarianten $3\pi^\circ$-Masse kleiner als 575 MeV/c^2 verworfen wird. Dieser Schnitt betrifft nur ca. 4% der selektierten $4\pi^\circ$-Ereignisse und hat keinen nennenswerten Einfluß auf die Verteilung der restlichen Daten. Die Auswirkung des Schnitts ist in Abb.23 veranschaulicht. Die dunkel schraffierte Fläche zeigt diejenigen Ereignisse, welche durch das Entfernen der η-Spitze aus der Verteilung entnommen werden.

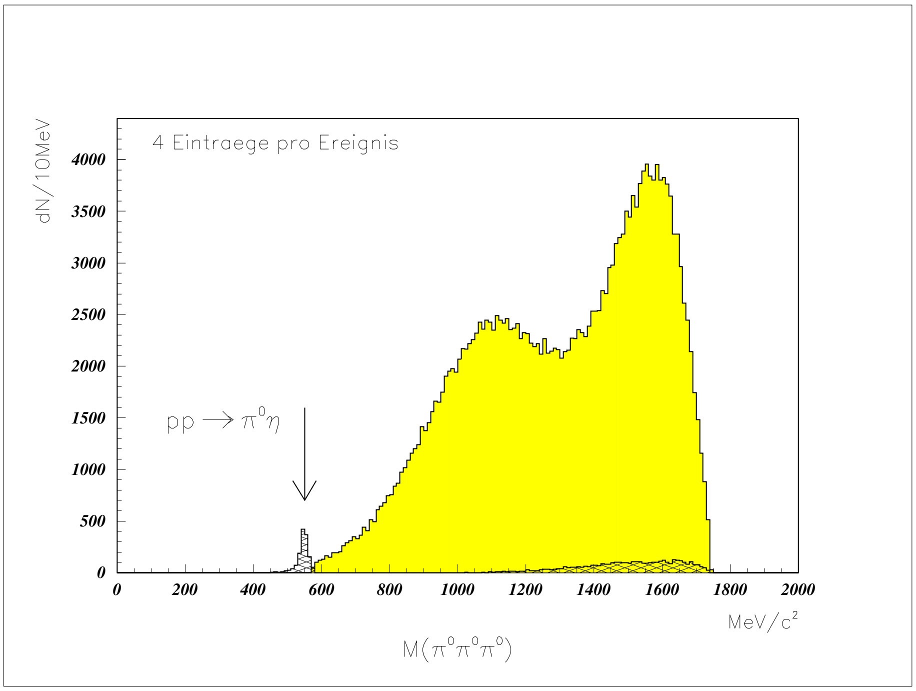

Abbildung 23: Verteilung der invarianten Massen von $3\pi^\circ$ und der Schnitt auf Ereignisse des Typs $p\overline{p} \rightarrow \eta\pi^\circ$. Die dunkel schraffierte Fläche zeigt, welche weiteren Ereignisse durch diesen Schnitt betroffen werden (4 Einträge pro Ereignis).

4 Analyse der $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Daten

4.1 Qualitative Ermittlung der $p\overline{p}$-Anfangszustände

Die Betrachtungen in diesem Kapitel stützen sich vor allem auf Symmetrieüberlegungen. Die quantitative Bestimmung der beitragenden Anfangszustände des Protoniums findet letztlich durch die in den folgenden Kapiteln beschriebene Anpassung statt. Die in diesem Kapitel vorgestellten Ideen sind sowohl eine weitere Absicherung der später gemachten Aussagen, als auch, durch ihre Klarheit, möglicherweise ein Beitrag für zukünftige Analysen, bei welchen die herkömmlichen quantitativen Methoden nicht greifen.

Es seien zunächst die Quantenzahlen Drehimpuls J, Parität P und Ladungsparität C betrachtet. Für das $4\pi^\circ$-System ergibt sich $J^{PC} = 0^{++}$, wenn keine Pionen Drehimpulse untereinander besitzen. Die Ladungsparität $C = +1$ bleibt in der starken Wechselwirkung erhalten und wird auch nicht verändert, wenn Übergänge mit Drehimpulsen beitragen. Daher kann der Anfangszustand des Protoniums ebenfalls nur $C = +1$ haben, wie bereits in Kapitel 1.4 bemerkt. In diesem Kapitel wird nur die Erhaltung von J^P diskutiert. Die Wellenfunktion von vier Pionen mit Impulsen $\vec{p_i}$ hat a priori die Transformationseigenschaften eines Skalars, da sie zusammen die intrinsischen Quantenzahlen $J^P = 0^+$ tragen. Geht man nun von einem Anfangszustand des Protoniums aus, so muß die Übergangsamplitude A_{if} Transformationseigenschaften aufweisen, die diese Quantenzahlen erhalten, wie es die Drehimpulserhaltung und die starke Wechselwirkung vorschreibt.

Man unterscheidet natürliche und unnatürliche Übergänge. Natürliche Übergänge benötigen beim Zerfall des Protoniums entweder keine oder nur eine direkte Beigabe von Drehimpulsen, um der Änderung der Quantenzahlen J und P zwischen Anfangszustand und Endzustand zu entsprechen. Unnatürliche Übergänge benötigen eine kombinierte Vektoraddition von Drehimpulsen und Spins, um den Zerfall unter Erhaltung der Quantenzahlen zu erlauben.

In unserem Beispiel haben wir bereits in Kapitel 1.3. gesehen, daß die möglichen Anfangszustände des $p\overline{p}$-Systems $J^{PC} = 0^{-+}$ (S-Welle) und $J^{PC} = 0^{++}, 1^{++}, 2^{++}$ (P-Wellen) sind. Hiervon sind die Zerfälle vom 0^{++}- und 2^{++}- Zustand des Protoniums in $4\pi^\circ$ natürliche Übergänge, denn sie benötigen nur die Zugabe von keinem bzw. zwei Drehimpulsen, um die Quantenzahlen zu erhalten.

Falls für einen Übergang Bahndrehimpulse oder Spins benötigt werden, so ist die Übergangsamplitude im allgemeinen von der Zerfallsgeometrie des Ereignisses abhängig. Speziell kann man geometrische Fälle konstruieren (Konstellationen der Impulsvektoren der Endzustandsteilchen), bei welchen die Übergangsamplitude verschwinden muß. Hierfür sei der Begriff der *kinematischen Nullstelle* eingeführt. Diese kinematischen Nullstellen könnte man als eine Art Fingerabdruck der Anfangszustände ansehen. C. Zeemach hat in einer sehr bekannt gewordenen Veröffentlichung [26] dargestellt, wie diese Nullstellen für den Zerfall in $3\pi^\circ$ aussehen.

In einer künftigen Veröffentlichung [28] wird explizit dargestellt werden, wie diese Nullstellen beim $4\pi^\circ$-Zerfall verteilt sind. Unter Verwendung dieser Informationen werden die 'Fingerabdrücke' der verschiedenen Anfangszustände des Protoniums herausgearbeitet.

4.1.1 $J^P = 0^-$

Eine Übergangsamplitude zwischen diesem Anfangszustand und dem Endzustand $4\pi^\circ$ mit J^+ muß die Transformationseigenschaften eines Pseudoskalars haben ($J^P = 0^-$). Aus vier Vektoren in einer Ebene kann man keine Amplitude konstruieren, die pseudoskalare Eigenschaften hat.

Falls sich herausstellen würde, daß experimentelle Ereignisse (siehe Anhang A), deren Impulse in einer Ebene liegen, unterdrückt sind, so wäre dies ein Hinweis für einen Beitrag des $^1S_0$-Anfangszustands von Protonium. Findet man keinen Abfall in der Häufigkeit von koplanaren Ereignissen, so kann man nicht vom einem Beitrag des $^1S_0$-Anfangszustandes ausgehen. Um diesen Zusammenhang zu untersuchen, wird der Winkel ϕ betrachtet, welcher zwischen zwei Ebenen liegt, die jeweils durch zwei Impulsvektoren der Pionen aufgespannt wird. Wenn $\phi = 0$ oder $\phi = 180°$, dann liegen die Impulsvektoren in einer Ebene. In Abb. 24 ist die Verteilung dieses Winkels ϕ für eine typische Zerfallskette aus dem 0^--Anfangszustand gezeigt.

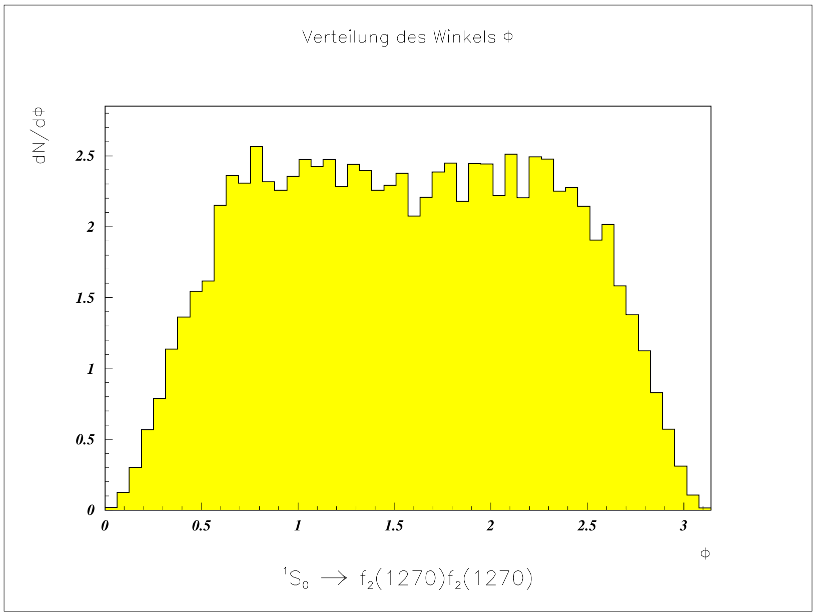

Abbildung 24: Die Verteilung des Winkels ϕ für den Zerfall $p\overline{p} \rightarrow f_2 f_2 \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ aus dem Anfangszustand $J^P = 0^-$.

Abbildung 25 hingegen zeigt, daß die Verteilung des Winkels ϕ im Falle von phasenraumverteilten Ereignissen (also ohne kinematische Nullstellen) eine flache Verteilung aufweist. Die Häufigkeitsverteilung des Winkels ϕ bei experimentellen Daten weist eine Struktur auf. Diese fällt allerdings für $\phi \rightarrow 0°$ und $\phi \rightarrow 180°$ nicht ab, sondern steigt im Gegenteil noch an. Dies ist ein starkes Anzeichen dafür, daß der $^1S_0$-Anfangszustand des Protoniums kaum zum $4\pi^\circ$-Endkanal beiträgt. Da für diesen Übergang eine beträchtliche Anzahl von Drehimpulsen notwendig ist [46][27], entspricht dies den naiven Erwartungen.

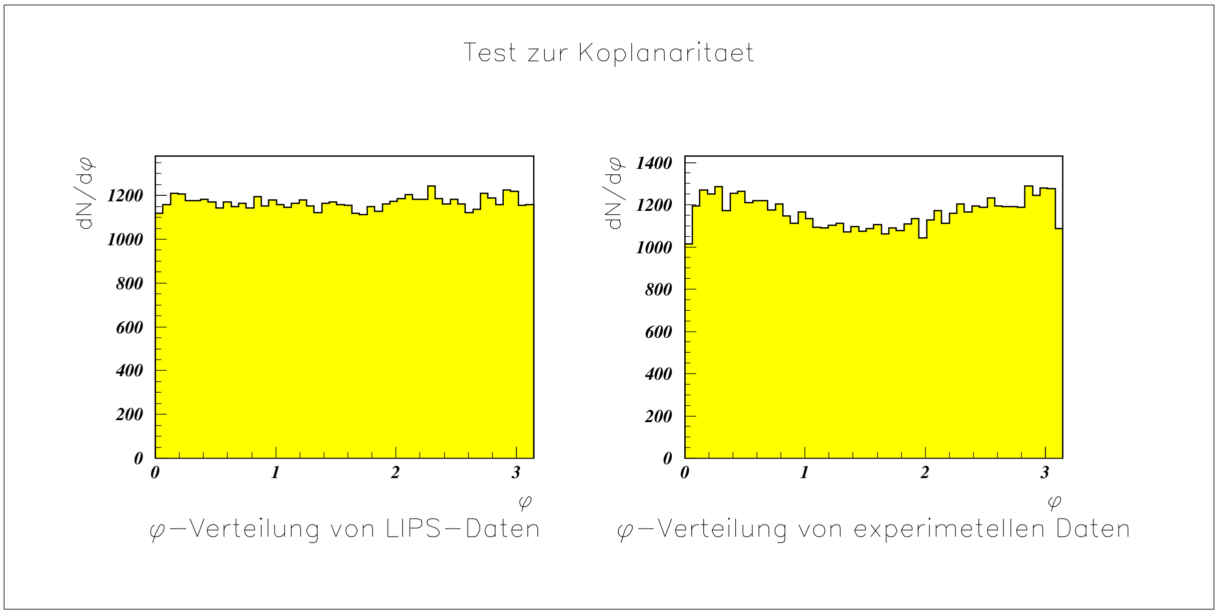

Abbildung 25: Die Verteilung des Winkels ϕ für phasenraumverteilte $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ Ereignisse (links) und für experimentell gemessene Ereignisse (rechts). ϕ kann als Maß für die Koplanarität der Impulsvektoren verwendet werden.

Anzumerken bleibt, daß das erste und letzte Bin in der ϕ-Verteilung der experimentellen Daten etwas weniger Einträge enthält, als die benachbarten Bins. Dies könnte die Andeutung eines schwachen Beitrags des $J^P = 0^-$ Anfangszustandes sein, jedoch ist dasselbe Phänomen auch in der Anpassung in Kapitel 5.10 zu sehen, wo die Anfangszusände $^1S_0$ und $^3P_1$ nicht betrachtet werden.

4.1.2 $J^P = 1^+$

Die Übergangsamplitude von diesem Anfangszustand des $p\overline{p}$-Systems muß für kollineare Ereignisse (die Impulsvektoren der $4\pi^\circ$ liegen auf einer Geraden) verschwinden [28]. Falls sich herausstellen würde, daß experimentelle Ereignisse, deren Impulsvektoren auf einer Geraden liegen, unterdrückt sind, so wäre dies ein Hinweis für einen Beitrag des $^3P_1$-Anfangszustandes von Protonium.

Für die Untersuchung, werden erst Ereignisse selektiert, deren Impulsvektoren fast in einer Ebene liegen. Hierzu dient der Winkel ϕ aus Kap.4.1.1, indem Ereignisse mit

$$0.15 \geq \phi \;\text{ oder }\; \phi \geq 2.9$$

selektiert werden. Dann werden alle Winkel α_{ij} (6 Kombinationen) zwischen den Impulsvektoren $\vec{p_i}$ und $\vec{p_j}$ der vier Pionen in ein Histogramm eingetragen.

Der Anstieg im linken Histogramm kommt daher, daß man mit dieser Methode im Mittel mehr Winkel $\alpha > \frac{\pi}{2}$ erhält. Es zählt allerdings nur der Vergleich mit den phasenraumverteilten Daten (rechts). Es zeigt sich, daß die experimentellen Daten an den Stellen $\alpha \rightarrow 0$ und $\alpha \rightarrow \pi$ nicht stärker abfallen, als die phasenraumverteilten Daten. Dies ist

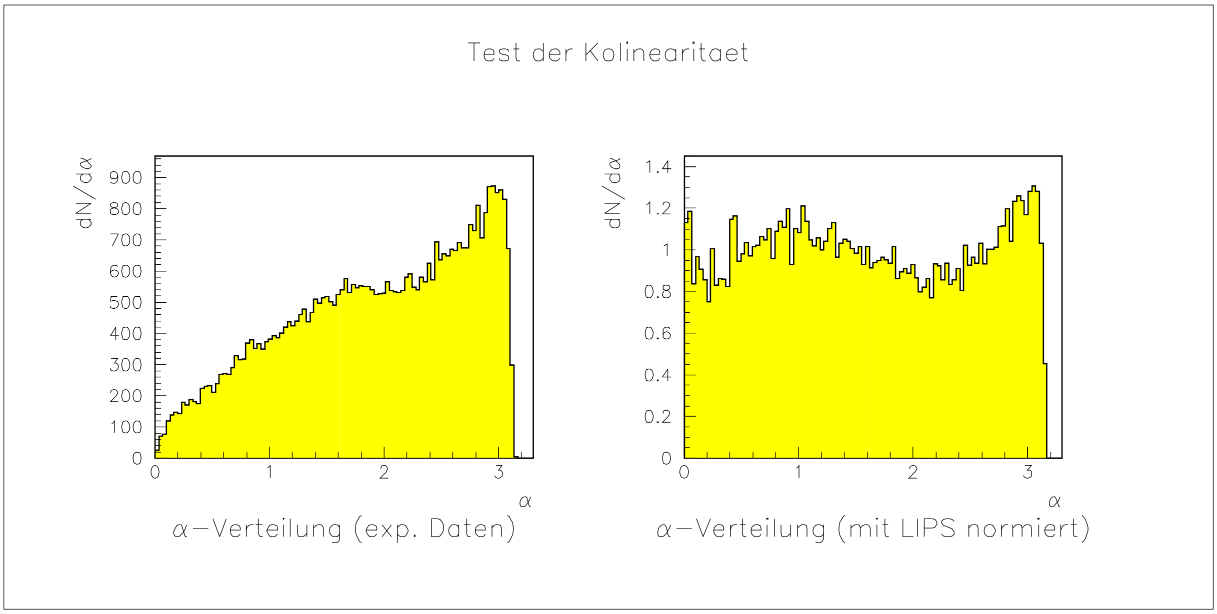

Abbildung 26: Die Verteilung des Winkels α für phasenraumverteilte $p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Ereignisse (links) und für experimentell gemessene Ereignisse (rechts). α kann als Maß für die Kollinearität der Impulsvektoren verwendet werden.

ein Anzeichen dafür, daß der ${}^3P_1$-Anfangszustand des Protoniums nicht oder kaum zum Zerfall in $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ beiträgt.

4.1.3 $J^P = 2^+$

Analog zur Analyse des $3\pi^\circ$-Zerfalls mittels eines Dalitzplots, läßt sich eine besondere kinematische Situation als 'Zentrum' des Phasenraums definieren. Nämlich der Fall, daß alle Impulsvektoren der vier Pionen maximal voneinander weg weisen. Die Impulsvektoren sind gleich lang und zeigen, geometrisch betrachtet, auf die Eckpunkte eines regelmäßigen Tetraeders. Diese Situation ist in Analogie zum Dalitzplot gewählt, wo im Zentrum die drei Impulsvektoren der Pionen in den Eckpunkten eines gleichseitigen Dreicks liegen. Ausgehend von einem derart definierten Zentrum erreicht man, im Falle des 2-dimensionalen Dalitzplots, den Rand des kinematisch erlaubten Bereichs immer dann, wenn eine besondere geometrische Konstellation der Impulsvektoren vorliegt. Beim Dalitzplot liegen dann die Impulsvektoren $\vec{p_i}$ auf einer Geraden.

Analoges gilt für den 5-dimensionalen Fall des $4\pi^\circ$-Zerfalls. Es sei nun, ausgehend vom Zentrum des Phasenraums, das 5-dimensionale Kugelvolumen betrachtet, welches vollständig innerhalb der 4-dimensionalen Grenzfläche (Hyperfläche) des Phasenraums liegt. Man kann dann eine Dichtefunktion angeben, die ausgehend vom Zentrum, die Dichteverteilung der Ereignispunkte aufzeigt [28].

Alle drei Anfangszustände $J^P = 0^-$, $J^P = 1^+$ und $J^P = 2^+$ haben eine kinematische Nullstelle im Zentrum des Phasenraums. In Abbildung 27 erkennt man, wie die Dichte der experimentellen Ereignisse in der Nähe des Phasenraumzentrums abfällt. Nachdem die Anfangszustände $J^P = 0^-$ und $J^P = 1^+$ in den beiden vorangehenden Kapiteln 4.1.1 und 4.1.2 weitgehend ausgeschlossen werden konnten, kann nur ein deutlicher Beitrag des $J^P = 2^+$-Anfangszustandes für diesen Abfall der Häufigkeit von Ereignissen im Zentrum des Phasenraums verantwortlich sein.

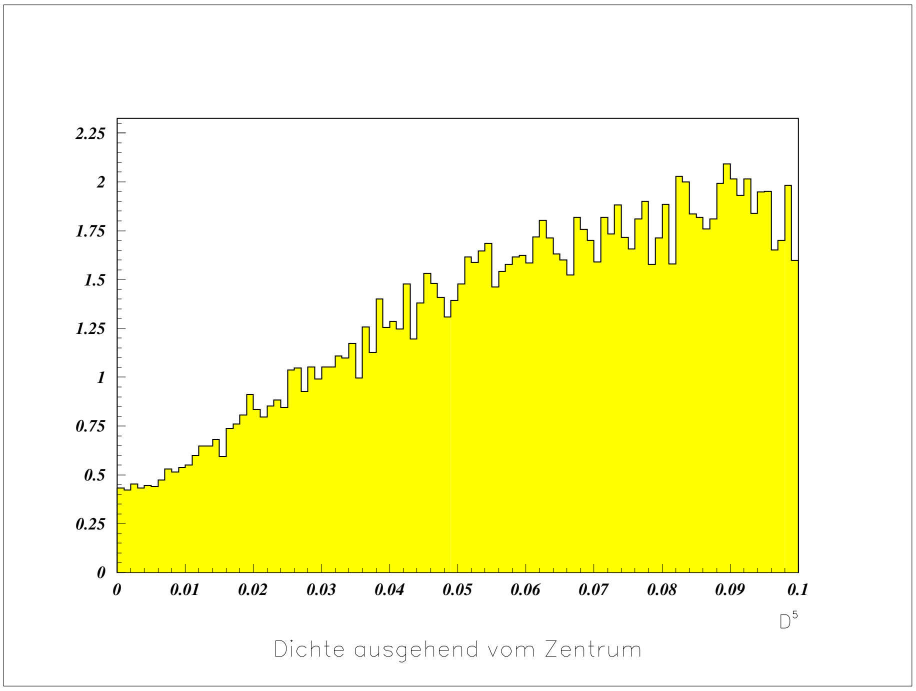

Abbildung 27: Dichtefunktion, ausgehend vom 'Zentrum' des Phasenraumes (siehe Text) nach außen. Der Abfall bei $d \rightarrow 0$ deutet auf einen Beitrag des $^3P_2$-Anfangszustand des Protoniums hin.

4.1.4 $J^P = 0^+$

Dieser Anfangszustand hat bereits die gleichen Quantenzahlen wie das $4\pi°$-System. Für den Zerfall in $4\pi°$ werden daher nicht unbedingt Bahndrehimpulse benötigt. Dieser Anfangszustand hat a priori keine kinematischen Nullstellen.

Man kann mit folgendem Argument dennoch eine Aussage über den Beitrag dieses Anfangszustandes treffen. Wie in Kapitel 4.1.3 dargestellt, nimmt die Dichte der experimentellen Ereignisse in der Gegend des kinematischen Phasenraumzentrums ab. Dies ist ein Anzeichen für einen Beitrag des $J^P = 2^+$-Anfangszustandes, da Beiträge von $J^P = 0^-$ und $J^P = 1^+$ in den vorangehenden Kapiteln ausgeschlossen wurden. Dennoch ist von Bedeutung, daß alle drei Anfangszustände eine kinematische Nullstelle im Zentrum des Phasenraums hinterlassen. Einzig durch einen deutlichen Beitrag des $J^P = 0^+$-Anfangszustandes ist nun erklärbar, warum die in Abb. 27 gezeigte Verteilung im Zentrum des Phasenraums, wenn die Impulsvektoren der vier Pionen in die vier Ecken eines regelmäßigen Tetraeders zeigen, nicht vollständig zu Null geht.

4.2 Parametrisierungen der Übergangsamplituden

Nach Fermi's goldener Regel [49] ergibt sich die Zerfallswahrscheinlichkeit als

$$w = |M_{if}|^2 \rho.$$

Dabei ist ρ die Phasenraumdichte und M_{if} das Matrixelement, welches die physikalischen Wechselwirkungen zwischen den beteiligten Teilchen beschreibt. Die Wahrscheinlichkeit $w_D = |M_{if}|^2$ soll im folgenden als dynamisches Gewicht bezeichnet werden, das nur von der kinematischen Situation des Endzustandes abhängt. Wenn man die Bezeichnung w_{LIPS} für das Phasenraumgewicht einführt, so kann man die Gleichung umschreiben in

$$w = w_D \times w_{LIPS}.$$

Das Ziel ist nun die Berechnung des dynamischen Gewichtes bei einer gegebenen kinematischen Situation. Dieses Gewicht muß zum einen der Erhaltung der Drehimpulse und Paritäten (bei starker Wechselwirkung) Rechnung tragen, als auch sinnvolle Parametrisierungen der möglichen Endzustandswechselwirkungen beinhalten. Beides steckt in dem komplexen Matrixelement M_{if}, welches im folgenden als Übergangs – oder Zerfallsamplitude bezeichnet wird.

4.2.1 Parametrisierung resonanter Zwischenzustände

Unter Zugrundelegung des Isobar-Modells, kann der $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Endzustand nur erreicht werden, indem das Protonium kaskadisch über Resonanzen zerfällt, die ihrerseits entweder in $\pi^\circ\pi^\circ$, oder in eine Resonanz a plus ein π° zerfallen, wobei a wiederum in $\pi^\circ\pi^\circ$ zerfallen muß.

Dipion-Systeme

Das $\pi^\circ\pi^\circ$-System kann aufgrund der Symmetrie der Wellenfunktion (zwei identische Bosonen) nur mit geradem Drehimpuls L existieren. Da Systeme mit $L \geq 4$ hier vernachlässigt werden sollen, ergeben sich nur die zwei Möglichkeiten:

1. $\pi^\circ\pi^\circ$ in der S-Welle ($L = 0$)

   Die hierzu vorliegenden experimentellen Daten sind nicht gut verstanden. Die theoretischen Beschreibungen stützen sich zumeist auf Experimente zur $\pi^\circ\pi^\circ$-Streuung [30], aber auch anderes [58]. Au, Morgan und Pennington [30] stellten die Streuamplitude mittels eines Argand-Diagramms dar. Die Übergangsamplitude hat dort die Form

   $$A = \frac{m}{q}\frac{\eta(m)e^{2i\delta(m)} - 1}{2i}$$

   Es sei hierbei m die invariante Masse der zwei π° und q der Impuls eines der beiden π° im Ruhesystem des Di-Pion Systems. Für die numerische Auswertung werden 24 Stützwerte der Elastizität η und der Phase δ verwendet. Dann kann man die dazwischenliegenden Werte extrapolieren, um die Übergangsamplitude für eine beliebige invariante Masse der zwei Pionen zu berechnen.

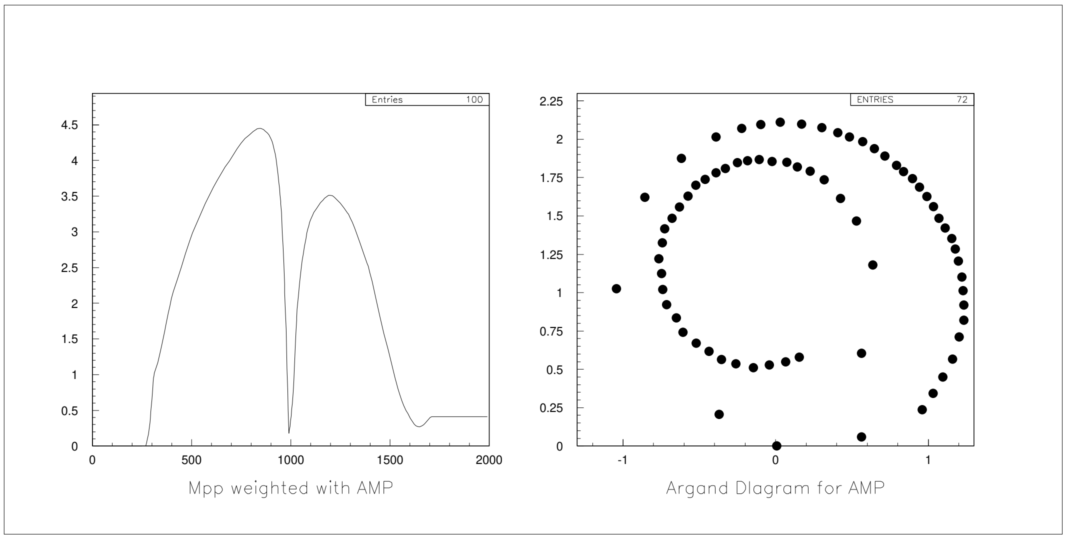

Abbildung 28: Links das dynamische Gewicht in Abhängigkeit der invarianten Masse von zwei Pionen und rechts das Argand-Diagramm. Die rechts eingetragenen Punkte bezeichnen jeweils Schritte in der invarianten $\pi^\circ\pi^\circ$-Masse von $\Delta m = 20\text{MeV}/c^2$

Die Theorie versucht das Verhalten der $\pi^\circ\pi^\circ$-Streuung durch Beiträge verschiedener Resonanzen zu deuten. Eindeutig ist wohl der Beitrag eines schmalen $f_0(975)$. Früher wurden des weiteren ein $f_0(800)$ und ein $f_0(1300)$ herangezogen, während neuere Erklärungen ein $f_0(1200)$ benötigen. Alle diese Resonanzen haben beträchtliche Breiten, die aber ebenfalls numerisch nicht gesichert sind.

Ein weiterer Stolperstein könnte die Übertragung der $\pi^\circ\pi^\circ$-Streudaten auf die $p\overline{p}$-Vernichtung sein. Im Falle eines $\pi^\circ\pi^\circ$-Streuexperiments wären die Pionen von allen anderen beteiligten Prozessen entkoppelt. Dies muß bei der $p\overline{p}$-Vernichtung nicht der Fall sein. Das $\pi^\circ\pi^\circ$-System könnte selbst nach seiner Entstehung noch unter dem Einfluß anderer beteiligter Prozesse stehen. Die Parametrisierung der Streudaten [30] wurde allerdings bereits bei der Analyse des $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Zerfallskanals von Protonium erfolgreich verwendet [31] und läßt somit auf die Brauchbarkeit für den $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Endkanal hoffen.

2. $\pi^\circ\pi^\circ$ in der D-Welle ($L = 2$)

   Hier ergibt sich ein etwas einfacheres Bild. In dem relevanten Massenbereich kommt nur das $f_2(1270)$ vor. Da das Crystal-Barrel-Experiment selbst in einer Veröffentlichung [31] die Existenz eines sog. $X_2(152)$ mit denselben Quantenzahlen wie das f_2, postulierte, wird dieses auch in der vorliegenden Arbeit Beachtung finden.

Tripion-Systeme
Im Bereich des erlaubten Phasenraums sind hier nur drei Resonanzen[2] bekannt, die in Tabelle 2 aufgeführt sind. Es sei angemerkt, daß in der Analyse (Kapitel 5) weitere Tripion-

Bezeichnung der Resonanz	Masse (MeV/c^2)	Breite (MeV/c^2)	Quantenzahlen $I^G J^{PC}$	hauptsächliche Zerfallsart[40]
$\pi(1300)$	1300	400	1^-0^{-+}	$\pi(1300) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ$
$\pi(1770)$	1770	300	1^-0^{-+}	$\pi(1770) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ$
$\pi_2(1670)$	1670	250	1^-2^{-+}	$\pi_2 \rightarrow f_2\pi^\circ$

Tabelle 2: Die Resonanzen, die im relevanten Massenbereich liegen und in den $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Endzustand übergehen können.

Resonanzen ausprobiert werden, deren Existenz oder deren Zerfall in $3\pi^\circ$, laut bisherigen Messungen[40], nicht gefunden wurde. Alle resonanten Zwischenzustände (außer des $\pi^\circ\pi^\circ$-Systems in der S-Welle) werden in dieser Arbeit durch relativistische Breit-Wigner Funktionen [29]

$$BW(m) = \frac{m_0\Gamma_0}{m_0^2 - m^2 - im_0\Gamma(m)} \tag{1}$$

beschrieben, wobei m_0 die nominale Masse der Resonanz, Γ_0 die nominale Breite der Resonanz, und m die invariante Masse der zwei oder drei Pionen ist. Außerdem gilt

$$\Gamma(m) = \Gamma_0 \frac{m_0}{m}\frac{q}{q_0}\frac{F_L^2(q)}{F_L^2(q_0)} \tag{2}$$

und F_L seien die Dämpfungsfaktoren[57]. Wir verwenden (ausgenommen in Kapitel 5.3)

$$\begin{aligned} F_0(q) &= 1 \\ F_1(q) &= \sqrt{\frac{2z}{z+1}} \\ F_2(q) &= \sqrt{\frac{13z^2}{(z-3)^2+9z}} \end{aligned}$$

mit

$$z = \left(\frac{q}{197.2\mathrm{MeV}}\right)^2.$$

[2] Die Zahlenwerte sind [40] entnommen

4.2.2 Erhaltung von Drehimpuls und Parität

Wenn ein hadronisches Teilchen in zwei Tochterteilchen zerfällt, so ist dieser Zerfall, bezüglich des Ruhesystems der Mutterresonanz, nicht notwendigerweise isotrop im Raum verteilt. Die Winkelverteilung hängt von den Spins und Drehimpulsen der beteiligten Teilchen oder Resonanzen ab. Auf diesem Wege kann aus der Winkelverteilung eines Zerfalls auf den Spin einer Resonanz zurückgeschlossen werden.

Es existieren verschiedene Formalismen zur Berechnung der Winkelverteilungen. In dieser Arbeit kam der *Helizitätsformalismus* zum tragen, indem auf ein vohandenes Programm zurückgegriffen wurde[33], welches in der Lage ist, diese Winkelverteilungen für den allgemeinen Fall zu berechnen. Das Programm wurde mehrfach modifiziert (beschleunigt und erweitert) und war schließlich geeignet, auch Zerfälle mit einer hohen Kombinatorik, wie sie sich aus der Identität der $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ ergibt, genügend schnell zu berechnen.

4.2.3 Die gesamte Übergangsamplitude

Unter der Annahme, daß der $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Endzustand über mehrere Zwischenresonanzen erreicht wird, ergibt sich die Übergangsamplitude zu

$$A = f_T \prod R_i F_{L_i}(q_i)$$

Die Laufvariable i erstreckt sich über die Anzahl der beteiligten Zwischenresonanzen. R_i bezeichnet hier die Parametrisierung einer Zwischenresonanz (Kap.4.2.1.), $F_{L_i}(q_i)$ seien die in 4.2.1 beschriebenen Dämpfungsfaktoren und f_T der Faktor, der die Erhaltung von Drehimpuls und Parität garantiert (Kap.4.2.2.). Falls ein Endzustand des Protoniumzerfalls, von demselben Anfangszustand ausgehend, über verschiedene Zerfallsketten erreicht werden kann, so können die Übergangsamplituden untereinander interferieren. Allgemein kann man das dynamische Gewicht (für einen Anfangszustand) als

$$w_D = |\sum_k (\alpha_k A_k)|^2$$

schreiben, wobei k über die beteiligten Zerfallsketten läuft und die Koeffizienten

$$\alpha_k = a_k e^{i\Phi_k}$$

die relative Stärke der Beiträge beschreiben.

Unter Verwendeung des Helizitätsformalismus sind die Übergangsamplituden Matrizen der Dimension $2J+1$, wenn J der Drehimpuls des anfänglichen Protoniumsystems ist. Das dynamische Gewicht berechnet sich zu

$$\begin{aligned}
&(3) \qquad & w_D &= Tr((\sum_k \alpha_k A_k)\rho(\sum_k \alpha_k A_k^+)) \\
&(4) & &= \sum_k a_k^2 Tr(A_k \rho A_j^+) \\
&(5) & &\quad +2\sum_{l<k} a_k a_l \mathrm{Re}[Tr(A_k \rho A_l^+)]\cos(\Phi_k - \Phi_l) \\
&(6) & &\quad +2\sum_{l<k} a_k a_l \mathrm{Im}[Tr(A_k \rho A_l^+)]\sin(\Phi_k - \Phi_l),
\end{aligned}$$

wobei die Summe sich über alle Zerfallsketten eines festen $p\overline{p}$-Anfangszustandes erstreckt. In unserem Fall ist diese diagonal, denn ein Zerfall kann immer nur aus einem wohldefinierten Anfangszustand kommen. Außerdem sind die Diagonalelemente ρ_{ii} der Dichtematrix alle gleich mit $\sum_i \rho_{ii} = 1$, denn das Protonium ist unpolarisiert.

4.3 Die 'maximum likelihood' – Methode

Die zur Anpassung der Theorie an die Daten benutzte Methode ist die 'unbinned maximum likelihood method'. 'unbinned' will heißen, daß für die Analyse nicht Daten in Form von Histogrammen verwendet werden, sondern die 5-dimensionalen Koordinaten jedes einzelnen Datenpunktes im Phasenraum. Die Likelihoodfunktion[3] ist definiert als

$$\mathcal{L}(\vec{\Theta}) = \prod_i p(\vec{x}_i, \vec{\Theta}) \tag{7}$$

wobei sich das Produkt über alle Datenpunkte erstreckt. Der (im Falle von $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ 5-dimensionale) Vektor $\vec{x}_i$ bezeichnet die Kinematik des $i$ten Ereignisses und $\vec{\Theta}$ den Satz aller Koeffizienten α_{jk} Das Einzelgewicht $p_i = p(\vec{x}_i, \vec{\Theta}$ für ein gegebenes Ereignis ist

$$p_i = \frac{w_i}{\int w(\vec{x})d\Omega} \tag{8}$$

Mit der Anzahl $N_{p\overline{p}}$ der Protonium Anfangszustände gilt

$$w_i = \sum_j^{N_{p\overline{p}}} c_j(w_{D_j}) \tag{9}$$

oder im Rahmen des Helizitätsformalismus (Kap.4.2.3)

$$w_i = \sum_j^{N_{p\overline{p}}} |\sum_k \alpha_{jk} A_{jk}(\vec{x}_i)|^2 \tag{10}$$

wobei j über die Anfangszustände des Protoniums und k über die verschiedenen Zerfallsmoden eines Anfangszustands läuft. Die Integration erstreckt sich über den gesamten Phasenraum Ω. A_{jk} ist die komplexe Zerfallsamplitude (Kap.4.2.3) für eine gegebene kinematische Situation $\vec{x}_i$ des Endzustandes. Die einzelnen Amplituden A_{jk} sollten vorher normalisiert werden, so daß gilt

$$\int |A_{jk}(\vec{x}_i)|^2 d\Omega = N_{data}$$

wobei N_{data} die Anzahl der für die Anpassung verwendeten Datenpunkte ist. Das Ziel ist nun, die freien Parameter α_{jk} so anzupassen, daß die Likelihood $\mathcal{L}$ maximiert wird. Dazu werden einige Modifikationen der obigen Formeln durchgeführt, um die Anpassung in einer angemessenen Rechenzeit durchführen zu können: Zur Berechnung des Phasenraumintegrals

$$\int w(\vec{x})d\Omega$$

[3] Eine brauchbare Übersetzung wäre: Gesamtwahrscheinlichkeit. Dies kann dennoch verwirrend sein, so daß das englische Wort eingedeutscht wird.

in (8) wird eine sehr große Zahl N_{LIPS} von rein phasenraumverteilten Ereignissen verwendet. In der Analyse in Kapitel 5.ff werden doppelt so viele phasenraumverteilte Ereignisse wie experimentelle Daten (siehe Anhang A) verwendet. Wir machen die Näherung

$$\int w(\vec{x})d\Omega \simeq \sum_{i}^{N_{LIPS}} w_i(\vec{x}_i) \tag{11}$$

Um nicht in jeder Iteration der Anpassung diese große Summe neu berechnen zu müssen, wird folgende Berechnung vor Beginn der numerischen Minimierung gemacht: Für den j-ten Anfangszustand von Protonium und jeden Zerfallskanal wird

$$S_{jkl}^{R} = \sum_{i}^{N_{LIPS}} Re(A_{jk}(\vec{x}_i)\rho A_{jl}^{+}(\vec{x}_i))$$

und

$$S_{jkl}^{I} = \sum_{i}^{N_{LIPS}} Im(A_{jk}(\vec{x}_i)\rho A_{jl}^{+}(\vec{x}_i))$$

berechnet. k und l sollen beide über alle Zerfallskanäle des Anfangszustandes j laufen. Damit ergibt sich mit Gl.(3) aus Kap.4.2.3 für die Summe

$$\sum_{i}^{N_{LIPS}} w_i(\vec{x}_i) = \sum_{j}^{N_{p\overline{p}}} \left(\sum_{k} a_{jk}^2 S_{jkk}^{R} + 2\sum_{k,l} a_{jk}a_{jl}S_{jkl}^{R}\cos(\phi_k - \phi_l) + 2\sum_{k,l} a_{jk}a_{jl}S_{jkl}^{I}\sin(\phi_k - \phi_l) \right) \tag{12}$$

Aus Bequemlichkeitsgründen verwendet man den Logarithmus der Likelihood $\log \mathcal{L}$ anstatt $\mathcal{L}$. Dies verwandelt die meisten auftretenden Produkte in Summen und macht die Rechnung schneller. Es bleibt also

$$\log \mathcal{L} = \sum_{i}^{N_{data}} \log \frac{w_i}{\sum_i^{N_{LIPS}} w_i(\vec{x}_i)} = \sum_{i}^{N_{data}} log w_i - N_{data} \log \left(\sum_{i}^{N_{LIPS}} w_i(\vec{x}_i) \right) \tag{13}$$

Das Negative dieser Funktion wird mit dem numerischen Minimierungsprogramm MINUIT der CERN Programmbibliothek minimiert, indem die Parameter $\alpha_{jk} = a_{jk}e^{i\phi_{jk}}$ frei gelassen und angepaßt werden. Im Ergebnis erhält man einen Satz von Parametern α_{jk}, die die relative Stärke und Interferenz der beteiligten Zerfallskanäle beschreiben. Der Faktor c_j wird nicht angepaßt, sondern läßt sich aus den α_{jk} berechnen.
Die relative Stärke der $p\overline{p}$ – Anfangszustände c_j berechnet sich zu

$$c_j = \frac{\sum_k a_{jk}^2}{\sum_j^{N_{p\overline{p}}}(\sum_k a_{jk}^2)}$$

Der prozentuale Beitrag b_{jk} eines bestimmten Annihilationskanals berechnet sich zu

$$b_{jk} = c_j \frac{a_{jk}^2}{\sum_k a_{jk}^2} \times 100\%$$

4.4 Bestimmung der Güte einer theoretischen Anpassung

Um die Güte der theoretischen Anpassung an die Daten festzustellen, werden folgende zwei Schritte unternommen:

1. Die durch die Anpassung ermittelten komplexen Koeffizienten α_{jk} werden in die Formel für das dynamische Gewicht w_D (Gl.(3) aus Kap.4.2.3.) eingebaut. Die sich ergebende Übergangswahrscheinlichkeit

$$w = w_D \times w_{LIPS}$$

   wird als Dichtefunktion verwendet, auf deren Basis nun genausoviele Ereignisse 'gewürfelt' werden wie experimentelle Datenpunkte vorhanden sind.

2. Wenn die Theorie richtig ist und die Koeffizienten korrekt bestimmt wurden, so sollte die 5-dimensionale Dichteverteilung der Datenpunkte mit derjenigen der nach Punkt 1. gewürfelten Datenpunkte übereinstimmen. Dies kann mit der im folgenden beschriebenen Methode festgestellt werden. Allgemein ausgedrückt, kann diese Methode zwei multivariate 'Punktwolken' daraufhin überprüfen, ob sie von derselben Wahrscheinlichkeitsverteilung abstammen. In Kapitel 3.5 wurde dieselbe Methode angewandt, um festzustellen, ob Einflüsse des Detektors und seiner Geometrie die experimentellen Datenverteilungen verzerren.

Die Ideen zu dieser Methode sind im wesentlichen in [39] dargestellt. Die Beschreibung bezieht sich hier auf den (speziellen) Fall des $4\pi^\circ$-Endzustandes.

Die π° werden nach ihren Energien geordnet. Dies bedeutet, daß man ihnen 'Nummern' von 1 bis 4 gibt, um die kombinatorische Symmetrie des Phasenraumes auszuschalten. Damit wird 1/24 des Phasenraumes ausgeschnitten. Im weiteren werden 5 kinematische Variable x_i ausgewählt, die die Achsen unseres 5-dimensionalen Phasenraums darstellen. In unserem Fall war die Wahl

$$x_i = M_{jk} \quad , \quad i = 1, ..., 5;\ j \in \{1,2\};\ k \in \{1,2,3,4\}$$

Jetzt kann man die 5-dimensionale x_i-Verteilung mit jeder anderen Verteilung vergleichen, die dieselben Eigenschaften in Bezug auf Dimensionalität, Randgrenzen u.s.w. hat.

Die beiden zu vergleichenden Datensätze werden gemischt, unter Beibehaltung der Information, welcher Punkt aus welchem Datensatz stammt. Dann 'setzt' man sich auf jeden einzelnen Datenpunkt und betrachtet die k nächsten Nachbarpunkte. In unseren Fall sei zunächst $k = 20$. Der Abstand zwischen zwei Datenpunkten $\vec{x}$ und $\vec{y}$ sei definiert als [4]

$$d = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \ldots + (x_5 - y_5)^2.$$

Bei jeder Ermittlung der k nächsten Nachbarn findet man k_x Datenpunkte derselben Menge und k_y 'Nachbarn' die aus der Vergleichsmenge stammen. Natürlich muß gelten

$$k = k_x + k_y.$$

[4] Man könnte auch eine andere Definition des Abstandes wählen.

Wenn nun die beiden verglichenen Datensätze von derselben Wahrscheinlichkeitsverteilung abstammen, so sollte die Häufigkeitsverteilung von k_x beim Durchlaufen aller Datenpunkte der Binomialverteilung

$$B^k_{p=\frac{N_x}{N}}(k_x) = \left(\begin{array}{c} k \\ k_x \end{array} \right) (\frac{N_x}{N})^{k_x} (1 - \frac{N_x}{N})^{k-k_x}$$

entsprechen, denn dieser statistische Test entspricht einem Ziehen von Kugeln aus einer Urne mit Zurücklegen. Der Vergleich der Binomialverteilung mit der Häufigkeitsverteilung von k_x gibt Aufschluß darüber, wie gut die beiden Verteilungen übereinstimmen.

Abb.29 zeigt zwei Beispiele. Beide Male ist der Vergleich der Verteilung von k_x (für $k = 20$) mit der Binomialverteilung zu sehen. Auf der linken Seite wurden experimentelle Datenpunkte mit rein phasenraumverteilten Datenpunkten verglichen. Die Übereinstimmung ist erwartungsgemäß klein, da in den phasenraumverteilten Ereignissen das dynamische Gewicht konstant ist. Auf der rechten Seite sieht man das Ergebnis eines Vergleichs von zwei verschiedenen Sätzen experimenteller Datenpunkte. Erwartungsgemäß ist die Übereinstimmung gut, da beide Datensätze von derselben Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion abstammen.

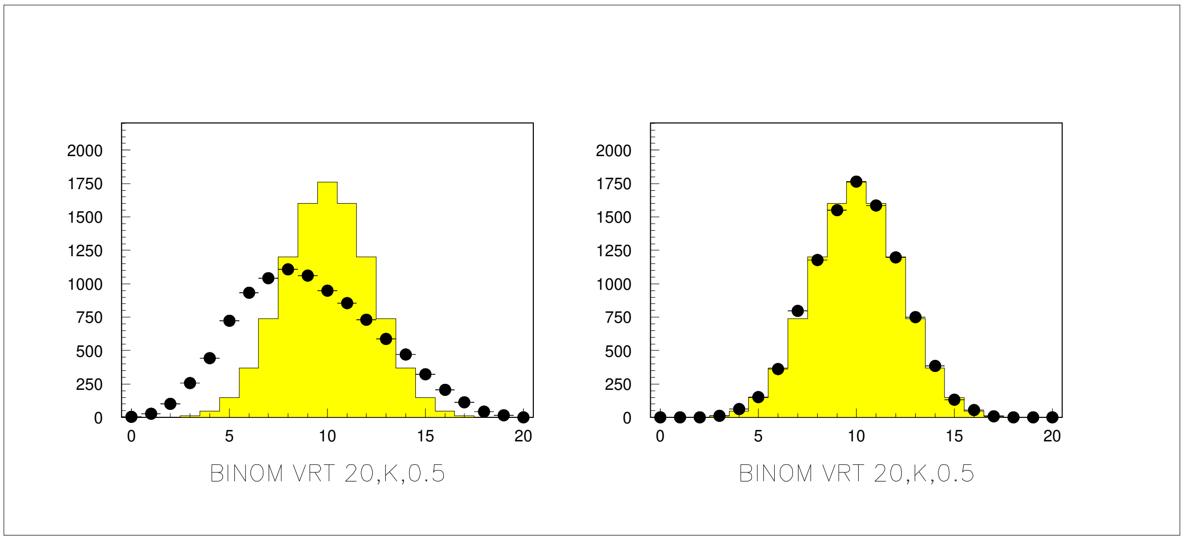

Abbildung 29: Zur Bestimmung der Übereinstimmung zweier multivariater Datensätze. Verglichen werden jeweils die Verteilungen von k_x (Punkte mit Fehlerkreuzen) mit der Binomialverteilung (schattierte Verteilung). Links entstammen die beiden Datensätze nicht derselben Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung. Auf der rechten Seite liegt dieselbe Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion vor.

Die experimentelle k_x-Verteilung nähert sich bei besserer Übereinstimmung der verglichenen Datensätze immer mehr der Binomialverteilung an. Im Falle von fehlender Übereinstimmung bildet die k_x-Verteilung eine asymmetrische Glockenkurve. Das gezeigte Beispiel soll hier demonstrieren, daß die Verteilung von k_x sich tatsächlich immer mehr der Binomialverteilung annähert. Als Prüfwert für die Übereinstimmung der Datensätze wird die Differenz zwischen dem Schwerpunkt der k_x-Verteilung und dem Schwerpunkt der Binomialverteilung gewählt. Je besser die verglichenen Datensätze übereinstimmen, desto mehr nähert sich die gemessene k_x-Verteilung der Binomialverteilung an. Um den Schwerpunkt der k_x-Verteilung zu bestimmen, wird eine Gauß -Funktion an die k_x-Verteilung angepaßt, wobei drei Parameter frei bleiben: Die Maximalhöhe H, Die Breite σ und der Schwerpunkt S_0. Der Fehler, eine symmetrische Gauß-Kurve an eine (im Falle fehlender Übereinstimmung) asymmetrische Verteilung anzupassen, wird mit stärkerer Annäherung der k_x-Verteilung an die Binomialverteilung immer kleiner. Die Anpassung der Gauß-Funktion liefert außer den Werten für H,σ und S_0 auch deren Fehler ΔH, $\Delta\sigma$ und ΔS_0. Der Schwerpunkt der Binomialverteilung sei B_0. Somit läßt sich die Größe

$$\beta = \frac{S_0 - B_0}{\Delta S_0} \tag{14}$$

definieren und als Maß für die relative Differenz der Schwerpunkte der k_x-Verteilung und der Binomialverteilung ansehen. Dies eignet sich auch als Maß für die Übereinstimmung der Anpassungsfunktion mit den experimentellen Daten.

5 Ergebnisse der Analyse

Es werden die Ergebnisse der Analyse vorgestellt, die gemäß der in Kapitel 4 dargelegten Methoden durchgeführt wurde. Als Zwischenzustände des Zerfalls $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ werden nur Resonanzen zugelassen, welche entweder in eine weitere Resonanz plus ein π°, oder direkt in zwei π° zerfallen. Begonnen wird mit einem Minimalmodell. Danach werden weitere mögliche Beiträge zum $4\pi^\circ$-Endzustand der $p\overline{p}$-Vernichtung untersucht.

5.1 Datenanpassung mit einem Minimalmodell

Das Minimalmodell enthält als Anfangszustände des Antiproton-Proton-Systems nur $^3P_0$ und $^3P_2$. Nur diese beiden Anfangszustände erlauben einen natürlichen Übergang in $4\pi^\circ$ (siehe Kap. 1.3.). Im Rahmen des Minimalmodells wird gefordert, daß die beitragenden Zwischenzustände ohne Drehimpuls aus dem $p\overline{p}$-System erzeugt werden. Ferner sollen die angenommenen Zwischenzustände bereits von mehreren Gruppen gemessen worden sein[5]. Die Eigenschaften der im Minimalmodell erlaubten Resonanzen und Endzustandswechselwirkungen sind in Tabelle 3 zusammengefaßt.

Unter Verwendung der in Tabelle 3 angegebenen Resonanzen ergeben sich im einfachsten Fall die in Tabelle 4 aufgeführten Zerfallsmöglichkeiten des Protoniums. Nach der in Kapitel 4 beschriebenen Anpassung der theoretischen Übergangsamplituden ergeben sich die in Tabelle 5 aufgeführten Werte für die komplexen Koeffizienten $\alpha = ae^{i\Phi}$. Die Übereinstimmung der ermittelten Anpassungsfunktion mit den eindimensionalen Massenprojektionen der Daten ist in Abb. 30 dargestellt. Man erkennt bereits eine recht gute Übereinstimmung der wesentlichen Strukturen. Für die Verteilung der invarianten $2\pi^\circ$-Massen ergibt sich beim Vergleich der Daten mit der Anpassungsfunktion ein χ^2/bin von 4.7 und für die drei-Pion invarianten Massen ein χ^2/bin von 2.8.

Bezeichnung der Resonanz	Masse m_0 (MeV/c^2)	Breite Γ_0 (MeV/c^2)	Qantenzahlen I^GJ^{PC}
$(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	A.M.P.[30]	A.M.P.[30]	0^+0^{++}
f_2	1275	185	0^+2^{++}
X_2	1520	120	0^+2^{++}
$\pi(1300)$	1300	400	1^-0^{-+}
$\pi_2(1670)$	1670	250	1^-2^{-+}

Tabelle 3: Die im Minimalmodell vorkommenden Resonanzen oder Zwischenzustände.

[5]Die Beurteilung erfolgt hier auf der Grundlage des Particle Data Book[40]

$p\overline{p}$-Anfangszustand	Zerfallskette
$^3P_0$	$p\overline{p} \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S\ (L=0)$ $(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ$
$^3P_0$	$p\overline{p} \to \pi(1300)\pi^\circ\ (L=0)$ $\pi(1300) \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ\ (l=0)$
$^3P_2$	$p\overline{p} \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\, f_2(1270)\ (L=0)$ $f_2 \to \pi^\circ\pi^\circ(l=2)$
$^3P_2$	$p\overline{p} \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\, X_2(1520)\ (L=0)$ $X_2 \to \pi^\circ\pi^\circ\ (l=2)$
$^3P_2$	$p\overline{p} \to \pi_2(1670)\,\pi^\circ\ (L=0)$ $\pi_2 \to f_2(1270)\pi^\circ\ (l=0)$

Tabelle 4: Die im Minimalmodell erlaubten Zerfallsketten des Protoniums.

$p\overline{p}$-Zerfallskette	a	Φ	Gesamtbeitrag
$p\overline{p}(^3P_0) \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	1.689 ± 0.209	0 (fest)	28.1 ± 7.0 %
$p\overline{p}(^3P_0) \to \pi(1300) \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ\,\pi^\circ$	0.532 ± 0.107	112°	2.8 ± 1.1 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to f_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	2.207 ± 0.227	0 (fest)	48.0 ± 9.9 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to X_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.950 ± 0.099	156°	8.9 ± 1.9 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to \pi_2(1670)\,\pi^\circ \to f_2(1270)\pi^\circ\pi^\circ$	1.110 ± 0.160	67°	12.2 ± 3.5 %

Tabelle 5: Das Ergebnis der Anpassung des Minimalmodells an die Daten.

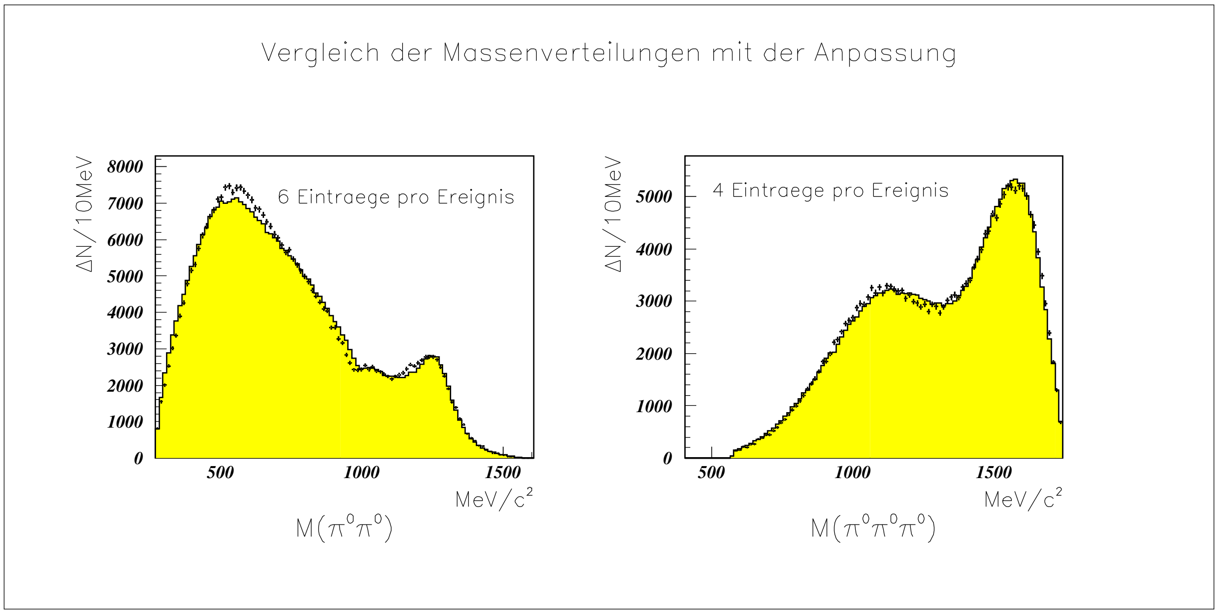

Abbildung 30: Die Spektren der invarianten Massen (Fehlerkreuze) verglichen mit der Anpassungsfunktion aus dem Minimalmodell (schattiert). Das χ^2/bin der $m_{\pi^\circ\pi^\circ}$-Verteilung verglichen mit der Anpassung beträgt 4.7 und für die $m_{\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}$-Verteilung 2.8.

Einen besseren Einblick in die Güte der Anpassungsfunktion gewährt die in Kapitel 4.4 beschriebene Methode, deren Ergebnis in Abbildung 31 dargestellt ist. Dort wird ebenfalls ersichtlich, daß die Daten nicht vollständig beschrieben sind. Zur Bestimmung der Güte wurden die $k = 16$ nächsten Nachbarn verwendet. Die k_x-Verteilung liefert dann einen Schwerpunkt von $S_0 = 8.0537 \pm 0.0088$ Wir sind also noch etwa

$$\beta = 6.1$$

Standardabweichungen von einer statistischen Übereinstimmung der Daten mit der Anpassungsfunktion entfernt.

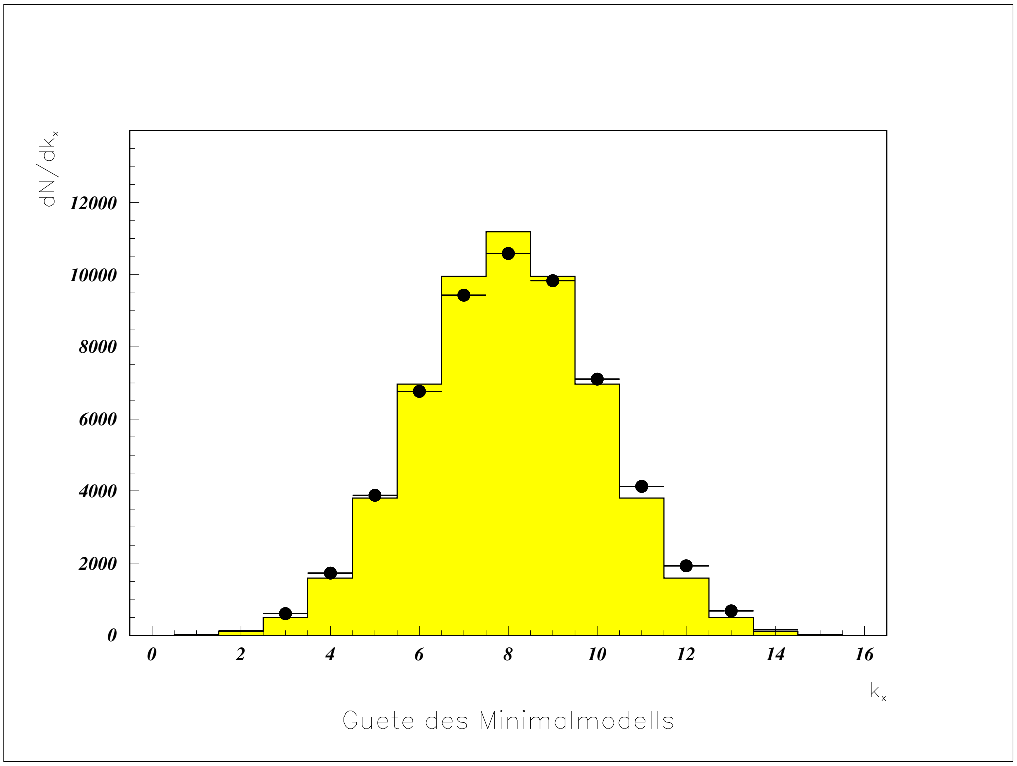

Abbildung 31: Verteilung der k_x-Werte für $k = 16$ im Vergleich mit der Binomialverteilung (siehe Kap.4.4.) für das Minimalmodell. Der Schwerpunkt der k_x-Verteilung ist gegenüber der Binomialverteilung noch deutlich verschoben.

5.2 Einführung des $\pi(1770)$ sowie Messung der Masse und Breite des $f_2(1280)$

Als weiterer möglicher Zwischenzustand wird nun das $\pi(1770)$ mit den in Tabelle 6 aufgezeigten Eigenschaften eingeführt. Bei der Anpassung wird außerdem die Masse und die

Bezeichnung der Resonanz	Masse (MeV/c^2)	Breite (MeV/c^2)	Quantenzahlen $I^G J^{PC}$	Zerfallsketten
$\pi(1770)$	1770	300	$1^- 0^{-+}$	$\pi(1770) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ$ $\pi(1770) \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ$

Tabelle 6: Die Eigenschaften und Zerfallsmoden der Resonanz $\pi(1770)$[40].

Breite der $f_2(1270)$-Resonanz bestimmt. Hierfür wird die Anpassung zuerst bei 11 Werten für die f_2-Masse zwischen 1260 MeV/c^2 und 1290 MeV/c^2 durchgeführt [6]. Abbildung 32 links zeigt die Veränderung der Likelihood bei verschiedenen Werten der f_2-Masse[7] Als bester Wert ergibt sich 1280 MeV/c^2, der auch in allen weiteren Anpassungen beibehalten wird. Hierauf wird die Breite zwischen 155 MeV/c^2 und 215 MeV/c^2 variiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 32 rechts gezeigt. Als beste Nominalbreite für das f_2 ergibt sich $\Gamma_0 = 158$ MeV/c^2. Dieser Wert wird in allen weiteren Anpassungen beibehalten. Die relativen Stärken aller bisher eingeführten Zerfallsketten, bei den eben ermittelten Werten für die Masse und Breite des f_2, sind in Tabelle 7 zusammengefaßt. Die mit ♣ bezeichneten Zerfallsketten sind zum Minimalmodell neu hinzugekommen. Abbildung 33 zeigt den Vergleich der experimentellen Massenverteilungen mit der Anpassung. Die Übereinstimmung hat gegenüber dem Minimalmodell deutlich zugenommen.

[6]Eine derartige Massenabtastung wird auch in den weiteren Kapiteln öfter durchgeführt. Dabei wurden nur 20000 der 57015 experimentellen Ereignisse verwendet, um Rechenzeit zu sparen. Das betrifft allerdings nicht die Tabellen, welche die Ergebnisse der Anpassung (Koeffizienten α) beinhalten. Dort wurde stets der vollständige Datensatz eingebracht.

[7]wichtig ist, daß hier wirklich nur relative Änderungen der Likelihood gezeigt sind und nicht etwa der Absolutwert der Likelihood, der ja ohnehin keine Bedeutung besitzt. Dies gilt auch für alle weiteren Likelihood-Darstellungen dieser Arbeit.

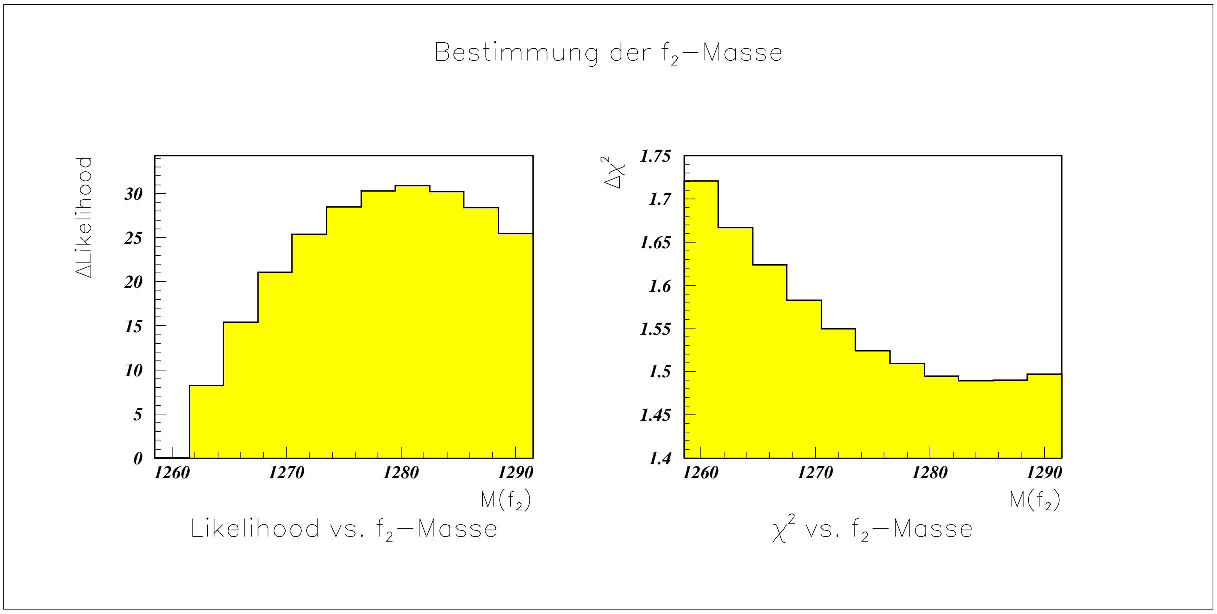

Abbildung 32: Aufgetragen ist die Likelihood bei verschiedenen Werten der f_2 Masse. Als bester Wert ergibt sich $m_{f_2} = 1280$ MeV/c^2.

$p\overline{p}$-Zerfallskette	a	Φ	Gesamtbeitrag
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	1.557 ± 0.029	0 (fest)	8.4 ± 0.3 %
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow \pi(1300)\,\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	1.113 ± 0.472	48°	4.3 ± 3.7 %
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow \pi(1770)\,\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S\clubsuit$	1.827 ± 0.362	309°	11.6 ± 4.6 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\clubsuit$	1.234 ± 0.116	0 (fest)	5.3 ± 1.0 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow f_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	3.724 ± 0.119	314°	48.2 ± 3.1 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow X_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	1.137 ± 0.035	98°	4.5 ± 0.3 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1670)\,\pi^\circ \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ\pi^\circ$	2.135 ± 0.149	44°	15.8 ± 2.2 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1670)\,\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S\clubsuit$	0.726 ± 0.030	132°	1.8 ± 0.2 %

Tabelle 7: Das Ergebnis der Anpassung des erweiterten Minimalmodells.

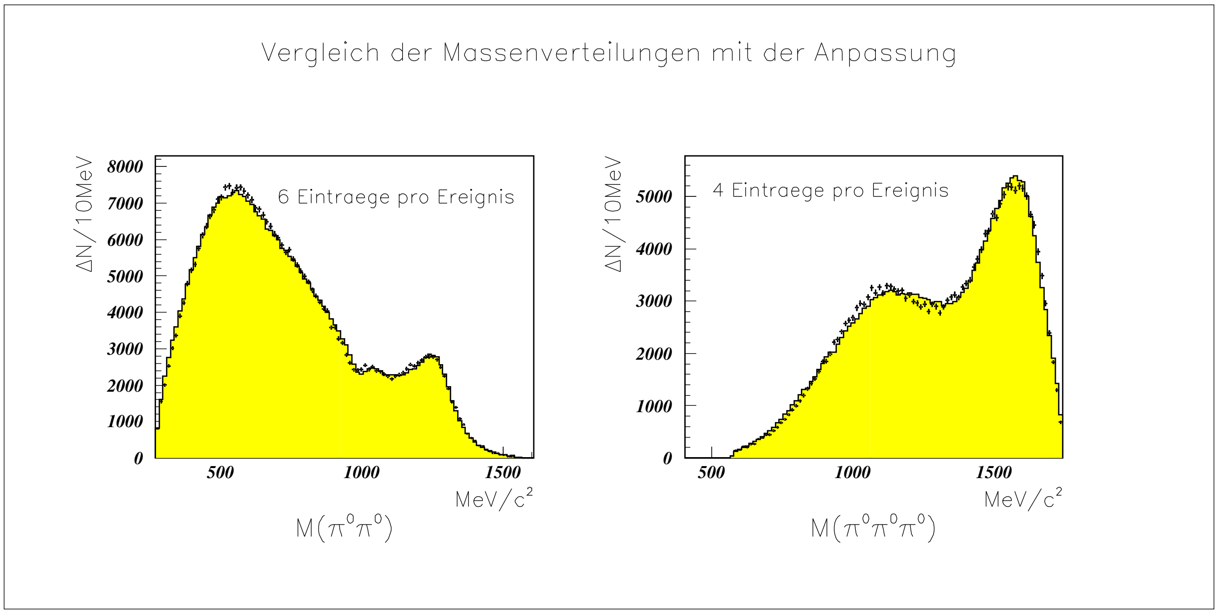

Abbildung 33: Die Spektren der invarianten Massen (Fehlerkreuze) verglichen mit der Anpassungsfunktion aus dem erweiterten Minimalmodell (schattiert). Das χ^2/bin der $m_{\pi^\circ\pi^\circ}$-Verteilung verglichen mit der Anpassung beträgt nun 2.4 und für $m_{\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}$ 3.5.

5.3 Anpassung mit veränderten Dämpfungsfaktoren

In einer Veröffentlichung [41] aus dem Jahre 1988 führt J. Vandermeulen einen neuen Penetrationsfaktor zur Beschreibung von $N\bar{N}$-Vernichtungen ein. Mittels einer Anpassung von theoretischen Parametern an experimentelle Verteilungen von Pion-Multiplizitäten ergibt sich, laut dieser Veröffentlichung, ein Faktor

$$V = e^{-A\sqrt{s-(m_1+m_2)^2}} \tag{15}$$

mit dem das Übergangsmatrixelement der $p\overline{p}$-Vernichtung multipliziert werden soll. Dabei ist A eine Konstante mit dem Wert 1.2 GeV^{-1}. In unserem Fall ist s die doppelte Protonenmasse in GeV und m_1, m_2 sind die Massen der Mesonen, die in der ersten Stufe nach der Vernichtung des Protoniums entstehen (ebenfalls in GeV). Dieser Faktor wird nun in die Anpassungsfunktion eingebaut und die Veränderung der Anpassungsparameter bestimmt. Tabelle 8 zeigt das Ergebnis der Anpassung der komplexen Koeffizienten unter Verwendung des Dämpfungsfaktors V in der Zerfallsamplitude des Protoniums. Es zeigt sich, daß die relativen Stärken der einzelnen Zerfallsketten nicht sehr von den bisherigen Ergebnissen abweichen, doch wird die Güte der Anpassung deutlich schlechter. Das χ^2 des Vergleichs der $m_{\pi^\circ\pi^\circ}$-Verteilung mit der Anpassungsfunktion ergibt $\chi^2 = 6.3$ und der Vergleich der $m_{\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}$-Verteilung ergibt $\chi^2 = 3.9$. In der weiteren Analyse wird auf die Verwendung der gemäß (15) modifizierten Penetrationsfaktoren verzichtet.

$p\overline{p}$-Zerfallskette	a	Φ	Gesamtbeitrag
$p\overline{p}(^3P_0) \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.674 ± 0.026	0 (fest)	8.4 ± 0.6 %
$p\overline{p}(^3P_0) \to \pi(1300)\,\pi^\circ \to \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	0.339 ± 0.030	311°	2.1 ± 0.4 %
$p\overline{p}(^3P_0) \to \pi(1770)\,\pi^\circ \to \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	0.927 ± 0.045	329°	15.8 ± 1.5 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.632 ± 0.055	0 (fest)	7.4 ± 1.3 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to f_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	1.582 ± 0.020	25°	46.0 ± 1.1 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to X_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.087 ± 0.188	32°	0.1 ± 0.6 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to \pi_2(1670)\,\pi^\circ \to f_2(1280)\pi^\circ\pi^\circ$	0.994 ± 0.017	28°	18.2 ± 0.6 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to \pi_2(1670)\,\pi^\circ \to \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	0.332 ± 0.028	175°	2.0 ± 0.4 %

Tabelle 8: Das Ergebnis der Anpassung unter Verwendung neuer Dämpfungsfaktoren.

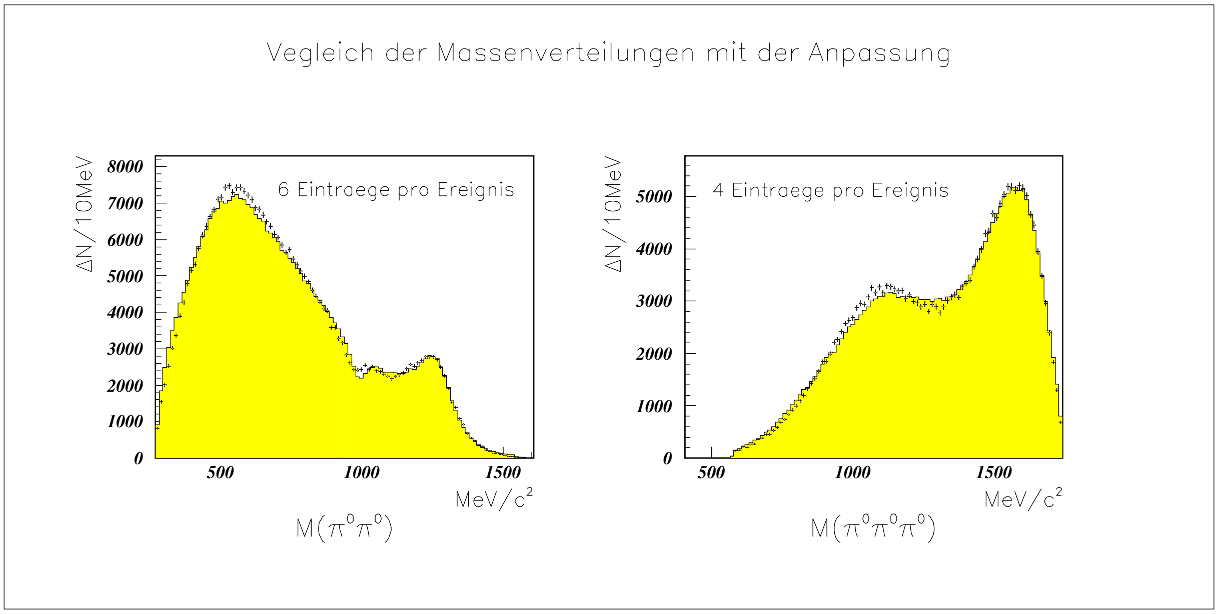

Abbildung 34: Die Spektren der invarianten Massen (Fehlerkreuze) verglichen mit der Anpassungsfunktion aus dem erweiterten Minimalmodell mit anderen Dämpfungsfaktoren (schattiert). Das χ^2/bin der $m_{\pi^\circ\pi^\circ}$ Verteilung verglichen mit der Anpassung beträgt nun 6.3 und für $m_{\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}$ 3.9.

5.4 Bestimmung der Masse des $\pi_2(1670)$

Indem die Masse des $\pi_2(1670)$ zwischen 1575 MeV/c^2 und 1875 MeV/c^2 variiert wird, soll die beste Nominalmasse für das $\pi_2(1670)$ gefunden werden. Abbildung 35 (links) zeigt die Veränderung der Likelihood mit der Masse des π_2. Zu erkennen sind die zwei Maxima in der Verteilung. Das eine Maximum bei 1700 MeV/c^2 läßt sich mit dem bekannten $\pi_2(1670)$ identifizieren. Das zweite und sogar prominentere Maximum bei 1795 MeV/c^2 kann jedoch nicht durch eine bekannte $J^{PC} = 2^{-+}$-Resonanz erklärt werden. Sollte es sich tätsächlich um solch ein Objekt handeln, so wäre das von großem Interesse. Einige Veröffentlichungen [61][62] berichten von der Evidenz eines derartigen Objekts und einiges deutet auf ein Hybrid ($q\bar{q}g$-Zustand) hin.

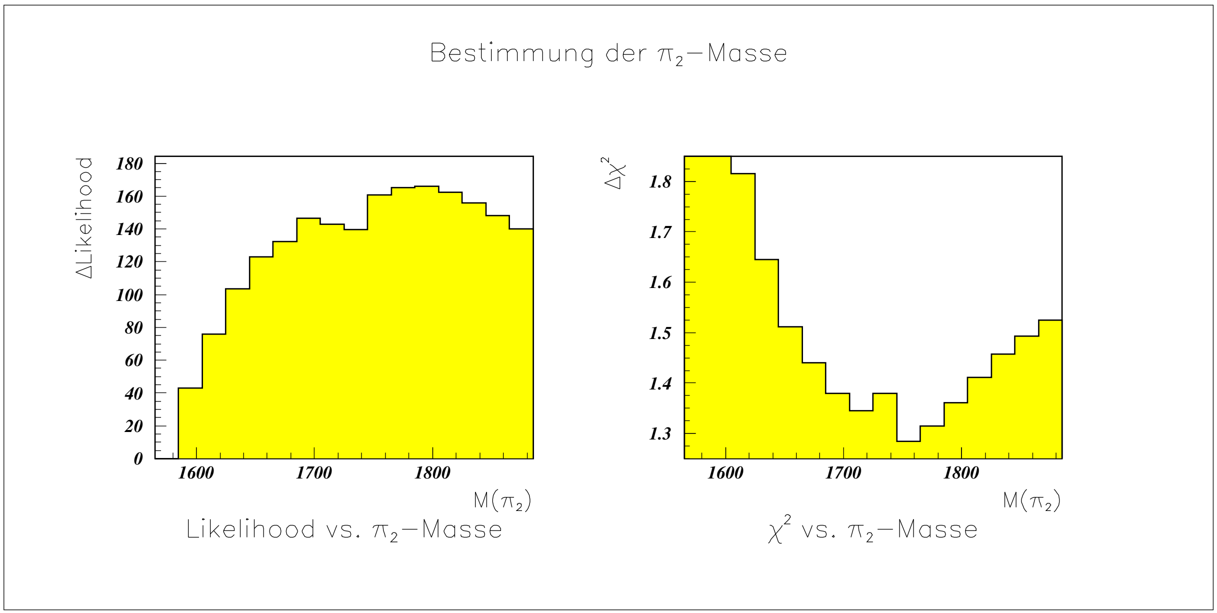

Abbildung 35: links: Aufgetragen ist die Likelihood bei verschiedenen Werten der π_2-Masse. Als bester Wert ergibt sich $m_{\pi_2} = 1795$ MeV/c^2. Die wesentliche Aussage der Grafik besteht jedoch in der Doppelhöckerstuktur der Verteilung (siehe Text). rechts: Das mittlere χ^2 der Massenhistogramme bei Variation der π_2-Masse.

Im folgenden soll die Breite dieser Resonanz soll bestimmt werden. Ein π_2 der Masse $m_{\pi_2} = 1795$ MeV/c^2 wird in die Anpassung einbezogen und die Breite zwischen $\Gamma_0 = 200$ MeV/c^2 bis $\Gamma_0 = 500$ MeV/c^2 variiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 36 (rechts) gezeigt. Als bester Wert ergibt sich $\Gamma_0 = 420$ MeV/c^2, der in weiteren Anpassungen beibehalten wird. Es muß nun geprüft werden, ob sich der Beitrag des $\pi_2(1795)$ unter Einbeziehung weiterer möglicher Zwischenzustände behauptet. Das Ergebnis der Anpassung, in welcher sowohl das $\pi_2(1670)$ als auch das $\pi_2(1795)$ zugelassen werden, ist in Tabelle 9 aufgelistet. Die Verteilungen der invarianten Massen, verglichen mit der besten Anpassung, sind in Abbildung 37 dargestellt. Als χ^2/bin erhalten wir für die Spektren: $\chi^2(m_{\pi^\circ\pi^\circ}) = 1.94$ und $\chi^2(m_{\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}) = 1.57$. Das sind die bisher besten Werte. Mit Hilfe der in Kapitel 4.4 beschriebenen Methode soll die jetzige Güte der Anpassung ermittelt werden. Unter Betrachtung der jeweils $k = 16$ nächsten Nachbarn, ergibt sich für die k_x-Verteilung ein Schwerpunkt von $S_0 = 8.0132 \pm 0.0085$ Das Ergebnis ist in Abbildung 38 gezeigt. Wir sind nur noch einen Faktor

$$\beta = 1.6$$

von einer statistischen Übereinstimmung der experimentellen Daten mit der Anpassungsfunktion entfernt.

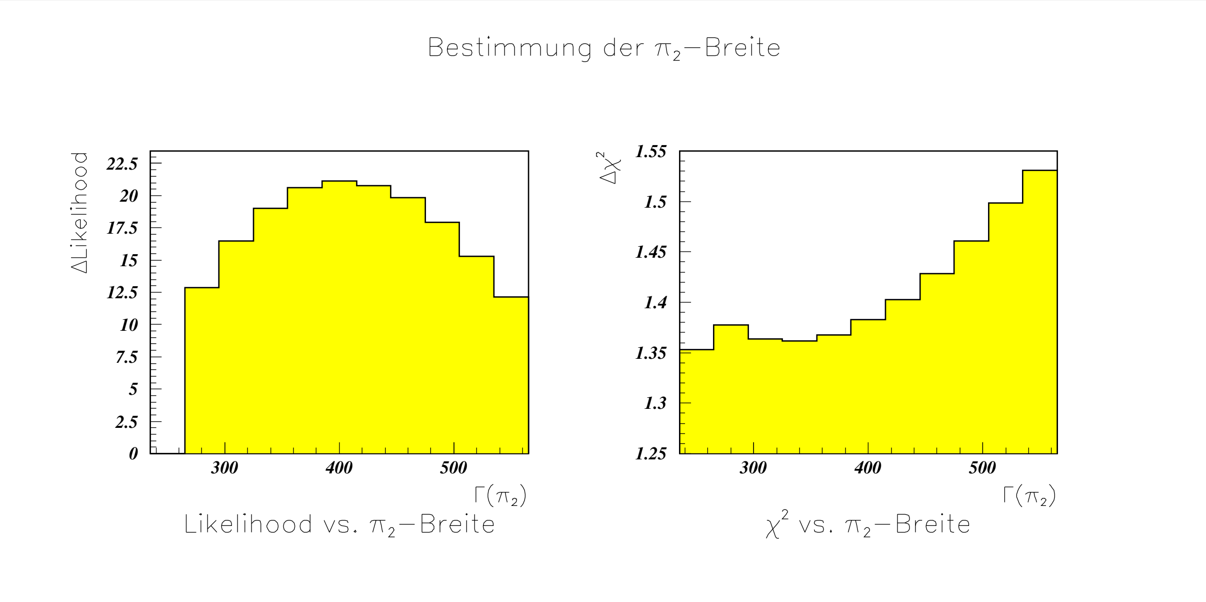

Abbildung 36: links: Aufgetragen ist die Likelihood bei verschiedenen Werten der $\pi_2(1795)$ Breite. Als bester Wert ergibt sich $\Gamma_0 = 420$ MeV$/c^2$. rechts: Das mittlere χ^2 der Massenhistogramme bei Variation der Nominalbreite des $\pi_2(1795)$.

$p\overline{p}$-Zerfallskette	a	Φ	Gesamtbeitrag
$p\overline{p}(^3P_0) \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	1.359 ± 0.049	0 (fest)	4.9 ± 0.4 %
$p\overline{p}(^3P_0) \to \pi(1300)\,\pi^\circ \to \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	0.890 ± 0.196	53°	2.1 ± 0.9 %
$p\overline{p}(^3P_0) \to \pi(1770)\,\pi^\circ \to \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	1.902 ± 0.086	328°	9.7 ± 1.5 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	1.665 ± 0.069	0 (fest)	7.4 ± 0.6 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to f_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	4.423 ± 0.051	312°	52.3 ± 1.2 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to X_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	1.263 ± 0.097	93°	4.3 ± 0.7 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to \pi_2(1670)\,\pi^\circ \to f_2(1280)\pi^\circ\pi^\circ$	1.080 ± 0.056	21°	3.1 ± 0.3 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to \pi_2(1670)\,\pi^\circ \to \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	0.299 ± 0.078	173°	0.2 ± 0.1 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to \pi_2(1795)\,\pi^\circ \to f_2(1280)\pi^\circ\pi^\circ$	1.964 ± 0.132	81°	10.3 ± 1.4 %
$p\overline{p}(^3P_2) \to \pi_2(1795)\,\pi^\circ \to \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	1.460 ± 0.319	158°	5.7 ± 2.5 %

Tabelle 9: Das Ergebnis der Anpassung bei Einbeziehung eines $\pi_2(1795)$.

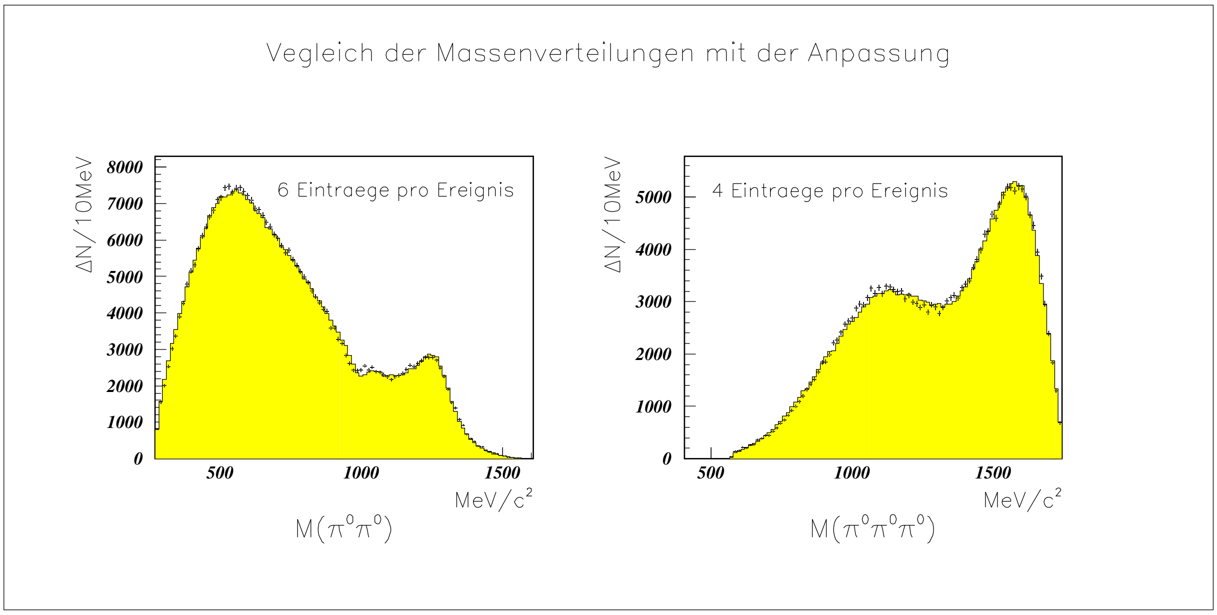

Abbildung 37: Die Spektren der invarianten Massen (Fehlerkreuze) verglichen mit der Anpassungsfunktion aus dem erweiterten Minimalmodell unter Berücksichtigung eines $\pi_2(1795)$. Das χ^2/bin der $M_{\pi^\circ\pi^\circ}$ Verteilung verglichen mit der Anpassung beträgt nun 1.9 und für $M_{\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}$ 1.6.

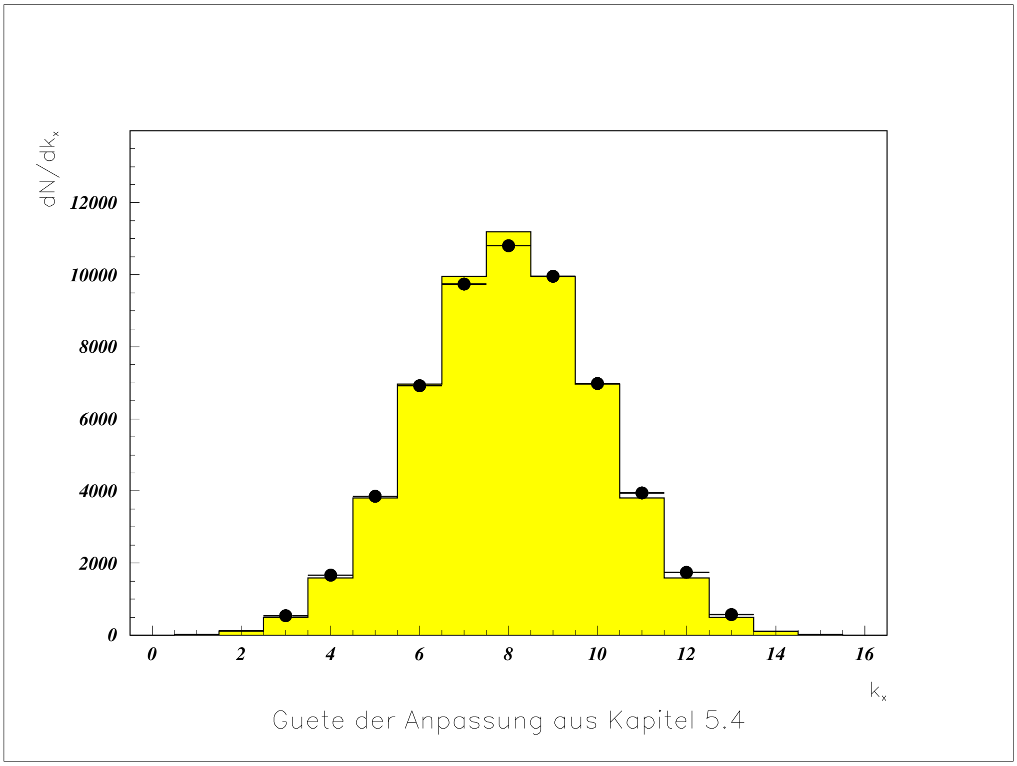

Abbildung 38: Verteilung der k_x-Werte für $k = 16$ im Vergleich mit der Binomialfunktion (siehe Kap.4.4.). Der Schwerpunkt der k_x Verteilung ist gegenüber der Binomialverteilung deutlich weniger verschoben als in Kapitel 5.1

5.5 Bestimmung der Masse der $I^G J^{PC} = 1^- 0^{-+}$-Resonanzen

Der Beitrag der π-Resonanzen, welche über $(\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ$ in $3\pi^\circ$ zerfallen, soll besser verstanden werden. Es wird nun angenommen, es gäbe nur ein π (statt einem $\pi(1300)$ und einem $\pi(1770)$) und die Anpassung wird für 21 Massenwerte des π zwischen 650 MeV/c^2 und 1780 MeV/c^2 wiederholt. Daraus soll(en) sich die beste(n) Nominalmasse(n) für die π-Resonanzen ergeben. Abbildung 39 (links) zeigt die Veränderung der Likelihood mit der Masse des π.

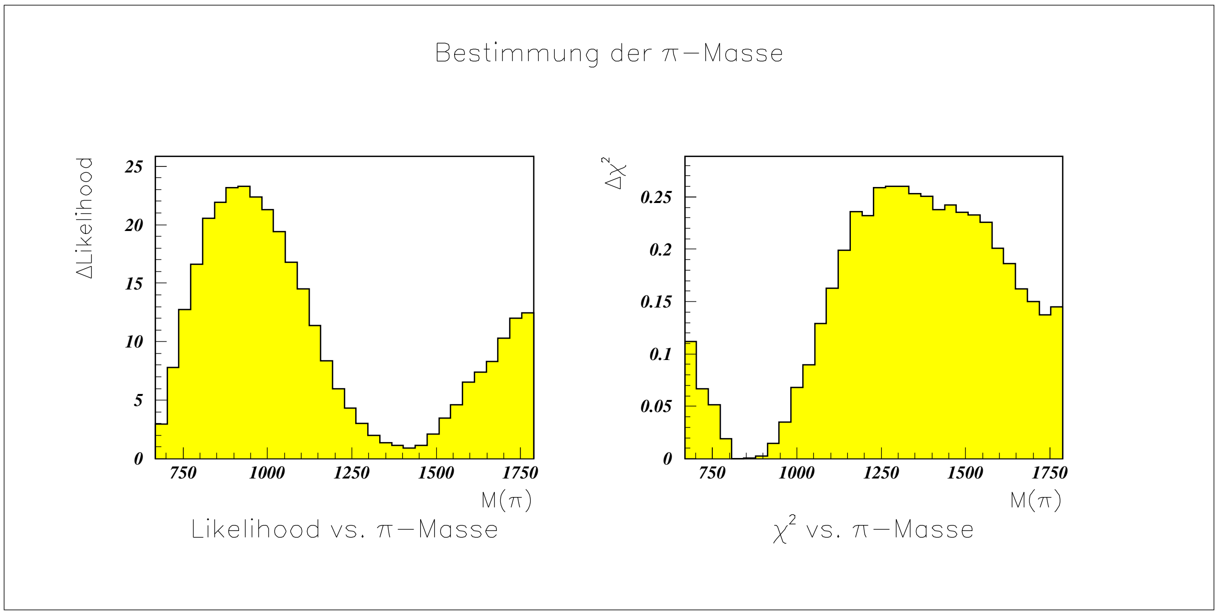

Abbildung 39: links: Aufgetragen ist die Likelihood bei verschiedenen Werten der $\pi(1770)$ Masse. Als bester Wert ergibt sich m_π = 930 MeV/c^2. rechts: Die Änderung des mittleren χ^2 der Massenhistogramme bei Variation der π-Masse.

Als bester Massenwert ergibt sich $m_0 = 930$ MeV/c^2. Doch ist zu vermuten, daß auch eine $J^{PC} = 0^{-+}$-Resonanz mit $m_0 > 1800$ MeV/c^2 beträgt. Hierdurch wäre der Anstieg der Likelihood zu hohen Massen hin erklärbar. Es gilt nun die Breite des $\pi(930)$ zu bestimmen. Hierfür wird die Breite Γ_0 des $\pi(930)$ in 16 Schritten zwischen 100 und 500 MeV/c^2 variiert und die Anpassung jeweils wiederholt. Das Ergebnis ist in Abbildung 40 gezeigt. Als bester Wert ergibt sich $\Gamma_0 = 450$ MeV/c^2. Deutlich ist auch zu erkennen, wie sich das mittlere χ^2 der Massenhistogramme genau entgegengesetzt der Likelihood verhält.

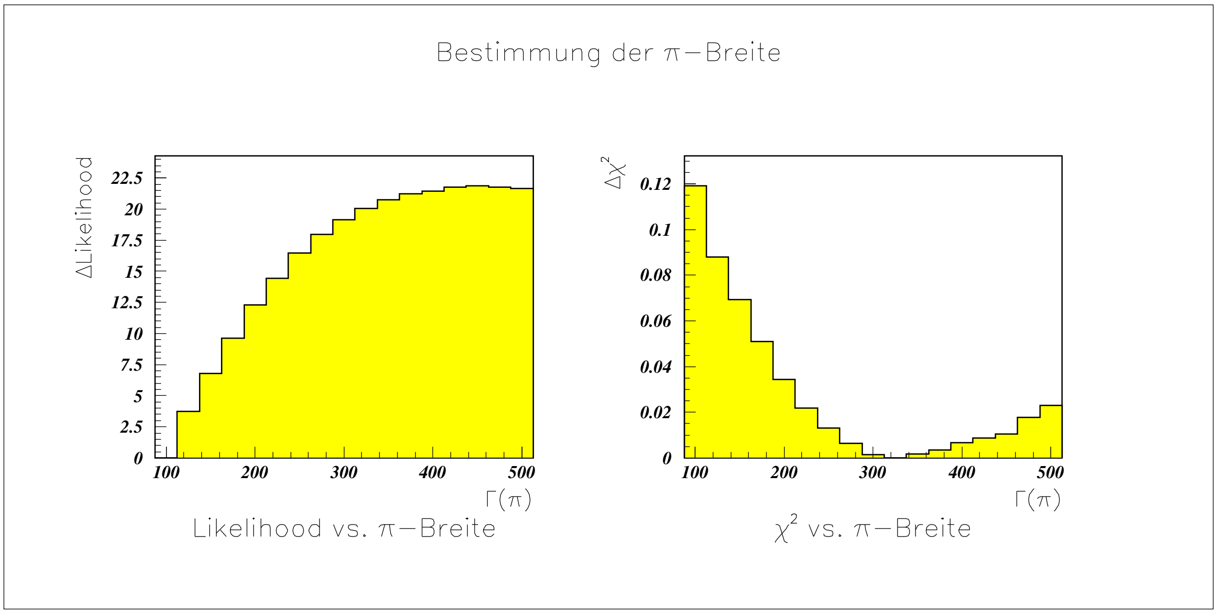

Abbildung 40: links: Aufgetragen ist die Likelihood bei verschiedenen Werten der $\pi(930)$ Breite. Als bester Wert ergibt sich $\Gamma_\pi = 450$ MeV$/c^2$. rechts: Die Änderung der mittleren χ^2 der Massenhistogramme bei Variation der $\pi(930)$-Breite.

$p\overline{p}$-Zerfallskette	a	Φ	Gesamtbeitrag
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.679 ± 0.079	0 (fest)	1.5 ± 0.3 %
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow \pi(930)\,\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	1.877 ± 0.087	269°	11.2 ± 2.7 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	1.591 ± 0.066	0 (fest)	8.1 ± 0.7 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow f_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	3.711 ± 0.078	308°	43.9 ± 1.9 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow X_2\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	1.478 ± 0.083	82°	6.9 ± 0.8 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1670)\,\pi^\circ \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ\pi^\circ$	0.767 ± 0.069	12°	1.9 ± 0.3 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1670)\,\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	0.421 ± 0.085	182°	0.6 ± 0.2 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1795)\,\pi^\circ \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ\pi^\circ$	2.599 ± 0.090	66°	21.5 ± 1.5 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1795)\,\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	1.176 ± 0.244	152°	4.4 ± 1.8 %

Tabelle 10: Das Ergebnis der Anpassung mit einem $\pi(930)$.

5.6 Untersuchung des Beitrags einer $I^G J^{PC} = 1^- 1^{++}$-Resonanz

Der Beitrag einer schweren $I^G J^{PC} = 1^- 1^{++}$ (a_1)-Resonanz im Massenbereich von 700 und 1500 MeV/c^2 soll untersucht werden. Hierzu wird die Breite auf $\Gamma_0 = 300$ MeV/c^2 festgesetzt, was etwa der Breite des bekannten $a_1(1260)$ entspricht. Die Anpassung wird in mehreren Schritten wiederholt, wobei die Masse der hypothetischen 1^{++}-Resonanz in Schritten von 35 MeV/c^2 zwischen 700 und 1500 MeV/c^2 variiert wird. Die Veränderung der Likelihood bei dieser Prozedur ist in Abbildung 41 gezeigt. Abbildung 42 zeigt die Intensitätsbeiträge der beiden Zerfallsketten

$$p\overline{p}_{2++} \to a_1 \pi^\circ \to (\pi^\circ \pi^\circ)_S \pi^\circ \pi^\circ$$

und

$$p\overline{p}_{2++} \to a_1 \pi^\circ \to f_2(1280) \pi^\circ \pi^\circ$$

bei veränderter Masse des a_1. Ein Maximum in der Likelihood zeigt sich bei rund 1200 MeV/c^2, was möglicherweise auf einen kleinen Beitrag des $a_1(1260)$ schließen läßt.

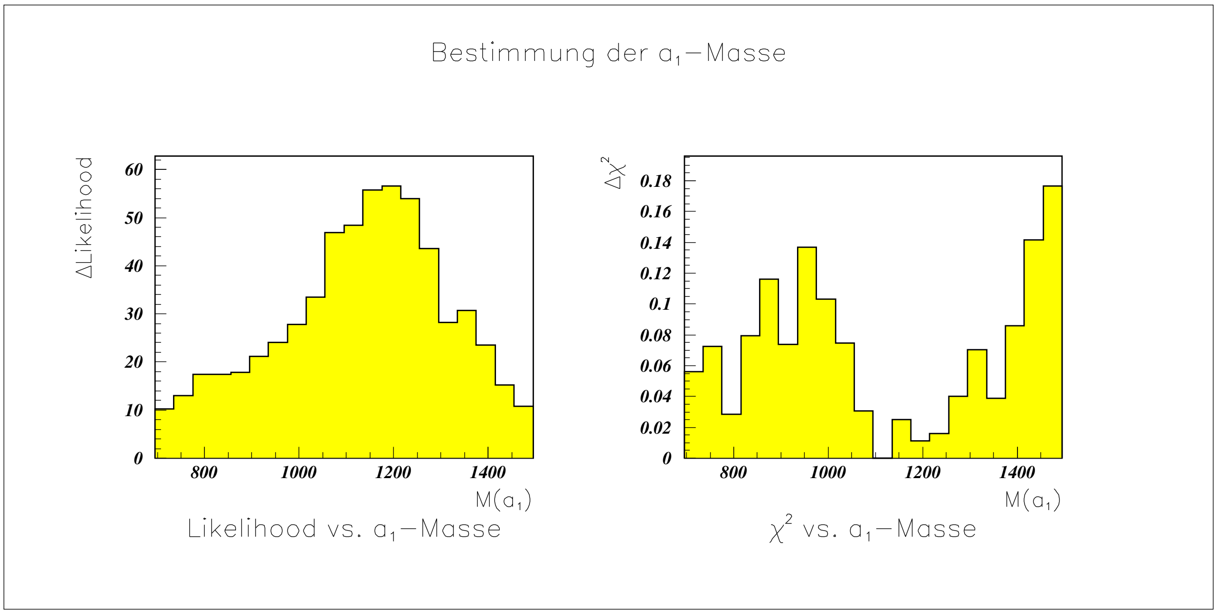

Abbildung 41: links: Aufgetragen ist die Likelihood bei verschiedenen Werten der a_1-Masse. Es ist im untersuchten Massenbereich kein deutliches Maximum zu erkennen. rechts: Aufgetragen ist das gemittelte χ^2 der beiden Massenhistogramme bei verschiedenen Massen des a_1.

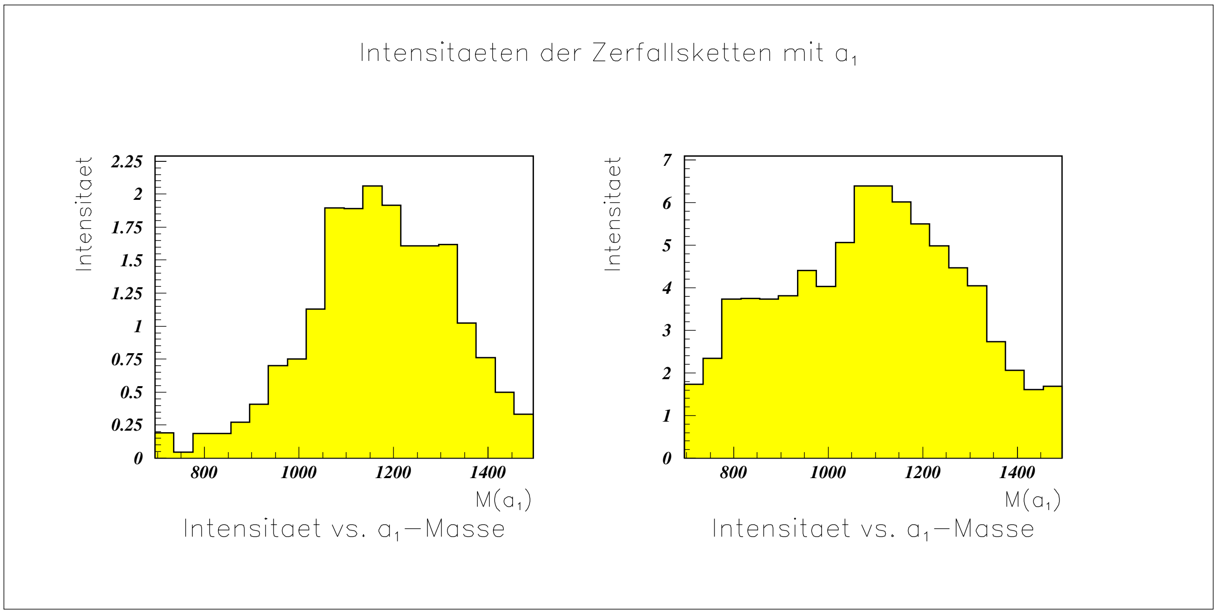

Abbildung 42: links: Die Intensität der Zerfallskette $p\overline{p} \rightarrow a_1\pi^\circ \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ$ bei verschiedenen Werten der a_1-Masse. rechts: Die Intensität der Zerfallskette $p\overline{p} \rightarrow a_1\pi^\circ \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ$ bei verschiedenen Werten der a_1-Masse.

5.7 Untersuchung des Beitrags einer $I^G J^{PC} = 1^- 3^{++}$-Resonanz

Der Beitrag einer schweren $I^G J^{PC} = 1^- 3^{++}$ (a_3)-Resonanz im Massenbereich zwischen 750 und 1875 MeV/c^2 soll untersucht werden. Hierzu wird die Breite auf $\Gamma_0 = 200$ MeV/c^2 festgesetzt. Die Anpassung wird in mehreren Schritten wiederholt, wobei die Masse der hypothetischen 3^{++}-Resonanz zwischen 750 und 1875 MeV/c^2 variiert wird. Die Veränderung der Likelihood bei dieser Prozedur weist keinerlei eindeutige Maxima oder andere Strukturen auf. Die Intensität der Zerfallskette

$$p\overline{p}_{2++} \rightarrow a_3\pi^\circ \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ\pi^\circ$$

erreicht im gesamten Massenbereich nicht mehr als 1%.

5.8 Untersuchung des Beitrags eines $\pi(750)$

In diesem Kapitel soll der Beitrag einer $J^{PC} = 0^{-+}$-Resonanz mit niedriger Masse (rund 750 MeV/c^2) und schmaler Breite (rund 30 MeV/c^2) untersucht werden. Ein derartiges Objekt wurde in einer Veröffentlichung [42] aus dem Jahre 1993 vorgeschlagen. Dort wurde eine Nominalmasse von

$$m_0 = 749 \pm 30\text{MeV}/c^2$$

und eine Nominalbreite von

$$\Gamma_0 = 32 \pm 17\text{MeV}/c^2$$

gemessen. Wir verwenden $\Gamma_0 = 32$ MeV/c^2 als Breite und wiederholen die Anpassung in 11 Schritten. Dabei wird die Nominalmasse in Schritten von 10 MeV/c^2 zwischen 700 und 800 MeV/c^2 variiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 43 gezeigt. Insgesamt zeigt sich, daß

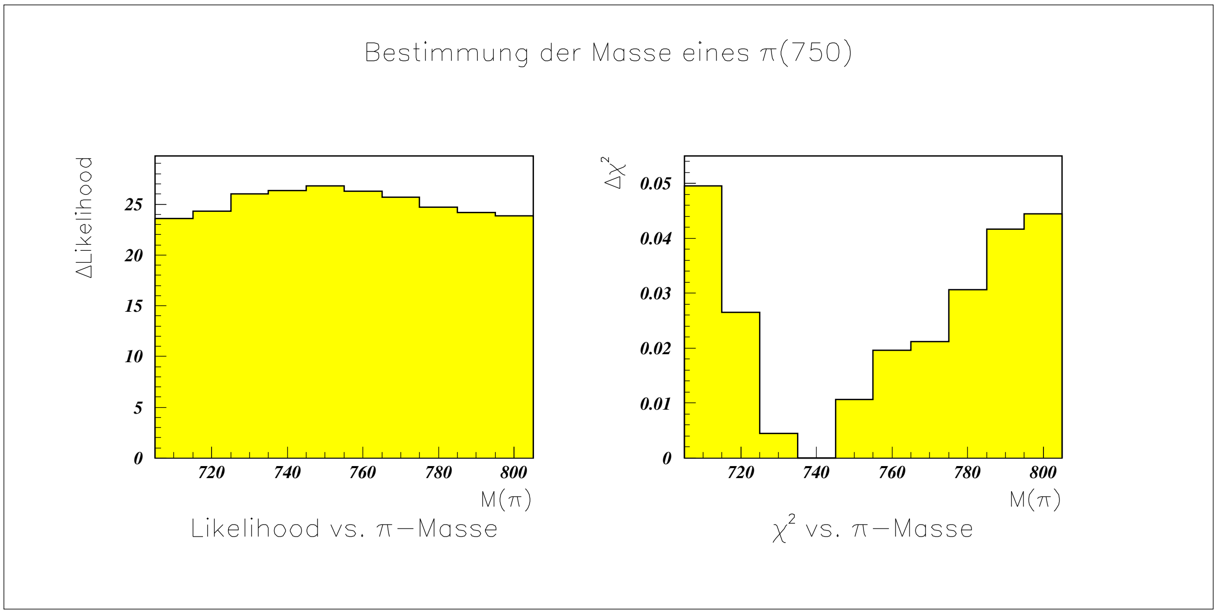

Abbildung 43: links: Aufgetragen ist die Likelihood bei verschiedenen Werten der π Masse. Als bester Wert ergibt sich $m_\pi = 750$ MeV/c^2. rechts: Die Änderung des mittleren χ^2 der Massenhistogramme bei verschiedenen Massen des $\pi(750)$.

die Intensität dieser Amplitude zwar nur maximal auf 0.11% ansteigt, doch die Stetigkeit der Likelihood-Verteilung bei Änderung der Nominalmasse und die Tatsache, daß sich das Maximum der Likelihood sowie ein Minimum des mittleren χ^2 bei etwa 750 MeV/c^2 befindet, läßt vermuten, daß dieses Objekt möglicherweise doch vorhanden ist.

5.9 Untersuchung der $I^G J^{PC} = 0^+0^{++} \to \pi^\circ\pi^\circ$-Resonanzen

Die Parametrisierung der $(\pi^\circ\pi^\circ)$ S-Welle nach Au, Morgan und Pennington [30] sollte zwar die $\pi^\circ\pi^\circ$-Wechselwirkung mit $L = 0$ im gesamten Massenbereich von 270 bis 1700 MeV/c^2 ausreichend gut beschreiben, doch besonders in der letzten Zeit haben verschiedene Gruppen immer wieder neue $I^G J^{PC} = 0^+0^{++}$-Resonanzen gemessen. Diese 0^{++}-Zustände bedürfen in den nächsten Jahren einer besonderen Klärung, insbesondere da, sollten sich all die gefundenen Kandidaten bestätigen, eine solche Menge an Zuständen mit denselben Quantenzahlen nicht mit dem herkömmlichen $q\overline{q}$-Bild für Mesonen verträglich ist. Es würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, das 0^{++}-Rätsel zu lösen, doch soll das Augenmerk kurz darauf gerichtet werden.
Zunächst soll der Beitrag einer $J^{PC} = 0^{++}$-Resonanz der Masse $m_0 = 1520$ MeV/c^2 mit der Breite $\Gamma_0 = 150$ MeV/c^2 untersucht werden. Ein solcher Zustand wurde in zwei Analysen der Crystal-Barrel-Gruppe bereits gesehen [44][45]. Dieser Zwischenzustand wird gesucht, indem die in Tabelle 11 aufgeführten Zerfallsketten in die Analyse einbezogen werden. Ansonsten wird die Anpassung ähnlich wie in Kapitel 5.5 durchgeführt, indem die Masse des $\pi \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ$ im Bereich von 675 bis 1875 MeV/c^2 abgetastet wird. Das Ergebnis ist in Abbildung 44 zu sehen. Es zeigt sich sehr deutlich, daß der in Kapitel 5.5 zu erkennende Anstieg zu hohen Massen des π hin weggefallen ist. Wir können davon ausgehen, daß dieser Anstieg ein Artefakt der unzureichenden Parametrisierung der $(\pi^\circ\pi^\circ)_S$-Wechselwirkung war. Was bleibt, ist ein deutlicher Intensitätsanstieg bei rund 900 MeV/c^2, wenn auch die absolute Intensität der Zerfallskette

$$p\overline{p}_{0^{++}} \to \pi(930)\pi^\circ \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ\pi^\circ$$

gegenüber 6% in Kapitel 5.5 auf jetzt etwa 2% gesunken ist. Die Intensitäten der in Tabelle 11 angegebenen Zerfallsketten tragen nun mit etwa 8% bzw. 33% deutlich zum Zerfall des Protoniums bei, wie man auch in Abbildung 45 erkennt.
Es gilt nun, den Bereich der $J^{PC} = 0^{++}$-Resonanzen genauer zu untersuchen. Aus diesem Grunde wird die Masse des $\pi \to (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ$ bei $m_0 = 930$ MeV/c^2 festgelegt und die Masse des f_0 variiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 46 dargestellt. Es zeigt sich kein prominenter Anstieg der Likelihood bei $m_0 = 1520$ MeV/c^2, wo man das $f_0(1520)$ eigentlich erwartet. Vielmehr ergibt sich ein breites Maximum bei rund 1350 MeV/c^2. Die Intensitäten der in Tabelle 11 aufgezeigten Zerfallsketten bei Änderung der Nominalmasse des f_0 sind in Abbildung 47 gezeigt. Unter der Annahme, es gäbe ein $f_0(1320)$, liefert die Anpassung, bei Variation der Breite, eine maximale Likelihood bei der Nominalbreite $\Gamma_0 = 220$ MeV/c^2. Das Ergebnis ist in Abbildung 48 gezeigt. Auch das gemittelte χ^2 der Verteilungen der invarianten Massen hat bei $\Gamma_0 = 220$ MeV/c^2 sein Maximum. Die Intensitäten der in Tabelle 11 aufgezeigten Zerfallsketten bei Änderung der Nominalbreite des $f_0(1320)$ sind in Abbildung 49 gezeigt. Doch ist weder das Likelihood-Maximum der Massenvariation, noch das der Breitenvariation besonders eindeutig. Vielmehr ist anzunehmen, daß die Parametrisierung der $(\pi^\circ\pi^\circ)_S$-Wechselwirkung, zumindest im hier untersuchten Zerfallskanal des Protoniums einer deutlichen Verbesserung bedarf. Diese Annahme wird noch dadurch unterstützt, daß die Einführung des $f_0(1520)$ besonders (fast ausschließlich) denjenigen

Zerfallsketten Intensität nimmt, die einen oder mehrere $(\pi^\circ\pi^\circ)_S$-Zwischenzustände enthalten. Eine echte Messung der Parametrisierung der $(\pi^\circ\pi^\circ)$ S-Wellen-Wechselwirkung ist mit den hier verwendeten Methoden nicht angebracht. Zur Veranschaulichung der besonderen Komplexität des Problems im $4\pi^\circ$-Endzustand sei auf die Abbildungen 50 und 51 verwiesen. Dort sind die Verteilungen der invarianten $2\pi^\circ$- und $3\pi^\circ$- Massen für die Zerfallsketten

$$p\overline{p}_{0^{++}} \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S(\pi^\circ\pi^\circ)_S$$

und

$$p\overline{p}_{0^{++}} \rightarrow f_0(1520)(\pi^\circ\pi^\circ)_S$$

gezeigt. Es wird deutlich, wie die kombinatorische Symmetrie der $4\pi^\circ$ die Strukturen verwischt.

$p\overline{p}$-Anfangszustand	Zerfallsart
$^1S_0$	$p\overline{p} \rightarrow f_0(x)(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$
$^3P_2$	$p\overline{p} \rightarrow f_2(1280)f_0(x) \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$

Tabelle 11: Die einfachsten Möglichkeiten für den Zerfalls des Protoniums über ein f_0.

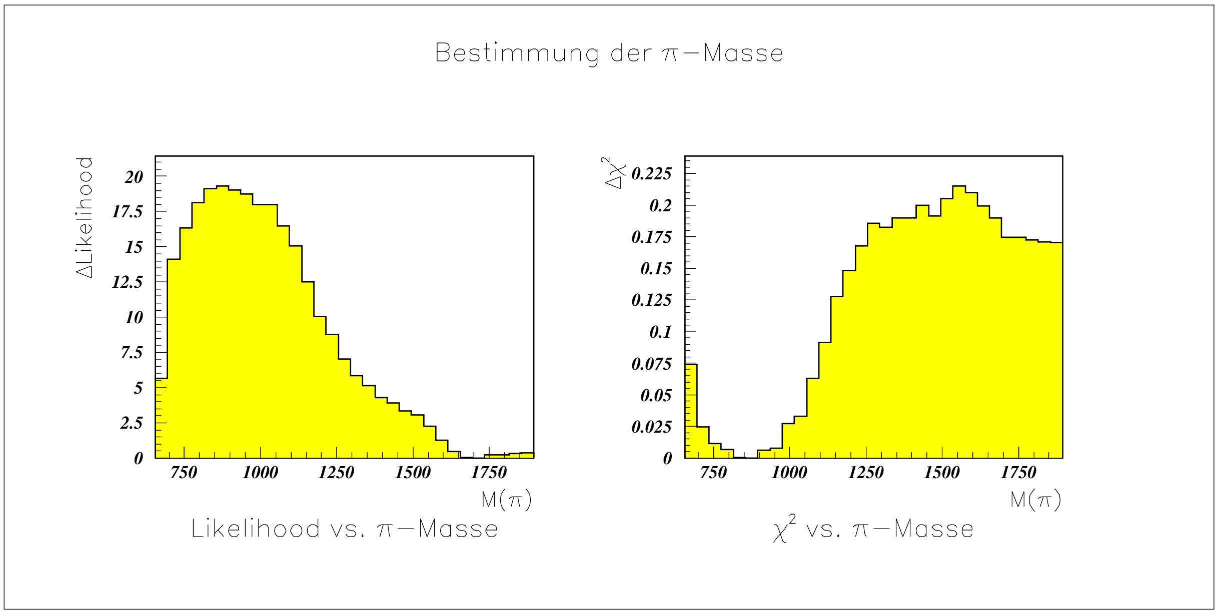

Abbildung 44: links: Aufgetragen ist die Likelihood unter Variation der π-Masse. rechts: Die Änderung des mittleren χ^2 der Massenhistogramme unter Variation der π-Masse.

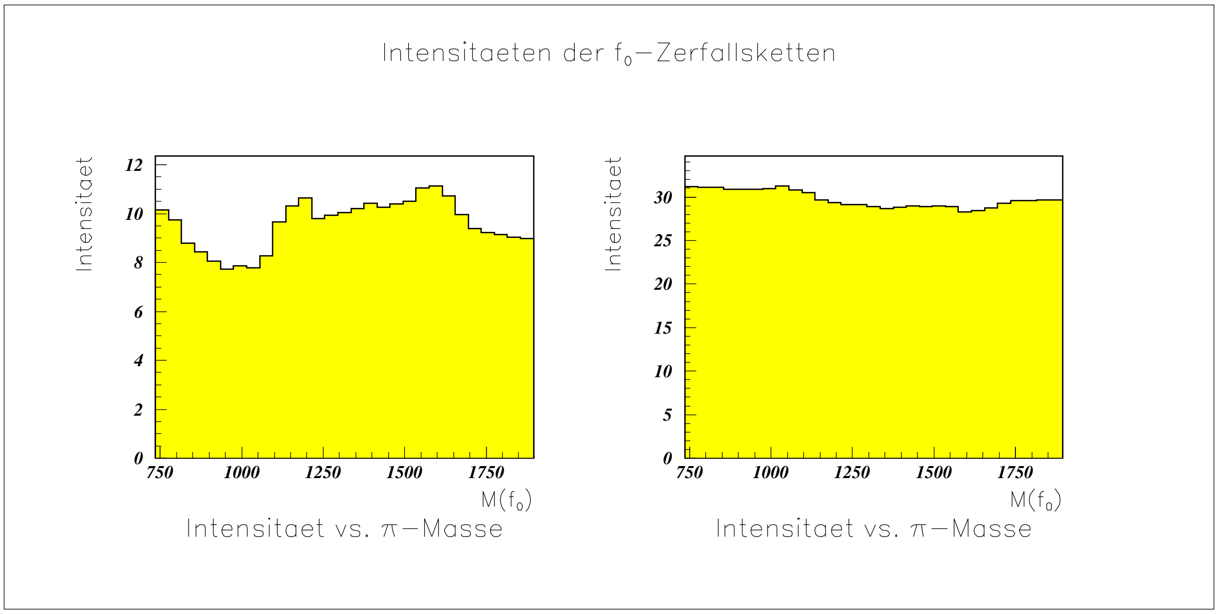

Abbildung 45: links: Aufgetragen ist die Intensität der Zerfallskette $p\overline{p} \rightarrow f_0(1520)(\pi^\circ\pi^\circ)_S$ bei verschiedenen Werten der π-Masse. rechts: Die Intensität des Zerfallskanals $p\overline{p} \rightarrow f_2(1280)f_0(1520)$ bei verschiedenen Massen des π.

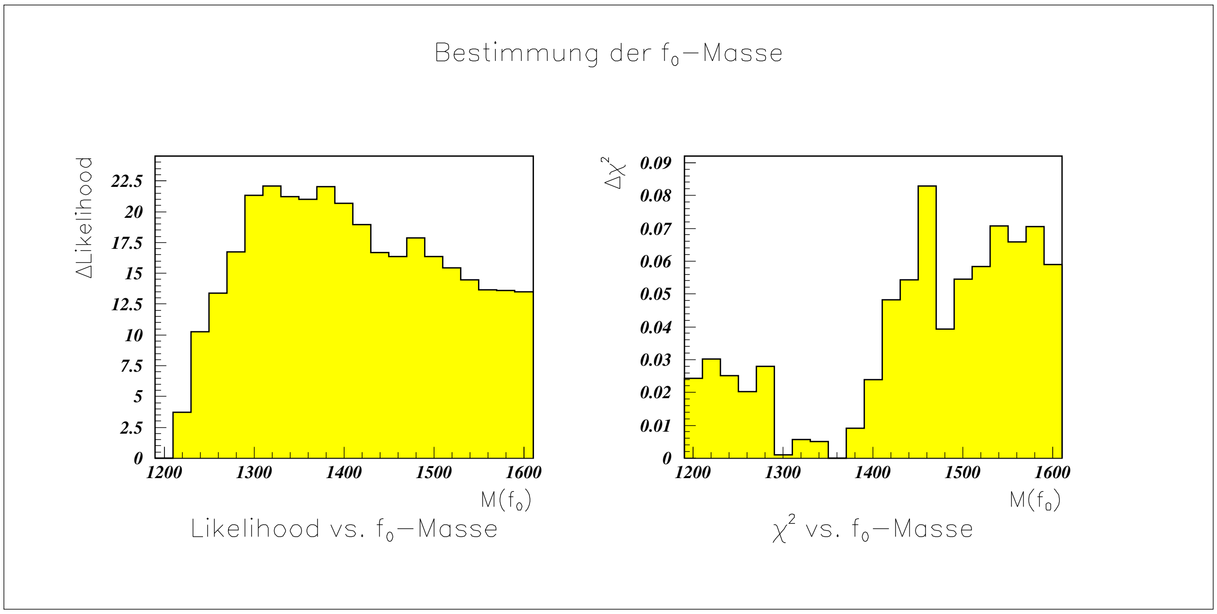

Abbildung 46: links: Aufgetragen ist die Likelihood bei verschiedenen Werten der f_0-Masse. rechts: Aufgetragen ist das gemittelte χ^2 bei verschiedenen Werten der f_0-Masse.

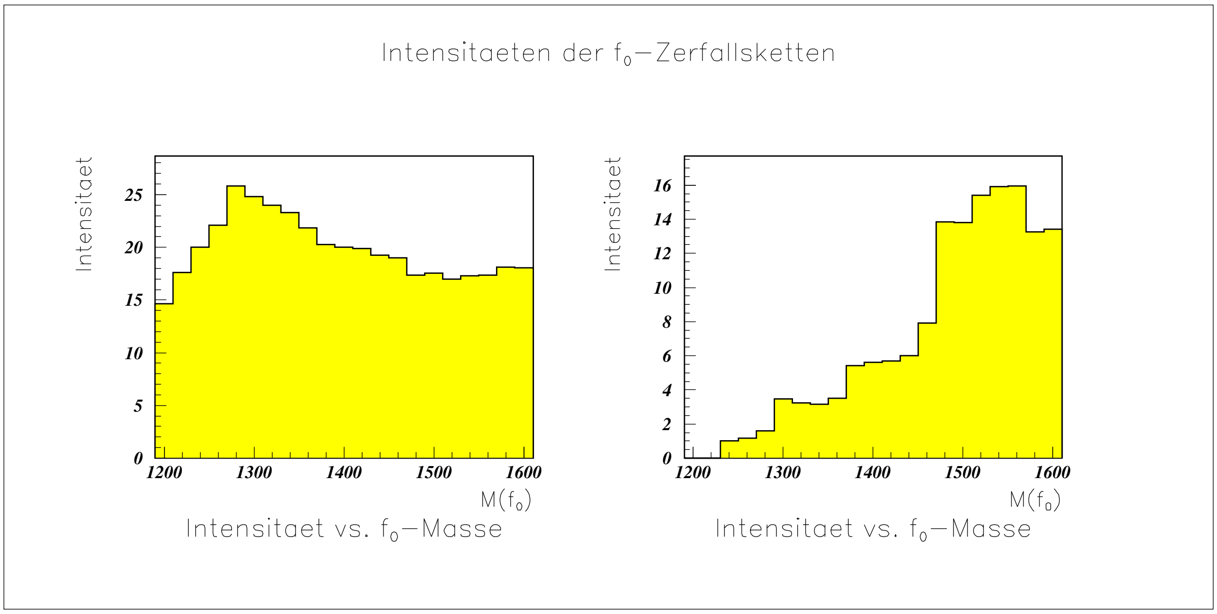

Abbildung 47: links: Aufgetragen ist die Intensität der Zerfallskette $p\overline{p} \rightarrow f_0(\pi^\circ\pi^\circ)_S$ bei verschiedenen Werten der f_0-Masse. rechts: Aufgetragen ist die Intensität der Zerfallskette $p\overline{p} \rightarrow f_2(1280)f_0$ bei verschiedenen Werten der f_0-Masse.

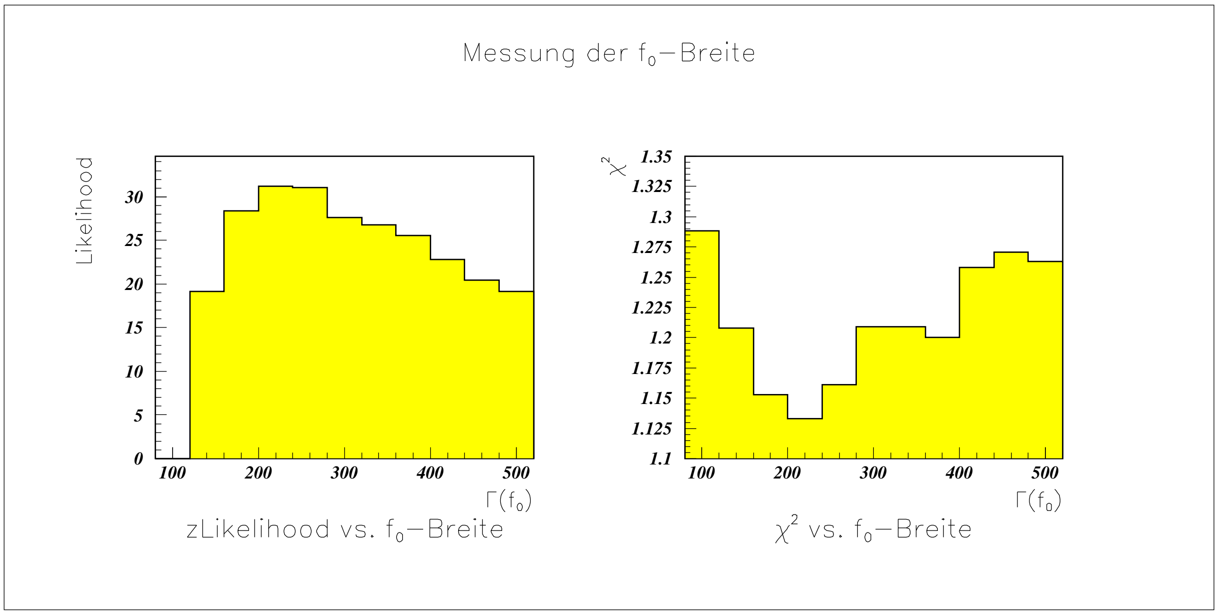

Abbildung 48: links: Aufgetragen ist die Likelihood bei verschiedenen Werten der $f_0(1320)$-Breite. rechts: Aufgetragen ist das gemittelte χ^2 der Massenhistogramme bei verschiedenen Werten der f_0-Breite.

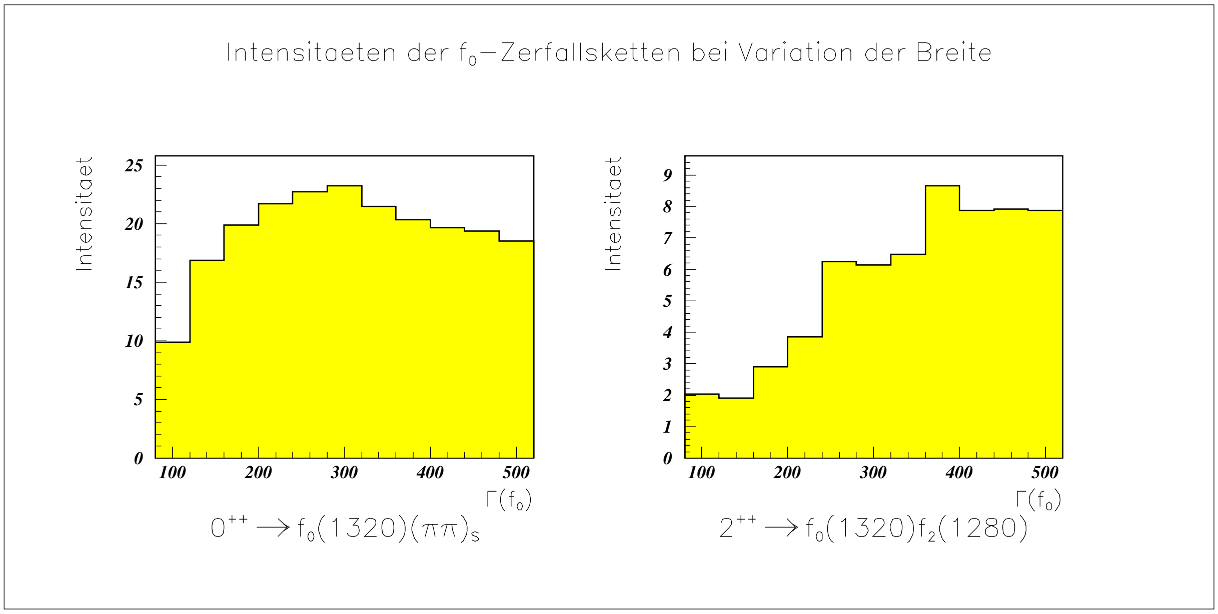

Abbildung 49: links: Aufgetragen ist die Intensität der Zerfallskette $p\overline{p} \rightarrow f_0(\pi^\circ\pi^\circ)_S$ bei verschiedenen Werten der $f_0(1320)$-Breite. rechts: Aufgetragen ist die Intensität der Zerfallskette $p\overline{p} \rightarrow f_2(1280)f_0(1320)$, bei verschiedenen Werten der $f_0(1320)$-Breite.

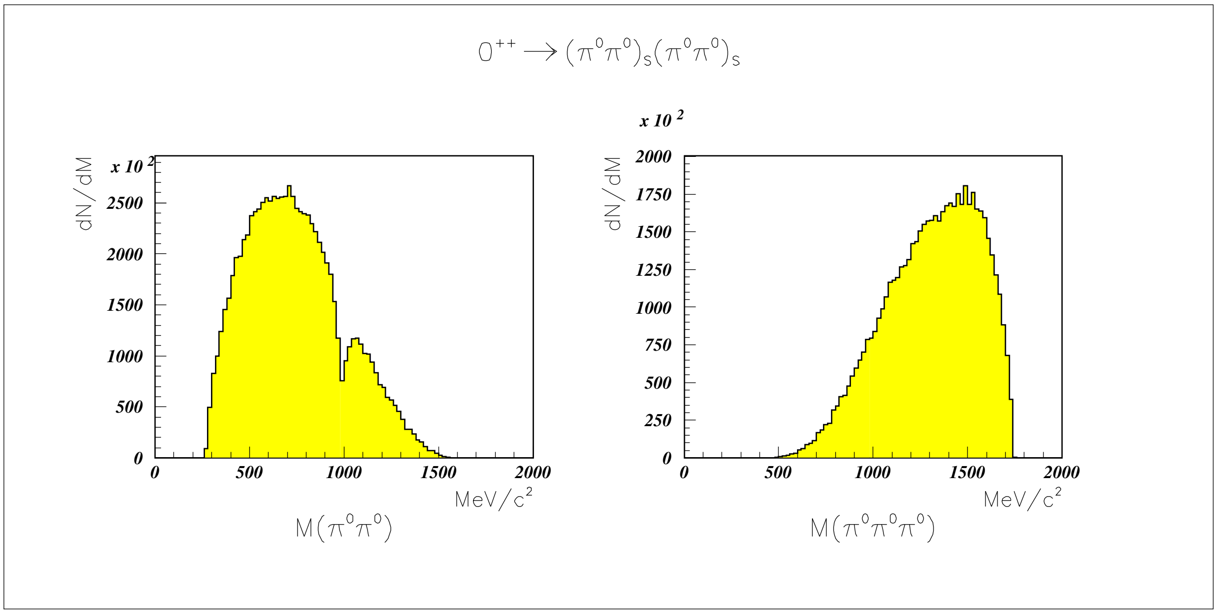

Abbildung 50: Aufgetragen sind die Verteilungen der invarianten Massen für die Zerfallskette $p\overline{p}_{0^{++}} \rightarrow (\pi^0\pi^0)_S(\pi^0\pi^0)_S$.

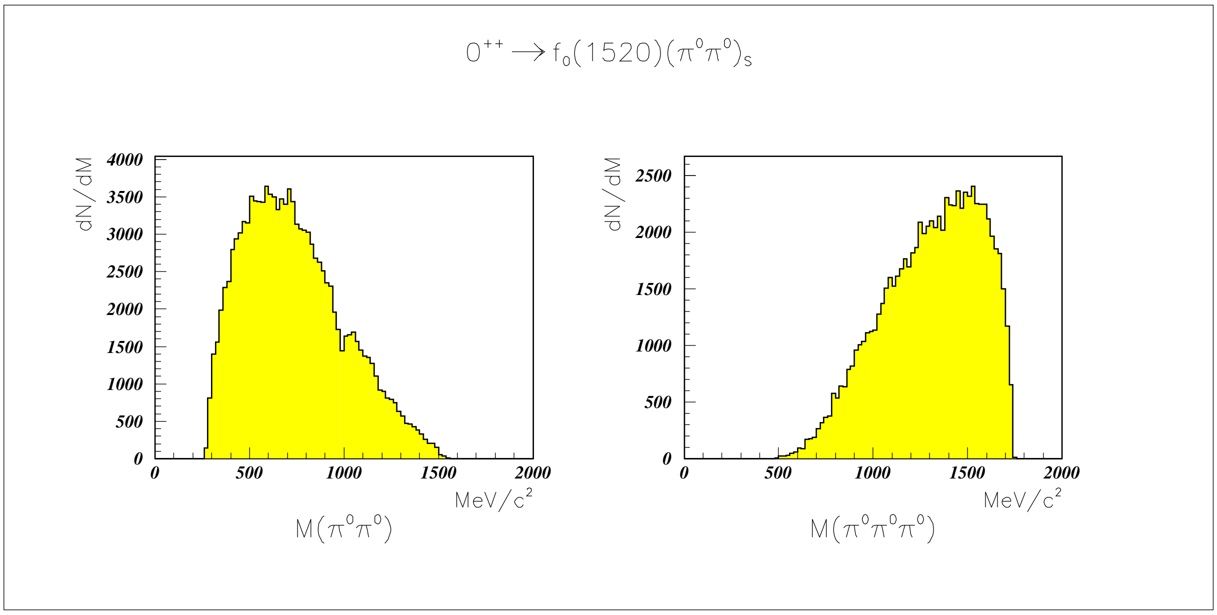

Abbildung 51: Aufgetragen sind die Verteilungen der invarianten Massen für die Zerfallskette $p\overline{p}_{0^{++}} \rightarrow f_0(1520)(\pi^0\pi^0)_S$.

5.10 Einführung höherer Drehimpulsübergänge und Anpassung eines Maximalmodells

Es werden nun alle Zerfallsketten des Protoniums in die Anpassung einbezogen, die bei Betrachtung der Ergebnisse aus den letzten Kapiteln in Frage kommen. Außerdem werden, unter Bezugnahme auf das Kapitel 5.9, zwei skalare f_0-Resonanzen (außer der $(\pi^\circ\pi^\circ)_S$-Wechselwirkung) zugelassen: Ein $f_0(1320)$ mit der Nominalbreite $\Gamma_0 = 220$ MeV/c^2 und ein $f_0(1520)$ mit der Nominalbreite $\Gamma_0 = 150$ MeV/c^2. Des weiteren werden in zwei Fällen zusätzlich Zerfälle des Protoniums betrachtet, die höhere Drehimpulse $(0 < L \leq 2)$ verlangen. Dazu gehört auch der Zerfall $p\overline{p} \rightarrow f_2(1280)f_2(1280)$, der genaugenommen weit außerhalb der Grenzen des Phasenraums liegt, doch soll damit in Betracht gezogen werden, daß möglicherweise zwei Dipionen in der D-Welle entstehen, ohne daß beide ein 'echtes' $f_2(1280)$ bilden. Das Ergebnis der Anpassung unter Verwendung dieser Zerfallsketten ist in Tabelle 12 aufgezeigt. Die Güte der Anpassung ist in Abbildung 53 anschaulich gemacht. Als Meßwert für die Übereinstimmung ergibt sich

$$\beta = 0.8.$$

Als wichtigste $3\pi^\circ$-Resonanz zeigt sich eindeutig das $\pi(1795)$, wohingegen das $\pi(1670)$ fast keine Rolle spielt. Die kleinen Beiträge der Resonanz $a_1(1200)$ sind glaubhaft, da auch in der Likelihood-Verteilung und den Intensitätsverteilungen (Kapitel 5.6) Maxima zu sehen waren. Das $\pi(930)$ wird von der Anpassung zwar mit einem kleinen Beitrag akzeptiert, doch könnte auch eine andere unkorrekt parametrisierte Resonanz für diesen Beitrag verantwortlich sein.

Unklar bleibt das Puzzle der isoskalaren $J^{PC} = 0^{++}$-Resonanzen. Außer einem Beitrag der nach Au, Morgan und Pennington parametrisierten $(\pi^\circ\pi^\circ)_S$-Wechselwirkung verlangt die Anpassungsroutine sowohl ein $f_0(1320)$, als auch ein $f_0(1520)$. Jedoch soll das erstere nur aus dem $^3P_0$-Anfangszustand des Protoniums entstehen und letzteres nur aus dem $^3P_2$-Anfangszuständ. Hierfür bietet sich keine einfache Erklärung.

Die experimentellen Massenverteilungen stimmen sehr genau mit den Massenverteilungen der Anpassungsfunktion überein (Abbildung 52). Da dies die vollständigste Anpassung dieser Arbeit darstellt, sollen außer den Massenverteilungen nun auch die zweidimensionalen Verteilungen aus Kapitel 3.6 (IN-Ereignisse, OUT-Ereignisse und Goldhaber-Plot) mit den Verteilungen der Anpassung verglichen werden. In Abbildung 54 sind nochmals die IN- bzw. OUT-Verteilungen der experimentellen Datenpunkte dargestellt, im Gegensatz zu Kapitel 3.6 jedoch ohne Ereignisse des Typs $p\overline{p} \rightarrow \eta\pi^\circ$. Zum Vergleich sind dieselben Verteilungen aus der Anpassungsfunktion (Abbildung 55) gegenübergestellt. Abbildungen 56 und 57 zeigen den Vergeich des Goldhaber-Plots der experimentellen Daten und dem der Anpassungsfunktion. Alle Strukturen der experimentellen Daten finden sich auch in der Anpassungsfunktion wieder.

$p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Zerfallskette	a	Φ	Gesamtbeitrag
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.153 ± 0.031	0° (fest)	1.02 ± 0.41 %
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\, f_2(1280) \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.248 ± 0.010	123°	2.71 ± 0.22 %
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\, f_0(1320) \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.516 ± 0.018	335°	11.72 ± 0.82 %
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\, f_0(1520) \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.060 ± 0.013	153°	0.16 ± 0.07 %
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow f_2(1280)\, f_2(1280) \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.067 ± 0.005	177°	0.20 ± 0.03 %
$p\overline{p}(^3P_0) \rightarrow \pi(930)\,\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)_S$	0.211 ± 0.016	295°	1.95 ± 0.30 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.367 ± 0.012	0° (fest)	5.93 ± 0.39 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow f_2(1280)\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.241 ± 0.019	335°	2.55 ± 0.40 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow f_2(1280)\, f_0(1320) \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.095 ± 0.013	272°	0.39 ± 0.11 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow f_2(1280)\, f_0(1520) \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.643 ± 0.031	339°	18.22 ± 1.76 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow X_2(1520)\,(\pi^\circ\pi^\circ)_S \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.342 ± 0.012	49°	5.15 ± 0.36 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow f_2(1280)\, f_2(1280) \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0.501 ± 0.010	335°	11.04 ± 0.44 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1670)\,\pi^\circ \rightarrow f_2\pi^\circ\pi^\circ$	0.077 ± 0.015	16°	0.26 ± 0.10 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1670)\,\pi^\circ \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ\pi^\circ$	0.065 ± 0.009	176°	0.19 ± 0.05 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1795)\,\pi^\circ \rightarrow f_2\pi^\circ\pi^\circ$	0.834 ± 0.025	96°	30.64 ± 1.84 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow \pi_2(1795)\,\pi^\circ \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ\pi^\circ$	0.316 ± 0.014	82°	4.39 ± 0.39 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow a_1(1200)\,\pi^\circ \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)_S\pi^\circ\pi^\circ$	0.156 ± 0.005	78°	1.08 ± 0.07 %
$p\overline{p}(^3P_2) \rightarrow a_1(1200)\,\pi^\circ \rightarrow f_2\pi^\circ\pi^\circ$	0.234 ± 0.005	207°	2.40 ± 0.10 %

Tabelle 12: Das Ergebnis der Anpassung mit einem Maximalmodell.

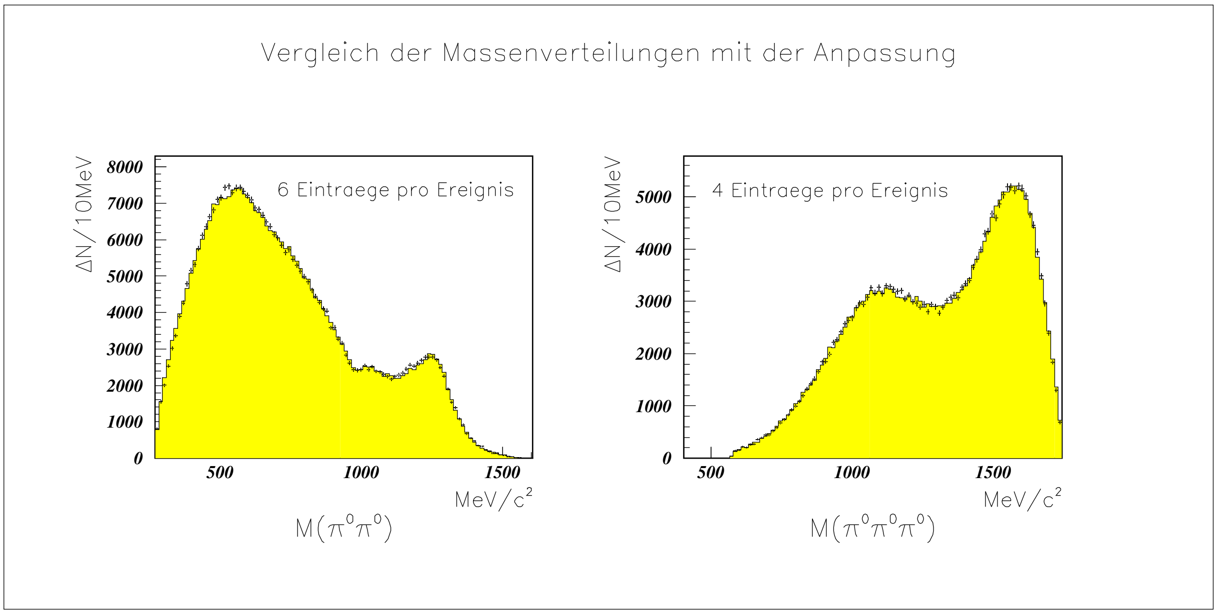

Abbildung 52: Die Spektren der invarianten Massen, verglichen mit der Anpassungsfunktion aus dem Maximalmodell. Für die Verteilung von $M_{\pi^\circ\pi^\circ}$ ergibt sich ein χ^2/bin von 1.41 und für die $M_{\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ}$-Verteilung ein χ^2/bin von 1.01.

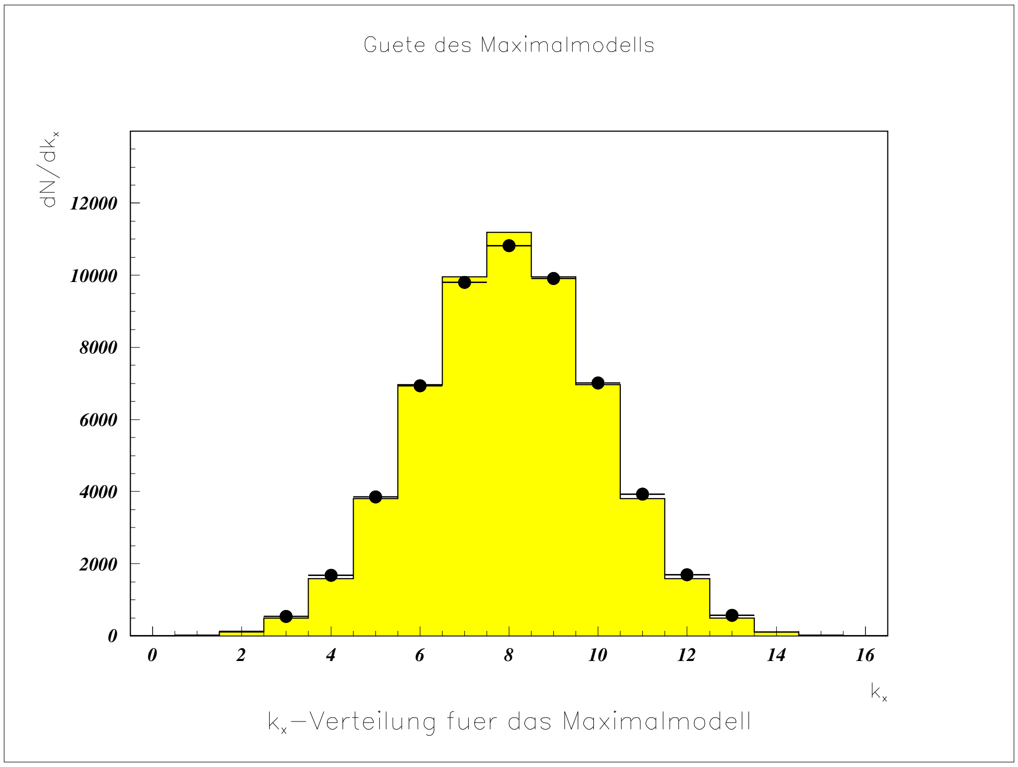

Abbildung 53: Verteilung der k_x-Werte für $k = 16$ im Vergleich mit der Binomialfunktion (siehe Kap.4.4.). Der Schwerpunkt der k_x-Verteilung stimmt im Rahmen der statistischen Fehler mit dem Schwerpunkt der Binomialverteilung überein.

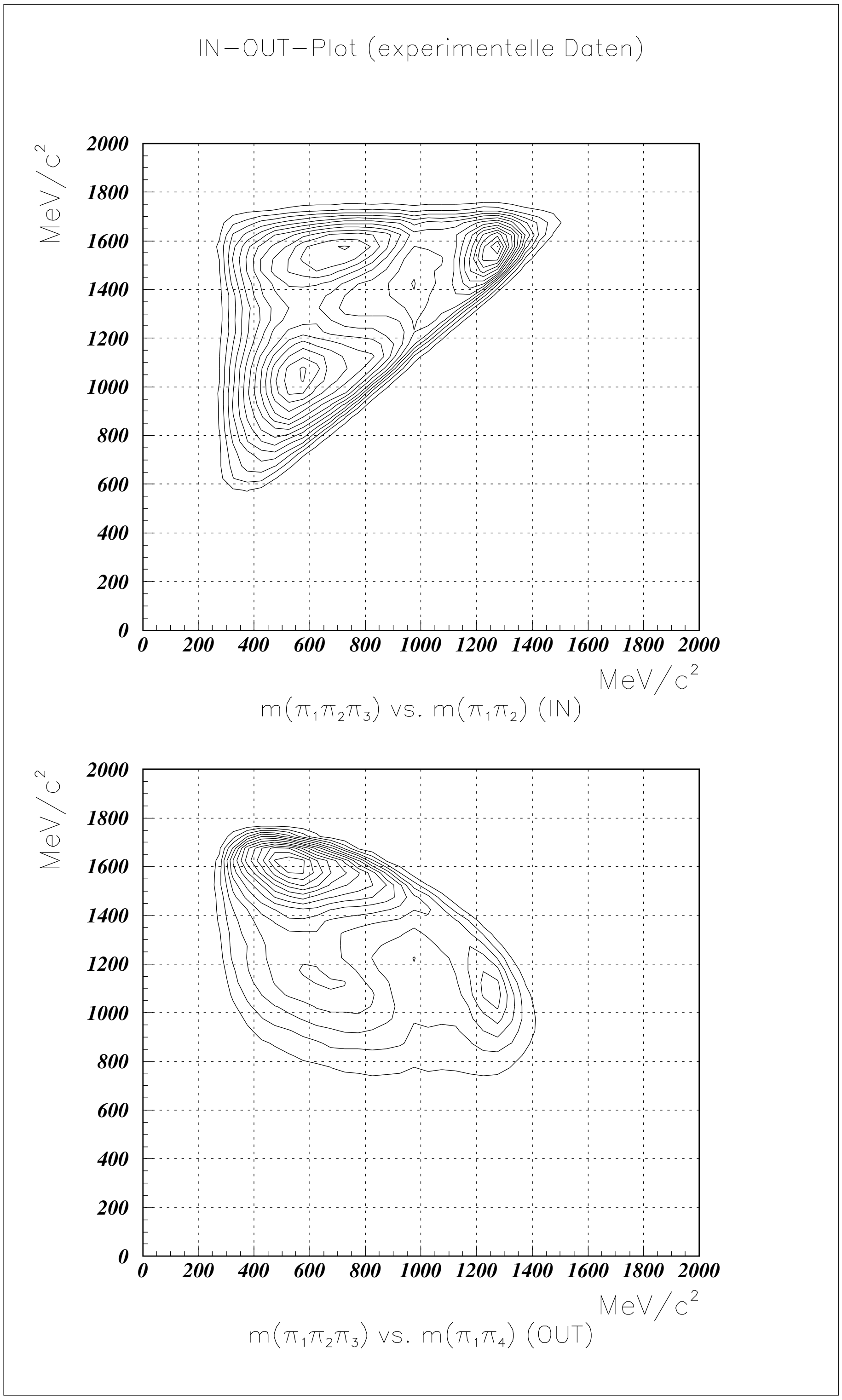

Abbildung 54: Verteilung der IN-Ereignisse (oben) und der OUT-Ereignisse (unten) für experimentelle Daten.

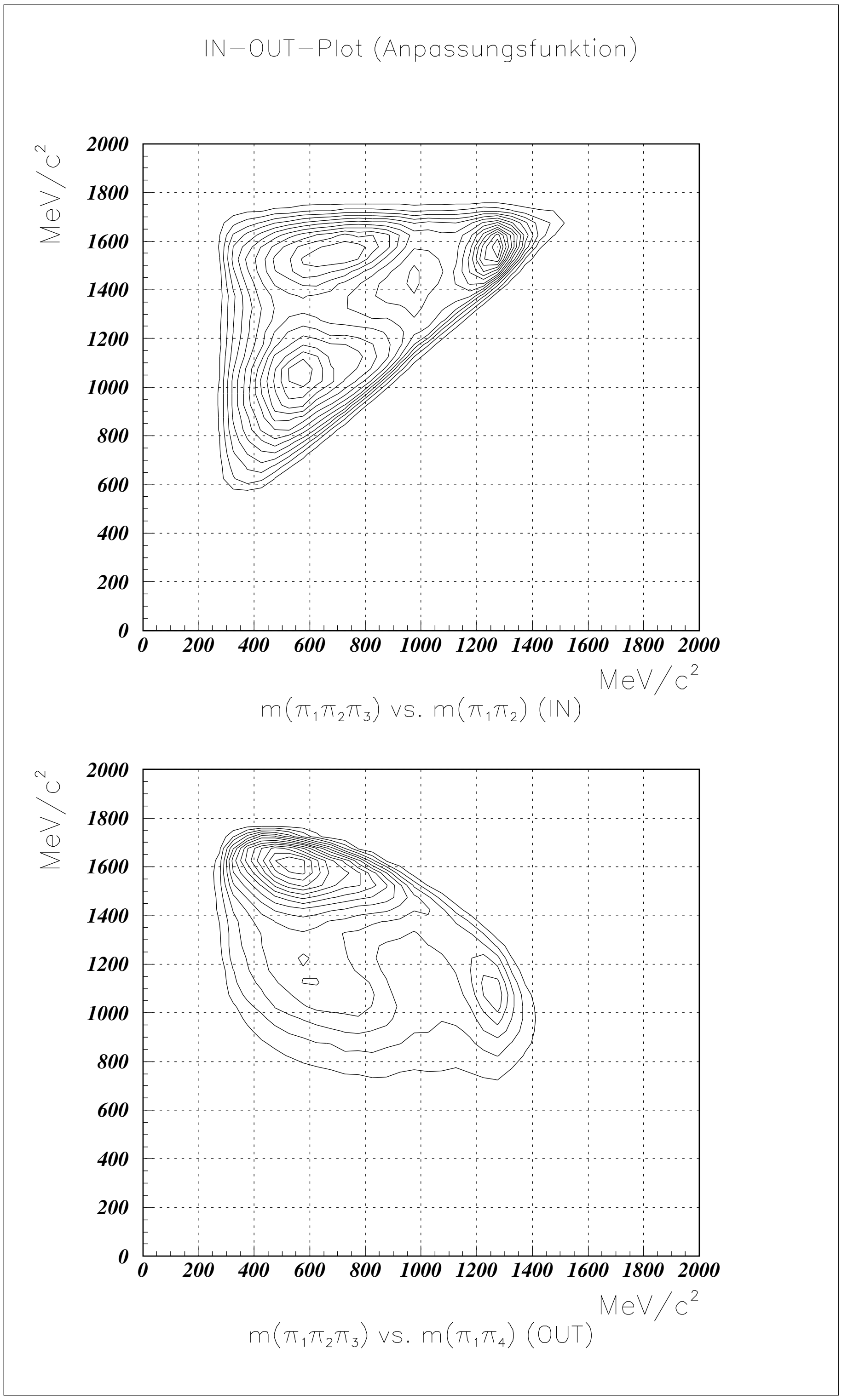

Abbildung 55: Verteilung der IN-Ereignisse (oben) und der OUT-Ereignisse (unten) für die Anpassungsfunktion.

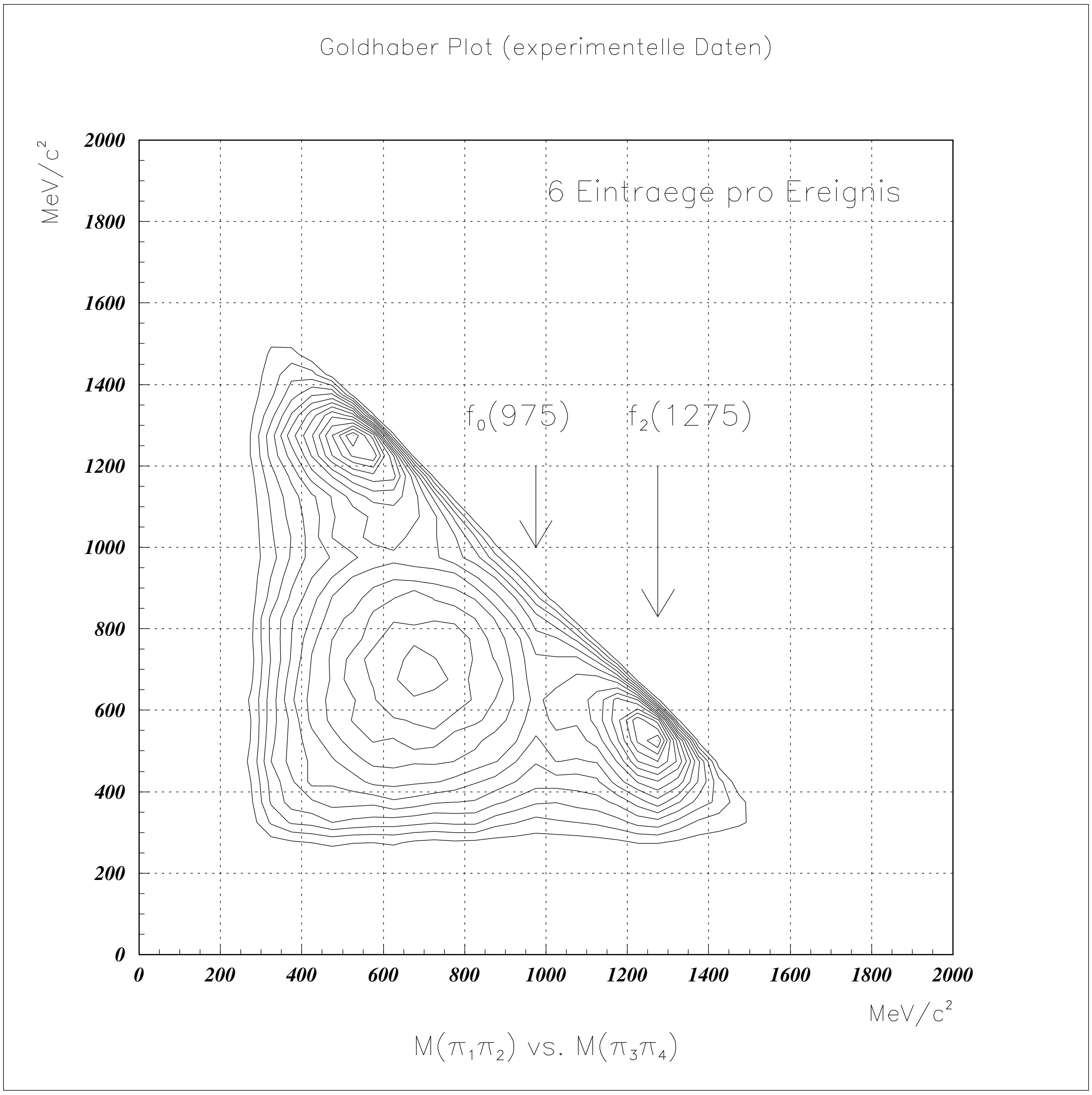

Abbildung 56: Goldhaber-Plot für den Zerfall $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ (experimentelle Ereignisse).

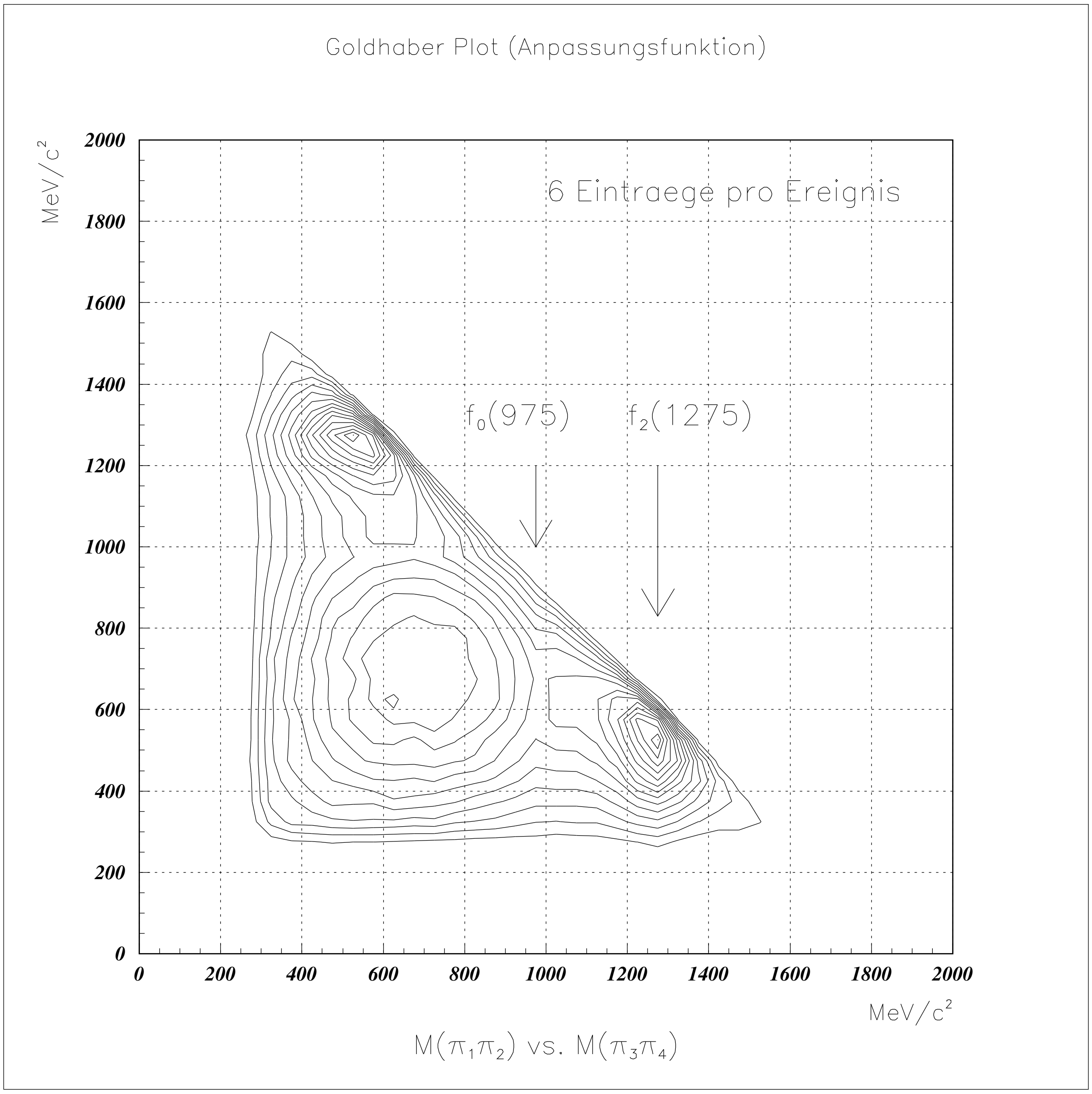

Abbildung 57: Goldhaber-Plot für den Zerfall $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ (Anpassungsfunktion)

5.11 Einführung der Anfangszustände $^1S_0$, $^3P_1$ und Untersuchung des Beitrags einer $J^{PC} = 1^{-+}$-Resonanz

Zwar konnten wir Beiträge der $^1S_0$- und $^3P_1$-Anfangszustände des Protoniums bereits in Kapitel 4.1 weitgehend ausschließen, doch soll dies nochmals genauer betrachtet werden. Hinzu kommt, daß ein exotisches Meson mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 1^{-+}$ im einfachsten Fall nur aus diesen Anfangszuständen entstehen würde. Eine solche Resonanz sei im folgenden als Z bezeichnet. Es werden nun die in Tabelle 13 aufgeführten Zerfallsketten des Protoniums in Betracht gezogen. Im Übrigen werden in der Anpassung die Zerfallsketten einbezogen, die sich in den Anpassungen der Kapitel 5.1 bis 5.10 als bedeutsam herausgestellt haben. Das Ergebnis der Anpassung ist in Abbildung 58 dargestellt. Bei der Anpassung wurde die Nominalbreite des Z auf $\Gamma_0 = 200$ MeV/c^2 festgelegt und die Masse m_0 von 700 bis 1875 MeV/c^2 variiert. Es zeigt sich, daß die Likelihood kein eindeutiges Maximum aufweist. Zwar zeigt sich in der Intensitätsverteilung der Zerfallskette $p\overline{p}_{0-+} \rightarrow 1^{-+}\pi^\circ \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ\pi^\circ$ ein Maximum bei rund 1100 MeV/c^2 (Abbildung 59), das sich aber in der Zerfallskette $p\overline{p}_{1++} \rightarrow 1^{-+}\pi^\circ \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ\pi^\circ$ nicht zeigt. In Anbetracht all dieser Tatsachen kann man nicht von der Existenz einer exotischen 1^{-+}-Resonanz im betrachteten Massenbereich sprechen.

Betrachtet man die Intensitätsverteilungen der Zerfallsketten $p\overline{p}_{0-+} \rightarrow f_2(1280)f_2(1280)$ und $p\overline{p}_{1++} \rightarrow f_2(1280)(\pi^\circ\pi^\circ)_S$ in Abbildung 60, so muß man vermuten, daß zumindest der $^1S_0$-Anfangszustand des Protoniums ein klein wenig zum Zerfall $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ beiträgt.

$p\overline{p}$-Anfangszustand	Zerfallsart
$^1S_0$	$f_2(1280)f_2(1280)$ $(L=1)$ $f_2 \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ$ $(l=2)$
$^1S_0$	$Z\pi^\circ$ $(L=1)$ $Z \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ$ $(l=2)$
$^3P_1$	$f_2(1280)(\pi^\circ\pi^\circ)_S$ $(L=2)$ $f_2 \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ$ $(l=2)$
$^3P_1$	$f_2(1280)f_2(1280)$ $(L=1)$ $f_2 \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ$ $(l=2)$
$^3P_1$	$Z\pi^\circ$ $(L=0)$ $Z \rightarrow f_2(1280)\pi^\circ$ $(L=2)$

Tabelle 13: Die einfachsten Zerfallsketten des Protoniums aus den Anfangszuständen $^1S_0$ und $^3P_1$. Berücksichtigt werden auch Zerfälle mit einem exotischen $J^{PC} = 1^{-+}$-Zwischenzustand.

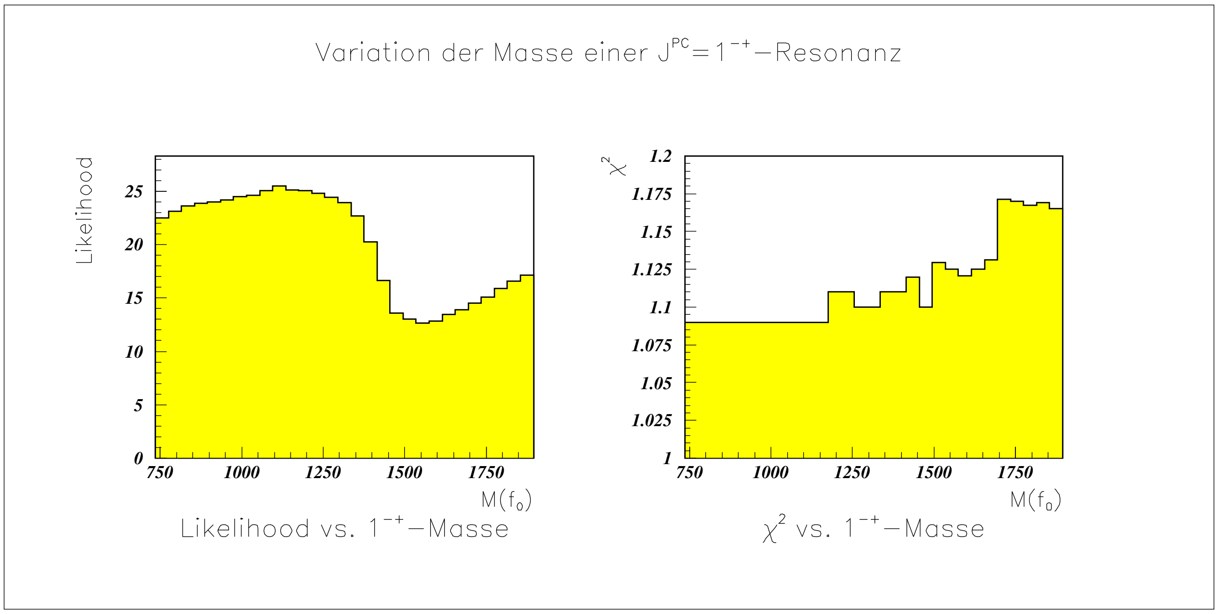

Abbildung 58: links: Veränderung der Likelihood unter Variation der Z-Masse. rechts: Veränderung des mittleren χ^2 der Massenhistogramme unter Variation der Z-Masse.

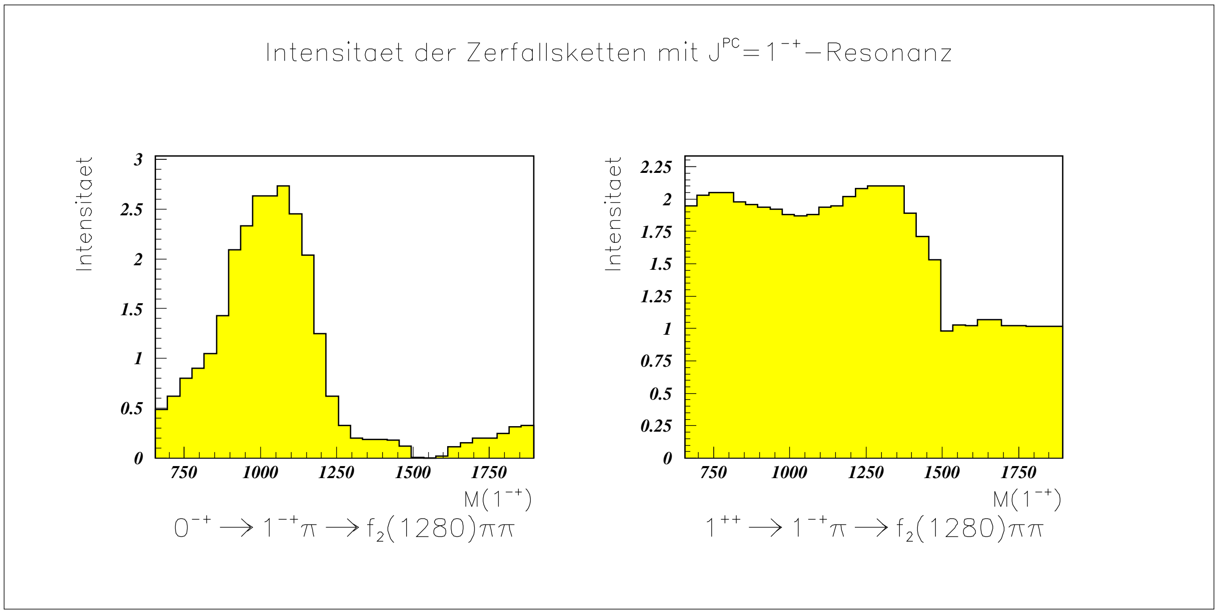

Abbildung 59: links: Veränderung der Intensität des Zerfallskanals $p\overline{p}_{0-+} \rightarrow Z\pi^0$ unter Variation der Z-Masse. rechts: Veränderung der Intensität des Zerfallskanals $p\overline{p}_{1++} \rightarrow Z\pi^0$ unter Variation der Z-Masse.

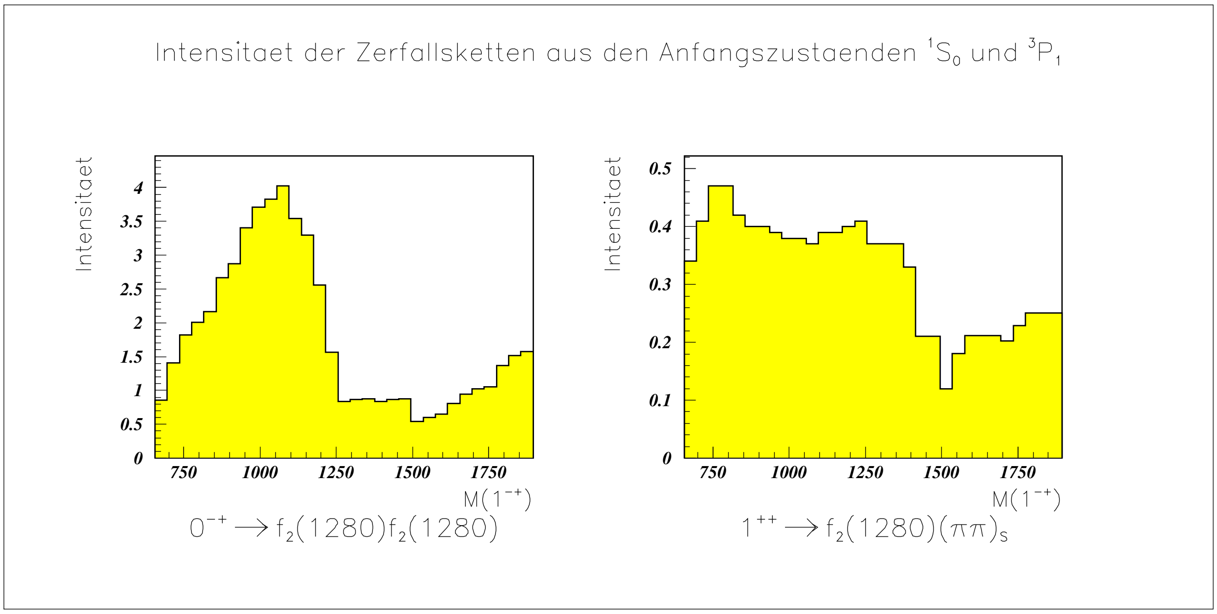

Abbildung 60: links: Veränderung der Intensität des Zerfallskanals $p\overline{p}_{0^{-+}} \rightarrow f_2(1280)f_2(1280)$ unter Variation der Z-Masse. rechts: Veränderung der Intensität des Zerfallskanals $p\overline{p}_{1^{++}} \rightarrow f_2(1280)(\pi^\circ\pi^\circ)_S$ unter Variation der Z-Masse.

6 Diskussion der Ergebnisse und Ausblick

Der Crystal-Barrel-Detektor am LEAR ermöglichte sowohl die Aufzeichnung einer bisher unerreichten Zahl von Annihilationsereignissen, als auch die erstmalige Messung der Vernichtung von Protonium in $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$. In der vorliegenden Arbeit wurden 57015 Ereignisse des Typs $p\overline{p} \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ ausgewertet. Der Vorteil dieses Annihilationskanals liegt vor allem darin, daß das 3-Pion-System untersucht werden kann, ohne daß die $\rho(770)$-Resonanz beteiligt ist. In den $p\overline{p}$-Vernichtungen in $\pi^+\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$ und $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ dominiert das ρ so sehr, daß weniger starke Resonanzen nur schwer zu messen sind.

Der Phasenraum eines Zerfalls in vier bekannte Teilchen im Endzustand benötigt zur vollständigen Beschreibung fünf kinematische Variablen. Die in der Mesonenspektroskopie übliche Analyse von Dalitzplots mittels der Methode der kleinsten Quadrate konnte in dieser Arbeit nicht angewendet werden. Für die Analyse der $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ Daten wurde im Crystal-Barrel-Experiment die Methode des *unbinned maximum likelihood fitting* eingeführt. Ferner mußte eine neue Methode zur Untersuchung der Güte einer Anpassung gefunden werden, da kein üblicher χ^2-Test mehr gemacht werden kann. Es stellt sich heraus, daß die 'maximum-likelihood'-Methode die relativen Stärken der Zerfallsketten nur dann wirklich richtig berechnet, wenn die angenommenen Ketten stimmen und möglichst vollzählig sind. Ansonsten vergibt die Anpassungsroutine manchen Amplituden, die unter Umständen gar nicht existent sein können, durchaus Intensitätsbeiträge von einigen Prozent. Bei der Analyse des $4\pi^\circ$-Endkanals zeigt sich immer wieder, wie die verschiedenen Zerfallsamplituden einander beeinflussen. Dipion-Amplituden können Tripionamplituden verändern und sogar Zerfallsketten verschiedener $p\overline{p}$-Anfangszustände schieben sich gegenseitig an Intensität zu, sobald man die Annahmen etwas verändert. Eine große Stärke der 'maximum likelihood'-Methode liegt jedoch im Aufspüren von Resonanzen mittels einer Massenabtastung.

Das wichtigste Ergebnis dieser Arbeit liegt wohl in der Entdeckung der $I^GJ^{PC} = 1^-2^{-+}$-Resonanz bei einer Nominalmasse von $m_0 = 1795$ MeV$/c^2$ und einer Nominalbreite von $\Gamma_0 = 420$ MeV$/c^2$. Für die Richtigkeit dieser Entdeckung sprechen das Maximum der Likelihood bei dieser Masse (Kapitel 5.4), das gleichzeitige Maximum der Intensität (ebenfalls Kapitel 5.4) und der starke Beitrag dieser Resonanz in der Anpassung des Maximalmodells (Kapitel 5.10).

Die anderen unbekannten Hügel und Spitzen in den Verteilungen sind nicht unzweifelhaft mit neuen Resonanzen zu erkären. Am ehesten ließe sich noch die $I^GJ^{PC} = 1^-0^{-+}$-Resonanz bei $m_0 = 930$ MeV$/c^2$ verteidigen, die allerdings in der Anpassung des Maximalmodells nur mit einem Beitrag von etwa 3% vertreten ist.

Als offenes, aber leider essentielles Rätsel bleibt die Frage nach den isoskalaren Resonanzen. Außer der Parametrisierung der $(\pi^\circ\pi^\circ)_S$-Welle nach Au, Morgan und Pennington [30] verlangen die Daten eindeutig nach mehr $J^{PC} = 0^{++}$. Hierzu konnte zum einen ein weiteres f_0 bei etwa $m_0 = 1320$ MeV$/c^2$ ausgemacht werden (Kapitel 5.9), was sich mit anderen Veröffentlichungen in etwa deckt [45]. Zum anderen wurde in der Anpassung des Maximalmodells (Kapitel 5.10) ein f_0 mit $m_0 = 1520$ MeV$/c^2$ als notwendig erkannt. Dies paßt zwar auch mit anderen Analysen der Crystal-Barrel-Gruppe zusammen, jedoch ist nicht einsichtig, warum im $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$-Zerfallskanal das $f_0(1320)$ nur aus dem $^3P_0$-Anfangszustand des Protoniums entstehen soll und das $f_0(1520)$ nur aus dem $^3P_2$-Anfangszustand, wie es die Anpassung des Maximalmodells (Kapitel 5.10) vorschlägt. Mit den Methoden dieser Arbeit ist es nicht möglich, die S-Wellen-Wechselwirkung von zwei Pionen eigens zu messen. Es muß immer eine Parametrisierung von 'außen' übernommen werden. Hinzu kommt, daß allein in den letzten drei Jahren auch andere Gruppen 'neue' isoskalare Resonanzen gefunden haben [72][44].

Neue Wege zu suchen, um die Analyse eines Vierkörperzerfalls zu bewältigen, war das Interessanteste an dieser Arbeit. Mindestens die erste Hälfte der Promotion verging mit der Entwicklung immer neuer Ideen, die alsbald auch wieder verworfen wurden. Diese vielen Holzwege sind natürlich nicht auf den Seiten dieser Arbeit festgehalten, doch war der Entwicklungsprozeß, zumindest für die Beteiligten, vielleicht sogar spannender als das Endergebnis. Dabeisein ist eben alles. Nun darf wohl als sicher gelten, daß sich zukünftige Analysen ähnlicher Art auf Methoden dieser Arbeit stützen können. Allgemein wird es im Bereich der Mesonenspektroskopie immer wichtiger werden, sich an 'unsichtbare', d.h. grafisch nicht mehr einfach sichtbare Zwischenzustände zu gewöhnen. Den Einblick in höherdimensionale Räume müssen die Mathematik und der Computer übernehmen.

In ihre Grenzen verwiesen wurde diese Analyse vor allem durch die beschränkte Computer-Rechenzeit. Es herrschte zwar kein Mangel an leistungsfähigen Rechnern, aber die Anforderungen der Anpassungsroutine brachten selbst die modernsten 'Workstations' an ihre Grenzen, was Speicherplatz und CPU-Zeit betraf. Zukünftige Computergenerationen lassen auf eine Verbesserung hoffen, doch darf man gleichzeitig fürchten, daß die Fragen der Physiker auch in der Mesonenspektroskopie immer anspruchsvoller werden.

A Begriffsdefinitionen

Der kürzeren Darstellungsweise halber seien folgende Begriffsdefinitionen für die Bezeichnug verschiedener Datensäze eingeführt. Diese Begriffe werden nur innerhalb dieser Arbeit verwendet und haben keinen Anspruch auf allgemeine Gültigkeit.

Experimentelle Daten, oder der experimentelle Datensatz, bezeichnet diejenigen Ereignisse (in Form von je 4 Vierervektoren für jedes der 4 Pionen im Endzustand), welche mit dem Crystal-Barrel Detektor gemessen wurden. Die Massenverteilungen für diesen Datensatz sind in Kapitel 3.6 gezeigt.

LIPS-Daten[8], oder phasenraumverteilte Daten, bezeichnen Ereignisse, die nur gemäß der Phasenraumdichte des $4\pi^\circ$ Endzustandes erzeugt (gewürfelt) wurden. In der Analyse wurden diese Daten durch einige Schnitte nocht etwas verfeinert, indem der Zerfall der 4 Pionen in deren Ruhesystem in je 2 Photonen ebenfalls gewürfelt wurde, und folgende Schnitte angebracht wurden: Ereignisse die ein Photon unter 20 MeV aufweisen werden verworfen, genauso wie Ereignisse, die ein Photonenpaar mit dem Zwischenwinkel $\xi \leq 6^\circ$ aufweisen, sowie Ereignisse, bei denen ein Photon zu nahe an der Strahlachse (Azimutalwinkel $21^\circ \leq \theta \leq 169^\circ$) entlangfliegt. Mit diesen Schnitten wird die Geometrie des Detektors im Groben simuliert.

MC-Daten, oder der Monte-Carlo-Datensatz, bezeichnet die Vierervektoren von Ereignissen, die mittels des in Kapitel 3.5 beschriebenen Programmpakets GEANT erzeugt wurden. Dabei werden mittels eines sehr aufwendigen Computerprogramms $4\pi^\circ$-Zerfälle gewürfelt und die Zerfallsprodukte (meist Photonen, aber auch $e^\pm$ aus Dalitzübergängen) durch den (im Rechner simulierten) Detektor verfolgt. Das Programm soll dabei alle Wechselwirkungen von Teilchen mit den verschiedenen Materiebereichen des Detektors und schießlich auch die Digitalisierung der elektronischen Auslese simulieren. Danach wird das Ergebnis (im gleichen Format wie die Rohdaten der experimentell aufgenommenen Daten) durch das Rekonstruktionsprogramm geschickt (Kapitel 3.2-3.4), um auf die Viererimpulse der ursprünglichen Pionen rückzuschließen. Das Ziel ist es dabei, die Einflüsse des Detektors auf die Datennahme und die Nachweiseffizienz festzustellen. Die Verteilungen der MC-Daten sollten, bei kleiner Einflußnahme des Detektors mit den Verteilungen der LIPS-Daten übereinstimmen, was in Kapitel 3.5 untersucht wird.

[8]engl.: *lorentz invariant phase space*

B Die kinematische Anpassung

Jede experimentell ermittelte physikalische Meßgröße ist mit einem Meßfehler behaftet. Dieser Meßfehler setzt sich bei einer weitergehenden Benutzung der physikalischen Meßgröße (etwa um andere Größen indirekt zu bestimmen) nach bestimmten Gesetzmäßigkeiten fort. Es ist daher sinnvoll, die Fehler von Meßgrößen möglichst früh zu minimieren. Eine Möglichkeit besteht darin, daß man Relationen, die zwischen den Meßgrößen bestehen, ausnutzt. Diese (angenommenen) Zusammenhänge zwischen Meßgrößen werden als *Randbedingungen* bezeichnet. Sie resultieren aus *Hypothesen*, die über die Art eines vorliegenden Meßereignisses gemacht werden. In unserem Fall sind die Meßgrößen die Viererimpulse der Teilchen im Endzustand. Hieraus resultiert der Begriff der *kinematischen Anpassung*. Außer einer Verbesserung der Auflösung erhält man mit Hilfe der kinematischen Anpassung auch ein Maß für die Richtigkeit der angenommenen Hypothesen.

Wie jede Anpassung, so ist auch die kinematische Anpassung eine Minimierungsaufgabe. Man verändert die gemessenen Größen im Rahmen ihrer Meßfehler so lange, bis die Randbedingungen, welche sich aus einer Hypothese ergeben, erfüllt sind. Dabei sollen die Meßgrößen insgesamt möglichst wenig verändert werden. Hierbei sind die Meßfehler der einzelnen Größen wichtig, denn diese bestimmen wie stark man an einer Meßgröße 'ziehen' (engl. *pull*) darf. Diese Prozedur ist genaugenommen nur für normalverteilte Meßgrößen zulässig, was in unserem Fall ausreichend erfüllt ist.

Die Erhaltung der Gesamtenergie und des Gesamtimpulses sowie die Relationen zwischen den Energie- und Impulsgrößen der Zerfallsteilchen eines relativ langlebigen Zwischenzustandes (keine Resonanz) definieren die kinematischen Randbedingungen.

Es ist die Aufgabe, einerseits die Korrekturen an den kinematischen Variablen im Bereich deren Meßfehler zu halten, und andererseits die gegebenen Randbedingungen zu erfüllen. Es seien $\tilde{x}_1, \ldots ..., \tilde{x}_N$ die gemessenen Energien und Impulse der Teilchen, x_i die korrigierten Werte und σ_i die Meßfehler der Werte $\tilde{x}_i$. Man kann für den vereinfachten Fall nicht korrelierter Meßfehler

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{x_i - \tilde{x}_i}{\sigma_i} \right)^2$$

definieren. Die R Randbedingungen werden mit Hilfe der Funktionen $F_1, \ldots, F_R$ eingeführt, indem $F_\lambda(x_1, x_2 \ldots x_N) = 0$ gefordert wird. Mathematisch handelt es sich nun um ein Minimierungsproblem mit Nebenbedingungen. Die Lösung wird durch die Einführung der Lagrangemultiplikatoren $2\alpha_\lambda$ gefunden. Mit diesen Multiplikatoren läßt sich obiges χ^2 erweitern zu :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{x_i - \tilde{x}_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad + \quad 2 \cdot \sum_{\lambda=1}^{R} \alpha_\lambda F_\lambda(x_1 ... x_N)$$

Um dieses χ^2 zu minimieren, werden die Ableitungen gleich Null gesetzt und man erhält :

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial\chi^2}{\partial x_i}=\frac{x_i-\tilde{x}_i}{\sigma_i^2} \quad + \quad \sum_{\lambda=1}^{L}\alpha_\lambda\cdot\frac{\partial F_\lambda}{\partial x_i} \quad = \quad 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial\chi^2}{\partial\alpha_\lambda}=F_\lambda(x_1...x_N) \quad = \quad 0$$

Dies ist ein Gleichungssystem aus $N+R$ Gleichungen für N kinematische Variablen x_i und die Lagrangemultiplikatoren α_λ der R Randbedingungen. Die Randbedingungen F_λ sind im allgemeinen keine linearen Funktionen der Variablen x_i, die Lösung muß daher iterativ ermittelt werden.

In dem hier verwendeten Programm `CBKFIT`, welches am Crystal-Barrel-Experiment entwickelt wurde, werden dazu die Funktionen F_λ linear angenähert. Für den n-ten Iterationsschritt

$$x_i(n+1)=x_i(n)+\Delta x_i$$

gilt :

$$F_\lambda(\vec{x}(n+1))=F_\lambda(\vec{x}(n)) \quad + \quad \frac{\partial F_\lambda}{\partial x_i}(\vec{x}(n))\cdot\Delta x_i \quad + \quad O(\Delta\vec{x})^2.$$

Vernachlässigt man den Term zweiter Ordnung und setzt $x_i(n)$ ein, wird das obenstehende Gleichungssystem linear in Δx_i .

$$\sigma_i^{-2}\cdot\Delta x_i \quad + \quad \sigma_i^{-2}(x_i(n)-\tilde{x}_i) \quad + \quad \alpha_\lambda\frac{\partial F_\lambda}{\partial x_i}(\vec{x}(n)) \quad = \quad 0$$

$$\frac{\partial F_\lambda}{\partial x_i}(\vec{x}_i(n))\cdot\Delta x_i \quad + \quad F_\lambda(\vec{x}(n)) \quad = \quad 0$$

Mit der Lösung für $\Delta\vec{x}$ ist die Iterationsvorschrift gegeben.

Das Ergebnis dieser Anpassung läßt sich anhand seines χ^2 beurteilen. Es ist zu erwarten, daß die Meßwerte im Mittel um ein σ korrigiert werden, da das die vermuteten Meßfehler sind. Muß dagegen einer oder mehrere der Meßwerte um mehrere σ korrigiert werden, um die Randbedingungen zu erfüllen, so wächst χ^2 quadratisch an. Geht man davon aus, daß die Meßwerte um die wahren Werte Gaußisch mit den angegebenen σ verteilt sind, und kennt man die Anzahl der Freiheitsgerade n der Anpassung, so läßt sich die Wahrscheinlichkeit berechnen, mit der die Meßwerte von den korrigierten, als wahr angenommenen Werten abweichen würden:

$$CL(\chi^2)=\int_{\chi^2}^{\infty}\frac{z^{n/2-1}e^{-z/2}}{2^{n/2}\Gamma(n/2)}\;dz$$

Dieses sogenannte *confidence level* gibt Auskunft darüber, ob sich die gemessenen Werte mit der Hypothese über die physikalischen Eigenschaften des Ereignisses vereinbaren lassen. Falls alle Ereignisse die angenommene Hypothese erfüllen und alle Größen der Meßfehler richtig angenommen wurden, so ist das CL zwischen 0 und 1 gleichverteilt. Falls Ereignisse eines anderen (also nicht der getesteten Hypothese entsprechenden) Typs vorhanden sind, so werden diese sich in der CL-Verteilung zu 0 hin akkumulieren. Falls die angenommenen Meßfehler falsch waren, so wird die CL-Verteilung für die der Hypothese entsprechenden Ereignisse in Richtung 0 oder 1 'schwappen'.

Die kinematische Anpassung beurteilt *nicht* die Qualität einer Messung als solche, sondern ihre Übereinstimmung mit einer physikalischen Hypothese. Ein Schnitt auf ein minimales confidence level, bzw. auf ein maximales χ^2, ermöglicht die Definition von *guten* und *schlechten* Ereignissen.

Neben der flachen Verteilung (s.o.) des CL oberhalb des Schnitts kann die Untersuchung der *Pulls* , der Beträge um die gemessenen Fehler korrigiert worden sind, Aufschluß über die Güte der Anpassung geben. Der *Pull* ist in erster Näherung die Differenz zwischen angepaßtem Wert und Meßwert, geteilt durch den gegebenen Meßfehler.

Anhand der Breite der *Pulls* kann die Richtigkeit der angenommenen Fehlergrößen überprüft werden. Ist der Fehler Gaußisch, so sollte die Breite der Verteilung $\sigma_{pull} = 1$ sein. Im Falle einer zu breiten oder schmalen Pull-Verteilung muß der für die kinematische Anpassung verwendete Fehler σ_i entsprechend korrigiert werden.

Die folgenden Anmerkungen gelten für den in dieser Arbeit untersuchten Zerfallskanal von Protonium in $4\pi^\circ$, die wiederum insgesamt in 8γ zerfallen sollen.

Es soll sich bei jedem gemessenen Ereignis um eine echte $p\overline{p}$-Annihilation in Ruhe handeln. Somit müssen zuerst folgende kinematische Randbedingungen erfüllt sein:

$$\sum_{i=1}^{8} \vec{p_i} = 0 \qquad \text{(Bedingungen } 1,2,3) \tag{16}$$

$$\sum_{i=1}^{8} E_i = M_{p\overline{p}} \qquad \text{(Bedingung } 4) \tag{17}$$

wobei E_i und $\vec{p_i}$ Energien und Impulse der 8 Photonen darstellen. Diese Bedingungen folgen aus der Tatsache, daß das Protonium vor der Annihilation in Ruhe war und Impuls- und Energieerhaltung gelten sollen.

Weitere Randbedingungen kommen hinzu, da man annimmt, daß die Photonen aus dem (scharfen) elektromagnetischen Zerfall leicher Mesonen stammen. In unserem Fall soll getestet werden, ob je zwei der 8 γ aus dem Zerfall eines π° stammen. Damit ergeben sich weitere 4 Randbedingungen:

$$(p_i + p_j)^2 = m_{\pi^\circ}^2$$

wobei p_i und p_j jeweils die Viererimpulse von zwei der 8 γ darstellen. Da man zunächst nicht weiß, welche zwei Photonen gemeinsam aus einem π° stammen, muß man alle Kombinationen ausprobieren. In diesem Fall gibt es 105 Möglichkeiten, um 4 Paare aus 8 Photonen zu bilden. Um Rechenzeit zu sparen, werden Kombinationen, die völlig außerhalb des Möglichen liegen, gar nicht erst in der Anpassungsroutine bearbeitet. Es wird erst die invariante Masse aller möglichen Photonenpaare gebildet und folgende Bedingung soll gelten:

$$\frac{\chi^2}{4} = \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{4}\left(\frac{m^2_{\gamma_i\gamma_j} - m_{\pi^\circ}}{\sigma_{\gamma_i\gamma_j}}\right)^2 \leq 12$$

Die Photonen i und j bilden hierbei das π°_k, und $\sigma_{\gamma_i\gamma_j}$ ist der Fehler der Messung der zwei-Photon invarianten Masse. Dieser läßt sich durch die Fehlerfortpflanzung aus den bekannten Meßfehlern der ursprünglich gemessenen Größen (Energie und Richtungen der Photonen) berechnen. Durch die obige Vorbedingung verwirft man nur etwa 1% der richtigen Kombinationen und gewinnt enorm an Rechengeschwindigkeit. Kombinationen, welche die obige Bedingung erfüllen, laufen in die kinematische Anpassung, wie sie oben für den allgemeinen Fall beschrieben wurde. Von dem englischen *constraint* (=Randbedingung) kommt die gebräuchliche Bezeichnung nC-fit für eine kinematische Anpassung mit n Randbedingungen. Eine kinematische Anpassung, die Ereignisse nur auf ihre Vollständigkeit (Gesamtenergie, Gesamtimpuls) prüft, wird demnach als *4C-fit* bezeichnet. Eine Anpassung, die dazu noch den Beitrag vier bekannter Zwischenzustände testet, wird als *8C-fit* bezeichnet.

Literatur

[1] M. Gell-Mann: **Caltech Report** CTSL-20, 1961 und *Phys. Lett.* 8 214, (1964)

[2] D. Gross und F. Wilcek: *Phys. Rev. Lett.*, 30 (1973) 1343

[3] S. Weinberg: *Phys. Rev. Lett.*, 31 (1973) 494

[4] H. Fritzsch et al.: *Phys. Rev. Lett.*, B47 (1973) 365

[5] M.R. .Pennington: **In search of hadrons beyond the quark model**

[6] T.B. Day, G.A. Snow, J. Snucher: *Phys. Rev.*, 118 (1960) 864

[7] C. Amsler et al.: **P- versus S-wave $\bar{p}p$-annihilation at rest in** LH_2, *Phys. Lett.*, B297 (1992) 214

[8] C. J. Batty: **Antiprotonic-Hydrogen Atoms** *Rep. Prog. Phys.*, 52 (1989)

[9] C. Amsler et al.: **P- versus S-wave $p\overline{p}$-annihilation at rest in** LH_2, *Phys. Rev.*, C43 (1992) 214

[10] E. Aker et al.: **The Crystal Barrel Spectrometer at LEAR,** Nuclear Instruments and Methods, A 321, 69, (1992)

[11] S. Ahmad et al.: **A study of $p\overline{p}$-interactions at rest in a H_2 gas target**, Proposal, CERN/PSCC/80-101, (1980)

[12] W. Schott: **Das CsJ(Tl) Kalorimeter des Crystal-Barrel- Detektors**, Dissertation, Universität Karlsruhe (1989)

[13] D. Urner: **Entwicklung und Test der beiden Proportionalkammern für das Crystal-Barrel-Experiment**, Diplomarbeit, Universität Zürich (1989)

[14] N. Hessey: **COLA, The Crystal Online Monitoring Program**, CB-note 101, (1989)

[15] M. Merkel: **Aufbau und Test des Datenerfassungssystems für den Zentraldetektor des Crystal-Barrel-Spektrometers**, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1989)

[16] M. A. Kunze: **Aufbau und Test eines Triggersystems für das Crystal-Barrel-Experiment**, Dissertation, Universität Karlsruhe (1990)

[17] H. Kalinowsky, R. Landua: **Crystal Barrel Trigger System**, CB-note 65 und CB-note 104, (1988)

[18] P. Illinger: **Aufbau und Test eines Multiplizitätstriggers für das Crystal-Barrel-Experiment**, Diplomarbeit, Universität München, (1990)

[19] G. Folger: **CBOFF, Crystal Barrel Offline Reconstruction**, CB-note 93, (1989)

[20] F.–H. Heinsius, T. Kiel: **Crystal Data Reconstruction Software**, CB–note 92

[21] M. Burchell: **Global Tracking Particle Bank Structure**, CB–note 118

[22] R. Brun, J. Zoll: **ZEBRA User Guide (provisional)**, Cern Computer Center Program Library, Long Write-Up Q100

[23] J. C. H. Park: **Fit70 - a Kinematic Fitting Routine**, SLAC-150 UC-34 (EXP)(EXPI) Stanford University (1972)

[24] R. Brun et al.: **GEANT3**, Internal Report CERN DD/EE/84-1 (1987)

[25] C. Amsler et al.: **Antiproton-proton annihilation at rest into two-body final states**, *Z. Phys.*, C 58 (1993) 175-189

[26] Zemach, **Three Pion Decay of Unstable Particles** *Phys. Rev.* **B133** (1964) 1201.

[27] E. M. Henley und B. A. Jacobson: *Phys. Rev.* **128** (1962), 1394.

[28] C. Zupančič: **private Mitteilungen**, (1990-1994)

[29] J. D. Jackson: **Nuovo Cimento**, 34 (1964) 1644

[30] K.L. Au, D. Morgan, M.R. Pennington: *Phys. Rev.*,**D35**(1987) 1633.

[31] K. Peters: **Beobachtung des $X_2(1515)$ in der Proton-Antiproton-Vernichtung in $3\pi^\circ$ in Ruhe**: Dissertation, Universität Mainz, 1989

[32] B. May et al.: **Beobachtung einer isoskalaren 2^{++} Resonanz bei einer Masse von 1565 MeV/c^2 in der $p\bar{p}$-Vernichtung in Ruhe**, Dissertation, Universität Mainz, 1989

[33] C. Amsler, J.C. Bizot: **Simulations of angular distributions and correlations in the decay of particles with spin**, Computer Physics Communications 30 21-30, North-Holland Publishing Company, (1983)

[34] F. James, M. Ross: **MINUIT, Function minimization and error analysis**, CERN DD Lomg Writeup D506, ed. (1987)

[35] F. James: **Interpretation of the errors on parameters given by MINUIT**, CERN DD Suppl. D506, ed. (1978)

[36] F. James: **Determining the statistical significance of experimental results**, CERN DD/81/02

[37] K. Königsmann: **Fits to unbinned data**, CB-note xx, (1992)

[38] J.H. Friedmann: **Data Analysis Techniques for High Energy Particle Physics**, CERN School of Computing, Godoysund, Norway, (Aug 1974)

[39] P. Illinger: **How to judge the goodness of a multivariate fit** CB-note, (1992)

[40] K. Hikasa et al.: **Review of Particle Properties**, *Phys. Rev.*, D45, No.11 (1992) Part II

[41] J. Vandermeulen: *Z. Phys.*, C37 (1988) 563

[42] Yu. I. Ivanshin et al.: *JINR, Dubna Preprint*, E1-93-155, (1993)

[43] C.A. Meyer: **The analysis of the $\pi^+\pi^-3\pi^\circ$ final state** CB-note 197 and CB-note 211 (1993)

[44] C. Amsler et al.: *Phys. Lett.*, B322 (1994) 431

[45] C. Amsler et al.: **Observation of Two $J^{PC} = 0^{++} I = 0$ Resonances at 1365 and 1520 MeV**, wird veröffentlicht in *Phys. Lett. B*

[46] C. Zupančič: **Decay of a spinless particle into four identical spinless bosons**, versandt an *Annals of Physics (N.Y.)*, (1993)

[47] P. Carlson und K. Jonand (Hrsg.): **Proceedings of the 1^{st} LEAP Conference**, Stockholm (1990)

[48] K. Kleinknecht: **Detektoren für Teilchenstrahlung**, Verlag Teubner, Stuttgart, 1987

[49] A. Messiah: **Quantenmechanik** *Verlag de Gruyter*, Band 1 und 2, (1985)

[50] M. Perl: **High Energy Hadron Physics**, *J. Wiley a. Sons*, New York (1974)

[51] E. Byckling und E. Kajantie: **Particle Kinematics**, J. Wiley a. Sons, New York (1973)

[52] D. H. Perkins: **Introduction to High Energy Physics**, 3. Edition, Addison-Wesley Publ. Comp. (1987)

[53] E. Lohrmann: **Hochenergiephysik**, 3. Auflage, Verlag B.G. Teubner Stuttgart (1986)

[54] K.H. Müller und I. Streker Seeborg: **Fortran 77** *BI-Hochschultaschenbücher*, Band 804, (1984)

[55] F. Halzen und A.D. Martin: **Quarks and Leptons** *John Wiley & sons*, (1984)

[56] C.B. Dover, T. Gutsche, A. Faessler: **Case for quasinuclear $N\bar{N}$ bound states**, *Phys. Rev.*, C46, (1990) 397

[57] J. M. Blatt und V. F. Weisskopf, **Theoretical Nuclear Physics**, *John Wiley and Sons*, New York, 1952

[58] B. Diekmann: CERN-EP/86-112, 1986

[59] C.B. Dover et al.: **The Physics of Nucleon-Antinucleon Annihilation** *Prog. Part. Nucl. Phys.*, Vol 29, S.87-173, (1992)

[60] C. Amsler: **Glueballs**, *Helv. Phys.*, Acta 61 (1988)

[61] S.I. Bityukov et al.: *Phys. Lett.* B 268 (1991) 137-141

[62] G.T. Condo et al.: *Phys. Rev.* D Vol.43 Nr.9 (1991)

[63] F. v. Hippel und C. Quigg: **Centrifugal-Barrier Effects in Resonance Partial Decay**, *Phys. Rev.*, 5 (1972) 624

[64] E. Klempt: **Production and Spectroscopy of Light Mesons in $\bar{p}p$ Annihilation**, Vortrag LEAP '90 Stockholm (1990)

[65] P. Blüm et al.: **Antiproton-Proton Annihilation at Rest - a Data Compilation**, KfK Primärbericht 14.02.01P29A (1988)

[66] R. Brun, D. Lienhart: **HBOOK User's Guide - Version 4**, CERN Program Library Y250, (1988)

[67] R. Brun, O. Couet: **HPLOT User's Guide - Version 5**, CERN Program Library, Y251, (1988)

[68] J. S. Ball, G. F. Chew: *Phys. Rev.*, 109 (1958) 1385

[69] W. W. Buck, C. B. Dover, J. M. Richard: **The interaction of nucleons with antinucleons I. General features of the $\bar{N}N$ Spectrum in potential models**, *Ann. Phys.*, 121 (1979) 47

[70] R. L. Jaffee: **Multiquark hadrons. I. Phenomenology of $Q^2\bar{Q}^2$ mesons** *Phys. Rev.*, D15 (1977) 267

Multiquark hadrons. II. Methods, *Phys. Rev.*, D15 (1977) 281

[71] B. Schmidt: **Proton-Antiproton Annihilation into $\pi^+\pi^-\pi^o\pi^o$ and $\pi^+\pi^-\pi^o\eta$**, Dissertation, Universität Zürich, 1991

[72] S. Abatzis et al.: *CERN/PPE*, 94-28, (1994)

[73] E.V. Shuryak: **Non-perturbative phenomena in QCD vacuum, hadrons and quark-gluon plasma** CERN 83-01 (1983)

Persönliche Anmerkungen

Herr Prof. Dr. Martin Faessler hat mir diese Arbeit ermöglicht, und vieles mehr. Durch ihn konnte ich meine wissenschaftlichen und menschlichen Erfahrungen am CERN in Genf machen. Prof. Faesslers eindeutige Kompetenz in physikalischen Fragen war immer hilfreich und in Diskussionen fand er stets die schnellste, einfachste und eleganteste Lösung. Zusätzlich versteht er es ausgezeichnet, persönliche Freiheit zu fördern, ohne das Geschehen aus den Augen zu verlieren. Prof. Faessler gebührt ehrlicher Dank für die Möglichkeiten, die er mir in den letzten Jahren eröffnet hat.

Herr Prof. Dr. Crtomir Zupančič hat mich von Anfang an auf dem Weg meiner Promotion verfolgt, begleitet und oft getragen. Sein fast übermenschlicher Antrieb, offene Probleme von allen Seiten gleichzeitig zu attackieren und keine Frage unbeantwortet zu lassen, haben meinen Einblick in die reichhaltigen Möglichkeiten von wissenschaftlicher Denkweise erweitert. Prof. Zupančič hat stets besonderes Interesse an meiner Arbeit gefunden, was ausschließlich positiv beigetragen hat und ihn sogar veranlaßte, selbst eine äußerst anspruchsvolle Abhandlung [46] zu schreiben, die für 'normale' Physiker (wie mich) kaum zugänglich ist. Sein täglicher Ruf "Was gibt es Neues ?" wird lange nachhallen. Prof. Zupančič verdanke ich das geistige Fundament dieser Arbeit.

Kein einziges $p\overline{p} \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$ wäre Ereignis gemessen worden, wenn nicht jedes Mitglied der Crystal-Barrel-Kollaboration sein Bestes gegeben hätte. Diese Forschungsgruppe war in den letzten Jahren mit Sicherheit eine der bestfunktionierenden der Welt. Besonderer Dank für unzählige Ratschläge und Hilfe aller Art geht vor allem an Dr. Kersten Braune, Dr. habil. Wolfgang Dünnweber und Prof. Dr. Kay Königsmann.

Die individuellen Persönlichkeiten meiner Mitdoktoranden waren ein echtes Vergnügen. Sie ließen mich nie vergessen, daß es auch ein Leben vor der Promotion gibt. Die Freundschaft mit hombre-Kasti Kolo ist für mich während der letzten Jahre unersetzlich geworden. Christian Felix, mit dem ich in Genf das Büro teilen durfte, hat für meine Arbeit, vor allem aber auch für mich persönlich, mehr getan, als man von einem Freund erwarten kann. Markus Englert und Happe Dietz vom 'Büro für unerledigte Angelegenheiten' haben mir vor allem in der Endphase durch ihren unermüdlichen Humor das Leben leichter gemacht. Herrn Dipl.phys. Ibneorhan Toker und dem kleinen Sheba-Felix danke ich für Kost und Logis während der Genf-Aufenthalte in den letzten Monaten.

Kam sie auch weit aus der Ferne, so war die moralische Unterstützung meiner Eltern immer spürbar und wertvoll.

Meine schwankenden Promotionslaunen machten es Nora nicht immer leicht, für mich da zu sein. Sie war es trotzdem, und hoffentlich bleibt das so, auch wenn ich demnächst vielleicht meine guten Seiten zeige.

Lebenslauf

Name:	Patrick Illinger
Geburtsdatum:	26.Juli 1965
Geburtsort:	München
Eltern:	Peter Illinger und Gabrielle O'Doherty

<u>Schulausbildung:</u>

1971-1975	Besuch der Grundschule in München
1975-1984	Besuch des neusprachlichen Luisengymnasiums München
Mai 1984	Abitur

<u>Studium:</u>

ab 1.11.84	Physikstudium an der Technischen Universität München
April 1987	Diplomvorprüfung
ab 1.11.87	Studium an der Ludwig-Maximilians-Universität München
31.7.89-1.08.90	Diplomarbeit zum Thema: 'Aufbau und Test eines Multiplizitätstriggers für das Crystal-Barrel-Experiment' am Europäischen Institut für Kernforschung CERN bei Genf.
Aug-Okt 1990	Studienaufenthalt am Lawrence Berkeley Laboratorium in Berkeley, USA.
14.11.90	Diplomhauptprüfung

<u>Promotion:</u>

01.01.91 - 31.10.92	Promotion in Experimentalphysik bei Herrn Prof. Dr. M. A. Faessler am CERN
seit Nov. 1992	Fortsetzung der Promotion an der LMU München.
Sept. 1992	Besuch der Sommerschule 'Particle Physics and Cosmology' in Bodrum, Türkei.
Juli 1993	Vortragender auf der Konferenz 'Particles and Nuclei 93' in Perugia, Italien.