Protonium-Vernichtung in $K^0_S K^0_S \pi^0$

Dissertation
der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt von
OLIVER CRAMER
aus Frankfurt am Main

München, 23. Mai 1997

1. Gutachter : Prof. Dr. M. A. Faessler
2. Gutachterin : Prof. Dr. D. Schaile

Tag der mündlichen Prüfung : 17. Juli 1997

Zusammenfassung

Am Niederenergie-Antiprotonring LEAR des CERN werden mit dem Crystal-Barrel-Detektor die aus zwei oder mehr Mesonen bestehenden Endzustände von Protonium-Vernichtungen bei niedrigen Schwerpunktsenergien gemessen. Dies ermöglicht das Studium der leichten Mesonen, wobei in dieser Arbeit insbesondere der Zerfall der skalaren Mesonen ($J^{PC} = 0^{++}$) in $K\overline{K}$ untersucht werden soll.

In einer Strahlzeit im Oktober 1993 wurden $1,6 \cdot 10^6$ Proton-Antiproton-Annihilationsereignisse aufgezeichnet. Es wurde dabei ein Trigger verwendet, der kaonische Endzustände anreichert. Aus diesem Datensatz wurden die Ereignisse der Endzustände $K^0_S K^0_S \pi^0$ und $K^0_S K^0_S \eta$ selektiert und die akzeptanzkorrigierten Dalitzplots erstellt.

Etwa 10000 Ereignisse des Kanals $K^0_S K^0_S \pi^0$ mit einem geladenen und einem neutralen K^0_S-Zerfall wurden rekonstruiert und etwa 6000 Ereignisse mit zwei geladenen K^0_S-Zerfällen. Aufgrund des stark begrenzten Phasenraums ist die Statistik im Endzustand $K^0_S K^0_S \eta$ nur sehr gering (370 bzw. 171 Ereignisse). Die Dalitzplots beider Kanäle sind fast frei von Untergrund und die Akzeptanz - insbesondere die Auswirkung des Triggers - konnte sehr gut verstanden werden.

Eine Partialwellenanalyse wurde für die 10000 $K^0_S K^0_S \pi^0$-Ereignisse mit einem neutralen K^0_S-Zerfall durchgeführt. Zwei skalare, in $K\overline{K}$ zerfallende Resonanzen sind zur Beschreibung der Daten erforderlich : das $f_0(1370)$ mit der Masse $M = 1439^{+10}_{-20}\ MeV/c^2$ und der Breite $\Gamma = 360 \pm 50\ MeV/c^2$ und das $f_0(1500)$ ($M = 1515 \pm 5\ MeV/c^2, \Gamma = 88^{+15}_{-5}\ MeV/c^2$).

Einen starken Beitrag zur gesamten Übergangsamplitude liefert neben der $K\overline{K}$-S-Welle die $K^*(892)$-Resonanz, in schwächeren Maßen tragen die Tensorresonanzen $f_2(1270)$ und $a_2(1320)$ bei. Das in [13] zum ersten Mal in der $p\overline{p}$ -Annihilation gesehene $f_2'(1525)$ konnte eindeutig bestätigt werden.

Das wichtigste Resultat der Messung ist das Verzweigungsverhältnis des $f_0(1500)$ in $K\overline{K}$, das eindeutig zu klein ist, um das $f_0(1500)$ mit dem Mitglied des Nonetts der skalaren Mesonen, das überwiegend $s\overline{s}$-Quarkinhalt aufweist, zu identifizieren.

Ein signifikanter Zerfall des Isovektors $a_0(1450)$ in $K\overline{K}$ kann weder bestätigt noch ausgeschlossen werden. Die Abhängigkeit der Polparameter der Isoskalare und ihrer relativen Kopplungsstärken an $K\overline{K}$ und $\pi\pi$ ($\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi}$) von der Stärke der $a_0(1450)\pi$-Amplitude in der totalen Übergangsamplitude wurde eingehend untersucht.

Erstmals konnte ein klares Signal an der $K\overline{K}$-Schwelle im Endzustand $K^0\overline{K^0}\pi^0$ der $p\overline{p}$ -Vernichtung beobachtet werden, aber die möglichen Beiträge des $f_0(975)$ und des $a_0(980)$ können mit den Daten des Endzustandes $K^0_S K^0_S \pi^0$ allein nicht aufgelöst werden.

Es konnte eine neue obere Grenze für die Produktion eines gebundenen $K\pi$-Zustandes unterhalb der Schwelle angegeben werden zu $BR\ (p\overline{p}\ _{(S-Welle)} \rightarrow K^0\kappa^0)\ < 1,7 \cdot 10^{-5}$. Dies ist eine Verbesserung der bisherigen oberen Grenze um etwa einen Faktor 5.

Abstract

The Crystal Barrel Detector at the Low Energy Antiproton Ring LEAR at CERN is dedicated to the measurement of the final states of $p\overline{p}$ -annihilations at low center of mass energies consisting of two or more mesons. This enables to study the light mesons in general while the main topic of this work is the investigation of the decay of the scalar mesons ($J^{PC} = 0^{++}$) in $K\overline{K}$.

In the run period in October 1993 $1.6 \cdot 10^6$ $p\overline{p}$ -annihilation have been recorded using a trigger which enriches kaonic final states. From these data the events of the final states $K^0_S K^0_S \pi^0$ and $K^0_S K^0_S \eta$ are selected and the acceptance corrected Dalitz plots are produced.

About 10000 events of $K^0_S K^0_S \pi^0$with one charged and one neutral K^0_S-decay have been reconstructed and nearly 6000 events with both K^0_S decaying into π^+ π^- . Due to limited phase space the statistics in the final state $K^0_S K^0_S \eta$ is very low (370 respectively 171 events). The Dalitz plots of both channels are almost free of background and the acceptance - in particular the strong trigger effect - is well understood.

A partial wave analysis has been performed for the 10000 $K^0_S K^0_S \pi^0$-events with one neutral K^0_S-decay. Two scalar resonances decaying into $K\overline{K}$ are required for the description of the data, the $f_0(1370)$ with a mass of $M = 1439^{+10}_{-20}$ MeV/c^2 and a width of $\Gamma = 360 \pm 50$ MeV/c^2 and the $f_0(1500)$ ($M = 1515 \pm 5$ $MeV/c^2, \Gamma = 88^{+15}_{-5}$ MeV/c^2).

Besides the $K\overline{K}$-S-wave the $K^*(892)$-resonance contributes strongly to the total transition amplitude, weaker contributions are coming from the tensor amplitudes $f_2(1270)$ and $a_2(1320)$. The $f'_2(1525)$ which was reported in [13] for the first time in the $p\overline{p}$ -annihilation could clearly be confirmed.

The most important result of the measurement is the branching ratio of the $f_0(1500)$ into $K\overline{K}$, which is definitely too small to identify the $f_0(1500)$ with the member of the scalar meson nonet with dominant $s\overline{s}$-content.

A significant decay of the $a_0(1450)$ into $K\overline{K}$ can neither be confirmed nor excluded. The dependence of the pole parameters of the isoscalars and of their relative coupling strengths to $K\overline{K}$ on the $a_0(1450)$-contribution has been studied in detail.

For the first time a clear signal at the $K\overline{K}$-threshold could be observed in the $K^0\overline{K^0}\pi^0$-final state of the $p\overline{p}$ -annihilation, but the possible contributions of $f_0(975)$ and $a_0(980)$ cannot be dissolved from the $K^0_S K^0_S \pi^0$-channel alone.

A new upper limit for the production of a bound $K\pi$-state below threshold can be given with BR ($p\overline{p}$ $_{(S-wave)} \rightarrow K^0 \kappa^0$) $< 1.7 \cdot 10^{-5}$. This is an improvement of the hitherto existing lowest upper limit by a factor of five.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Einleitung

Das Crystal-Barrel-Experiment am Niederenergie-Anitproton-Ring (LEAR) am CERN untersucht die Proton-Antiproton-Annihilation bei Schwerpunktsenergien, die zwischen der doppelten Protonenmasse und etwa 2,4 GeV liegen.

Mit der am Crystal-Barrel-Detektor erstmals möglichen Messung rein neutraler Endzustände der $p\overline{p}$ -Vernichtung konnte physikalisches Neuland betreten werden. Die Untersuchung neutraler Endzustände aus drei Pseudoskalaren ($\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\eta$, $\pi^0\eta\eta$), die in eindrucksvoller Statistik gemessen und analysiert wurden, hat einen großen Fortschritt im Verständnis des Mesonennonetts mit $J^{PC} = 0^{++}$ gebracht. Dabei wurde unter anderem der Isovektor $a_0(1450)$ neu entdeckt und mit dem $f_0(1500)$ ein Skalar, das sich nicht überzeugend als Nonettmitglied klassifizieren läßt, sondern vielmehr als aussichtsreicher Kandidat für den seit langem vorhergesagten leichtesten Glueball gilt.

Zum kompletten Verständnis der inneren Struktur der bekannten Teilchen in diesem Energiebereich, d.h., ob sie aus Quark-Antiquark zusammengesetzt sind, wie die normalen Mesonen, oder nur aus Gluonen, wie es für einen Glueball der Fall sein sollte, ist die Kenntnis der Kopplungen der Resonanzen an $K\overline{K}$ unerläßlich. Deshalb wurden im Laufe der Zeit spezielle Trigger verwendet - zuletzt in Verbindung mit einem neu entwickelten Silizium-Vertex-Detektor - um kaonische Endzustände anzureichern, bei denen ein K_S^0 in $\pi^+\ \pi^-$ zerfällt. Die Zerfallslänge des K_S^0 ($c\tau = 2,675\ cm$) und der damit verbundene Sekundärvertex, der durch die beiden an ihm entstehenden geladenen Spuren mit hoher Auflösung bestimmt werden kann, liefern ein so signifikantes Signal, daß diese Kanäle aus der Vielzahl der möglichen Ausgangskanäle bereits während der Datennahme herausgefiltert und mit großer Statistik aufgezeichnet werden konnten.

Die erste Datennahme mit einem K_S^0-Trigger erfolgte in der Strahlzeit im Oktober 1993, in der etwa 1,6 Millionen Ereignisse aufgezeichnet wurden. Anhand dieser Daten wurden in dieser Arbeit die Endzustände $K_S^0K_S^0\pi^0$ und $K_S^0K_S^0\eta$ selektiert und einer Partialwellenanalyse unterworfen. Die zentralen Fragen waren dabei die Ermittlung der Resonanzparameter der beiden Isoskalare $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$, sowie deren Kopplungsstärken an $K\overline{K}$ im Vergleich zu denen an $\pi\pi$. Zudem steht die Beobachtung des $K\overline{K}$-Zerfalls des $a_0(1450)$ noch aus. Dieser Isovektor konnte bisher nur in seinem Zerfall in $\eta\pi$ nachgewiesen werden.

Neben der Untersuchung der weiteren resonanten Zwischenzustände ist vor allem der Vergleich der Ergebnisse mit denen der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K_L^0K_L^0\pi^0$ [13] aus experimenteller Hinsicht sehr interessant, da diese beiden Kanäle einerseits identische Resultate ergeben sollten, andererseits aber mit grundverschiedenen Techniken angereichert und selektiert wurden.

Diese Arbeit kann nur als kleiner Beitrag angesehen werden, das Spektrum der skalaren Mesonen zu entschlüsseln. In Zukunft wird noch viel Arbeit erforderlich sein, die vielen einzelnen Bausteine zu einem kompletten Bild zusammenzutragen und auch richtig zusammenzusetzen.

Kapitel 1

Mesonenspektroskopie

1.1 Eigenschaften der Quantenchromodynamik

Die heute allgemein akzeptierte Theorie der starken Wechselwirkung, die Quantenchromodynamik, wurde in Analogie zur QED entwickelt. Sie beschreibt die Wechselwirkung von Quarks, den Bausteinen der hadronischen Materie, und Gluonen, den Feldquanten der QCD, die analog zu den Photonen in der QED die Rolle der Austauschteilchen spielen. Es gibt jedoch wesentliche Unterschiede zwischen den beiden Wechselwirkungen :

- Es gibt acht verschiedene Gluonen als Eichbosonen im Gegensatz zu einem Eichboson, dem Photon, in der QED.
- Die Theorie der QCD ist invariant gegenüber der nicht-abelschen Eichgruppe der SU(3)-Farbsymmetrie. Die Gluonen tragen selbst Farbladung und können demnach mit sich selbst wechselwirken.
- Die Reichweite der starken Wechselwirkung ist auf etwa 1 fm begrenzt.
- Die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung ist nur bei hohen Relativimpulsen so klein, daß die Übergangsamplituden störungstheoretisch behandelt werden können.

Im allgemeinen werden die Hadronen in zwei Klassen unterteilt :

Baryonen : Zustände aus drei Quarks (qqq) bzw. drei Antiquarks ($\overline{qqq}$).

Mesonen : Zustände aus einem Quark und einem Antiquark ($q\overline{q}$).

Bisher gibt es weder theoretische noch experimentelle Hinweise auf freie Quarks, sie treten nur in gebundenen Zuständen auf (*Confinement*), die immer Singletts in bezug auf den Anteil der Wellenfunktion bilden, die den Farbanteil beschreibt. Solche Singletts können im verallgemeinerten Sinn auch konstruiert werden für

Multiquarkzustände : Objekte, die z.B. aus zwei Quarks und zwei Antiquarks ($qq\overline{qq}$) zusammengesetzt sind (allgemein : $q^k\overline{q}^k$)

Aufgrund der Tatsache, daß die Gluonen selbst an das Farbfeld koppeln, lassen sich im Rahmen des Standardmodells noch weitere Arten von Hadronen vorhersagen :

Gluebälle : stabile Zustände aus zwei (gg) oder drei (ggg) Gluonen.

Hybride : Verbindungen aus einem Quark, einem Antiquark und einem Konstituenten-Gluon ($q\overline{q}g$).

Modellrechnungen sagen voraus, daß es im Bereich der am Niederenergie-Antiproton-Ring LEAR am CERN erreichbaren Energien solche Teilchen geben sollte [1] [2], allerdings ist der experimentelle Nachweis dieser Objekte mit großen Schwierigkeiten behaftet (siehe Kap. 1.3.1).

1.2 Quantenzahlen

Das Proton-Antiproton-System annihiliert über die starke Wechselwirkung unter Einhaltung aller relevanten Erhaltungssätze. Wichtige Quantenzahlen, mit denen sich auch alle hadronischen Teilchen klassifizieren lassen, sind der Isospin I, die Paritäten P, C und G, sowie der Gesamtspin J. Die Forderung nach Erhaltung dieser Größen in Prozessen der starken Wechselwirkung führt zu Auswahlregeln, die weiter unten diskutiert werden.

1.2.1 Der Gesamtspin

Der Gesamtspin eines Systems setzt sich zusammen aus den intrinsischen Spins aller darin enthaltenden Teilchen und den relativen Bahndrehimpulsen zwischen ihnen. Es gelten die üblichen Regeln der Drehimpulsalgebra. Zur Addition der Drehimpulsvektoren in einem aus mehreren Teilchen zusammengesetzten System werden die Clebsch-Gordan-Koeffizienten [3] verwendet.

1.2.2 Der Isospin

Der Formalismus des Isospins wurde ursprünglich am Proton und am Neutron entwickelt, die als verschiedene Ladungszustände eines Teilchens, des Nukleons, angesehen werden können. Sie unterscheiden sich nur in der z-Komponente des Isospinanteils ihrer Wellenfunktion.

Analog dem intrinsischen Fermionenspin ist der Isospin des Nukleons ein Zweierspinor und gehorcht derselben Drehimpulsalgebra. Die Verknüpfung von Isospins mehrerer Teilchen erfolgt wie für den Gesamtspin ebenfalls nach den Regeln der Vektoraddition unter Verwendung der Clebsch-Gordan-Koeffizienten. Der Isospin ist erhalten in der starken Wechselwirkung, nicht aber in schwachen und elektromagnetischen Prozessen.

Im verallgemeinerten Formalismus ist der Zusammenhang zwischen der Ladung eines Teilchens, der z-Komponente seines Isospins und der Hyperladung $Y = B + S$ (B = Baryonenzahl, S = Strangeness) gegeben durch

$$Q \;=\; \frac{1}{2}\,Y \;+ I_3 \tag{1.1}$$

1.2.3 Die Parität

Die Paritätsoperation $\hat{P}$ bewirkt eine Raumspiegelung am Koordinatenursprung. Sie ist diskret und hat die Eigenwerte +1 oder -1. Der Operator wirkt nur auf den winkelabhängigen Anteil der Ortswellenfunktion, der in der Regel über Faktorisierung vom Radialteil absepariert wird :

$$\hat{P}\Phi(\theta,\phi) \;=\; \Phi(\pi-\theta,\pi+\phi) \tag{1.2}$$

Den Winkelanteil der Gesamtwellenfunktion kann man in Kugelfunktionen mit dem Bahndrehimpuls l entwickeln, von dem der Eigenwert der Parität schließlich abhängt.

Jedes Teilchen hat zusätzlich eine innere Parität und aus der Dirac-Gleichung kann man schließen, daß das dazugehörige Antiteilchen immer entgegengesetzte Parität hat [4]. Da die Parität eine multiplikative Quantenzahl ist, gilt demnach für die Gesamtwellenfunktion aller Mesonen ($q\overline{q}$) wie für die des Protoniums ($p\overline{p}$) :

$$\hat{P}\Psi_{tot}(\vec{r}) \;=\; \Psi_{tot}(-\vec{r}) \;=\; (-1)^{l+1}\;\Psi_{tot}(\vec{r}) \tag{1.3}$$

1.2.4 Die C-Parität

Der Operator der Ladungskonjugation $\hat{C}$ überführt ein Teilchen in sein Antiteilchen, insbesondere werden in einem Fermion-Antifermion-System wie z.B. $q\overline{q}$ oder $p\overline{p}$ die beiden Teilchen ineinander übergeführt. Der Eigenwert des Operators kann aus Symmetriebetrachtungen ermittelt werden. Die Gesamtwellenfunktion eines Fermion-Antifermion-Systems, die sich aus einem Ortsanteil $\phi(\vec{r})$, einem Spinanteil $\alpha(Spin)$ und einem Ladungsanteil $\chi(Ladung)$ (Baryonenzahl, Leptonenzahl, elektrische Ladung etc.) zusammensetzt, muß sich bei Teilchenaustausch wegen des verallgemeinerten Pauli-Prinzips antisymmetrisch verhalten :

$$1 \Longleftrightarrow 2 \;:\; \Psi_{tot} \;=\; \phi(\vec{r})\cdot\alpha(Spin)\cdot\chi(Ladung) \;\longrightarrow\; -\;\phi(\vec{r})\cdot\alpha(Spin)\cdot\chi(Ladung) \tag{1.4}$$

Die Wirkung des Teilchenaustauschs auf die Ortswellenfunktion ist in einem Fermion-Antifermion-System gleichzusetzen mit einer Raumspiegelung an ihrem gemeinsamen Schwerpunkt, die intrinsischen Paritäten bleiben unberührt. Der Triplettzustand (S = 1) des Spinanteil ist symmetrisch, der Singlettzustand (S = 0) antisymmetrisch. Deshalb gilt :

$$1 \Longleftrightarrow 2 \quad : \quad \phi(\vec{r}) \longrightarrow (-1)^l \cdot \phi(\vec{r}) \tag{1.5}$$

$$1 \Longleftrightarrow 2 \quad : \quad \alpha(Spin) \longrightarrow (-1)^{S+1} \cdot \alpha(Spin) \tag{1.6}$$

Da der Teilchenaustausch auf $\chi(Ladung)$ definitionsgemäß dieselbe Wirkung hat wie die Anwendung des $\hat{C}$-Operators, kann man durch Verknüpfung der Gln. 1.4, 1.5 und 1.6 den Eigenwert des $\hat{C}$-Operators in einem Fermion-Antifermion-System ermitteln :

$$\hat{C}\chi(Ladung) \;=\; (-1)^{l+S}\chi(Ladung) \tag{1.7}$$

1.2.5 Die G-Parität

Da der $\hat{C}$-Operator mit den Ladungsoperatoren nicht vertauscht, haben nur solche Teilchen eine definierte $\hat{C}$-Parität, die in allen Ladungszahlen neutral sind. Um geladene Zustände besser beschreiben zu können, führt man daher zusätzlich den $\hat{G}$-Operator ein, der sich zusammensetzt aus einer Drehung im Isospinraum und einer anschließenden Ladungskonjugation :

$$\hat{G} \;=\; \hat{C} \cdot exp(i\pi I_2) \tag{1.8}$$

Mit dem $\hat{G}$-Operator lassen sich weitere Auswahlregeln herleiten, z.B. gilt für das $p\overline{p}$ -System [4] :

$$\hat{G}(p\overline{p}\,) \;=\; (-1)^{l+S+I} \tag{1.9}$$

1.3 Klassifizierung der Mesonen

Das Spektrum der leichten Mesonen, die aus u-, d- und s-Quarks, sowie den dazugehörigen Antiquarks zusammengesetzt sind, läßt sich in Nonette mit gleichen Quantenzahlen $J^{P(C)}$ einteilen[1]. Im Fall idealer $SU(3)_f$-Flavoursymmetrie haben alle Nonett-Mitglieder die gleiche Masse, tatsächlich wird diese Symmetrie aber durch die große Masse des s-Quarks gebrochen. Wichtige Eigenschaften der leichten Quarks sind in Tab. 1.1 zusammengefaßt.

In Tab. 1.2 wird die Klassifizierung am Beispiel der wohlbekannten Nonette der pseudoskalaren ($J^{PC} = 0^{-+}$) und der Vektormesonen ($J^{PC} = 1^{--}$), sowie der in dieser Arbeit näher untersuchten Nonette der skalaren ($J^{PC} = 0^{++}$) und der Tensormesonen ($J^{PC} = 2^{++}$) verdeutlicht. Dabei sind die Werte aus Tab. 1.1 und die Beziehungen 1.3 und 1.7 zu beachten.

Da die Bindung des Quarks und des Antiquarks in einem Meson über die starke Wechselwirkung erfolgt, müssen alle in Kap. 1.2 eingeführten Quantenzahlen beachtet werden.

[1]Nicht alle Nonett-Mitglieder sind Eigenzustände zum $\hat{C}$-Operator (siehe Kap. 1.2.4). Im folgenden wird aber die übliche J^{PC}-Darstellung verwendet, wobei C eben nur für rein neutrale Teilchen einen wohldefinierten Wert hat.

	I	I_3	S	B	Y
u	1/2	1/2	0	1/3	1/3
d	1/2	-1/2	0	1/3	1/3
s	0	0	-1	1/3	-2/3

Tabelle 1.1: *Wichtige Eigenschaften der leichten Quarks*

Die Zusammenhänge zwischen Spin und Drehimpuls einerseits, sowie den Eigenwerten der Parität und der C- bzw. G-Parität andererseits führen zu Auswahlregeln, insbesondere gibt es Quantenzahlen, die ein normales $q\overline{q}$-Meson nicht einnehmen kann :

verbotene ('exotische') Quantenzahlen :

$$J^{PC} = 0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, ...$$

Die in Kap. 1.1 erwähnten Hybride können exotische Quantenzahlen annehmen und anhand dieses Kriteriums von normalen $q\overline{q}$-Mesonen unterschieden werden. In allen gängigen Modellen wird ein Hybrid mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 1^{-+}$ vorausgesagt [3].

$q\overline{q}$-Mesonen

Quantenzahlen			Nonette			
l	S	J^{PC}	$I=1$	$I=0$		$I=\frac{1}{2}, S=\pm1$
0	0	0^{-+}	π	η	η'	K
0	1	1^{--}	ρ	ω	Φ	K^*
1	1	0^{++}	(a_0)	(f_0)	(f_0)	K_0^*
1	1	2^{++}	a_2	f_2	f_2'	K_2^*

Tabelle 1.2: *Die Mitglieder der Nonette der pseudoskalaren ($J^{PC} = 0^{-+}$) und der Vektormesonen ($J^{PC} = 1^{--}$) sind bereits seit langem gut bekannt, ebenso konnten mittlerweile die Mitglieder des 2^{++}-Nonetts eindeutig identifiziert werden. Die meisten Fragen sind noch im 0^{++}-Nonett offen, in dem bisher nur das $K_0^*(1430)$ eindeutig identifiziert wurde, im Gegensatz zu dem Isovektor und den beiden Isoskalaren, die deshalb auch in Klammern stehen.*

1.3.1 Glueballe

Aufgrund der Selbstwechselwirkung der Gluonen werden im Rahmen des Standardmodells stabile Teilchen, bestehend aus zwei Gluonen, erwartet (Kap. 1.1). Gitterrechnungen sagen voraus, daß der leichteste Glueball die Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{++}$ hat und seine Masse geringer ist als 2 GeV [5].

Produktionsprozesse

Die Produktion von Glueballen ist in gluon-reichen Reaktionen naturgemäß am aussichtsreichsten. Demnach wird hauptsächlich in den Ausgangskanälen folgender Prozesse nach Glueballen gesucht :

- radiative J/Ψ-Zerfälle
- hochenergetische zentrale pp-Stöße
- Proton-Antiproton-Vernichtung

Identifikationsmerkmale

Da Glueballe nicht notwendigerweise exotische Quantenzahlen haben, muß die Unterscheidung von normalen $q\overline{q}$-Mesonen auf anderen Kriterien basieren :

$\oplus$ Gittereichtheorien sagen vorher, daß der leichteste Glueball die Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{++}$ hat und seine Masse zwischen 1,5 und 2 GeV liegt [5].

$\oplus$ Statt nur zwei isoskalarer Zustände muß noch ein weiterer Isoskalar mit $J^{PC} = 0^{++}$ eindeutig identifiziert werden, der dann nicht mehr in das Nonett einzugliedern ist.

$\oplus$ Glueballe sollten in den oben beschriebenen gluon-reichen Prozessen deutlich stärker produziert werden als in anderen Reaktionen. Insbesondere ist keine Kopplung an $\gamma\gamma$ zu erwarten.

$\oplus$ Glueballe sollten flavour-neutral zerfallen und deshalb ein Zerfallsspektrum haben, daß von dem der $q\overline{q}$-Mesonen deutlich verschieden ist.

$\oplus$ Die Zerfallsbreite des 0^{++}-Glueballs sollte kleiner sein als die der $q\overline{q}$-Mesonen.

Problematik in der Identifikation

Die eindeutige Identifikation von Glueballen ist jedoch mit einigen Schwierigkeiten behaftet, zu deren Erklärungen auf kompliziertere Modelle zurückgegriffen werden muß:

$\ominus$ Der reine 0^{++}-Glueball kann stark mit den isoskalaren $q\overline{q}$-Zuständen mischen, wodurch sowohl seine Masse und seine Breite stark verschoben wird als auch sein Zerfallsspektrum deutlich von den Erwartungen einfacher Modelle abweichen kann.

$\ominus$ Die vertrauenswürdigsten Vorhersagen für die Glueball-Massen bedienen sich sogenannter Gitterrechnungen. Diese sind in der Praxis äußerst aufwendig und können mit derzeitigen Rechnerkapazitäten nur explizit ausgerechnet werden, wenn das Modell stark vereinfacht wird. So werden im allgemeinen die Mischungen mit den $q\overline{q}$-Mesonen und interne $q\overline{q}$-Loops nicht berücksichtigt. Deshalb ist ein Vergleich von gemessener und vorhergesagter Masse bisher nur mit großer Vorsicht zu genießen.

⊖ Aufgrund der $SU(3)_f$-Symmetriebrechung erwartet man eine unterdrückte $s\overline{s}$-Produktion. Dadurch erhält man einen weiteren freien Parameter, über dessen Wert noch keine Einigkeit herrscht [6] [7].

⊖ Dynamische Effekte wie z.B. Formfaktoren, die abhängig vom Produktionsprozeß sind, können eine Rolle spielen und einen Vergleich der Ergebnisse verschiedener Experimente erschweren.

Trotz all dieser Probleme hat sich mittlerweile das am Crystal-Barrel-Experiment entdeckte $f_0(1500)$ als aussichtsreichster Kandidat für den niedrigsten Glueball herauskristallisiert. Besonders das Zerfallsspektrum läßt darauf schließen, daß es sich weder um das $s\overline{s}$- noch um das $(u\overline{u} + d\overline{d})$-Mitglied des Nonetts der skalaren Mesonen handelt. Dagegen kann es in verschiedenen Modellen mit dem erwarteten Zerfallsspektrum für einen Glueball, der stark mit den $q\overline{q}$-Mesonen mischt, in Einklang gebracht werden [6] [7]. Zur Vervollständigung dieses Bildes fehlt aber noch die Identifikation des $s\overline{s}$-Nonettmitglieds.

1.3.2 Das 0^{++}-Nonett

Die Spektroskopie im Nonett der skalaren Mesonen ist aus mehreren Gründen besonders schwierig :

- Die Resonanzen sind sehr breit und haben einen großen Überlapp, wodurch starke Interferenzeffekte entstehen.
- Da alle Resonanzen mehr oder weniger stark an die Zerfallskanäle $\pi\pi$, $\eta\eta$ und $K\overline{K}$ koppeln, sind aufwendige Analysen notwendig, die alle Datensätze gleichzeitig miteinbeziehen.
- 'Cusp'-Effekte an der $\eta\eta$- und an der $K\overline{K}$-Schwelle haben einen starken Einfluß auf den Verlauf der Resonanzen.

Bisher gilt nur das Nonettmitglied mit $I = 1/2$, das $K_0^*(1430)$, als eindeutig gesichert [3], während in bezug auf die Isoskalare und den Isovektor noch keine endgültige Klarheit herrscht.

Die Isoskalare

Vor noch nicht allzu langer Zeit war die Situation im 0^{++}-Nonett aufgrund der Vielzahl der experimentell gemessenen Isoskalare äußerst verwirrend. Nach sorgfältiger Überprüfung aller Analysen geht man heute davon aus, daß man es im Energiebereich bis 2 GeV mit vier oder fünf isoskalaren 0^{++}-Resonanzen zu tun hat [3], von denen nur zwei dem Nonett der $q\overline{q}$-Mesonen zugerechnet werden können. Eine eindeutige Klärung der Natur all dieser Objekte ist bis heute nicht zweifelsfrei gelungen. In der folgenden Aufzählung werden einige der gängigen und teilweise kontroversen Interpretationen (siehe z.B. [7] [6] [8] [3]) kurz angeschnitten :

1. **$f_0(400-1200)$:** Dieses (oft auch σ genannte) Objekt beschreibt einen sehr breiten Anteil in der ($\pi\pi$)-Streuamplitude. Es wird teilweise als mögliches ($u\overline{u}$+$d\overline{d}$)-Mitglied des Nonetts angesehen [8] [9], andererseits ist es fraglich, ob man ein so breites Objekt überhaupt als Resonanz bezeichnen kann [3]. Die Resonanzparameter, die in den verschiedenen Analysen angegeben werden, sind stark modellabhängig [3].

2. **$f_0(980)$:** Die Polstruktur in neueren Analysen der $\pi\pi$-Streuamplitude läßt darauf schließen, daß es sich nicht, wie früher vermutet, um ein $K\overline{K}$-Molekül handelt [8], obwohl neue Modelle dieses Argument nicht mehr gelten lassen [10].
Die schmale Breite und die gemessenen Kopplungen an $\pi\pi$ und $K\overline{K}$ sprechen auch dagegen, das $f_0(980)$ in das Mesonennonett einzuordnen, obwohl es z.B. in [9] als fast reiner $s\overline{s}$-Zustand interpretiert wird. Es wäre möglich, daß es sich bei diesem Objekt um einen Multiquarkzustand ($qq\overline{q}\overline{q}$) handelt, aber auch andere Erklärungsversuche werden in Betracht gezogen [11].

3. **$f_0(1370)$:** Die Existenz eines Objekts in diesem Massenbereich ist eindeutig gesichert, jedoch herrscht noch Unklarheit über Resonanzmasse und -breite, die in den verschiedenen Analysen großen Schwankungen unterworfen sind [3]. In den Crystal-Barrel-Analysen verschiedener Endzustände sind die Werte jedoch in guter Übereinstimmung, in einer gekoppelten Analyse der Kanäle $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\eta\eta$ und $\pi^0\pi^0\eta$ ergab sich eine Masse von 1390 MeV und eine Breite von 380 MeV [62]. Vieles spricht dafür, daß es sich bei diesem Objekt um das $q\overline{q}$-Nonettmitglied mit überwiegendem ($u\overline{u}$ + $d\overline{d}$)-Anteil handelt. In der vorliegenden Arbeit soll u.a. die $K\overline{K}$-Kopplung dieses Objekts näher untersucht werden, um die Kenntnis des $f_0(1370)$-Zerfallsspektrums zu erweitern.

4. **$f_0(1500)$:** Dieses vom Crystal-Barrel-Experiment entdeckte Objekt gilt als der beste Kandidat für den 0^{++}-Glueball. Seine gemessenen Eigenschaften - Quantenzahlen, Masse und Breite - stimmen recht gut mit den Erwartungen für den leichtesten Glueball überein. Mittlerweile konnten nicht nur die Kopplungsstärken des $f_0(1500)$ an $\pi\pi$ und $\eta\eta$, sondern auch an $K\overline{K}$ bestimmt werden [13] und verschiedene Modelle, die die Mischung mit den $q\overline{q}$-Mesonen und die Stärke der $SU(3)_f$-Symmetriebrechung miteinbeziehen, argumentieren aufgrund des gemessenenen Zerfallsschemas und der Zerfallsbreite, daß es sich bei dem $f_0(1500)$ um den 0^{++}-Glueball mit Beimischungen der $q\overline{q}$-Nonettzustände handelt [6] [7]. Allerdings fehlt in diesen Modellen noch die Identifikation des $s\overline{s}$-Nonettmitglieds, wobei angenommen wird, daß das $f_J(1710)$ diese Rolle spielen könnte. Die wichtige Bedeutung des $f_0(1500)$ läßt die Untersuchung seiner Kopplung an $K\overline{K}$ in der Reaktion $p\overline{p} \to K^0_S K^0_S \pi^0$ zu einer zentralen Frage in der vorliegenden Arbeit werden.

5. **$f_J(1710)$:** Dieses Objekt wurde zuerst in radiativen J/Ψ-Zerfällen gesehen und es wurde eine starke $K\overline{K}$-Kopplung festgestellt [3], jedoch konnte bisher nicht geklärt werden, ob es sich um einen Skalar ($J = 0$) oder um einen Tensor ($J = 2$) handelt. Am Crystal-Barrel-Experiment konnte bei der Analyse der Reaktion $p\overline{p} \to K^+K^-\pi^0$

im Fluge mittlerweile ein klares Signal in diesem Bereich gesehen werden [12]. Durch eine Partialwellenanalyse wird versucht werden müssen, den Spin dieses Objekts festzustellen. Sollte es sich um ein skalares Meson handeln, könnte es sich durchaus um das Nonettmitglied mit überwiegendem $s\overline{s}$-Anteil handeln [11].

Der Isovektor

Die Situation im isovektoriellen Bereich ist nicht so verwirrend wie für die Isoskalare, aber es gibt zwei experimentell nachgewiesene Skalare mit $I = 1$, von denen nur eines ein Nonettmitglied sein kann.

1. $\boldsymbol{a_0(980)}$ **:** Dieses Objekt galt lange Zeit als der isovektorielle Partner zum $f_0(980)$ im Mesonennonett. Sollte jedoch das $f_0(1370)$ das isoskalare Nonettmitglied sein, dann hätte das $a_0(980)$ eine zu geringe Masse, um sich überzeugend in das 0^{++}-Nonett einzugliedern. Alternativ könnte es sich, wie auch beim $f_0(980)$ vermutet, um ein $K\overline{K}$-Molekül oder um einen Multiquarkzustand handeln.

2. $\boldsymbol{a_0(1450)}$ **:** Dieser Zustand wurde am Crystal-Barrel-Experiment in seinem Zerfallsmodus $\eta\pi$ entdeckt [82] und konnte in verschiedenen nachfolgenden Analysen bestätigt werden. Der Zerfall in $K\overline{K}$ wird vermutet, konnte aber noch nicht eindeutig nachgewiesen werden [13] [14].
   Aufgrund ihrer ähnlichen Massen und ihrer Nähe zum $K_0^*(1430)$, sowie ihrer bisher beobachteten Zerfallsschemata werden das $f_0(1370)$ und das $a_0(1450)$ in einigen Interpretationen als die Nonettmitglieder mit $I = 0$ und $I = 1$ angesehen (z.B. [7]).

1.4 Die Proton-Antiproton-Annihilation

Wie in 1.3.1 erwähnt, ist die $p\overline{p}$ -Vernichtung ein idealer Prozeß für die Produktion von Glueballen und außerdem bietet sie ausgezeichnete Voraussetzungen für die Spektroskopie leichter Mesonen.

Bildung von Protonium

Bei der $p\overline{p}$ -Vernichtung in Ruhe werden Antiprotonen mit einem Impuls von 200 MeV/c in einem Flüssigwasserstofftarget durch Coulombstöße vollständig gestoppt und bilden mit den Protonen einen wasserstoffähnlichen $p\overline{p}$ -Zustand, das Protonium, wenn die Bindungsenergie für das Antiproton vergleichbar mit der des Elektrons ist.

Im Bohrschen Atommodell kann man für den Einfang die Hauptquantenzahl $n_{\overline{p}}$ des Antiprotons abschätzen zu :

$$n_{\overline{p}} = \sqrt{\frac{m_{Proton}}{2 \cdot m_{Elektron}}} \approx \sqrt{1000} \approx 30 \tag{1.10}$$

Kaskade und Vernichtung

Das Protonium befindet sich im Augenblick seiner Entstehung also in einem hochangeregten Zustand, wobei auch die Bahndrehimpuls-Quantenzahl sehr groß ist. Dieses System fällt durch Energieabgabe in Form von Aussendung von Röntgenstrahlen, Auger-Effekt oder inelastischen Stößen mit benachbarten Wasserstoffmolekülen in niedrigere Zustände und annihiliert, wenn sich die Wellenfunktionen von Proton und Antiproton genügend überlappen (die Annihilationswahrscheinlichkeit hängt von der Stärke der Überlappung ab).

Im 2P-Zustand ist die Wahrscheinlichkeit für eine Annihilation bereits größer als ein Übergang in den Grundzustand [15], jedoch sorgt der Stark-Effekt bereits bei höher angeregten Zuständen dafür, daß einem Zustand mit beliebigem Bahndrehimpuls l immer Beiträge mit geringerem l, insbesondere $l = 0$, aber gleicher Hauptquantenzahl n beigemischt werden. Der Stark-Effekt beruht auf dem Einfluß der elektrischen Felder der Wasserstoffmoleküle im Target auf das Protonium.

Aufgrund des Stark-Effekts annihiliert das $p\overline{p}$ -System tatsächlich dominant aus der S-Welle mit $n \geq 2$. Die Röntgenlinien des Übergangs in den Grundzustand sind nicht beobachtbar [16].

Quantenzahlen des Protoniums

Die Quantenzahlen des Protons sind $I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$. Damit und mit den Symmetrieeigenschaften eines Fermion-Antifermion-Systems sowie den daraus folgenden Auswahlregeln (Kap. 1.2) lassen sich die möglichen Quantenzahlen für das Protonium ableiten(Tab. 1.3).

Jeder Ausgangszustand der $p\overline{p}$ -Vernichtung muß so beschaffen sein, daß seine Quantenzahlen auch für das $p\overline{p}$ -System möglich sind.

1.5 Die Endzustände $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ und $K_S^0 K_S^0 \eta$

Die neutralen Kaonen

Im Nonett der pseudoskalaren Mesonen gibt es vier Kaonen : K^+, K^-, K^0, $\overline{K^0}$. Da die Kaonen alle Strangeness tragen, die Strangeness des Protoniums aber gleich 0 ist, können in der $p\overline{p}$ -Vernichtung nur Paare von Kaonen entgegengesetzter Strangeness erzeugt werden.

K^0 und $\overline{K^0}$ sind Eigenzustände zur Parität :

$$\hat{P}|K^0> = -|K^0> \qquad \hat{P}|\overline{K^0}> = -|\overline{K^0}>$$

nicht aber zur $\hat{C}$-Parität :

$$\hat{C}|K^0> = +|\overline{K^0}> \qquad \hat{C}|\overline{K^0}> = +|K^0>$$

Bahndrehimpuls $l_{p\overline{p}}$	Spin $S_{p\overline{p}}$	Isospin $I_{p\overline{p}}$	atomarer Zustand ${}^{2S+1}l_J$	Quantenzahlen $I^G(J^{PC})$
0	0	0	${}^1S_0$	$0^+(0^{-+})$
0	0	1	${}^1S_0$	$1^-(0^{-+})$
0	1	0	${}^3S_1$	$0^-(1^{--})$
0	1	1	${}^3S_1$	$1^+(1^{--})$
1	0	0	${}^1P_1$	$0^-(1^{+-})$
1	0	1	${}^1P_1$	$1^+(1^{+-})$
1	1	0	${}^3P_0$	$0^+(0^{++})$
1	1	1	${}^3P_0$	$1^-(0^{++})$
1	1	0	${}^3P_1$	$0^+(1^{++})$
1	1	1	${}^3P_1$	$1^-(1^{++})$
1	1	0	${}^3P_2$	$0^+(2^{++})$
1	1	1	${}^3P_2$	$1^-(2^{++})$

Tabelle 1.3: *Quantenzahlen des Protoniums*

Mit einer geeigneten Linearkombination kann man Zustände konstruieren, die gemeinsame Eigenwerte zu $\hat{C}$, $\hat{P}$ und $\hat{C}\hat{P}$ sind[2] :

$$|K_1^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0> - |\overline{K^0}>) \quad ; \quad P = -1 \quad , \quad C = -1 \quad , \quad CP = +1$$

$$|K_2^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0> + |\overline{K^0}>) \quad ; \quad P = -1 \quad , \quad C = +1 \quad , \quad CP = -1$$

Tatsächlich lassen sich aber im Experiment die CP-verletzenden Zerfälle von $|K_1^0>$ in $3\pi^0$ und von $|K_2^0>$ in $2\pi^0$ nachweisen, die man mit einer kleinen Beimischung von $|K_2^0>$ zum $|K_1^0>$-Zustand (und umgekehrt) erklären kann. Die physikalisch beobachtbaren Teilchen, das eine mit kurzer, das anderer mit langer Lebensdauer, gehen daraus hervor :

$$|K_1^0> \longrightarrow |K_S^0>$$

$$|K_2^0> \longrightarrow |K_L^0>$$

Unter der Annahme, daß CP streng erhalten wäre, kann man schreiben :

[2] Einige Vorzeichen von Eigenwerten diskreter Quantenzahlen sind reine Konventionssache und können willkürlich gewählt werden. So werden die C-Eigenwerte von K^0 und $\overline{K^0}$ in der Literatur manchmal zu -1 definiert. Man muß die einmal gewählte Konvention allerdings konsequent beibehalten. (Diese Vorzeichen sind immer wieder Anlaß langer Diskussionen.) Die hier gewählte Konvention ist [92] entnommen.

$$|K_S^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0> - |\overline{K^0}>)$$

$$|K_L^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0> + |\overline{K^0}>)$$

beziehungsweise

$$|K^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_L^0> + |K_S^0>)$$

$$|\overline{K^0}> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_L^0> - |K_S^0>)$$

Da die CP-Verletzung in der $p\overline{p}$ -Vernichtung ein vernachlässigbarer Effekt ist, werden im folgenden die physikalisch beobachtbaren Zustände K_S^0 und K_L^0 mit $|K_1^0>$ und $|K_2^0>$ gleichgesetzt.

$K\overline{K}$-Eigenzustände zu I und C

Aus den Eigenschaften der Kaonen kann man die Eigenzustände neutraler $K^0\overline{K^0}$-Systeme zum $\hat{C}$-Operator ermitteln :

$$\mathbf{C = +1 :} \quad \tfrac{1}{\sqrt{2}}(K^0\overline{K^0} + \overline{K^0}K^0) \longrightarrow \tfrac{1}{\sqrt{2}}(K_L^0K_L^0 - K_S^0K_S^0)$$

$$\mathbf{C = -1 :} \quad \tfrac{1}{\sqrt{2}}(K^0\overline{K^0} - \overline{K^0}K^0) \longrightarrow \tfrac{1}{\sqrt{2}}(K_S^0K_L^0 - K_L^0K_S^0)$$

Man kann weiterhin $K\overline{K}$-Wellenfunktion konstruieren, die gleichzeitige Eigenfunktionen zum Isospin und zur C-Parität sind (siehe Tab. 1.4). Eine ausführlichere Darstellung ist in [17] zu finden. Aus Tab. 1.4 ersieht man sofort, daß $K_S^0K_S^0$-Resonanzen die Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{++}$, 2^{++}, ... haben müssen.

I	I_3	C	$K\overline{K}$-Flavour-Wellenfunktionen	G	L	J^{PC}
0	0	+1	$(K_L^0K_L^0 - K_S^0K_S^0 - K^+K^- - K^-K^+)/\sqrt{2}$	+1	gerade	$0^{++}, 2^{++}, ...$
0	0	-1	$(K_S^0K_L^0 - K_L^0K_S^0 - K^+K^- + K^-K^+)/\sqrt{2}$	-1	ungerade	$1^{--}, 3^{--}, ...$
1	0	+1	$(K_L^0K_L^0 - K_S^0K_S^0 + K^+K^- + K^-K^+)/\sqrt{2}$	-1	gerade	$0^{++}, 2^{++}, ...$
1	0	-1	$(K_S^0K_L^0 - K_L^0K_S^0 + K^+K^- - K^-K^+)/\sqrt{2}$	+1	ungerade	$1^{--}, 3^{--}, ...$

Tabelle 1.4: *Die gemeinsamen $K\overline{K}$-Eigenfunktionen zu I und C. Für das $K_S^0K_S^0$-System gilt immer $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, ...$, der Isospin kann 0 oder 1 sein.*

Bei der Anwendung der Clebsch-Gordan-Koeffizienten ist Vorsicht geboten, wenn Teilchen und Antiteilchen miteinander gekoppelt werden. In [19] wird darauf hingewiesen, daß bei der Transformation eines Isospindubletts in sein Antidublett genau ein negatives Vorzeichen auftritt. Auf Quarkebene läßt sich dieser Sachverhalt schreiben als :

$$\hat{G}\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{d} \\ -\overline{u} \end{pmatrix}$$

Das negative Vorzeichen wird an anderen Stellen auch vor das $\overline{d}$ geschrieben statt vor das $\overline{u}$. Im Prinzip hat man hier freie Wahl, unterschiedliche Konventionen an dieser Stelle führen aber dazu, daß in den komplizierteren Wellenfunktionen der Mesonen und Mehr-Mesonenzustände die Konsistenz der Vorzeichen zwischen den beiden Konventionsregeln kaum noch überprüft werden kann.

Mit den in dieser Arbeit gewählten Konventionen für die C-Eigenwerte der neutralen Kaonen kann man die Standard-Clebsch-Gordan-Koeffizienten [3] für die Kopplung der Isospinfunktionen in den Zwei-Kaonsystemen verwenden, während die Konvention in [18] bei der Einbindung von Antiteilchen Clebsch-Gordan-Koeffizienten erfordert, die in manchen Vorzeichen unterschiedlich sind (für die geladenen Kaonen gilt dies analog).

Die gemeinsamen $K\overline{K}$-Eigenfunktionen zum Isospin und zur C-Parität in Tab. 1.4 werden konstruiert, indem man zuerst nur die Eigenzustände zum Isospin

$$|I\ I_3> = |0\ 0> = \frac{1}{\sqrt{2}}|K^0\overline{K^0}\ -\ K^+K^- > \tag{1.11}$$

$$|I\ I_3> = |1\ 0> = \frac{1}{\sqrt{2}}|K^0\overline{K^0}\ +\ K^+K^- > \tag{1.12}$$

erstellt und dann durch Addition der komplex konjugierten Zustände die gleichzeitigen Eigenfunktionen zum $\hat{C}$-Operator erhält.

Die Systeme $K^0_S K^0_S \pi^0$und $K^0_S K^0_S \eta$

Tab. 1.4 zeigt, daß das $K^0_S K^0_S$-System Isospin 0 oder 1 haben kann, die z-Komponente ist wegen seiner Ladungsneutralität in beiden Fällen 0.

Für das π^0 gilt : $|I\ I_3 >= |1\ 0>$, deshalb gilt für das Gesamtsystem $K^0_S K^0_S \pi^0$:

$$|I\ I_3> = |0\ 0>\ oder\ |1\ 0>$$

Im Prinzip läßt sich auch eine Isospinfunktion mit I = 2 konstruieren, aber diese ist für das $p\overline{p}$ -System nicht möglich und wird bei der Annihilation deshalb nicht produziert.

Aus den Quantenzahlen des π^0 ($I^G J^{PC} = 1^- 0^{-+}$) und des $K^0_S K^0_S$-Systems (Tab. 1.4 lassen sich die Quantenzahlen des Gesamtsystems $K^0_S K^0_S \pi^0$ermitteln :

- $C(K^0_S K^0_S \pi^0) = +1$
- $J^P(K^0_S K^0_S \pi^0) = 0^-, 1^+, 2^-, 2^+$ für $J \leq 2$
- $I^G(K^0_S K^0_S \pi^0) = 0^+, 1^-$

$$\boldsymbol{p\overline{p} \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0}$$

$^{2S+1}l_J$ ($p\overline{p}$)	$I^G J^{PC}(p\overline{p}$)	$I^G J^{PC}(K^0_S K^0_S)$	$l(K^0_S K^0_S, \pi^0)$
$^1S_0$	0^+0^{-+}	1^-0^{++}	0
	1^-0^{-+}	0^+0^{++}	0
	0^+0^{-+}	1^-2^{++}	2
	1^-0^{-+}	0^+2^{++}	2
$^3P_1$	0^+1^{++}	1^-0^{++}	1
	1^-1^{++}	0^+0^{++}	1
	0^+1^{++}	1^-2^{++}	1
	1^-1^{++}	0^+2^{++}	1
$^3P_2$	0^+2^{++}	1^-2^{++}	1
	1^-2^{++}	0^+2^{++}	1

Tabelle 1.5: *Quantenzahlen in der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0$. Der Bahndrehimpuls zwischen dem $K^0_S K^0_S$-System und dem π^0 ist mit $l(K^0_S K^0_S, \pi^0)$ bezeichnet.*

Ein Vergleich mit Tab. 1.3 ergibt dann, aus welchem Protonium-Ausgangszustand die Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0$stattfinden kann (siehe Tab 1.5).

Für den Endzustand $K^0_S K^0_S \eta$ sind alle Betrachtungen analog mit dem einzigen Unterschied, daß $I^G(\eta) = 0^+$ im Gegensatz zu $I^G(\pi^0) = 1^-$. Die möglichen Übergänge für die Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^0_S K^0_S \eta$ sind in Tab. 1.6 zusammengefaßt.

$$\boldsymbol{p\overline{p} \rightarrow K^0_S K^0_S \eta}$$

$^{2S+1}l_J$ ($p\overline{p}$)	$I^G J^{PC}(p\overline{p}$)	$I^G J^{PC}(K^0_S K^0_S)$	$l(K^0_S K^0_S, \eta)$
$^1S_0$	0^+0^{-+}	0^+0^{++}	0
	1^-0^{-+}	1^-0^{++}	0
	0^+0^{-+}	0^+2^{++}	2
	1^-0^{-+}	1^-2^{++}	2
$^3P_1$	0^+1^{++}	0^+0^{++}	1
	1^-1^{++}	1^-0^{++}	1
	0^+1^{++}	0^+2^{++}	1
	1^-1^{++}	1^-2^{++}	1
$^3P_2$	0^+2^{++}	0^+2^{++}	1
	1^-2^{++}	1^-2^{++}	1

Tabelle 1.6: *Quantenzahlen in der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^0_S K^0_S \eta$*

Kapitel 2

Das Crystal-Barrel-Experiment

2.1 Der Niederenergie-Antiprotonring (LEAR) am CERN

Seit 1981 wurden am Niederenergie-Antiprotonenring (LEAR) am CERN Experimente mit Antiprotonen durchgeführt. Der Betrieb des LEAR wurde Ende 1996 eingestellt, für weitere Experimente mit Antiprotonen soll in Zukunft der Antiproton Accumulator (AA) zu einem Antiproton Decelerator (AD) umgebaut werden.

Abbildung 2.1: Der CERN-Antiprotonenkomplex, an dessen unteren Ende der Low Energy Antiproton Ring (LEAR) zu erkennen ist. Das Crystal-Barrel-Experiment befindet sich am Strahlrohr C2.

Zur Herstellung von Antiprotonen mit einem mittleren Impuls von 3,5 GeV/c werden Protonen, die am Protonsynchrotron (PS) auf eine Energie von 25,6 GeV beschleunigt werden, auf ein Wolframtarget geschossen. Durch das Anlegen eines magnetischen Feldes spezieller Krümmung (*magnetisches Horn*) können die anfangs weit auseinanderfliegenden Antiprotonen auf eine Strahlachse fokussiert und in den Antiproton Accumulator (AA) eingeführt werden.

Nun muß der Antiprotonenstrahl gekühlt werden, um eine möglichst niedrige Impulsunschärfe und Emittanz zu erreichen. Neben der Elektronenkühlung, bei der Impulsschwankungen an einen parallel laufenden Elektronenstrahl abgegeben werden, wird das Verfahren der stochastischen Kühlung verwendet, das speziell zu diesem Zweck am CERN entwickelt wurde [20].

Der gekühlte Antiprotonenstrahl wird nun im PS auf einen Impuls von 600 MeV/c abgebremst und anschließend in den LEAR eingespeist. Hier stehen etwa 10^{11} Antiprotonen pro Stunde zur Verfügung, die mit einer Impulsunschärfe von $\Delta p/p \approx 5 \cdot 10^{-4}$ und einer horizontalen Strahlemittanz von $2\pi \cdot mm \cdot mrad$ exzellente experimentelle Bedingungen lieferten.

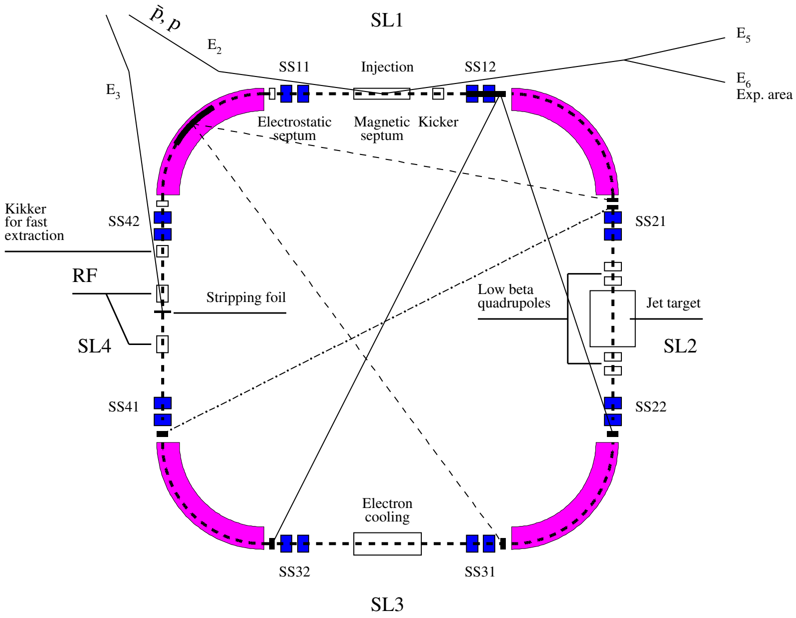


Abbildung 2.2: *Der Low Energy Antiproton Ring (LEAR). Die eingezeichneten Querverbindungen übertragen die Steuersignale für die stochastische Kühlung. Über das Strahlrohr E6 wurden die Antiprotonen zum Crystal-Barrel-Experiment geleitet.*

2.2 Der Crystal-Barrel-Detektor

Der Crystal-Barrel-Detektor (Abb. 2.3, [21]) wurde mit dem Ziel der möglichst vollständigen Messung aller Endzustände der Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe konzipiert, wobei erstmals auch die Untersuchung der rein neutralen Endzustände ermöglicht wurde. Die verschiedenen Detektorkomponenten sind daher symmetrisch um das Target angebracht.

Ein 100 μm dickes Berylliumfenster dient zur Abgrenzung vom LEAR-Vakuum. Vor dem Eintritt in das Target treffen die Antiprotonen auf verschiedene Siliziumzähler, die das Startsignal für die Ausleseelektronik geben und zur Justierung des Strahls dienen.

Durch ein 50 μm dickes Mylarfenster tritt der Strahl in das Target ein. Dieses war bei der Aufnahme der in dieser Arbeit untersuchten Daten mit flüssigem Wasserstoff gefüllt, in anderen Strahlzeiten wurde auch gasförmiger Wasserstoff oder flüssiges Deuterium verwendet.

Zwei zylindrische Vieldrahtproportionalkammern, die die Anzahl der bei der Reaktion entstandenen geladenen Teilchen bestimmen, umhüllen das Target. Daran schließt sich die Jetdriftkammer an, in der die Impulse und Bahnen der geladenen Teilchen gemessen werden.

In der Zwischenzeit wurde am Crystal-Barrel-Experiment auch ein Silizium-Vertexdetektor entwickelt, der mit einem Radius von 1,3 cm sehr viel näher am Annihilationspunkt liegt als die innere Vieldrahtproportionalkammer und sich exzellent zur Anreicherung von kaonischen Endzustandskanälen eignet [22].

Um diese Kammern sind 1380 CsJ-Kristalle angebracht, die dem Nachweis der neutralen Teilchen dienen. Die Form der Kristallanordnung erinnert an ein Faß, was dem Detektor seinen Namen verlieh (engl. *barrel* = Faß). Die Kristalle sind jeweils 30 cm lang, was etwa 16 Strahlungslängen entspricht. Das komplette Kalorimeter überdeckt einen Raumwinkel von $0.97 \times 4\pi$, wobei die fehlenden drei Prozent durch die Öffnungen für das Strahlrohr bedingt sind.

Das gesamte Detektorsystem ist umschlossen von einem Magneten, dessen Symmetrieachse mit der Strahlachse zusammenfällt und der im Bereich der Jetdriftkammer ein homogenes Magnetfeld von 1,5 Tesla erzeugen kann.

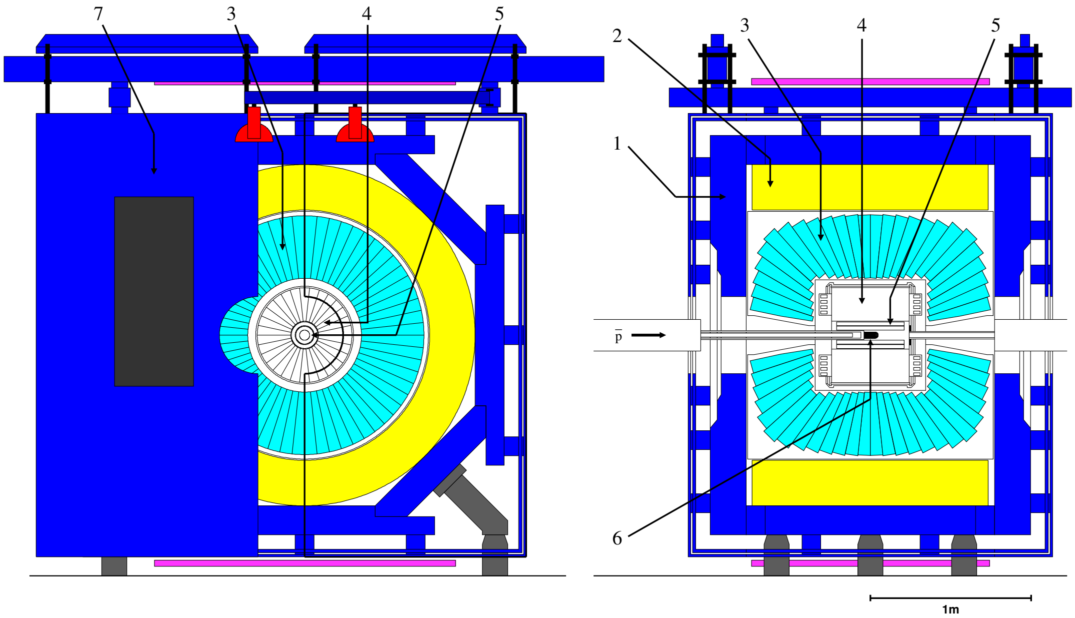


Abbildung 2.3: *Querschnitt durch den Crystal-Barrel-Detektor senkrecht zur Strahlachse (links) und längs dazu (rechts).*

1 : Magneteisenjoch
2 : Magnetspule
3 : CsJ-Kristalle
4 : Jet-Driftkammer (JDC)
5 : Proportionaldrahtkammer (PWC)
6 : Target

2.3 Die Eingangszähler und das Target

Das Flüssigwasserstofftarget des Crystal-Barrel-Experiments (Abb. 2.4) hat einen Durchmesser von 17 mm und eine Länge von 44 mm. Einfallende Antiprotonen mit einem Impuls von 200 MeV/c^2 werden durch Coulombstöße mit den Hüllenelektronen des Wasserstoffs vollständig gestoppt und annihilieren mit den Protonen in der Targetmitte innerhalb eines Bereiches longitudinaler Richtung von etwa 0,6 mm.

33 bzw. 28 mm vor dem Targeteingangsfenster befinden sich zwei Siliziumeingangsdetektoren, wobei ersterer (S_1 : Durchmesser 18 mm, Dicke 100 μm) aus einem Stück besteht und von dem zweiten Zähler (S_{2-5}), der vierfach unterteilt ist, vollständig überdeckt wird (Abb. 2.5).

Die Siliziumeingangsdetektoren haben die Aufgabe, die einfallenden Antiprotonen einzeln zu identifizieren und das Auslösesignal für die Ausleseelektronik zu liefern. Außerdem können mittels der Zählerinformationen Position und Fokussierung des Strahls optimiert werden.

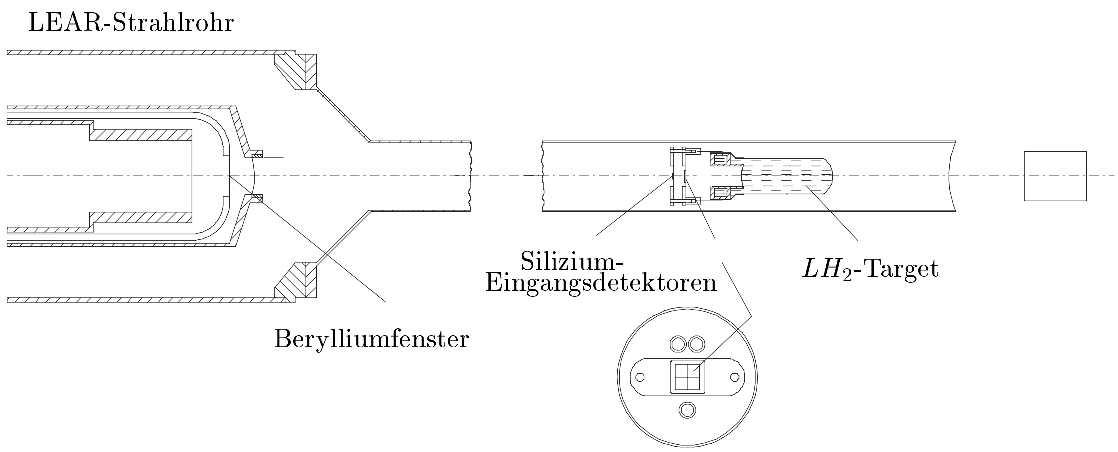


Abbildung 2.4: *Aufbau von LEAR-Strahlrohr, Silizium-Eingangsdetektoren und Flüssigwasserstofftarget in der Strahlzeit im Oktober 1993*

2.4 Die Vieldrahtproportionalkammern (PWC)

Das Target wird von zwei zylindrischen Proportionalkammern (PWC) umgeben, deren 35 cm langen Drähte konzentrisch um die Strahlachse angebracht sind. Die 90 Anodendrähte der inneren Kammer haben einen Abstand von 25 mm von der Strahlachse, die 150 Anodendrähte der äußeren Kammer 50 mm. Jede Kammer ist von einem 22 μm dicken Kathodenzylinder umgeben. Ein Gasgemisch aus 69,5% Argon, 30% Ethan und 0,5% Freon sorgt bei einer angelegten Spannung von 2450 V für eine optimale Effizienz von über 99% bezüglich der Erkennung geladener Teilchen.

Durch die PWC kann schnell die Anzahl der geladenen Teilchen in einem Ereignis bestimmt werden. Sie wird deshalb als Trigger auf rein neutrale Endzustände benutzt, aber auch auf Endzustände, die geladene K^0_S-Zerfälle ($K^0_S \rightarrow \pi^+\pi^-$) beinhalten, wenn diese Zerfälle erst außerhalb der PWC stattfinden (näheres in Kap. 4.1).

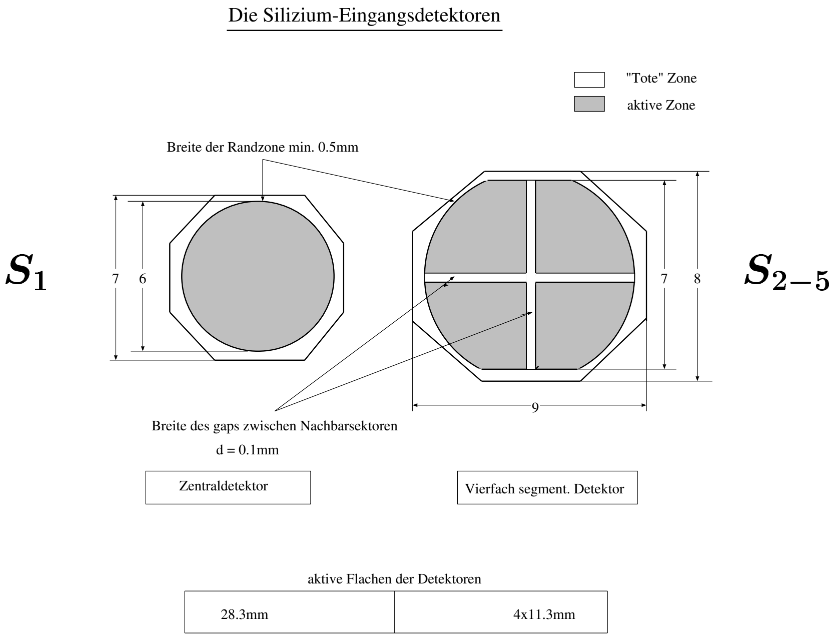


Abbildung 2.5: *Skizzenhafte Darstellung der Silizium-Eingangsdetektoren, die in der Strahlzeit im Oktober 1993 verwendet wurden.*

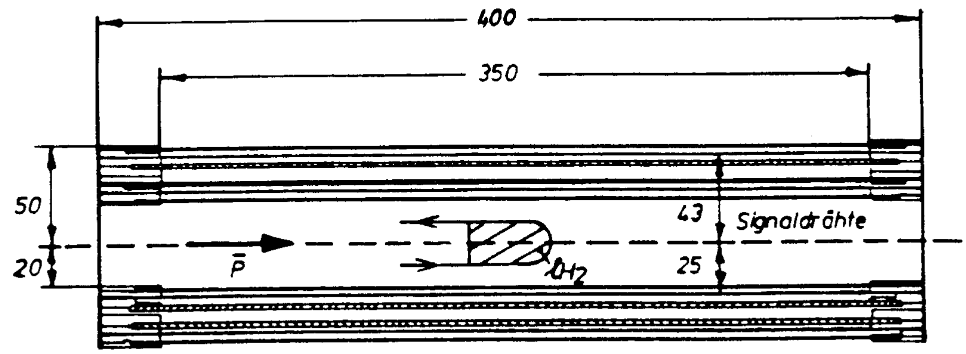


Abbildung 2.6: *Querschnittsansicht der PWC*

Die innere Kammer umfaßt einen Raumwinkel von $0.99 \times 4\pi$, die äußere $0.97 \times \pi$.

2.5 Die Jet-Driftkammer (JDC)

An die PWC schließt die Jet-Driftkammer (JDC) an, deren Aufgabe es ist, die im homogenen Magnetfeld gekrümmten Spuren geladener Teilchen zu rekonstruieren und deren Impulse sowie spezifischen Energieverlust zu ermitteln.

Die JDC ist in 30 Sektoren aufgeteilt, die konzentrisch um die Strahlachse angebracht sind. Benachbarte Sektoren werden jeweils durch eine Ebene aus 45 Felddrähten voneinander getrennt. In jedem Sektor befinden sich parallel zur Strahlachse 23 Signaldrähte, zwischen denen jeweils ein Korrekturdraht verläuft. Um Rechts-Links-Zweideutigkeiten in der Spurrekonstruktion klären zu können, sind die Signalddrähte in abwechselnder Richtung jeweils um 0,2 mm aus der Mittelebene verschoben (*staggering*), was in Abb. 2.8 verdeutlicht wird.

Da die Driftgeschwindigkeit sehr langsam gegen die Geschwindigkeit des ionisierenden Teilchens ist, kann man anhand der unterschiedlichen Driftzeiten zu den jeweiligen Drähten die r- ϕ- Bahnkoordinaten des Teilchens bestimmen. Als Nullpunkt der Zeitbestimmung wird für alle Drähte der Zeitpunkt genommen, an dem das einfallende Antiproton im Siliziumeingangszähler ein Signal auslöst.

Die Signaldrähte haben eine Länge von 400 mm und einen Widerstand von 29,7 Ω/cm. Aus der unterschiedlichen Stärke der an beiden Enden gemessenen Ladung bestimmt man die z-Komponente der Teilchenbahn.

Die JDC deckt einen Raumwinkel von 95% von 4π ab, der sich aber effektiv reduziert, da mindestens drei Drähte getroffen werden müssen, damit eine Teilchenbahn rekonstruiert werden kann. Oft werden sogar 10 oder 18 getroffene Drähte verlangt, oder auch explizit Signale in den äußeren oder mittleren Lagen, wodurch der Raumwinkel dementsprechend verkleinert wird.

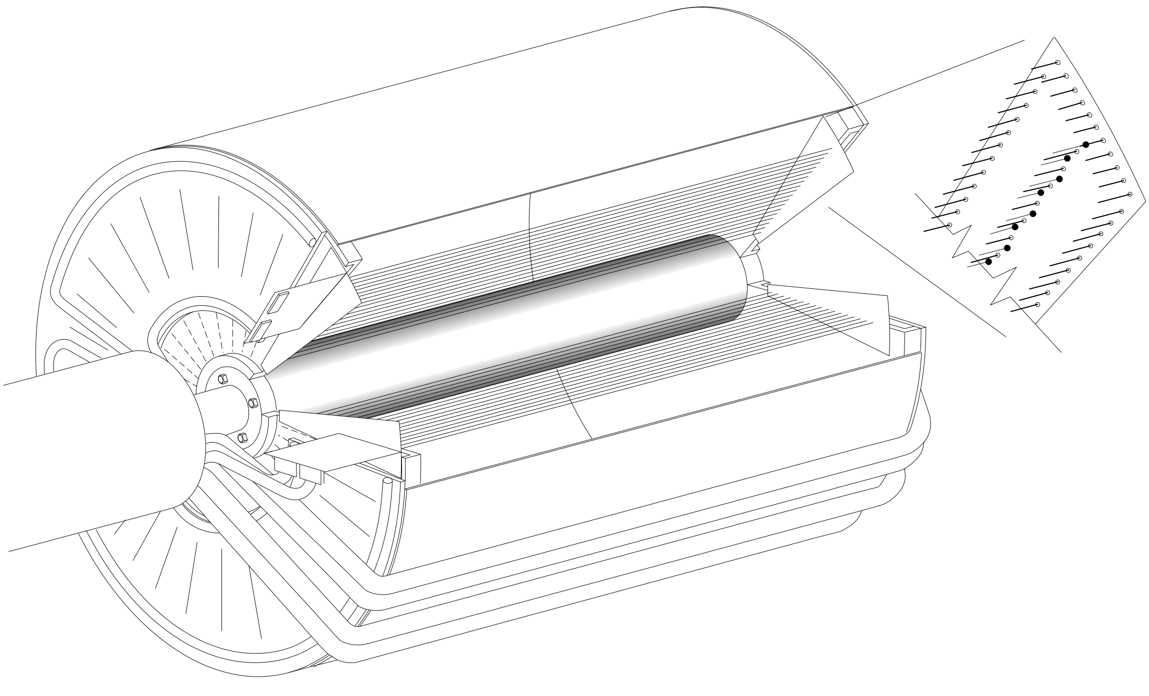


Abbildung 2.7: *Schematische Darstellung der JDC. Die Lage der Signal- und Felddrähte wird in dem vergrößerten Ausschnitt der Kammerwand verdeutlicht.*

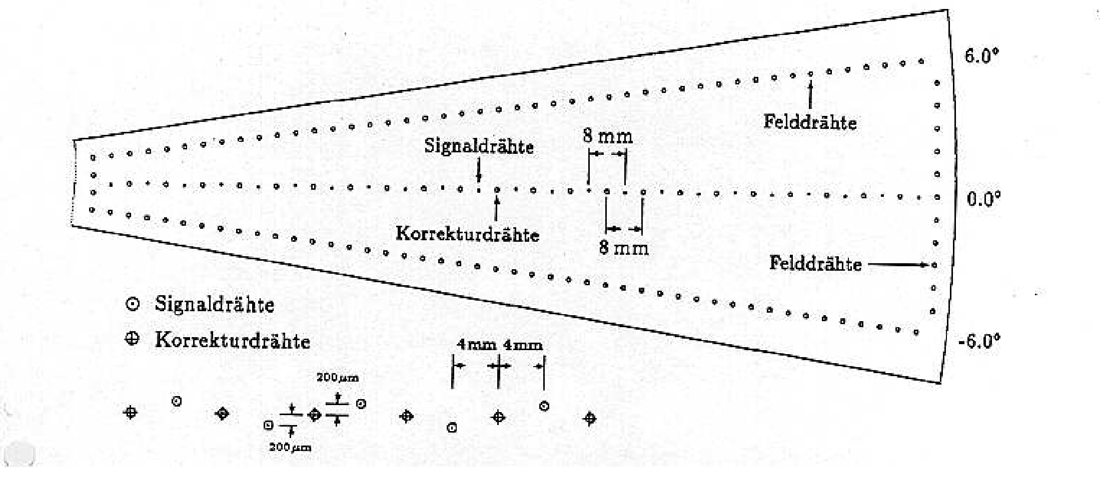


Abbildung 2.8: *Seitenansicht eines JDC-Segments und Verdeutlichung des Staggerings, das zur Auflösung der Rechts-Links-Ambiguitäten des vermessenen Spurverlaufs dient.*

2.6 Das elektromagnetische Kalorimeter

Die Detektorkomponenten, die die Multiplizität und die Spuren der geladenen Teilchen vermessen, werden von einem elektromagnetischen Kalorimeter umschlossen, das aus 1380 CsJ(Tl)-Kristallen besteht.

Das gesamte Kalorimeter überdeckt den kompletten Raumwinkel bis auf die Bereiche $0^0 - 12^0$ und $168^0 - 180^0$ des Polarwinkels θ, die wegen des Strahldurchlasses ausgespart werden müssen. Jeder einzelne Kristall erfaßt dabei sowohl azimutal als auch polar einen Raumwinkel von 6^0, wobei der Azimutwinkel der Kristalle, die nahe der Ein- und Austrittslöcher des Strahls liegen, auf 12^0 erhöht wurde, um nicht zu kleine Kristalle zu erhalten. In Abb. 2.6 werden der Azimutwinkel ϕ und der Polarwinkel θ, sowie die Anordnung der 1380 Kristalle in der ϕ-θ-Ebene verdeutlicht.

Die Kristalle sind jeweils von einer Titanhülle umgeben, die sowohl zur optischen Trennung als auch zur mechanischen Stabilisierung dient. Sie sind allesamt zu dem durch die Targetmitte definierten Detektormittelpunkt ausgerichtet und ihre Abstände zu diesem variieren wegen der Zylinderform der JDC zwischen 28,516 cm und 39,998 cm.

Das Gesamtgewicht der Kristalle beträgt ungefähr vier Tonnen und wird von einer Konstruktion aus einer Aluminiumlegierung getragen. Diese Konstruktion besteht aus zwei Hälften, die leicht auseinanderzuschieben sind. In der Mitte der beiden Hälften ($\theta = 90^0$) befindet sich eine 4 mm dicke Aluminiumplatte.

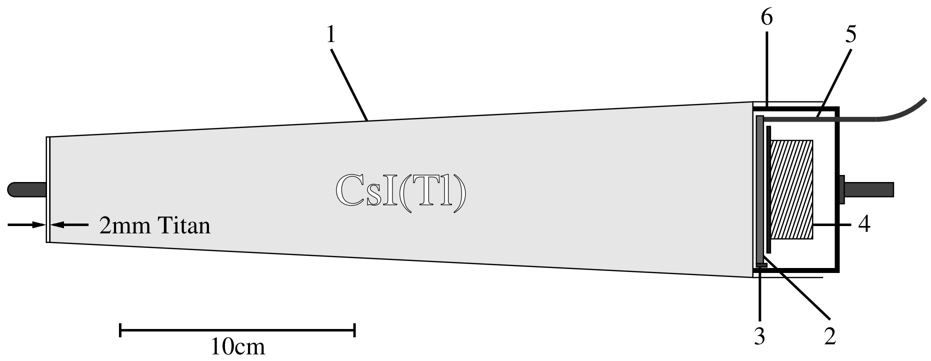


Abbildung 2.9: *Seitenansicht eines CsJ-Kristalls : (1) 0,1 mm Titanhülle, (2) Wellenlängenschieber, (3) Photodiode, (4) Vorverstärker, (5) Lichtfaser, (6) Messingabdeckung*

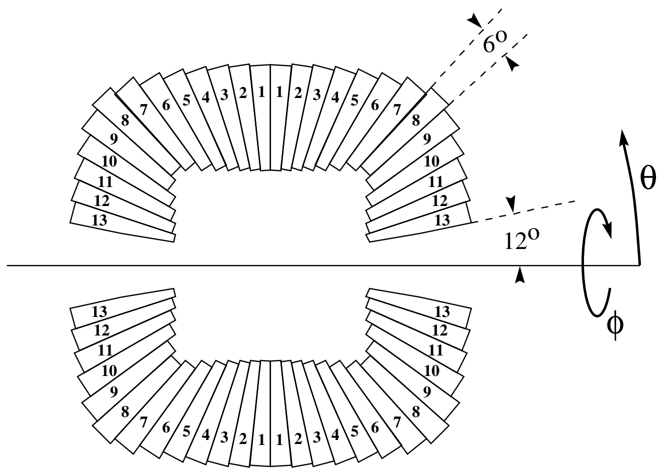


Abbildung 2.10: *Querschnittsansicht des aus 1380 CsJ-Kristallen bestehenden Kalorimeters : Verdeutlichung der Definition von Azimutal- und Polarwinkel, sowie Prinzip der Numerierung der Kristalle.*

2.7 Das Triggersystem

Für die selektive Aufzeichnung von kaonischen Endzuständen ist ein leistungsfähiges Triggersystem eine unabläßliche Voraussetzung. Kaonische Kanäle sind in der $p\overline{p}$ -Annihilation aufgrund ihrer Seltsamkeit stark unterdrückt gegenüber nicht-kaonischen Endzuständen und müssen bei der Datennahme deshalb angereichert werden.

Das Triggersystem verarbeitet die gemessenen Daten und versucht eine schnelle Entscheidung zu treffen, ob das gesamte Ereignis ausgelesen und aufgezeichnet werden soll. Ist der Entscheidungsprozeß schneller als die Ereignisauslese, kann man dadurch die Aufzeichnungsrate derjenigen Ereignisse steigern, an denen man ein besonderes Interesse hat. Stehen mehrere Entscheidungskriterien zur Verfügung, kann man den Trigger in mehrere Stufen verschiedener Schnelligkeit unterteilen, um den Entscheidungsprozeß zeitlich zu optimieren. Das am Crystal-Barrel-Detektor verwendete dreistufige Triggersystem wird anhand Tab. 2.1 näher erläutert.

In der nullten Triggerstufe wird im Silizium-Eingangszähler gemessen, ob und zu welchem Zeitpunkt ein Antiproton in das Target eintritt. In einem Diskriminator sind eine untere und eine obere Schwelle gesetzt (oberhalb des Rauschens und unterhalb des Signals, das bei einer Annihilation im Siliziumzähler zu erwarten ist), innerhalb der sich das Energiesignal befinden muß. Ein Signal in den Eingangszählern gilt als Startsignal für die gesamte Ausleseelektronik des Detektors und gleichzeitig als Referenzzeitpunkt für die Auslese der JDC-Drähte, anhand derer die Driftzeiten berechnet werden.

Löst ein zweites $\overline{p}$ ein Signal aus, während die Detektorauslese noch nicht abgeschlossen ist, wird für das Ereignis eine Markierung (*pile-up flag*) gesetzt, da es möglich ist, daß die Signale einer zweiten Annihilation die Messung der ersten überlagern.

Bei höheren Impulsen des einfallenden Antiprotons (Annihilationen im Fluge - *inflight annihilations*) ist die gesamte Annihilationswahrscheinlichkeit im Target stark herabgesetzt, so daß ein Vetozähler hinter dem Target benötigt wird, um diejenigen Antiprotonen zu erkennen, die ohne Annihilation durch das Target fliegen.

In der ersten Triggerstufe werden in der PWC und in der JDC die Multiplizitäten geladener Teilchen gemessen. Endzustände, die ein geladen zerfallendes K_S^0 beinhalten ($K_S^0 \to \pi^+\pi^-$, $c\tau = 2,675\ cm$), können hier stark angereichert werden, wenn man genau 0 Signale in der ersten PWC verlangt und genau zwei in einer Lage (oder mehreren) der JDC. Der Trigger, der beim Aufzeichnen des in dieser Arbeit untersuchten Datensatzes verwendet wurde, wird in Kap. 4.1 näher erläutert.

Mit den Informationen aus dem Kalorimeter wird unter Verwendung eines „Fast Cluster Encoders“ (FACE) eine schnelle Berechnung der Cluster-Multiplizität (siehe Kap. 3.2 für die Definition eines Clusters) in der Kristallmatrix vorgenommen, von der aus auf die Multiplizität neutraler Teilchen geschlossen werden kann.

Die zweite Triggerstufe verwertet globale Informationen aus dem CsJ-Kalorimeter, wie die Berechnung der Gesamtenergie oder von invarianten Massen, oder es werden bereits Cluster rekonstruiert. Diese Triggerstufe ist natürlich wesentlich langsamer und wird zum Beispiel zur Anreicherung von η-Kanälen verwendet.

Erfüllt ein Ereignis alle Kriterien der einzelnen Triggerstufen, werden alle Daten, die in den verschiedenen Detektorkomponenten gemessen wurden, auf ein Magnetband geschrieben. Die Auslese erfolgt für alle Detektorkomponenten parallel unter Verwendung eines Motorola-Prozessors '60020'. Nach Formatierung werden die Daten an eine μVAX3600 gesendet und dann auf ein Magnetband geschrieben.

Detektorkomponente	Trigger-Kriterium	Triggerstufe	Entscheidungszeit [μs]
Si-Eingangszähler	Erkennen eines $\overline{p}$ (ggf. Vetozähler in Antikoinzidenz) $\to$Start der Ausleseelektronik	0	0,1
PWC, JDC CsJ-Kristalle	geladene Multiplizitäten neutrale Multiplizitäten	1	25
CsJ-Kristalle	Gesamtenergie Zahl lokaler Maxima invariante Massen	2	100 - 1000

Tabelle 2.1: *Skizzenhafte Darstellung der Aufgaben und Entscheidungszeiten der verschiedenen Triggerstufen.*

Kapitel 3

Die Signale der Photonen und der geladenen Pionen im Detektor

Prinzipiell können natürlich alle im Detektor entstehenden Teilchen mit allen Komponenten des Detektors in Wechselwirkung treten.

Die für die Messung relevanten Signale entstehen durch spezifischen Energieverlust geladener Teilchen im Gasvolumen der JDC und durch elektromagnetische bzw. hadronische Schauer der Photonen bzw. der Hadronen in den CsJ-Kristallen.

Insbesondere in der Wand und der Aufhängung des Targets, sowie an den Drähten der PWC und der JDC finden jedoch unerwünschte Wechselwirkungen statt, die durch geeignete Wahl des Materials möglichst klein gehalten werden sollen, da hier entstehende Signale nicht verwendet werden können.

3.1 Die Wechselwirkung der Photonen mit dem CsJ-Kalorimeter

Die Energie der bei der $p\overline{p}$-Annihilation entstehenden Photonen ist in der Regel so groß ($E_\gamma \gg 1MeV$), daß bei der primären Wechselwirkung mit den CsJ-Kristallen der Prozeß der Elektron-Positron-Paarproduktion dominiert. Die Energie dieser leichten geladenen Teilchen ist so hoch, daß sie ihre Energie in Form von Bremsstrahlung im Kalorimeter verlieren, wobei es wieder zur Bildung von Photonen kommt, während die Positronen zusätzlich die Möglichkeit haben, mit den Elektronen des Kalorimetermaterials unter Aussendung von Photonen zu annihilieren. Dieser Prozeß wiederholt sich kaskadenartig, hauptsächlich in longitudinaler Richtung, bis die immer neu entstehenden Sekundärteilchen so energiearm werden, daß eine „kritische“ Energie E_c erreicht wird. Von diesem Punkt an verlieren die Schauerteilchen ihre Energie überwiegend durch Ionisation oder Anregung der Kristallatome und die Kaskade bricht ab. Die Strahlungslänge X_0, bei der das Photon seine Energie bis auf den 1/e-ten Teil des Anfangswertes abgegeben hat, ist eine charakteristische Größe für die longitudinale Schauertiefe. Die Anzahl der entstehenden Sekundärteilchen ist statistisch um den Mittelwert $< N >$ verteilt, der proportional zur einfallenden Energie ist, wenn diese vollständig deponiert wurde.

Mit abnehmender Photonenenergie ($E_\gamma \approx 1MeV$) dominiert der Compton-Effekt gegenüber der Paarbildung und führt verstärkt zu einer lateralen Schauerausbreitung. Eine charakteristische Größe dafür ist der Molière-Radius, der mit

$$R_M \approx \frac{21MeV}{E_c} X_0 \approx 7 \frac{A}{Z} \frac{g}{cm^2} \qquad (A : Molmasse, Z : Ordnungszahl)$$

grob abgeschätzt werden kann [23].

Für die am Crystal-Barrel Experiment verwendeten, mit Thallium dotierten, CsJ-Kristalle wurden folgende Werte gemessen [24] :

$$Strahlungslänge\ X_0 = 1,86\ cm$$

$$Molière - Radius\ R_M = 3,8\ cm$$

Bei Schauersimulationen mit Photonen einer Energie von 2000 MeV wurde ermittelt, daß die Hälfte der Primärenergie bei $x_{med} = 6,5X_0$ und 98% bei $L(98\%) = 3x_{med} \approx 37cm$ abgegeben werden. In lateraler Richtung ist die Gesamtenergie zu 99% innerhalb eines Zylinders mit dem Radius $R(99\%) \approx 3R_M \approx 11cm$ um die Flugrichtung des einfallenden Primärteilchens enthalten [25].

Ein ideales Kalorimeter soll die gesamte Energie eines Photons absorbieren und dies muß bei der Dimensionierung des Detektors beachtet werden. Die Photonen haben bei der $p\bar{p}$-Annihilation in Ruhe Energien von höchstens etwa 1000 MeV und so dürfte in longitudinaler Richtung keine Energie verloren gehen, wenn die CsJ-Kristalle 30 cm lang sind.

3.2 Die Energiemessung von Photonen im CsJ-Kalorimeter

Ein Photon löst in den Kristallen einen elektromagnetischen Schauer aus. Ein Kristall gilt als von einem elektromagnetischen Schauer getroffen, wenn sein Energieeintrag mehr als 1 MeV beträgt. Die Gesamtheit aller benachbarten Kristalle, deren Energieeintrag mehr als 1 MeV beträgt, wird als *Cluster* (Abb. 3.2) bezeichnet.

In einem Cluster befindet sich mindestens ein Kristall, dessen Energieeintrag größer ist als die aller seiner Nachbarn (*lokales Maximum*), wobei zwei Kristalle als Nachbarn gelten, wenn sie mindestens eine Ecke oder eine Kante in der Kristallmatrix (Abb. 3.1) gemeinsam haben. Befindet sich nur ein lokales Maximum in einem Cluster, so errechnet sich die Gesamtenergie des Photons aus der Summe aller Kristallenergien in diesem Cluster und seine Winkelkoordinaten aus der Schwerpunktbildung der Energieeinträge. Das so definierte Signal bezeichnet man als *PED (Particle Energy Deposit)*.

Üblicherweise stellt man folgende drei Anforderungen an ein PED und bezeichnet es dann als „golden-γ“ :

- Der Energieeintrag mindestens eines Kristalls in einem Cluster soll mehr als 13 MeV betragen
- Es werde nur Kristalle berücksichtigt, deren Energieeintrag mehr als 1 MeV beträgt
- Ein PED soll eine Mindestenergie von 10 MeV haben (< 13 MeV möglich bei Zwei- oder Mehr-PED Clustern)

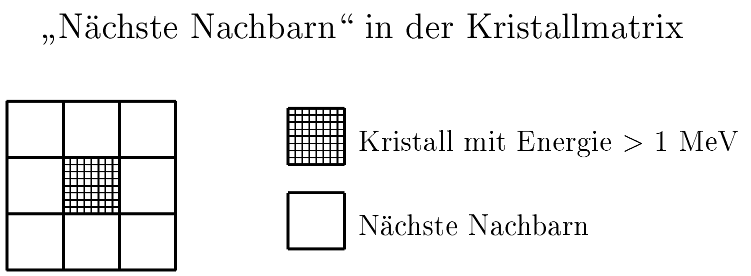


Abbildung 3.1: *Definition der „nächsten Nachbarn“ in der Kristallmatrix*

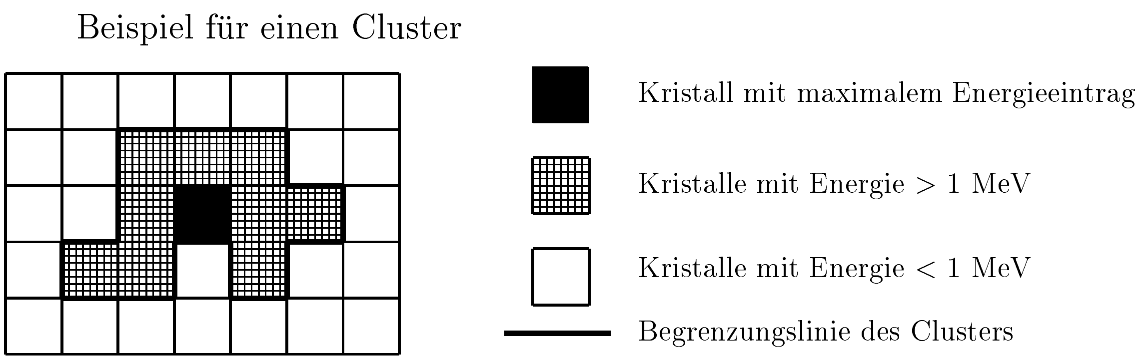


Abbildung 3.2: *Ein Cluster in der Kristallmatrix ist die Gesamtheit aller benachbarten Kristalle, die einen Energieeintrag von mindestens 1 MeV aufweisen.*

Elektromagnetische Splitoffs

Treten in einem Cluster zwei lokale Maxima aus, werden zunächst zwei PEDs bestimmt, die entweder durch zwei verschiedene Photonen erzeugt worden sein können oder durch Schauerfluktuation eines einzelnen (*elektromagnetisches Splitoff*).

Da ein elektromagnetisches Splitoff in der Regel ein PED erzeugt, das räumlich sehr nahe bei dem Primärenergieeintrag liegt und gleichzeitig eine sehr viel geringere Energie besitzt als das primäre PED, kann es relativ einfach identifiziert werden.

Charakterisiert

$$A = \frac{E1 - E2}{E1 + E2}$$

den Energieunterschied zweier PEDs und Ψ den Öffnungswinkel zwischen ihnen, so wird das energieärmere dieser PEDs als elektromagnetisches Splitoff bezeichnet, wenn folgende drei Kriterien zutreffen (DOLBY-C-Methode [46]) :

1. PED-Energie < 100 MeV
2. $1 - A^2 < 0,45$ (große Energieasymmetrie)
3. $1 - cos\Psi < 0,2$ (kleiner Öffnungswinkel)

3.3 Die Signale der geladenen Teilchen im Detektor

Spezifischer Energieverlust von geladenen Teilchen in Materie

Geladene schwere Teilchen (z.B. geladene Mesonen) geben beim Durchgang durch Materie kinetische Energie überwiegend durch inelastische Streuung an den Hüllenelektronen der Atome ab. Die gestoßenen Elektronen werden dabei entweder in angeregte Zustände gehoben oder sie nehmen so viel Energie auf, daß sie den Atomverband verlassen. Die durch die Ionisation entstandenen freien Elektronen haben in der Regel so wenig kinetische Energie, daß diese lokal deponiert wird.

Vielfachstreuung im Coulombfeld der Kerne führt zu einer Ablenkung der Flugrichtung, trägt aber nur in geringem Maße zum Energieverlust bei. Starke Wechselwirkungen mit dem Atomkern sind wegen der kurzen Reichweite des Kernpotentials unwahrscheinlich.

Der Energieverlust der geladenen Teilchen findet über sehr viele Einzelstöße statt, kann aber bei Messungen als kontinuierlich angesehen werden. Der Energieverlust pro Längeneinheit durch Energieübertragung an die Atome des Mediums ist in sehr guter Näherung durch die Bethe-Bloch-Formel [26].

$$-(\frac{dE}{dx})_{ion} = 4\pi r_e^2 m_e c^2 N_0 \cdot \frac{Z\rho}{A} \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \cdot [ln\frac{2m_e c^2 \beta^2}{(1-\beta^2)I} - ln(1-\beta^2) - \beta^2] \qquad (3.1)$$

gegeben und wird auch als Bremsvermögen des durchstrahlten Materials bezeichnet. Das Subskript *ion* deutet an, daß die Energie im wesentlichen durch Ionisation der Atome abgegeben wird. $r_e = 2,8fm$ stellt den klassischen Elektronenradius dar, m_e die Elektronenmasse, N_0 die Avogadrozahl, Z und A die Ordnungszahl sowie das Atomgewichts des Materials, ze die Ladung, βc die Geschwindigkeit des bewegten Teilchens und I das effektive Ionisationspotential des Materials.

Das Bremsvermögen eines Materials ist annähernd proportional zu seiner Dichte und so ist das Massenbremsvermögen

$$\frac{dE}{dX} = \frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}$$

für gegebene Materialien, unabhängig von ihrer Dichte oder ihrem Aggregatszustand, etwa gleich.

Da sich der β-Faktor in Gleichung 3.1 für verschiedene Teilchen gleichen Impulses aufgrund ihrer Massendifferenzen unterscheidet, kann man die Information über den spezifischen Energieverlust zur Teilchenidentifikation verwenden. Allerdings ist dies nur für Teilchen mit niedrigem Impuls ($< 400 - 500 MeV/c$) möglich, da sich die Teilchenmasse bei höheren Impulsen nicht mehr wesentlich auf den β-Faktor auswirkt.

Rekonstruktion einer geladenen Spur

Im vorliegenden Kanal ist die Verwendung der Information über den spezifischen Energieverlust in der JDC nicht zur Teilchenidentifikation nötig. Die Triggerbedingungen und einfache Selektionsschritte garantieren eine eindeutige Identifikation der aus dem K_S^0-Zerfall entstehenden Pionen (Kap. 4).

Aus den in der JDC gemessenen Driftzeiten der durch Ionisation entstandenen Ladungsträger in bezug auf das Startsignal, das durch das Antiproton in den Eingangssiliziumzählern ausgelöst wird, kann man die Spuren der geladenen Teilchen rekonstruieren.

Über sechs freie Parameter wird eine Helix mit der Krümmung α an die Meßpunkte angepaßt, wobei der Transversalimpuls des Teilchens berechnet werden kann zu

$$p_\perp = \frac{e|B|}{\alpha}$$

Bezeichnet θ wie in Kap. 2.6 den Öffnungswinkel zur Strahlachse und definiert man $\lambda = 90^0 - \theta$, dann erhält man den Absolutwert des Teilchenimpulses durch

$$p = p_\perp \sqrt{1 + tan^2\lambda}$$

Hadronische Splitoffs

Da die geladenen Pionen nur einen kleinen Bruchteil ihrer Energie in der JDC verlieren, erzeugen sie in den Kristallen ein starkes Signal, das von einem photonischen Signal unterschieden werden muß. Dies geschieht zunächst mit Hilfe der in der JDC rekonstruierten Spur, aus der der Auftreffpunkt eines Pions in der Kristallmatrix ermittelt werden kann. Liegt dieser Auftreffpunkt innerhalb eines Clusters, so wird dieses dem geladenen Teilchen zugeordnet und nicht als Photon angesehen. Die in diesem Cluster deponierte Energie wird nicht zur Berechnung der Gesamtenergie des Ereignisses verwendet, da die Pionenergie in der JDC genauer bestimmt werden kann.

Da die von geladenen Teilchen erzeugten Cluster oft sehr groß sind und starke Schauerfluktuationen aufweisen, hat es sich als vorteilhaft erwiesen, ein hadronisches Cluster anders zu definieren als ein elektromagnetisches [47]. Ausgehend von einem Kristall, der mit dem Auftreffpunkt einer geladenen Spur in Korrelation gebracht werden kann, werden nun nicht nur seine nächsten Nachbarn danach untersucht, ob ihr Energieeintrag mehr als ein MeV beträgt, sondern auch weiter entfernt liegende (Abb. 3.3). In Abb. 3.4 wird an einem Beispiel verdeutlicht, wie die neue Definition der "nächsten Nachbarn" eines Kristalls dazu beiträgt, ein hadronisches Splitoff zu erkennen, das man sonst als ein photonisches PED gedeutet hätte.

Der Erfolg dieser 'TAXI-Methode' wird durch Abb. 3.5a bestätigt, in der die Gesamtenergie der Ereignisse dargestellt ist. Mit der alten Clusterdefinition wurden durch die Schauerfluktuationen mehr photonische PEDs vorgetäuscht (*hadronische Splitoffs*) als tatsächlich vorhanden und deren Energie in der Gesamtenergiebilanz somit doppelt gezählt (gestrichelte Linie). Durch deren Einbeziehung in den pionischen Cluster vermeidet man diesen Fehler, weshalb man nun viel weniger Ereignisse zählt, deren Gesamtenergie größer ist als die doppelte Protonenmasse (durchgehende Linie).

Diese neue Methode zur Clustererkennung wurde allerdings nur unter Verwendung von kolinearen Ereignissen ($p\overline{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$ und $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-$) ermittelt, bei denen die geladenen Teilchen eine wohldefinierte und relative hohe Energie besitzen und zudem keine Photonen auftreten. In der hier untersuchten Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0$ hat man es jedoch mit Pionen weit geringerer Energie und zudem noch mit sechs Photonen zu tun, die jeweils eine gewisse Wahrscheinlichkeit besitzen, in einem pionischen Cluster zu liegen und dann nicht mehr als PEDs erkannt zu werden.

Berechnet man die invariante Masse zwischen einem Signal, das als hadronisches Splitoff identifiziert wurde und einem von einem Photon erzeugten PED, so erkennt man ein deutliches Signal bei der π^0-Masse (Abb. 3.5b), was eindeutig darauf schließen läßt, daß einige von Photonen herrührende PEDs fälschlicherweise als hadronische Splitoffs identifiziert wurden.

In [47] wird gezeigt, daß dieser Nachteil in Kauf zu nehmen ist, da man auf der anderen Seite mit dieser Methode die Schauerausbreitung der experimentellen Daten durch die Monte-Carlo-Simulation optimal reproduzieren kann.

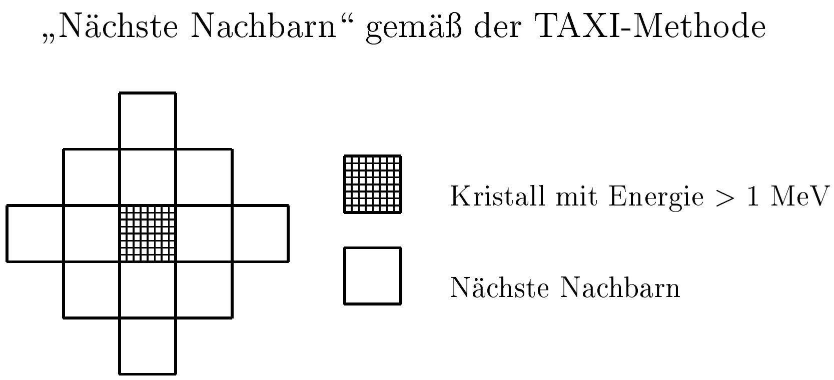


Abbildung 3.3: *Die TAXI-Methode sucht in etwas weiterer Umgebung eines Kristalls nach weiteren Kristallen oberhalb der Energieschwelle von 1 MeV und ordnet sie dem selben Cluster zu*

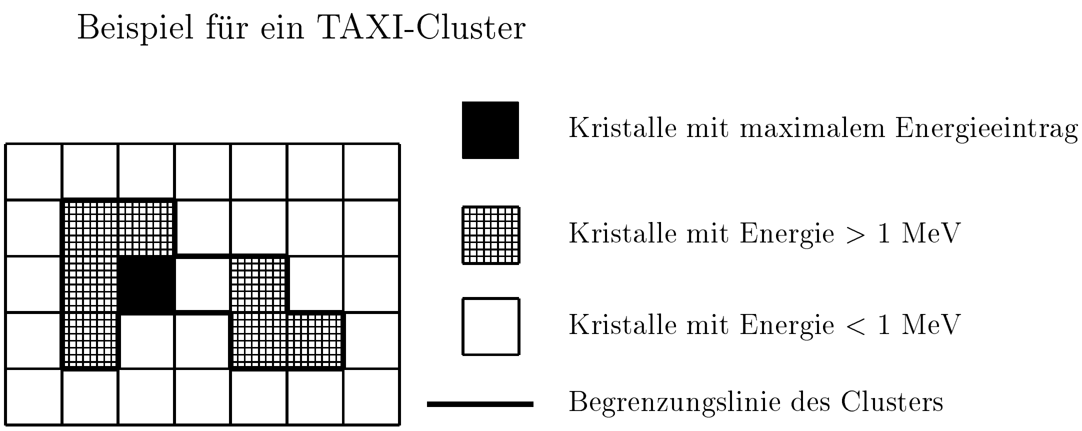


Abbildung 3.4: *Unter Verwendung der TAXI-Methode werden für PEDs, die mit dem Auftreffpunkt einer geladenen Spur korreliert wurden, größere Cluster gebildet, was zu einer verbesserten Erkennung von hadronischen Splitoffs führt.*

Vor- und Nachteile der TAXI-Methode

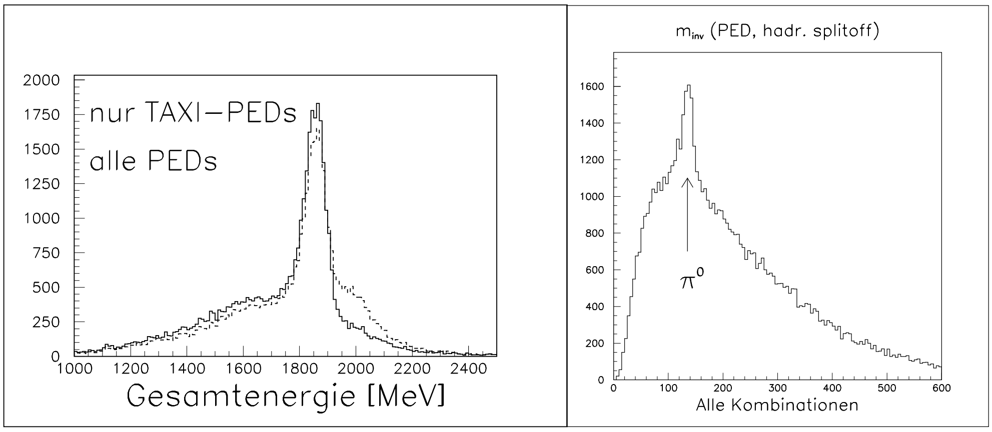


Abbildung 3.5: **a** *zeigt deutlich den Erfolg der TAXI-Methode : Die Nichtberücksichtigung der hadronischen Splitoffs in der Gesamtenergiebilanz führt zu einem schärferen Abfall der Verteilung für* $E_{tot} > 2m_p$. *Der Nachteil zeigt sich in der Verteilung der invarianten Masse der hadronischen Splitoffs mit den photonischen PEDs (***b***). Das Signal bei der* π^0*-Masse zeigt, daß ein Teil der als hadronische Splitoffs identifizierten PEDs tatsächlich von Photonen aus* π^0*-Zerfällen erzeugt wurden.*

Kapitel 4

Datennahme und Datenselektion

4.1 Die Anreicherung von K_S^0-Kanälen

Aufgrund der Seltsamkeit der Kaonen ist das Verzweigungsverhältnis der untersuchten Reaktionen naturgemäß stark unterdrückt gegenüber $p\overline{p}$ -Vernichtungen in Ausgangskanäle ohne seltsame Mesonen. Will man gezielt kaonische Ausgangskanäle untersuchen, muß man diese unter Verwendung eines Triggers anreichern, da man sonst ein Vielfaches an Zeit benötigen würde, um die gleiche Anzahl von Ereignissen der zu untersuchenden Kanäle aufzuzeichnen. Bei einer Strahlzeit im Oktober 1993 wurden deshalb nur Ereignisse aufgezeichnet, die folgenden Bedingungen genügten :

- Kein Signal in der inneren PWC
- Mindestens zwei Signale in den Lagen 20 und 21 der JDC

Die erste Triggerstufe verwirft die 96 % aller $p\overline{p}$ -Annihilationsereignisse, bei denen geladene Teilchen direkt im Primärvertex produziert werden, akzeptiert aber neben völlig neutralen Ereignisse auch solche, bei denen geladene Teilchen erst außerhalb der ersten PWC entstehen. In Tab. 4.1 sind für einige K_S^0-enthaltende Kanäle die Wahrscheinlichkeiten angegeben, daß ein bzw. beide K_S^0 außerhalb der ersten PWC zerfallen. Die beiden dominanten Zerfallsmoden des K_S^0 sind nach [3] :

- $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$: 68,61 %
- $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$: 31,39 %

Die zweite Triggerstufe trennt die kaonischen Ereignisse von solchen, bei denen nur neutrale Mesonen entstehen und gleichzeitig wird im Hinblick auf eine möglichst gute Impulsauflösung sichergestellt, daß die geladenen Spuren in der JDC sehr lang sind.

Kanal	$K_S^0K_S^0\pi^0$	$K_S^0K_S^0\eta$	$K_S^0K_S^0\omega$	$K_S^0K_S^0$
1 geladener und 1 neutraler K_S^0-Zerfall	29,3 %	17,8 %	5,3 %	45,5 %
2 geladene und 0 neutrale K_S^0-Zerfälle	9,2 %	3,1 %	0,3 %	22,3 %

Tabelle 4.1: *Wahrscheinlichkeiten für verschiedene $K_S^0K_S^0X$-Kanäle, daß sämtliche geladenen Spuren in einem Abstand von mehr als 2,5 cm (Radius der inneren PWC) von der Strahlachse entfernt enstehen. Die Ergebnisse stammen aus Phasenraumsimulationen [27] der jeweiligen Kanäle.*

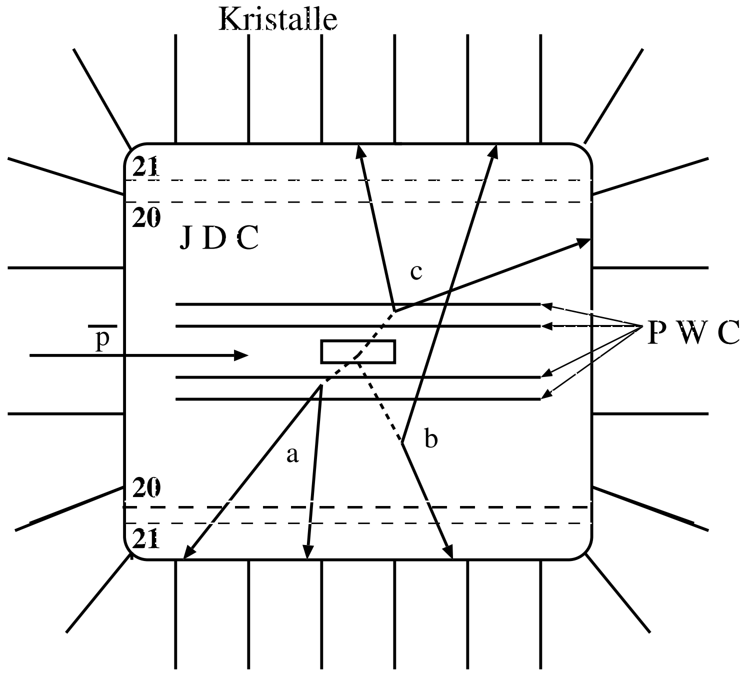


Abbildung 4.1: *Der K_S^0-Trigger : Die gestrichelten Linien entsprechen den für den Detektor nicht sichtbaren K_S^0, die durchgezogenen Linien die für den Trigger wichtigen geladenen Pionen. Ein K_S^0-Zerfall wie in* **a** *würde vom Trigger akzeptiert werden, nicht jedoch* **b** *(Signal in der inneren PWC) und* **c** *(nur ein Signal in den äußeren JDC-Lagen.)*

Abb. 4.1 zeigt die möglichen Topologien von geladenen $K_S^0 K_S^0$-Zerfällen, wobei die gestrichelten Linien den K_S^0 entsprechen und die durchgezogenen den geladenen Pionen, die letztlich für den Trigger entscheidend sind. Die mit **a** gekennzeichnete Topologie wird durch den Trigger akzeptiert, die Topologien **b** und **c** werden jedoch verworfen. In **b** liegt der Zerfallsvertex zwar außerhalb der ersten PWC, ein geladenes Pion wird jedoch zurückgestreut und lößt ein Signal aus. In **c** ist der Öffnungswinkel eines Pion mit der Strahlachse so klein, daß das Pion nicht in die Lagen 20 und 21 der JDC gelangt, so daß in diesen nur ein Signal ausgelöst wird und nicht die geforderten zwei.

Abb. 4.2a zeigt, daß zu Beginn der Datennahme einige Probleme auftraten. Die z-Verteilung der aus den geladenen Spuren rekonstruierten Vertices zeigt ein Signal bei etwa 5 cm vor dem Targetmittelpunkt, das durch Annihilationen in den Siliziumeingangszählern ausgelöst wurde. Solche Annihilationsereignisse sollten durch geeignete Einstellung der Energieschwellen der Ausleseelektronik normalerweise nicht aufgezeichnet werden. Abb. 4.2b zeigt aber, daß dieser Mißstand im späteren Verlauf der Strahlzeit behoben werden konnte.

Die starke Anhäufung von Ereignissen weit hinter dem Target in Abb. 4.2a ist darauf zurückzuführen, daß sich zu Beginn der Strahlzeit im Target Gasblasen bildeten, die das Abstoppen der Antiprotonen verminderten und somit die Annihilationswahrscheinlichkeit herabsetzten. Solche Ereignisse werden in der Datenselektion fallengelassen.

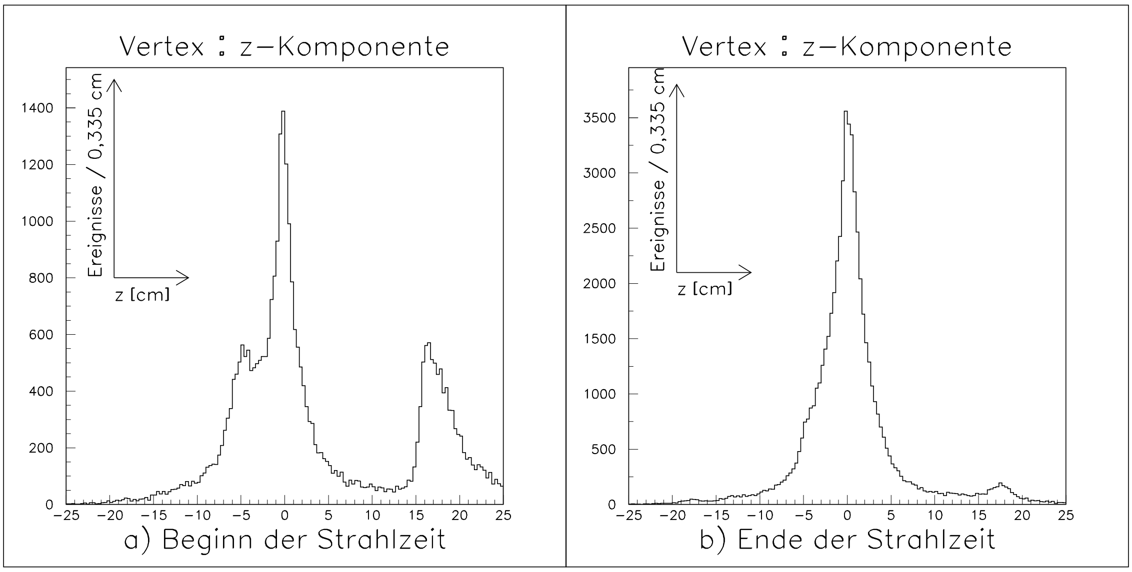


Abbildung 4.2: *In* **a** *erkennt man, daß zu Beginn der Datennahme viele unerwünschte Ereignisse nicht durch den Trigger verworfen wurden. Zu einem späteren Zeitpunkt wurde die Vetoisierung wesentlich verbessert und Probleme mit Blasenbildungen im Target wurden behoben (***b***).*

Simulation der Datennahme

Der Trigger akzeptiert nur Ereignisse mit einem K_S^0-Vertex außerhalb der inneren PWC. Zur Verkürzung der Rechenzeit (entsprechend den Werten aus Tab. 4.1) wurden deshalb in der Monte-Carlo-Simulation nur solche Ereignisse vollständig generiert, bei denen die K_S^0 mit einem Abstand von mindestens 2,5 cm von der Strahlachse zerfallen, wobei die geladenen Pionen dann natürlich wieder in die innere PWC zurückstreuen und dort ein Signal auslösen können. Eine weitere Monte-Carlo-Simulation ergab, daß praktisch alle Ereignisse, bei denen ein K_S^0 näher als 2,5 cm von der Strahlachse entfernt in $\pi^+\pi^-$ zerfällt, mindestens ein Signal in der ersten PWC hinterlassen, so daß es völlig unbedenklich ist, solche Ereignisse erst gar nicht vollständig zu generieren.

Verwendete Rekonstruktionsprogramme

In der Strahlzeit Oktober 1993 wurden insgesamt 1 665 132 Ereignisse aufgezeichnet, von denen 1 605 571 tatsächlich die Triggerbedingungen erfüllen. Für die Rekonstruktion dieser Ereignisse und für die Datenselektion wurden folgende Crystal-Barrel-Analyseprogramme verwendet :

- CBOFF 1.30/05 [28]
- LOCATER 2.01/06 [29]
- GTRACK 1.36/00 [30]
- BCTRAK 2.01/06 [31]
- CBKFIT 3.09/00 [32]
- CCDBCB 2.04/04 [33]

Für die Monte-Carlo-Simulationen wurde das Programm CBGEANT 5.00/00 [35] [36] verwendet, das auf das CERN-Standardsimulationsprogramm GEANT 3.21/04 [34] zurückgreift. Für die Berechnung der hadronischen Wechselwirkungen der geladenen Pionen im Kalorimeter hat es sich dabei als am besten erwiesen, die in GEANT wählbare Option FLUKA zu verwenden [37] [38].

4.2 Die Signatur des Zerfalls $K_S^0 \to \pi^+\pi^-$

Anzahl der geladenen Spuren

Der Zerfallskanal $K_S^0 K_S^0 \pi^0$(analog $K_S^0 K_S^0 \eta$) wird identifiziert für die Fälle, daß entweder eines der beiden Kaonen oder beide in zwei geladene Pionen zerfallen :

$$p\overline{p} \ \to K_S^0(\to\pi^+ \ \pi^- \ ) \ K_S^0(\to\pi^0 \ \pi^0 \ ) \ \pi^0 \tag{4.1}$$

$$p\overline{p} \ \to K_S^0(\to\pi^+ \ \pi^- \ ) \ K_S^0(\to\pi^+ \ \pi^- \ ) \ \pi^0 \tag{4.2}$$

Also werden alle Ereignisse verworfen, die nicht genau zwei oder vier geladene Spuren aufweisen.

Die Sekundärvertices

Bei der Datenrekonstruktion wird versucht, aus jeweils zwei Spuren verschiedener Ladung einen Sekundärvertex zu ermitteln, der also nicht mit dem Vertex der $p\overline{p}$ -Annihilation, der im Targetmittelpunkt liegt, identisch ist. Folgende Bedingungen wurden deshalb an die Ereignisse gestellt :

- Erfolgreiche Rekonstruktion genau eines bzw. zweier Sekundärvertices für Ereignisse des Typs (4.1) bzw. (4.2).

- In Kap. 4.1 wurden die Ereignisse erwähnt, bei denen der rekonstruierte Vertex weit hinter dem Target liegt. Diese Ereignisse sind auf eine fehlerhafte Datennahme zurückzuführen und müssen verworfen werden.

- Die rekonstruierten Vertices der Zerfälle $K_S^0 \to \pi^+\pi^-$ befinden sich nicht ausschließlich außerhalb der PWC 1, wie man bei idealer Effizienz der PWC 1 und vernachlässigbarer Auflösung des Rekonstruktionsprogrammes erwarten würde. Für einen beträchtlichen Teil der Ereignisse wurden Vertices rekonstruiert, dessen Abstände von der z-Achse geringer waren als 2,5 cm (Abb. 4.3a). Ein Vergleich mit Monte-Carlo-Daten, bei denen jeder Zerfall außerhalb der PWC 1 stattfand, zeigt, daß für die gewünschten K_S^0-Zerfälle der Sekundärvertex bis auf einen geringen Prozentsatz tatsächlich außerhalb der ersten PWC rekonstruiert wird (Abb. 4.3b).
  Die große Anzahl Ereignisse in Abb. 4.3a, deren Zerfallsvertex auf der Strahlachse rekonstruiert wurde, kann als Untergrund angesehen werden und es wird später gezeigt, daß es sich dabei um Signale von γ-Konversionen in e^+e^- im Detektormaterial handelt. Der Öffnungswinkel zwischen den geladenen Spuren ist dann so schmal, daß kein eindeutiger Sekundärvertex bestimmt werden kann.

- Um einen möglichst sauberen Datensatz zu erhalten, wurden alle Ereignisse verworfen, bei denen die z-Komponente eines K_S^0-Vertex mehr als +10 cm und der Abstand von der z-Achse weniger als 2,5 cm betrug. Ereignisse, bei denen die

Annihilation in einem der Siliziumzähler stattfand, können nicht eindeutig identifiziert werden, da deren Primärvertices überlagert sind mit den Sekundärvertices der Zerfälle $K^0_S \rightarrow \pi^+\pi^-$, deren z-Komponente natürlich auf der Höhe der Siliziumzähler liegen darf.

Ereignisse mit $\gamma \rightarrow e^+e^-$-Konversionen

Vertices, die nahe des Targetmittelpunkts gefunden werden, sind hauptsächlich auf γ-Konversionen in e^+e^--Paare an den Drähten der JDC zurückzuführen, wie man aus den Abbildungen 4.3 c-e schließen kann.

Bei der Datenrekonstruktion wird zunächst angenommen, daß es sich bei jedem geladenen Teilchen um ein Pion handelt. Also werden Elektronen fälschlicherweise Pionmassen zugeordnet und dadurch errechnet sich die invariante Masse eines e^+e^--Paares zur zweifachen Pionenmasse. Diese Ereignisse sind deutlich erkennbar in den Abbildungen, in denen die invariante Masse zweier geladener Teilchen gegen deren Vertexkomponente in der xy-Ebene (Abb. 4.3c) und gegen deren Öffnungswinkel aufgetragen ist (Abb. 4.3d).

Die γ-Konversionen in e^+e^- zeigen sich auch deutlich, wenn man den Annihilationsvertex betrachtet für Ereignisse, bei denen der Kosinus des Öffnungswinkels der beiden geladenen Spuren größer als 0,75, der Öffnungswinkels also klein ist (Abb. 4.3e). Hier kann man deutlich die Orte hoher Materie- bzw. Ladungsdichte, die Felddrähte in der JDC erkennen und damit die Anzahl der Sektoren, nämlich 30, abzählen.

4.3 Die Signatur der Photonen im Kalorimeter

Anzahl der Energieeinträge, Gesamtenergie und Randkristalle

Die beiden Pionen aus dem neutralen K^0_S-Zerfall und das direkt produzierte π^0 (bzw. η) zerfallen jeweils zu 98,80 % in zwei Gammas [3]. Man erwartet also zwei bzw. sechs Energieeinträge im elektromagnetischen Kalorimeter, deren Signale in der Kristallmatrix nicht mit dem Auftreffpunkt einer geladenen Spur korreliert werden können. Zusätzlich zu den primären Signalen kann jedes geladene und jedes neutrale Teilchen durch Schauerfluktuationen noch weitere Energieeinträge im Kalorimeter hinterlassen, die zunächst als PED gesehen werden. In Kap. 3 wurden diese sogenannten hadronischen und elektromagnetischen Splitoffs näher erläutert, sowie die verwendete Verfahrensweise zu deren Erkennung.

Zusätzlich zu den verwendeten Verfahren der Splitoff-Erkennung (TAXI und DOLBY-C, siehe Kap. 3) hat man im Rahmen der im nächsten Kapitel beschriebenen kinematischen Anpassung ein weiteres Kriterium zur Verfügung, ein hadronisches Splitoff zu identifizieren. Deshalb werden im folgenden auch alle Ereignisse betrachtet, die noch einen zusätzlichen Energieeintrag im Kalorimeter aufweisen. Es werden also alle Ereignisse mit genau zwei, drei, sechs oder sieben photonischen Signalen behalten.

Jede mögliche Anzahl von hadronischen und elektromagnetischen Splitoffs wird zugelassen, deren Energien und Impulse jedoch nicht berücksichtigt. Die Signale der elektromagnetischen Splitoff müßten eigentlich ihren zugehörigen PEDs hinzugezählt werden, da aber der Vertex der K_S^0 und damit die Impulsrichtung der aus diesen enstehenden Photonen mit einem sehr großen Fehler behaftet ist, wurde auf diese kleine Korrektur verzichtet. Dabei kommt zugute, daß bei der folgenden kinematischen Anpassung diese Ungenauigkeit korrigiert werden dürfte. Die Energie eines geladenen Teilchens wird bereits in der JDC gemessen. Dies bedeutet, daß man die Energie eines hadronischen Splitoffs nicht zur Gesamtenergie des Ereignisses dazurechnen darf, da man diese sonst doppelt zählen würde.

Für die weitere Analyse werden alle Ereignisse verworfen, deren Gesamtenergie nicht zwischen $1,55\ GeV$ und $2,20\ GeV$ liegt, und auch alle, die einen Energieeintrag in den Randkristallen hinterlassen haben, da bei diesen die Gefahr besteht, daß durch Schauerfluktuationen ein nicht bekannter Teil der Energie eines Photons aus dem Kalorimeter herausgestreut und der Messung verlorengeht.

Die Signale der geladenen Teilchen in der Datenselektion

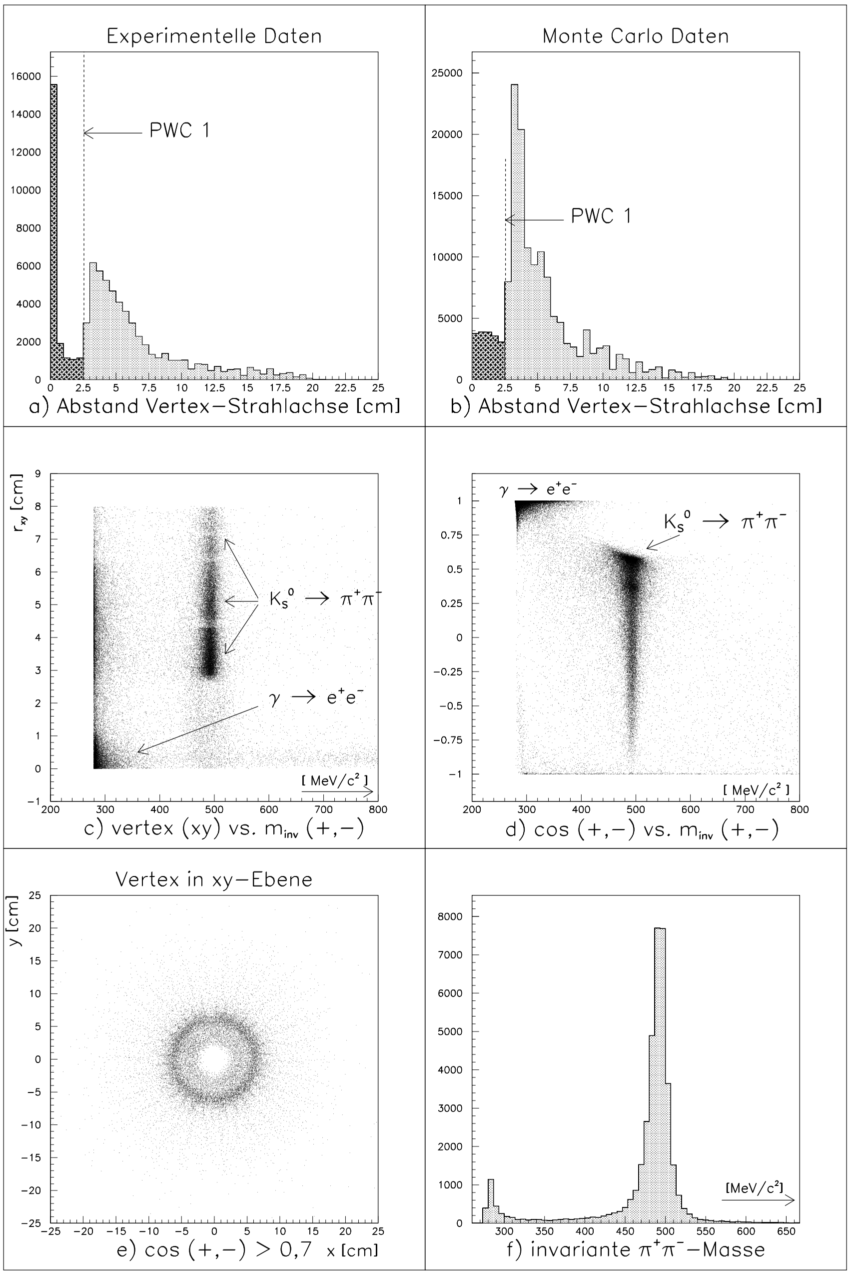


Abbildung 4.3: *Bei der Vertexrekonstruktion der experimentellen Daten (***a***) werden die Sekundärvertices vieler Ereignisse in den Ursprung extrapoliert, was für Monte-Carlo-Daten jedoch nur in geringem Maße zutrifft (***b***).* **c** *und* **d** *geben einen Hinweis darauf, daß es sich bei diesen Ereignissen um solche handelt, bei denen ein Photon in ein Elektron-Positron-Paar konvertiert ist (Vertexkomponente in der xy-Ebene und Öffnungswinkel zwischen den beiden geladenen Teilchen jeweils im Vergleich zur invarianten Masse betrachtet). In* **e** *erkennt man für die Ereignisse mit sehr kleinem Öffnungswinkel Strukturen in der xy-Komponente, die mit den Drähten der JDC identifiziert werden können, an denen die Photonen konvertieren.* **f** *zeigt, daß die invariante Masse der beiden geladenen Teilchen nach wenigen einfachen Schnitten ein deutliches K_S^0-Signal aufweist, das nur noch wenig Untergrund hat.*

Statistik der Vorselektion

1) $p\overline{p} \longrightarrow K^0_S(\pi^+\pi^-)\ K^0_S(\pi^0\pi^0)\ \pi^0/\eta$

	Experiment	Monte-Carlo	
		$K^0_S K^0_S \pi^0$	$K^0_S K^0_S \eta$
Ereignisse mit $r_{xy}(K^0_S \longrightarrow \pi^+\ \pi^-\ ) > 2.5\ cm$	1 665 132	835 572	171 701
entspricht bei beliebigem Sekundärvertex $\rightsquigarrow$		2 851 782	964 612
Triggerbedingungen erfüllt	1 605 571	342 913	60 054
2 geladene Spuren	857 666	290 059	51 412
Vertex : $r_{xy} > 2,5\ cm\ \wedge\ z < 10\ cm$	579 101	258 695	47 232
Ladungssumme = 0	536 516	251 295	46 168
Energiesumme = 1,55 - 2,20 GeV	292 069	242 781	44 263
$cos(\vec{P}_{\pi^+}, \vec{P}_{\pi^-}) < 0,75$	145 545	242 007	44 184
kein PED in Randkristall	129 278	211 344	37 533
6 PEDs	30 956	94 191	16 072
7 PEDs	14 264	28 202	5 895

2) $p\overline{p} \longrightarrow K^0_S(\pi^+\pi^-)\ K^0_S(\pi^+\pi^-)\ \pi^0/\eta$

	Experiment	Monte-Carlo	
		$K^0_S K^0_S \pi^0$	$K^0_S K^0_S \eta$
Ereignisse mit $r_{xy}(K^0_S \longrightarrow \pi^+\ \pi^-\ ) > 2.5\ cm$	1 665 132	319 890	74 264
entspricht bei beliebigem Sekundärvertex $\rightsquigarrow$		3 477 065	2 395 613
Triggerbedingungen erfüllt	1 605 571	184 645	31 695
4 geladene Spuren	286 310	115 945	20 141
2 Vertices : $r_{xy} > 2,5\ cm\ \wedge\ z < 10\ cm \wedge$	32 371	55 203	9 811
Energiesumme = 1,55 - 2,20 GeV	24 081	51 953	9 317
$cos(\vec{P}_{\pi^+}, \vec{P}_{\pi^-}) < 0,75$	21 875	51 676	9 259
kein PED in Randkristall	20 646	48 284	8 659
2 PEDs	8 457	21 468	3 951
3 PEDs	3 193	12 249	1 972

Tabelle 4.2: *Ereignisse mit einer xy-Komponente des Sekundärvertices von $K^0_S \rightarrow \pi^+\ \pi^-$ kleiner als 2,5 cm wurden bei der Simulation nicht vollständig generiert, da die Effizienz der inneren PWC nahe 100 % liegt. Die Güte dieser Maßnahme, die eine extreme Verkürzung der Rechenzeit für die Simulation bewirkt, wird in Kap. 4.5 diskutiert.*

4.4 Die kinematische Anpassung

Die nach der Vorselektion verbliebenen Ereignisse werden nun danach untersucht, ob die gemessenen Viererimpulse mit den durch die Reaktion gegebenen Randbedingungen - Erhaltung von Gesamtenergie und Gesamtimpuls - vereinbar sind. Weiterhin wird gefordert, daß die invariante Masse zweier Zerfallsteilchen gleich der Masse des zerfallenden Teilchens ist.

Bei der kinematischen Anpassung (*kinematischer Fit*) versucht man, alle Meßwerte gleichzeitig innerhalb ihrer Fehlergrenzen so weit zu variieren, bis die Randbedingungen erfüllt sind. Dabei erhält man mit dem sogenannten *Konfidenzniveau (engl.: confidence level, Abk.: CL)* ein Kriterium, mit dem man bis zu einer gewissen Wahrscheinlichkeit Ereignisse aus dem gesuchten Kanal von den anderen trennen kann. Eine nähere Erläuterung der dieser Anpassung zugrunde liegenden Theorie findet sich in Anhang A.

In der Datenselektion wurden bis jetzt auch solche Ereignisse behalten, die ein zusätzliches PED aufweisen, da möglicherweise ein Teil der hadronischen Splitoffs noch nicht erkannt wurde. Mit Hilfe der kinematischen Anpassung hat man ein weiteres Mittel zur Verfügung, diese zu identifizieren. Da deren Viererimpulse bereits in denen der geladenen Pionen enthalten sind, sollte die kinematische Anpassung zu einem besserem Konfidenzniveau führen, wenn der Viererimpuls eines hadronischen Splitoffs nicht berücksichtigt wird.

Praktisch geht man dabei so vor, daß man die kinematische Anpassung an die Hypothese $p\overline{p} \rightarrow K_S^0(\rightarrow\pi^+\pi^-)K_S^0(\rightarrow\pi^+\pi^-)\pi^0$ für Ereignisse mit 4 geladenen Spuren und 3 PEDs dreimal durchführt und dabei jedesmal eines der drei PEDs als nicht existent behandelt. Man betrachtet dann im folgenden nur noch diejenige Kombination, die das höchste Konfidenzniveau aufweist. Analog führt man das für die Ereignisse mit einem geladenen und einem neutralen K_S^0-Zerfall durch (7 kinematische Anpassungen).

4.4.1 Das Vertexproblem des Zerfalls $K_S^0 \rightarrow \pi^0\ \pi^0$

Ein großes Problem für die kinematische Anpassung entsteht durch die nicht zu vernachlässigende Zerfallslänge des neutral zerfallenden K_S^0 ($c\tau = 2,675\ cm$). Da der Zerfallsvertex eines solchen K_S^0 experimentell nicht bestimmt werden kann, erhält man nicht den korrekten Impulsvektor für die daraus entstehenden Photonen (die beiden π^0 zerfallen praktisch am gleichen Punkt), da die Impulskomponenten aus der im Kalorimeter gemessenen Energie und den Winkeln θ und ϕ zwischen dem Schwerpunkt des Energieeintrages im Kalorimeter und dem Targetmittelpunkt (nicht dem tatsächlichen Zerfallsvertex !) berechnet werden.

Weiterhin ergeben alle invarianten Massen, die aus den Vierervektoren dieser Photonen berechnet werden (siehe Gl. 4.3 für 2 Zerfallsteilchen und Abb. 4.4), systematisch zu kleine Werte und die exponentielle Verteilung der K_S^0-Zerfallslänge führt darüberhinaus zu einer Asymmetrie im Massenspektrum [39].

$$m_{inv} = \sqrt{(E_1+E_2)^2 - (\vec{P}_1+\vec{P}_2)^2} = \sqrt{2E_1E_2(1-cos\theta_{(12)})} \tag{4.3}$$

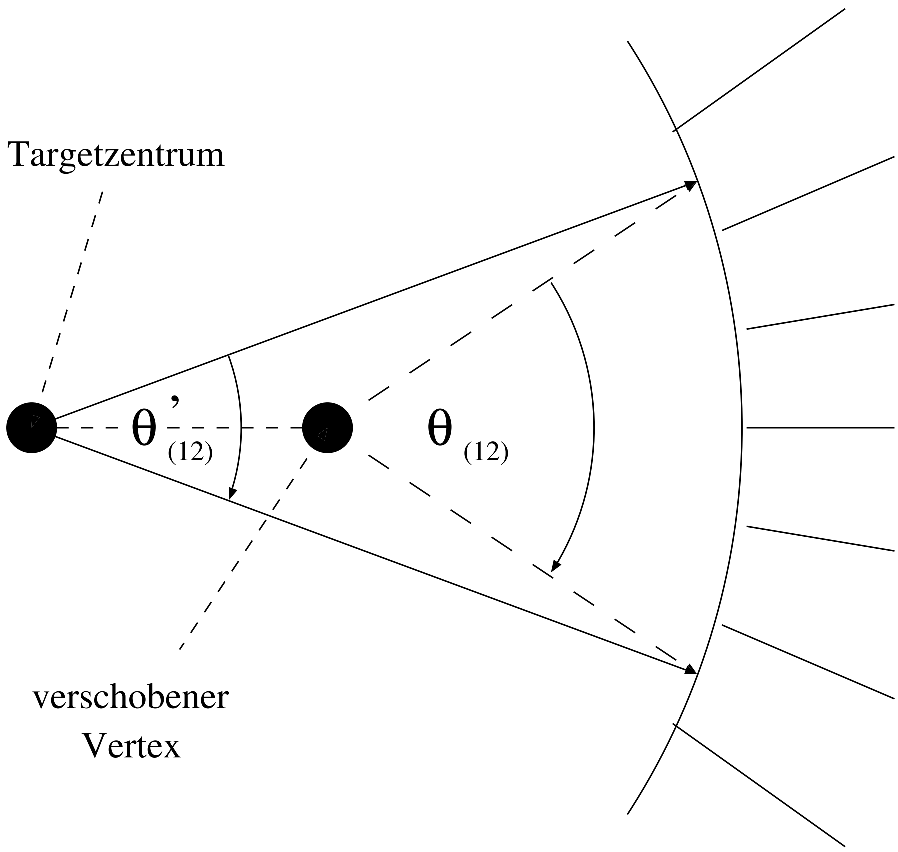


Abbildung 4.4: *Unter der Annahme, daß ein Teilchen im Mittelpunkt des Detektors zerfällt, erscheint der Öffnungswinkel der Zerfallsteilchen $\theta'_{(12)}$ kleiner als er in Wirklichkeit ist ($\theta_{(12)}$).*

Aus diesem Grund ist es notwendig, bereits im ersten Schritt der kinematischen Anpassung die Vertexkoordinaten des Zerfalls $K_S^0 \to \pi^0\pi^0$ zu bestimmen (In dem zur Anpassung verwendeten Crystal-Barrel-Standardprogramm CBKFIT [32] ist ein dazu geeigneter Algorithmus implementiert). Die drei zusätzlichen Parameter werden kompensiert durch die Forderungen, daß je zwei Photonenpaare zu einem π^0 kombiniert werden müssen und die beiden π^0 zu einem K_S^0. Für jedes Ereignis gibt es $\binom{6}{4} = 15$ Kombinationsmöglichkeiten, vier PEDs auszuwählen, aus denen man versucht, ein K_S^0 zu bilden.

Abb. 4.6b zeigt die durch die Anpassung ermittelte Vertexverteilung des Zerfalls $K_S^0 \to \pi^0\pi^0$ für alle Ereignisse, die die Bedingung $CL > 0,01$ (Abb. 4.5) erfüllen. Ein Vergleich mit der zu erwartenden Vertexverteilung aller Ereignisse, die durch die Monte-Carlo-Simulation generiert wurden (Abb. 4.6a), zeigt, daß bevorzugt Ereignisse verworfen werden, deren K_S^0-Vertex nahe am Targetmittelpunkt liegt. Da die Verteilung exponentiell abfällt, kann man als charakteristische Größe den Wert r_e definieren, bei dem die Verteilung auf den $1/e$-ten Teil des Wertes, den sie bei $r = 0$ einnimmt, abgefallen ist. Für die Monte-Carlo-Ereignisse beträgt dieser Wert $r_e^{all} = 1,8\ cm$, für die erfolgreich angepaßten Daten $r_e^{Vfrei} = 2,8\ cm$.

In einem zweiten Schritt wurde versucht, alle Ereignisse, die die erste Hypothese bisher nicht erfüllten, noch einmal anzupassen, diesmal jedoch unter der vereinfachenden Annahme, daß der Vertex für den Zerfall $K_S^0 \to \pi^0\pi^0$ genau im Targetmittelpunkt liegt. Da bisher bevorzugt Ereignisse verworfen wurden, bei denen dieser Vertex nicht weit davon entfernt lag, wird der durch diese Annahme verursachte Fehler nicht sehr groß sein.

In Abb. 4.6c wird die Vertexverteilung aller Ereignisse gezeigt, die diesmal mit einem Konfidenzniveau $CL > 0,01$ erfolgreich angepaßt werden konnten. $r_e^{V0} = 1,2\ cm$ ist nun sehr viel kleiner als r_e^{all}, addiert man jedoch die Verteilungen Abb. 4.6b und Abb. 4.6c, so erhält man für alle akzeptierten Ereignisse $r_e^{ges} = r_e^{V0+Vfrei} = 1,8\ cm$ (Abb. 4.6d) und somit eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit r_e^{all}.

Es soll hier ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß das oben beschriebene Verfahren der Anpassung in zwei Schritten aufgrund einer bisher nicht verstandenen Unzulänglichkeit des verwendeten Programms (CBKFIT) erforderlich ist. Die in Kap. 4.5 diskutierte Güte der Anpassung zeigt aber, daß kein Anlaß besteht, der Methodik zu mißtrauen.

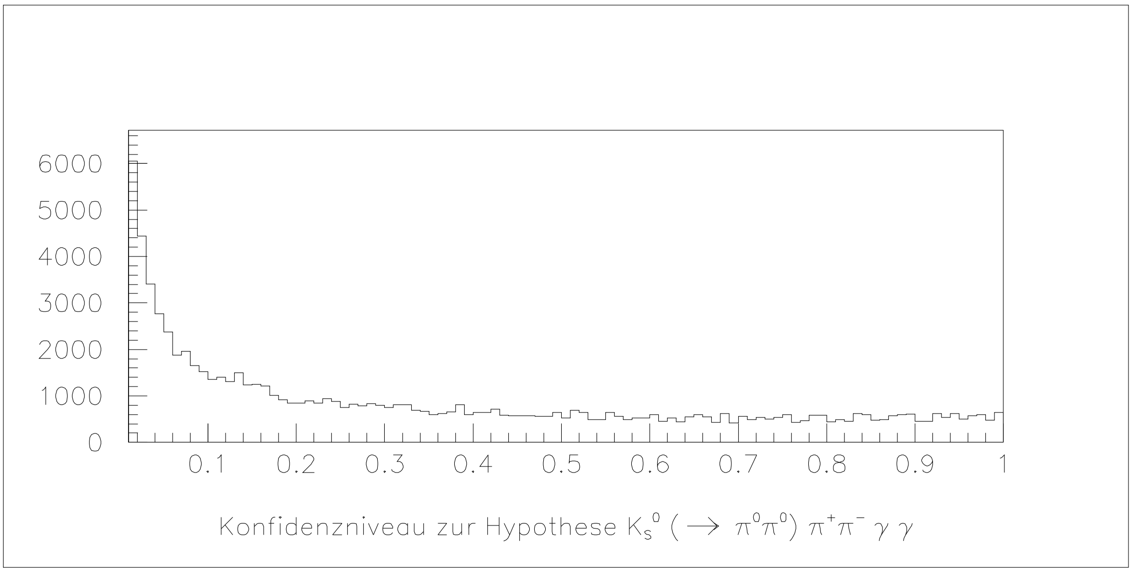


Abbildung 4.5: *Die Verteilung des Konfidenzniveaus für den ersten Schritt der kinematischen Anpassung. Zur besseren Darstellung wurde das erste Bin weggelassen.*

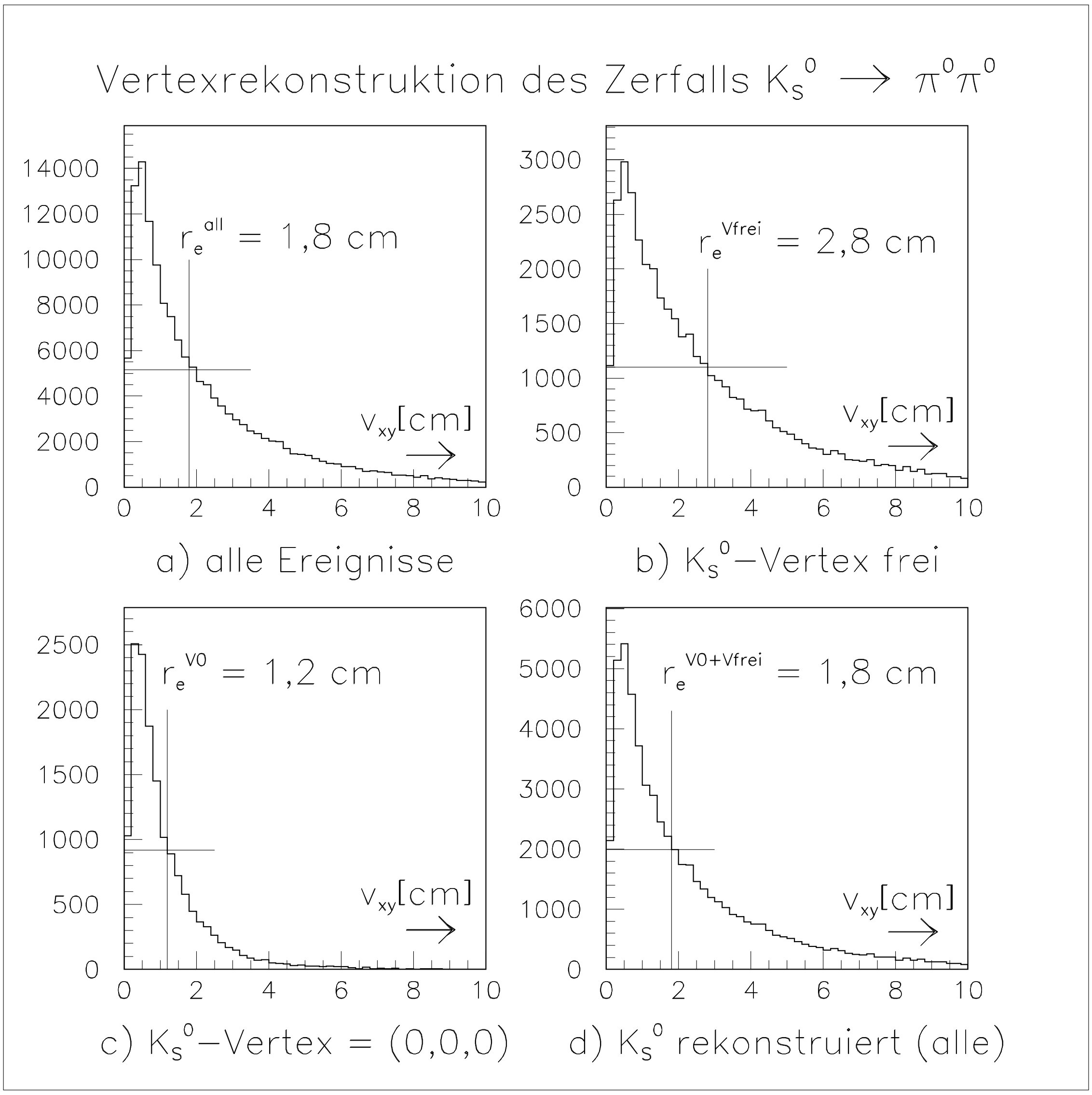


Abbildung 4.6: *Vertex Rekonstruktion des Zerfalls* $K_S^0 \rightarrow \pi^0\ \pi^0$.
a : *'Wahre' Vertexverteilung des generierten Monte-Carlo-Datensatzes.*
b : *'Wahre' Vertexverteilung für alle Ereignisse mit* $CL > 1\%$ *für die erste Hypothese.*
c : *'Wahre' Vertexverteilung für alle Ereignisse mit* $CL > 1\%$ *für die erste Hypothese, wenn die Sekundärvertexkoordinaten zu (0,0,0) gesetzt sind und zuvor bei freiem Vertex* $CL < 1\%$ *galt.*
d : *'Wahre' Vertexverteilung für alle Ereignisse aus* **b** *und* **c**. *Etwa 60% aller Ereignisse, die nach der Vorselektion (Tab. 4.2) übriggeblieben sind, werden im ersten Schritt der kinematischen Anpassung akzeptiert. Deren Verteilung des neutralen Sekundärvertices stimmt sehr gut mit der von allen vollständig generierten Monte-Carlo Daten* **(a)** *überein.*

4.4.2 Endgültige Selektion der Endzustände

Für den Fall eines geladenen und eines neutralen K_S^0-Zerfalls werden die Ereignisse sukzessive an folgende Hypothesen angepaßt :

(1a) $p\overline{p} \rightarrow K_S^0\ \pi^+\ \pi^-\ \gamma\gamma$

(1b) $p\overline{p} \rightarrow K_S^0\ K_S^0\ \gamma\gamma$

(1c) $p\overline{p} \rightarrow K_S^0\ K_S^0\ \pi^0$

Für den Fall zweier geladener K_S^0-Zerfälle genügen zwei Hypothesen :

(2a) $K_S^0\ K_S^0\ \gamma\gamma$

(2b) $K_S^0\ K_S^0\ \pi^0$

Bis auf die letzte Hypothese in der kinematischen Anpassung verläuft die Datenselektion für den Kanal $K_S^0K_S^0\eta$ identisch zu der des Kanals $K_S^0K_S^0\pi^0$. Allerdings ist der Phasenraum für diesen Kanal wesentlich kleiner, was zu einer erheblich kleineren Datenmenge führt.

Da beim doppelt geladenen K_S^0-Zerfall die entsprechenden Pionen bereits bei der Rekonstruktion der Sekundärvertices zugeordnet werden konnten, wird diese Information in der ersten Hypothese bereits verwendet.

Tab. 4.3 zeigt die endgültige Statistik in den Dalitzplots, die Tabellen 4.4 und 4.5 fassen die Statistik in den einzelnen Schritten der kinematischen Anpassung für die verwendeten Konfidenzniveau-Kriterien zusammen.

Anzahl der Ereignisse in den Dalitzplots

Endzustand	$K_S^0K_S^0\pi^0$		$K_S^0K_S^0\eta$	
	$K_S^0 \longrightarrow \pi^+\ \pi^-$ $K_S^0 \longrightarrow \pi^0\ \pi^0$	$K_S^0 \longrightarrow \pi^+\ \pi^-$ $K_S^0 \longrightarrow \pi^+\ \pi^-$	$K_S^0 \longrightarrow \pi^+\ \pi^-$ $K_S^0 \longrightarrow \pi^0\ \pi^0$	$K_S^0 \longrightarrow \pi^+\ \pi^-$ $K_S^0 \longrightarrow \pi^+\ \pi^-$
Experimentelle Daten	10 046	5 782	370	141
Monte-Carlo-Daten	44 788	18 388	5 346	3 303

Tabelle 4.3: *Anzahl der Ereignisse in den Dalitzplots der Endzustände $K_S^0K_S^0\pi^0$ und $K_S^0K_S^0\eta$, sowohl für experimentelle als auch für Monte-Carlo-Daten.*

Statistik der kinematischen Anpassung

1) $p\overline{p} \longrightarrow K_S^0(\pi^+\pi^-)\ K_S^0(\pi^0\pi^0)\ \pi^0/\eta$

Hypothese	CL	Experimentelle Daten Vertex frei	Experimentelle Daten Vertex (0,0,0)	Monte-Carlo $K_S^0K_S^0\pi^0$ Vertex frei	Monte-Carlo $K_S^0K_S^0\pi^0$ Vertex (0,0,0)	Monte-Carlo $K_S^0K_S^0\eta$ Vertex frei	Monte-Carlo $K_S^0K_S^0\eta$ Vertex (0,0,0)
(vor kin. Fit)	-	45 220		122 393		21 967	
$K_S^0\pi^+\pi^-\gamma\gamma$ $K_S^0\to\pi^0\pi^0$	>0.01	10 978	4 589	53 666	20 213	8 046	2 774
$K_S^0K_S^0\gamma\gamma$ $K_S^0\to\pi^+\pi^-$ $K_S^0\to\pi^0\pi^0$	>0.01	9 094	3 370	39 959	13 410	5 809	1 736
$K_S^0K_S^0\pi^0$ $K_S^0K_S^0\eta$	>0.05 <0.01	7 491	2 555	33 492	11 296	11	6
$K_S^0K_S^0\eta$ $K_S^0K_S^0\pi^0$	>0.05 <0.01	211	159	3	1	3 450	2 896

Tabelle 4.4: *Ereignisse mit einem neutralen und einem geladenen K_S^0-Zerfall.*

2) $p\overline{p} \longrightarrow K_S^0(\pi^+\pi^-)\ K_S^0(\pi^+\pi^-)\ \pi^0/\eta$

Hypothese	CL	Experimentelle Daten	Monte-Carlo $K_S^0K_S^0\pi^0$	Monte-Carlo $K_S^0K_S^0\eta$
(vor kin. Fit)	-	11 650	33 717	5 923
$K_S^0K_S^0\gamma\gamma$ $K_S^0\to\pi^+\pi^-$ $K_S^0\to\pi^+\pi^-$	>0.01	6 564	19 941	3 421
$K_S^0K_S^0\pi^0$ $K_S^0K_S^0\eta$	>0.05 <0.01	5 782	18 388	0
$K_S^0K_S^0\eta$ $K_S^0K_S^0\pi^0$	>0.05 <0.01	141	0	3 303

Tabelle 4.5: *Ereignisse mit zwei geladenen K_S^0-Zerfällen.*

4.5 Güte der Datenrekonstruktion

Für Monte-Carlo simulierte Daten kann man durch Vergleich der kinematischen Größen nach der Anpassung mit den wahren (= generierten) Werten die Meßgenauigkeit der kinematischen Größen ermitteln.

4.5.1 $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$

Abb. 4.7a zeigt, daß die gemessene K_S^0-Masse bei den experimentellen Daten nach der Fehlerskalierung (Anhang A) sehr viel besser mit der Nominalmasse übereinstimmt als vorher ($496,8 MeV/c^2$ gegenüber $493,7 MeV/c^2$ bei einer Nominalmasse von $497,7 MeV/c^2$ [3]). Dies deutet auf eine nicht perfekte Kalibrierung der Daten hin, beweist aber gleichzeitig die Güte der vorgenommenen Skalierung, die die Information über die K_S^0-Masse a priori nicht verwendet, aber a posteriori eindeutig verbessert hat. Bei Monte-Carlo-Daten ist die Übereinstimmung bereits vor der Fehlerskalierung sehr gut und ändert sich nicht.

Die Auflösung der Vertexkoordinaten und der Vierervektoren ist in Abb. 4.8 und Tab. 4.6 gezeigt. Besonders in z-Richtung konnte bei der Vertexbestimmung ein äußerst guter Wert erzielt werden.

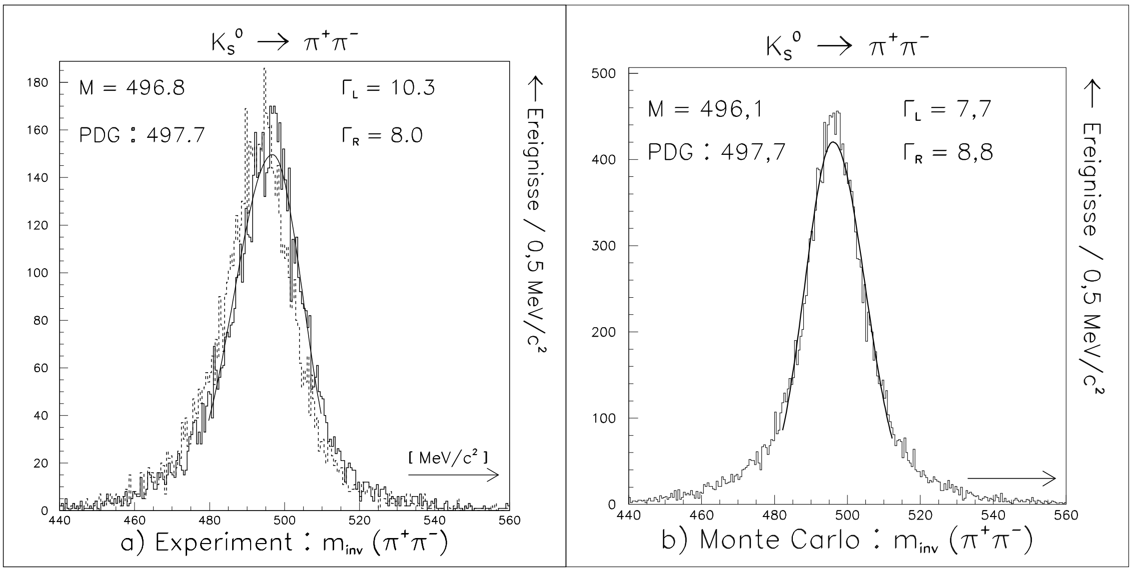


Abbildung 4.7: *Nach Anpassung der Pulls (Anhang A) stimmt das K_S^0-Signal im invarianten $\pi^+\pi^-$-Massenspektrum sehr gut mit dem Wert von [3] ($M(K_S^0) = 497,67 MeV/c^2$) überein. Das gilt sowohl für die experimentellen* **(a)** *als auch für die Monte-Carlo-Daten* **(b)**, *wobei im Falle der experimentellen Daten zuvor noch eine niedrigere Masse bestimmt wurde (gestrichelte Linie in* **(a)**).

4.5.2 $K_S^0 \to \pi^0\pi^0$

Durch die kinematische Anpassung konnte eine Verbesserung der Messung des neutral zerfallenden K_S^0 erreicht werden, sie hat jedoch nicht die gleiche Qualität wie die Messung über den geladenen Zerfall. Die Güte der Vertexbestimmung ist jedoch in hohem Maß befriedigend, was sich auf die der Vierervektoren und schließlich der Dalitzplotvariablen sehr positiv auswirkt. Die Meßgenauigkeit der Dalitzplotvariablen wird im nächsten Kapitel behandelt.

Die Masse wurde als Zwangsbedingung an die kinematische Anpassung eingeführt, sie ist also nicht mit einem Meßfehler behaftet. Die Meßgenauigkeit der Vierervektoren wurde wieder nach obiger Definition bestimmt und ist in Tab. 4.6 zusammengefaßt und zusätzlich in Abb. 4.8 dargestellt.

Differenz zwischen generierten und rekonstruierten Werten	$K_S^0 \to \pi^+\,\pi^-$		$K_S^0 \to \pi^0\,\pi^0$			
			Vertex frei		Vertex (0,0,0)	
	Mittelwert	Breite	Mittelwert	Breite	Mittelwert	Breite
Vertex : xy-Ebene [cm]	-0,01	0,45	0,02	1,19	-	1,12
Vertex : z-Komp. [cm]	0,01	0,02	0,02	0,48	-0,01	0,45
Impuls [MeV/c]	0,38	6,87	1,07	6,83	-2,96	8,15
Energie [MeV]	0,42	7,11	1,23	8,82	-1,84	8,15

Tabelle 4.6: *Die Qualität der Rekonstruktion der K_S^0-Zerfälle : die Vierervektoren stimmen nach dem kinematischen Fit recht gut mit ihren 'wahren', d.h. generierten, Werten überein, die Bestimmung der Vertexkoordinaten ist besonders in der z-Richtung ausgezeichnet, aber auch in der xy-Koordinate werden gute Werte erzielt.*

4.5.3 Das π^0-Signal

Bei beiden möglichen $K_S^0 K_S^0$-Zerfallsmoden finden sich in der jeweils vorletzten Hypothese zwei einzelne γ, die im letzten Schritt zu einem π^0 bzw. zu einem η kombiniert werden sollen. Trägt man an dieser Stelle die invariante Masse der beiden γ auf, so kann man einerseits den nach der letzten Hypothese verbleibenden Untergrund abschätzen und andererseits erhält man noch einmal Aufschluß über die Qualität der Messung.

Die Meßgenauigkeit läßt sich beurteilen, wenn man eine Gaußkurve an das π^0- und an das η-Signal anpaßt und die so bestimmten Massen mit den Werten aus [3] vergleicht. Die aus der Anpassung ermittelte Breite ist rein experimenteller Natur. Die Übereinstimmung mit den Werten aus [3] ist in allen Fällen sehr gut.

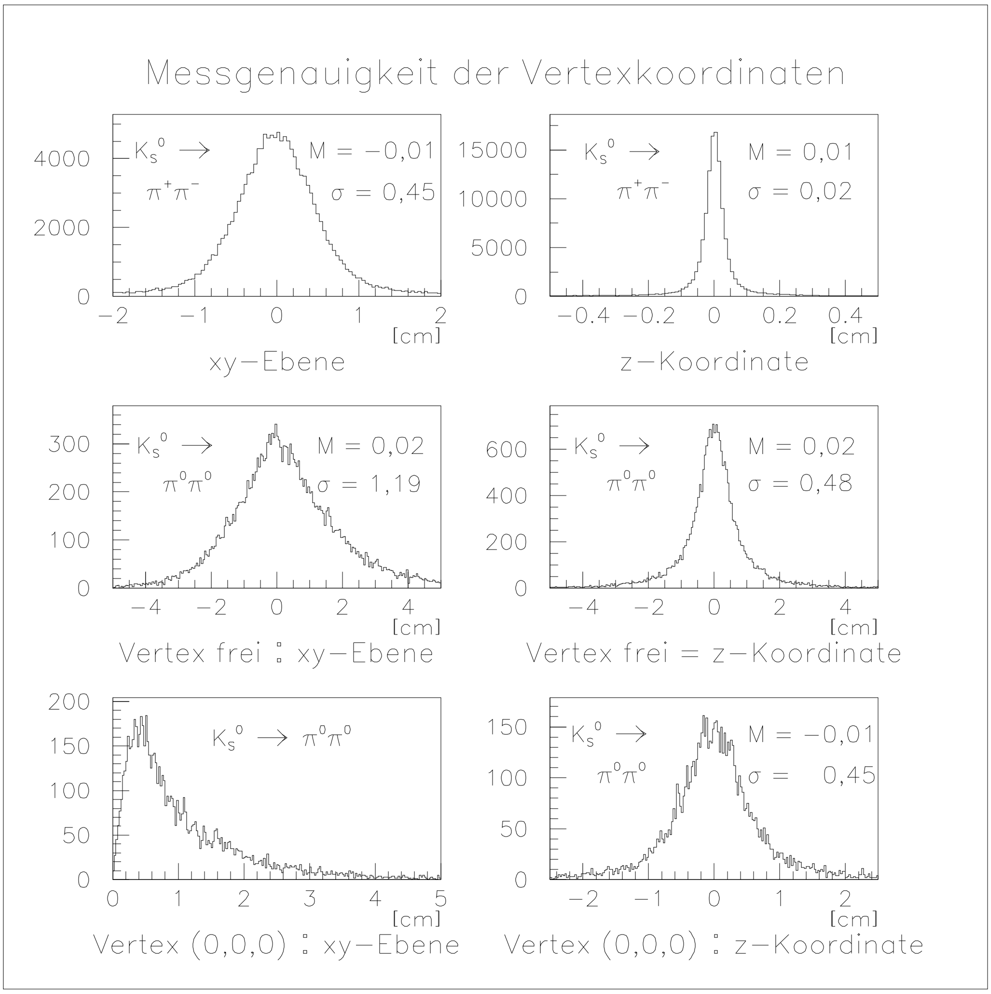


Abbildung 4.8: *Die Vertexauflösung ist definiert als Differenz zwischen den 'wahren', d.h., den in der Monte-Carlo-Simulation generierten Werten und denen, die durch die kinematische Anpassung bestimmt werden. Besonders hervorzuheben ist die sehr gute Messung der z-Koordinate des geladenen K_S^0-Vertices.*

Die Signale des π^0 und des η

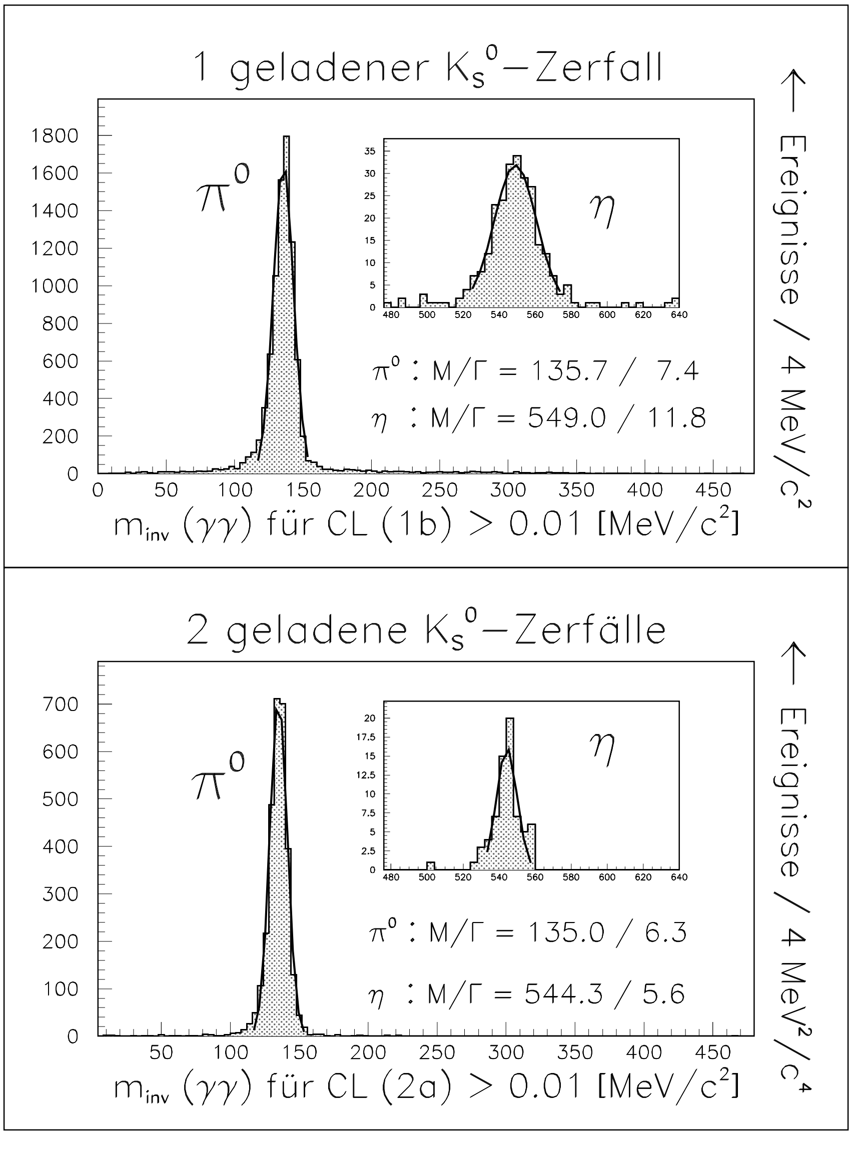


Abbildung 4.9: *Sowohl für den Datensatz mit einem neutralen K_S^0-Zerfall als auch für den mit zwei geladenen K_S^0-Zerfällen sind das π^0- und das η-Signal fast untergrundfrei, bevor die letzte Hypothese der kinematischen Anpassung auf die Datensätze angewendet wird. Die gemessenen Massen für das π^0 und das η stimmen sehr gut mit den Werten aus [3] überein.*

4.5.4 Meßgenauigkeit der Dalitzplotvariablen

Die entscheidenden Größen für die Partialwellenamplitude sind letztlich die Dalitzplotvariablen $m^2_{inv}(K^0_S, \pi^0)$ und $m^2_{inv}(K^0_S K^0_S)$. Insbesondere, wenn man einen Datensatz in „gebinnter" Form, d.h. nach Einteilung der Daten in bestimmte Intervalle $\Delta m^2_{inv}(K^0_S, \pi^0)$ und $\Delta m^2_{inv}(K^0_S, K^0_S)$ analysieren will, muß man die Auflösung der Dalitzplotvariablen genau kennen, um eine geeignete Bingröße wählen zu können. Die Meßgenauigkeit kann ermittelt werden durch die Differenz zwischen dem wahren, d.h. dem in der Simulation generierten Wert und dem, der nach der kinematischen Anpassung erhalten wurde.

Die Breite dieser Verteilungen

- $\sigma(m^2_{inv}(K^0_S, \pi^0)) \;=\; (0,014 \pm 0,002) \cdot 10^{-1}\; GeV^2/c^4$
- $\sigma(m^2_{inv}(K^0_S, K^0_S)) \;=\; (0,020 \pm 0,005) \cdot 10^{-1}\; GeV^2/c^4$

sind recht gering und die Mittelwerte liegen in beiden Fällen fast exakt bei Null (Abb. 4.10). Dies läßt auf eine sehr erfolgreiche Datenrekonstruktion schließen, die als Grundlage der Partialwellenanalyse dient.

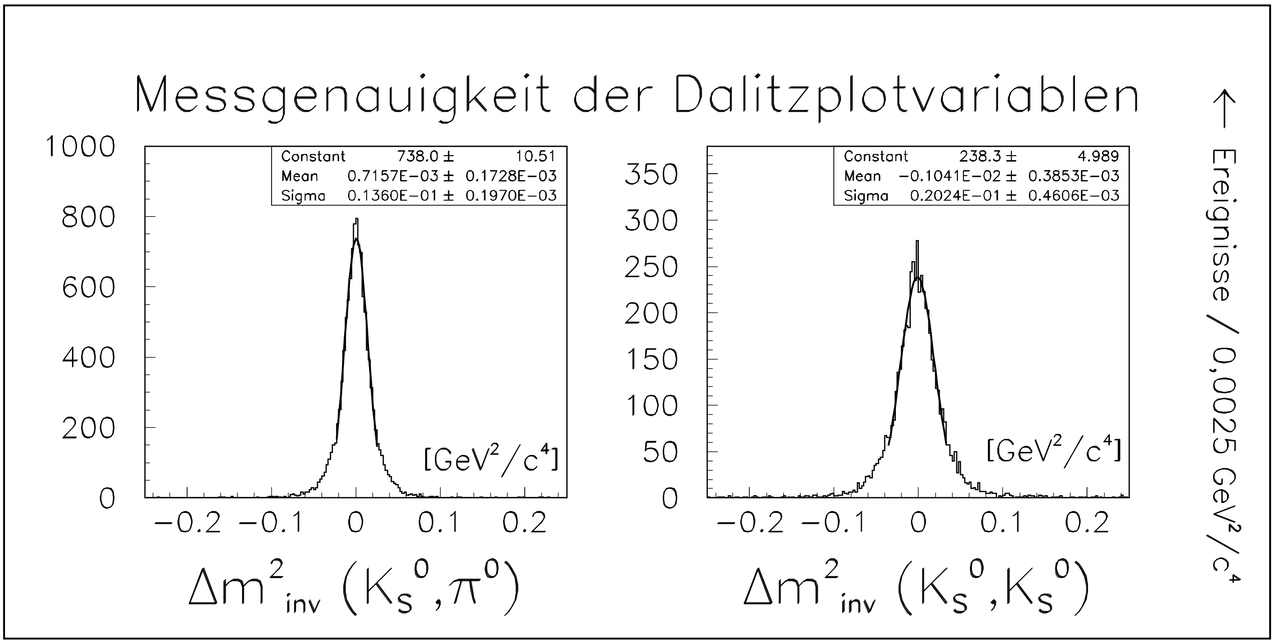


Abbildung 4.10: *Die Meßgenauigkeit der Dalitzplotvariablen wird ermittelt durch Differenzbildung zwischen ihrem Wert, der bei der kinematischen Anpassung berechnet wird, und ihrem 'wahren' Wert, der bei der Monte-Carlo-Simulation generiert wird.*

4.6 Untergrund im Dalitzplot

Der Untergrund im Dalitzplot kann auf zwei Arten abgeschätzt werden :

a) Invariante Massenspektren

Das invariante $\pi^+\pi^-$-Massenspektrum vor der kinematischen Anpassung (Abb. 4.11a) zeigt, daß der Trigger auf Ereignisse mit geladenen K_S^0-Zerfällen außerhalb der ersten PWC und auch die Rekonstruktion der Sekundärvertices und der geladenen Spuren sehr gut funktionieren. Man kann davon ausgehen, daß bereits vor der kinematischen Anpassung der Anteil der Ereignisse, die kein geladen zerfallendes K_S^0 enthalten, weit unter 10 % liegt.

Das $\gamma\gamma$-invariante Massenspektrum für alle Ereignisse mit einem Konfidenzniveau größer als 1% vor der letzten Hypothese (Abb. 4.11b) zeigt nur noch einen sehr geringen Untergrund unter dem π^0 - Signal. Er kann durch Anpassung einer Gaußkurve an das Signal und einen konstanten Untergrund zu weniger als 3% abgeschätzt werden.

Abb. 4.9a und b zeigen, daß der entsprechende Untergrund unter dem η-Signal völlig vernachlässigbar ist.

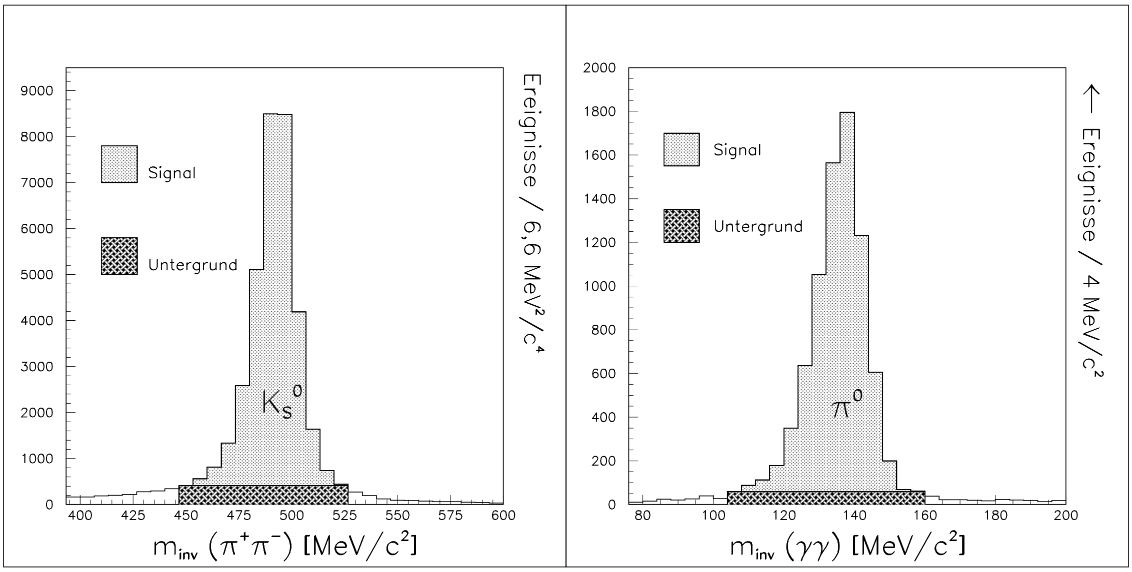


Abbildung 4.11: *Das K_S^0-Signal im invarianten $\pi^+\pi^-$-Massenspektrum und das π^0 im invarianten $\gamma\gamma$-Massenspektrum. Mit Hilfe des letzteren kann der verbliebene Untergrund im Dalitzplot zu weniger als 3% abgeschätzt werden.*

b) Simulation von möglichen Untergrundereignissen

Eine andere Art, den Untergrund abzuschätzen, besteht in der Simulation von Ereignissen möglicher Untergrundkanäle und deren Analyse mit demselben Selektionsprogramm, mit dem die Daten untersucht wurden. Unter Verwendung der bekannten Verzweigungsverhältnisse dieser Kanäle kann ihr jeweiliger Beitrag zum Dalitzplot berechnet werden.

In Kap. 4 wurde gezeigt, daß der größte Untergrund, der während der Datennahme aufgezeichnet wurde, auf γ-Konversionen zurückzuführen ist. Unter der berechtigten Annahme, daß solche Ereignisse in der Selektion eindeutig abgetrennt wurden, kommen wegen der charakteristischen Anforderungen des Triggers nur noch Ereignisse in Frage, in denen tatsächlich ein geladener K_S^0-Zerfall stattfand. Da ein Kanal mit einem zugleich entstehenden K_L^0 verläßlich durch den Schnitt auf die Energiesumme ausselektiert wird, können nur Ereignisse zum Untergrund beitragen, in denen zwei K_S^0 auftreten.

In Tab. 4.7 sind die Ergebnisse dieser Untersuchung zusammengefaßt.

Untergrund-Kanal ($K_S^0 K_S^0 X$)	$BR(p\overline{p} \longrightarrow K_S^0 K_S^0 X)$ [10^{-4}]	vollständig generiert	Ereignisse im Monte-Carlo Dalitzplot	Ereignisse im experimentellen Dalitzplot
$K_S^0 K_S^0$	$< 0,05$	45 933	9	< 4
$K_S^0 K_S^0 \eta$ ($\eta \rightarrow \gamma\gamma$)	$0,97 \pm 0,16$	171 701	4	0,3
$K_S^0 K_S^0 \omega$ ($\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$)	$0,92 \pm 0,14$	26 897	3	0,6
$K_S^0 K_S^0 \pi^0 \pi^0$	$< 0,09$	39 706	2	< 6
$K_S^0 K_S^0 \pi^0$ $r_{xy} <$ 2,5 cm	$7,5 \pm 0,3$	150 000	30	90 ± 18

Tabelle 4.7: *Ereignisse von möglichen Untergrundkanälen wurden generiert und ihr Beitrag zum Dalitzplot bestimmt. Manche dieser Kanäle können nur beitragen, wenn Gammas nicht detektiert oder als Splitoffs mißidentifiziert wurden, oder wenn Splitoffs fälschlicherweise als PEDs erkannt wurden.*

In der Simulation stellt sich heraus, daß tatsächlich kein anderer Zerfallskanal signifikant zum Untergrund im Dalitzplot beiträgt. Der größte Teil stammt von Ereignissen des selektierten Kanals, bei denen der K_S^0-Zerfallsvertex näher als 2,5 cm von der Strahlachse liegt. Aufgrund der endlichen Meßauflösung können diese Vertices mit einem größeren Abstand als 2,5 cm rekonstruiert und in der Selektion akzeptiert werden. Die 30 Ereignisse aus Tab. 4.7 sind - im Rahmen der geringen Statistik - einigermaßen homogen über den Phasenraum verteilt.

Solche Ereignisse tragen jedoch zu weniger als 1 % zum Dalitzplot bei und können daher vernachlässigt werden. Die Ersparnisse in Rechenzeit, wenn diese Ereignisse nicht vollständig generiert werden, liegt nahe 70 %. Schon die Anforderung, daß ein Ereignis kein Signal in der inneren PWC ausweisen darf, separiert diese Ereignisse fast vollständig ab.

Die aus den invarianten Massenspektren gewonnene Abschätzung von höchstens 3% stellte nur eine obere Schranke dar, die sich in der Untergrundsimulation als sehr pessimistisch herausstellt. Man kann davon ausgehen, daß in der Partialwellenanalyse der Untergrund im Dalitzplot keine Rolle spielt und vernachlässigt werden kann.

4.7 Dalitzplots und Projektionen

Die Auflösung der Dalitzplotvariablen (Abb. 4.10) und der sehr geringe Untergrund (Tab. 4.7) geben sehr viel Vertrauen in den Datensatz, der für die Partialwellenanalyse verwendet werden wird.

Das größte Problem wird durch den Trigger verursacht, durch den die Akzeptanz für geladen zerfallende K_S^0 mit geringen Impulsen stark unterdrückt wird. In den betreffenden Regionen der Dalitzplots erkennt man eine verringerte Anzahl von Einträgen (Abb. 4.12 und 4.13) und die beiden Projektionen auf die $(K\pi)$-Achsen (Abb. 4.14c) unterscheiden sich im Fall eines neutralen und eines geladenen K_S^0-Zerfalls stark voneinander.

Da der Dalitzplot des Endzustandes $K_S^0 K_S^0 \pi^0$bei homogener Akzeptanz aus physikalischen Gründen symmetrisch sein muß, ist für den Datensatz mit einem neutralen K_S^0-Zerfalls die gesamte Information in der Hälfte des Dalitzplots vorhanden, die über der Winkelhalbierenden liegt, da der Trigger in dieser Region keine Unterdrückung der Akzeptanz verursacht. Im Datensatz mit zwei geladenen K_S^0-Zerfällen ist die Unterdrückung der Akzeptanz symmetrisch, d.h., durch den Trigger geht tatsächlich ein Teil der Information unwiederbringlich verloren. In Kap. 4.7.3 wird untersucht werden, inwieweit die beiden Datensätze kompatibel sind, und ob sie eventuell gemeinsam der Partialwellenanalyse zugeführt werden können.

Der Dalitzplot des Endzustandes $K_S^0 K_S^0 \pi^0$zeigt deutliche Strukturen, die auf resonante Zwischenzustände hinweisen. Als $(K\pi)$-Resonanz ist das $K^*(892)$ deutlich zu erkennen. Die starke Variation entlang der beiden Bänder zeigt, daß die Winkelverteilungen in dieser Zerfallskette nicht isotrop sind (Kap. 6.3).

Mehrere auf $(K\overline{K})$-Resonanzen deutende Strukturen sind in der Diagonalen zu sehen, wobei beachtet werden muß, daß Resonanzen nicht nur in Maxima, sondern - aufgrund destruktiver Interferenzen - auch in Minima ihren Ausdruck finden.

Eine etwas intensivere Diskussion der Strukturen findet sich in Kap. 6.4.1, quantitative Antworten kann allerdings nur die Partialwellenanalyse (Kap. 6) geben.

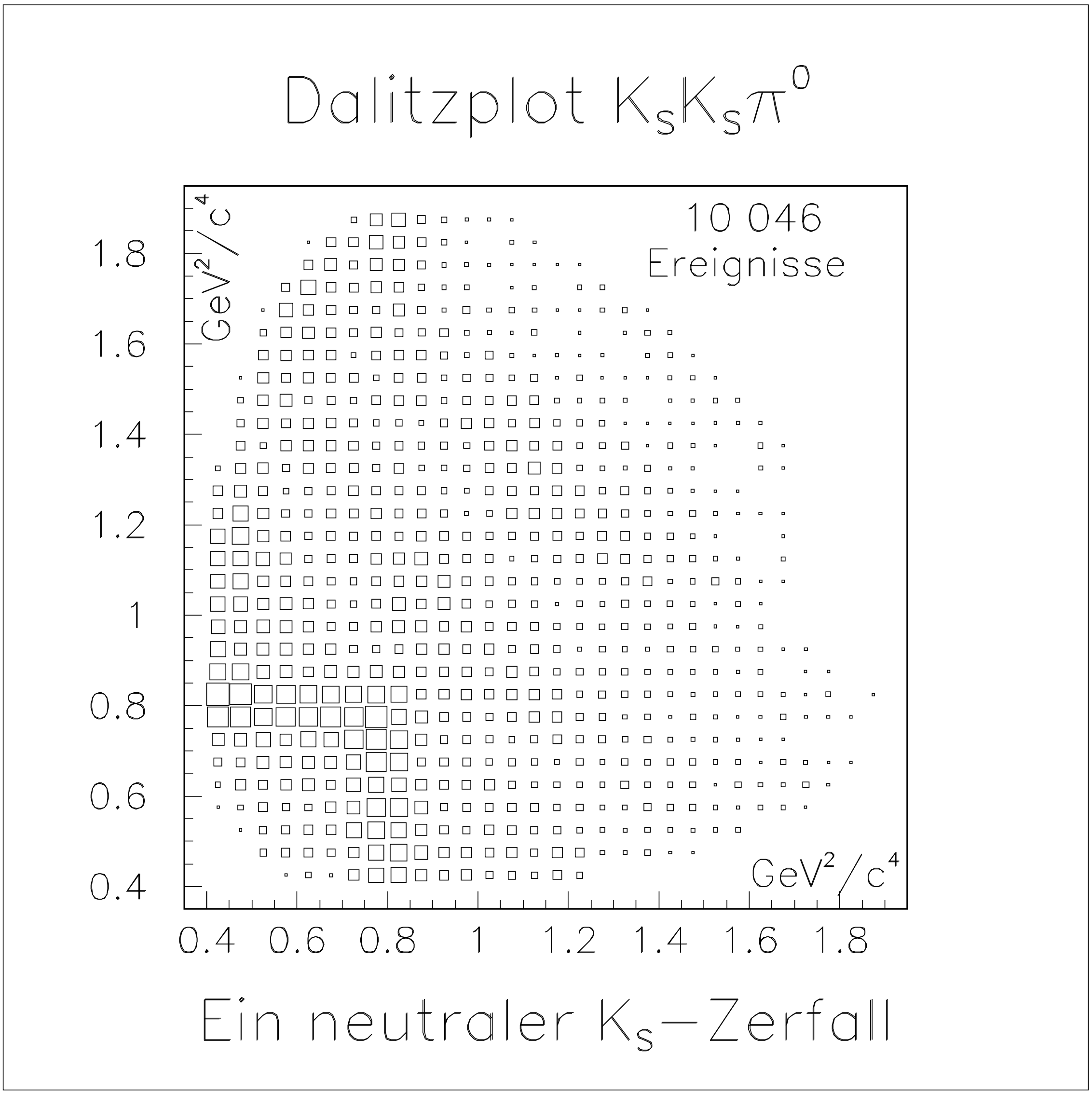


Abbildung 4.12: *Der Dalitzplot des Endzustands $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ für Ereignisse mit einem neutralen und einem geladenen K_S^0-Zerfall. Ereignisse an der rechten Seite des Phasenraums werden durch den Trigger stark unterdrückt. Jede Zelle hat eine Größe von 0,05x0,05 GeV^2/c^4.*

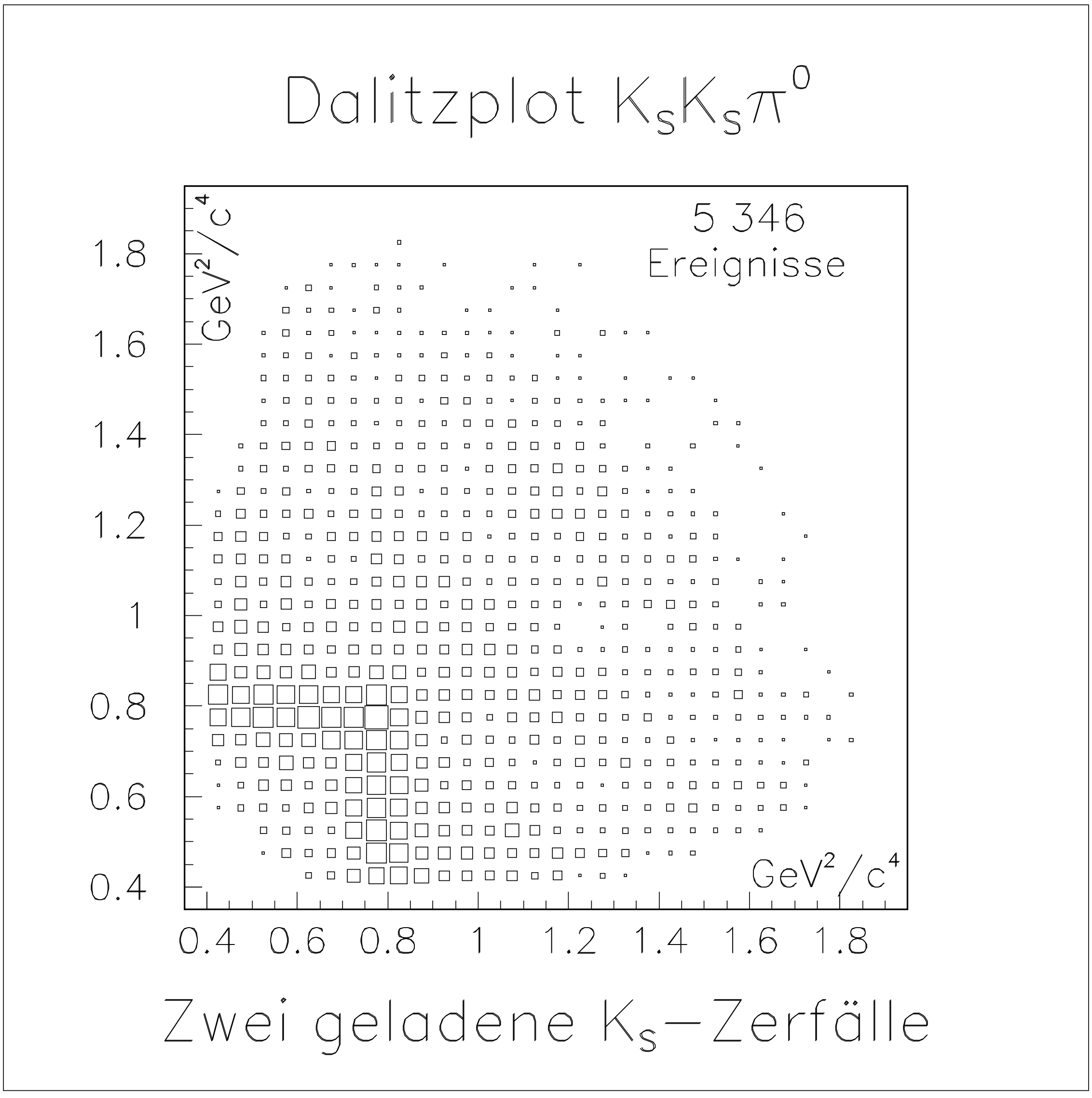


Abbildung 4.13: *Der Dalitzplot des Endzustands $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ für Ereignisse mit zwei geladenen K_S^0-Zerfällen. Ereignisse am rechten und am oberen Rand des Phasenraumes werden durch den Trigger stark unterdrückt.*
Jede Zelle hat eine Größe von 0,05x0,05 GeV^2/c^4.

Dalitzplots und Projektionen

$$p\overline{p} \rightarrow K_S^0\ K_S^0\ \pi^0$$

$K_S^0 \rightarrow \pi^0\ \pi^0$	$K_S^0 \rightarrow \pi^+\ \pi^-$
$K_S^0 \rightarrow \pi^+\ \pi^-$	$K_S^0 \rightarrow \pi^+\ \pi^-$

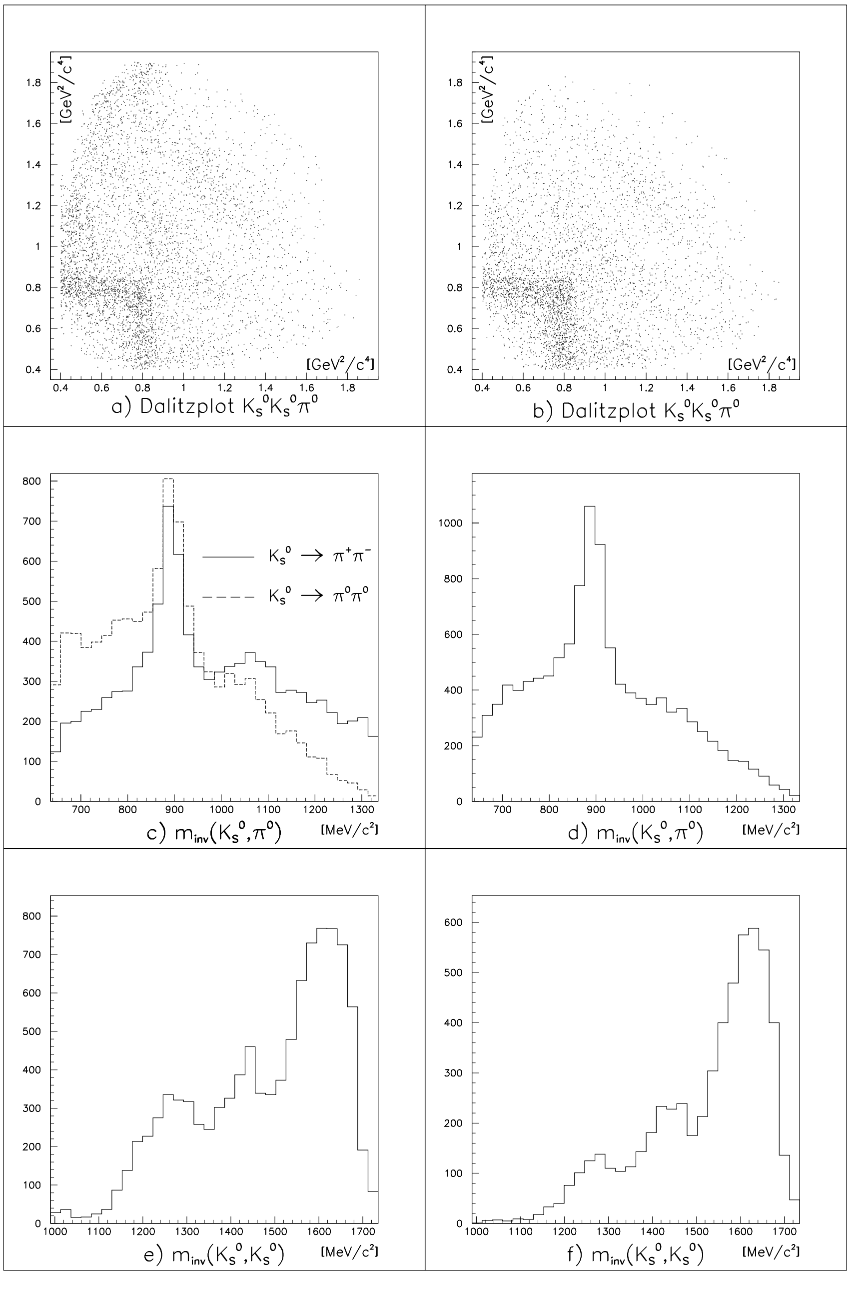


Abbildung 4.14: *Die Dalitzplots für die Datensätze mit einem (linke Spalte) bzw. zwei (rechte Spalte) geladenen K_S^0-Zerfällen und die dazugehörigen Projektionen.*

Dalitzplots und Projektionen

$$\boxed{p\bar{p} \rightarrow K_S^0\ K_S^0\ \eta}$$

$$K_S^0 \rightarrow \pi^0\ \pi^0 \qquad\qquad K_S^0 \rightarrow \pi^+\ \pi^-$$
$$K_S^0 \rightarrow \pi^+\ \pi^- \qquad\qquad K_S^0 \rightarrow \pi^+\ \pi^-$$

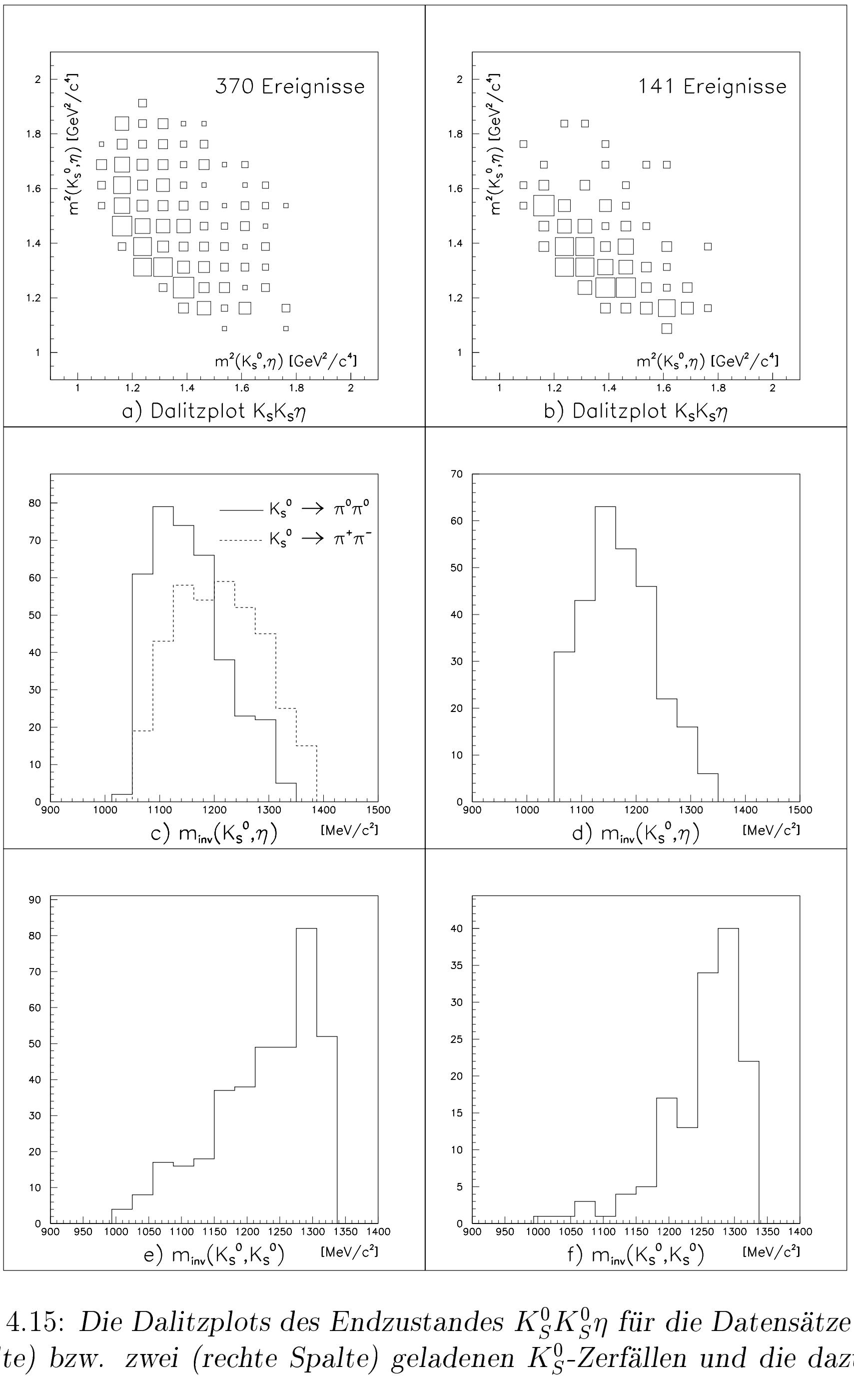


Abbildung 4.15: *Die Dalitzplots des Endzustandes $K_S^0 K_S^0 \eta$ für die Datensätze mit einem (linke Spalte) bzw. zwei (rechte Spalte) geladenen K_S^0-Zerfällen und die dazugehörigen Projektionen.*

4.7.1 Die Akzpetanzkorrektur

Die Akzeptanz an einem Punkt des Dalitzplots ist proportional zur Wahrscheinlichkeit, daß ein Ereignis, das aufgrund seiner Kinematik an diesem Punkt des Phasenraums eingetragen werden müßte, die Triggerbedingungen erfüllt, aufgezeichnet wird, und alle Kriterien der Selektion und der kinematischen Anpassung erfüllt.

Die - hauptsächlich durch den Trigger hervorgerufene - ungleichmäßige Akzeptanz über den Phasenraum kann mit Hilfe der Monte-Carlo-Daten korrigiert werden. Da der Monte-Carlo simulierte Dalitzplot die Akzeptanz wiederspiegelt, kann man jedes Ereignis im experimentellen Datensatz entsprechend der simulierten Phasenraumdichte an diesem Punkt gewichten und erhält dann einen akzeptanzkorrigierten Dalitzplot. Da der akzeptanzkorrigierte Dalitzplot des Endzustandes $K^0_S K^0_S \pi^0$aus physikalischen Gründen symmetrisch sein muß, kann man anhand des akzeptanzkorrigierten Dalitzplots wiederum testen, wie gut die Akzeptanz verstanden ist.

Folgende Verfahrensschritte wurden angewendet :

1. Einteilung der Datensätze in Bins der Größe $0,05\ GeV^2/c^4$ für den Endzustand $K^0_S K^0_S \pi^0$und $0,10\ GeV^2/c^4$ für den Endzustand $K^0_S K^0_S \eta$.

2. Korrektur nur für Bins mit mindestens 2 Einträgen im Monte-Carlo-Datensatz und mindestens 1 Eintrag im experimentellen Datensatz.

3. Korrektur nur für Bins, deren Fläche zu mindestens 1/3 innerhalb der Phasenraumgrenzen liegt.

4. Die Anzahl der Einträge in einem Bin des experimentellen Datensatzes wird geteilt durch Anzahl der Einträge im entsprechenden Monte-Carlo-Datensatz und anschließend wird eine Normierung durchgeführt, damit die Gesamtzahl der Einträge im akzeptanzkorrigierten Dalitzplot gleich der Anzahl im experimentellen Dalitzplot ist (Gl. 4.4, diese Normierung ist physikalisch nicht unbedingt erforderlich).

5. Der Fehler in jedem Bin des akzeptanzkorrigierten Dalitzplots berechnet sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus dem Fehler im entsprechenden Bin des experimentellen Datensatzes und dem Fehler des dazugehörigen Akzeptanzkorrekturfaktors (Gl. 4.6).

Die Anzahl N_i^{acc} der Ereignisse in Bin i des akzeptanzkorrigierten Dalitzplots berechnet sich demnach zu

$$N_i^{acc} = \frac{N_i^{real}}{\epsilon_i} \cdot \frac{N_{real}^{tot}}{\sum_{alleBins} \epsilon_i} \quad ; \quad \epsilon_i = \frac{N_i^{MC,DP}}{N_i^{MC,gen}} \tag{4.4}$$

N_i^{real} und $N_i^{MC,DP}$ sind die Anzahl der Einträge in Bin i des experimentellen bzw. Monte-Carlo-Dalitzplots und $N_i^{MC,gen}$ ist die Anzahl der generierten Monte-Carlo-Daten in Bin i. ϵ_i ist dann der Akzeptanzkorrekturfaktor für Bin i. In Gl. 4.4 wurde noch eine

Normierung eingeführt, die bewirkt, daß die Anzahl der Ereignisse im akzeptanzkorrigierten Dalitzplot genauso groß ist wie im experimentellen Dalitzplot.

Der statistische Fehler in Bin i des experimentellen Dalitzplots ist gleich der Wurzel der Einträge. Die Akzeptanzberechnung in Bin i geschieht über eine Generierung einer Anzahl statistisch unabhängiger Ereignisse und einem Test für jedes Ereignis, ob es die komplette Selektion durchläuft und in den Dalitzplot gelangt oder nicht (*Ja-Nein-Entscheidung*). Daher kann man ϵ_i und $\Delta\epsilon_i$ aus dem Erwartungswert und der Varianz einer Binominalverteilung berechnen :

$$\epsilon_i = \frac{N_i^{MC,DP}}{N_i^{MC,gen}} \quad ; \quad \Delta\epsilon_i = \frac{\sqrt{N_i^{MC,gen} - N_i^{MC,DP}}}{N_i^{MC,gen}} \tag{4.5}$$

Auch der Normierungsfaktor ist fehlerbehaftet, die Auswirkung des Fehlers in Bin i auf den Normierungsfaktor kann jedoch als vernachlässigbar klein angesehen werden, so daß sich der Fehler $\Delta(N_i^{acc})$ in Bin i nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet zu :

$$\begin{aligned} \Delta(N_i^{acc}) &= N_i^{acc} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta N_i^{real}}{N_i^{real}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\epsilon_i}{\epsilon_i}\right)^2} \\ &= N_i^{acc} \sqrt{\frac{1}{N_i^{real}} + \frac{N_i^{MC,gen} - N_i^{MC,DP}}{N_i^{MC,DP}}} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Der akzpetanzkorrigierte Dalitzplot des Endzustandes $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ (Abb. 4.16a) sieht sehr symmetrisch aus, abgesehen von den größeren statistischen Unsicherheiten in der rechten Ecke des Phasenraums, die vom Trigger verursacht werden. Die zwei Projektionen auf die Achsen der $(K\pi)$-invarianten Massen stimmen innerhalb der Fehlerbalken nun sehr gut miteinander überein (Abb. 4.16b, vgl. mit Abb. 4.14 c).

Der Dalitzplot des Endzustandes $K_S^0 K_S^0 \eta$ enthält nur 370 Einträge im Fall eines geladenen K_S^0-Zerfalls. Deshalb ist über die Qualität der Akzpetanzkorrektur dieses Datensatzes (Abb. 4.16c und d) keine überzeugende Aussage zu machen.

Mit einem χ^2-Test kann man die Symmetrie des Dalitzplots quantitativ erfassen. Die Tatsache, daß für beide Datensätze ein guter Wert erreicht wird, läßt auf eine gut verstandene Akzeptanz schließen.

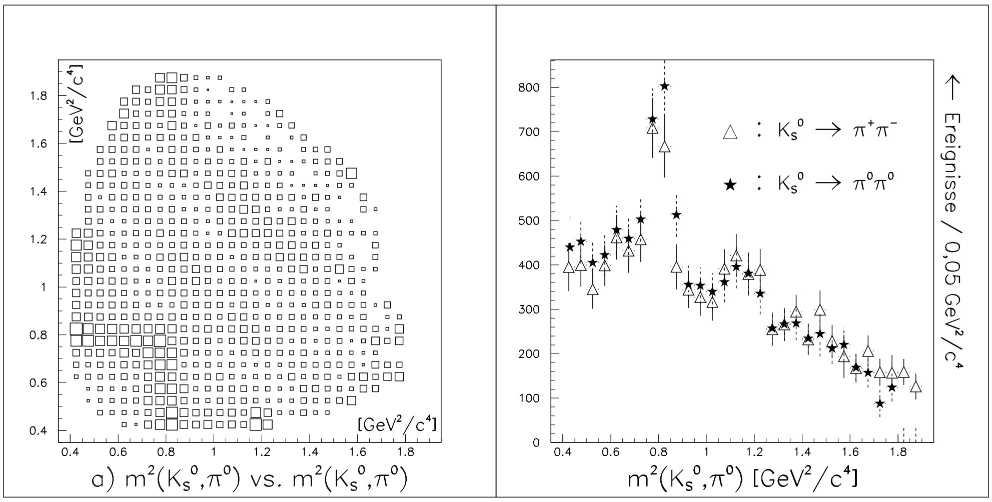
$$\chi^2 = \sum_{i,j \; ; \; i>j} \frac{(Einträge\ in\ Bin(i,j) - Einträge\ in\ Bin(j,i))^2}{(Fehler\ in\ Bin\ (i,j))^2 + (Fehler\ in\ Bin\ (j,i))^2} \tag{4.7}$$

$$\chi^2_{Symmetrie}\ (K_S^0 K_S^0 \pi^0) = 1,22 \quad (Bingröße\ :\ 0,05\ GeV^2/c^4) \tag{4.8}$$

$$\chi^2_{Symmetrie}\ (K_S^0 K_S^0 \eta) = 1,32 \quad (Bingröße\ :\ 0,10\ GeV^2/c^4) \tag{4.9}$$

Die akzeptanzkorrigierten Dalitzplots

$p\overline{p} \longrightarrow K_S^0 K_S^0 \pi^0$



$p\overline{p} \longrightarrow K_S^0 K_S^0 \eta$

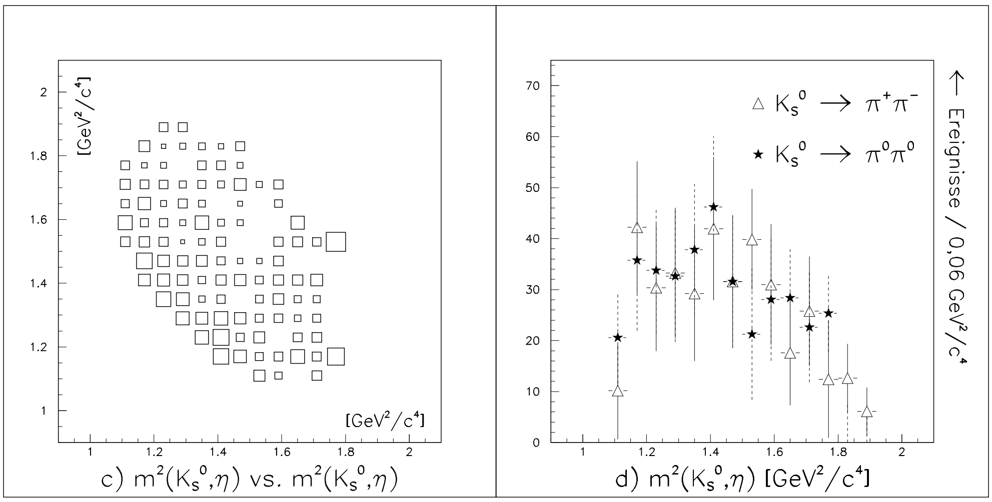


Abbildung 4.16: **a** *ist der akzeptanzkorrigierte Dalitzplot des Endzustands* $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ *für Ereignisse mit einem geladenen* K_S^0*-Zerfall und* **b** *sind die beiden Projektionen auf die zwei verschiedenen* $m_{inv}^2(K_S^0\pi^0)$*-Achsen, die nun sehr gut miteinander übereinstimmen.* **c** *und* **d** *sind die entsprechenden Darstellungen für den Endzustand* $K_S^0 K_S^0 \eta$.

4.7.2 Akzeptanzkorrektur für den Endzustand $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ nach Symmetrisierung

Um ein Maximum an Information bei einem minimalen Fehler pro Bin zu erhalten, wurde ein symmetrischer Dalitzplot erstellt, indem jedes Ereignis zweimal eingetragen wurde (in das Bin (i,j) und in das Bin (j,i)). Die Akzeptanzkorrektur des resultierenden Dalitzplots (Abb. 4.17a) führt zu dem in Abb. 4.17b gezeigten Dalitzplot mit den Projektionen in den Abbn. 4.17 c und d. Für diese Prozedur wurden nur Ereignisse mit einem neutralen K_S^0-Zerfall verwendet.

Für eine χ^2-Analyse eines gebinnten Dalitzplots wäre es eine Überlegung wert, den Datensatz aus Abb. 4.17b zu verwenden. In dieser Arbeit wird die Partialwellenanalyse jedoch am ungebinnten Datensatz durchgeführt werden.

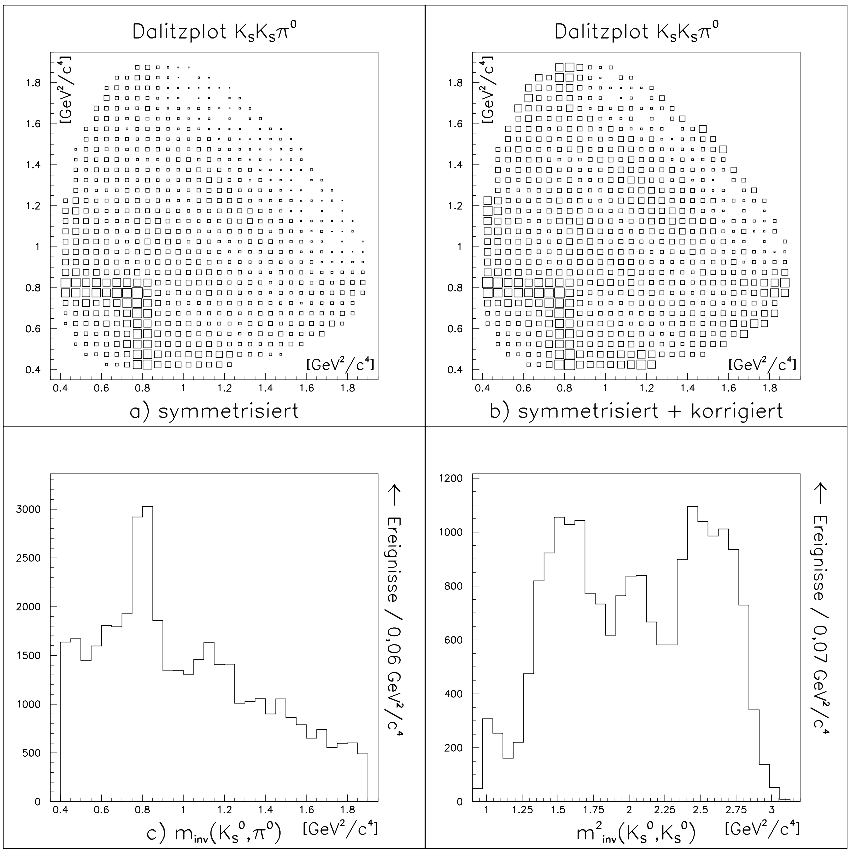


Abbildung 4.17: **a** *ist der 'symmetrisierte' Dalitzplots mit zwei Einträgen pro Ereignis vor der Akzeptanzkorrektur und* **b** *der gleiche Dalitzplot danach mit den Projektionen* **c** *und* **d**. *Nur Ereignisse mit einem geladenen* K_S^0*-Zerfall wurden hierfür verwendet.*

4.7.3 Gleicher Endzustand - verschiedene $K_S^0 K_S^0$-Zerfallstopologien

Nach der Akzeptanzkorrektur sollten die beiden Dalitzplots für Ereignisse mit einem bzw. zwei geladenen K_S^0-Zerfällen im Prinzip identisch sein. Jedoch wird die Übereinstimmung begrenzt durch die geringe Statistik in manchen Phasenraumgebieten, die zu leeren Bins führt, die nicht korrigiert werden können.

Da es offensichtlich nicht möglich ist, für leere Bins eine Akzeptanzkorrektur durchzuführen, können also nur Bins miteinander verglichen werden, die in beiden Datensätzen mindestens ein Ereignis aufweisen. Die Korrektur von Bins mit sehr wenigen Einträgen führt zu relativ großen Fehlern, deshalb wurden für diesen Vergleich nur Bins verwendet, die mindestens 3 Einträge aufweisen. Für eine Bingröße von $0,05\ GeV^2/Bin$ werden deshalb die Bins in Abb. 4.18a ausgeschlossen.

Ein χ^2/Bin kann definiert werden, um ein quantitatives Ergebnis des Vergleichs zwischen den beiden Dalitzplots (DP_1 und DP_2) anzugeben :

$$\chi^2/bin \; = \; \sum_{i,j} \frac{(Einträge\ in\ (i,j)\ in\ DP_1 - Einträge\ in\ (i,j)\ in\ DP_2)^2}{(Fehler\ in\ (i,j)\ in\ DP_1)^2 + (Fehler\ in\ (i,j)\ in\ DP_2)^2} \; = \; 1,34 \quad (4.10)$$

Dieses χ^2/Bin ist ein recht gutes Ergebnis, aber die Verteilung der Bins mit $\chi^2 > 2$ (Abb. 4.18b) läßt systematische Abweichungen besonders bei niedrigen ($K_S^0 K_S^0$)-Massen erkennen, bei denen - besonders im Fall zweier geladener K_S^0-Zerfälle - die Akzeptanz etwas schlechter ist. Außerdem weisen noch einige Randbins starke Abweichungen auf, aber diese könnte man prinzipiell von der Analyse ausschließen.

So stimmen die beiden Datensätze zwar relativ gut miteinander überein, aber die Abweichungen in den ($K_S^0 K_S^0$)-Projektionen (Abb. 4.18d) lassen eine Vermengung der beiden Datensätze für die Partialwellenanalyse als gefährlich erscheinen. Man könnte nun noch eine größere Zahl von Ereignissen pro Bin verlangen, oder die Bins entsprechend vergrößern, aber in beiden Fällen würde sehr viel Information verlorengehen.

Der Vergleich zwischen den beiden Datensätzen (insbesondere Abb. 4.18d) mag jedoch etwas irreführend sein, da eine Normierung vorgenommen wurde, damit beide Datensätze die gleiche Anzahl von Einträgen aufweisen. Wenn in einem Bereich des Phasenraums gute Übereinstimmung herrscht, in einem anderen Bereich jedoch schlechte, kann durch diese Normierung ein Ausgleich zwischen diesen Bereichen vorgenommem werden, wodurch alle Bereiche des Phasenraumes etwas gegeneinander verschoben werden. Das oben definierte χ^2/bin muß daher mit gebotener Vorsicht betrachtet werden.

Für die Partialwellenanalyse scheint es am ratsamsten zu sein, nur den Datensatz mit einem neutralen K_S^0-Zerfall zu verwenden Eine vergrößerte Statistik durch die Verwendung der im April 1996 mit dem Silizium-Vertexdetektor aufgezeichneten Daten wird die gesamte Akzeptanz stark verbessern und zu einer wesentlich besseren Statistik in allen Regionen des Phasenraumes führen, wodurch es hoffentlich ermöglicht werden wird, beide Datensätze zusammen zu analysieren.

Vergleich von $K_S^0 K_S^0 \longrightarrow \pi^0\ \pi^0\ \pi^+\ \pi^-$ mit $K_S^0 K_S^0 \longrightarrow \pi^+\ \pi^-\ \pi^+\ \pi^-$

(Nach der Akzeptanzkorrektur und nur für Bins mit ≥ 3 Einträgen)

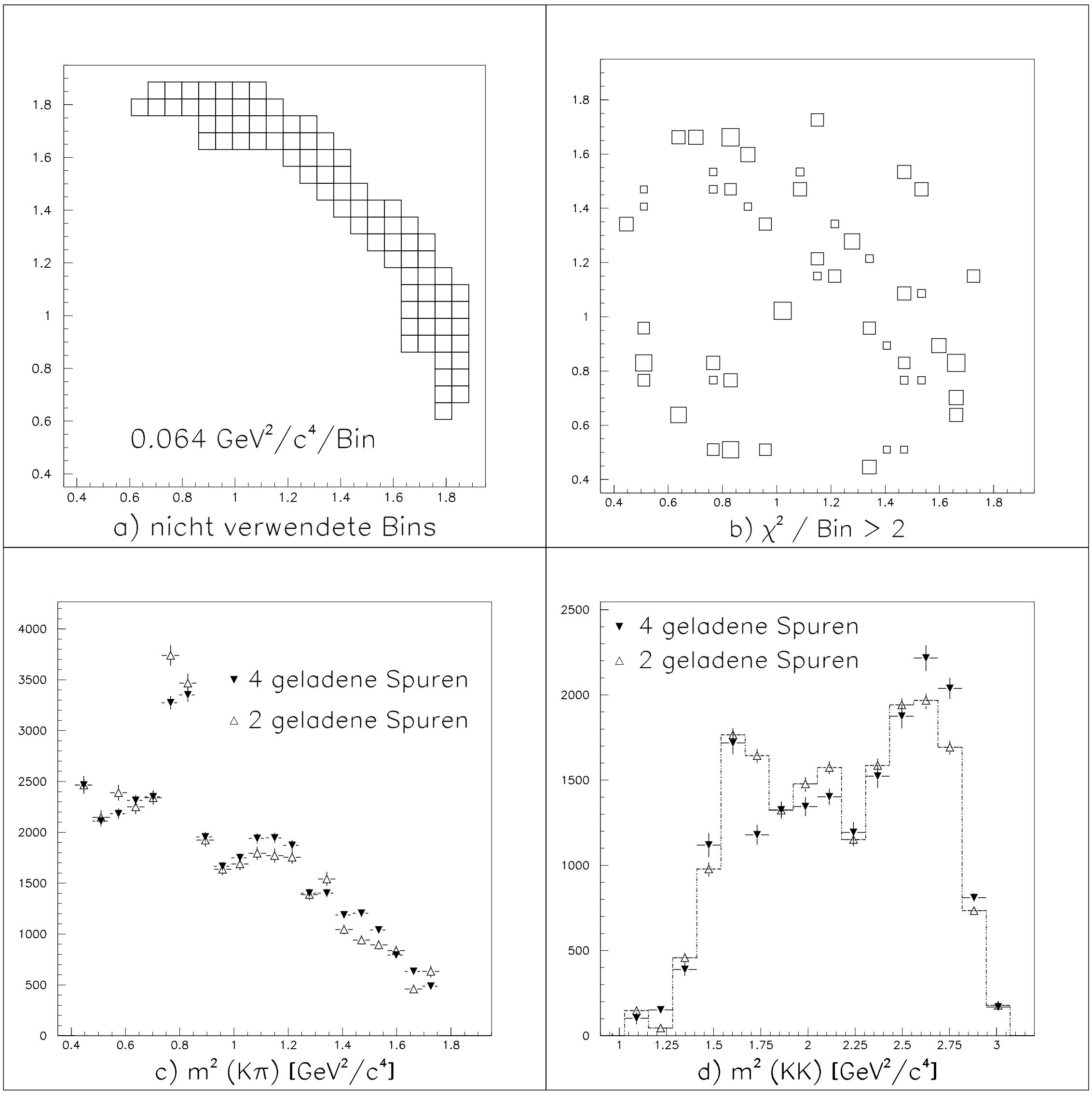


Abbildung 4.18: *Vergleich der beiden Datensätze* $K_S^0(\pi^0\ \pi^0\ )K_S^0(\pi^+\ \pi^-\ )\pi^0$ *und* $K_S^0(\pi^+\ \pi^-\ )K_S^0(\pi^+\ \pi^-\ )\pi^0$ *. Nur Bins mit mindestens einem Eintrag wurden miteinander verglichen. Die* $K\pi$*-Projektionen stimmen sehr gut miteinander überein, in den* $K_S^0 K_S^0$*-Projektionen gibt es jedoch noch Unterschiede.*

Kapitel 5

Suche nach einem gebundenen $K\pi$-Zustand

5.1 Motivation

Die erste Vermutung über die Existenz eines mit κ bezeichneten skalaren Kaons stammt aus 1960 angestellten Betrachtungen über die Vektorstromerhaltung in der schwachen Wechselwirkung [50]. Kurze Zeit später, im Jahr 1963, wurde zum ersten Mal die experimentelle Beobachtung einer schmalen $K\pi$-Resonanz mit der Masse $m_\kappa = (726 \pm 3)\ MeV/c^2$ ($\Gamma \leq 20\ MeV/c^2$) gemeldet [51].

Zwar wurde auch in der Folgezeit wiederholt von einem schmalen $K\pi$-resonanten Zustand bei etwa 725 MeV/c^2 berichtet, aber eine kritische Betrachtung aller diesbezüglichen Experimente ließ schließlich (1967) starke Zweifel an der Existenz eines solchen Objekts aufkommen [52]. Das κ wurde mit „flying saucers, the Loch Ness Monster, and the Abominable Snowman" verglichen mit der Schlußfolgerung : „We have not killed the κ but we do feel that we have further discredited it".

Nur ein Jahr später jedoch wurde die Möglichkeit eines skalaren Mesons mit Strangeness ± 1 wieder aufgegriffen und in Rechnungen zur chiralen Symmetriebrechung eine Vorhersage über die Eigenschaften eines solchen κ gemacht [53] :

Quantenzahlen : $IJ^P(\kappa) \; = \; \frac{1}{2}0^+ \; , \; S \; = \; \pm 1$

Masse : $m_\kappa \; \leq \; 670\ MeV/c^2$ oder $m_\kappa \; \geq \; 1150\ MeV/c^2$

Da ein hoher Wert für m_κ nur durch eine starke SU(3)-Symmetriebrechung zu erreichen sei, schloß man auf einen wahrscheinlicheren Wert etwa bei der $K\pi$-Schwelle, vielleicht sogar darunter.

Eine erste Suche nach einem neutralen κ unterhalb der $(K\pi)$-Schwelle blieb erfolglos. Eine obere Grenze für die Produktion in der $p\overline{p}$ -Annihilation wurde angegeben mit [54] :

$$BR\ (p\overline{p} \; \rightarrow K^0\overline{\kappa^0} + \overline{K^0}\kappa^0) \; < \; 8 \cdot 10^{-5} \tag{5.1}$$

Mittlerweile hat die Suche nach einem gebundenen $K\pi$-Zustand nahe der Schwelle jedoch einen völlig anderen Hintergrund bekommen. Die bekannten skalaren Objekte $a_0(980)$ und $f_0(975)$, die direkt unterhalb der $K\overline{K}$-Schwelle liegen, konnten im Rahmen eines Potentialmodells als ein $qq\overline{qq}$-System gedeutet werden [55]. Es handelt sich in diesem Modell bei beiden Objekten um $K\overline{K}$-Moleküle, deren Bindung über Quark-Austauschprozesse zustande kommt.

Diese Rechnungen konnten auf die $K\pi$-Streuung ausgeweitet werden [56], wobei ein gebundener $K\pi$-Zustand nahe der Schwelle in diesem Modell nicht möglich sein sollte. Das Potential zwischen dem Kaon und dem Pion sollte für den $I = \frac{3}{2}$-Zustand abstoßend sein, für den $I = \frac{1}{2}$-Zustand aber stark anziehend, wobei der berechnete niedrigste Pol in der $K\pi$-Streuung mit dem $K_0^*(1430)$ identifiziert wurde.

Mit diesem $qq\overline{qq}$-Potentialmodell konnte die vom LASS-Experiment gemessene Streuphase [69] gut wiedergegeben werden. Es wurde allerdings von anderer Seite darauf hingewiesen [84], daß das LASS-Experiment bei der Messung der $K\pi$-S-Welle unterhalb des $K^*(892)$, also insbesondere nahe der $K\pi$-Schwelle, nicht hinreichend sensitiv ist. Der experimentelle Ausschluß eines gebundenen $K\pi$-Zustandes nahe der Schwelle kann also weiterhin nur durch die in Gl. 5.1 gegebene obere Grenze gewährleistet werden.

Mit dem in dieser Arbeit bearbeiteten Datensatz ist die Suche nach einem (hypothetischen) κ-Teilchen mit größerer Genauigkeit möglich.

5.2 Suche nach einem κ-Signal

Zerfall

Wenn die Masse des κ unterhalb der $K\pi$-Schwelle liegt, ist der Zerfall $\kappa \to K\pi$ aus Gründen der Energieerhaltung nicht möglich.

Wegen $J^P(\kappa) = 0^+$ und $J^P(K_S^0) = 0^-$ ist der E1-Übergang $\kappa \to K\gamma$ der Ordnung α ebenso verboten wie in der Ordnung α^2 der Prozeß $\kappa \to Ke^+e^-$ (da das e^+e^--System ein γ bilden kann). Der Prozeß $\kappa \to K\gamma\gamma$ ist in der Ordnung α^2 jedoch erlaubt und sollte der dominante Zerfallsmodus des κ sein [54].

Sollte ein κ existieren und in der $p\overline{p}$ -Annihilation signifikant produziert werden, müßten Ereignisse dieser Reaktion in dem in Kap. 4 untersuchten Datensatz zu finden sein. Es werden also die Daten untersucht, die alle Schritte der im letzten Kapitel angegebenen Selektion erfüllen, eingeschlossen der Bedingung $CL(K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma) > 0,01$. Nur der letzte Selektionsschritt, die kinematische Anpassung an die Hypothese $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ entfällt.

Erwartete Signale

Für einen gebundenen $(K\pi)$-Zustand unterhalb der Schwelle sollte die invariante Masse der beiden Gammas unterhalb der π^0-Masse liegen. Gleichzeitig sollte die invariante Masse eines Kaons mit den beiden Gammas unterhalb der $K\pi$-Schwelle liegen. Man sucht also nach Ereignissen, die folgende drei Bedingungen erfüllen :

- $CL(K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma) > 0,01$

- $m_{inv}(\gamma\gamma) < m(\pi^0) = 134,97\ MeV/c^2$
- $m^2_{inv}(K^0_S\gamma\gamma) < (m(K^0_S) + m(\pi^0))^2 = 0,40\ GeV^2/c^4$

Untersuchung der Daten

Der in dieser Arbeit selektierte Datensatz, in dem beide K^0_S in $\pi^+\pi^-$ zerfallen, ist fast untergrundfrei und Abb. 5.1 zeigt daraus die invariante $\gamma\gamma$-Masse für Ereignisse mit vier geladenen Spuren, die die Hypothese $K^0_S K^0_S\gamma\gamma$ mit einem Konfidenzniveau größer 1% erfüllen. Unterhalb des π^0-Signals kann man eine kleine Anhäufung von Ereignissen erkennen, die allerdings auch bei den Monte Carlo simulierten Daten der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\gamma\gamma$ auftritt (Abb. 5.2).

Es soll nun untersucht werden, ob die $m_{inv}(\gamma\gamma)$-Spektren der experimentellen und der simulierten Daten kompatibel sind. Dazu wird die Anzahl der Ereignisse in Abb. 5.2 geteilt durch die entsprechende Anzahl in Abb. 5.1, wobei die Intervalle jeweils so gewählt werden, daß die statistischen Fehler nicht zu groß sind. Das Ergebnis ist in Abb. 5.4 gezeigt und wird dabei mit dem Durchschnittswert über den gesamten Massenbereich verglichen. Es stellt sich heraus, daß für $m_{inv}(\gamma\gamma) < 80\ MeV/c^2$ mehr Ereignisse beobachtet werden als die Simulation zunächst erwarten läßt.

Ein Vergleich mit Monte-Carlo simulierten Daten des Kanals $p\overline{p} \rightarrow K^0_S\kappa^0 \rightarrow K^0_S K^0_S\gamma\gamma$ bei einer angenommenen κ-Masse von 630 MeV/c^2 und isotroper Winkelverteilung des Zerfalls $\kappa \rightarrow K^0_S\gamma\gamma$ zeigt, daß nur ein Viertel der Ereignisse höhere invariante $\gamma\gamma$-Massen aufweist als 80 MeV/c^2 und nur 6,6 % mehr als 100 MeV/c^2 (Abb. 5.3).

Für einen gebundenen $K\pi$-Zustand erwartet man, daß die invariante $K\gamma\gamma$-Masse kleiner ist die Summe aus der Masse eines Kaons und der eines Pions. Es muß also nach Ereignissen mit $m^2_{inv}(K\gamma\gamma) < 0,40\ GeV^2/c^4$ gesucht werden.

Von den 62 Ereignissen aus Abb. 5.1 mit $m_{inv}(\gamma\gamma) < 80\ MeV/c^2$ ist in Abb. 5.5a die niedrigste $K\gamma\gamma$-Masse für jedes Ereignis (zwei Kombinationen pro Ereignis sind möglich) aufgetragen. Tatsächlich finden sich 21 Ereignisse mit einer invarianten $K\gamma\gamma$-Masse unterhalb der $K\pi$-Schwelle. Der Vergleich mit dem kompletten Datensatz (in Abb. 5.5a überlagert) zeigt, daß für den überwiegenden Teil der Ereignisse mit $m_{inv}(\gamma\gamma) < 80\ MeV/c^2$ auch $m^2_{inv}(K\gamma\gamma) < 0,40\ GeV^2/c^4$ gilt.

Untersuchung der experimentellen Auflösung

Es ist möglich, daß die 21 Ereignisse aufgrund der begrenzten experimentellen Auflösung unterhalb der $K\pi$-Schwelle liegen. In Tab. 5.1 und Abb. 5.5b sind daher zum Vergleich die Ergebnisse für die Monte-Carlo simulierten Daten des Kanals $K^0_S K^0_S\pi^0$ aufgetragen (für die die generierten $K\gamma\gamma$-Massen immer über der Schwelle liegen !). Ereignisse mit $m_{inv}(\gamma\gamma) > 400\ MeV/c^2$ werden bei dieser Betrachtung ausgeschlossen, um im experimentellen Datensatz die Ereignisse des Kanals $K^0_S K^0_S\eta$, die im Monte-Carlo-Datensatz nicht vorkommen, zu eliminieren.

Normiert man den Monte-Carlo-Datensatz auf den experimentellen Datensatz und nimmt man für den statistischen Fehler in beiden Fällen die Wurzel der gefundenen Er-

Daten	Experiment	Monte-Carlo
$CL(K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma) > 0,01$ und $80\ MeV/c^2 < m_{inv}(\gamma\gamma) < 400\ MeV/c^2$	4520	6680
$m_{inv}(\gamma\gamma) < 80\ MeV/c^2$	62	48
$m_{inv}^2(K_S^0 \gamma\gamma) < 0,40\ GeV^2/c^4$	21	9
$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
Nach Normierung und mit statistischem Fehler	$21 \pm 4,6$	$6,3 \pm 2,1$

Tabelle 5.1: *Im experimentellen Datensatz finden sich signifikant mehr Ereignisse, die mit den erwarteten Signalen eines $K\pi$-gebundenen Zustands verträglich sind als in den Monte-Carlo-Daten*

eignisse an, dann erwartet man aus der Monte-Carlo-Simulation $6,3 \pm 2,1$ Ereignisse in den experimentellen Daten mit $m_{inv}(\gamma\gamma) < 80\ MeV/c^2$ und $m_{inv}^2(K_S^0\gamma\gamma) < 0,40\ GeV^2/c^4$, während man tatsächlich aber $21 \pm 4,6$ Ereignisse findet (Tab. 5.1).

Man kann nun dieselbe Methode anwenden, um zu überprüfen, ob bei der Selektion der Ereignisse des Kanals $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ in der Relation auch zuwenig Monte-Carlo-Ereignisse erkannt werden, als es für die experimentellen Daten der Fall ist. Dies entspricht im wesentlichen der vorausgegangenen Untersuchung, jedoch nun für die Ereignisse aus Abb. 5.2 mit $m_{inv}(\gamma\gamma) > 80\ MeV/c^2$ und könnte einen Hinweis darauf geben, ob die Simulation möglicherweise nicht zuverlässig genug ist, um in diesem Fall für quantitative Ergebnisse herangezogen zu werden.

Aus Tab. 5.2 ersieht man jedoch, daß diese Erklärung nicht zutreffend ist. Es wird sogar ein geringfügig größerer Prozentsatz an Monte-Carlo-Ereignissen akzeptiert als an experimentellen Ereignissen. Da die experimentellen Daten in dieser Betrachtung allerdings noch nicht näher auf mögliche Untergrundereignisse aus anderen Kanälen, die im Monte-Carlo-Datensatz nicht vorkommen, untersucht wurden, kann man das berechnete Verhältnis Signal / Ausgangs-Datensatz in den beiden Datensätzen als konsistent ansehen.

Daten	Experiment	Monte-Carlo
$CL(K^0_S K^0_S \gamma\gamma) > 0,01$ und $80\ MeV/c^2 < m_{inv}(\gamma\gamma) < 400\ MeV/c^2$	4520	6680
$CL(K^0_S K^0_S \pi^0) > 0,05$	4258	6358
statistischer Fehler	$\sqrt{4520 - 4258} = \sqrt{262}$	$\sqrt{6680 - 6358} = \sqrt{322}$
Signal / Ausgangs-Datensatz	$(4258 \pm \sqrt{262})/4520 = 0,942 \pm 0,004$	$(6358 \pm \sqrt{322})/6680 = 0,952 \pm 0,003$

Tabelle 5.2: *Die endgültige Hypothese $K^0_S K^0_S \pi^0$ akzeptiert einen geringfügig größeren Prozentsatz an Monte-Carlo-Ereignissen als an experimentellen Ereignissen, die vor der letzten Hypothese allerdings noch mit Untergrund aus anderen Kanälen behaftet sein können. Die statistischen Fehler berechnen sich nach der in Kap. 4.7.1 angegebenen Methode. Sie sind gleich der Wurzel der in diesem Selektionsschritt verworfenen Ereignisse.*

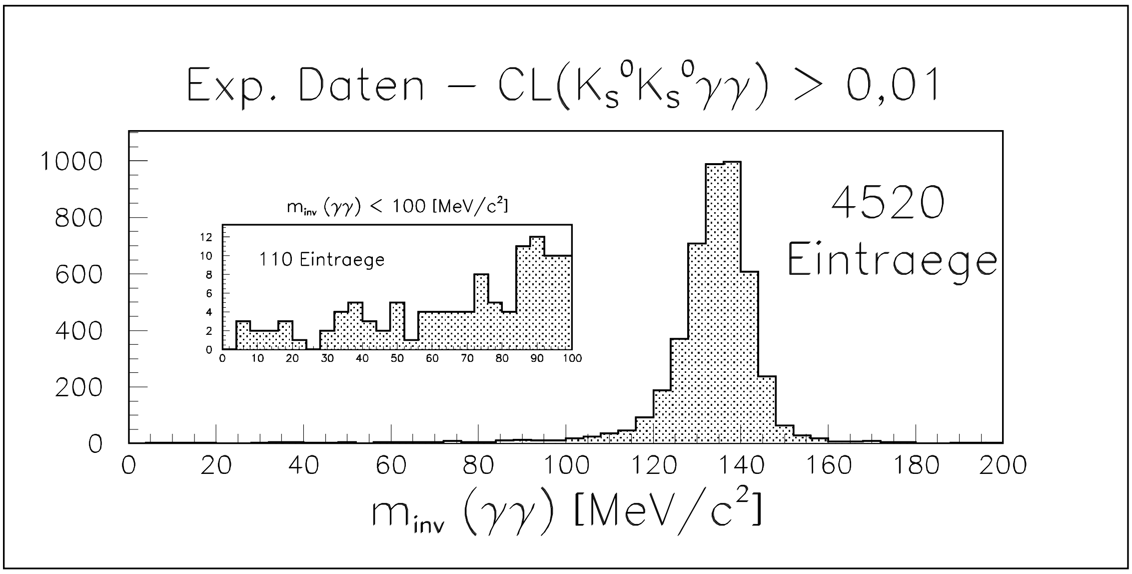


Abbildung 5.1: *Die invariante $\gamma\gamma$-Masse für alle Ereignisse mit $CL(K^0_S K^0_S \gamma\gamma) > 0.01$. Für einen gebundenen $(K\pi)$-Zustand, der in $K^0_S \gamma\gamma$ zerfällt, erwartet man eine invariante $\gamma\gamma$-Masse im Bereich unterhalb des π^0-Signals, in dem tatsächlich Ereignisse beobachtet werden.*

Generierter Kanal : $p\overline{p} \rightarrow K_S^0 K_S^0 \pi^0$

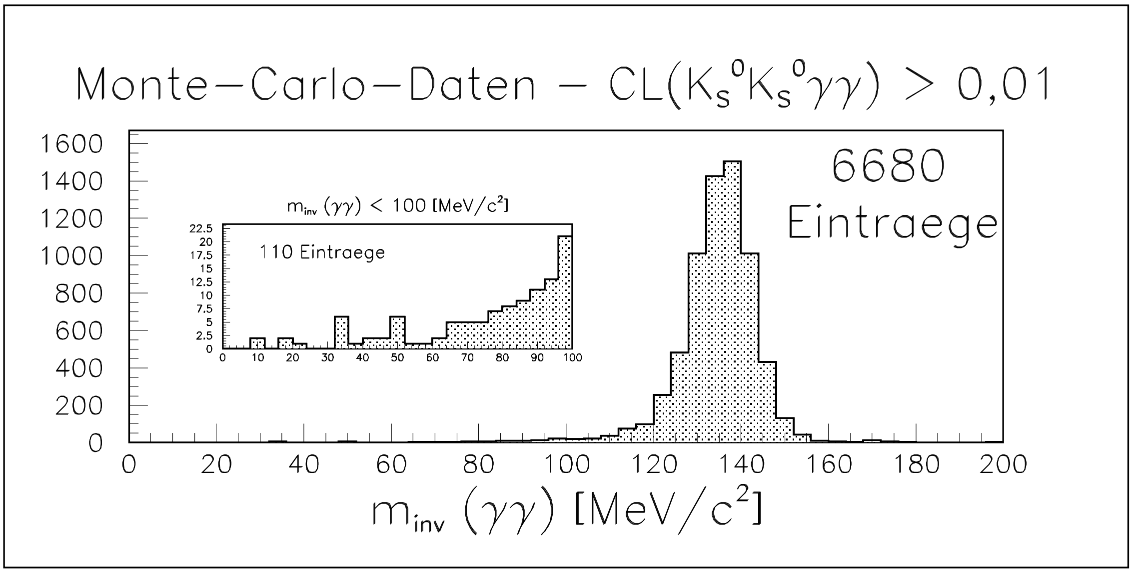


Abbildung 5.2: *Durch Vergleich von Abb. 5.1 mit demselben Spektrum für Monte Carlo simulierte Daten der Reaktion* $p\overline{p} \rightarrow K_S^0 K_S^0 \pi^0$ *erkennt man, daß die Einträge unterhalb* 100 MeV/c^2 *in Abb. 5.1 zumindest zum großen Teil aus dem Kanal* $K_S^0 K_S^0 \pi^0$*stammen.*

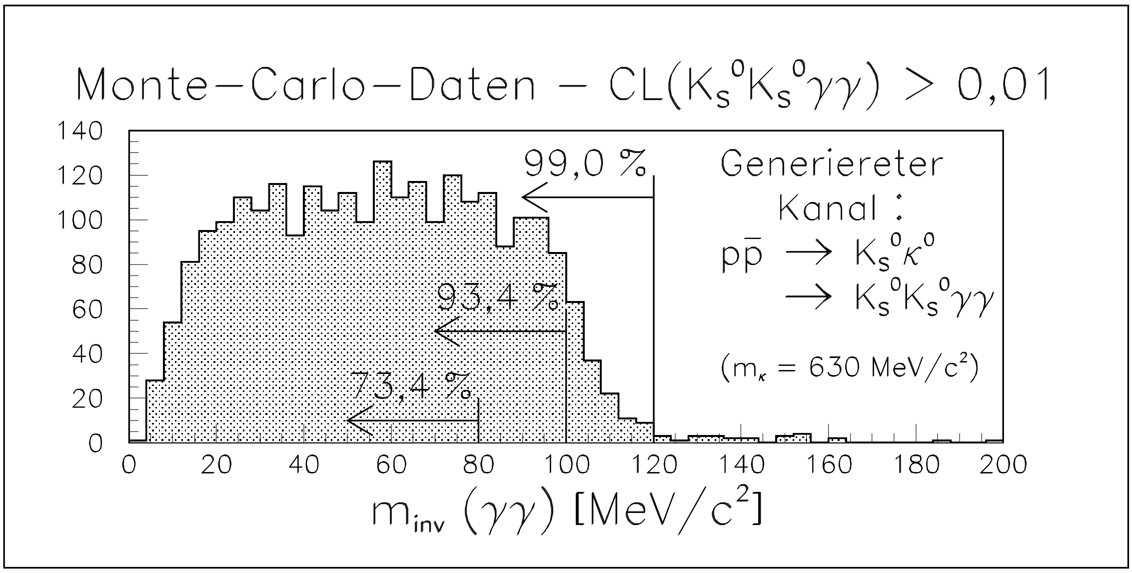


Abbildung 5.3: *Monte-Carlo-Simulation des Kanals* $p\overline{p} \rightarrow K_S^0 \kappa^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma$ *: Praktisch alle Ereignisse weisen eine invariante* $\gamma\gamma$*-Masse unter* 120 MeV/c^2 *auf und fast drei Viertel unter* 80 MeV/c^2*.*

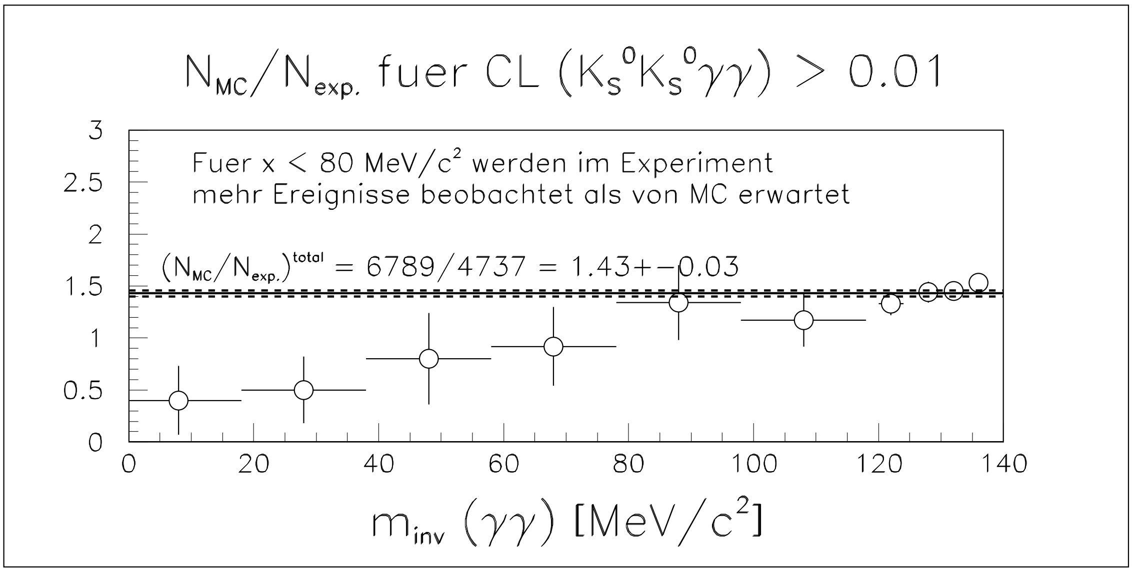


Abbildung 5.4: *Im Bereich $m_{\gamma\gamma} < 64\ MeV/c^2$ ist das Verhältnis der simulierten Daten zu den experimentell beobachteten Daten kleiner als im gesamten Massenbereich. Es werden hier also mehr Ereignisse beobachtet als erwartet.*

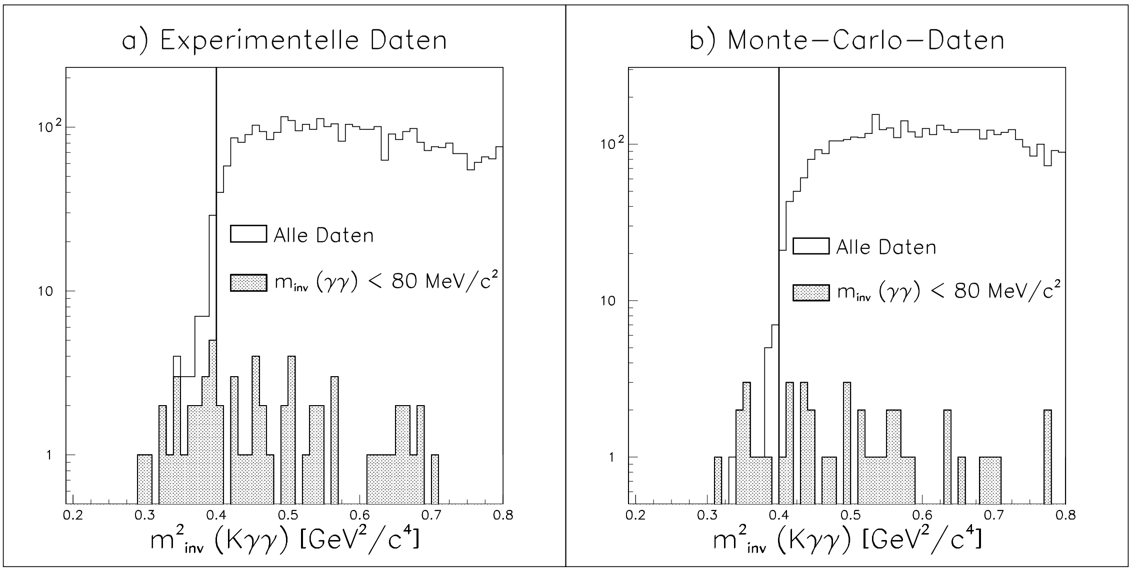


Abbildung 5.5: *In den experimentellen Daten* (**a**) *finden sich in der Relation mehr κ^0-Kandidaten als in den simulierten Ereignissen des Kanals $K_S^0 K_S^0 \pi^0$* (**b**)*. Die κ^0-Signale können also nicht allein durch die endliche experimentelle Auflösung erklärt werden.*

Anzahl der κ^0-Kandidaten

Es verbleibt also immer noch ein kleiner Überschuß an experimentellen Daten, die mit einem Signal eines $K\pi$-gebundenen Zustands verträglich sind und nicht eindeutig durch andere Effekte erklärt werden können. Es besteht natürlich die Möglichkeit, daß dies in einer Unzulänglichkeit des Monte-Carlo-Simulationsprogramms begründet liegt. Daher sollen die überschüssigen Ereignisse weiter unten noch näher untersucht werden. Aus dem bisherigen kann man aber bereits eine obere Grenze für Ereignisse des Typs $p\overline{p} \rightarrow \kappa^0 K^0 \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0$ in dem untersuchten Datensatz angeben zu :

$$N(\kappa^0 K^0) \quad < \quad (21 \pm 4,6) \; - \; (6,3 \pm 2,1) \; = \; 14,7 \pm 5,9 \tag{5.2}$$

$$\Longrightarrow \; N(\kappa^0 K^0) \quad < \quad 26,5 \quad ; \quad CL \; > \; 95\% \tag{5.3}$$

$CL > 95\%$ bezieht sich nur auf die zwei Standardabweichungen des statistischen Fehlers der verbliebenen Ereignisse und darf daher nicht zu streng genommen werden ! In Kap. 5.4 werden noch tiefere Untersuchungen der systematischen Fehler durchgeführt, insbesondere können Unzulänglichkeiten des experimentellen Messung und der Datenrekonstruktion zu einer Überschätzung der Anzahl der κ^0-Kandidaten in Gl. 5.3 führen.

5.3 Ergebnis

Unter der Annahme, daß ein hypothetisches κ zu 100 % in $K\gamma\gamma$ zerfällt, gilt

$$BR \; (p\overline{p} \; \rightarrow K^0\kappa^0) \; = \; BR \; (p\overline{p} \; \rightarrow K^0\kappa^0 \rightarrow K^0\overline{K^0}\gamma\gamma) \tag{5.4}$$

und somit

$$\frac{BR \; (p\overline{p} \; \rightarrow K^0\kappa^0)}{BR \; (p\overline{p} \; \rightarrow K^0\overline{K^0}\pi^0)} \; = \; \frac{BR \; (p\overline{p} \; \rightarrow K^0\kappa^0 \rightarrow K^0\overline{K^0}\gamma\gamma)}{BR \; (p\overline{p} \; \rightarrow K^0\overline{K^0}\pi^0)} \tag{5.5}$$

Gl. 5.5 gilt für alle möglichen $K^0\overline{K^0}$-Zerfallstopologien, also insbesondere für den Zerfall $K^0\overline{K^0} \rightarrow K^0_S K^0_S \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$, der hier untersucht werden soll.

Angenommen, der Abb. 5.1 würde die Selektion eines ungetriggerten Datensatzes von N^{mb} Ereignissen bei 100 % Akzeptanz zugrunde liegen und man könnte daraus die Anzahl $N^{mb}_{K^0_S\kappa^0}$ der Ereignisse des Kanals $K^0_S\kappa^0$ und die entsprechende Anzahl $N^{mb}_{K^0_S K^0_S\pi^0}$ des Kanals $K^0_S K^0_S\pi^0$ bestimmen, so könnte man direkt die Relation der beiden Verzweigungsverhältnisse angeben zu

$$\frac{BR \; (p\overline{p} \; \rightarrow K^0\kappa^0 \rightarrow K^0_S K^0_S\gamma\gamma)}{BR \; (p\overline{p} \; \rightarrow K^0_S K^0_S\pi^0)} \; = \; \frac{N^{mb}_{K^0_S\kappa^0}}{N^{mb}_{K^0_S K^0_S\pi^0}} \tag{5.6}$$

Tatsächlich liegt Abb. 5.1 jedoch ein getriggerter Datensatz zugrunde und man kann daraus nur die entsprechenden Anzahlen $N^{tr}_{K^0_S\kappa^0}$ und $N^{tr}_{K^0_S K^0_S\pi^0}$ bestimmen, die durch jeweils zwei Akzeptanzfaktoren korrigiert werden müssen :

$\boldsymbol{\epsilon_{K_S^0\kappa^0}^{mb\longrightarrow tr}}$, $\boldsymbol{\epsilon_{K_S^0K_S^0\pi^0}^{mb\longrightarrow tr}}$ **:** Wahrscheinlichkeit, daß ein Ereignis des betreffenden Kanals durch den Trigger akzeptiert wird.

$\boldsymbol{\epsilon_{K_S^0\kappa^0}^{tr\longrightarrow sgn}}$, $\boldsymbol{\epsilon_{K_S^0K_S^0\pi^0}^{tr\longrightarrow sgn}}$ **:** Wahrscheinlichkeit, daß ein durch den Trigger akzeptiertes Ereignis alle Selektionskriterien erfüllt und ein Signal in Abb. 5.1 verursacht.

Gl. 5.6 kann nun umgeschrieben werden zu

$$\frac{BR\ (p\overline{p}\ \rightarrow K^0\kappa^0 \rightarrow K_S^0K_S^0\gamma\gamma)}{BR\ (p\overline{p}\ \rightarrow K_S^0K_S^0\pi^0)} = \frac{N_{K_S^0\kappa^0}^{tr}}{\epsilon_{K_S^0\kappa^0}^{mb\longrightarrow tr}\cdot\epsilon_{K_S^0\kappa^0}^{tr\longrightarrow sgn}}\cdot\frac{\epsilon_{K_S^0K_S^0\pi^0}^{mb\longrightarrow tr}\cdot\epsilon_{K_S^0K_S^0\pi^0}^{tr\longrightarrow sgn}}{N_{K_S^0K_S^0\pi^0}^{tr}} \tag{5.7}$$

Zur Berechnung der Akzeptanzfaktoren wird auf eine Monte Carlo Simulation zurückgegriffen, wobei folgende Annahmen gemacht werden :

1. Die Lebensdauer des κ^0 liegt im Bereich elektromagnetischer Zerfallszeiten : $\tau(\kappa^0) = 10^{-19}s$. Dadurch ist im Rahmen der experimentellen Auflösung der Zerfallsvertex gleich dem Produktionsvertex.

2. Die Winkelverteilung der bei dem κ^0-Zerfall entstehenden Gammas wurde als isotrop angenommen.

3. Zum besseren Verständnis des systematischen Fehlers, der durch die unbekannte Masse des hypothetischen κ^0 entsteht, werden beide Akzeptanzfaktoren ($\epsilon_{K_S^0\kappa^0}^{mb\longrightarrow tr}$ und $\epsilon_{K_S^0\kappa^0}^{tr\longrightarrow signal}$) zweimal berechnet, einmal für $m(\kappa^0) = m(K_S^0)$ und einmal für $m(\kappa^0) = m(K_S^0) + m(\pi^0)$.

Die Monte Carlo Simulationen ergeben folgende Ergebnisse :

$$\epsilon_{K_S^0\kappa^0}^{mb\longrightarrow tr} = 0,0610 \pm 0,0003 \tag{5.8}$$
$$\epsilon_{K_S^0K_S^0\pi^0}^{mb\longrightarrow tr} = 0,0623 \pm 0,0002 \tag{5.9}$$
$$\epsilon_{K_S^0\kappa^0}^{tr\longrightarrow sgn} = 0,0413 \pm 0,0008 \tag{5.10}$$
$$\epsilon_{K_S^0K_S^0\pi^0}^{tr\longrightarrow sgn} = 0,0685 \pm 0,0008 \tag{5.11}$$

In Kap. 5.2 wurde gezeigt, daß sich unter den 4520 Ereignissen, die die Hypothese $K_S^0K_S^0\gamma\gamma$ mit $CL > 0,01$ erfüllen, noch 21 Ereignisse befinden, die als $K^0\kappa^0$-Kandidaten nicht auszuschließen sind (also $m_{inv}(\gamma\gamma) < 80\ MeV/c^2$ und $m_{inv}^2(K_S^0\gamma\gamma) < 0,40\ GeV/c^2$ für mindestens eine Kombination) 4258 Ereignisse dagegen sind mit $CL > 0,05$ mit der Hypothese $K_S^0K_S^0\pi^0$ vereinbar (was übrigens für keinen einzigen $K^0\kappa^0$-Kandidaten zutrifft). Es gilt also (siehe auch Gl. 5.3) :

$$N^{tr}_{K^0_S K^0_S \pi^0} \;=\; 4258 \tag{5.12}$$
$$N^{tr}_{K^0_S \kappa^0} \;<\; 26,5 \;\;;\;\; CL > 95\% \tag{5.13}$$

$K^0\kappa^0$ ist ein System aus einem Pseudoskalar und einem Skalar und kann daher bei reiner S-Wellen-Annihilation des $p\overline{p}$ nur aus dem Spinsinglett ($C = +1$), nicht aber aus dem Spintriplett ($C = -1$) produziert werden. Wegen der Erhaltung der C-Parität kann $K^0\kappa^0$ daher außer in $K^0_S K^0_S$ noch in $K^0_L K^0_L$ zerfallen, nicht aber in $K^0_S K^0_L$ bzw. $K^0_S K^0_L$. Daher gilt :

$$BR\;(p\overline{p}\;_{(S-Welle)} \rightarrow K^0\kappa^0) \;=\; 2\cdot BR\;(p\overline{p}\;_{(S-Welle)} \rightarrow K^0\kappa^0 \rightarrow K^0_S K^0_S \gamma\gamma) \tag{5.14}$$

Verbindet man die Werte aus den Gln. 5.8-5.14 mit Gl. 5.7, so erhält man für die $14,7 \pm 5,9$ Ereignisse aus Gl. 5.2, die keinen Widerspruch mit einem erwarteten Signal eines $K\pi$-gebundenen Zustands aufweisen, ein Verzweigungsverhältnis von

$$BR^{max}\;(p\overline{p}\;_{(S-Welle)} \rightarrow K^0\kappa^0) \;=\; (0,9 \pm 0,4)\cdot 10^{-5} \tag{5.15}$$

Die Bezeichnung BR^{max} soll hervorheben, daß dies nur für den Extremfall gilt, in dem alle $14,7 \pm 5,9$ Ereignisse tatsächlich aus dem Kanal $K^0\kappa^0$ stammen. Da dies jedoch nicht garantiert ist, kann mit Gl. 5.13 nur eine obere Grenze angegeben werden zu :

$$\boxed{BR\;(p\overline{p}\;_{(S-Welle)} \rightarrow K^0\kappa^0) \;< 1,7\cdot 10^{-5} \;\;;\;\; CL > 95\%} \tag{5.16}$$

Dies stellt eine deutliche Verbesserung des in Kap. 5.1 zitierten Wertes von $8\cdot 10^{-5}$ [54] dar (um etwa einen Faktor 5 !). Das angegebene Konfidenzniveau entspricht wie in Kap. 5.2 nur den zwei Standardabweichungen aus Gl 5.15 (siehe auch Kommentar am Ende von Kap. 5.2).

5.4 Weitere Untersuchungen

In Kap. 5.2 wurden 21 Ereignisse gefunden, die mit den erwarteten Signalen eines gebundenen $K\pi$-Zustandes in Übereinstimmung sind. Daraus wurde in Kap. 5.3 eine obere Grenze für die Produktion eines $K^0\kappa^0$-Zustandes in der $p\overline{p}$ -Annihilation angegeben. Im folgenden soll gezeigt werden, daß diese Ereignisse jedoch nicht notwendigerweise auf einen gebundenen $K\pi$-Zustand unterhalb der Schwelle schließen lassen. Vielmehr können sie fast alle sich durch das Auftreten bekannter Reaktionskanäle erklärt werden.

- Ein kritischer Punkt in der Selektion von Ereignissen mit vier geladenen Spuren ist zunächst einmal das häufige Auftreten hadronischer Splitoffs (Kap. 3.3). Diese resultieren aus der hadronischen Wechselwirkung der geladenen Pionen mit den

CsJ-Kristallen des elektromagnetischen Kalorimeters. Da die Simulation der hadronischen Splitoffs fehlerbehaftet ist, können durch sie systematische Fehler in der Datenselektion auftreten.

Statt der invarianten Masse der beiden Gammas kann man die Vierervektoren von den beiden K_S^0 (die über die geladenen Pionen in der JDC sehr gut gemessen wurden) von dem Vierervektor des $p\overline{p}$ -Systems in Ruhe $((E, \vec{P}) = (2m_p, \vec{0}))$ abziehen und die resultierende invariante Masse m_X auftragen (Abb. 5.6b).

Beim Vergleich der Abbn. 5.6a und 5.6b muß beachtet werden, daß im ersten Fall die Vierervektoren der Gammas nach der kinematischen Anpassung an die Hypothese $K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma$ verwendet wurden, im zweiten Fall jedoch die Vierervektoren der geladenen Spuren, wie sie aus den Meßdaten der JDC berechnet wurden. Es werden also nicht ganz identische Größen miteinander verglichen, aber es zeigt sich dennoch, daß die Summe der neutralen Teilchen in diesen Ereignissen durchwegs eine sehr viel höhere invariante Masse hat als die beiden identifizierten Photonen allein (Abb. 5.6a). Deshalb wurden die 21 Ereignisse einer kinematischen Anpassung zur Hypothese $K_S^0 K_S^0$X unterworfen, wobei die Informationen über die K_S^0 aus der Messung der geladenen Teilchen stammen und mit $m_X = 135\ MeV/c^2$ getestet werden soll, ob bei Nichtberücksichtigung der photonischen Signale die fehlende Energie und der fehlende Impuls zu der invarianten Masse eines neutralen Pions führen können.

Tatsächlich können 9 Ereignisse mit $CL > 0,05$ als $K_S^0 K_S^0 \pi^0$-Ereignisse gedeutet werden, bei denen Photonen und hadronische Splitoffs miteinander verwechselt wurden.

- Im nächsten Schritt wurden die verbleibenden 12 Ereignisse untersucht, ob sie aus dem Untergrundkanal $K_S^0 K_S^0$ stammen. Dies wäre möglich, wenn zwei hadronische Splitoffs fälschlicherweise als Photonen mißidentifiziert wurden. In Kap. 4.6 wird abgeschätzt, daß Ereignisse dieses Kanals durchaus nicht völlig zu vernachlässigen sind, wenngleich zu dieser Abschätzung eine eventuell fehlerbehaftete Monte-Carlo-Simulation verwendet wurde.

  6 Ereignisse sind mit $CL > 0,05$ mit der Hypothese $K_S^0 K_S^0$ vereinbar, wobei bei der kinematische Anpassung angenommen wurde, daß es sich bei den beiden PEDs um hadronische Splitoffs handelt.

- Das Konfidenzniveau für alle Ereignisse vor dem Schnitt auf $m_{\gamma\gamma} < 80\ MeV/c^2$ (Abb. 5.7) zeigt, daß im Bereich kleiner Werte des Konfidenzniveaus für die Hypothese $K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma$ noch einige Untergrundereignisse liegen. Mit einem etwas schärferen Schnitt ($CL > 0,05$ statt $CL > 0,01$) auf die 6 Ereignisse nach dem letzten Schritt bleiben schließlich nur noch 3 Ereignisse übrig.

In Tab. 5.3 sind die Schritte der vorangegangenen Untersuchung noch einmal kurz zusammengefaßt.

Mit einfachen Annahmen lassen sich also bis auf drei Ereignisse alle κ^0-Kandidaten befriedigend mit Signalen aus anderen Kanälen erklären. Dies läßt vermuten, daß die

κ^0-Produktion vielleicht noch einiges schwächer ist als die obere Grenze aus Gl. 5.16. Allerdings können die in diesem Abschnitt durchgeführten alternativen Erklärungsversuche nicht zu dem Schluß führen, daß es sich bei den 21 Ereignissen nicht um κ^0-Signale handelt!

Selektionskriterium	Verbleibende Ereignisse
$CL(K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma) > 0,01$ und $m_{\gamma\gamma} < 80\ MeV/c^2$ und $m^2_{K_S^0\gamma\gamma} < 0,04\ GeV^2/c^4$	21
$CL(K_S^0 K_S^0 X) < 0,05$ und $m_X = 135\ MeV/c^2$	12
$CL(K_S^0 K_S^0) < 0,1$	6
$CL(K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma) > 0,05$	3

Tabelle 5.3: *Bis auf 3 Ereignisse können alle anderen als Signale bekannter Kanäle interpretiert werden.*
m_X bezeichnet die fehlende Masse, wenn man nur die Vierervektoren der Kaonen berücksichtigt (Messung über die geladenen Spuren in der JDC), nicht aber die photonischen Signale im Kalorimeter, die mit hadronischen Splitoffs verwechselt werden können. Die fehlende Masse wird dann aus der Differenz des Vierervektors des $p\overline{p}$ -Systems abzüglich der der beiden Kaonen berechnet.

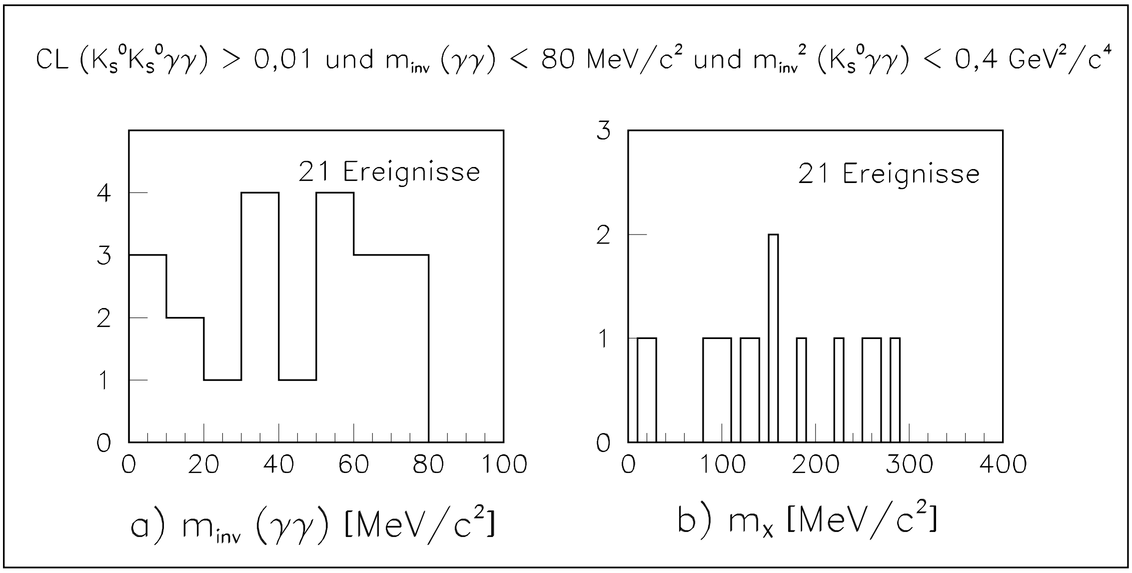


Abbildung 5.6: *Die invariante Masse des $p\overline{p}$ -Systems abzüglich der Viererverktoren der vier geladenen Pionen (**b**) liegt deutlich höher als die der beiden identifizierten Photonen (**a**). Dies läßt darauf schließen, daß in einigen dieser Ereignisse eine fehlerhafte Identifikation von Photonen und hadronischen Splitoffs vorliegt.*

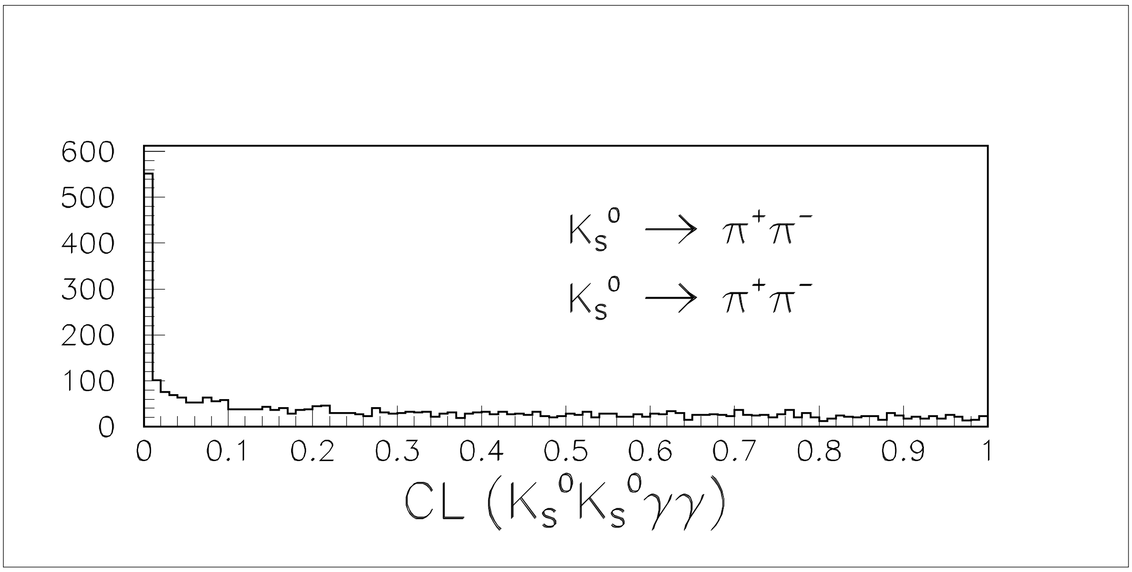


Abbildung 5.7: *Die Verteilung des Konfidenzniveaus für die Hypothese $p\overline{p} \rightarrow K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma$ für Ereignisse mit zwei geladenen K_S^0-Zerfällen. In dem Intervall $0,01 < CL < 0,1$ ist ein leicht überhöhter Anteil an Untergrundereignissen zu beobachten.*

Kapitel 6

Die Partialwellenanalyse

6.1 Das Isobarenmodell

Die Analyse des Dalitzplots verwendet das Isobarenmodell ([49], Abb. 6.1), d.h., der Zerfall des Protoniums in den Dreikörper-Endzustand ($p\overline{p} \to M_1 M_2 M_3$) wird durch zwei aufeinanderfolgende Zweikörperzerfälle beschrieben ($p\overline{p} \to X M_3 \to M_1 M_2 M_3$), wobei X den resonanten Zwischenzustand, das Isobar, beschreibt.

Abbildung 6.1: *Skizze des Isobarenmodells*

p bezeichnet den Aufbruchsimpuls im Schwerpunktsystem des Protoniums mit dem relativen Bahndrehimpuls L zwischen der Resonanz X und dem rückstoßenden Meson M_3 und q und l die äquivalenten Größen im Schwerpunktsystem der Resonanz X bei ihrem Zerfall in M_1 und M_2. Θ ist der Winkel zwischen den Impulsvektoren der Zerfallsteilchen im Ruhesystem des Isobars und dem Impulsvektor des Isobars im Laborsystem.

Die Annahme, daß man jeden Dreikörperzerfall des Protoniums durch zwei aufeinanderfolgende Zweikörperzerfälle beschreiben kann, ist ein auf experimentelle Beobachtungen gestütztes Modell. Im Fall eines nichtresonanten Dreikörperzerfalls wäre die Dichteverteilung im Dalitzplot konstant über den ganzen Phasenraum, während man tatsächlich mehr oder weniger starke Strukturen beobachtet, die auf resonante Zwischenzustände zurückzuführen sind. Ein äußerst eindrucksvolles Beispiel ist der Dalitzplot des Endzustandes $K_S^0 K_L^0 \pi^0$ [57], in dem nur die Bänder der $K^*(892)$- und der $\phi(1020)$-Resonanz populiert und in dem übrigen Bereich des Phasenraums fast keine Einträge zu beobachten sind.

Etwas kompliziertere Modelle berücksichtigen auch die Möglichkeit, daß z.B. die Mesonen M_1 und M_3 in Abb. 6.1 noch einmal wechselwirken und wieder eine Resonanz bilden können (*rescattering process*), aber in der Regel (insbesondere in dieser Analyse !) ist ein solch erweitertes Modell nicht nötig, um die Daten erfolgreich beschreiben zu können.

Der Zerfall des Protoniums in Ruhe erfolgt aus der S-Welle (Kap. 1.4). Je nach Ausgangszustand können auch Beiträge aus der P-Welle eine Rolle spielen, aber da die Berücksichtigung einer solchen Möglichkeit eine Vielzahl zusätzlicher freier Parameter mit sich zieht, wird zunächst reine S-Wellen-Annihilation angenommen.

Da für den Endzustand $\hat{C}|K_S^0 K_S^0 \pi^0 >= +|K_S^0 K_S^0 \pi^0 >$ gilt, sind die Quantenzahlen des $p\overline{p}$ -Ausgangszustandes eindeutig definiert : $J^{PC}(p\overline{p}\ ) = 0^{-+}$. Der Isospin I des Anfangszustandes ist entweder 0 oder 1 und die Amplituden, die zu den verschiedenen Isospins des Ausgangssystems gehören, werden kohärent addiert.

In diesem Modell sind zwei Zerfallsketten möglich :

1. $p\overline{p} \longrightarrow X K_S^0\ ,\ X \longrightarrow K_S^0 \pi^0$
2. $p\overline{p} \longrightarrow X \pi^0\ ,\ X \longrightarrow K_S^0 K_S^0$

Aus diesen können die Quantenzahlen aller in der Reaktion erlaubten Resonanzen abgeleitet werden (Tab. 6.1).

$X \longrightarrow$	l	L	$I(J^{P(C)})(X)$	Mögliche Resonanzen
$K_S^0 \pi^0$	0	0	1/2 (0^+)	$K\pi - S - Welle$
	1	1	1/2 (0^-)	$K^*(892)$
$K_S^0 K_S^0$	0	0	0 (0^{++})	$f_0(975),\ f_0(1370),\ f_0(1500)$
	0	0	1 (0^{++})	$a_0(980),\ a_0(1450)$
	2	2	0 (2^{++})	$f_2(1270),\ f_2'(1525)$
	2	2	1 (2^{++})	$a_2(1320)$

Tabelle 6.1: *Mögliche Zwischenzustände in der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K_S^0 K_S^0 \pi^0$. Diese Liste ist unvollständig, in [3] werden noch weitere Resonanzen mit denselben Quantenzahlen in dem relevanten Massenbereich angegeben.*

Durch eine Partialwellenanalyse soll nun versucht werden, die experimentell gemessene Verteilung der Daten (Abb. 4.12) durch eine theoretische Dichteverteilung zu beschreiben, der das Isobarenmodell zugrunde liegt. Durch eine Anpassung der theoretischen Dichteverteilung an die experimentellen Daten werden die freien Parameter des Modells, die komplexen Koeffizienten $\Lambda_1 ... \Lambda_M$, festgelegt.

Mit

$$W(s_1, s_2, \Lambda_1...\Lambda_M) \;=\; w_D(s_1, s_2, \Lambda_1...\Lambda_M) \;\cdot\; \rho_{LIPS}(s_1, s_2) \;\cdot\; \epsilon(s_1, s_2) \qquad (6.1)$$

kann eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion definiert werden, wobei

$$w_D(s_1, s_2, \Lambda_1...\Lambda_M) \;=\; |\sum_{k=1}^{M} \Lambda_k A_k(s_1, s_2)|^2 \;=\; |A_{tot}(s_1, s_2, \Lambda_1...\Lambda_M)|^2 \qquad (6.2)$$

das dynamische Gewicht eines Ereignisses bezeichnet, das nichts anderes ist als der quadratische Wert der totalen Übergangsamplitude (Summe der mit den Λ_k gewichteten M Partialamplituden A_k) an diesem Punkt. Zur Vereinfachung wurde dabei angenommen, daß alle Übergänge aus dem selben Anfangszustand stattfinden und alle Partialamplituden somit kohärent addiert werden. Übergangsamplituden aus verschiedenen Anfangszuständen müssen dagegen inkohärent addiert werden.

$\rho_{LIPS}(s_1, s_2)$ ist ein lorentz-invarianter Phasenraumfaktor, der angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Ereignis am Punkt (s_1, s_2) des Phasenraums generiert wird, wenn keine dynamischen Effekte auftreten. Die korrekte Simulation von $\rho_{LIPS}(s_1, s_2)$ erfolgt durch das CERN-Standardprogramm GENBOD [27].

$\epsilon(s_1, s_2)$ ist schließlich der Akzeptanzfaktor, der die Wahrscheinlichkeit berücksichtigt, daß ein durch GENBOD generiertes Ereignis alle Selektionskriterien erfüllt. Zur korrekten Behandlung dieses Faktors wurde eine Monte-Carlo-Simulation vorgenommen (Kap. 4.1).

Werden zur Berechnung der theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion also die durch die Monte-Carlo-Simulation generierten und mit denselben Kriterien wie die experimentellen Daten selektierten Ereignisse verwendet, ist eine korrekte Beschreibung des Faktors $\rho_{LIPS}(s_1, s_2) \;\cdot\; \epsilon(s_1, s_2)$ in Gl. 6.1 gewährleistet. Ohne dynamische Effekte und ohne Drehimpulserhaltung erwartet man dann eine Dichteverteilung der Ereignisse wie in Abb. 6.2. Durch die Optimierung müssen nun geeignete Koeffizienten $\Lambda_1...\Lambda_M$ gefunden werden, damit unter Einschluß der dynamischen Funktion $w_D(s_1, s_2, \Lambda_1...\Lambda_M)$ die in Abb. 6.2 gezeigte Verteilung in die experimentell gemessene Verteilung (Abb. 4.12) übergeht.

6.2 Die Maximum-Likelihood-Methode

Aus Gleichung 6.1 kann eine totale Dichtefunktion $\mathcal{L}$ definiert werden als das auf das Phasenraumintegral normierte Produkt $W(s_1, s_2, \Lambda_1...\Lambda_M)$ über alle N_{Daten} Datenpunkte. Mit $\vec{\Lambda} \;=\; (\Lambda_1...\Lambda_M)$ kann diese Funktion folgendermaßen geschrieben werden :

$$\mathcal{L}(\vec{\Lambda}) \;=\; \frac{\prod_{j=1}^{N_{Daten}} W(s_1^j, s_2^j, \vec{\Lambda})}{\int_{LIPS} W(s_1, s_2, \vec{\Lambda}) ds_1 ds_2} \qquad (6.3)$$

Das Phasenraumintegral $\int_{LIPS}$ kann durch die Summe über alle N_{MC} Monte-Carlo-Daten angenähert werden und zur Vereinfachung wird $\mathcal{L}$ durch $ln(\mathcal{L})$ ersetzt, so daß sich Gl. 6.3 transformiert zu

Monte-Carlo-Simulation : $\rho_{LIPS}(s_1, s_2) \cdot \epsilon(s_1, s_2)$ [$\rightarrow$ *Gl.* 6.1]

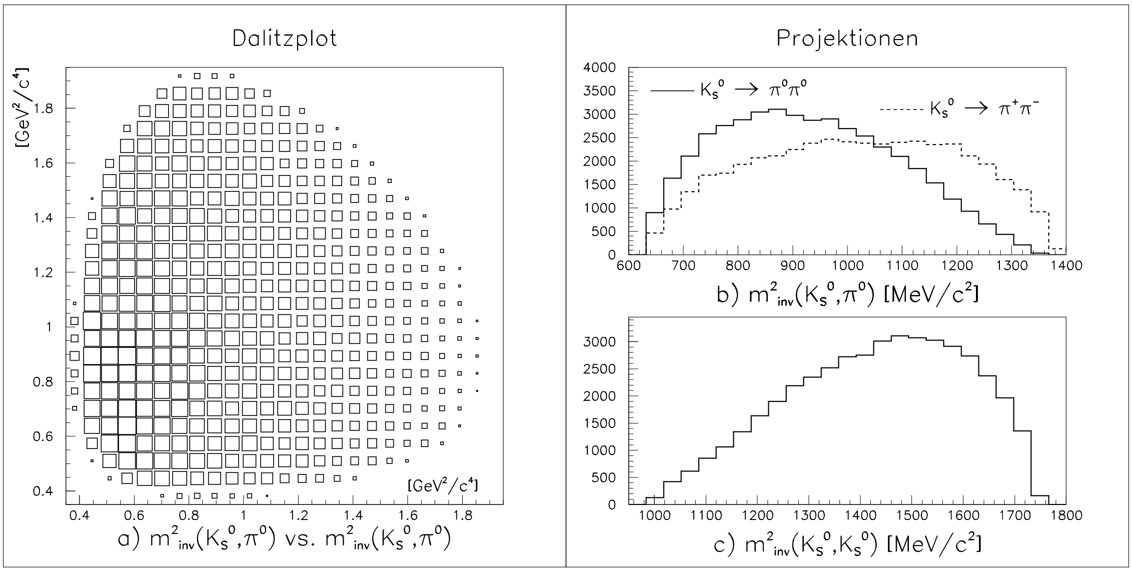


Abbildung 6.2: *Simulation des akzeptanzbehafteten Phasenraums (Dalitzplot und Projektionen) unter Verwendung der Monte-Carlo-Daten. Die Verteilung entspicht $\rho_{LIPS}(s_1, s_2) \cdot \epsilon(s_1, s_2)$ in Gl. 6.1.*

$$ln(\mathcal{L}) \;=\; \sum_{j=1}^{N_{Daten}} ln(W(s_1^j, s_2^j, \vec{\Lambda})) \;-\; ln\left(\sum_{l=1}^{N_{MC}} W(s_1^l, s_2^l, \vec{\Lambda})\right) \;+\; const. \qquad (6.4)$$

Der Parametersatz $\vec{\Lambda}$ wird durch eine Maximierung von $ln(\mathcal{L})$ bestimmt :

$$\frac{\partial ln(\mathcal{L})}{\partial \Lambda_k} \;=\; 0 \quad ; \quad k \;=\; 1...M \qquad (6.5)$$

6.3 Der Helizitätsformalismus

Die Winkelverteilung der Zerfallsprodukte im Ruhesystem einer Resonanz hängt von den Spins und den Drehimpulsen der beteiligten Teilchen ab. Sie ist im einfachsten Fall isotrop, z.B. beim Zerfall eines Skalars in zwei Pseudoskalare, den allgemeinen Fall kann man unter Verwendung des Helizitätsformalismus ([58] und [59], alternativ mit dem Zeemach-Formalismus [60]) beschreiben. Über diese charakterische Winkelverteilung lassen sich Spin und Parität der Resonanz ermitteln, wenn die Spins und die Paritäten des Ausgangszustandes und aller Mesonen im Endzustand bekannt sind.

Im Helizitätsformalismus wird für jeden Zweikörperzerfall der Impulsvektor $\vec{p}$ eines der Zerfallsteilchen im Ruhesystem der Resonanz als Quantisierungsachse gewählt. Der Vorteil ist, daß sich bei einem Zerfall in zwei Teilchen mit den Spins s_1 und s_2 mit einem relativen Drehimpuls $\vec{l}$ die durch

$$\lambda_i = \frac{(\vec{l} + \vec{s_i}) \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \tag{6.6}$$

definierten Helizitäten dann jeweils auf die z-Komponente der Spins der Zerfallsteilchen ($\lambda_i = m_i$) reduzieren, da der Bahndrehimpuls $\vec{l}$ senkrecht zum Impulsvektor $\vec{p}$ steht.

Mit dem Gesamtdrehimpuls J des Eingangs- (und Ausgangs-) zustands und dessen z-Komponente M, sowie dem Gesamtspin S und dem Isobarenspin S_X kann jede Partialamplitude im Fall eines Zerfalls von Protonium in drei Pseudoskalare wie folgt geschrieben werden :

$$A_k(JMS_X) \;=\; (2J+1)^{1/2}(2S_X+1)^{1/2} \sum_{\lambda_X} D^{J\;*}_{M\lambda_X}(\Phi,\Theta,0) D^{S_X\;*}_{\lambda_X 0}(\phi,\theta,0) \cdot f^{J,k}_{\lambda_X} \tag{6.7}$$

Durch die wohlbekannten D-Matrizen [3] $D^{J\;*}_{M\lambda_X}(\Phi,\Theta,0)$ und $D^{S_X\;*}_{\lambda_X 0}(\phi,\theta,0)$ werden die Transformationen in die Bezugssysteme der Helizitätszustände vorgenommen (mit den Azimutal- und Polarwinkeln (Φ,Θ) bzw. (ϕ,θ)).

$f^{J,k}_{\lambda_X}$ ist der dynamische Anteil der k-ten Partialwelle und die Helizität des Isobars ist mit dem Spin S und dem Drehimpuls L in der $p\overline{p}$ -Annihilation durch Clebsch-Gordan-Koeffizienten [3] verknüpft :

$$f^{J,k}_{\lambda_X} \;=\; \sum_{LS} \left(\frac{2L+1}{2J+1}\right)^{1/2} (L0S\lambda_X|J\lambda_X)\; f^{J,k}_{LS} \tag{6.8}$$

$f^{J,k}_{LS}$ wird schließlich faktorisiert in die empirischen Blatt-Weisskopf-Faktoren, die die Unterdrückung von höheren Bahndrehimpulsen beschrieben, und eine dynamische Funktion $\hat{F}(s)$, die nur von dem Massenquadrat s des Isobars abhängt.

$$f^{J,k}_{LS} \;=\; F_L(p) F_S(q) \hat{F}^k(s) \tag{6.9}$$

unter Verwendung der Formeln [61][1]

$$F_0(p) \;=\; 1 \tag{6.10}$$

$$F_1(p) \;=\; \left(\frac{2(p/p_R)}{(p/p_R)+1}\right)^{1/2} \tag{6.11}$$

$$F_2(p) \;=\; \left(\frac{13(p/p_R)^2}{((p/p_R)-3)^2 + 9(p/p_R)}\right)^{1/2} \tag{6.12}$$

$p_R \approx\; 0.2GeV/c$ entspricht einem Annihilationsradius von 1 fermi und $F_L(p)$ ist so normiert, daß $F_L(p) = 1$ für $p/p_R = 1$.

[1] Der Index der Blatt-Weisskopf-Faktoren bexeichnet den Drehimpuls, der beim Zerfall im Ruhesystem des Zerfallsteilchens auftritt. Da in dieser Arbeit ein Endzustand bestehend aus drei Pseudoskalaren, d.h., Teilchen mit Spin 0, untersucht wird, kann in Gl. 6.9 'S' als Index des zweiten Faktors gesetzt werden.

6.4 Die dynamische Funktion

In allen folgenden Formeln wird ein dimensionloser Phasenraumfaktor ρ für den Zweikörperzerfall verwendet, der direkt mit dem Aufbruchsimpuls q der beiden Zerfallsteilchen mit den Massen m_1 und m_2 im Ruhesystem des zerfallenden Teilchens der Masse m zusammenhängt :

$$\rho(m) \;=\; 2q/m \;=\; 1/m^2 \cdot \sqrt{(m^2-(m_1+m_2)^2)\,(m^2-(m_1-m_2)^2)} \qquad (6.13)$$

6.4.1 Die Breit-Wigner-Formel

Für jede Resonanz in Tab. 6.1 muß der dynamische Anteil der Gl. 6.9 parametrisiert werden. Die relativistische Breit-Wigner-Formel

$$\hat{F}(s) \;=\; \frac{m_0\Gamma_0/\rho(m_0)}{m_0^2-m^2-im_0\Gamma(m)} \qquad (6.14)$$

für ein Isobar der Masse m_0 und der Breite Γ_0 mit

$$\Gamma(m) \;=\; \Gamma_0\frac{m_0}{m}\frac{q(m)}{q(m_0)}\frac{F_L^2(q(m))}{F_L^2(q(m_0))} \qquad (6.15)$$

kann für jede Resonanz verwendet werden, die nicht nennenswert mit einer anderen Resonanz überlappt, die in allen Quantenzahlen (I,G,J,P,C) identisch ist, und wenn Schwelleneffekte vernachlässigbar sind. In dieser Analyse wurde eine Breit-Wigner-Funktion für alle Teilchen in Tab. 6.2 verwendet und deren Massen und Breiten wurden aus [3] entnommen.

Resonanz	K*(892)	a_0(1450)	f_2(1270)	f_2'(1525)	a_2(1320)
Masse $[MeV/c^2]$	896,1	1470	1275	1525	1318
Breite $[MeV/c^2]$	50,5	265	185	76	110

Tabelle 6.2: *Durch Breit-Wigner-Funktionen beschriebene Resonanzen. Massen und Breiten wurden [3] entnommen.*

Abb. 6.4- 6.7 zeigen Phasenraumsimulationen aller Breit-Wigner-Resonanzen in Tab. 6.2 und die Projektionen, in denen sie am besten in den experimentellen Daten (Abb. 6.3) identifiziert werden können, falls sie signifikant zu der Übergangsamplitude beitragen. Da die Simulationen mit den Monte-Carlo-Daten (Abb. 6.2) durchgeführt wurden, werden die Triggereffekte in den Asymmetrien deutlich sichtbar.

Abb. 6.4 zeigt, daß die K^*K-Amplituden nicht nur für die deutlichen Signale in den $(K\pi)$-Projektionen (Abb. 6.3b) verantwortlich sind, sondern in der $K\overline{K}$-Projektion auch einen großen Anteil an dem starken Signal bei etwa 1600 MeV/c^2 haben und ebenso zu dem Signal bei etwa 1200 MeV/c^2 beitragen (Abb. 6.3c).

Das deutliche Band an der linken Begrenzung des Phasenraums kann mit dem $f_2'(1525)$ (Abb. 6.5) identifiziert werden. Der Grund, warum dieses Band viel deutlicher hervortritt als das entsprechende Band an der unteren Phasenraumbegrenzung, liegt in der triggerbedingten Anreicherung von Ereignissen in diesem Bereich, da hier Ereignisse mit geladen zerfallenden K_S^0 sehr hoher Impulse liegen. Deshalb ist das $f_2'(1525)$ nur in einer $(K\pi)$-Projektion in Abb. 6.3b sehr deutlich zu sehen, in der anderen dagegen fast gar nicht.

Das $a_0(1450)$ (Abb. 6.6) ist eine sehr breite Resonanz und wenn es in $K\overline{K}$ zerfällt, könnte es einen Teil des Signals bei etwa 1430 MeV/c^2 in Abb. 6.3c erklären.

Die beiden Tensorresonanzen $f_2(1270)$ und $a_2(1320)$ liegen relativ nahe beieinander und haben eine ähnliche Verteilung im Dalitzplot. Abb. 6.7 zeigt zwei Beispiele einer Phasenraumsimulation mit gleichen (willkürlichen) Intensitätsverhältnissen $(I(f_2)/I(a_2) \approx 1/3)$, aber verschiedenen relativen Phasen (0^0 in **a** und 180^0 in **b**). Der Unterschied der beiden simulierten Verteilungen ist nicht groß, aber Interferenzen beider Amplituden mit der erwartet starken $(KK)_{I=0}$-S-Welle werden sicher eine große Rolle spielen.

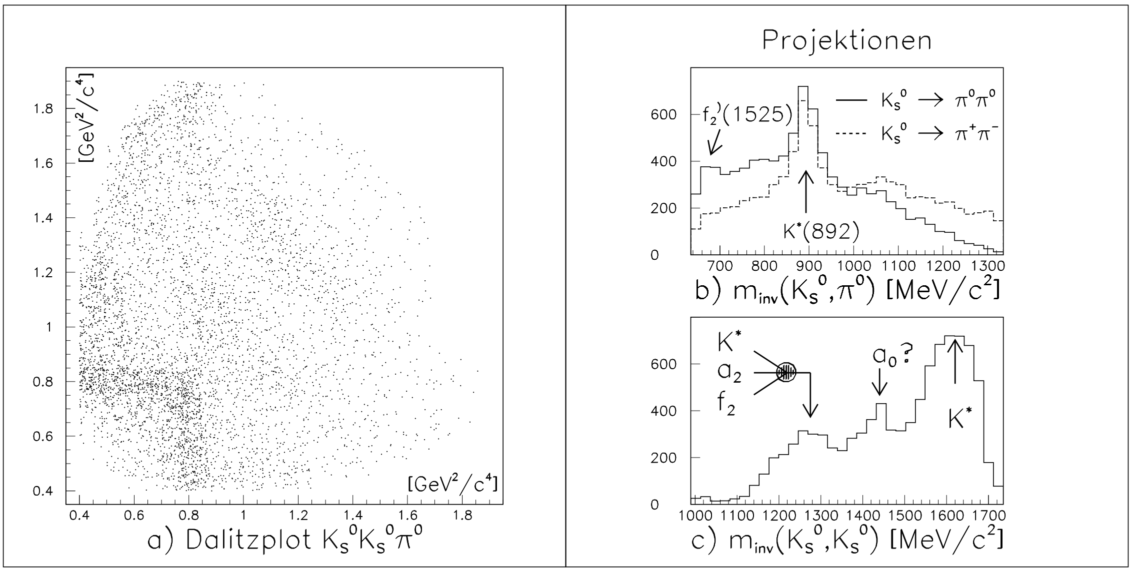


Abbildung 6.3: *Zum Vergleich mit den folgenden Simulationen noch einmal der experimentelle Dalitzplot für einen geladenen K_S^0-Zerfall und seine Projektionen. Mit Hilfe von Phasenraumsimulationen kann man die Erhebungen mit einzelnen Resonanzen assoziieren.*

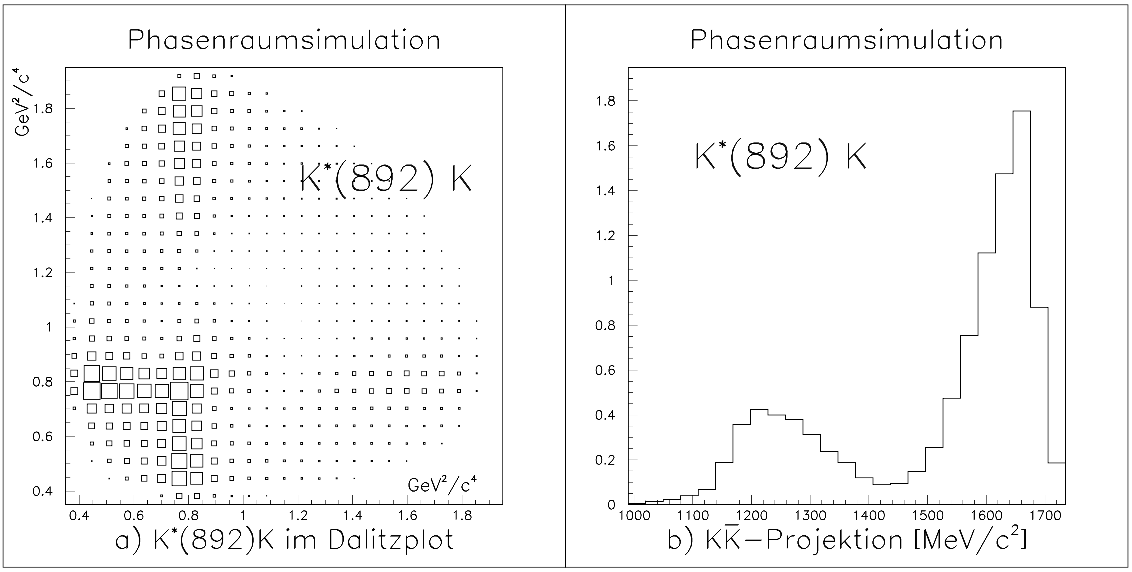


Abbildung 6.4: *Phasenraumsimulation der $K^*(892)K$-Amplitude mittels der Monte-Carlo-Daten. Das starke Signal bei etwa 1600 MeV/c^2 in der $K\overline{K}$-Projektion wird durch die $K^*(892)K$-Amplitude verursacht.*

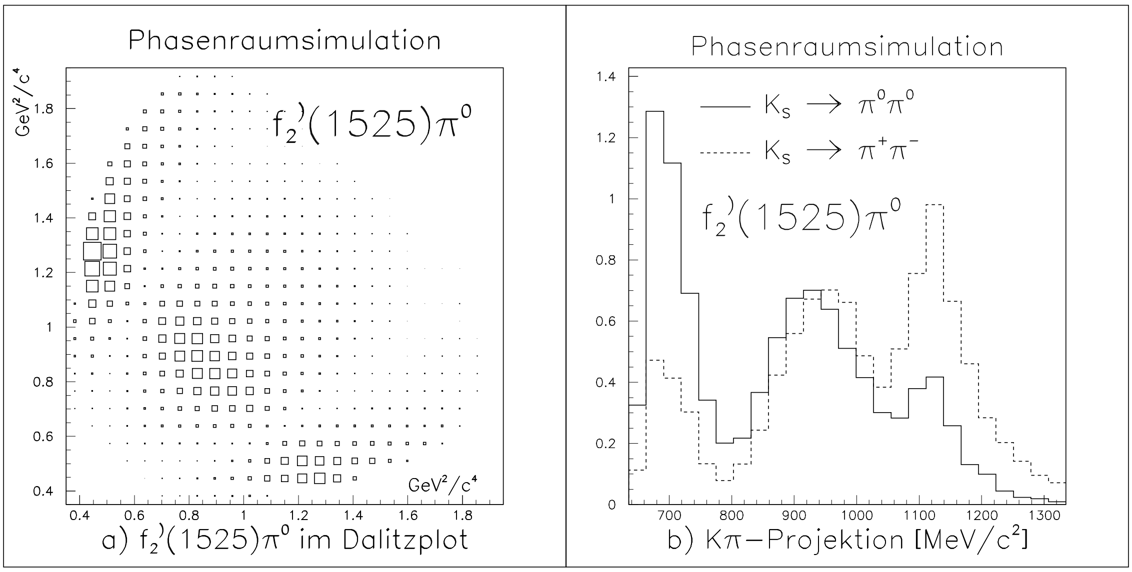


Abbildung 6.5: *Phasenraumsimulation der $f_2'(1525)\pi^0$-Amplitude mittels der Monte-Carlo-Daten. Der Trigger bewirkt eine starke Anreicherung von Ereignissen mit kleinen $(K\pi)$-invarianten Massen für neutral zerfallende K_S^0 (entspricht geladen zerfallenden K_S^0 mit hohem Impuls).*

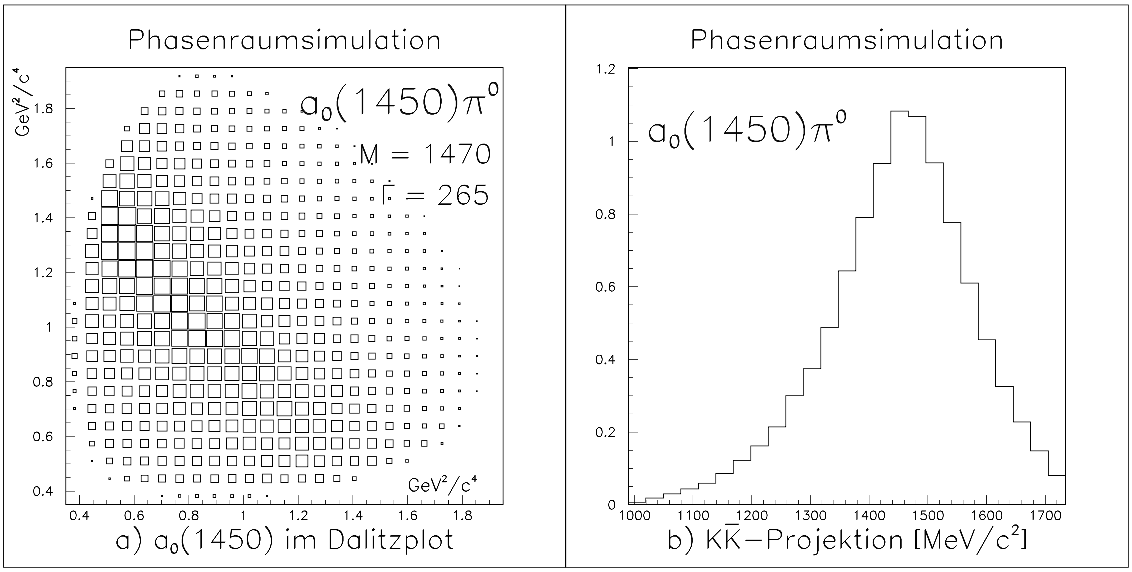


Abbildung 6.6: *Phasenraumsimulation der $a_0(1450)\pi^0$-Amplitude. Ein signifikanter Zerfall von $a_0(1450)$ in $K\overline{K}$ ist a priori nicht gesichert.*

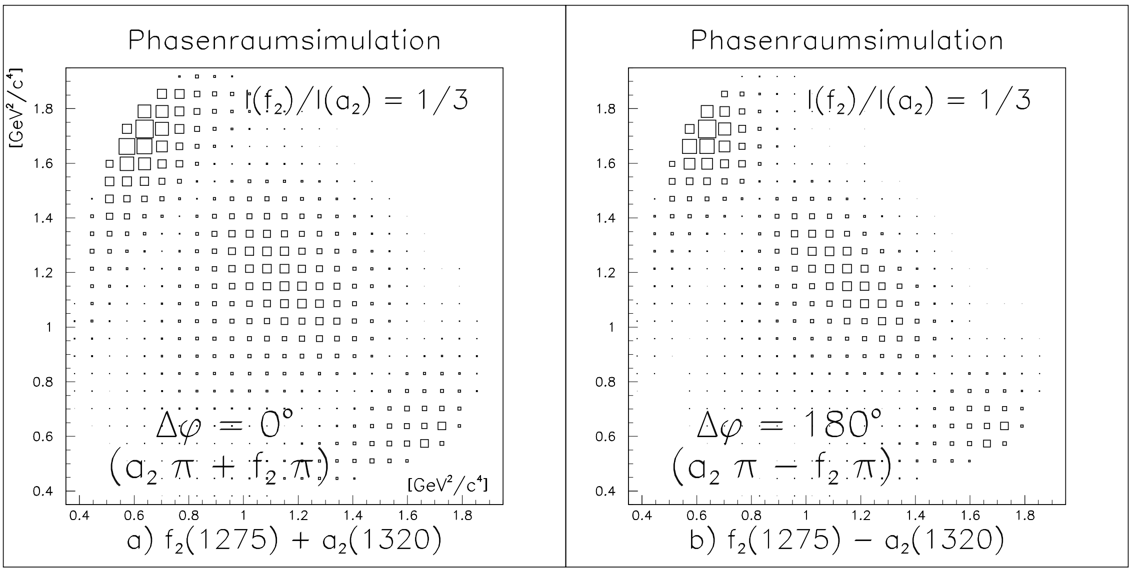


Abbildung 6.7: *Phasenraumsimulation der addierten Tensor-Amplituden für $f_2(1270)$ und $a_2(1320)$. In beiden Fällen wurde das willkürliche Intensitätsverhältnis 1:3 gewählt und die Gesamtamplitude einmal für den Fall $\Delta\phi = 0^0$ (a) und einmal für $\Delta\phi = 180^0$ (b) simuliert.*

6.4.2 Die Flatté-Formel ($f_0(975)$ und $a_0(980)$)

Die Beschreibung eines Zustandes, dessen Resonanzmasse nahe der Schwelle ($m_{inv} = 2m_K$ für eine $K\overline{K}$-Resonanz) liegt, erfolgt im allgemeinen nicht durch eine Breit-Wigner-Funktion. Die übliche Parametrisierung für das $\mathrm{a}_0(980)$, dessen Resonanzmasse ziemlich genau das doppelte der Kaonmasse beträgt, wurde von S. M. Flatté in einer gekoppelten Analyse der Zerfälle $\mathrm{a}_0(980) \rightarrow K\overline{K}$ und $\mathrm{a}_0(980) \rightarrow \eta\pi$ [63] entwickelt.

Der Nenner in Gl. 6.14 transformiert sich zu

$$m_0^2 - m^2 - im_0 g_{\eta\pi}(q_{\eta\pi} + r \cdot q_{K\overline{K}}) \quad ; \quad r \ = \ \frac{g_{K\overline{K}}}{g_{\eta\pi}} \tag{6.16}$$

$$\Gamma_0 \ = \ \Gamma_{K\overline{K}} \ + \ \Gamma_{\eta\pi} \ = \ g_{\eta\pi} q_{\eta\pi} \ + \ g_{K\overline{K}} q_{K\overline{K}} \tag{6.17}$$

Da sich die Parameter $g_{\eta\pi}$ und r in der Analyse von Flatté als stark gekoppelt erwiesen, konnten ihre Werte nicht eindeutig bestimmt werden. Deshalb werden in dieser Analyse die Werte aus [64] benutzt, die unter zusätzlicher Verwendung der Crystal-Barrel-Daten des Kanals $p\overline{p} \rightarrow \omega\eta\pi^0$ in Ruhe [66] ermittelt wurden :

$$m_0 \ = \ 999 \ MeV/c^2 \quad ; \quad g_{\eta\pi} \ = \ 221 \ MeV/c^2 \quad ; \quad r \ = \ 1.16 \tag{6.18}$$

Dieselbe Formel wird für das $f_0(975)$ verwendet, nur werden jetzt $g_{\eta\pi}$ und $q_{\eta\pi}$ zu $g_{\pi\pi}$ und $q_{\pi\pi}$. Die Parameter sind [65] entnommen :

Zwei Skalare an der $K\overline{K}$-Schwelle

Abbildung 6.8: *Die Phasenraumsimulation zeigt, daß sowohl das $f_0(975)$ als auch das $a_0(980)$ einen langen Ausläufer zu hoher $K\overline{K}$-Masse haben, diese sich aber bei Summation im Fall einer relativen Phase von 180^0 nahezu vollständig auslöschen. Die resultierende Amplitude ist dann ähnlich einer einzelnen Flatté-Resonanz, aber viel schmäler (**a**). Das Beispiel in **b** zeigt, daß sich der Großteil des a_0-Signals in Randzellen befindet, die nicht vollständig innerhalb des Phasenraums liegen.*

$$m_0 \;=\; 990\; MeV/c^2 \quad ; \quad g_{\pi\pi} \;=\; 270\; MeV/c^2 \quad ; \quad g_{K\overline{K}} \;=\; 116.1\; MeV/c^2 \qquad (6.19)$$

Abb. 6.8a verdeutlicht die Problematik, die beiden Skalare an der $K\overline{K}$-Schwelle zu trennen. Wenn die relative Phase zwischen den beiden Amplituden 180^0 beträgt, wird die durch Summation resultierende Amplitude sehr viel schmäler als die Einzelamplituden und sie fällt sehr viel schneller ab. Deshalb wird der Ausläufer zu hohen Massen kaum dazu beitragen, die beiden Amplituden durch Interferenzeffekte mit anderen Amplituden trennen zu können, aber andererseits wird es voraussichtlich keinen störenden Einfluß auf die Gesamtamplitude haben, wenn man als Näherung nur eine der beiden Amplituden in der Analyse verwendet.

Abb. 6.8b ist eine einfache Phasenraumsimulation des $a_0(980)$ mit den Parameter aus 6.18 die für die Analyse ausgewählt wurde (die Auswirkung einer zusätzlichen $f_0(975)$-Amplitude wird ebenfalls untersucht werden). Es ist deutlich ersichtlich, daß eine Analyse eines in Zellen unterteilten Datensatzes eine sehr sorgfältige Berücksichtigung der Zellen erfordert, die nicht vollständig innerhalb der Phasenraumgrenzen liegen.

6.4.3 Die $K\overline{K}$-S-Welle mit $I = 0$

Der K-Matrix Formalismus

Die korrekte Beschreibung einer Resonanz durch eine Breit-Wigner-Funktion setzt voraus, daß die Amplitude nicht nennenswert mit einer weiteren Amplitude, die in allen Quantenzahlen (I, G, J, P, C) identisch ist, überlappt. Den Grund für die Nichtanwendbarkeit in diesem Fall erkennt man unter anderem in der üblichen Herleitung der Breit-Wigner-Formel, deren wesentlicher Bestandteil eine Taylorentwicklung der von der Schwerpunktsenergie s abhängigen S-Wellen-Amplitude in der Zweiteilchenstreuung[2]

$$\hat{T}_{BW}(s) \;=\; e^{i\delta(s)} sin\ \delta(s) \;=\; \frac{1}{cot\ \delta(s) - i} \tag{6.20}$$

um die Resonanzmasse ist [4]. Dort gilt bei einer isolierten Resonanz für die Streuphase $\delta_R = \pi/2$ und somit $cot\ \delta_R = 0$, was aber bei Superposition einer zweiten Amplitude, deren Streuphase dort einen von Null verschiedenen Wert hat, nicht mehr zutrifft, wodurch die Voraussetzung für die Taylorentwicklung nicht mehr gegeben ist und damit auch keine Rechtfertigung mehr für die Anwendung der Breit-Wigner-Funktion besteht.

Betrachtet man das Argand-Diagramm (Imaginär- gegen Realteil der Streuamplitude) für eine Zweiteilchenstreuung bei Beschreibung der Übergangsamplitude durch zwei sich überlappende Breit-Wigner-Funktionen, dann erkennt man deutlich, daß in einem solchen Modell die Unitarität verletzt wird (Abb. 6.10b).

Mit der Einführung der K-Matrix wurde ein Formalismus entwickelt (siehe z. B. [73]), der die Unitarität in der Zweiteilchenstreuung wahrt (Argand-Diagramm in Abb. 6.10a) und die dynamische Funktion im Grenzfall einer einzigen oder mehrerer nicht-überlappender Resonanzen auf die Breit-Wigner-Formel zurückführt.

Von dem allgemeinen unitären Streuoperator $\hat{S}$, der den Übergang eines Anfangszustands $|i>$ in den Endzustand $|f>$

$$\hat{S}_{fi} \;= < f|\hat{S}|i > \tag{6.21}$$

beschreibt, wird üblicherweise der Teil abgetrennt, der den Fall der Nicht-Wechselwirkung in Betracht zieht :

$$\hat{S} \;=\; \hat{I} + 2i\hat{T} \tag{6.22}$$

Rein mathematisch kann man nun einen K-Operator definieren :

$$\hat{K}^{-1} \;=\; \hat{T}^{-1} + i\hat{I} \tag{6.23}$$

[2]Von Null verschiedene Drehimpulse führen zu Helizitätsfunktionen und Dämpfungsfaktoren, die dann nicht mehr gleich 1 sind und zu etwas komplizierteren Übergangsamplituden führen. Dies hat aber auf den dynamischen Anteil, insbesondere auf die Herleitung der Breit-Wigner-Formel oder des im folgenden eingeführten K-Matrix-Formalismus keinen Einfluß.

Aufgrund der Unitarität von $\hat{S}$ leitet sich die Hermitezität von $\hat{S}$ ab und unter zusätzlicher Verwendung des Prinzips der Zeitumkehrinvarianz in der Zweiteilchenstreuung läßt sich dann zeigen, daß die K-Matrix reell und symmetrisch [73] ist.

Um die Lorentz-Invarianz der T- und der K-Matrix zu gewährleisten, muß noch ein Zweikörper-Phasenraumfaktor ρ eingeführt werden [58] und man kann nach Umformung Gl. 6.23 schreiben als

$$\hat{T} = (I - i\rho\hat{K})^{-1}\hat{K} \tag{6.24}$$

Die physikalische Bedeutung der K-Matrix erschließt sich, wenn man die rechte Seite von Gl. 6.24 in iterativer Schreibweise betrachtet :

$$\hat{T_{if}} \;=\; \hat{K_{if}} \;+\; i\sum_k \hat{K_{ik}}\rho_k\hat{K_{kf}} + ...(Terme\ h\ddot{o}herer\ Ordnung) \tag{6.25}$$

Außer dem direkten Übergang des Anfangs- in den Endzustand über eine Resonanz sind also zudem Übergänge der verschiedenen Zwischenzustände ineinander möglich (Abb. 6.9). Die doppelt gezeichneten Linien stellen die (mit α bezeichneten) Resonanzen dar, die einfachen Linien die Zweiteilchenzustände (z.B. $\pi\pi$, $\eta\eta$, $K\overline{K}$).

$$\hat{T}_{if} =$$

Abbildung 6.9: *Die iterative Form der T-Matrix (Gl. 6.24) bei der Formulierung über die K-Matrix zeigt, daß Übergänge zwischen allen an der Reaktion $|i> \rightarrow |f>$ möglichen Resonanzen mit identischen Quantenzahlen (α_m, α_n...) eine Rolle spielen.*

Die Terme höherer Ordnung sind im allgemeinen nicht vernachlässigbar. Die Mischung der Zustände bewirkt, daß sich die 'physikalischen' Polparameter, die Massen und Breiten der T-Matrix-Pole, sehr stark von den K-Matrixpolparametern der 'nackten' Resonanzen unterscheiden können. Im Fall der $K\overline{K}$-S-Welle mit $I = 0$ kommt hinzu, daß auch der am niedrigsten liegende Glueball mit den $q\overline{q}$-Mesonen mischen kann und die Verschiebung seiner 'physikalischen' Masse von der 'nackten' Masse durchaus in der Größenordnung $100 - 300\ MeV/c^2$ betragen kann [67].

Duch die Anpassung der theoretischen Amplitude an die experimentellen Daten erhält man zunächst die Parameter der K-Matrix-Pole und erhält die T-Matrix-Pole dann, indem man die Maxima von $\hat{T}$ (Gl. 6.24) in der komplexen Energieebene bestimmt [72].

Die allgemeine Formulierung der K-Matrix lautet [73]

$$\hat{K_{if}} \;=\; \sum_\alpha g_{i\alpha}\frac{1}{m_\alpha - m}g_{\alpha f} \tag{6.26}$$

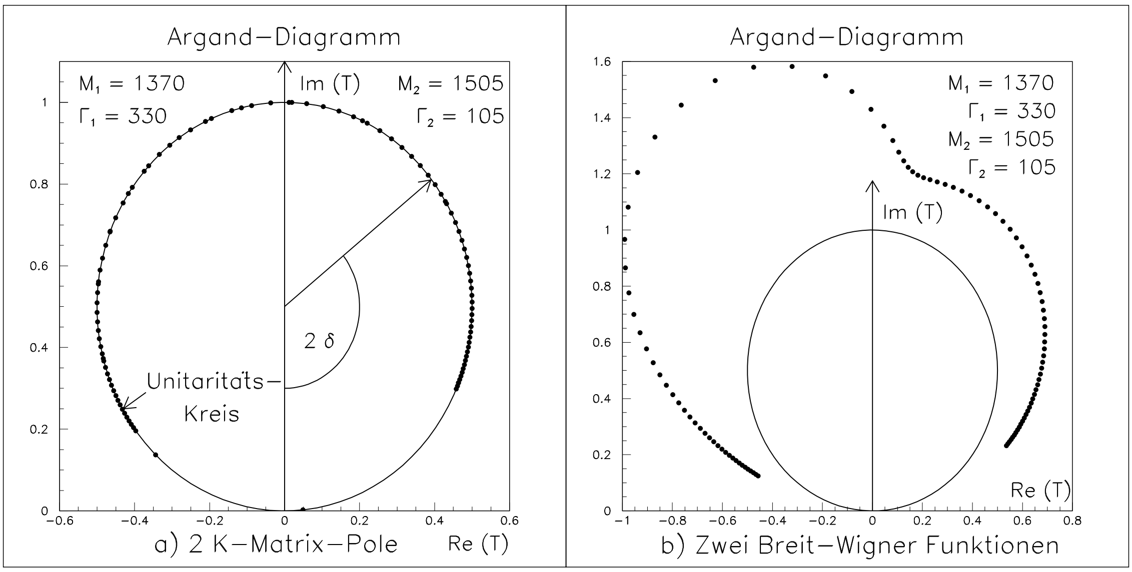


Abbildung 6.10: *Im Argand-Diagramm erkennt man, daß man mit dem K-Matrix-Formalismus die Unitarität in der Zweiteilchenstreuung wahrt (**a** : Zwei Umläufe mit einem Nulldurchgang des T-Vektors), bei Verwendung zweier Breit-Wigner-Funktionen im Fall zweier stark überlappender Resonanzen jedoch deutlich verletzt (**b**).*

In der vorliegenden Analyse wurde für die Isoskalare nur ein erlaubter Zerfallskanal ($K^0_S K^0_S$) in Betracht gezogen, wodurch T- und K-Matrix zu skalaren Funktionen reduziert werden.

$g_{i\alpha}$ und $g_{\alpha f}$ sind die Kopplungsstärken an den beiden Vertices :

$$g_{i\alpha} = \sqrt{\frac{m_\alpha \Gamma_{i\alpha}}{\rho_i(m_\alpha)}} \tag{6.27}$$

Aus [71] ist bekannt, daß - abgesehen von dem $f_0(975)$, dessen Anteil nur als sehr schwach erwartet wird - zwei isoskalare Resonanzen mit $J^{PC} = 0^{++}$ im Phasenraum des Kanals $K^0_S K^0_S \pi^0$auftreten. Eine weitere isoskalare Resonanz wird bei einer Masse von 1700 MeV/c^2 vermutet. Diese liegt allerdings genau am oberen Rand des Phasenraums und hat möglicherweise Spin 2 und dann einen entsprechenden Dämpfungsfaktor (Gl. 6.12) in der Amplitude. Da auch die Spektren in Abb. 6.3a-c keinen Hinweis auf einen solchen Beitrag geben, wird auf eine entsprechende Amplitude zunächst verzichtet.

Für zwei resonante Zwischenzustände und einen Zerfallskanal ($K^0_S K^0_S$) lautet die K-Matrix :

$$\hat{K} = \frac{m_1 \Gamma_1/\rho(m_1)}{m_1^2 - m^2} + \frac{m_2 \Gamma_2/\rho(m_2)}{m_2^2 - m^2} \tag{6.28}$$

m_1 und m_2 sind die Massen der K-Matrix-Pole und Γ_1 und Γ_2 ihre Breiten. Die Helizitätsamplituden und die Dämpfungsfaktoren sind in diesem Fall gleich 1.

Die $\hat{P}$-Vektor-Näherung

Die T-Matrix beschreibt die Übergänge in der Zweiteilchenstreuung und garantiert dabei - in der K-Matrix-Formulierung - die Unitarität.

In [73] und [68] wurde gezeigt, wie sich der Formalismus durch Einführung eines $\hat{P}$-Vektors für den Fall verallgemeinern läßt, daß der resonante Zwischenzustand in einem komplexeren Prozeß wie z.B. der $p\overline{p}$ -Annihilation produziert wird (Abb. 6.11).

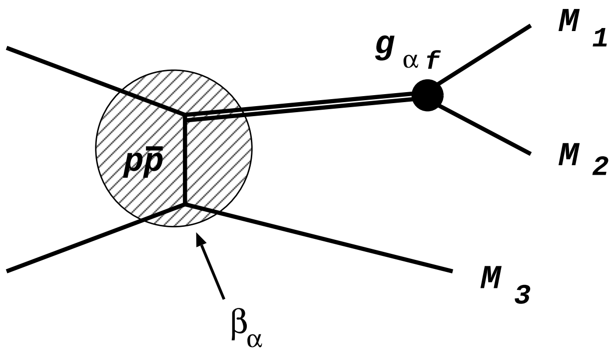


Abbildung 6.11: *Skizze der Resonanzproduktion in der $p\overline{p}$ -Annihilation.*
allerdings

Der $\hat{P}$-Vektor ist analog zum $\hat{K}$-Vektor :

$$\hat{P}_{if} \;=\; \sum_\alpha \beta^0_\alpha \frac{1}{m^2_\alpha - m^2} g_{\alpha f} \quad ; \quad \beta^0_\alpha \;=\; \beta_\alpha \sqrt{\sum_f g^2_{\alpha f}} \tag{6.29}$$

Im Unterschied zur Zweiteilchenstreuung tritt nun die komplexe Kopplung β^0_α auf, die im allgemeinen in die dimensionslose Größe β_α übergeführt wird und die Produktionsstärke der Resonanz α beschreibt. In der Regel werden die Kopplungsparameter zum $p\overline{p}$ -Vertex als konstant angesehen, in manchen Analysen (z.B. [64]) wird aber auch eine leichte Energieabhängigkeit angenommen.

Im Prinzip müßte man sogar $\beta_{\alpha f}$ statt β_α schreiben, da die Produktionsstärke einer Resonanz auch vom betrachteten Ausgangskanal abhängen wird. In der Praxis wurde diese Tatsache jedoch noch in keiner Analyse berücksichtigt und sie spielt im vorliegenden Fall, in dem nur ein möglicher Ausgangskanal betrachtet wird, auch keine Rolle.

Die Pole des $\hat{P}$-Vektors sind identisch zu den Polen der K-Matrix [73]. Im Fall zweier Pole mit den Kopplungsstärken β_1 und β_2 und einem Ausgangskanal kann die dynamische Funktion kann folgendermaßen geschrieben werden :

$$\begin{aligned} \hat{F} = \; (\hat{I} - i\rho\hat{K})^{-1}\hat{P} \;&=\; \beta_1 \cdot \frac{m_1\Gamma_1/\rho(m_1)}{m_1^2 - m^2 - i\rho(m_1\Gamma_1/\rho(m_1) + \Delta_{12})} \;+ \\ &\; \beta_2 \cdot \frac{m_2\Gamma_2/\rho(m_2)}{m_2^2 - m^2 - i\rho(m_2\Gamma_2/\rho(m_2) + \Delta_{21})} \end{aligned} \tag{6.30}$$

Die beiden Nenner in $\hat{F}$ unterscheiden sich von der einfachen Summe zweier Breit-Wigner-Funktionen nur durch die beiden Überlappterme

$$\begin{aligned} \Delta_{12} &= \frac{m_1^2 - m^2}{m_2^2 - m^2} \cdot \frac{m_2\Gamma_2}{\rho(m_2)} \\ \Delta_{21} &= \frac{m_2^2 - m^2}{m_1^2 - m^2} \cdot \frac{m_1\Gamma_1}{\rho(m_1)} \end{aligned} \tag{6.31}$$

$\hat{F}$ ist eine Funktion der Schwerpunktsenergie zwischen den beiden Zerfallsteilchen, also von $m^2 = s$, und ist identisch mit $\hat{F}(s)$ aus Gl. 6.9.

6.4.4 Die $K\pi$-S-Welle

Neben dem $K^*(892)$, das Gesamtspin 1 hat, ist aus einem K^-p-Streuexperiment (LASS) ein weiterer resonanter $(K\pi)$-Zustand mit Gesamtspin 0 ($K\pi$-S-Welle) bekannt, der im Massenbereich der untersuchten Reaktion eine Rolle spielen kann [69].

Die Streuamplitude $\hat{T}$ und die Streuphase δ für die $(K\pi)$-Streuung wurden vom LASS-Experiment gemessen und der Verlauf der $K\pi$-S-Welle durch die Summe einer Resonanz und eines Streuterms parametrisiert :

$$\hat{K} = \frac{m_0\Gamma_0/\rho(m_0)}{m_0^2 - m^2} \; + \; \frac{am}{2 + abq^2} \tag{6.32}$$

wobei $m_0/\Gamma_0 = 1,332/0,401\ GeV/c^2$ die Masse und die Breite der Resonanz, $a = 1,79(GeV/c)^{-1}$ die Streulänge und $b = 3,46(GeV/c)^{-1}$ die effektive Reichweite bezeichnen. Die Werte entstammen einer neuen Anpassung [70] an die in [69] veröffentlichen Daten.

Abb. 6.12a zeigt die Anpassung an die Daten des LASS-Experiments und b eine Phasenraumsimulation der Amplitude über den Dalitzplot. Die in Gl. 6.32 angegebene Form der $K\pi$-S-Welle wird zunächst übernommen, später werden alternative Parametrisierungen diskutiert werden.

6.5 Weitere Details zur Partialwellenanalyse

6.5.1 Das verwendete Minimierungsprogramm

Die komplexen Koeffizienten der totalen Übergangsamplitude werden unter Verwendung des Programmes MAXTOOL [75] bestimmt, das für die ungebinnten experimentellen und Monte-Carlo-Daten eine Likelihoodfunktion gemäß Gl. 6.4 definiert und deren Maximum mit Hilfe des CERN-Programmpakets MINUIT [78] bestimmt.

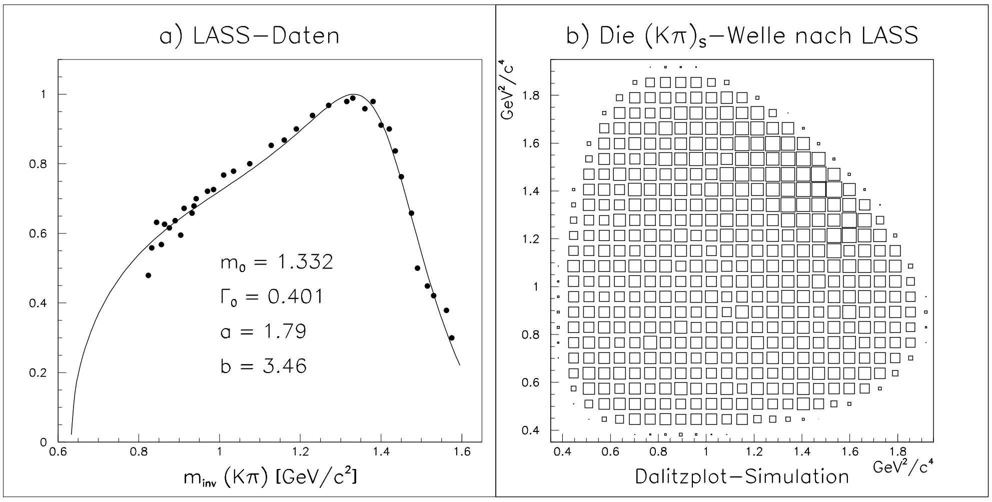


Abbildung 6.12: *Die Daten für die $K\pi$-S-Welle aus einer Veröffentlichung des LASS-Experiments [69] und die Parameter, die durch eine Anpassung [70] ermittelt wurden (**a**). Die Simulation der $K\pi$-Wellenverteilung im Dalitzplot wurde zur besseren Verdeutlichung mit Daten gleichmäßiger Akzeptanz erstellt (**b**).*

6.5.2 Intensitäten

Jede Partialamplitude A_k (Gl. 6.7) kann vor dem Optimierungsprozeß mit einem Normierungsfaktor multipliziert werden, so daß das Phasenraumintegral für alle A_k gleich 1 wird. Diese Normierung ist willkürlich und physikalisch nicht relevant, sie wird allein aus programmtechnischen Gründen vorgenommen und hat keinen Einfluß auf das Ergebnis.

Das Phasenraumintegral wird - wie in Kap. 6.2 - durch die Summe der quadrierten Amplitudenwerte an jedem Monte-Carlo-Datenpunkt ersetzt. Dies impliziert, daß jede Amplitude nur über den Bereich integriert wird, der innerhalb der Phasenraumgrenzen liegt. Das Phasenraumintegral jeder Einzelamplitude kann somit geschrieben werden als

$$I_k \;=\; \int_{DP} |A_k(s_1,s_2)|^2 ds_1 ds_2 \rightarrow \sum_{i=1}^{N_{MC}} |A_k(s_1^i,s_2^i)|^2 \;\equiv\; 1 \tag{6.33}$$

Durch die Optimierung wird für jede der M Partialamplituden ein komplexer Faktor Λ_k bestimmt (Kap. 6.2). Der Wert der theoretischen Gesamtamplitude läßt sich dann an jedem Punkt (s_1, s_2) des Phasenraums schreiben als

$$A_{tot}(s_1,s_2) \;=\; \sum_{k=1}^{M} \Lambda_k A_k(s_1,s_2) \tag{6.34}$$

Wenn reine S-Wellen-Annihilation aus dem $^1S_0$-Zustand des Protoniums angenommen wird, ist die Gesamtamplitude die kohärente Summe aller Einzelamplituden. Amplituden aus verschiedenen Ausgangszuständen müßten inkohärent addiert werden.

Das Phasenraumintegral der Gesamtamplitude berechnet sich analog Gl. 6.33 und kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit ebenso auf 1 normiert werden. Dies entspricht der Multiplikation jedes A_k (oder Λ_k) mit einem einheitlichen konstanten Faktor.

$$\begin{aligned} I_{tot} &= \int_{DP} |\sum_{k=1}^{M} \Lambda_k A_k(s_1, s_2)|^2 ds_1 ds_2 \\ &\rightarrow \sum_{i=1}^{N_{MC}} |\sum_{k=1}^{M} \Lambda_k A_k(s_1^i, s_2^i)|^2 \;\equiv\; 1 \end{aligned} \tag{6.35}$$

Die Größe, die letztlich von Interesse ist, um Produktverzweigungsverhältnisse ausrechnen zu können, ist das Phasenraumintegral jeder Einzelamplitude unter Berücksichtigung der Λ_k[3] :

$$\begin{aligned} I_{k,\Lambda_k} &= \int_{DP} |\Lambda_k A_k(s_1, s_2)|^2 ds_1 ds_2 \\ &= |\Lambda_k|^2 \cdot \int_{DP} |A_k(s_1, s_2)|^2 ds_1 ds_2 \\ &= |\Lambda_k|^2 \end{aligned} \tag{6.36}$$

Aufgrund von Interferenzeffekten zwischen den Amplituden ist die Summe der Einzelintensitäten im allgemeinen ungleich 1 :

$$\sum_{k=1}^{M} I_{k,\Lambda_k} \;\neq\; I_{tot} \;=\; 1 \tag{6.37}$$

Man erkennt an Gl. 6.36 den Vorteil der in den Gln. 6.33 und 6.35 vorgenommenen Normierungen : die Berechnung der I_{k,Λ_k} ist unabhängig von dem verwendeten Datensatz und somit führt das Betragsquadrat der durch die Anpassung bestimmten komplexen Koeffizienten direkt auf das Phasenraumintegral der dazugehörigen Amplitude. Da die Anpassung unter Verwendung der experimentellen und der mit derselben Akzeptanz behafteten Monte-Carlo-Daten vorgenommen wurde, ist der in Gl. 6.36 berechnete Wert unabhängig von der speziellen Akzeptanz des Experiments (siehe auch Kap. 6.1). I_{k,Λ_k} bedeutet in dieser Arbeit die *Intensität der Resonanz k im Endzustand* $K^0_S K^0_S \pi^0$ *der* $p\overline{p}$ *-Annihilation in Ruhe.*

Vorsicht ist allerdings geboten, wenn man z.B. die Intensität der $K\overline{K}$-S-Welle berechnen will, die sich über Addition aus zwei Einzelamplituden zusammensetzt. Die Quadrierung führt zu einem Interferenzterm und dessen Integral über den Phasenraum ist nicht unabhängig von der Akzeptanz :

$$I_k^{(A_1+A_2)} \;=\; \int_{DP} |\Lambda_1 A_1(s_1, s_2) + \Lambda_2 A_2(s_1, s_2)|^2$$

[3] bezogen auf das Phasenraumintegral der Gesamtamplitude, das aber nach Gl. 6.35 gleich 1 ist.

$$\rightarrow \quad |\Lambda_1|^2 + |\Lambda_2|^2 + 2 \cdot Re \left[\Lambda_1 \Lambda_2^* \cdot \sum_{i=1}^{N_{MC}} \left(A_1(s_1, s_2) \cdot A_2^*(s_1, s_2) \right) \right] \qquad (6.38)$$

Die Berechnung des letzten Summanden in Gl. 6.38 ist offensichtlich abhängig von dem verwendeten Datensatz. Wenn man ihn als Summe der Funktionswerte an den Monte-Carlo-Datenpunkten berechnet, erhält man für $I_k^{(A_1+A_2)}$ ein Ergebnis, das von der speziellen Akzeptanz des Experiments abhängt.

Für die Allgemeinheit ist jedoch ein Ergebnis von Interesse, das nicht von der Akzeptanz abhängt und deshalb muß man nach der Optimierung alle Λ_k fixieren und $I_k^{(A_1+A_2)}$ und I_{tot} noch einmal berechnen, nun allerdings mit einem Datensatz, der eine über den ganzen Phasenraum flache Akzeptanz widerspiegelt. Einen solchen Datensatz kann man sich leicht mit dem CERN-Standardprogramm GENBOD [27] generieren.

Diese Vorgehensweise zur Berechnung der Intensitäten ist nicht nur für die $K\overline{K}$-S-Welle nötig, sondern auch für die $K\pi$-Resonanzen, die $K^{\star}K$-Amplitude und die $K\pi$-S-Welle. Ebenso würde dies erforderlich sein, wenn Annihilationen aus verschiedenen Anfangszuständen möglich sind und die relativen Annihilationsstärken berechnet werden sollen.

Eine ausführliche, von dem Autor des verwendeten Minimierungsprogramms selbst verfaßte Darstellung der Vorgehensweise findet sich in [76].

6.5.3 Fehlerangaben

Alle Fehler von Intensitäten und Phasen im folgenden beziehen sich auf die MINOS-Fehleranalyse des Standard-Minimierungsprogramms MINUIT [78]. Die Fehler der K-Matrix-Polparameter wurden durch mehrfache Optimierung erhalten, indem jeweils drei der vier Parameter bei verschiedenen Werten fixiert und das Loglikelihood als Funktion des vierten Wertes berechnet wurde. Eine Abnahme des Loglikelihoods um den absoluten Wert 10 führte immer zu einer merklichen Verschlechterung der Anpassung, die z.B. bei einem Vergleich zwischen experimentellen Daten und Anpassung in der $K\overline{K}$-Projektion deutlich wurde.

6.6 Ergebnisse der Partialwellenanalyse

6.6.1 Strategie

Da der Endzustand $K_L^0 K_L^0 \pi^0$, der mit dem Endzustand $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ physikalisch identisch ist, bereits erfolgreich selektiert und analysiert werden konnte [13] und [79], ist es sinnvoll, sich für den ersten Schritt an den Ergebnissen aus diesem Kanal zu orientieren. Davon ausgehend können dann Abweichungen näher untersucht werden.

Die wichtigsten Aspekte sind die genauen Polparameter der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle und die Kopplungsstärken dieser Pole an $K\overline{K}$, relativ zu denen an $\pi\pi$. Danach wird die Abhängigkeit dieser Stärken vom Beitrag des $a_0(1450)$ untersucht werden und anschließend folgen noch genauere Betrachtungen über die $K\pi$-S-Welle, deren Struktur in der $p\overline{p}$ -Annihilation von der ursprünglich in einem $K^- p$-Streuexperiment gemessenen Form abweicht.

Schließlich werden noch die Produktionsstärken aller an der Reaktion beteiligten Resonanzen angegeben und ein Vergleich mit Ergebnissen aus diversen anderen Zerfallskanälen der $p\overline{p}$ -Annihilation durchgeführt.

6.6.2 Die $K\overline{K}$-S-Welle mit $I = 0$

Als Startwerte für die K-Matrix-Pole wurden die Resultate aus der Analyse des Kanals $K_L^0 K_L^0 \pi^0$ [13] verwendet.

- Pol 1 : $M_1^{(K)} = 1361\ MeV/c^2$; $\Gamma_1^{(K)} = 264\ MeV/c^2$
- Pol 2 : $M_2^{(K)} = 1571\ MeV/c^2$; $\Gamma_2^{(K)} = 162\ MeV/c^2$

Die beiden Pole werden im Rahmen des K-Matrix-Formalismus (Kap. 6.4.3) parametrisiert, da es als gesichert angesehen werden kann, daß es sich um das $f_0(1370)$ und das $f_0(1500)$, also Resonanzen gleichen Isospins ($I = 0$) handelt. In Kap. 6.6.3 wird auf die Möglichkeit eingegangen, daß es sich um Resonanzen verschiedenen Isospins ($a_0(1450)$ und $f_0(1500)$) handeln könnte.

Für die Anfangshypothese wurde das $a_0(1450)$ ausgeschlossen, da ein signifikanter Zerfall dieses Teilchens in $K\overline{K}$ bisher noch nicht einwandfrei nachgewiesen werden konnte. Wegen der in Kap. 6.4.2 erwähnten Ununterscheidbarkeit wurde nur eine Amplitude für eine skalare Resonanz an der $K\overline{K}$-Schwelle verwendet (Flatté-Parametrisierung mit den Werten für das $a_0(980)$ aus Kap. 6.4.2). Das in den Daten deutlich sichtbare $K^*(892)$, die beiden wohlbekannten Tensormesonen $f_2(1270)$ und $a_2(1320)$, sowie das in [13] erstmals in der $p\overline{p}$ -Annihilation nachgewiesene $f_2'(1525)$ wurden durch Breit-Wigner-Funktionen parametrisiert und die $K\pi$-S-Welle mit der in Kap. 6.4 beschriebene Amplitude.

Der Hauptanteil der Übergangsamplitude wird durch die beiden Pole der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle und durch die K^*K-Amplitude bestimmt, die Intensitäten aller anderen Amplituden sind nicht stark, aber signifikant (Tab. 6.3). Die Beschreibung der Daten ist bereits ziemlich gut, aber besonders die Abweichungen in der $K\overline{K}$-Projektion weisen darauf hin, daß Verbesserungen nötig sind (Abb. 6.13).

Anfangshypothese : $ln(\mathcal{L})_{max} = 1740$					
K-Matrix	$M^{(K)}$ $[MeV/c^2]$	$\Gamma^{(K)}$ $[MeV/c^2]$	T-Matrix	$M^{(T)}$ $[MeV/c^2]$	$\Gamma^{(T)}$ $[MeV/c^2]$
Pol 1	1361	264	Pol 1	1402	346
Pol 2	1571	162	Pol 2	1516	98

Zwischenzustand	I [%]	ϕ $[deg]$	Zwischenzustand	I [%]	ϕ $[deg]$
$K\overline{K}_{I=0}\pi^0$ Pol 1	$43,1 \pm 5,4$	$118,0 \pm 2,3$	$a_0(980)\pi^0$	$2,7 \pm 0,6$	$159,7 \pm 4,2$
$K\overline{K}_{I=0}\pi^0$ Pol 2	$23,4 \pm 3,6$	$153,6 \pm 3,5$	$f_2(1270)\pi^0$	$4,4 \pm 0,6$	$329,7 \pm 4,6$
K$^*(892)K$	$15,7 \pm 1,4$	$0,0_{fest}$	$a_2(1320)\pi^0$	$5,5 \pm 0,5$	$103,5 \pm 2,9$
$(K\pi)_S K$	$3,2 \pm 1,1$	$230,0 \pm 6,3$	$f_2'(1525)\pi^0$	$2,9 \pm 0,4$	$111,5 \pm 3,9$

Tabelle 6.3: *Ergebnisse der Anpassung mit der Starthypothese. Die Intensitäten sind mit den Definitionen aus Kap. 6.5 berechnet, die Phase der K^*K-Amplitude wird auf 0^0 fixiert.*

Von diesem Ergebnis ausgehend wurden die Polparameter der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle variiert und der Einfluß auf die Beschreibung der Daten untersucht. Die Parameter des Pols mit höherer Masse stellte sich als sehr stabil in bezug auf Änderungen der Parameter des anderen Pols heraus, was aufgrund der schmalen Breite des $f_0(1500)$ auch zu erwarten ist. Als Beispiel ist der Maximalwert von $ln(\mathcal{L})$ gegen die Masse $M_2^{(K)}$ (Abb. 6.14a) und gegen die Breite $\Gamma_2^{(K)}$ (Abb. 6.14b) für verschiedene Werte von $\Gamma_1^{(K)}$ und einer festen Polmasse $M_1^{(K)} = 1364\ MeV/c^2$ aufgetragen.

Eine Vielzahl solcher Tests wurde durchgeführt und so wurden - mit der Definition des Fehlers $\Delta(ln(\mathcal{L}) - ln(\mathcal{L})_{max}) \approx 5$ (siehe Kap. 6.5.3) - die K-Matrix-Parameter des Pols mit der höheren Masse, des $f_0(1500)$, bestimmt.

- $M_2^{(K)} \ = \ 1576^{+16}_{-7}\ MeV/c^2 \quad ; \quad \Gamma_2^{(K)} \ = \ 175 \pm 15\ MeV/c^2$

Die Resonanzmasse $M_1^{(T)}$ des Pols mit der niedrigeren Masse, des $f_0(1370)$, erwartet man bei etwa 1380 MeV/c^2 (siehe z.B. [62]). Das mittlere Signal in der $K\overline{K}$-Projektion der experimentellen Daten liegt jedoch bei einer etwas höheren Masse, bei etwa 1440 MeV/c^2.

Wenn man die Polparameter des $f_0(1370)$ mit nun fixierten Werten für das $f_0(1500)$ durch die Anpassung bestimmt, ändern sich die Startwerte zu $M_1^{(K)}/\Gamma_1^{(K)} \rightarrow 1389/255$ MeV/c^2 (K-Matrix-Parameter). Der Anstieg von $ln(\mathcal{L})_{max}$ von 1740 auf 1755 und der Vergleich in der $K\overline{K}$-Projektion (Abb. 6.15a) zeigen, daß die Daten nun deutlich besser beschrieben werden.

Eine genauere Untersuchung der Abhängigkeit von $ln(\mathcal{L})_{max}$ von Abweichungen der gefundenen K-Matrix-Pole führt zu einem besseren Verständnis der systematischen Fehler.

- $M_1^{(K)} \ = \ 1389^{+8}_{-13}\ MeV/c^2 \quad ; \quad \Gamma_1^{(K)} \ = \ 255 \pm 23\ MeV/c^2$

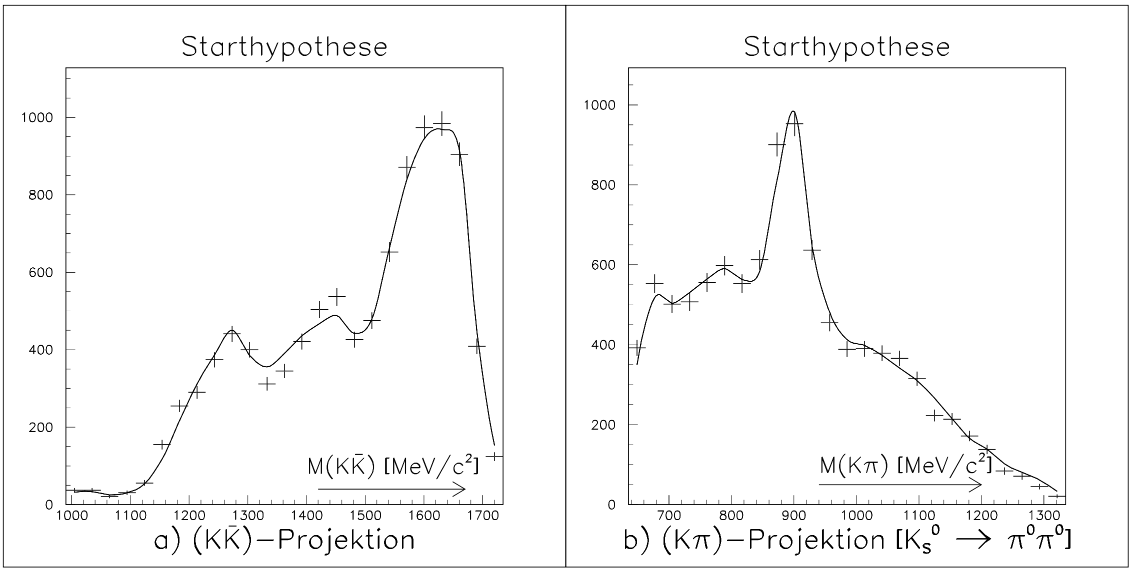


Abbildung 6.13: *Die Starthypothese verwendet die K-Matrix-Polparameter aus [79] und führt bereits zu einer recht guten Beschreibung der Daten. Es bestehen allerdings noch Abweichungen in der Beschreibung der $K\overline{K}$-Projektion im Bereich des $f_0(1370)$ (Fehlerbalken für die experimentellen Daten, durchgehende Linie für die angepaßte Amplitude).*

Die Fehler der T-Matrix-Pole wurden durch Berechnungen von $ln(\mathcal{L})_{max}$ mit K-Matrix-Parametern, die im Rahmen ihrer Fehlergrenzen variiert wurden, erhalten :

- $M_1^{(T)} \;=\; 1439^{+10}_{-20}\ MeV/c^2 \quad ; \quad \Gamma_1^{(T)} \;=\; 360 \pm 50\ MeV/c^2$
- $M_2^{(T)} \;=\; 1515 \pm 5\ MeV/c^2 \quad ; \quad \Gamma_2^{(T)} \;=\; 88^{+15}_{-5}\ MeV/c^2$

Zur Lage der Polparameter in der komplexen Energieebene vor und nach der Anpassung siehe Abb. 6.16. Die Produktionsstärken der einzelnen Resonanzen bei Anpassung mit den neuen Polparametern für die $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle sind in Tab. 6.4 aufgeführt. Sie haben sich im Vergleich zu der vorigen Anpassung (Tab. 6.3) nicht wesentlich verändert. Jeder Versuch, die Daten mit einer $f_0(1370)$-Amplitude zu beschreiben, deren Resonanzmasse unter 1400 MeV/c^2 (T-Matrix-Pol) liegt, scheiterte.

Mit den durch die Anpassung ermittelten Polparametern und komplexen Koeffizienten kann ein Dalitzplot nur für die $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle simuliert werden. Die phasenraumkorrigierte Projektion dieses Dalitzplots ist in Abb. 6.17 für den F-Vektor (Gl. 6.30) dargestellt. Die Form der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle kann durch eine breite Verteilung mit einem Maximum bei etwa 1440 MeV/c^2 und einer schmaleren Komponente erklärt werden, die zu dem Einschnitt bei 1500 MeV/c^2 führt.

Untersuchung der K-Matrix-Polparameter

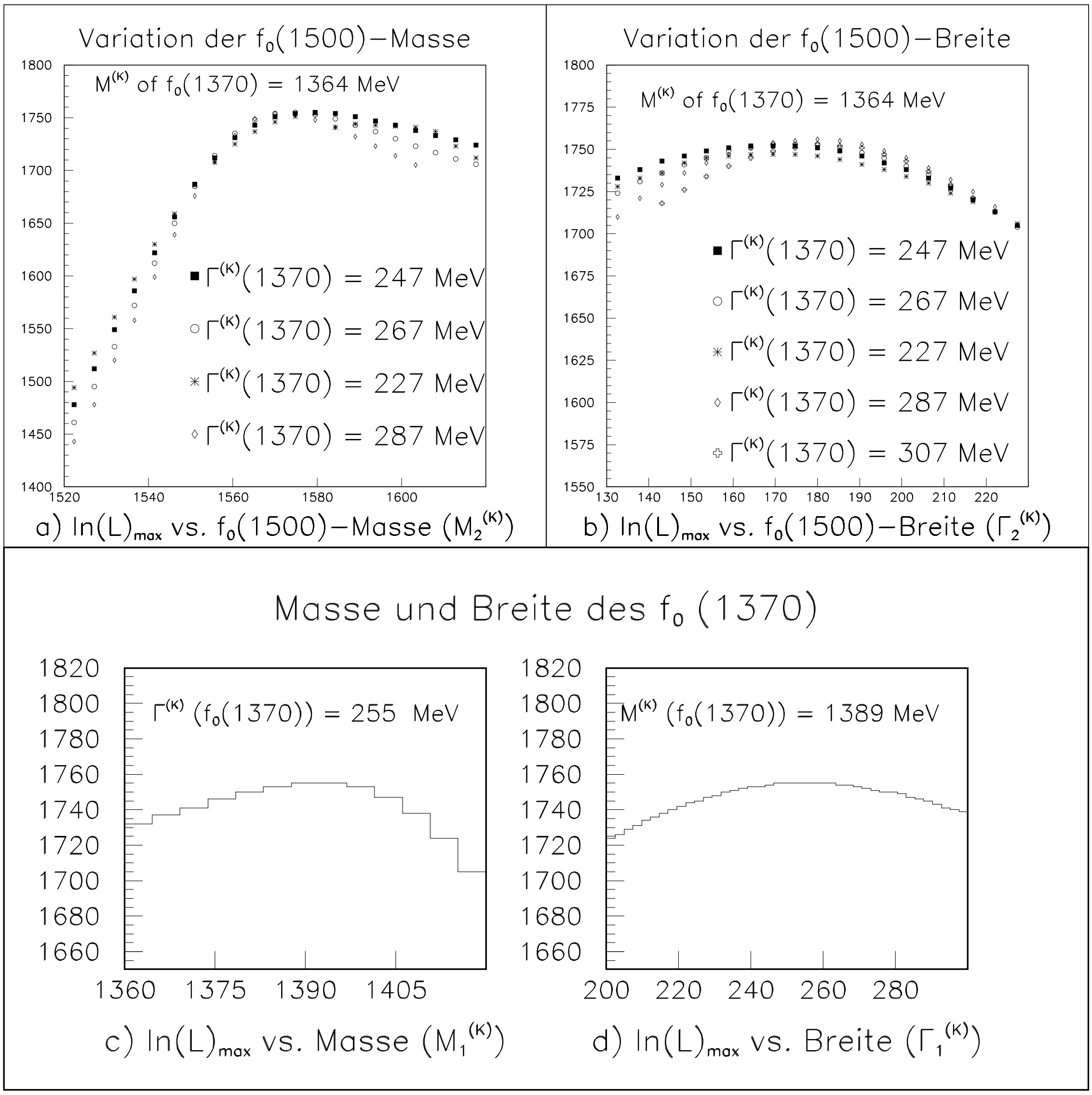


Abbildung 6.14: *Der Maximalwert von $ln(\mathcal{L})$ für verschiedene feste Werte der Polparameter der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle. Für das $f_0(1500)$ sind die Maxima weitgehend unabhängig von Variationen der Parameter des zweiten Pols. Der Maximalwert von $ln(\mathcal{L})$ für die beste Anpassung ist auf die Breite des $f_0(1370)$ bei weitem nicht so sensitiv wie auf dessen Masse. Die hier gezeigten Abhängigkeiten sind eine Auswahl einer Vielzahl solcher Untersuchungen, die hier nicht alle dargestellt werden sollen.*

Anpassung mit verbesserten Polparametern : $ln(\mathcal{L})_{max} = 1755$					
K-Matrix	$M^{(K)}$ $[MeV/c^2]$	$\Gamma^{(K)}$ $[MeV/c^2]$	T-Matrix	$M^{(T)}$ $[MeV/c^2]$	$\Gamma^{(T)}$ $[MeV/c^2]$
Pol 1	1389^{+8}_{-13}	255 ± 23	Pol 1	1439^{+10}_{-20}	360 ± 50
Pol 2	1576^{+16}_{-7}	175 ± 15	Pol 2	1515 ± 5	88^{+15}_{-5}

Zwischenzustände	I [%]	ϕ $[deg]$	Zwischenzustände	I [%]	ϕ $[deg]$
$K\overline{K}_{I=0}\pi^0$ Pol 1	$48,5 \pm 6,1$	$131,4 \pm 2,3$	$a_0(980)\pi^0$	$3,5 \pm 0,8$	$179,1 \pm 8,4$
$K\overline{K}_{I=0}\pi^0$ Pol 2	$31,8 \pm 4,0$	$162,3 \pm 1,9$	$f_2(1270)\pi^0$	$4,4 \pm 0,6$	$340,4 \pm 7,0$
$K^*(892)K$	$16,9 \pm 1,6$	$0,0_{fest}$	$a_2(1320)\pi^0$	$4,5 \pm 0,8$	$118,0 \pm 5,4$
$(K\pi)_S K$	$2,3 \pm 1,8$	$204,3 \pm 8,2$	$f_2'(1525)\pi^0$	$3,3 \pm 0,3$	$117,3 \pm 3,4$

Tabelle 6.4: *Ergebnisse der Anpassung mit den verbesserten Polparametern. Die Intensitäten der an der Reaktion beteiligten Resonanzen unterscheiden sich nicht sehr stark von denen in Tab. 6.3, der Anstieg in $ln(\mathcal{L})_{max}$ ist jedoch eindeutig signifikant.*

Anpassung mit verbesserten Polparametern

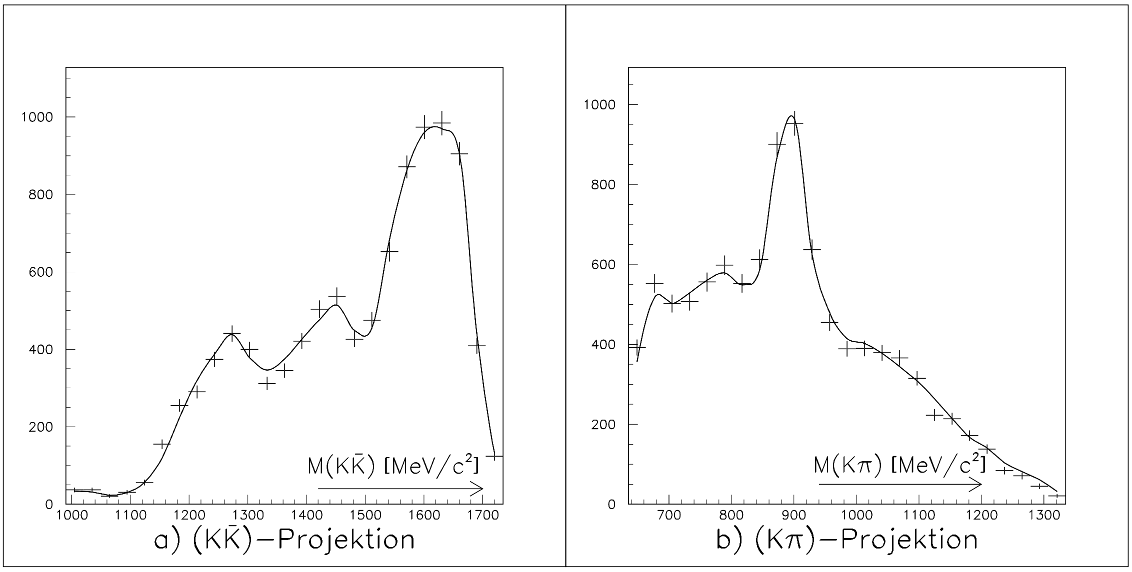


Abbildung 6.15: *Projektionen des experimentellen (Fehlerbalken) und des angepaßten (durchgehende Linie) Dalitzplots nach Bestimmung der K-Matrix-Pole der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle. Die Beschreibung der Daten gelingt nun viel besser in der $K\overline{K}$-Projektion* (**a**) *als für die Anfangshypothese (Abb. 6.13a). Die $K\pi$-Projektion wird nur für die neutral zerfallenden K^0_S gezeigt, in der das $f_2'(1525)$-Signal gesehen werden kann* (**b**).

Die T-Matrix-Pole in der komplexen Energieebene

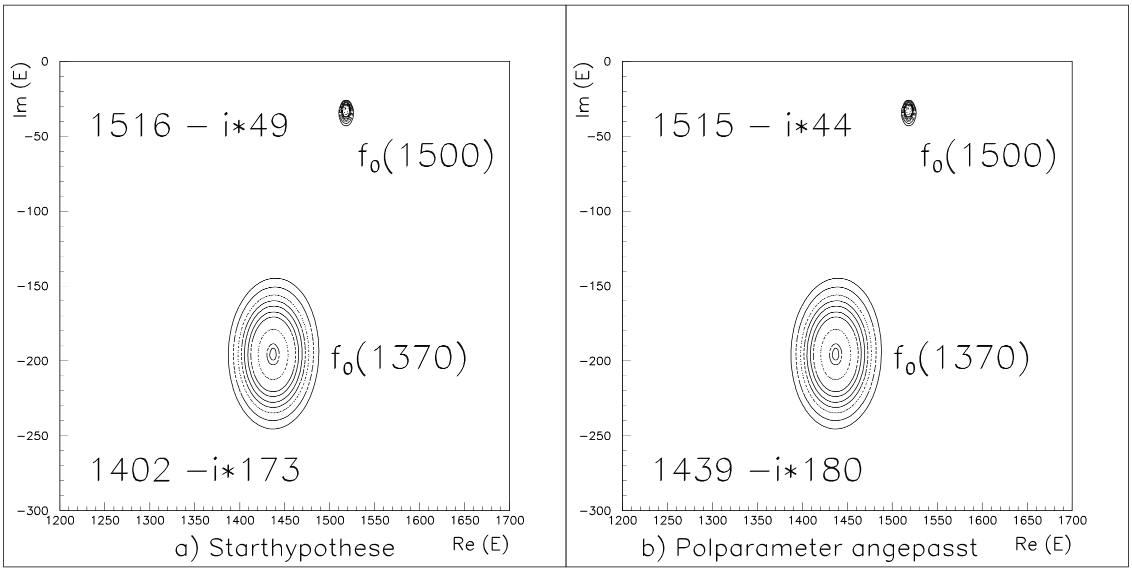


Abbildung 6.16: *Die Lage der Polparameter der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle in der komplexen Energieebene vor (**a**) und nach (**b**) der Anpassung. Die Resonanzmasse des $f_0(1370)$ ist signifikant angestiegen, alle anderen Parameter haben sich nicht wesentlich verändert.*

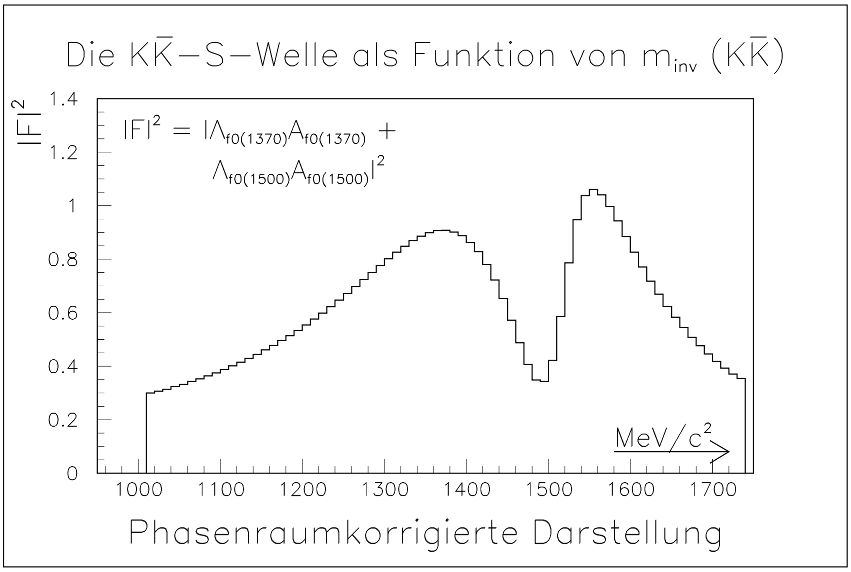


Abbildung 6.17: *Die phasenraumkorrigierte $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle mit den durch die Anpassung gewonnenen Polparametern und komplexen Koeffizienten (entspricht dem $\hat{F}$-Vektor, siehe Gl. 6.30). Die Resonanzmasse des breiten Pols liegt bei 1439 MeV/c^2. Das überlappende schmale $f_0(1500)$ bewirkt einen tiefen Einschnitt in die breite Verteilung des $f_0(1370)$.*

6.6.3 Zum Isospin der $K\overline{K}$-S-Wellen-Resonanzen

Bisher wurde die $K\overline{K}$-S-Welle durch eine 1x1 K-Matrix parametrisiert, da angenommen wurde, daß die beiden Skalare gleichen Isospin ($I = 0$) haben. Die einzelnen Partialwellen sind jedoch nicht vom Isospin abhängig, deshalb ist eine direkte Isospinbestimmung auf diesem Weg nicht möglich.

Wenn die beiden Skalare verschiedenen Isospin haben, können sie durch zwei Breit-Wigner-Funktionen beschrieben werden, ohne daß die Unitarität in der Zweiteilchenstreuung verletzt wird. Die Beschreibung der Daten mit zwei Breit-Wigner-Amplituden gelingt tatsächlich ebensogut, wobei die gefundenen Massen und Breiten sehr gut mit den T-Matrix-Polen der vorangegangenen Anpassung übereinstimmen. Die Intensitäten der beiden Resonanzen unterscheiden sich jedoch stark, der Anteil der breiten Resonanz bei niedrigerer Masse ist deutlich größer (Tab. 6.5).

Die Resonanz mit der höheren Masse kann eindeutig mit dem $f_0(1500)$, einem Isoskalar, identifiziert werden, das schon in verschiedenen anderen Analysen gefunden wurde. In dem hier verwendeten Modell (2 skalare Mesonen mit unterschiedlichem Isospin) müßte es sich dann bei der anderen Resonanz um einen isovektoriellen Zustand handeln, für den in diesem Massenbereich nur das $a_0(1450)$ in Frage kommt. Hält man jedoch Masse und Breite bei den Werten fest, die bei einer Analyse des Endzustandes $\eta\pi^0\pi^0$ gefunden wurden [62], liegt der beste Wert für das Loglikelihood, der erzielt werden konnte, unter dem bisherigen Maximalwert. Der Unterschied in $ln(\mathcal{L})_{max}$ ist nicht groß, aber ein Hinweis darauf, daß es sich bei diesem Skalar um das $f_0(1370)$ handelt, nicht um das $a_0(1450)$.

Darüberhinaus kann die Intensität des $a_0(1450)$ durch Isospinrechnungen aus den Ergebnissen des $\eta\pi^0\pi^0$-Zustandes zu $(7,7 \pm 2,1)\%$ vorhergesagt werden [13] und dieser Wert ist in eindeutigem Widerspruch zu dem Ergebnis in Tab. 6.5.

Unter diesen Gesichtspunkten ist es die einzige konsistente Lösung, daß beide Skalare denselben Isospin haben. Wenn man Isospin 0 annimmt, können sie auf natürliche Weise mit den wohlbekannten $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ identifiziert werden, während es im isovektoriellen Bereich keine Hinweise auf zwei Skalare in diesem Massenbereich gibt.

Anpassung mit zwei Breit-Wigner-Polen					
	$M[MeV/c^2]$	$\Gamma[MeV/c^2]$	I [%]	$\phi[deg]$	$ln(\mathcal{L}_{max})$
Pol 1	$1431 \pm 4,7$	$332 \pm 16,3$	$64,7 \pm 9,3$	$131,6 \pm 2,0$	1754
Pol 2	$1520 \pm 2,3$	$98 \pm 7,4$	$12,2 \pm 3,0$	$41,6 \pm 6,6$	
$a_0(1450)$ (Pol fest)	1470	265	$97,5 \pm 21,4$	$161,2 \pm 1,5$	1747
$f_0(1500)$ (Pol fest)	1520	98	$22,6 \pm 4,9$	$29,0 \pm 1,4$	

Tabelle 6.5: *Ergebnis der Anpassung mit zwei Breit-Wigner-Polen anstelle einer 1x1 K-Matrix. Im zweiten Fall, in dem die Werte aus [62] für das $a_0(1450)$ festgehalten wurden, trägt die breite Resonanz einen deutlich stärkeren Anteil an der Gesamtamplitude und die Beschreibung der Daten ist etwas schlechter.*

6.6.4 Die $K\overline{K}$-S-Welle mit $I = 1$

Der Endzustand $K_L^0 K_L^0 \pi^0$ kann mit $a_0(1450)$-Beiträgen bis zu 15 % in vergleichbarer Güte wie ohne eine zusätzliche isovektorielle Amplitude beschrieben werden [13]. Im folgenden wird für den Endzustand $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ untersucht, inwieweit eine Änderung der Intensität der $a_0(1450)$-Amplitude, die bei jeder Anpassung auf einen neuen Wert fixiert wird, Einfluß auf die Polparameter der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle und auf die Produktionsstärken dieser Pole hat.

Masse und Breite für das $a_0(1450)$ werden aus [62] übernommen und nicht verändert.

- $M = 1470\ MeV/c^2$; $\Gamma = 265\ MeV/c^2$ **fest !**

Es stellte sich heraus, daß die Daten mit Intensitäten für das $a_0(1450)$ zwischen 0% und 25% gleichermaßen beschrieben werden können, d.h., das maximale Loglikelihood war in jedem Fall etwa gleich (Abb. 6.18a). Der Grund dafür sind die starken Interferenzen des Isovektors mit den beiden Isoskalaren, die durch entsprechende Veränderungen der Kopplungsstärken und -phasen immer zu einem gleichen Amplitudenverlauf führen können.

Die Polparameter für das $f_0(1500)$ bleiben unverändert, die Masse des $f_0(1370)$ nimmt mit zunehmender $a_0(1450)$-Intensität leicht ab, die Breite ist stärkeren Schwankungen unterworfen, die aber im Bereich der in Tab. 6.4 angegebenen Fehlergrenzen liegen (Abb. 6.18 a and b).

Abb. 6.18c zeigt, daß die totale Intensität der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle, integriert über den ganzen Phasenraum, mit ansteigender $a_0(1450)$-Intensität stark abnimmt, ebenso die Intensitäten der einzelnen Komponenten der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle. Die Intensität der gesamten $K\overline{K}$-S-Welle, das $a_0(1450)$ eingeschlossen, ist in etwa konstant in dem relevanten Intensitätbereich des $a_0(1450)$.

Das Produktverzweigungsverhältnis $BR(p\overline{p} \rightarrow f_0\pi^0 \rightarrow K\overline{K}\pi^0)$ kann nun für jeden der beiden isoskalaren Pole berechnet werden. Unter Berücksichtigung eines Isospinfaktors 4, mit dem alle möglichen $K\overline{K}$-Zerfälle eingeschlossen werden, und des absoluten Verzweigungsverhältnisses $BR(p\overline{p} \longrightarrow K_S^0 K_S^0 \pi^0)$ aus [80] ergibt es sich zu

$$BR\ (p\overline{p} \rightarrow f_0\pi^0 \rightarrow K\overline{K}\pi^0\ )\ =\ 4 \cdot\ (7,5 \pm 0,3)\ \cdot 10^{-4}\ \cdot\ I(f_0\pi^0\ in\ K_S^0 K_S^0 \pi^0) \qquad (6.39)$$

Die Ergebnisse sind in Abb. 6.19 und Tab. 6.6 dargestellt. Besonders die Werte für das $f_0(1500)$ stimmen sehr gut mit den Ergebnissen aus dem $K_L^0 K_L^0 \pi^0$ -Endzustand überein [13], während sie im Fall des $f_0(1370)$ nicht immer im 1σ-Bereich deckungsgleich sind. Da die Resultate jedoch aus zwei Endzuständen gewonnen wurden, die experimentell über völlig verschiedene Wege gemessen und zudem mit zwei unterschiedlichen Methoden analysiert wurden, ist der Grad der Übereinstimmung äußerst zufriedenstellend.

Auswirkung der $a_0(1450)$-Stärke

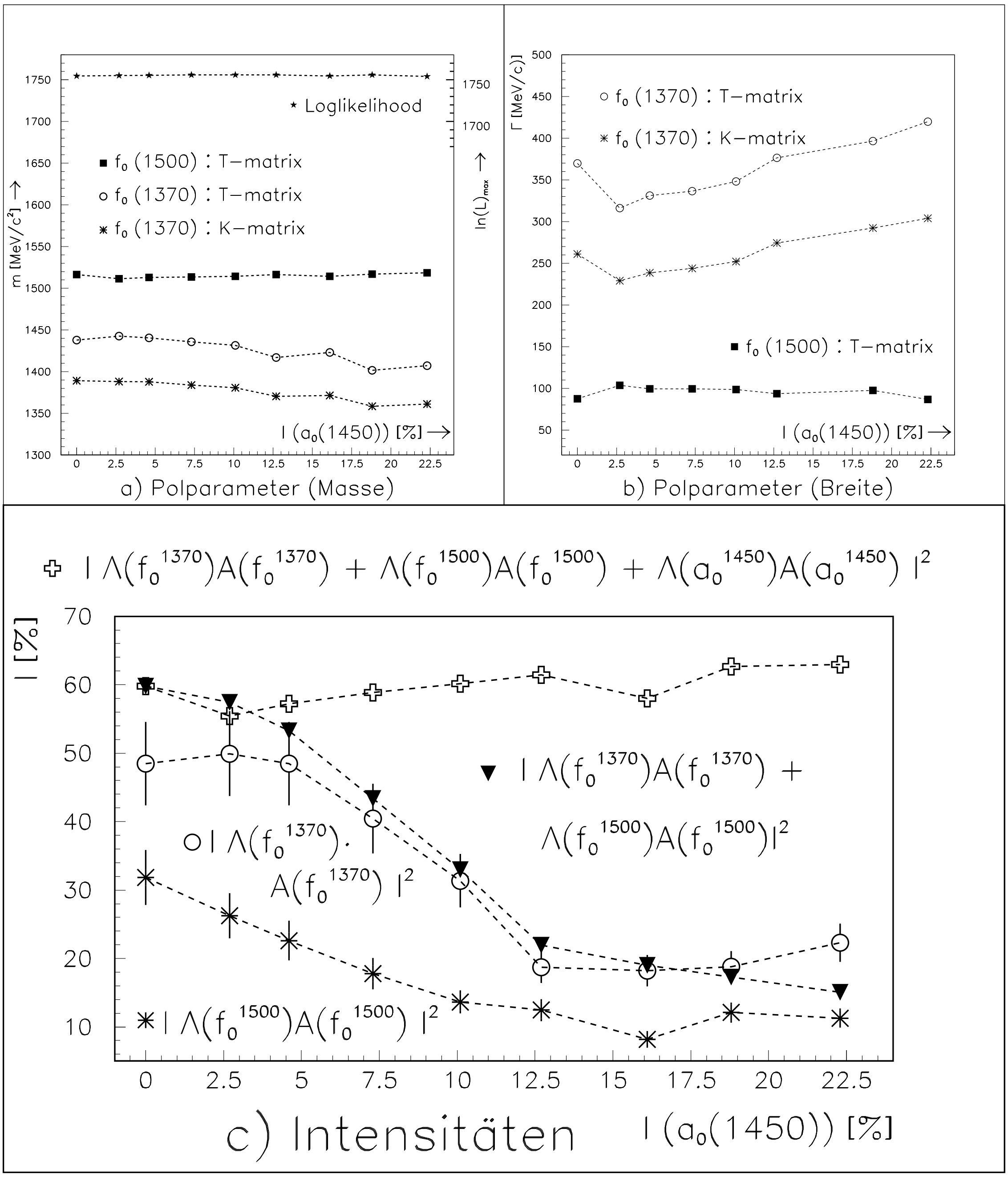


Abbildung 6.18: *Eine Variation des $a_0(1450)$-Beitrags zwischen 0% und 25% führt zu keiner Änderung von $ln(\mathcal{L})_{max}$ (**a**). Die Masse des $f_0(1370)$ nimmt leicht ab und seine Breite steigt stark an, während die Parameter für das $f_0(1500)$ stabil bleiben (**a** and **b**). Die Intensität der gesamten $K\overline{K}$-S-Welle bleibt konstant, für die $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle nimmt sie stark ab, ebenso die ihrer einzelnen Komponenten.*

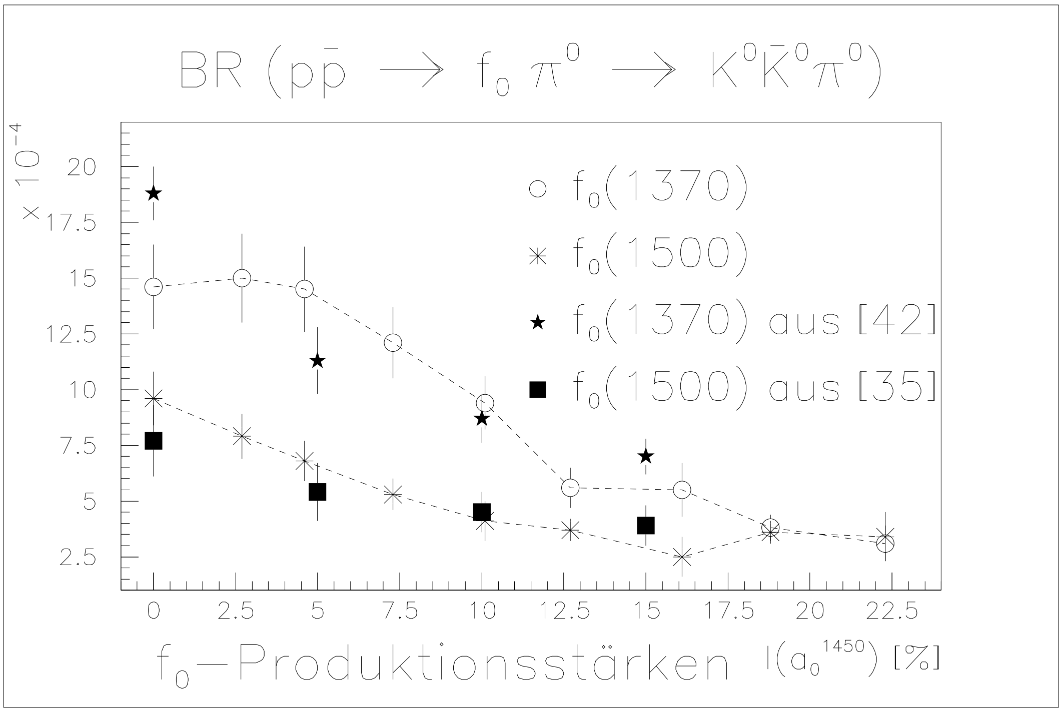


Abbildung 6.19: *Die Produktverzweigungsverhältnisse $BR(p\overline{p} \to f_0(1370)\pi^0 \to K\overline{K}\pi^0)$ und $BR(p\overline{p} \to f_0(1500)\pi^0 \to K\overline{K}\pi^0)$ als Funktion der Intensität des $a_0(1450)$.*

Die relativen Kopplungsstärken des $f_0(1370)$ und des $f_0(1500)$ an $\pi\pi$ und $K\overline{K}$ können nun mittels Gl.(13) aus [7] bestimmt werden :

$$\frac{BR(p\overline{p} \to f_0\pi^0 \to K\overline{K}\pi^0)}{BR(p\overline{p} \to f_0\pi^0 \to 3\pi^0)} = \frac{\Gamma_{K\overline{K}}}{\Gamma_{\pi\pi}/3} = \frac{\gamma^2_{K\overline{K}} \cdot |F_{K\overline{K}}(\vec{q})|^2 \cdot S_{K\overline{K}}(\vec{q})}{\gamma^2_{\pi\pi} \cdot |F_{\pi\pi}(\vec{q})|^2 \cdot S_{\pi\pi}(\vec{q})} \cdot 3 \tag{6.40}$$

Der Isospinfaktor 4 für $K\overline{K}$ wurde bereits in Gl. 6.39 eingeführt.
Mit den Definitionen aus [7]

$$S(\vec{q}) = q \;\; ; \;\; |F(\vec{q})|^2 = exp(-q^2/8\beta^2) \;\; ; \;\; \beta \simeq 0,5\, GeV/c \tag{6.41}$$

und dem Aufbruchsimpuls q der f_0 in $\pi\pi$ bzw. $K\overline{K}$, kann Gl. 6.40 umgeschrieben werden in

$$\frac{\gamma^2_{K\overline{K}}}{\gamma^2_{\pi\pi}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{BR(p\overline{p} \to f_0\pi^0 \to K\overline{K}\pi^0) \cdot q_{\pi\pi} \cdot |F_{\pi\pi}(\vec{q})|^2}{BR(p\overline{p} \to f_0\pi^0 \to 3\pi^0) \cdot q_{K\overline{K}} \cdot |F_{K\overline{K}}(\vec{q})|^2} \tag{6.42}$$

Intensität des $a_0(1450)$ [%]	$BR(p\overline{p} \longrightarrow f_0(1370)\pi^0\ )\times$ $BR(f_0(1370)\to K\overline{K})[10^{-4}]$	$BR(p\overline{p} \longrightarrow f_0(1500)\pi^0\ )\times$ $BR(f_0(1500)\to K\overline{K})[10^{-4}]$
$0,0$	$14,6 \pm 1,9$	$9,6 \pm 1,2$
$2,7$	$15,0 \pm 2,0$	$7,9 \pm 1,0$
$4,6$	$14,5 \pm 1,9$	$6,8 \pm 0,9$
$7,3$	$12,1 \pm 1,6$	$5,3 \pm 0,7$
$10,2$	$9,4 \pm 1,6$	$4,1 \pm 0,9$
$12,7$	$5,6 \pm 0,9$	$3,7 \pm 0,5$
$16,1$	$5,5 \pm 1,2$	$2,5 \pm 0,9$
$18,8$	$3,8 \pm 0,6$	$3,6 \pm 0,5$
$22,3$	$3,1 \pm 0,8$	$3,4 \pm 1,1$

Tabelle 6.6: *Die Produktverzweigungsverhältnisse $BR(p\overline{p} \to f_0(1370)\pi^0 \to K\overline{K}\pi^0)$ und $BR(p\overline{p} \to f_0(1500)\pi^0 \to K\overline{K}\pi^0)$ für verschiedene Intensitäten des $a_0(1450)$. Alle Werte stimmen innerhalb einer Standardabweichung mit den Ergebnissen aus dem Endzustand $K_L^0K_L^0\pi^0$ (Tab.1 aus [13], Tab.23 und Abb.66 aus [79]) überein.*

Mit den Massen von $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ aus Tab. 6.4 und den bekannten Verzweigungsverhältnissen $BR(p\overline{p} \to f_0\pi^0 \to 3\pi^0)$ können die relativen Kopplungsstärken berechnet werden. Für die Produktverzweigungsverhältnisse von $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ in $3\pi^0$ wurden die Werte aus [81] verwendet, um einen Vergleich mit [13] zu ermöglichen. Es muß aber erwähnt werden, daß dabei die Werte für das $f_0(1370)$ nur eine obere Grenze darstellen und beide Werte in einer neueren Analyse deutlich größer angegeben wurden [62]. Darüberhinaus wird der Anteil des $f_0(1370)$ im $3\pi^0$-Endzustand in einer anderen Analyse um einen Faktor 4 kleiner angegeben [83].

Die gestrichelten Linien in Abb. 6.20 und Abb. 6.21 beziehen sich auf die Voraussagen $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi} = 1/3$ für einen reinen $(u\overline{u}+d\overline{d})$-Zustand [7] und $I(a_0(1450)) = (7,7\pm 2,1)\%$ [13] im Kanal $K_S^0K_S^0\pi^0$(Herleitung über Isospinrechnungen aus den Ergebnissen des Kanals $\eta\pi^0\pi^0$ [82]).

Intensität des $a_0(1450)$ [%]	$f_0(1370)$ $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi}$	$f_0(1500)$ $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi}$
$0,0$	$> 0,226 \pm 0,045$	$0,458 \pm 0,081$
$2,7$	$> 0,233 \pm 0,047$	$0,377 \pm 0,072$
$4,6$	$> 0,226 \pm 0,045$	$0,325 \pm 0,054$
$7,3$	$> 0,189 \pm 0,038$	$0,255 \pm 0,043$
$10,2$	$> 0,146 \pm 0,034$	$0,296 \pm 0,046$
$12,7$	$> 0,087 \pm 0,019$	$0,179 \pm 0,040$
$16,1$	$> 0,085 \pm 0,023$	$0,112 \pm 0,030$
$18,8$	$> 0,059 \pm 0,014$	$0,174 \pm 0,039$
$22,3$	$> 0,048 \pm 0,014$	$0,162 \pm 0,047$

Tabelle 6.7: *Die relativen Kopplungsstärken $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi}$ für $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ als Funktion der a_0-Intensität.*

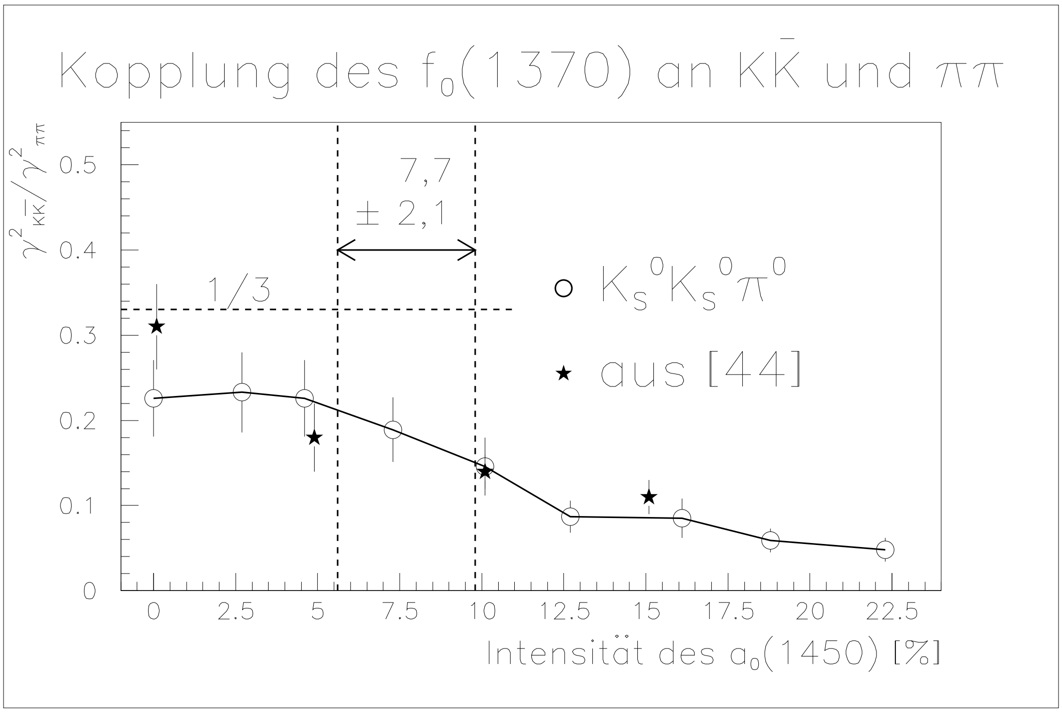


Abbildung 6.20: *Die relativen Kopplungsstärken $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi}$ für das $f_0(1370)$ als Funktion der a_0-Intensität (siehe Tab. 6.7 für die genauen Werte). Die Vorhersagen $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi} = 1/3$ für einen reinen $(u\overline{u} + d\overline{d})$-Zustand [7] und $I(a_0(1450)) = (7,7 \pm 2,1)\%$ [13] sind durch die gestrichelten Linien gekennzeichnet.*

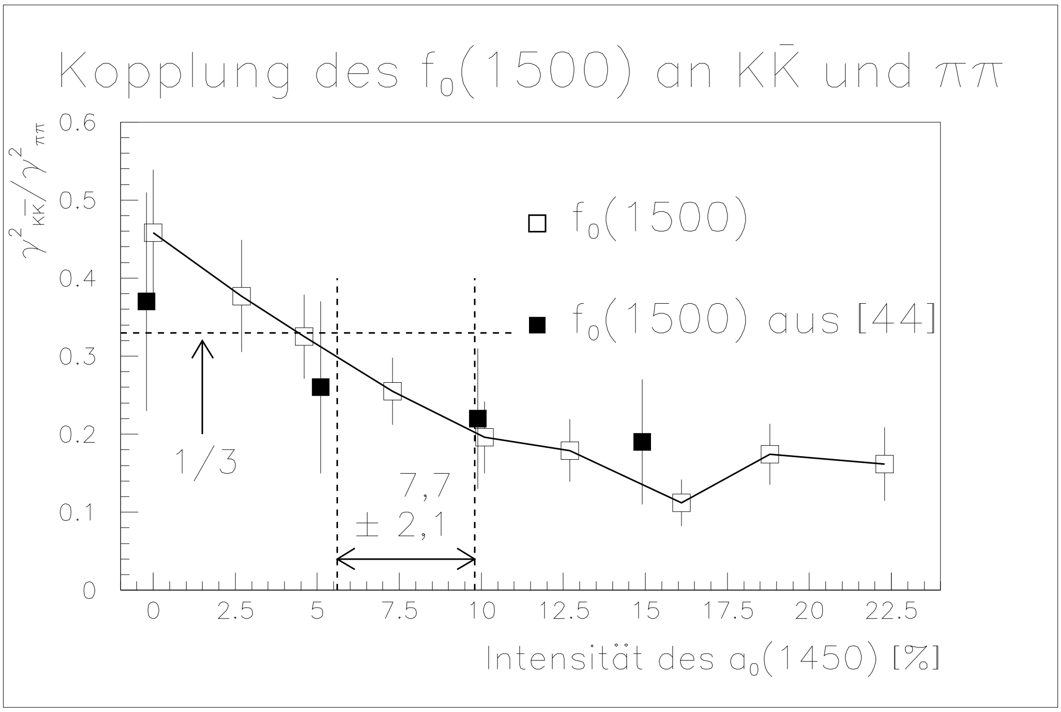


Abbildung 6.21: *Die relativen Kopplungsstärken $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi}$ für das $f_0(1500)$ als Funktion der a_0-Intensität (siehe Tab. 6.7 für die genauen Werte). Die Vorhersagen $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi} = 1/3$ für einen reinen $(u\overline{u} + d\overline{d})$-Zustand [7] und $I(a_0(1450)) = (7,7 \pm 2,1)\%$ [13] sind durch die gestrichelten Linien gekennzeichnet.*

6.6.5 Der Isoskalar $f_0(975)$ und der Isovektor $a_0(980)$ an der $K\overline{K}$-Schwelle

Ein schwaches, aber deutliches Signal zeigt sich in der $K\overline{K}$-Projektion bei der doppelten Kaonmasse (Abb. 4.12). In Kap. 6.4 wurde daraus hingewiesen, daß mit den Informationen aus dem $K^0_S K^0_S \pi^0$-Endzustand allein die Beiträge des $f_0(975)$ und des $a_0(980)$ nicht auseinandergehalten werden können. Zusätzliche Informationen aus anderen Endzuständen sind deshalb notwendig.

Der beste Kandidat ist der Endzustand $K^0 K^\pm \pi^\mp$, da in diesem Fall die $K\overline{K}$-Resonanz ein Isovektor sein muß. Der Kanal $K^0_S K^\pm \pi^\mp$ wurde im Rahmen einer Diplomarbeit analysiert [90] und die Intensität des $a_0(980)$ zu $(2,8 \pm 1,0)\%$ bestimmt. Daraus kann man durch Isospinrechnungen (Anhang B) einen Beitrag von $(2,8 \pm 1,3)\%$ im Endzustand $K^0_S K^0_S \pi^0$voraussagen, was im Rahmen der Fehlergrenzen mit dem Wert aus Tab. 6.4 übereinstimmt.

Eine Anpassung ohne Amplitude an der $K\overline{K}$-Schwelle führt zu einer drastischen Verschlechterung der Beschreibung der Daten ($ln(\mathcal{L})_{max} \approx -220$!). Es kann also aus den

$K_S^0 K_S^0 \pi^0$-Daten auf eine skalare Amplituden an der $K\overline{K}$-Schwelle geschlossen werden, wobei es für die Anpassung unbedeutend ist, ob man die Amplitude des $a_0(980)$ oder die des $f_0(975)$ verwendet. Der Nachweis einer zusätzlichen zweiten skalaren Amplitude ist nicht möglich, sie kann allerdings auch nicht ausgeschlossen werden.

In Abb. 6.22a wird gezeigt, daß die beste Anpassung für eine $a_0(980)$-Intensität von etwa 2,3 %[4] erreicht wird, wenn keine Amplitude für das $f_0(975)$ zugelassen wird. Innerhalb eines Bereiches von ± 1% um diesen Wert ändert sich die Güte der Anpassung nicht signifikant. Werte oberhalb 4 % können mit hoher Sicherheit ausgeschlossen werden.

Fixiert man den Beitrag des $a_0(980)$ auf verschiedene Werte, so stellt man fest, daß der Intensität einer zusätzlichen $f_0(975)$-Amplitude zur $a_0(980)$-Intensität in etwa direkt proportional ist und die relative Phase zwischen diesen beiden Amplituden konsistent ist mit 180^0(Abb. 6.22b). Dies heißt aber nichts anderes als vollständig destruktive Interferenz zwischen diesen beiden Amplituden. Die resultierende Amplitude kann kaum von der des $a_0(980)$ bzw. des $f_0(975)$ allein unterschieden werden (siehe auch Abb. 6.8). Diese Tatsache unterstreicht, daß zwei Amplituden an der $K\overline{K}$-Schwelle aus dem $K_S^0 K_S^0 \pi^0$-Datensatz allein nicht differenziert werden können.

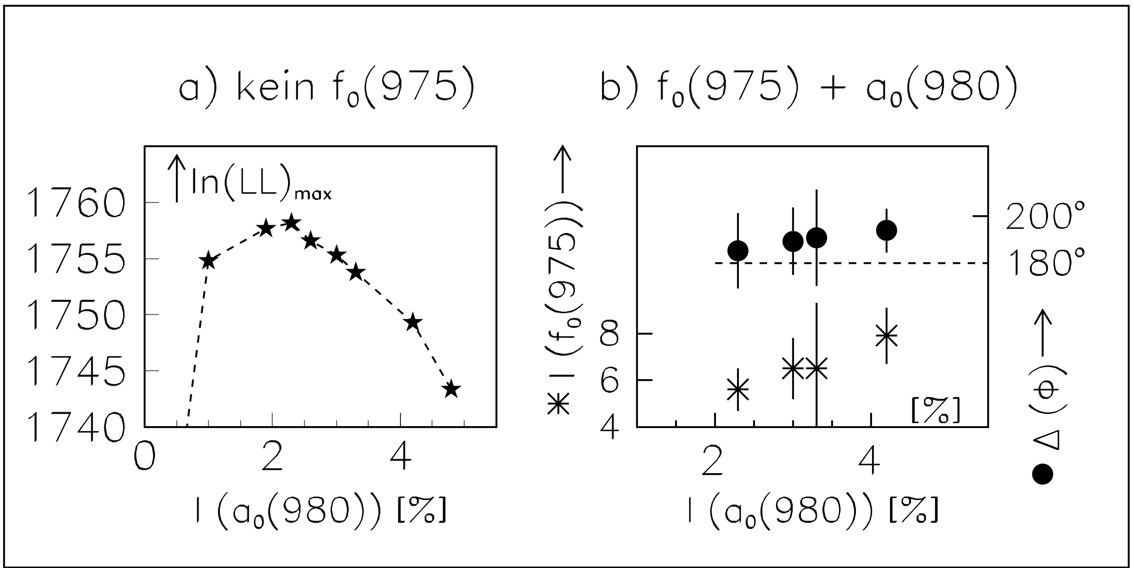


Abbildung 6.22: *Die Intensität des $a_0(980)$ liegt bei etwa $(2,3 \pm 1,0)$ %, wenn keine Amplitude für das $f_0(975)$ zugelassen wird (**a**). Eine zusätzliche zweite Amplitude interferiert in der Anpassung destruktiv mit dem $a_0(980)$ (**b**). Das Intensitäts- und das Phasenverhältnis zeigt, daß keine vernünftige Aussage über eine eventuelle zweite Amplitude gemacht werden kann.*

[4]Dieser Wert ist etwas niedriger als der in Tab. 6.4, da eine etwas andere Parametrisierung für die $K\pi$-S-Welle gewählt wurde (s. Kap. 6.6.7). Dies hat aber keine Auswirkung auf die prinzipielle Aussage, die in diesem Kapitel gemacht werden soll.

6.6.6 $p\overline{p} \longrightarrow K^*(892)K$

Die Isospinanteile der Übergangsamplitude $\Phi^{\epsilon}_{I_{p\overline{p}},i_{K\pi}}$ vom $p\overline{p}$ -Anfangszustand $^1S_0$ mit $I=0$ bzw. $I=1$ in den Endzustand $K^0_SK^0_S\pi^0$können bei primärer $(K\pi)$-Kopplung geschrieben werden als [74] :

$$\Phi^+_{0,1/2} = -\frac{1}{\sqrt{12}}\left((K^0\pi^0\ )\overline{K^0}\ + (\overline{K^0}\pi^0\ )K^0\right) \tag{6.43}$$

$$\Phi^+_{1,1/2} = -\frac{1}{2}\left((K^0\pi^0\ )\overline{K^0}\ + (\overline{K^0}\pi^0\ )K^0\right) \tag{6.44}$$

Die Interferenz der K^*-Bänder ist für beide Anfangszustände $I=0$ und $I=1$ konstruktiv. Deshalb können die Beiträge der K^*-Resonanz aus den verschiedenen $p\overline{p}$ -Isospinzuständen nicht unterschieden werden. Aus diesem Grund wurde für die Anpassung nur eine K^*K-Amplitude verwendet.

Im Fall des $p\overline{p}$ -Anfangszustands $^1S_0$ sind die beiden Bahndrehimpulse der aufeinanderfolgenden Zerfälle $l=L=1$, was einen Faktor $cos^2\theta$ in der Zerfallsamplitude mit sich führt. Der Einfluß dieses Faktors auf die K^*-Bänder wird aus der Simulation Abb. 6.4a ersichtlich.

Aus den ermittelten Stärken und Phasen der K^*K-Amplitude und der anderen Amplituden (Tab. 6.4) vermutet man, daß starke destruktive Interferenzen auftreten können. Die restlichen Amplituden kreuzen die K^*K-Bänder jedoch überwiegend in Bereichen, in denen die K^*K-Amplitude sehr schwach ist. In den Bereichen, in denen sie stark ist - besonders im Kreuzungsbereich der beiden Bänder - wird sie kaum von anderen Amplituden überlagert. Deshalb ist die Form des K^*K-Signals in den experimentellen Daten weniger von Interferenzen bestimmt, als durch die $cos^2\theta$-förmige Winkelverteilung.

Die Masse und die Breite des K^* wurden aus den Daten bestimmt und das Ergebnis stimmt gut mit den Werten aus [3] überein.

- $m\ =\ 893,6 \pm\ 1,1\ MeV/c^2 \quad , \quad \Gamma\ =\ 54,0 \pm\ 2,3\ MeV/c^2$

Der Beitrag der K^*K-Amplitude war äußerst stabil in allen Anpassungen mit den verschiedenen Hypothesen :

$$I\ (K^*(892)K\ in\ K^0_SK^0_S\pi^0)\ =\ \int_{DP}|A(K^*(892)K)+A(KK^*(892))|^2ds_1ds_2\ =\ (16,8\pm 1,6)\,\% \tag{6.45}$$

Für das totale Verzweigungsverhältnis des $p\overline{p}$ $(^1S_0)$ - beide Isospins eingeschlossen, da ihre Beiträge nicht unterschieden werden können - wird ein Faktor 12 eingeführt, der alle möglichen K^*K-Zerfallsmoden in Betracht zieht. Das Ergebnis ist fast identisch mit der Summe der Verzweigungsverhältnisse aus dem $I=0$- und dem $I=1$-Ausgangszustand, die in einer mit dem Kanal $K^0_1K^{\pm}\pi^{\mp}$ gekoppelten Analyse bestimmt wurde [74].

$$\begin{aligned} BR(p\overline{p}\ (^1S_0, I=0,1) \rightarrow K^*_0(892)K) &= (15,1 \pm 1,6)\cdot 10^{-4} \\ f^{+0}_{K^*K}\ +\ f^{+1}_{K^*K} &= (15,0 \pm 3,0)\cdot 10^{-4} \end{aligned} \tag{6.46}$$

6.6.7 Die $K\pi$-S-Welle : $p\overline{p} \longrightarrow (K\pi)_S K$

Allgemeines

Die Parametrisierung der $K\pi$-S-Welle wurde ursprünglich aus den Daten des LASS-Experiments ermittelt (Kap. 6.4). Sie besteht aus einem Resonanzterm mit hoher Masse und einem zusätzlichen Untergrundterm, der durch einen Streuterm angenähert wird. Die Verknüpfung dieser beiden Terme erfolgt über den K-Matrix-Formalismus (Kap. 6.4.4).

Das LASS-Experiment produzierte die $K\pi$-S-Welle in einer K^-p-Streuung, die relative Kopplungsstärke dieser beiden Terme an das $p\overline{p}$ -System wird jedoch sicherlich davon unterschiedlich sein. Außerdem wurde darauf hingewiesen, daß die Meßgenauigkeit des LASS-Experiments unterhalb 1 GeV/c^2 für die S-Welle fragwürdig erscheint [84]. Aus diesen beiden Gründen erscheint es nicht angebracht, die oben angegebene Form unverändert zu übernehmen, besonders ist es a priori nicht gesichert, daß der Streuterm in der $p\overline{p}$ -Annihilation von Bedeutung ist.

Anpassung mit der LASS-Parametrisierung

Zunächst wurden für die $K\pi$-S-Welle dieselben relativen Stärken für Pol- und Streuterm angenommen (wie beim LASS-Experiment). Ohne $a_0(1450)$-Beitrag liegt der Anteil der $K\pi$-S-Welle bei $(2,3 \pm 1,8)\%$ (Tab. 6.4). Dieser Wert ist relativ stabil bei steigender $a_0(1450)$-Intensität. Ohne eine Amplitude für das $a_0(1450)$ ist die Anpassung mit der $K\pi$-S-Welle deutlich besser als ohne ($ln(\mathcal{L})_{max} = +41$). Läßt man statt der $K\pi$-S-Welle nur das $a_0(1450)$ zu, so kann nicht die gleiche Güte der Anpassung erreicht werden ($ln(\mathcal{L})_{max} = +33$). Der Effekt der $K\pi$-S-Welle wird durch Vergleich der $K\overline{K}$-Projektion in Abb. 6.23a mit der in Abb. 6.23b, in der die Anpassung ohne die $K\pi$-S-Welle erfolgte, deutlich. Es zeigt sich, daß die $K\pi$-S-Welle zwar einen relativ geringen Beitrag trägt, aber durch Interferenzeffekte, besonders mit den beiden Polen der $K\overline{K}_{I=0}$-S-Welle, einen wichtigen Bestandteil der totalen Übergangsamplitude darstellt. Sie kann insbesondere nicht gleichwertig durch die ebenfalls sehr breite $a_0(1450)$-Amplitude ersetzt werden.

Anpassung nur mit dem Polterm

Im nächsten Schritt wurde versuchsweise der Streuterm weggelassen und die $K\pi$-S-Welle nur durch den Polterm parametrisiert. $ln(\mathcal{L})_{max}$ steigt dadurch von leicht 1755 auf 1759 an und die Beschreibung der Daten verbessert sich ein wenig in dem Bereich, in dem die $f_0(1370)$-Amplitude stark ist (Abb. 6.23c). Die Intensität der $K\pi$-S-Welle steigt leicht an auf $(2,9 \pm 1,6)\%$.

Zwei Produktionsstärken in der $K\pi$-S-Welle

Wie oben erwähnt sind in der $p\overline{p}$ -Annihilation nicht dieselben Produktionsstärken für die beiden Terme der $K\pi$-S-Welle zu erwarten. Deshalb werden nun zwei verschiedene Produktionsstärken für die beiden Terme eingeführt und ihre Werte durch die Anpassung an die Daten bestimmt. $ln(\mathcal{L})_{max}$ wird für verschiedene Werte a der Streulänge bestimmt, ebenso wie die durch Integration über den Phasenraum erhaltene Gesamtintensität der $K\pi$-S-Welle und die einzelnen Intensitäten, die man durch Integration allein des Pol- bzw. des Streuterms erhält. Diese Vorgehensweise wurde in Kap. 6.5 näher erläutert.

Trägt man $ln(\mathcal{L})_{max}$ gegen verschiedene Werte der Streulänge a auf (Abb 6.23d), erkennt man, daß die besten Anpassungen für zwei verschiedene Werte der Streulänge, $a = -0,7$ und $a = -2,2$ erzielt werden können. Die absoluten Änderungen in $ln(\mathcal{L})_{max}$ sind jedoch - mit Ausnahme des Bereiches zwischen -1,5 und -2,0 - so klein, daß man nur schwer von eindeutiger Signifikanz, bzw. von eindeutig bevorzugten Werten, sprechen kann. Sicher ist jedoch, daß ein im Gegensatz zu [69] negativer Wert für a besser mit Modellrechnungen [85] übereinstimmt, demzufolge negative Streulängen durch attraktive Potentiale hervorgerufen werden, die zu schwach sind, um einen gebundenen Zustand zu bilden. Dies wiederum steht in gutem Einklang mit der Erwartung für ein $K\pi$-System mit $I = \frac{1}{2}$ in diesem Energiebereich [56] (siehe auch Kap. 5.1).

Die $K\pi$-S-Welle ist ein sehr kompliziertes Objekt, da die einzelnen Komponenten sehr breit sind und mit den anderen Amplituden sehr stark interferieren, aber aus praktischen Gründen erscheint es vorteilhaft, zuerst die einfachere Form, nur aus dem Polterm bestehend, zu verwenden, und genauere Untersuchungen aus mit anderen $K\overline{K}\pi$-Kanälen gekoppelten Analysen zu gewinnen.

Amplitude	$K\pi$-S-Welle (LASS)	2 Produktions-stärken
$f_0(1370)\pi^0$	$(48,5 \pm 6,1)\%$	$(49,2 \pm 8,6)\%$
$f_0(1500)\pi^0$	$(31,8 \pm 4,0)\%$	$(34,2 \pm 6,0)\%$
$K^*(892)K$	$(16,9 \pm 1,6)\%$	$(18,0 \pm 4,4)\%$
$(K\pi)_S K$	$(2,3 \pm 1,8)\%$	$(6,0 \pm 1,4)\%$
$a_0(980)\pi^0$	$(3,5 \pm 0,8)\%$	$(1,8 \pm 0,5)\%$
$f_2(1270)\pi^0$	$(4,4 \pm 0,6)\%$	$(2,0 \pm 0,7)\%$
$a_2(1320)\pi^0$	$(4,5 \pm 0,8)\%$	$(9,2 \pm 2,0)\%$
$f_2'(1525)\pi^0$	$(3,3 \pm 0,3)\%$	$(3,5 \pm 1,0)\%$

Tabelle 6.8: *Die Einführung zweier Produktionsstärken in der $K\pi$-S-Welle hat keinen wesentlichen Einfluß auf die anderen Amplituden, bis auf die des $a_2(1320)$, dessen Intensität sich etwa verdoppelt, bei gleichzeitiger Abnahme der Amplituden für das $f_2(1270)$ und das $a_0(980)$.*

Verschiedene Parametrisierungen für die $K\pi$-S-Welle

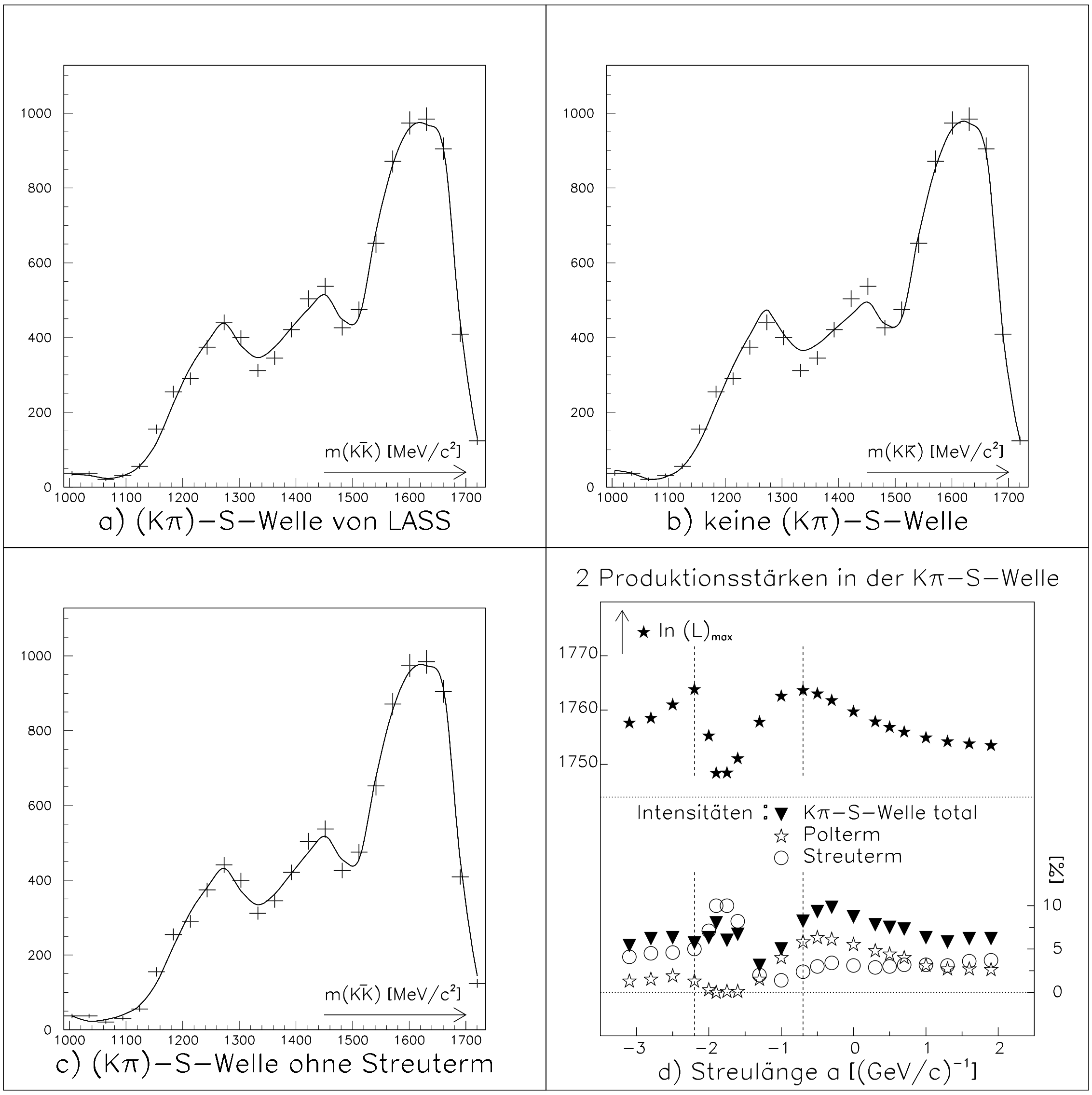


Abbildung 6.23: *Die Beschreibung der Daten mit einer Amplitude für die $K\pi$-S-Welle, wie sie das LASS-Experiment angibt (**a**), ist deutlich besser als ohne $K\pi$-S-Welle (**b**). Noch besser ist sie allerdings, wenn man den Streuterm ganz wegläßt (**c**).*
*Die beste Anpassung erhält man schließlich bei Einführung zweier Produktionsstärken, wobei negative Werte für die Streulänge leicht bevorzugt werden (**d**).*

2 Produktionsparameter für die $K\pi$-S-Welle

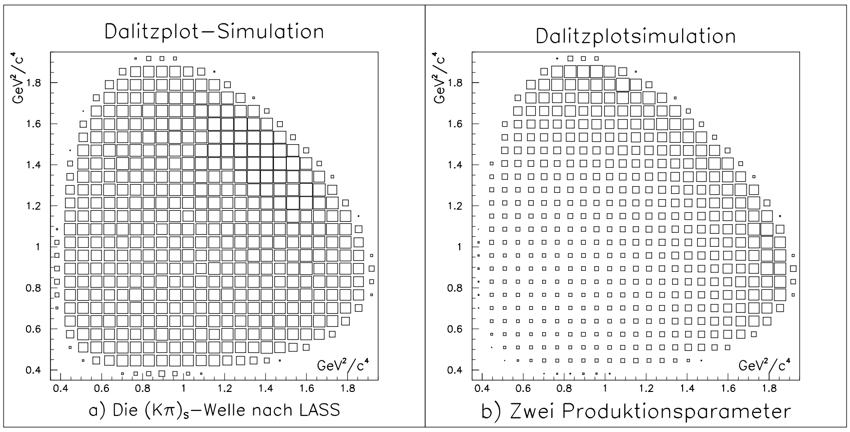


Abbildung 6.24: *Dalitzplotsimulationen für die $K\pi$-S-Welle aus den Daten des LASS-Experiments und die in dieser Anpassung ermittelte Verteilung mit zwei unterschiedlichen Produktionsstärken an das $p\overline{p}$ -System.*

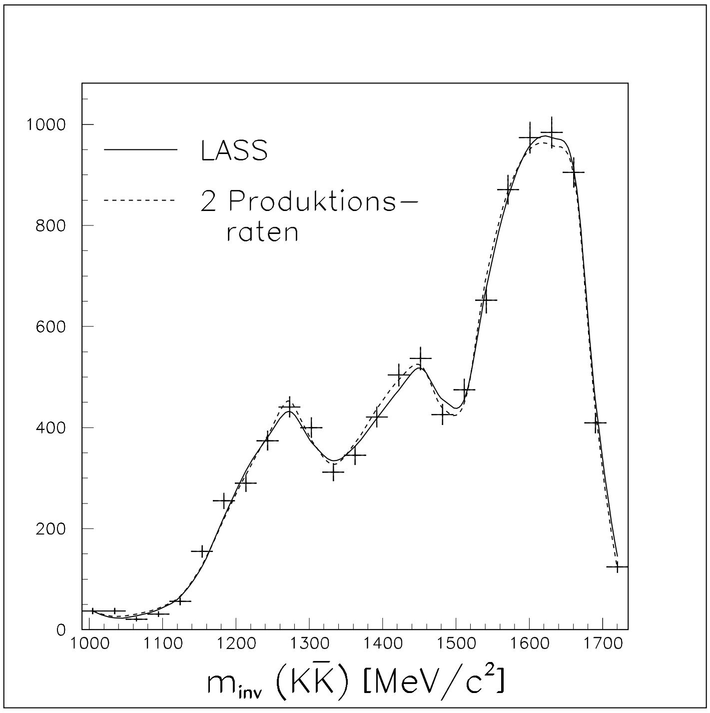


Abbildung 6.25: *Die Beschreibung der Daten in der $K\overline{K}$-Projektion verbessert sich leicht bei Verwendung zweier unterschiedlicher Produktionsstärken für die beiden Terme der $K\pi$-S-Welle.*

6.6.8 Die Tensormesonen $f_2'(1525)$, $f_2(1270)$ und $a_2(1320)$

$f_2'(1525)$

Im Endzustand $K_L^0 K_L^0 \pi^0$ gelang das erste Mal die Beobachtung des $f_2'(1525)$ in der $p\overline{p}$ -Annihilation [13], deshalb erwartet man natürlich auch einen Beitrag im Endzustand $K_S^0 K_S^0 \pi^0$. Tatsächlich sinkt $ln(\mathcal{L})_{max}$ deutlich von 1755 auf 1544, wenn man die $f_2'(1525)$-Amplitude in der Anpassung nicht berücksichtigt.

Es mag etwas überraschend erscheinen, daß eine Amplitude mit einem Beitrag von nur etwa 3% solch starke Auswirkungen auf das Ergebnis der Anpassung hat, aber eine Phasenraumsimulation der $f_2'(1525)$-Amplitude (Abb. 6.26a) zeigt deutlich, daß das $f_2'(1525)$ für die Anhäufung von Ereignissen am linken Rand des Dalitzplots (Abb 4.12) verantwortlich ist. Die Tatsache, daß das entsprechende Band am unteren Rand des Dalitzplots nicht zu sehen ist, ist auf den Trigger zurückzuführen, der Ereignisse am linken Rand des Phasenraums anhäuft und das Signal am unteren Rand unterdrückt.

Eine Anpassung ohne die $f_2'(1525)$-Amplitude führt genau in dem Bereich zu einer Verschlechterung der Beschreibung, in dem der $f_2'(1525)$-Beitrag erwartet wird (Abb. 6.26b).

Eine Bestimmung der Masse und der Breite des $f_2'(1525)$ aus den Daten ergab

- $m \;=\; 1531,9 \pm 2,9 \; MeV/c^2 \quad , \quad \Gamma \;=\; 78,3 \pm 13,0 \; MeV/c^2$

Diese Werte sind in sehr guter Übereinstimmung mit $M = 1525 \pm 5 \; MeV/c^2$ und $\Gamma = 76 \pm 10 \; MeV/c^2$ aus [3].

Der Beitrag des $f_2'(1525)$ erwies sich als sehr stabil unter Variationen der $a_0(1450)$-Intensität zwischen 0 and 25%, was auf die charakteristische Winkelverteilung des Tensors zurückzuführen ist, die eine deutliche Unterscheidung von den Beiträgen der Skalare ermöglicht :

$$I \; (f_2'(1525)\pi^0 \; in \; K_S^0 K_S^0 \pi^0) \;=\; (3,3 \;\pm\; 0,4)\% \tag{6.47}$$

Damit kann das Verzweigungsverhältnis von $p\overline{p}$ in $f_2'(1525)\pi^0$ berechnet werden :

$$\begin{aligned} BR\;(p\overline{p} \longrightarrow f_2'(1525)\pi^0\;) \;&=\; \frac{4 \cdot BR\;(p\overline{p} \to K_S^0 K_S^0 \pi^0) \cdot I(f_2'(1525)\pi^0 \; in \; K_S^0 K_S^0 \pi^0)}{BR\;(f_2'(1525) \to K\overline{K})} \\ &=\; \frac{4 \cdot (7,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-4} \cdot (0,033 \pm 0,004)}{0,888 \pm 0,031} \\ &=\; (1,13 \pm 0,13) \cdot 10^{-4} \end{aligned} \tag{6.48}$$

Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit [13] ($(9,38 \pm 1,49) \cdot 10^{-5}$), allerdings wurde der aktuellere Wert für $BR\;(f_2'(1525) \to K\overline{K})$ verwendet (0,888 an Stelle von 0,712 [3]). Der Fehler in der f_2'-Intensität (Gl. 6.47) ist der durchschnittliche Fehler in allen Anpassungen mit den verschiedenen $a_0(1450)$-Intensitäten.

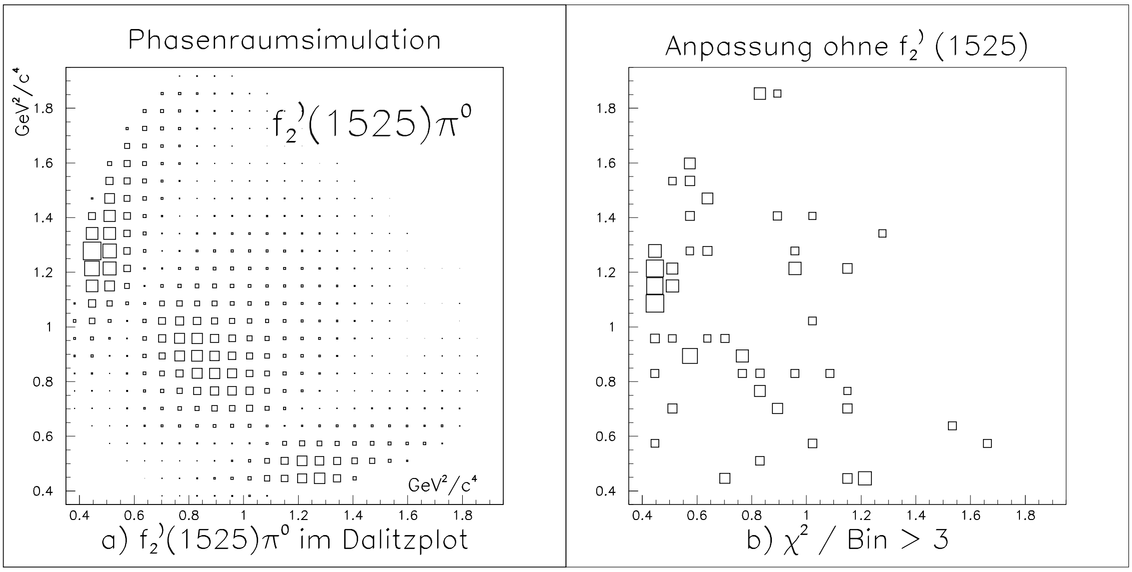


Abbildung 6.26: *Die $f_2'(1525)\pi^0$-Amplitude im Dalitzplot :* **a** *ist eine reine Phasenraumsimulation der Struktur im Dalitzplot und* **b** *die Verteilung von χ^2/Bin (für Werte > 3), wenn man die Anpassung ohne das $f_2'(1525)$ vornimmt. Damit ist die Existenz des $f_2'(1525)$ in der totalen Übergangsamplitude deutlich nachgewiesen.*

$a_2(1320)$ und $f_2(1270)$

Die Beiträge der beiden Tensormesonen $f_2(1270)$ und $a_2(1320)$ im Endzustand $K_S^0K_S^0\pi^0$ können im Prinzip aus den Ergebnissen der Analysen der Endzustände $3\pi^0$ und $\eta\pi^0\pi^0$ vorhergesagt werden. Die Verknüpfungen erfolgen durch die Relationen [87] :

$$BR\ (p\overline{p} \to f_2\pi^0) = \frac{BR(p\overline{p} \to 3\pi^0) \cdot I(f_2\pi^0\ in\ 3\pi^0)}{1/3 \cdot BR(f_2 \to \pi\pi)} \tag{6.49}$$

$$BR\ (p\overline{p} \to f_2\pi^0) = \frac{BR(p\overline{p} \to K_S^0K_S^0\pi^0) \cdot I(f_2\pi^0\ in\ K_S^0K_S^0\pi^0)}{1/4 \cdot BR(f_2 \to K\overline{K})} \tag{6.50}$$

und

$$BR\ (p\overline{p} \to a_2\pi^0) = \frac{BR(p\overline{p} \to \eta\pi^0\pi^0) \cdot I(a_2\pi^0\ in\ \eta\pi^0\pi^0)}{1/3 \cdot BR(a_2 \to \pi\pi)} \tag{6.51}$$

$$BR\ (p\overline{p} \to a_2\pi^0) = \frac{BR(p\overline{p} \to K_S^0K_S^0\pi^0) \cdot I(a_2\pi^0\ in\ K_S^0K_S^0\pi^0)}{1/4 \cdot BR(a_2 \to K\overline{K})} \tag{6.52}$$

Deshalb

$$I(f_2\pi^0\ in\ K_S^0K_S^0\pi^0) = \frac{3 \cdot BR(f_2 \to K\overline{K}) \cdot BR(p\overline{p} \to 3\pi^0)}{4 \cdot BR(f_2 \to \pi\pi) \cdot BR(p\overline{p} \to K_S^0K_S^0\pi^0)} \cdot I(f_2\pi^0\ in\ 3\pi^0) \tag{6.53}$$

$$I(a_2\pi^0 \ in \ K_S^0K_S^0\pi^0) \ = \ \frac{3 \cdot BR(a_2 \rightarrow K\overline{K}) \cdot BR(p\overline{p} \rightarrow \eta\pi^0\pi^0)}{4 \cdot BR(a_2 \rightarrow \pi\pi) \cdot BR(p\overline{p} \rightarrow K_S^0K_S^0\pi^0)} \cdot I(a_2\pi^0 \ in \ \eta\pi^0\pi^0) \quad (6.54)$$

Dies führt mit den entsprechenden Verzweigungsverhältnissen aus [3] und [88] zu den Vorhersagen

$$I(f_2(1270)\pi^0 \ in \ K_S^0K_S^0\pi^0) = (4,7 \pm 1,7)\ \% \quad (6.55)$$
$$I(a_2(1320)\pi^0 \ in \ K_S^0K_S^0\pi^0) = (23,1 \pm 0,6)\ \% \quad (6.56)$$

In allen Anpassungen mit den verschieden starken $a_0(1450)$-Beiträgen erwiesen sich die Intensitäten für die beiden Tensoren als sehr stabil :

$$I(f_2(1270)\pi^0 \ in \ K_S^0K_S^0\pi^0) = (4,4 \pm 0,7)\ \% \quad (6.57)$$
$$I(a_2(1320)\pi^0 \ in \ K_S^0K_S^0\pi^0) = (4,4 \pm 0,8)\ \% \quad (6.58)$$

Die gemessene Intensität des $a_2(1320)$ ist um einen Faktor 2 größer, wenn die $K\pi$-S-Welle alternativ mit zwei Produktionsstärken parametrisiert wird (Kap. 6.6.7).

Aus den Intensitäten können die Verzweigungsverhältnisse errechnet werden :

$$BR(p\overline{p}\ (^1S_0) \rightarrow f_2(1270)\pi \rightarrow K\overline{K}\pi) = (1,3 \pm 0,2) \times 10^{-4} \quad (6.59)$$
$$BR(p\overline{p}\ (^1S_0) \rightarrow a_2(1320)\pi \rightarrow K\overline{K}\pi) = (4,0 \pm 0,7) \times 10^{-4} \quad (6.60)$$

$a_2(1320)$: Messung und Vorhersage

Die Verzweigungsverhältnisse in Gl. 6.59 und Gl. 6.60 können nicht nur mit Ergebnissen aus den Kanälen $K_S^0K_S^0\pi^0$ [74] und $K_L^0K_L^0\pi^0$ [13] verglichen werden, sondern, für das $a_2(1320)$, auch mit denen aus den Kanälen $K_L^0K^\pm\pi^\mp$ [89] und $K_S^0K^\pm\pi^\mp$ [90]. In den beiden letzteren Fällen kann die Relation

$$I(a_2^\pm\pi^\mp \ in \ K_{S/L}K^\pm\pi^\mp)\ /\ I(a_2^0\pi^0 \ in \ K_S^0K_S^0\pi^0) \ = \ 0,99 \pm 0,27 \ \ (Anhang\ B) \quad (6.61)$$

verwendet werden (die relativen Intensitäten der Isovektoren mit Spin 2 berechnen sich analog wie die der Isovektoren mit Spin 0).

$$BR(p\overline{p}\ (^1S_0) \rightarrow a_2(1320)\pi \rightarrow K\overline{K}\pi) = (7,6 \pm 0,9) \times 10^{-4} \quad [13] \quad (6.62)$$
$$BR(p\overline{p}\ (^1S_0) \rightarrow a_2(1320)\pi \rightarrow K\overline{K}\pi) = (6,5 \pm 1,8) \times 10^{-4} \quad [74] \quad (6.63)$$
$$BR(p\overline{p}\ (^1S_0) \rightarrow a_2(1320)\pi \rightarrow K\overline{K}\pi) = (4,6 \pm 0,8) \times 10^{-4} \quad [89] \quad (6.64)$$
$$BR(p\overline{p}\ (^1S_0) \rightarrow a_2(1320)\pi \rightarrow K\overline{K}\pi) = (3,4 \pm 0,9) \times 10^{-4} \quad [90] \quad (6.65)$$

Ein Vergleich von Gl. 6.56 und Gl. 6.58 zeigt eine große Diskrepanz zwischen den Ergebnissen aus den Kanälen $\eta\pi^0\pi^0$ und $K_S^0K_S^0\pi^0$(um einen Faktor 5!). Jeder Versuch, die Daten mit einer festen $a_2(1320)$-Intensität von 23% zu beschreiben, mißlang $(\Delta(ln(\mathcal{L})_{max}) \approx -100)$.

Ein Vergleich von Gl. 6.60 mit den Gln. 6.62-6.65 zeigt jedoch eine Konsistenz aller aus den verschiedenen $K\overline{K}\pi$-Kanälen gewonnenen Werte (etwa innerhalb zweier Standardabweichungen) und alle Verzweigungsverhältnisse sind um einen Faktor 3-5 kleiner als die Vorhersage aus dem Kanal $\eta\pi^0\pi^0$. Diese Diskrepanz muß als ein generelles Problem zwischen den Analysen der Endzustände $\eta\pi^0\pi^0$ und $K_S^0K_S^0\pi^0$angesehen werden und bedarf in Zukunft weiterer Klärung.

$f_2(1270)$: Ergebnis und Vorhersage

Die gemessene Intensität der $f_2\pi^0$-Amplitude (Gl. 6.58) stimmt sehr gut mit der Vorhersage aus dem $3\pi^0$-Kanal (Gl. 6.56) überein.

Der Mischungswinkel $\theta_{2^{++}}$ des 2^{++}-Nonetts kann nun ermittelt werden :

$$\frac{BR(p\overline{p} \rightarrow f_2'\pi^0)}{BR(p\overline{p} \rightarrow f_2\pi^0)} = tan^2(\theta_{2^{++}} - 35,3^0) \implies \theta_{2^{++}} = (24,9 \pm 1,7)^0 \tag{6.66}$$

Dieses Ergebnis ist in sehr guter Übereinstimmung mit $\theta_{2^{++}} = 26^0$, was aus der linearen Massenformel erwartet wird [3]. Die zweite Lösung von Gl. 6.66, bei der das Argument der tan^2-Funktion positiv ist, ist nicht mit der linearen Massenformel verträglich.

Weitere Tensorresonanzen ?

Weitere vermutete Tensorresonanzen wie das $f_2(1540)$ oder das $a_2(1620)$ sind innerhalb des Phasenraums möglich. Jedoch mißlang jeder Versuch, die Daten mit einem signifikanten Beitrag eines weiteren Tensormesons zu beschreiben. Die Tatsache, daß die Bestimmung der Masse und der Breite des $f_2'(1525)$ aus den Daten zu Werten führt, die mit denen aus [3] für dieses Teilchen kompatibel sind, ist eine weitere Bestätigung dafür, daß kein weiterer Tensor zur Beschreibung der Daten nötig ist.

6.7 Partialwellenanalyse des Kanals $K_S^0 K_S^0 \eta$

Der Phasenraum des Endzustandes $K_S^0 K_S^0 \eta$ in der $p\overline{p}$ -Annihilation in Ruhe ist sehr klein. Mögliche Resonanzen im $K\overline{K}$-System sind $f_0(975)$, $a_0(980)$, $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ und der Ausläufer des $f_0(1370)$, im $K_S^0\eta$-System sind keine bekannten Resonanzen möglich.

Die beiden Tensorresonanzen liegen beide direkt an der oberen Phasenraumgrenze und der relative Drehimpule $l = 2$ führt außerdem zu einem zusätzlichen Dämpfungsfaktor in den Partialamplituden. Daher ist es nicht überraschend, daß kein nennenswerter Beitrag der beiden Tensoren zur Übergangsamplitude festgestellt werden konnte.

Aus den Ergebnissen des $K_S^0 K_S^0 \pi^0$-Endzustandes erwartet man einen Beitrag von zumindest einem Skalar an der unteren $K\overline{K}$-Schwelle, aber die in $K_S^0 K_S^0 \pi^0$gemessenen Intensitäten lassen vermuten, das Signal in $K_S^0 K_S^0 \eta$ bei dieser geringen Statistik innerhalb drei Standardabweichungen mit 0 verträglich sein könnte. Daher ist es verständlich, daß auch für einen Beitrag eines Skalars an der unteren $K\overline{K}$-Schwelle kein Hinweis gefunden werden konnte.

Für die Beschreibung der Daten bleibt also nur noch das $f_0(1370)$ übrig. Die Resonanzmasse ($M = 1430\ MeV/c^2$) befindet sich zwar außerhalb des Phasenraums, aber, wie in Abb. 6.27 gezeigt, genügt der lange Ausläufer dieser Amplitude ($\Gamma = 330\ MeV/c^2$), die Daten zufriedenstellend zu beschreiben (Masse und Breite des $f_0(1370)$ wurden den Ergebnissen aus $K_S^0 K_S^0 \pi^0$entnommen, siehe Kap. 6.6.2).

Es soll noch einmal deutlich betont werden, daß die Statistik im Endzustand $K_S^0 K_S^0 \eta$ sehr gering ist (nur 370 Ereignisse mit einem geladenen und einem neutralen K_S^0-Zerfall), und ein größerer Datensatz mehr Strukturen aufzudecken vermag.

$K_S^0 K_S^0 \eta$: Daten und Anpassung

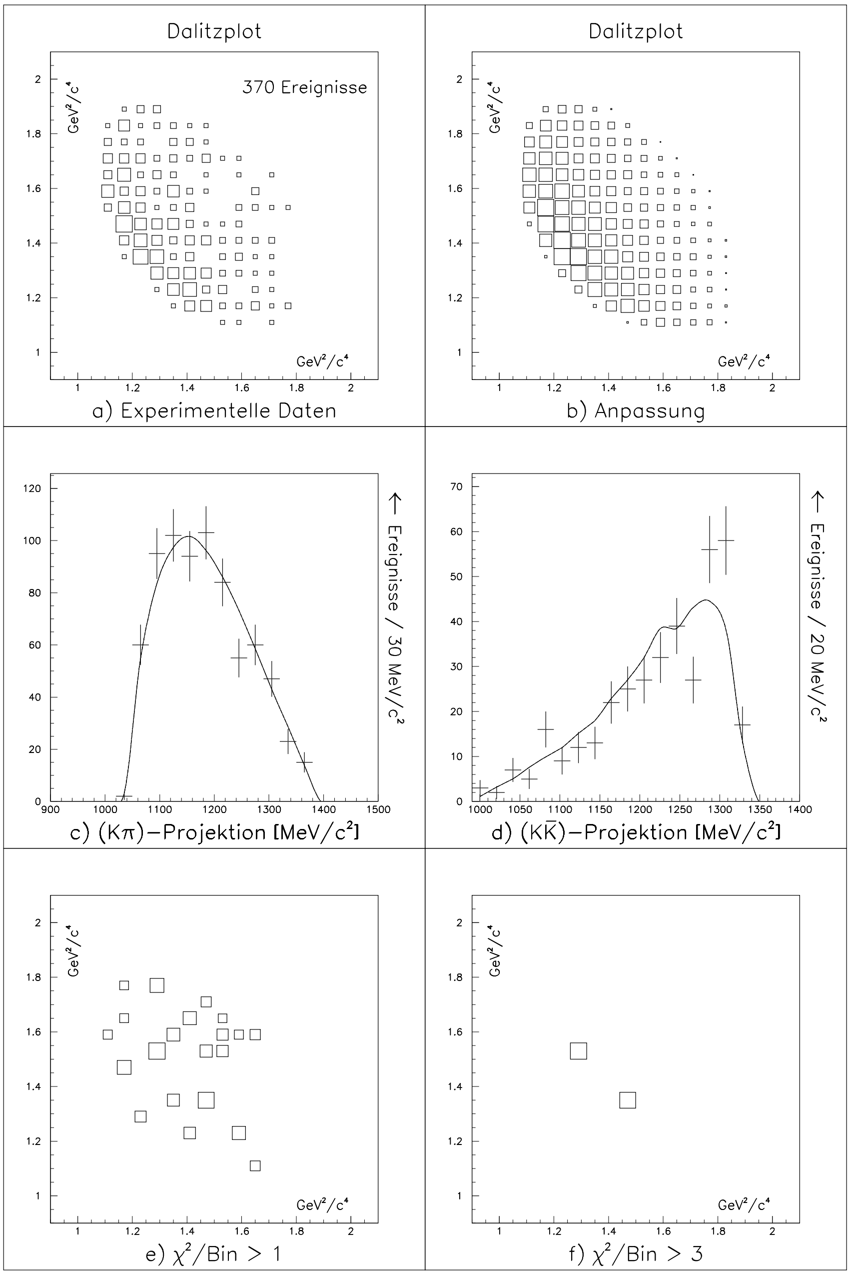


Abbildung 6.27: *Anpassung an die $K_S^0 K_S^0 \eta$-Daten unter ausschließlicher Verwendung der $f_0(1370)$-Amplitude. Innerhalb der aufgrund der geringen Statistik großen Fehlergrenzen können die Daten sehr gut beschrieben werden.*

Kapitel 7

Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Die Untersuchung des Endzustandes $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ der Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe diente vor allem der Vertiefung des Verständnisses der skalaren Mesonen, es wurden aber auch Eigenschaften der Tensormesonen und $K\pi$-Resonanzen studiert.

7.1 Skalare $K\overline{K}$-Resonanzen

Identifikation zweier Isoskalare

Im Rahmen des Isobarenmodells sind mindestens zwei skalare $K\overline{K}$-Resonanzen nötig, um die Daten zu beschreiben. Sie wurden mit dem $f_0(1370)$ und mit dem $f_0(1500)$ identifiziert und daher durch eine 1x1 K-Matrix mit 2 Polen parametrisiert.

Die Übergangsamplitude ist nicht direkt sensitiv auf den Isospin dieser beiden Skalare, aber hätten sie nicht denselben Isospin, dann müßte man den dynamischen Anteil beider Einzelamplituden mit jeweils einer Breit-Wigner-Funktion beschreiben. Mit der festgehaltenen, aus vorangegangenen Analysen gewonnenen Masse und Breite des $a_0(1450)$ [3] für den breiten Pol niedrigerer Masse ergab sich eine leichte Verschlechterung der Beschreibung der Daten und eine $a_0(1450)$-Intensität von $(97,5 \pm 21,4)\%$, die weit entfernt ist von den $(7,7 \pm 2,1)\%$, die man aus der Analyse des Kanals $\eta\eta\pi^0$ erwartet [13]. Bei freien Parametern für diesen Pol ergab die Anpassung dieselbe Masse und Breite wie bei der Verwendung der 1x1 K-Matrix. Da der schmale Pol höherer Masse eindeutig mit dem $f_0(1500)$ identifiziert werden kann und es zudem keine Hinweise auf zwei Isovektoren in diesem Massenbereich gibt, kann man auf die Existenz zweier Isoskalare im Endzustand $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ der $p\overline{p}$ -Annihilation schließen.

Ein zusätzlicher Beitrag einer isovektoriellen Resonanz konnte weder bestätigt noch ausgeschlossen werden. Die Beschreibung der Daten mit einer zusätzlichen $a_0(1450)\pi^0$-Amplitude, die mit verschiedenen Beiträgen (zwischen 0% und 23 %) in die Gesamtamplitude eingefügt wurde, ergab in allen Fällen einen identischen Wert für das Maximum von $ln(\mathcal{L})$.

Bestimmung der Polparameter (Massen und Breiten der Isoskalare)

Die Verwendung einer K-Matrix für die Parametrisierung des dynamischen Anteils der Partialamplituden ist nötig, wenn Resonanzen, die identisch sind in allen Quantenzahlen, überlappen und demnach miteinander mischen können. Der K-Matrix-Formulismus garantiert die Unitarität in der Zweiteilchenstreuung und wurde durch Einführung eines Produktionsvektors auf die $p\overline{p}$ -Annihilation ausgeweitet. Die Polparameter der K-Matrix wurden durch die Anpassung an die Daten gewonnen und die der T-Matrix daraus abgeleitet.

Die Anpassung der K-Matrix Pole erfolgte in verschiedenen iterativen Schritten. Die optimalen Werte sind in Tab. 7.1 gegeben. Sie entsprechen einer Anpassung ohne zusätzliche Amplitude für das $a_0(1450)$, dessen Beitrag zur Übergangsamplitude nicht eindeutig nachgewiesen werden konnte. Masse und Breite des $f_0(1500)$ erwiesen sich als stabil bei variabler Intensität des $a_0(1450)$ (zusätzliche Breit-Wigner Amplitude), die Masse des $f_0(1370)$ sank bis auf etwa 1410 MeV/c^2.

K-Matrix	$M^{(K)}$ $[MeV/c^2]$	$\Gamma^{(K)}$ $[MeV/c^2]$	T-Matrix	$M^{(T)}$ $[MeV/c^2]$	$\Gamma^{(T)}$ $[MeV/c^2]$
Pol 1 : $f_0(1370)$	1389^{+8}_{-13}	255 ± 23	Pol 1	1439^{+10}_{-20}	360 ± 50
Pol 2 : $f_0(1500)$	1576^{+16}_{-7}	175 ± 15	Pol 2	1515 ± 5	88^{+15}_{-5}

Tabelle 7.1: *Die Polparameter der $K\overline{K}$-S-Welle, wenn keine zusätzliche Amplitude für das $a_0(1450)$ verwendet wird.*

Die Masse des $f_0(1370)$ liegt relativ hoch, allerdings variieren die bisher in den verschiedensten Arbeiten bestimmten Polparameter dieses Objekts sehr stark [3]. Es kann daher auf keine Inkonsistenz mit anderen Ergebnissen geschlossen werden.

Im Vergleich mit dem T-Matrix Polparameter des $f_0(1370)$ aus Tab. 7.1 liegt die Masse, die in einer gekoppelten Analyse der Endzustände $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\eta\eta$ und $\pi^0\pi^0\eta$ am Crystal-Barrel-Experiment gemessen wurde, mit $M = 1390 \pm 30$ MeV/c^2 [62] (in einer alternativen Analyse jedoch 1300 ± 15 MeV/c^2 ! [83]) um zwei Standardabweichungen niedriger und auch die Analyse des zu $K^0_S K^0_S \pi^0$ physikalisch identischen Endzustandes $K^0_L K^0_L \pi^0$ ergab mit $M = 1380 \pm 40$ MeV/c^2 [13] bei einem $a_0(1450)$-Beitrag von 7,7% (1404 ± 10 MeV/c^2 ohne $a_0(1450)$) einen niedrigeren Wert.

Es ist bemerkenswert, daß nach [3] die Massenbestimmung des $f_0(1370)$ an verschiedenen Experimenten gerade über den Zerfall in $K\overline{K}$ tendenziell höhere Ergebnisse liefert als in anderen Zerfallskanälen. Es werden jedoch in [3] keine Mittelwerte angegeben, sondern nur die vorsichtige Aussage, daß *„all analyses of $\pi\pi$ and $K\overline{K}$ data claim a mainly elastic resonance around 1400 MeV"*.

Die Masse und die Breite des $f_0(1500)$ stimmen sehr gut mit den Werten aus [3] ($1503 \pm 11/120 \pm 19$ MeV/c^2) überein, denen ausschließlich Ergebnisse aus Crystal-Barrel-Analysen zugrunde liegen. Die neueren Analysen, in denen mehrere Kanäle gekoppelt wurden ([62] und [83]), tendieren jedoch zu etwas größeren Breiten (154 ± 30 bzw. $132 \pm$

15 MeV/c^2), während im Kanal $K_L^0 K_L^0 \pi^0$ eine Breite von 105 ± 15 MeV/c^2 gemessen wurde. Trotz der leicht größeren Breiten, die in den gekoppelten Analysen bestimmt wurden, sind die Messungen der Polparameter des $f_0(1500)$ in allen bisher am Crystal-Barrel-Experiment untersuchten Kanälen in hohem Maße konsistent.

Relative Kopplungsstärken an $K\overline{K}$ und $\pi\pi$

In [62] wurden die relativen Kopplungen des $f_0(1500)$ an $\pi\pi$, $\eta\eta$ und $\eta\eta$' angegeben, in dieser Arbeit wurden nun die relativen Kopplungsstärken des $f_0(1500)$ - und zudem die des $f_0(1370)$ - an $K\overline{K}$ und $\pi\pi$ als Funktion der nicht eindeutig bestimmbaren Intensität des $a_0(1450)$ gemessen (siehe Abb. 7.1).

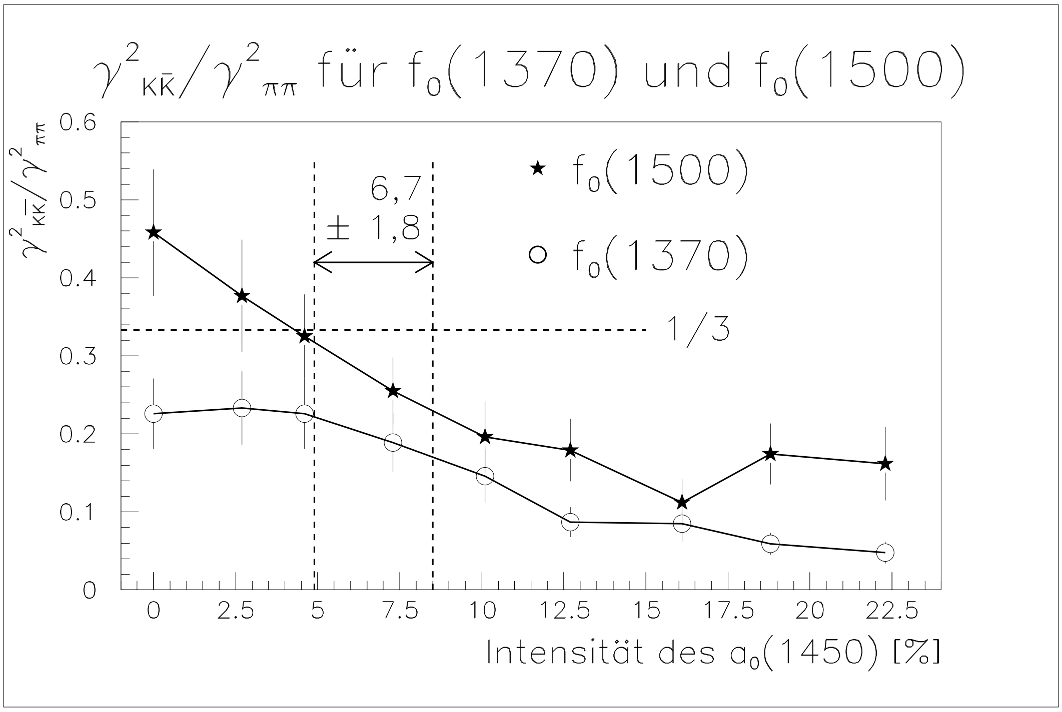


Abbildung 7.1: *Die relativen Kopplungsstärken $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi}$ für $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ in Abhängigkeit der $a_0(1450)$-Intensität (siehe Tab. 6.7 für die genauen Werte).*

Nach [13] sollte man aus den Ergebnissen der Analyse des Kanals $\eta\pi^0\pi^0$ einen Beitrag des $a_0(1450)$ von $(7,7 \pm 2,1)\%$ zum Endzustand $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ erwarten. Dieser Wert muß nach den Ergebnissen einer neueren Analyse [62] etwas nach unten, auf $(6,7 \pm 1,8)\%$, korrigiert werden. Zum Vergleich mit den Ergebnissen aus [62] sollte daher für das $f_0(1500)$ der Wert $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi} = 0,255 \pm 0,043$ aus Tab. 6.7 herangezogen werden, der für einen $a_0(1450)$-Beitrag von 7,3 % berrechnet wurde. Damit kann das Kopplungsschema aus [62] erweitert werden zu :

$$\boxed{\Gamma(f_0(1500) \to K\overline{K} \; : \; \pi\pi \; : \; \eta\eta \; : \; \eta\eta') \; = \; 0,77 \pm 0,13 \; : \; 3 \; : \; 0,70 \pm 0,27 \; : \; 1,00 \pm 0,46} \quad (7.1)$$

Dieses Kopplungsschema ist allerdings mit etwas Vorsicht zu genießen, da der Analyse des Kanals $K^0_S K^0_S \pi^0$ nur eine 1x1 K-Matrix für die Parametrisierung der $K\overline{K}$-S-Welle zugrunde liegt, der gekoppelten Analyse von $\pi\pi$, $\eta\eta$ und $\eta\eta$' jedoch eine 3x3 K-Matrix, in der zudem die Kopplung an $K\overline{K}$ als freier Parameter angepaßt wurde, ohne daß die Daten eines $K\overline{K}\pi$-Kanals zur Verfügung standen. Ein endgültiges Kopplungsschema kann nur erwartet werden, wenn in Zukunft eine gekoppelte Analyse aller Kanäle gelingt.

In Abb. 7.2 wird noch einmal die phasenraumkorrigierte $K\overline{K}$-S-Welle (kohärente Überlagerung der Partialamplituden mit Isospin $i_{K\overline{K}} = 0$ und $i_{K\overline{K}} = 1$) gezeigt, einmal für die Anpassung ohne $a_0(1450)$-Beitrag und einmal für eine $a_0(1450)$-Intensität von 7,3 %. In beiden Fällen wurde die Intensität der $K\overline{K}$-S-Welle an jedem Punkt des Phasenraums berechnet und die zweidimensionale Verteilung dann auf die $K\overline{K}$-Achse projiziert. Diese Funktion wurde dann an jedem Punkt durch den Anteil dividiert, den das Phasenraumelement $m_{inv}(K\overline{K}) < x < m_{inv}(K\overline{K}) + \Delta m$ am gesamten Phasenraum besitzt.

Der durch die Anpassung ermittelte Amplitudenverlauf der $K\overline{K}$-S-Welle ist für $a_0(1450)$-Intensitäten von 0 % und 7,3 % fast identisch : eine sehr breite Verteilung um etwa 1400 MeV/c^2 mit einem durch das $f_0(1500)$ verursachten tiefen Einschnitt bei 1500 MeV/c^2.

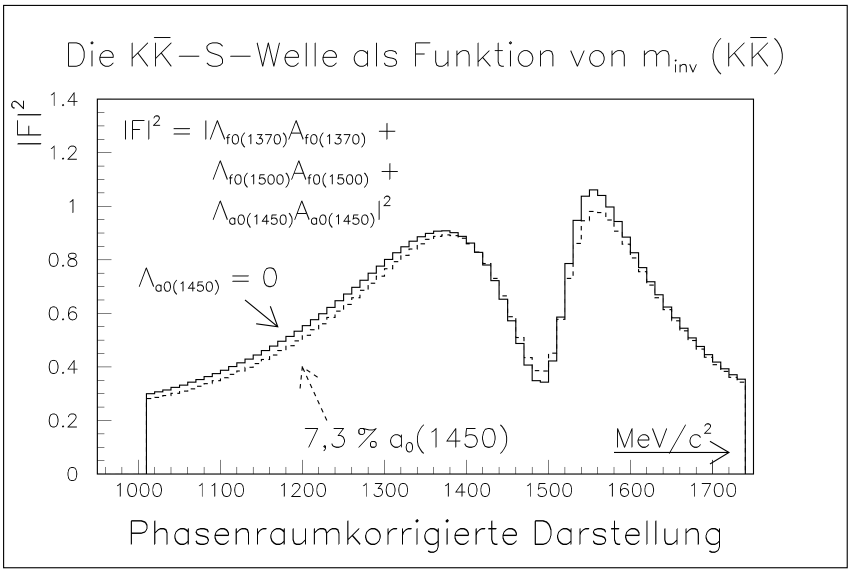


Abbildung 7.2: *Die phasenraumkorrigierte $K\overline{K}$-S-Welle mit den durch die Anpassung gewonnenen Parametern für zwei verschiedene Intensitäten des $a_0(1450)$. In beiden Fällen ist die gesamte $K\overline{K}$-S-Welle fast identisch, die Form entspricht einer sehr breiten Verteilung um etwa 1400 MeV/c^2 mit einem durch das $f_0(1500)$ verursachten tiefen Einschnitt.*

Interpretation der beiden isoskalaren Zustände

Die Breite des $f_0(1370)$ ist größer als die des $a_0(1450)$ und dessen Breite wiederum größer als die des $K_0^*(1430)$. Aus diesen Verhältnissen kann man schließen, daß es sich bei dem $f_0(1370)$ um das isoskalare Mitglied des 0^{++}-Nonetts mit überwiegend $(u\overline{u}+d\overline{d})$-Quarkinhalt handelt [7].

Das $f_0(1500)$ erscheint zu schmal, um überzeugend in dieses Schema zu passen, aber vor allem ist seine Kopplung an $K\overline{K}$ deutlich schwächer als es für den $s\overline{s}$-Zustand des 0^{++}-Nonetts zu erwarten wäre. Dennoch ist die Frage, ob das $f_0(1500)$ tatsächlich mit dem leichtesten Glueball zu identifizieren ist, immer noch nicht eindeutig gelöst. Die verschiedenen Modelle ([6] [7] [9]) zur Deutung dieses Objekts, die in Kap. 1.3.2 kurz erläutert wurden, hatten nur $\pi\pi\to K\overline{K}$-Streudaten sehr geringer Statistik als Anhaltspunkt für die Kopplungsstärke des $f_0(1500)$ an $K\overline{K}$ zur Verfügung und es wird erst gezeigt werden müssen, inwieweit die gemessene Zahl, die deutlich über dem früheren Wert liegt, mit den einzelnen Modellen in Einklang steht. Dies kann und soll aber nicht Inhalt dieser Arbeit sein.

Tatsache ist allerdings, daß die Masse und die Breite des $f_0(1500)$ mit den Erwartungen für den leichtesten Glueball übereinstimmen und die nicht-dominante Kopplung an den $K\overline{K}$-Zerfallskanal bei gleichzeitiger Identifikation des $f_0(1370)$ mit dem $(u\overline{u}+d\overline{d})$-Mitglied des 0^{++}-Nonetts das $f_0(1500)$ als ein Objekt erscheinen läßt, das aufgrund seiner Eigenschaften kein $q\overline{q}$-Meson zu sein scheint. Deshalb favorisieren immer noch viele Seiten die Erklärung, daß es sich um ein Objekt mit starker Glueballkomponente handelt, dem Wellenfunktionen normaler $q\overline{q}$-Mesonen beigemischt sind. In diesem Bild fehlt aber noch die eindeutige Identifikation des $s\overline{s}$-Mitglieds des Nonetts.

Andererseits darf nicht übersehen werden, daß die relative Kopplung $\gamma^2_{K\overline{K}}/\gamma^2_{\pi\pi}$ mit der Erwartung für ein $q\overline{q}$-Meson nicht im Widerspruch steht, während ein Glueball ja gerade über die charakteristischen Kopplungsstärken an seine Dimeson-Zerfallskanäle von den Quarkonia unterschieden werden sollte.

Signal an der $K\overline{K}$-Schwelle

Ein deutliches Signal an der $K\overline{K}$-Schwelle wird unzweifelhaft beobachtet (Abb. 6.3), allerdings kann aus den Daten des Endzustandes $K^0_SK^0_S\pi^0$ allein keine Aussage gemacht werden, welchen Beitrag an diesem Signal das $f_0(975)$ und welchen das $a_0(980)$ trägt.

Durch Isospinkopplung an den Kanal $K^0K^\pm\pi^\mp$, in dem nur das $a_0(980)$ erlaubt ist, kann man die Intensität der $a_0(980)$-Amplitude im Endzustand $K^0_SK^0_S\pi^0$ herleiten. Im Kanal $K^0_SK^\pm\pi^\mp$ wurde ein $a_0(980)$-Beitrag von $(2,8\pm1,0)\%$ vom ${}^1S_0$-Ausgangszustand gemessen [90], der zu $(73,8\pm7,0)$ % zur gesamten Annihilation beiträgt. Daraus ließ sich eine $a_0(980)$-Intensität von $(2,8\pm1,2)\%$ im Endzustand $K^0_SK^0_S\pi^0$ voraussagen (Anhang B).

Bei einer Anpassung ohne eine zusätzliche Amplitude für das $f_0(975)$ erhält man eine Intensität für das $a_0(980)$, die mit diesem Wert konsistent ist. Daher kann das Auftreten zweier Amplituden an der $K\overline{K}$-Schwelle nicht nachgewiesen, allerdings auch nicht ausgeschlossen werden.

Der Analyse des Kanals $K_S^0 K^{\pm}\pi^{\mp}$ liegen nur knapp 3000 Ereignisse zugrunde, in Kürze erwartet man jedoch eine Analyse des Endzustandes $K_L^0 K^{\pm}\pi^{\mp}$ mit einer um etwa einen Faktor 4 größeren Datenmenge und daraus vielleicht ein etwas präziseres Ergebnis für den Beitrag des $a_0(980)$.

7.2 Tensorielle $K\overline{K}$-Resonanzen

Das Spektrum der Tensormesonen ist sehr viel besser verstanden als das der skalaren Mesonen. Insbesondere sind alle Nonettmitglieder eindeutig identifiziert. Da die Tensormesonen in verschiedenen Zerfallskanälen des $p\overline{p}$ wiederholt gemessen wurden, können die im Kanal $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ gemessenen Intensitäten und daraus berechneten Verzweigungsverhältnisse auf Konsistenz mit den Ergebnissen aus den anderen Kanälen überprüft werden.

Folgende Produktverzweigungsverhältnisse wurden in der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K_S^0 K_S^0 \pi^0$ gemessen :

$$BR\ (p\overline{p} \rightarrow f_2(1270)\pi^0 \rightarrow K\overline{K}\pi) = (1,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-4} \tag{7.2}$$
$$BR\ (p\overline{p} \rightarrow a_2(1320)\pi^0 \rightarrow K\overline{K}\pi) = (4,0 \pm 0,7) \cdot 10^{-4} \tag{7.3}$$
$$BR\ (p\overline{p} \rightarrow f_2'(1525)\pi^0 \rightarrow K\overline{K}\pi) = (1,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-4} \tag{7.4}$$

Gl. 7.2 ist in sehr guter Übereinstimmung mit dem Wert, der sich aus den Ergebnissen des Kanals $3\pi^0$ vorhersagen läßt und Gl. 7.4 ist in guter Übereinstimmung mit dem im Kanal $K_L^0 K_L^0 \pi^0$ erzielten Ergebnis, in dem das $f_2'(1525)$ zum ersten Mal in der $p\overline{p}$ -Vernichtung nachgewiesen werden konnte. Aus diesen Werten kann man den Mischungswinkel im 2^{++}-Nonett zu

$$\theta_2^{++} = (24,9 \pm 1,7)^0 \tag{7.5}$$

berechnen und erhält Konsistenz mit der aus der linearen Massenformel erzielten Erwartung $\theta_{2^{++}} = 26^0$ [3]. Die Produktion des $f_2'(1525)$ in der $p\overline{p}$ -Annihilation, von der in [13] zum ersten Mal berichtet wurde, konnte deutlich bestätigt werden (Kap. 6.6.8).

Etwas problematischer ist der gemessene Beitrag der $a_2(1320)\pi^0$-Amplitude in $K_S^0 K_S^0 \pi^0$. Er liegt um einen Faktor 3 bis 5 niedriger als man aus den Ergebnissen des Endzustandes $\eta\pi^0\pi^0$ vorhersagen würde. Allerdings ist das Ergebnis in Gl. 7.3 konsistent mit allen Resultaten, die bisher in verschiedenen $K\overline{K}\pi$-Analysen am Crystal-Barrel-Experiment erzielt wurden. Möglicherweise ist dies ein Hinweis auf ein noch zu lösendes, grundlegendes Verständnisproblem in der Kopplung verschiedener Endzustände. Dieser Punkt muß sicher noch geklärt werden, da die Konsistenz der Analysen aller Endzustände von herausragender Bedeutung ist, um ein vertrauenswürdiges Gesamtbild der Mesonenspektren zu gewinnen.

7.3 $(K\pi)$-Resonanzen

$K^*(892)$

Die Intensität der $K^*(892)K$-Amplitude erwies sich als äußerst stabil gegenüber allen Variationen in der an die Daten angepaßten Übergangsamplitude und ergab sich zu $(16,8 \pm 1,6)\%$. Die aus den beteiligten Drehimpulsen dieser Partialamplitude abgeleitete cos^2-Winkelverteilung dieser Zerfallskette macht sich in der charakteristischen Dichteverteilung der Meßpunkte längs der beiden K^*-Bänder - verstärkte Population an den Rändern, Ausdünnung im Zentrum - bemerkbar. Die aus den Isospinamplituden vorhergesagte konstruktive Interferenz im Kreuzungsbereich der beiden K^*-Bänder ist im Dalitzplot deutlich erkennbar. Das Interferenzverhalten ist für die Zerfälle aus den beiden Ausgangszuständen $I = 0$ und $I = 1$ identisch, daher können die unterschiedlichen Beiträge nicht aufgeschlüsselt werden. Die Resultate der Analyse des Endzustandes $K^0_S K^\pm K^\mp$ [90] lassen allerdings vermuten, daß fast der gesamte Übergang aus dem $I = 0$-Anfangszustand stattfindet.

Die $(K\pi)_S$-Welle

Ein kritischer Punkt in der Analyse aller $K\overline{K}\pi$-Kanäle ist sicher die korrekte Parametrisierung der $(K\pi)_S$-Welle. Sie ist eine sehr breite Verteilung, die sich praktisch über den ganzen Phasenraum erstreckt und mit allen anderen Amplituden stark interferieren kann.

Es hat sich gezeigt, daß eine an die Daten des LASS-Experiments angepaßte Funktion, wie sie in früheren Arbeiten verwendet wurde [13], nicht direkt übernommen werden kann, da in der $p\overline{p}$ -Annihilation ein anderer Produktionsprozeß vorliegt als in der $\pi^- p$-Streuung, die vom LASS-Experiment untersucht wurde.

Führt man zwei verschiedene Produktionsstärken (und -phasen) für den Pol- und für den Streuterm ein, so verbessert sich die Beschreibung der Daten leicht. Negative Streulängen werden bei der Anpassung bevorzugt, wobei kleine Maxima bei $a = -0,7$ und $a = -2,2$ liegen. Für $a = -2,2$ ist der Polterm vernachlässigbar, die Amplitude wird ausschließlich durch den Streuterm bestimmt.

Es stellte sich heraus, daß eine vereinfachte Parametrisierung der $(K\pi)_S$-Welle, in der der Streuterm ganz weggelassen wird, zu einer fast ebensoguten Beschreibung der Daten führt und die Intensitäten der restlichen Amplituden davon fast unberührt bleiben.

Eine gemeinsame Analyse aller $K\overline{K}\pi$-Kanäle wird sicher einer sorgfältigen systematischen Untersuchung der Auswirkung der gewählten Parametrisierung auf die Ergebnisse bedürfen.

Suche nach einem gebundenen $K\pi$-Zustand

Das heutige Interesse an der Produktionswahrwscheinlickeit für einen gebundenen $K\pi$-Zustand unterhalb der Schwelle entspringt Rechnungen mit $qq\overline{qq}$-Potentialmodellen [56], die die gemessene Streuphase der $K\pi$-S-Welle bis zu etwa $1,5\ GeV/c^2$ [69] recht gut wiedergeben. Allerdings sind die Meßwerte unterhalb der $K^*(892)$-Masse wenig aussagekräftig [84], so daß die Vorhersage, daß an bzw. direkt unterhalb der Schwelle kein gebundener Zustand möglich sein sollte, bisher nur mit einer oberen Grenze des Verzweigungsverhältnisses $p\overline{p} \rightarrow K^0\kappa^0 + \kappa^0 K^0 < 8 \cdot 10^{-5}$ [54] verglichen werden konnte. Diese obere Grenze konnte in dieser Arbeit um etwa einen Faktor 5 gesenkt werden auf :

$$\boxed{BR\ (p\overline{p}_{\ (S-Welle)} \rightarrow K^0\kappa^0)\ < 1,7 \cdot 10^{-5}\quad ;\quad CL > 95\%} \tag{7.6}$$

Das angegebene Konfidenzniveau bezieht sich auf zwei Standardabweichungen des statistischen Fehlers und es konnte gezeigt werden, daß die übriggebliebenen κ^0-Kandidaten fast ausschließlich durch Signale aus bekannten Reaktionskanälen, genauer gesagt durch systematische Fehler der Datenrekonstruktion und -selektion erklärt werden können.

7.4 Vergleich der Ergebnisse aus $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ und $K_L^0 K_L^0 \pi^0$

Die Analyse der Kanäle $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ und $K_L^0 K_L^0 \pi^0$ sollte zu identischen Resultaten führen, da die Systeme $K_S^0 K_S^0$ und $K_L^0 K_L^0$ beide zu demselben $K^0\overline{K^0}$-System gehören, d.h., sie unterscheiden sich in keiner Quantenzahl. In der Praxis ist allerdings nicht zu erwarten, daß die beiden Analysen völlig übereinstimmen, da die Daten mit unterschiedlichen Triggern (K_S^0-Trigger bzw. Trigger auf rein neutrale Endzustände) gemessen, mit verschiedenen Detektorkomponenten (keine JDC-Informationen für $K_L^0 K_L^0 \pi^0$-Selektion nötig) vermessen und mit unterschiedlichen Akzeptanzproblemen (Trigger-Effekte, hadronische Splitoffs geladener Teilchen bei $K_S^0 K_S^0 \pi^0$, nicht genau bekannte Impulsabhängigkeit der K_L^0-Wechselwirkungswahrscheinlichkeit mit den CsJ-Kristallen und durch K_L^0 verursachte Splitoffs bei $K_L^0 K_L^0 \pi^0$) behaftet sind. Daher ist es schon als großer experimenteller Erfolg zu werten, daß die erkennbaren Strukturen in den beiden Dalitzplots offensichtlich sehr gut miteinander übereinstimmen.

Der Kanal $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ bietet den Vorteil, daß ein deutliches Signal an der $K\overline{K}$-Schwelle ($a_0(980)$ bzw. $f_0(975)$) gesehen werden kann, das im $K_L^0 K_L^0 \pi^0$-Dalitzplot aufgrund von Akzeptanzproblemen in dieser Region nicht zum Vorschein kommt. Der $K_L^0 K_L^0 \pi^0$-Dalitzplot bietet dafür eine bessere Statistik, die allerdings in Zukunft durch Analyse der 1996 mit einem speziellen K_S^0-Trigger aufgenommenen Daten ausgeglichen werden kann.

Auch in den Partialwellenanalysen wurden nicht völlig identische Methoden verwendet. Eine Amplitude für das $a_0(980)$ wurde bei der Analyse des Kanals $K_L^0 K_L^0 \pi^0$ aus oben erwähnten Gründen nicht eingeführt, außerdem wurden für $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ intensivere Studien der $K\pi$-S-Welle durchgeführt und schließlich eine modifizierte Parametrisierung für besser befunden. Des weiteren wurde in dieser Arbeit keine Unterscheidungsmöglichkeit der $I = 0$- und der $I = 1$-Amplitude des $K^*(892)$ für möglich gehalten.

Dennoch zeigt Tab. 7.2 beeindruckende Übereinstimmungen in den extrahierten Verzweigungsverhältnissen und Intensitäten, sowie in den Polparametern der $K\overline{K}$-S-Welle. Die einzigen signifikanten Unterschiede betreffen den breiten Pol der $K\overline{K}$-S-Welle, der mit dem $f_0(1370)$ identifiziert wurde. Die Masse wurde im Kanal $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ etwas höher bestimmt und für kleine Beiträge des $a_0(1450)$ ($< 5\%$) ist der im Kanal $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ gemessene

Beitrag etwas geringer.

Die Ergebnisse für $K^0_S K^0_S \pi^0$ wurden aus den Werten der rechten Spalte der Tab. 6.8 berechnet, also aus einer Anpassung mit zwei Produktionsstärken für Pol- und Streuterm in der $K\pi$-S-Welle. Die Polparameter sind Tab. 6.4 entnommen. Die Werte für den Kanal $K^0_L K^0_L \pi^0$ entstammen Tab. 19 (Fit C) und Tab. 22 aus [79] und die Polparameter in Tab. 6.8 beziehen sich jeweils auf Anpassungen ohne $a_0(1450)$-Amplitude.

Verzweigungsverhältnisse		
Zwischenzustand X	$BR(p\overline{p} \to X \to K_S^0 K_S^0 \pi^0)$ $\times 10^{-5}$	$BR(p\overline{p} \to X \to K_L^0 K_L^0 \pi^0)$ $\times 10^{-5}$
$K^*(892)K$	$12,6 \pm 1,5$	$13,1 \pm 1,1$
$(K\pi)_S K$	$4,5 \pm 1,1$	$4,6 \pm 0,5$
$a_0(980)\pi^0$	$1,4 \pm 0,3$	-
$a_2(1320)\pi^0$	$6,9 \pm 1,6$	$6,4 \pm 0,7$
$f_2(1270)\pi^0$	$3,3 \pm 0,5$	$4,3 \pm 0,6$
$f_2'(1525)\pi^0$	$2,5 \pm 0,4$	$1,7 \pm 0,3$

Intensitäten in der $K\overline{K}$-S-Welle					
Intensität in $K_S^0 K_S^0 \pi^0$			Intensität in $K_L^0 K_L^0 \pi^0$		
$a_0(1450)$ in [%]	$f_0(1370)$ in [%]	$f_0(1500)$ in [%]	$a_0(1450)$ in [%]	$f_0(1370)$ in [%]	$f_0(1500)$ in [%]
$0,0$	$48,5 \pm 6,1$	$31,8 \pm 4,0$	$0,0$	$62,7 \pm 3,0$	$25,5 \pm 1,2$
$4,6$	$48,5 \pm 6,1$	$22,6 \pm 2,9$	$5,0$	$37,8 \pm 4,6$	$17,9 \pm 2,2$
$10,1$	$31,4 \pm 3,9$	$13,7 \pm 1,7$	$10,0$	$29,1 \pm 3,6$	$15,0 \pm 1,8$
$16,1$	$18,2 \pm 2,3$	$8,2 \pm 1,0$	$15,0$	$23,2 \pm 2,4$	$12,9 \pm 1,3$

		Die Polparameter der $K\overline{K}$-S-Welle			
		$K_S^0 K_S^0 \pi^0$		$K_L^0 K_L^0 \pi^0$	
		$M[MeV/c^2]$	$\Gamma[MeV/c^2]$	$M[MeV/c^2]$	$\Gamma[MeV/c^2]$
Pol 1	K-Matrix	1389^{+8}_{-13}	255 ± 23	1361 ± 6	264 ± 10
	T-Matrix	1439^{+10}_{-20}	360 ± 50	1404 ± 10	342 ± 25
Pol 2	K-Matrix	1576^{+16}_{-7}	175 ± 15	1571 ± 5	163 ± 6
	T-Matrix	1515 ± 5	88^{+15}_{-5}	1517 ± 12	96 ± 12

Tabelle 7.2: *Vergleich der Ergebnisse aus den Analysen der Kanäle $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ und $K_L^0 K_L^0 \pi^0$:*
a) Verzweigungsverhältnisse : *Sehr gute Übereinstimmung für alle Zwischenzustände. Zur Berechnung der K^*K-Intensität in $K_L^0 K_L^0 \pi^0$ wurde im Gegensatz zu [79] die positive Interferenz im Kreuzungsbereich der K^*-Bänder berücksichtigt.*
b) Intensitäten in der $K\overline{K}$-S-Welle : *Für verschwindende oder sehr niedrige $a_0(1450)$-Intensität sind die Intensitäten der isoskalaren Pole signifikant unterschiedlich, für $a_0(1450)$-Intensitäten größer 5% stimmen sie sehr gut miteinander überein.*
c) Die Polparameter der $K\overline{K}$-S-Welle : *Leichte Differenzen nur in der Masse des Pols, der mit dem $f_0(1370)$ identifiziert wurde, ansonsten gute Übereinstimmung in allen Resultaten.*

7.5 Status der $K\overline{K}\pi$-Analysen

Nach achtjähriger überaus erfolgreicher Datennahme annihilierte am 09.12.1996 das letzte Antiproton im Target des Crystal-Barrel-Experiments. Besonders auf dem kaonischem Sektor wäre es sicher wünschenswert gewesen, noch ein paar Wochen oder Monate länger Daten nehmen zu können, aber auch aus der bestehenden Anzahl der aufgezeichneten Ereignisse und aufgrund ihrer Qualität konnten schon viele interessante Ergebnisse aus den $K\overline{K}\pi$-Kanälen gewonnen werden und auf weitere darf man für die Zukunft hoffen.

Wie man aus Tab. 7.3 erkennen kann, ist der Status der $K\overline{K}\pi$-Analysen der $p\overline{p}$ - bzw. $\overline{p}\ d$-Vernichtung in Ruhe mittlerweile weit fortgeschritten und im letzten Jahr wurde mit einem neu implementierten Silizium-Vertexdetektor zusätzlich eine große Menge an K^0_S-getriggerten Daten aufgezeichnet, die momentan oder in Zukunft bearbeitet werden.

Die K^0_L-Kanäle haben fast durchwegs eine höhere Statistik als die relevanten K^0_S-Kanäle, da sie aus den rein neutralen Annihilationsereignissen selektiert wurden, die am Crystal-Barrel-Experiment bereits in früherer Zeit mit hoher Anreicherung und in großer Zahl aufgezeichnet worden sind. Die K^0_L-Kanäle haben den Vorteil, daß der Trigger keinen Einfluß auf die Akzeptanz hat, während durch den K^0_S-Trigger manche Bereiche des Phasenraums sehr stark unterdrückt werden. Auf der anderen Seite wurde in dieser Arbeit gezeigt, daß die Akzeptanz im Kanal $K^0_S K^0_S \pi^0$ über den gesamten Phasenraum sehr gut verstanden ist (wenn auch bei großen Fehlern in den unterdrückten Bereichen). Die K^0_L haben den Nachteil, daß die Impulsabhängigkeit ihrer Wechselwirkungswahrscheinlichkeit im CsJ-Detektor im ganzen Bereich nur etwa auf höchstens 10% genau bekannt ist.

Darüberhinaus können K^0_L-Kanäle nur für den Fall gut selektiert werden, in dem das K^0_L nicht mit dem Detektor wechselwirkt. Trifft aber ein geladenes Kaon in dieselben Kristalle wie ein wechselwirkendes K^0_L, was für bestimmte kinematische Konstellationen ($K\overline{K}$-Resonanz an der Schwelle) mit hoher Wahrscheinlichkeit möglich ist, kann die Wechselwirkung des K^0_L nicht eindeutig erkannt werden. Da die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit von K^0_L mit den CsJ-Kristallen in diesem Impulsbereich bei etwa 50 % liegt, ist in den entsprechenden Bereichen des Phasenraums mit größeren Unsicherheiten in der Akzeptanzbestimmung zu rechnen.

Weitere experimentelle Probleme in der Messung kaonischer Endzustände sind die Umstände, daß negativ geladene Kaonen mit einem Impuls unterhalb 200 MeV/c^2 im Target vollständig gestoppt und gar nicht detektiert werden können und daß bei der Annihilation in Deuterium der Impuls des nicht an der Reaktion beteiligten Protons nicht genau bekannt ist. So sind die Messungen aller in Tab. 7.3 aufgeführten Kanäle mit besonderen experimentellen Schwierigkeiten behaftet. Gerade deshalb ist es wichtig, alle $K\overline{K}\pi$-Endzustände sehr sorgfältig zu messen und die Ergebnisse der Analysen auf Konsistenz zu überprüfen.

In Anhang B wurde gezeigt, daß alle $K\overline{K}\pi$-Zustände über ihre Isospinwellenfunktionen miteinander zusammenhängen und daß daraus Querverbindungen in den Annihilationsraten über die jeweiligen Zwischenzustände bestehen, die in gekoppelten Analysen ausgenutzt werden können. Dabei wird eine gleichzeitige Anpassung an mehrere Datensätze vorgenommen, in denen die relativen Stärken der Amplituden der Isospinwellenfunktionen als Zwangsbedingungen verwendet werden. Eine solche Arbeit ist momentan im Gange [94] und wird hoffentlich einige der Fragen klären, die bei der Analyse einzelner Kanäle offenbleiben.

Schließlich wird auch eine gekoppelte Analyse mit anderen aus drei pseudoskalaren Mesonen bestehenden Endzuständen erforderlich sein und auch die Vielzahl der Annihilationsereignisse im Flug (d.h., Annihilationen bei höheren $\overline{p}$ -Impulsen), von denen sehr viele im Jahr 1996 aufgezeichnet wurden, müssen noch selektiert und analysiert werden. Gerade von den Annihilationen im Flug, in denen der Phasenraum zu höheren invarianten $K\overline{K}$-Massen vergrößert ist, erhofft man sich Antwort besonders auf die Frage nach dem $s\overline{s}$-Mitglied des 0^{++}-Nonetts, für das mit dem vieldiskutierten $f_J(1710)$ ein guter Kandidat bekannt ist. Allerdings sind die Partialwellenanalysen dieser Ereignisse sehr viel schwieriger, da eine größere Anzahl von Anfangszuständen möglich ist, so daß eine eindeutige Antwort auf die wichtige Frage nach dem Spin dieses Objekts äußerst intensiver Studien bedarf, wenn sie denn überhaupt gegeben werden kann.

Endzustand	Ereignisse im Dalitzplot (ca.)	Status der Analyse	Status der Veröffentlichung
in $p\overline{p}$			
$K^0_S K^0_S \pi^0$	10 000	beendet	in Vorbereitung
$K^0_S K^0_S \pi^{0(1)}$	25 000	Selektionsphase	-
$K^0_L K^0_L \pi^0$	37 000	beendet	PLB 385 (1996) 425
$K^0_S K^\pm \pi^\mp$	2 800	beendet	nicht geplant
$K^0_S K^\pm \pi^\mp$ $^{(1)}$	65 000	Selektionsphase	-
$K^0_L K^\pm \pi^\mp$	11 000	beendet	in Vorbereitung
$K^+ K^- \pi^0$	27 000	beendet	in Vorbereitung
$K^0_S K^0_L \pi^0$	2 800	beendet	PLB 319 (1993) 373
$K^0_S K^0_L \pi^0$ $^{(1)}$	12 000$^{(2)}$	Daten genommen	-
in $\overline{p}$ d			
$K^0_S K^- \pi^0$	700	beendet	nicht geplant
$K^0_S K^- \pi^0$ $^{(3)}$	6 000$^{(2)}$	Daten genommen	-
$K^0_S K^0_S \pi^-$ $^{(1)}$	?	Daten genommen	-

Tabelle 7.3: *Tabelle aller am Crystal-Barrel-Experiment analysierten und ggf. publizierten $K\overline{K}\pi$-Kanäle und der Kanäle, für die bereits Daten genommen wurden und die momentan oder in Zukunft selektiert und analysiert werden.*

[1] *Aus Daten, bei denen der neue Silizium-Vertexdetektor als K^0_S-Trigger verwendet wurde.*

[2] *Schätzung.*

[3] *Für diesen Kanal kann ein Datensatz herangezogen werden, bei dem ein Trigger auf drei geladene Spuren verwendet wurde.*

Anhang A

Der kinematische Fit

Bei der Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe müssen die Gesamtenergie ($E_{tot} = m_p \cdot c^2 + m_{\overline{p}} \cdot c^2$) und der Gesamtimpuls ($\vec{P}_{tot} = 0$) erhalten bleiben. Aufgrund der endlichen experimentellen Auflösung entsprechen die gemessenen Energie- und Impulswerte jedoch nicht exakt den wahren Werten. Man versucht daher, die kinematischen Größen innerhalb ihrer Meßfehler dahingehend zu variieren, daß die Randbedingungen (*constraints*) für Energie und Impuls erfüllt sind. Diese Anpassung der Meßdaten an die Randbedingungen nennt man einen *kinematischen Fit*.

Neben der Energie- und Impulserhaltung erhält man weitere Randbedingungen durch die Forderung, daß die invariante Masse zweier aus einem Zerfall entstehenden Teilchen gleich der Masse des zerfallenden Teilchens sein muß. Für die Reaktion

$$p\overline{p} \ \to K^0_S K^0_S \pi^0 \to \pi^+ \ \pi^- \ \pi^0 \ \pi^0 \ \pi^0 \tag{A.1}$$

in der alle drei neutralen Pionen in zwei Photonen zerfallen, erhält man also fünf zusätzliche Randbedingungen, die erfüllt sein müssen, und deren drei in der Reaktion

$$p\overline{p} \ \to K^0_S K^0_S \pi^0 \to \pi^+ \ \pi^- \ \pi^+ \ \pi^- \ \pi^0 \tag{A.2}$$

Mit Hilfe der kinematischen Anpassung gelangt man einerseits von den gemessenen kinematischen Größen zu Werten, die tendenziell näher an den wahren Werten liegen, andererseits ist auch eine Trennung von Ereignissen aus dem gesuchten Kanal und Ereignissen aus anderen Kanälen möglich, da letztere die Randbedingungen im Rahmen der Anpassung nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit erfüllen werden.

Von N Meßwerten x_i^m ausgehend, die jeweils mit einem Meßfehler σ_i behaftet sind, ermittelt man korrigierte Meßwerte x_i^k, wobei die L Randbedingungen erfüllt sein müssen. Diese Randbedingungen können in Form von L Gleichungen

$$F_\lambda \ (x_1^k, ..., x_N^k) = 0 \quad , \quad \lambda = 1, ..., L \tag{A.3}$$

geschrieben werden. Jede der L Randbedingungen wird dabei also durch eine Funktion F_λ dargestellt.

Aus der Lösungsmenge aller N-Tupel $(x_1^k, ..., x_N^k)$, die Gleichung A.3 erfüllen, wird dann dasjenige ausgesucht, bei dem die korrigierten Werte möglichst wenig von den Meßwerten abweichen. Dazu definiert man die zu minimierende Größe χ^2 :

$$\chi^2 \ (x_1^k, ..., x_N^k) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{x_i^k - x_i^m}{\sigma_i} \right)^2 \tag{A.4}$$

Unter Verwendung von Lagrangemultiplikatoren $2\alpha_\lambda$ und Gleichung A.3 kann Gleichung A.4 erweitert werden zu

$$\chi^2 \ (x_1^k, ..., x_N^k, \alpha_1, ..., \alpha_L) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{x_i^k - x_i^m}{\sigma_i} \right)^2 + 2 \cdot \sum_{\lambda=1}^{L} \alpha_\lambda \cdot F_\lambda(x_1^k, ..., x_N^k) \tag{A.5}$$

Wenn dieses χ^2 bezüglich jedes einzelnen Parameters minimal sein soll, erhält man ein homogenes Gleichungssystem, bestehend aus $N + L$ Gleichungen, aus denen die $N + L$ Parameter $x_1^k, ..., x_N^k, \alpha_1, ..., \alpha_L$ ermittelt werden können :

$$1/2 \cdot \frac{\partial \chi^2}{\partial x_i^k} = \frac{x_i^k - x_i^m}{\sigma_i^2} + \sum_{\lambda=1}^{L} \alpha_\lambda \cdot \frac{\partial F_\lambda(x_1^k, ..., x_N^k)}{\partial x_i^k} = 0 \quad ; \quad i \ = \ 1, ..., N \tag{A.6}$$

$$1/2 \cdot \frac{\partial \chi^2}{\partial \alpha_\lambda} = F_\lambda(x_1^k, ..., x_N^k) = 0 \quad ; \quad \lambda \ = \ 1, ..., L \tag{A.7}$$

Liegen die Meßwerte $x_1^m, ..., x_N^m$ gaußverteilt um die wahren Werte und sind sie voneinander unabhängig, dann kann man ein Konfidenzniveau (*confidence level* = *CL*) definieren, das die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, daß eine beliebige Wiederholung des Experiments zu einem schlechteren χ^2 führen würde :

$$CL \ (\chi^2) = \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{z^{n/2-1} e^{-z/2}}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} \, dz \tag{A.8}$$

n ist hierbei die Anzahl der Freiheitsgrade der Anpassung.

Das Konfidenzniveau ist ein Maß dafür, mit welcher Wahrscheinlichkeit die gemessenen kinematischen Größen mit den geforderten Randbedingungen vereinbar sind. Sind die Fehler aller Meßgrößen exakt bekannt und ist kein Untergrundereignis aus einem anderen Kanal vorhanden, dann würde man eine flache Verteilung zwischen 0 und 1 erwarten. Untergrundereignisse sollten in der Regel kaum mit den Randbedingungen verträglich sein, so daß das Konfidenzniveau für solche Ereignisse gleich oder nahe Null sein sollte.

Für den kinematischen Fit wurde in dieser Arbeit das Programm CBKFIT [32] verwendet, in dem als kinematische Größen die Energie der Photonen variiert wird, sowie die in Kap. 2.6 definierten Winkel θ und ϕ. Für die geladenen Teilchen wird der inverse Impuls in der x/y-Ebene $1/P_{xy}$ variiert, sowie die in Kap. 3.3 definierten Größe $tg(\lambda)$ und der Richtungswinkel ψ der Helix in der x-y-Ebene am Vertex.

Die Auflösung der Energiemessung der Photonen in den Kristallen beträgt [25] :

$$\sigma(E_\gamma) = \frac{2,5\%}{(E/GeV)^{1/4}} \cdot E_\gamma \tag{A.9}$$

Die Fehler $\sigma(\theta, \phi)$ in der Winkelmessung hängen von der Anzahl der Kristalle ab, aus denen ein PED konstruiert wurde. Da diese Anzahl energieabhängig ist, ist auch die Winkelauflösung eine Funktion der Energie. Sie schwankt zwischen 20 und 35 mrad. Die Fehler der Meßgrößen für die geladenen Teilchen entstammen der Minimierungsprozedur bei der Rekonstruktion der Spuren [29].

Eine weitere wichtige Größe beim kinematischen Fit ist die Verteilung der *Pulls*, die angibt, wie stark die Meßwerte, bezogen auf die Meßfehler, verändert wurden, um eine erfolgreiche Anpassung durchzuführen. Diese Verteilung sollte im Idealfall für alle Meßgrößen eine Breite von 1 haben und um den Wert 0 zentriert sein. Zwei Gründe führen dazu, daß die Pulls in der Regel zunächst von ihrer Idealform abweichen :

1. Die verwendeten Meßfehler sind nicht korrekt, z.B. führt der verschobene Zerfallsvertex $K^0_S \to \pi^0\ \pi^0$ zu einer Fehleinschätzung der Meßfehler der neutralen Teilchen.
2. Eine Anzahl von Untergrundereignissen erfüllt die Hypothese mit einer zwar geringen, aber signifikanten Wahrscheinlichkeit. Für diese Ereignisse werden die Meßwerte relativ stark verändert, um eine Anpassung an die Hypothese zu erreichen.

Durch geeignete Skalierung der Einträge in der kovarianten Fehlermatrix kann man einerseits eine möglichst flache Verteilung des Konfidenzniveaus und andererseits eine ideale Verteilung der Pulls erreichen. Dabei ist zu beachten, daß Untergrundereignisse bei der Skalierung nicht verwendet werden sollten. Dies ist natürlich nicht einfach zu erreichen, da die Untergrundereignisse nicht eindeutig identifiziert werden können, aber es wurde ein Verfahren vorgeschlagen, das dieses Problem umgeht [41].

Man trägt die Pulls für verschiedene Schnitte im Konfidenzniveau ($CL > 0,1, CL > 0,2, CL > 0,3...$) auf und berechnet ihre Breite für jede einzelne dieser Verteilungen (ein Beispiel für die Pulls von $tg(\lambda)$ bei verschiedenen Schnitten findet sich in Abb. A.2). Trägt man nun die jeweils gemessene Breite (Bestimmumg durch Anpassung einer Gaußverteilung) gegen den dazugehörigen Schnitt im Konfidenzniveau auf (Abbn. A.3, A.4), erkennt man eine lineare Abhängigkeit. Nur für sehr kleine Werte weichen die Punkte ein wenig von der Gerade ab, da Untergrundereignisse die Breite vergrößern.

Die Elemente der Fehlermatrix wurden mit den Faktoren in Tab. A.1 multipliziert, zusätzlich wurde zu $tg(\lambda)$ ein konstanter Wert addiert, um eine Zentrierung des Pulls dieser Meßgröße um 0 zu erreichen. Da keiner der Skalierungsfaktoren größer als 1,25 ist, kann man davon ausgehen, daß sich die Skalierung in einem vernünftigen Rahmen befindet und die für die Anpassung verwendeten Meßfehler den tatsächlichen Fehlern recht genau entsprechen (siehe auch die verbesserte K^0_S-Masse in Abb. 4.7a).

Die Verteilung des Konfidenzniveaus für die Hypothese $p\overline{p} \to K^0_S K^0_S \gamma\gamma$ ist in Abb. 4.5 für Ereignisse mit zwei geladenen K^0_S-Zerfällen gezeigt (siehe Abb. 4.5 für Ereignisse mit einem neutralen K^0_S-Zerfall).

Ein neutraler K_S^0-Zerfall : $K_S^0 K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$									
	K_S^0-Vertex	θ	$\sqrt{E}$	φ	$1/P_{xy}$	$tg(\lambda)$	ψ	$*1/Pxy$	$+tg(\lambda)$
Exp.	frei	1.00	0.95	1.10	1.10	1.15	1.25	0.992	-0.012
Daten	(0,0,0)	1.00	1.20	1.00	1.10	1.15	1.25	0.980	-0.017
Monte	frei	1.10	1.00	1.20	1.25	1.20	1.25	1.000	-0.005
Carlo	(0,0,0)	1.05	1.00	1.10	1.05	1.22	1.15	0.990	0.000

Zwei geladene K_S^0-Zerfälle : $K_S^0 K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$								
	θ	$\sqrt{E}$	φ	$1/P_{xy}$	$tg(\lambda)$	ψ	$*1/Pxy$	$+tg(\lambda)$
Experiment	1.12	1.02	0.97	1.07	1.17	1.25	0.990	0.000
Monte Carlo	1.50	0.91	1.19	1.07	0.90	1.09	1.000	-0.005

Tabelle A.1: **Spalten 1-6 :** *Skalierungsfaktoren für die Werte der bei der kinematischen Anpassung verwendeten kovarianten Fehlermatrix.*
Spalte 7 : *Skalierungsfaktor für die kinematische Variable $1/P_{xy}$ zur Zentrierung der Pull-Verteilung um den Wert 0.*
Spalte 8 : *Dieser Wert wird zu der kinematischen Variable $tg(\lambda)$ hinzuaddiert, um die Pull-Verteilung um den Wert 0 zu zentrieren.*

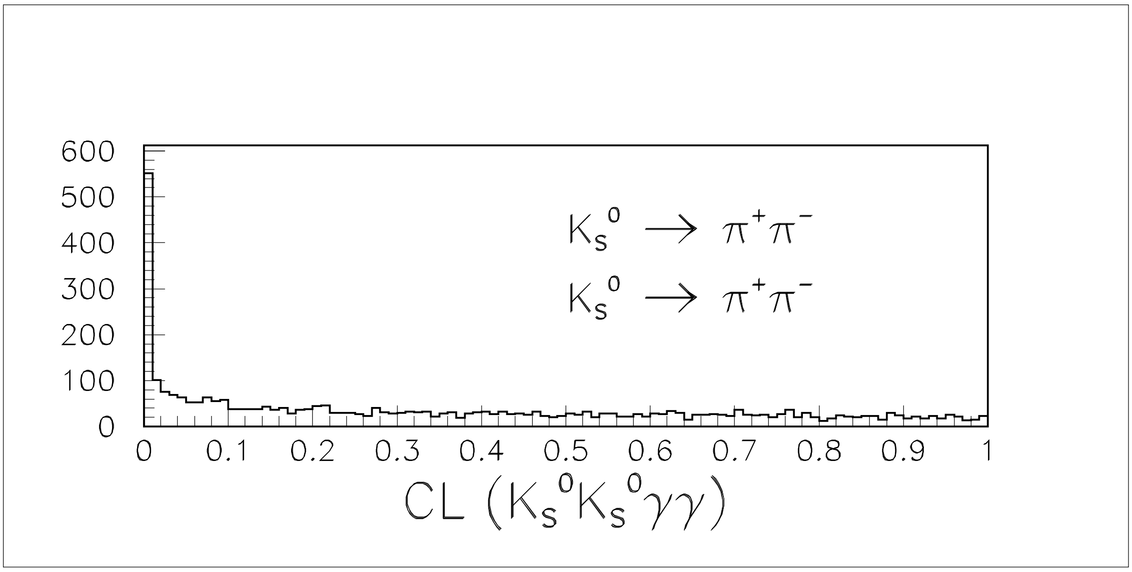


Abbildung A.1: *Die Verteilung des Konfidenzniveaus für die Hypothese $p\overline{p} \rightarrow K_S^0 K_S^0 \gamma\gamma$ für Ereignisse mit zwei geladenen K_S^0-Zerfällen.*

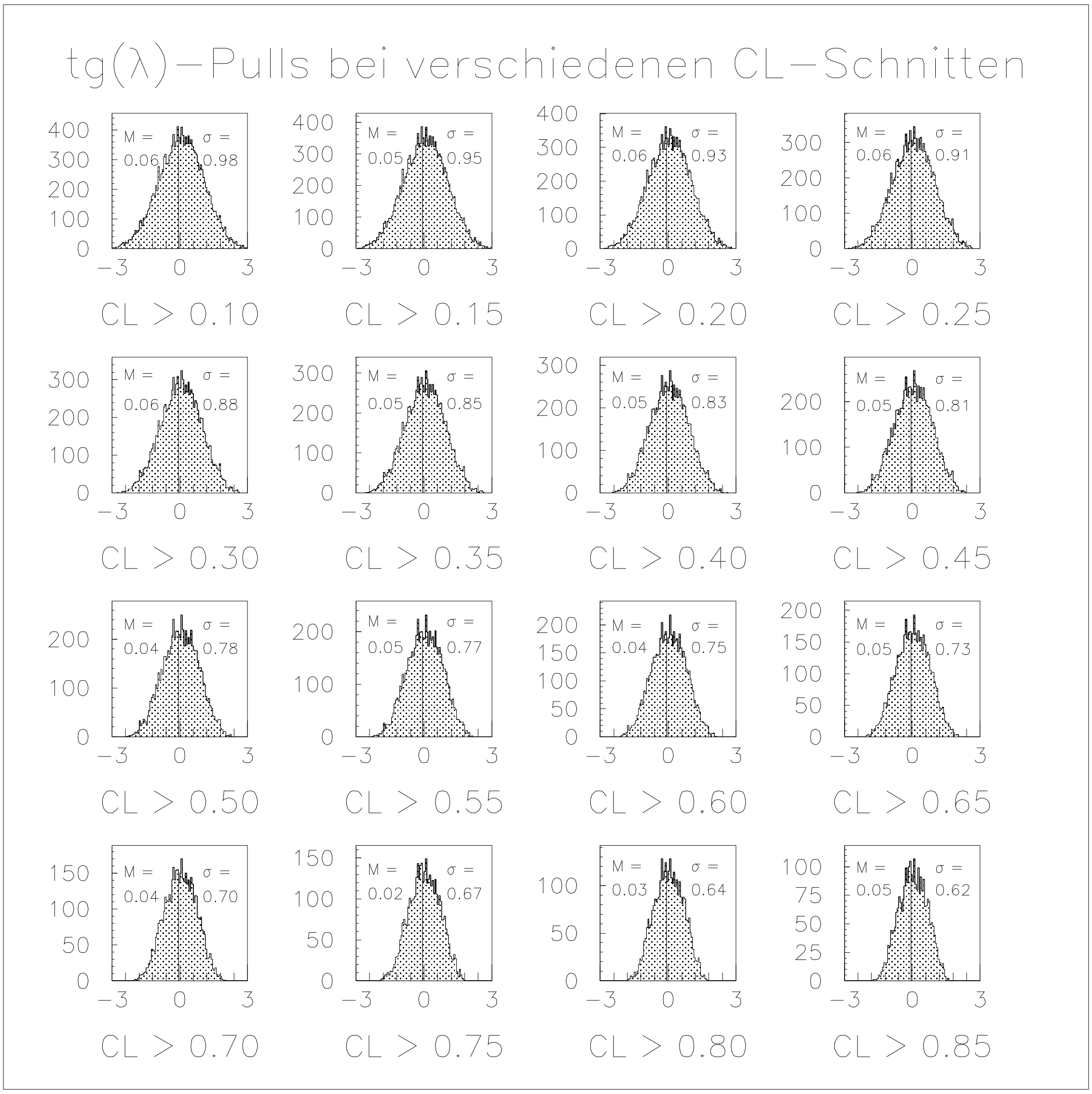


Abbildung A.2: *Die Breite der Pulls (hier am Beispiel der Meßgröße $tg(\lambda)$) hängt davon ab, welchen Wert man für das Konfidenzniveau eines Ereignisses verlangt (siehe auch Abb. A.3 und A.4).*

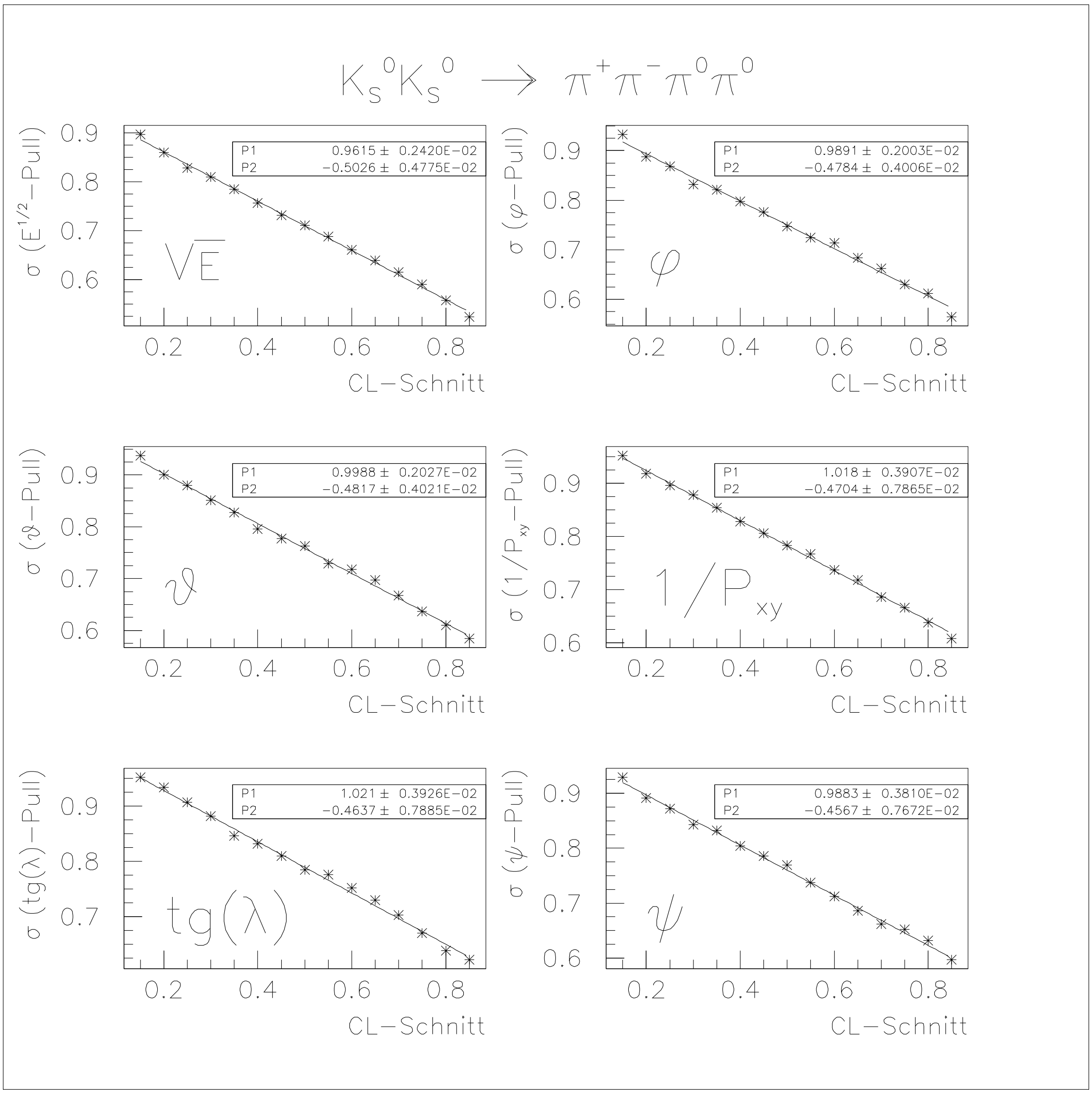


Abbildung A.3: *Nach der Skalierung der kovarianten Fehlermatrix sind die Breiten der Pulls gleich dem Idealwert 1, wenn man den Schnitt im Konfidenzniveau auf 0 extrapoliert (hier für Ereignisse mit einem neutralen K_S^0-Zerfall).*

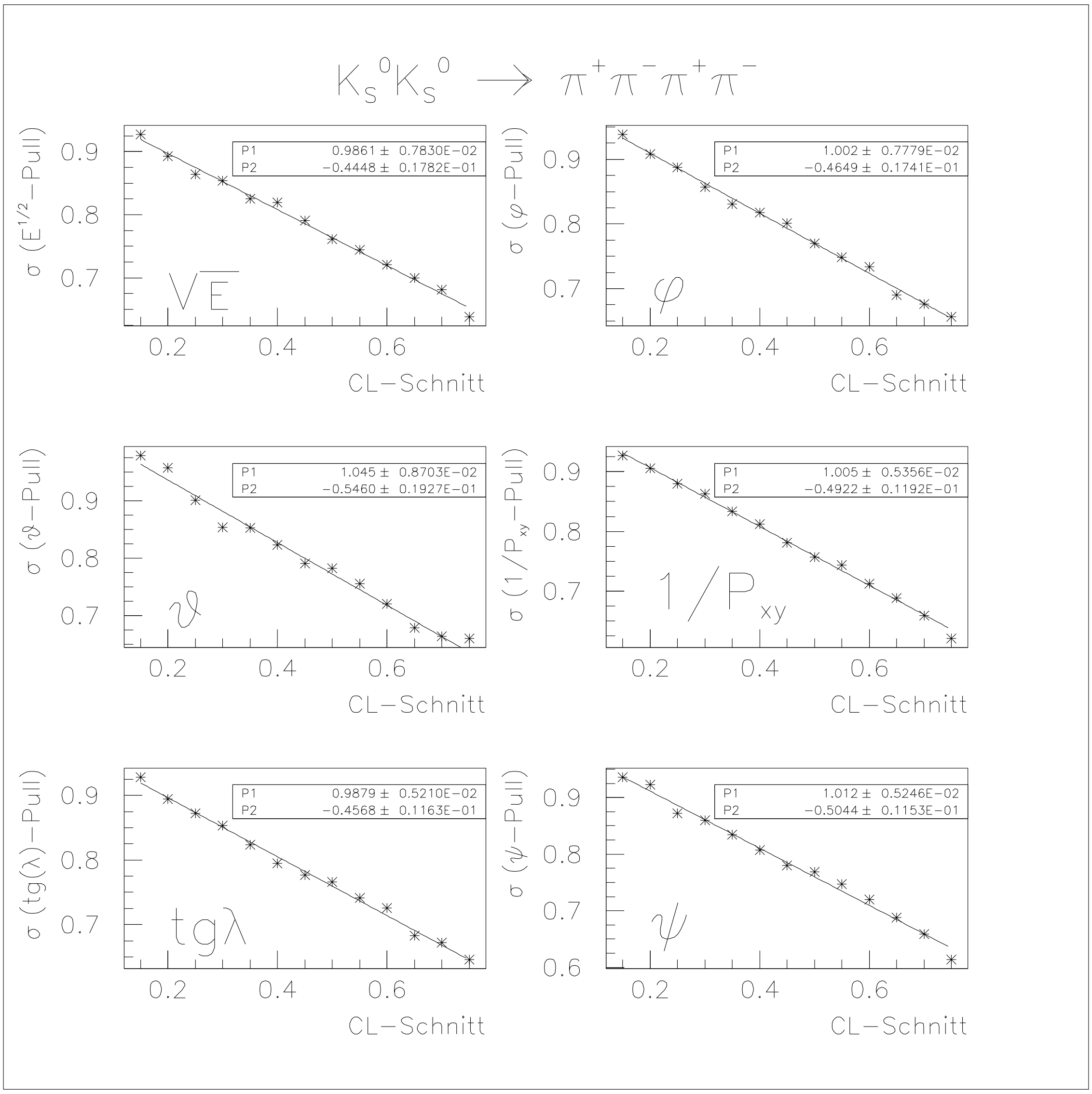


Abbildung A.4: *Nach der Skalierung der kovarianten Fehlermatrix sind die Breiten der Pulls gleich dem Idealwert 1, wenn man den Schnitt im Konfidenzniveau auf 0 extrapoliert (hier für Ereignisse mit zwei geladenen K_S^0-Zerfällen).*

Anhang B

Isospinkopplung von $K\overline{K}\pi$-Kanälen

B.0.1 Formalismus

Der Isospinanteil einer Wellenfunktion kann von der Restwellenfunktion absepariert werden, so daß man die Gesamtwellenfunktion eines $K\overline{K}\pi$- Zustandes allgemein schreiben kann als

$$\Psi_{tot}(K\overline{K}\pi) \;=\; \Phi_I(K\overline{K}\pi) \cdot \Psi_{rest}(K\overline{K}\pi) \tag{B.1}$$

Alle $K\overline{K}\pi$- Zustände können durch Drehungen im Isospinraum ineinander übergeführt werden, wenn ihre Restwellenfunktionen, die den Orts- und den Spinanteil beschreiben, identisch sind. Da man für den Eingangszustand $p\overline{p}$ den Isospinanteil ebenso abseparieren kann, hängen die relativen Übergangsraten von $p\overline{p}$ in die verschiedenen $K\overline{K}\pi$-Ausgangskanäle mit gleichem $\Psi_{rest}(K\overline{K}\pi)$ nur von den jeweiligen Kopplungen der Isospinamplituden ab, die man unter Verwendung der bekannten Clebsch-Gordan-Koeffizienten [3] berechnen kann.

Da sich die Isospins des Proton-Neutron-Dubletts und des dazugehörigen Antidubletts analog dem entsprechenden Dublett bzw. Antidublett der up- und down-Quarks (siehe Kap. 1.5) verhalten, kann man die Isospin-Eigenzustände ($\mid I\ I_3 >$) eines neutralen Nukleon-Antinukleonsystems mit dem Eigenwert ϵ zur C-Parität schreiben als :

$$\mid 1\ 0 > \;=\; \sqrt{\frac{1}{2}}\,[\,(\,\mid p\overline{p} >_I \,-\mid n\overline{n} >_I\,) + \,\epsilon\,(\,\mid \overline{p}p >_I \,-\mid \overline{n}n >_I)\,] \tag{B.2}$$

$$\mid 0\ 0 > \;=\; \sqrt{\frac{1}{2}}\,[\,(\,\mid p\overline{p} >_I \,+\mid n\overline{n} >_I\,) + \,\epsilon\,(\,\mid \overline{p}p >_I \,+\mid \overline{n}n >_I)\,] \tag{B.3}$$

Die Isospinwellenfunktion des $p\overline{p}$ -Systems ist somit eine Mischung aus zwei Isospin-Eigenzuständen :

$$\mid p\overline{p} >_I \,+\,\epsilon \mid \overline{p}p >_I \,=\, \sqrt{\frac{1}{2}}\,(\,\mid 1\ 0 > \,+\mid 0\ 0 >\,) \tag{B.4}$$

Wird der Übergang von Protonium in einen $K\overline{K}\pi$-Endzustand durch eine S-Matrix beschrieben, so sind die Isospin-Zustandsfunktionen des Eingangs- und des Ausgangszustands verbunden durch [74]

$$S \; (\mid \overline{p}p >_I \; + \epsilon \mid \overline{p}p >_I \;) \; = \sum_{I_{p\overline{p}}, i_{K\overline{K}}} A^{\epsilon}_{I_{p\overline{p}}, i_{K\overline{K}}} \mid \Phi^{\epsilon}_{I_{p\overline{p}}, i_{K\overline{K}}} \; > \; , \tag{B.5}$$

wobei $I_{p\overline{p}}$ den Isospin des Gesamtsystems und $i_{K\overline{K}}$ den Isospin des $K\overline{K}$-Systems bezeichnet. Die $\Phi^{\epsilon}_{I_{p\overline{p}}, i_{K\overline{K}}}$ bezeichnen die möglichen Isospin-Zustandsfunktionen des $K\overline{K}\pi$-Systems und die $A^{\epsilon}_{I_{p\overline{p}}, i_{K\overline{K}}}$ deren durch das Experiment zu bestimmende Amplituden.

In der Darstellung der Gl. B.5 werden zur Konstruktion der Isospin-Zustandsfunktionen des Endzustandes zuerst die Isospins der beiden Kaonen gekoppelt und danach der Isospin des $K\overline{K}$-Systems mit dem des Pions. Analog kann man auch zuerst den Isospin eines Kaons mit dem des Pions koppeln und dieses System dann mit dem Isospin des zweiten Kaons. Beide Darstellungen sind equivalent, die Isospin-Zustandsfunktionen können mittels der Racah-Koeffizienten ineinander übergeführt werden [74].

Physikalisch gesehen gibt es nur vier verschiedene $K\overline{K}\pi$- Zustände :

$$K^0 K^{\pm} \pi^{\mp} \quad ; \quad K^0 \; = \; K^0_S, \; K^0_L \qquad (C \; = \; \pm 1 \; , \; i_{K\overline{K}} \; = \; 1) \tag{B.6}$$

$$K^0 \overline{K^0} \pi^0 \quad ; \quad K^0 \overline{K^0} \; = \; K^0_S K^0_S, \; K^0_L K^0_L \qquad (C \; = \; +1 \; , \; i_{K\overline{K}} \; = \; 0,1) \tag{B.7}$$

$$K^0 \overline{K^0} \pi^0 \quad ; \quad K^0 \overline{K^0} \; = \; K^0_S K^0_L, \; K^0_L K^0_S \qquad (C \; = \; -1 \; , \; i_{K\overline{K}} \; = \; 0,1) \tag{B.8}$$

$$K^+ K^- \pi^0 \qquad (C \; = \; \pm 1 \; , \; i_{K\overline{K}} \; = \; 0,1) \tag{B.9}$$

Diese werden gekoppelt mit den vier möglichen Anfangszuständen

$$C(p\overline{p}\;) \; = \; \pm 1 \quad ; \quad I(p\overline{p}\;) \; = \; 0,1 \tag{B.10}$$

Die Isospin-Zustandsfunktionen aus Gl. B.5 kann man durch die $K\overline{K}\pi$-Zustände B.6-B.9 ausdrücken [74] :

$$\begin{aligned} \Phi^{\epsilon}_{0,1} \; &= \; \sqrt{\frac{1}{6}} \left(K^+ \overline{K^0} \pi^- \; - \; K^0 K^- \pi^+ \; + \; \sqrt{\frac{1}{2}} \left[K^+ K^- \; + \; K^0 \overline{K^0} \right] \pi^0 \right) \; + \\ & \quad \epsilon \, \cdot \sqrt{\frac{1}{6}} \left(K^- K^0 \pi^+ \; - \; \overline{K^0} K^+ \pi^- \; + \; \sqrt{\frac{1}{2}} \left[K^- K^+ \; + \; \overline{K^0} K^0 \right] \pi^0 \right) \end{aligned} \tag{B.11}$$

$$\Phi^{\epsilon}_{1,0} \; = \; \frac{1}{2} \; \left(\left[K^+ K^- \; + \; K^0 \overline{K^0} \right] \pi^0 \; + \epsilon \; \left[K^- K^+ \; + \overline{K^0} K^0 \right] \pi^0 \right) \tag{B.12}$$

$$\Phi^{\epsilon}_{1,1} \; = \; \frac{1}{2} \; \left(\left[K^0 K^- \pi^+ \; + K^+ \overline{K^0} \pi^- \right] + \; \epsilon \; \left[\overline{K^0} K^+ \pi^- \; - \; K^- K^0 \pi^+ \right] \right) \tag{B.13}$$

Wenn man die K^0 und $\overline{K^0}$ durch die physikalisch beobachtbaren Zustände K^0_S und K^0_L ersetzt :

$$K^0 = (K_L^0 + K_S^0)\ /\ \sqrt{2} \tag{B.14}$$
$$\overline{K^0} = (K_L^0 - K_S^0)\ /\ \sqrt{2} \tag{B.15}$$

kann man die Übergangsraten von $p\overline{p}$ in die verschiedenen $K\overline{K}\pi$-Kanäle in Abhängigkeit der Isospinamplituden in folgender Form angeben :

$$R_1 = |<p\overline{p}\ |S|K_S^0 K^{\pm}\pi^{\mp}>|^2 = \frac{1}{6}|\sqrt{2}A_{0,1}^{+} + \sqrt{3}A_{1,1}^{+}|^2 + \frac{1}{6}|\sqrt{2}A_{0,1}^{-} + \sqrt{3}A_{1,1}^{-}|^2 \tag{B.16}$$
$$R_2 = |<p\overline{p}\ |S|K_S^0 K_S^0\pi^0>|^2 = \frac{1}{12}|A_{0,1}^{+} + \sqrt{3}A_{1,0}^{+}|^2 \tag{B.17}$$
$$R_3 = |<p\overline{p}\ |S|K_S^0 K_L^0\pi^0>|^2 = \frac{1}{6}|A_{0,1}^{-} + \sqrt{3}A_{1,0}^{-}|^2 \tag{B.18}$$
$$R_4 = |<p\overline{p}\ |S|K^+ K^-\pi^0>|^2 = \frac{1}{6}|A_{0,1}^{+} - \sqrt{3}A_{1,0}^{+}|^2 + \frac{1}{6}|A_{0,1}^{-} - \sqrt{3}A_{1,0}^{-}|^2 \tag{B.19}$$

Es gilt ferner :

$$|<p\overline{p}\ |S|K_L^0 K^{\pm}\pi^{\mp}>|^2 = |<p\overline{p}\ |S|K_S^0 K^{\pm}\pi^{\mp}>|^2 \tag{B.20}$$
$$|<p\overline{p}\ |S|K_L^0 K_L^0\pi^0>|^2 = |<p\overline{p}\ |S|K_S^0 K_S^0\pi^0>|^2 \tag{B.21}$$

B.0.2 Anwendungen

Isospinamplituden und $K\overline{K}$-Resonanzen

Unter Verwendung der Relationen (siehe [74], dabei ist $l_{K\overline{K}}$ der relative Bahndrehimpuls im $K\overline{K}$-System)

$$G(K\overline{K}) = (-1)^{i_{K\overline{K}}+l_{K\overline{K}}} \tag{B.22}$$
$$G(\pi) = -1 \tag{B.23}$$
$$G(p\overline{p}\ ) = \epsilon(-1)^I \tag{B.24}$$
$$G(p\overline{p}\ ) = G(K\overline{K})\cdot G(\pi) \tag{B.25}$$

kann man nun die Isospinamplituden $A^{\epsilon}_{I,_{K\overline{K}}}$ aus den Gln. B.16 - B.19 mit bekannten $q\overline{q}$-Mesonen assoziieren und damit feststellen, welche Zwischenzustände in welchen Kanälen möglich sind. In den Tabellen B.1 und B.2 wird dies für die beiden möglichen Anfangszustände $^1S_0$ und $^3S_1$ gezeigt. Es werden nur die Resonanzen angegeben, die in $K\overline{K}$ zerfallen, für die $K\pi$-Resonanzen kann dies analog geschehen.

Man beachte, daß $A^-_{1,1}$ zwar mit einem a_2 assoziiert werden kann, nicht aber mit einem a_0. Dies kommt daher, daß für eine aus der S-Welle produzierte $a_0\pi$-Amplitude nicht gleichzeitig $C = -1$ und $J = 1$ gelten kann, ohne gegen die Erhaltung der Parität zu vertoßen. Aus der P-Welle wäre dies jedoch möglich.

Weiterhin ist bemerkenswert, daß die am Crystal-Barrel-Experiment kürzlich nachgewiesene $\eta\pi$-P-Welle [93] mit den exotischen Quantenzahlen $I^G J^{PC} = 1^- 1^{--}$ in keinem $K\overline{K}^0\pi$-Kanal auftreten kann.

$^{2S+1}L_J(p\overline{p}) = {}^1S_0 \Rightarrow C(p\overline{p}) = +1$									
$A^{\epsilon}_{I,i_{K\overline{K}}}$	$I(p\overline{p})$	$G(p\overline{p})$ [B.24]	$i_{K\overline{K}}$	$l_{K\overline{K}}$	$G(K\overline{K})$ [B.22]	$G(p\overline{p})$ [B.25]	B.24 $\wedge$ B.25	$I^G J^P$ $(K\overline{K})$	$q\overline{q}$
$A^+_{0,1}$	0	+1	1	gerade	-1	+1	$\surd$	$1^- l^+_{K\overline{K}}$	a_0, a_2, ...
				ungerade	+1	-1	$\neq$	-	-
$A^+_{1,1}$	1	-1	1	gerade	-1	+1	$\neq$	-	-
				ungerade	+1	-1	$\surd$	$1^+ l^-_{K\overline{K}}$	ρ
$A^+_{1,0}$	1	-1	0	gerade	+1	-1	$\surd$	$0^+ l^+_{K\overline{K}}$	f_0, f_2, ...
				ungerade	-1	+1	$\neq$	-	-

Tabelle B.1: *Mögliche $K\overline{K}$-Resonanzen für $C\ (p\overline{p}\ ) = +1$ sind die skalaren und die Tensormesonen, sowie die Vektormesonen mit $I = 1$. Allerdings tritt die $A^+_{1,1}$-Amplitude nicht in $K^0_S K^0_S \pi^0$ auf und $A^+_{1,0}$ nicht in $K^0 K^\pm \pi^\mp$!*
Alle Isospinamplituden hängen allerdings über die Racah-Koeffizienten auch mit Resonanzen zusammen, die in $K\pi$ zerfallen.

$^{2S+1}L_J(p\overline{p}) = {}^3S_1 \Rightarrow C(p\overline{p}) = -1$									
$A^{\epsilon}_{I,i_{K\overline{K}}}$	$I(p\overline{p})$	$G(p\overline{p})$ [B.24]	$i_{K\overline{K}}$	$l_{K\overline{K}}$	$G(K\overline{K})$ [B.22]	$G(p\overline{p})$ [B.25]	B.24 $\wedge$ B.25	$I^G J^P$ $(K\overline{K})$	$q\overline{q}$
$A^-_{0,1}$	0	-1	1	gerade	-1	+1	$\neq$	-	-
				ungerade	+1	-1	$\surd$	$1^+ l^-_{K\overline{K}}$	ρ
$A^-_{1,1}$	1	+1	1	gerade	-1	+1	$\surd$	$1^- l^+_{K\overline{K}}$	a_2
				ungerade	+1	-1	$\neq$	-	-
$A^-_{1,0}$	1	+1	0	gerade	+1	-1	$\neq$	-	-
				ungerade	-1	+1	$\surd$	$0^- l^-_{K\overline{K}}$	ω, Φ

Tabelle B.2: *Mögliche $K\overline{K}$-Resonanzen für $C\ (p\overline{p}\ ) = -1$ sind Vektormesonen, sowie Isovektoren mit geradem Spin, wenn dieser größer als Null ist.*
Isospinamplituden hängen allerdings über die Racah-Koeffizienten auch mit Resonanzen zusammen, die in $K\pi$ zerfallen.

Relative Intensitäten von $K\overline{K}$-Resonanzen in verschiedenen $K\overline{K}\pi$-Zuständen

Kennt man die Intensität einer $a_0\pi$-Amplitude ($a_0(980)$ oder $a_0(1450)$) im Endzustand $K^0_S K^\pm \pi^\mp$, die sich in diesem Kanal wegen des Verbots isoskalarer $K\overline{K}$-Resonanzen am günstigsten ermitteln läßt, kann man unter Verwendung der Gln. B.16 und B.17 den Beitrag dieser Amplitude zum Endzustand $K^0_S K^0_S \pi^0$ ableiten. Die Reaktionsraten der Übergänge über den $a_0\pi$-Zwischenzustand kann man gemäß der Gln. B.16 und B.17 folgendermaßen schreiben :

$$R'_1 = |<p\overline{p}\ (I=0, C=+1)|\ S\ |a_0\pi \rightarrow K^0_S K^\pm \pi^\mp>|^2 = \frac{1}{3}\ |A^+_{0,1}|^2 \quad \text{(B.26)}$$

$$R'_2 = |<p\overline{p}\ (I=0, C=+1)|\ S\ |a_0\pi \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0>|^2 = \frac{1}{12}\ |A^+_{0,1}|^2 \quad \text{(B.27)}$$

Daraus erhält man die relativen Intensitäten aus dem $^1S_0$-Anfangszustand :

$$\frac{N_1 \cdot I(a_0\pi\ in\ K^0_S K^\pm \pi^\mp)}{I(a_0\pi\ in\ K^0_S K^0_S \pi^0)} = \frac{R'_1}{R'_2} \cdot \frac{BR\ (p\overline{p}\ \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0)}{BR\ (p\overline{p}\ \rightarrow K^0_S K^\pm \pi^\mp)} \quad \text{(B.28)}$$

Man muß beachten, daß die Reaktion in $K^0_S K^\pm \pi^\mp$ sowohl aus dem $^1S_0$ als auch aus dem $^3S_1$-Anfangszustand möglich ist, in $K^0_S K^0_S \pi^0$ jedoch nur aus $^1S_0$. Da sich R'_1 und R'_2 beide nur auf den $^1S_0$-Anfangszustand ($C=+1$) beziehen, muß die Intensität des a_0 im $K^0_S K^\pm \pi^\mp$-Endzustand relativ zu dem Anteil der Annihilationen aus $^1S_0$ genommen werden. Daher wird in Gl. B.29 der Faktor N_1 eingefügt, der in [90] berechnet wurde zu

$$N_1 = \frac{|<p\overline{p}\ |\ S\ |K^0_S K^\pm \pi^\mp)>|^2}{|<p\overline{p}\ |\ S\ |K^0_S K^\pm \pi^\mp_{(C=+1)}>|^2} = \frac{100\%}{(73,8 \pm 7,0)\%} = 1,4 \pm 0,1 \quad \text{(B.29)}$$

Mit den bekannten absoluten Verzweigungsverhältnissen ([92] und [74])

$$BR\ (p\overline{p}\ \rightarrow K^0_S K^\pm \pi^\mp) = (21,3 \pm 5,5) \cdot 10^{-4} \quad \text{(B.30)}$$

$$BR\ (p\overline{p}\ \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0) = (7,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-4} \quad \text{(B.31)}$$

errechnet man (siehe Gl. B.28)

$$\begin{aligned} I(a_0\pi\ in\ K^0_S K^0_S \pi^0) &= \frac{R'_2}{R'_1} \cdot \frac{BR\ (p\overline{p}\ \rightarrow K^0_S K^\pm \pi^\mp)}{BR\ (p\overline{p}\ \rightarrow K^0_S K^0_S \pi^0)} \cdot N_1 \cdot I(a_0\pi\ in\ K^0_S K^\pm \pi^\mp) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{(21,3 \pm 5,5) \cdot 10^{-4}}{(7,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-4}} \cdot (1,4 \pm 0,1) \cdot I(a_0\pi\ in\ K^0_S K^\pm \pi^\mp) \\ &= (0,99 \pm 0,27) \cdot I(a_0\pi\ in\ K^0_S K^\pm \pi^\mp) \quad \text{(B.32)} \end{aligned}$$

Über Gl. B.32 kann man also prinzipiell die Intensität des $a_0(980)$ und des $a_0(1450)$ im Kanal $K^0_S K^0_S \pi^0$ (bzw.$K^0_L K^0_L \pi^0$) berechnen, wenn man sie im Kanal $K^0_S K^\pm \pi^\mp$ (bzw.

$K_L^0 K^\pm \pi^\mp$) kennt. In [90] wird zum Beispiel die Intensität des $a_0(980)$ im Endzustand $K_S^0 K^\pm \pi^\mp$ zu $(2,8 \pm 1,0)\%$ angegeben, daraus folgt für den Kanal $K_S^0 K_S^0 \pi^0$:

$$I(a_0(980)\pi^0 \; in \; K_S^0 K_S^0 \pi^0) \; = \; (0,99 \pm 0,27) \cdot (2,8 \pm 1,0)\% \; = \; (2,8 \pm 1,3)\% \qquad \text{(B.33)}$$

Der Analyse des Endzustands $K_S^0 K^\pm \pi^\mp$ liegen allerdings nur etwas weniger als 3000 Ereignisse zugrunde. Deshalb wurde in dieser Arbeit darauf verzichtet, Ergebnisse aus dieser Analyse als Zwangsbedingungen in die Analyse des Kanals $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ einzuführen. Im vorangegangenen wurde nur die prinzipielle Vorgehensweise der Isospinkopplung verschiedener $K\overline{K}\pi$-Kanäle erläutert. Das Resultat aus Gl. B.33 wird in Kap. 6.6.5 zu einer Schätzung des Beitrages der $f_0(975)\pi^0$-Amplitude zum Endzustand $K_S^0 K_S^0 \pi^0$ verwendet.

In Kürze wird der Datensatz des Endzustandes $K_S^0 K^\pm \pi^\mp$ mit einer um etwa einen Faktor 15 größeren Statistik verfügbar sein, ebenso stehen die Akzeptanzstudien des Kanals $K_L^0 K^\pm \pi^\mp$, in dem ebenso etwa 50000 Ereignisse des Endzustandes selektiert werden konnten, kurz vor dem Abschluß. Die Analysen dieser Datensätze werden wertvolle Informationen liefern, durch die einige der Ambiguitäten in dieser Analyse aufgelöst werden können.

In einer früheren Arbeit [95] wurde gezeigt, daß auch Kopplungen mit $K\overline{K}\pi$-Kanälen möglich sind, die bei der $\overline{p}n$-Annihilation in Deuterium erzeugt werden, in der der Isospin des Gesamtsystems gleich 1 ist. In einer Strahlzeit im Jahr 1996 wurde am Crystal-Barrel-Experiment ein neuer K_S^0-Trigger [22] in Verbindung mit einem Deuteriumtarget eingesetzt und in Zukunft werden auch die Daten des Endzustand $K_S^0 K_S^0 \pi^-$, in dem nur isoskalare $K\overline{K}$-Resonanzen erlaubt sind, mit hoher Statistik verfügbar sein, ebenso wie die Daten des Endzustandes $K_S^0 K^- \pi^0$, in dem aus der S-Welle nur ein a_2 im $K\overline{K}$-System produziert werden kann, während ein a_0 aus Gründen der G-Parität verboten ist.

Phasenbeziehungen

In den Reaktionen B.17 und B.19 sind sowohl isovektorielle als auch isoskalare $K\overline{K}$-Resonanzen mit $J^{PC} = 0^{++}$ zu erwarten, die aufgrund ihrer großen Breiten stark überlappen und sich demnach nur schwer auflösen lassen.

Die Isovektoren lassen sich nach obiger Argumentation mit den Isospinamplituden $A_{0,1}^+$ identifizieren und die Isoskalare mit den $A_{1,0}^+$. Bei einer gekoppelten Analyse beider Kanäle, die in Vorbereitung ist [94], kann davon Gebrauch gemacht werden, daß die relative Phase zwischen diesen Isospinamplituden in beiden Kanälen um genau 180^0 verschoben ist.

Diese Zusatzbedingung sollte in der gekoppelten Anpassung strikt eingehalten werden und kann dazu beitragen, die Produktionsstärke des $a_0(1450)$ in beiden Kanälen genau zu bestimmen und damit auch die genauen Produktionsstärken des $f_0(1370)$ und des $f_0(1500)$.

Literaturverzeichnis

[1] R. Jaffe, K. Johnson, Phys. Lett. B 60 (1976) 201

[2] K. Johnson, B. A. Li, Phys. Lett. B 132 (1983) 413

[3] L. Montanet et al., Phys. Rev. D 50 (1994) Part I : Review of Particle Properties

[4] D. H. Perkins, Hochenergiephysik, Addison-Wesley, Bonn, München u.a. (1990)

[5] T. Barnes, Proc. of a NATO ASI on Hadron Spectroscopy and the Confinement Problem, London, Swansea (1995)

[6] V. V. Anisovich, Phys. Lett. B 364 (1995) 195

[7] C. Amsler, F. E. Close, Phys. Lett. D 53 (1996) 295

[8] D. Morgan and M. R. Pennington, Phys. Rev. D 48 (1993) 1185

[9] N. A. Törnqvist, HU-SEFT R 1995-05

[10] K. Braune, Scalar Mesons : The Naive Quark Model is Too Naive, Talk presented at the XXIX Rencontres de Moriond, Méribel, 1994

[11] F. E. Close et al., Phys. Lett. B 319 (1993) 291

[12] K. Peters, Minutes of the CB-meeting 01/95

[13] A. Abele et al., Phys. Lett. B 385 (1996) 425

[14] O. Cramer, Technical Report : Antiproton-Proton-Annihilation at Rest into $K_S^0 K_S^0 \pi^0$and $K_S^0 K_S^0 \eta$, CB-Note 311 (1997)

[15] H. A. Bethe, J. J. Hamilton, Nuovo Cimento 4 (1956) 1

[16] H. Koch, Phys. Bl. 43 (1987) 152

[17] M. A. Faessler, Proc. of a NATO ASI on Hadron Spectroscopy and the Confinement Problem, London, Swansea (1995)

[18] F. E. Close, An Introduction to Quarks and Leptons, Academic Press, London 1979

[19] V. F. Weisskopf, CERN Yellow Report 66-19 (1966)

[20] S. v. d. Meer, CERN ISR-po/72-31 (1972)

[21] E. Aker et al., Nucl. Instr. and Meth. A 321 (1992) 69

[22] Ch. Regenfus, Nucl. Instr. and Meth. A 386 (1997) 1

[23] U. Amaldi, Fluctuations in calorimetry measurements, Phys. Scr. 23 (1981) 409

[24] H. Graßmann et al., Nucl. Instr. Meth. 228 (1985) 323

[25] W. Schott, Das CsJ(Tl)-Kalorimeter des Crystal Barrel Detektors, IEKP-KA, 89-7

[26] K. Kleinknecht, Detektoren für Teilchenstrahlung, Teubner Verlag, Stuttgart 1984

[27] F. James, GENBOD N-Body Monte-Carlo Event Generator, CERNLIB W515 (1975)

[28] G. Folger, M. Doser, Ch. Völcker, Offline Reconstruction Software, CB-Note 121 (1995)

[29] C. A. Meyer, LOCATER, Crystal Barrel Charged Tracking Software, CB-Note 123 (1990)

[30] M. Burchell, Ch. Völcker, GTRACK, Crystal Barrel Global Tracking Software, CB-Note 118 (1995)

[31] F.-H. Heinsius, T. Kiel, BCTRAK, Crystal Data Reconstruction Software, CB-Note 92 (1992)

[32] P. Hidas, G. Pinter, CBKFIT, Kinematic Fitting Software, CB-Note 138 (1995)

[33] F.-H. Heinsius, CCDBCB, Crystal Barrel Calibration-Database Software, CB-Note 122 (1991)

[34] R. Brun et al., GEANT3, CERN Report DD/EE/84-1 (1987)

[35] R. Bossingham, Monte Carlo Software CBGEANT 4.06/03, CB-Note 169 (1992)

[36] A. J. Noble, The Release of CBGEANT 5.00, CB-Note 264 (1994)

[37] P. A. Aarnio et al., Fluka users guide, Technical Report TIS-RP-190, CERN, 1990 (see also GEANT 3.21 manual for further references)

[38] A. J. Noble, A Study of Hadronic Interactions in CBGEANT, CB-Note 258 (1994)

[39] O. Cramer, Proton-Antiproton-Annihilation in $K_S K_L$, Diplomarbeit, LMU München (1993)

[40] P. Hidas, A trick for fitting $K_S^0 \to \pi^0\ \pi^0$ with CBKFIT, Minutes of the CB-meeting 08/1995

[41] R. McCrady, $p\overline{p} \to \pi^+\ \pi^-\ \pi^0\ \omega$, Minutes of the Crystal Barrel Jamboree meeting 03/1996

[42] C. N. Pinder and C. Völcker, Report on the October-November 1993 Crystal Barrel Run, 01/1994

[43] J. Zerbes, Segmentierte Silizium-PIN-Dioden als Strahlzähler für das Crystal Barrel Experiment am CERN, Diplomarbeit, LMU München (1994)

[44] M. Burchell, Analysis Writeup on $BR(\overline{p}p \to \pi^+\pi^-)$, $BR(\overline{p}p \to K^+K^-)$, CB-Note 185, 1992

[45] Bruckner et al., Zeit. für Physik A 335 (1990)

[46] N. P. Hessey, Splitoff-recognition with Dolby-C, CB-Note 182 (1992)

[47] M. Benayoun et al., Split-off Recognition in Data with charged Tracks - The TAXI Logics, CB-Note 280 (1995)

[48] N. P. Hessey, Calculating Branching Ratios, CB-Note 196 (1992)

[49] D. Herndorn, P. Söding and R. J. Cashmore, Phys. Rev. D 11 (1975) 3165

[50] Y. Nambu, Phys. Rev. Lett. 7 (1960) 380

[51] D. H. Miller, Phys. Lett. 5 (1963) 279

[52] A. H. Rosenfeld et al., Rev. of Mod. Phys. 39 (1967) 1

[53] S. L. Glashow and S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 5 (1968) 224

[54] E. C. Fowler et al., Phys. Rev. Lett. 12 (1968) 833

[55] J. Weinstein and N. Isgur, Phys. Rev. D 41 (1990) 2251

[56] J. Weinstein and N. Isgur, Phys. Rev. D 43 (1991) 95

[57] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 319 (1993) 373

[58] S. U. Chung, Spin Formalism, CERN Yellow Report, CERN 71-8 (1971)

[59] S. U. Chung, Formulas for Partial-Wave Analysis, CB Note 211 (1989)

[60] Ch. Zeemach, Phys. Rev. B 140 (1965) 97 und 109

[61] F. v. Hippel and C. Quigg, Phys. Rev. 5 (1972) 624

[62] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 355 (1995) 425

[63] S. M. Flatté, Phys. Letters, 63 B (1976) 224

[64] D. V. Bugg et al., Phys. Rev. D 50 (1994) 4412

[65] D. V. Bugg, A. V. Sarantsev and B. S. Zou, Nucl. Phys. B 471 (1996) 59

[66] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 327 (1994) 425

[67] V. V. Anisovich and A. V. Sarantsev, Phys. Lett. B 382 (1996) 429

[68] S. U. Chung et al., Ann. Physik 4 (1995)

[69] D. Aston et al., Nucl. Phys. B 296 (1988) 491

[70] K. Braune and Ch. Felix, CB-Note 296 (1996)

[71] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 323 (1994) 233

[72] D. Morgan, M. R. Pennington, Phys. Rev. D 48 (1993) 1185

[73] I. J. R. Aitchison, Nucl. Phys. A 189 (1972) 417

[74] B. Conforto et al., Nucl. Phys. B 3 (1967) 469

[75] Ch. Felix, MAXTOOL, Version 96.10 (1996)

[76] Ch. Felix, Dissertation in Vorbereitung

[77] C. Amsler and J. C. Bizot, Comp. Phys. Common 30 (1983) 21

[78] CERN Program Library Entry D506, MINUIT, Version 92.1 (1992)

[79] S. v. Dombrowski, Proton-Antiproton Annihilation at Rest into $\pi^0\ K_L^0 K_L^0$, Technical Report, CB-Note 294 (1996)

[80] R. Armenteros et al., Phys. Lett. 17 (1965) 170

[81] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 342 (1995) 433

[82] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 333 (1994) 277

[83] A. Abele et al., Nucl. Phys. A 609 (1996) 562

[84] C. Zupancic, private Mitteilung

[85] T. Mayer-Kuckuck, Kernphysik, Teubner Verlag, Stuttgart 1979

[86] C. Kolo, Technical Report : Antiproton-Proton Annihilation at Rest into $K_L^0 K^\pm \pi^\mp \pi^0$ (Revised Version, Part 4) (1996)

[87] D. V. Bugg, private Mitteilung

[88] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 335 (1995) 425

[89] B. Kalteyer, Untersuchung der Proton-Antiproton-Vernichtung in $\pi^{\pm}K^{\mp}K_L^0$, Diplomarbeit, Mainz (1995)

[90] H. J. Lee, Die Proton-Antiproton-Annihilation in $K_S^0K^{\pm}\pi^{\mp}$, Diplomarbeit, LMU München (1996)

[91] O. Cramer, Minutes of the CB-meeting 01/1995

[92] N. Barash et al., Phys. Rev. B 139 (1965) 1659

[93] K. Hüttmann, Antiproton-Neutron Annihilation in Eta und zwei Pionen, Diplomarbeit, LMU München (1997)

[94] Ch. Völcker, Dissertation, in Vorbereitung

[95] M. Küstner, Die Antiproton-Neutron Annihilation in den Drei-Körperkanal $K_S^0K^-\pi^0$, Diplomarbeit, LMU München (1993)

Eine „*CB-Note*“ ist eine interne Veröffentlichung der Crystal-Barrel-Kollaboration. „*Minutes of the CB-Meeting*“ beziehen sich auf Vorträge auf Crystal-Barrel-Kollaborationstreffen. Alle Kopien der bei diesen Vorträgen gezeigten Folien sind im Crystal-Barrel-Archiv vorhanden. Dies gilt ebenso für die in diesem Literaturverzeichnis aufgeführten „*Reports on the Crystal Barrel Runs*“, die nähere Informationen über verwendete Trigger, Schwerpunktsimpulse, Datenqualität etc. geben.

Eine Liste aller internen Crystal-Barrel-Veröffentlichungen findet sich auf dem World Wide Web, z.B. unter der Adresse *http://afuz01.cern.ch*. Die neueren Veröffentlichungen können als Dateien in Text- oder Postscriptformat transferiert werden, die anderen sind (bis auf wenige Ausnahmen) direkt über die Crystal-Barrel-Kollaboration zu erhalten.

LEBENSLAUF

Persönliche Daten

Name	:	Cramer
Vorname	:	Oliver
Geburtsdatum	:	26. September 1966
Geburtsort	:	Frankfurt am Main
Wohnort	:	München
Familienstand	:	ledig

Schulausbildung

1972 - 1976	:	Besuch der Grundschule an der Burmesterstraße in München
1976 - 1985	:	Besuch des Wilhelm-Hausenstein-Gymnasiums in München mit abschließendem Abitur

Zivildienst

11/1985 - 06/1987	:	Altenpfleger im Mobilen Sozialen Hilfsdienst des Bayerischen Roten Kreuzes

Studium

11/1987 - 09/1988	:	Studium der Geophysik an der Ludwig-Maximilians-Universität München
10/1988 - 11/1993	:	Studium der Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München
▷ 07/1992 - 07/1993	:	Diplomarbeit am Europäischen Kernforschungszentrum CERN in Genf unter der Leitung von Prof. Dr. M. A. Faessler Thema : „Protoniumvernichtung in $K_S K_L$“
▷ 16. 11. 1993	:	Hauptdiplom Physik
seit 01. 03. 1994	:	Promotion Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München im Rahmen des Crystal-Barrel-Experiments am CERN Thema : „Protoniumvernichtung in $K^0_S K^0_S \pi^0$“

Danksagung

Seit fast fünf Jahren bin ich nun Mitglied der Crystal-Barrel-Kollaboration und habe dabei sowohl in wissenschaftlicher, als auch in persönlicher Hinsicht viel Freude gehabt. Das Zusammenwirken so vieler Menschen von den verschiedensten Kontinenten ist überaus motivierend und ein großartiges Erlebnis. Viele meiner Kollegen werde ich in dankbarer Erinnerung behalten.

Herr Professor Dr. Martin A. Faessler war mir über all die Jahre ein hilfreicher Betreuer und hat durch anregende Diskussionen und kritische Betrachtungen viel zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Darüberhinaus danke ich ihm insbesondere für die freundschaftliche Atmosphäre, die unsere Zusammenarbeit bestimmte und ein entscheidender Faktor war, daß ich an meiner Arbeit viel Freude hatte.

Herrn Dr. habil. Wolfgang Dünnweber danke ich für seine ständige Bereitschaft zu physikalischen Diskussionen, sein offenes Ohr für alle Probleme und die kritische Durchsicht dieses Manuskripts. Durch seine entspannte und humorvolle Art ist er darüberhinaus ein Garant für den guten Geist innerhalb der Garchinger Arbeitsgruppe.

Willi Roethel, ebenso 'doktorierend' wie ich, war mir mehr als drei Jahre lang ein überaus angenehmer Zimmergenosse. Wir ergänzten uns ideal in unserer ruhigen Art, die uns beiden eine konzentrierte Arbeit ermöglichte, wobei humorvolle Auflockerungen nie zu kurz kamen. Durch seine fachliche Kompetenz half er mir, manches Problem zu lösen.

Prof. Dr. Črtomir Zupančič ist durch sein umfangreiches Wissen ein unverzichtbarer Ideengeber gewesen und hat mich gelehrt, einerseits allen Dingen auf den Grund zu gehen, andererseits nicht nur dem *mainstream* der Forschung zu folgen, sondern auch auf abseitige Fragen zu achten.

Einigen Kollegen gebührt großer Dank, mich bei der Anwendung und Verwaltung unserer umfangreichen Software nicht im Regen stehen gelassen zu haben bzw. aktiv an der Entwicklung und Verbesserung von Programmen beteiligt gewesen zu sein, die mir eine große Hilfe waren. Besonders zu nennen sind Ch. Felix (LMU München), M. Lakata (LBL Berkeley), P. Hidas (Academy of Science, Budapest), Ch. Völcker (LMU München), C. A. Meyer (Carnegie Mellon, Pittsburgh) und R. Ouared (CERN).

Prof. D. V. Bugg sei herzlich gedankt für das Interesse an meiner Arbeit, seiner aktiven Unterstützung und seiner Einladung zu einem fünftägigen Aufenthalt am Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, im Sommer 1995, sowie die Ausrichtung der „NATO ASI Summer School on Hadron Spectroscopy and the Confinement Problem“ in London und Swansea, ebenfalls im Sommer 1995, die fachlich sehr stimulierend war und durch die Wahl der Tagungsorte und die gute Atmosphäre unter allen Teilnehmern zu einem großartigen Erlebnis wurde. Sein Mitarbeiter B. S. Zou war ebenfalls immer ein interessierter und kompetenter Diskussionspartner, der auf alle Fragen stets prompt und verläßlich Antwort gab.

Da für mich der persönliche Umgang mit den Kollegen während einer so langen und oft mühevollen Arbeit einen sehr hohen Stellenwert besitzt, sei noch einmal ausdrücklich allen Mitgliedern unserer Garchinger Arbeitsgruppe für die überaus angenehme Arbeitsatmosphäre gedankt und auch allen Mitgliedern der Crystal-Barrel-Kollaboration, durch die ich meine Aufenthalte am CERN immer in schöner Erinnerung behalten werde.

Nicht zu vergessen ist auch die große finanzielle Unterstützung bei der Veröffentlichung dieser Dissertation durch meine Eltern.

Last but not least gebührt meiner Freundin Beate großer Dank, die mir in allen Lebenslagen, besonders in schwierigen Phasen, immer eine uneingeschränkte Unterstützung ist. Mit ihrer Hilfe erinnere ich mich immer wieder daran, daß es wichtigere Dinge im Leben gibt als die Physik, und wie wichtig es ist, oft einmal abzuschalten und den überladenen Kopf wieder freizubekommen, um danach umso klarer denken zu können.