Evidenz für ein exotisches Meson mit den Quantenzahlen $J^{PC}=1^{-+}$ in der Protonium-Vernichtung in Ruhe

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
zu Bonn

vorgelegt von
Mario Herz
aus Montabaur

Bonn, Juli 1997

Evidenz für ein exotisches Meson mit den Quantenzahlen $J^{PC}=1^{-+}$ in der Protonium-Vernichtung in Ruhe

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
zu Bonn

vorgelegt von
Mario Herz
aus Montabaur

Bonn, Juli 1997

Angefertigt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Bonn

Referent: Prof. Dr. E. Klempt
Korreferent: Prof. Dr. K. Kilian
Tag der Promotion: 11.07.1997

Der Freundschaft

Abstract

Data have been taken with the Crystal Barrel Detector at LEAR/CERN providing high-statistics all-neutral data samples of protonium annihilation in gaseous hydrogen at 12 atmospheres.
The six-photon final state provides data sets on $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\eta$ and $\pi^0\eta\eta$ compatible in statistics to those derived from protonium annihilation in liquid hydrogen of former run periods. The preparation of the data sets led to the decay branching ratios for theses states.
Corresponding pairs of data are analysed in parallel. This way, uncertanties originating from the $\bar{p}$-capture and the atomic cascade preceeding annihilation can be reduced. The partial wave analysis of data from liquid and gaseous hydrogen is further constraint by imposing enhancement or reduction factors for the contributions of each allowed initial fine structure level when switching between both types of data. These factors have been determined by cascade model calculations and have been checked experimentally by evaluations of the branching ratios for the decays $\bar{p}p \to \pi^0\pi^0$ and $\bar{p}p \to K^0_L K^0_S$ where K^0_L was missing. The quantitative analysis led to the fractions for annihilations in GH_2 in comparison to the known fractions for annihilations in LH_2 as given in the following table

	LH_2	GH_2
$BR(\bar{p}p \to K^0_L K^0_S)$	$(8.96 \pm 0.67) \times 10^{-4}$	$(6.67 \pm 0.32) \times 10^{-4}$
$BR(\bar{p}p \to \pi^0\pi^0)$	$(6.93 \pm 0.43) \times 10^{-4}$	$(1.39 \pm 0.08) \times 10^{-3}$

They demonstrate the reduction of S-wave annihilation switching from liquid to gaseous hydrogen by a factor of 0.57 whereas P-wave annihilation is enhanced by a factor of 2.1. Thus, it proves assumptions on the $\bar{p}p$ cascade which will be applied within the following analyses.

The most striking result of the analysis presented here, however, is the evidence for a new state which we call $\hat{\rho}(1390)$. It carries exotic quantum numbers $J^{PC}=1^{-+}$, where J, P, C represent its spin, parity and C-parity. These quantum numbers are forbidden for common quarkonia, thus $\hat{\rho}$ is not a conventional $(q\bar{q})$-meson but could be a hybrid or a molecular state. The particle is seen in its $\eta\pi$ decay mode in the reaction $\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta$. Its mass and width are found to $M = 1385 \pm 15$ MeV/c^2 and $\Gamma = 150^{+100}_{-50}$ MeV/c^2.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Seit der Inbetriebnahme des Crystal-Barrel-Detektors am LEAR-Speicherring des CERN/Genf zur Untersuchung der $\bar{p}p$-Vernichtung konnte eine überragende Quantität an Meßdaten aufgezeichnet werden. Die ebenfalls hohe Qualität der Daten erlaubt umfangreiche Studien der mesonischen Endzustände aus dem Protoniumzerfall. Die allen Forschungsanstrengungen zugrungeliegende Motivation und Herausforderung besteht jedoch in der Suche und dem Nachweis von exotischen Zuständen. Diese werden neben gewöhnlichen aus Quarks und Antiquarks zusammengesetzten Teilchen im Rahmen der Beschreibung der starken Wechselwirkung vorhergesagt.

Die Crystal-Barrel-Kollaboration berichtete bisher neben der Bestätigung bereits bekannter Mesonen ebenfalls von der Evidenz zweier neuer skalarer Mesonen, $a_0(1450)$ und $f_0(1500)$. Letzterer wird bislang als skalarer Glueball diskutiert. Ein weiterhin vorhergesagter Hybridzustand, für dessen Existenz ungesicherte Hinweise vorliegen, konnte bisher jedoch noch nicht in diesem Experiment bestätigt werden. Die beiden neuen Zustände wurden durch Analysen von Daten der Protoniumannihilation in flüssigem Wasserstoff in die Endzustände $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\eta$ und $\pi^0\eta\eta$ entdeckt. Hier wurden sie in den Zerfallsmoden $\pi^0\eta$ des $a_0(1450)$ bzw. $\pi^0\pi^0$ und $\eta\eta$ des $f_0(1500)$ nachgewiesen. Speziell der Glueballkandidat $f_0(1500)$ wurde daraufhin ebenfalls noch durch weitere Analysen in anderen Moden untersucht; die Analyse des Datensatzes $\pi^0\eta\eta'$ belegte den Zerfall $f_0(1500)\to \eta\eta'$, im Datensatz $5\pi^0$ wurde $f_0(1500)\to 4\pi^0$ nachgewiesen, und die Daten zu $\pi^0 K_L^0 K_L^0$ zeigen den Mode $f_0(1500)\to K_L^0 K_L^0$ auf.
Die letztlich nach Abschluß der Datennahme im Dezember 1996 vorliegende große Datenmenge zu Annihilationen sowohl in Ruhe als auch in Fluge in flüssigem Wasserstoff (LH_2), in flüssigem Deuterium (LD_2) sowie gasförmigem Wasserstoff (GH_2) spornt geradezu zu einer Fortsetzung der Analysen an. Die Reanalyse der $\pi^0\pi^0\pi^0$-, $\pi^0\pi^0\eta$- und $\pi^0\eta\eta$-Datensätze unter Hinzunahme von Daten aus GH_2 in vergleichbar hoher Statistik soll zum besseren Verständnis des Protoniums vor der Annihilation beitragen. Insbesondere die Kenntnis des Verhältnisses der Annihilationsraten aus S- und P-Anfangszuständen ist für eine bessere Interpretation der Daten notwendig. Dies belegt die Historie der Analysen der $\pi^0\pi^0\pi^0$-Daten.

Aus vorherigen Analysen von 3π-Datensätzen wurde neben der Dominanz der Produktion von ρ-Mesonen ebenfalls deutlich, daß zusätzliche $(\pi\pi)$-Zwischenzustände notwendig waren zur vollständigen Beschreibung der Daten. Daneben sollten Annihilationen aus atomaren P-Zuständen in nicht geringem Umfang beitragen. Eine erste Analyse von Crystal-Barrel-Daten basierend auf 55 000 Ereignissen [1] zeigte in der Tat die Evidenz einer neuen Resonanz mit Spin J=2 bei einer Masse von 1515 MeV/c^2. Die Beiträge aus atomaren P-Anfangszuständen wurden hierin noch zu 60% bestimmt. In einer folgenden Analyse desselben Endzustandes [2] wurde im Massenbereich um 1500 MeV/c^2 ein skalarer Zustand $f_0(1500)$ neben einem tensoriellen Zustand $f_2(1565)$ gefunden. Hierin wurde allerdings noch die Möglichkeit der Annihialtion aus atomaren P-Niveaus vernachlässigt. Eine spätere Reanalyse [32] mit einem Hochstatistikdatensatz von über 700 000 Ereignissen bestätigte die Spinzuordnungen, fand jedoch wiederum wesentlich höhere Beiträge aus P-Zuständen von bis zu 46%. Nach [3] sollte jedoch der Beitrag nicht über 10% hinausgehen. Eine Anpassung an alle experimentell verfügbaren Verzweigungsverhältnisse in Zwei-Körperendzustände, die wie Sonden auf einzelne atomare Niveaus fungieren [59], legte letztlich die Verstärkungsfaktoren für jedes Anfangsniveau einzeln fest und lieferte so ein klareres Schema für die folgenden Analysen.

In der vorliegenden Dissertation soll zunächst ein allgemeiner Überblick über die starke Wechselwirkung und die theoretischen Vorhersagen gegeben werden. Diesen wird die bisherige experimentelle Situation im Bereich der Mesonenspektroskopie unter besonderer Berücksichtigung der skalaren Mesonen, Glueballe, Hybride und Vielquarkzustände gegenübergestellt.
Im dritten und vierten Kapitel werden der Crystal-Barrel-Detektor in Grundzügen dargestellt sowie das Datenakquisitionssystem beschrieben. Dies dient der Verdeutlichung des technischen Aufwandes und berücksichtigt gleichzeitig meine Beteiligung am Experiment während der ersten Hälfte der Promotionsdauer.
Im fünften Kapitel werden der Datensatz aus rein neutralen Endzuständen aus der Protoniumvernichtung in gasförmigem Wasserstoff vorgestellt und die Selektionskriterien beschrieben. Durch eine Selektion nach Ereignissen mit vier nachgewiesenen Photonen werden die beiden Endzustände $\pi^0\pi^0$ und $K_L^0K_S^0$ bei nicht nachgewiesenem K_L^0 prepariert, um ihre Verzweigungsverhältnisse mit den in flüssigem Wasserstoff gemessenen Werten zu vergleichen. Hierdurch sollen die im folgenden Kapitel über das Protonium vorgestellten Verhältnisse der Annihilationsraten je Anfangszustand überprüft werden. Ebenso werden die letztlich zu analysierenden Datensätze aus drei pseudoskalaren neutralen Mesonen aus einer Selektion nach sechs Photonen hier vorgestellt.
Im siebten Kapitel wird die Analysemethode und das ihr zugrundeliegende Isobarenmodell erläutert, wonach im achten Kapitel die Ergebnisse der Analysen aller Datensatzpaare aus Annihilationen in LH_2 und GH_2 dargestellt werden.
Im neunten Kapitel werden dann abschließend alle Ergebnisse nochmals kommentiert und im globalen Zusammenhang diskutiert.

Kapitel 2

Grundlagen der Mesonenspektroskopie

Der theoretische Hintergrund der Spektroskopie leichter Mesonen beruht auf dem Quarkmodell und der Quantenchromodynamik (QCD). Im folgenden soll lediglich eine kurze Darstellung dieser Theorien zur Erleichterung des Verständnisses der vorliegenden Arbeit gegeben werden.
Quarks und ihre Antiteilchen sind Spin-1/2-Teilchen, die durch acht vektorielle Eichfelder mit Spin-1 (Gluonen) miteinander stark wechselwirken. Es existieren mindestens sechs Quarksorten (Flavor), die drittelzahlige elektrische Ladungen, in Einheiten der Elementarladung e, tragen. In ihrer Masse sind sie jedoch sehr unterschiedlich. Weiterhin haben Quarks und Antiquarks drei weitere innere Freiheitsgrade (Color bzw. Anticolor); die Gluonen selbst tragen auch diese Farbladung. Diese Wechselwirkung wird durch die Quantenchromodynamik (QCD) beschrieben, einer Eichquantenfeldtheorie ähnlich der Quantenelektrodynamik (QED). Nach der experimentellen Bestätigung des in seiner Masse sehr hoch liegenden Top-Quarks [5] sind sechs Quarkflavor manifest. Alle Quarks werden analog den Leptonen in drei Flavorfamilien eingeordnet. Ihre Eigenschaften, wie Masse und Ladung, sind für jeden Farbfreiheitsgrad in Tabelle 2.1 dargestellt. Die angegebenen Massen entsprechen den aktuellen sogenannten Lagrange-Massen (Stromquarkmassen), die als Parameter in die Lagrangedichte der QCD eingehen.

$Q/e = +2/3$	$u(5\,\mathrm{MeV/c^2})$	$c(1.5\,\mathrm{GeV/c^2})$	$t(175\,\mathrm{GeV/c^2})$
$Q/e = -1/3$	$d(10\,\mathrm{MeV/c^2})$	$s(150\,\mathrm{MeV/c^2})$	$b(4.7\,\mathrm{GeV/c^2})$

Tabelle 2.1: *Die drei Familien der sechs bekannten Quarkflavor*

In der Natur werden nur sogenannte farbneutrale Teilchen, Farbsinguletts, beobachtet. Physikalische Teilchen wie die Nukleonen (Proton, Neutron) sowie die entsprechenden Antinukleonen sind aus Quarks und/oder Antiquarks aufgebaut. In diesem

Fall aus drei Quarks bzw. aus drei Antiquarks. Unter den Mesonen sind Quarkonia ($q\bar{q}$) die einfachsten gebundenen Zustände eines Quarks und eines Antiquarks. Daneben erwartet man jedoch auch weitere rein gluonische Zustände (Gluebälle), hybride Zustände aus Quarks, Antiquarks und Gluonen und Zustände aus mehreren Quarks und Antiquarks (Moleküle). Diese Vorhersagen beruhen allesamt auf einfachen Kopplungsschemen für die drei Farbfreiheitsgrade zu Farbsinguletts. Innerhalb der Bindungszustände erscheinen die Konstituenten bei sehr kleinen Abständen ($\ll$1 fm) als nahezu freie ungebundene Partonen (asymptotische Freiheit), können jedoch nicht einzeln separiert werden (confinement), so daß Farbfreiheitsgrade nicht meßbar sind. Gerade diese beiden phänomenologischen Eigenschaften muß jede theoretische Beschreibung berücksichtigen.

2.1 Gruppentheorie in der Mesonenspektroskopie

Die theoretische Darstellung der physikalischen Zustände als farbneutrale Objekte erfolgt basierend auf der Gruppentheorie. Als Eichgruppe der starken Wechselwirkung aufgrund der Farbladung (Color) wird die Gruppe der speziellen unitären Transformationen dreier Freiheitsgrade $SU_C(3)$ angesehen. Sie ist eine Erweiterung der SU(2)-Gruppe, die Transformationen unter zwei Freiheitsgraden beschreibt. Darunter fallen z.B. Isospintransformationen zu I=1/2 oder die Beschreibung des Spin von Fermionen. Hierzu gibt es einen Satz $\{\sigma_i\}$ von drei unabhängigen und hermiteschen 2×2-Matrizen mit verschwindender Spur, für die gilt

$$\sigma_i^\dagger = \sigma_i \quad \text{mit} \quad \sigma_i^2 = \sigma_i \tag{2.1}$$

Diese Matrizen werden Pauli-Matrizen oder Erzeugende der Gruppe SU(2) genannt. Sie erfüllen die Kommutationsrelationen

$$[\sigma_i/2, \sigma_j/2] = i\epsilon_{ijk}\sigma_k/2 \tag{2.2}$$

mit dem vollständig antisymmetrischen Tensor ϵ_{ijk}, so daß sie auch als verallgemeinerte Drehungen in einem zweidimensionalen Raum angesehen werden können. Eine allgemeine Transformation eines Zustandes in einem solchen Raum lautet dann

$$U = \exp\{i\theta/2 \cdot \hat{n}\hat{\sigma}\} = \cos\theta/2 + i\hat{n}\hat{\sigma}\sin\theta/2 \tag{2.3}$$

Näheres wird in [6] beschrieben. Analog dazu muß jede Darstellung der SU(3)-Gruppe in einem N-dimensionalen Raum durch N×N-Matrizen F_i ähnliche Kommutationsrelationen erfüllen

$$[F_i, F_j] = if_{ijk}F_k \tag{2.4}$$

wobei f_{ijk} die reellen und antisymmetrischen Strukturkonstanten der SU(3)-Gruppe darstellen, wodurch sie vollständig charakterisiert wird. Neben der trivialen Darstellung **1** der SU(3)-Gruppe im eindimensionalen Raum existieren zwei nichtäquivalente fundamentale Darstellungen **3** und $\bar{\mathbf{3}}$ im dreidimensionalen Raum. Darüberhinaus sind Darstellungen im sechs-, acht- und zehndimensionalen Raum **6**, **8** bzw. **10** bekannt. Die Darstellungen **3**, **6** und **10** sind dabei rein symmetrische, $\bar{\mathbf{3}}$ ist eine rein antisymmetrische, **8** eine gemischt symmetrische und **1** eine rein symmetrische Darstellungen der SU(3) (vgl. [7]). Eine allgemeine Transformation ist dann gegeben durch

$$U = \exp\{i\theta\hat{n}\hat{F}\} \tag{2.5}$$

Zur Verallgemeinerung des Problems der Beschreibung dreier innerer Freiheitsgrade wie Farbe (Antifarbe) oder dreier Quarkflavor kann der Satz $\{\sigma_i\}$ herangezogen werden, um einen neuen Satz von acht hermiteschen und spurlosen 3×3-Matrizen λ_i zu erzeugen

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

Sie erfüllen die Kommutationsrelationen und legen die Werte von f_{ijk} fest

$$[\lambda_i/2, \lambda_j/2] = i f_{ijk}\lambda_k/2 \tag{2.10}$$

Im Limes vernachlässigbarer Massenunterschiede der Quarkflavor (u,d,s) lassen sich auch diese drei Flavorfreiheitsgrade durch die $\mathrm{SU_F}(3)$ beschreiben. Hierdurch kann man sich die Funktion der λ-Matrizen klarmachen. So transformieren λ_1 und λ_2 gerade das Quarkdublett (u,d) (*I-Spin*), λ_4 und λ_5 das Quarkdublett (u,s) (*V-Spin*) und λ_6 und λ_7 das Quarkdublett (d,s) (*U-Spin*). λ_3 repräsentiert die dritte Komponente des Isospins der Quarks mit den Eigenwerten (+1/2, -1/2, 0) durch $I_3=\lambda_3/2$ und λ_8 stellt die Hyperladung der Quarks Y=B+S dar mit $Y=\lambda_8/\sqrt{3}$ mit der Baryonenzahl B=1/3 für alle Quarks und der Strangeness S=-1 für das s-Quark.

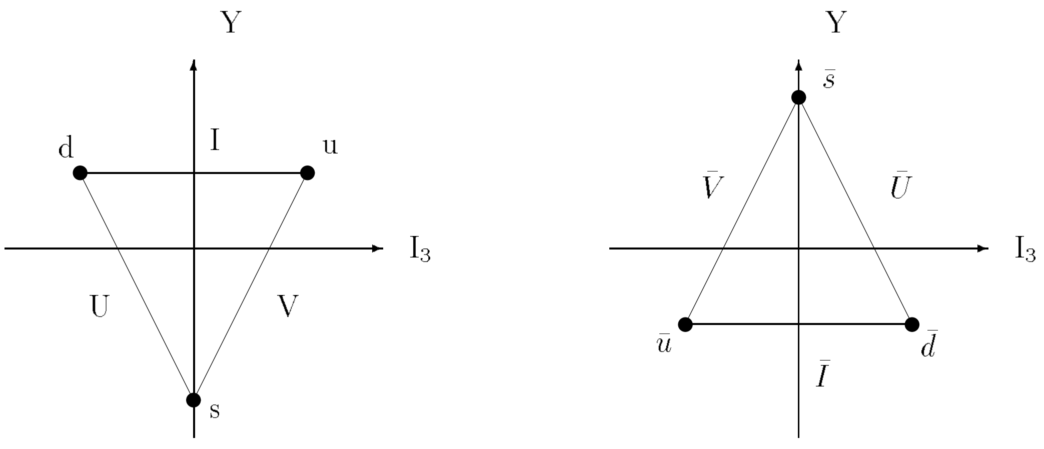

Abbildung 2.1: *Gewichtsdiagramme der SU(3)-Gruppe für drei Quarkflavor*

Antiquarks tragen die entsprechenden negativen Quantenzahlen. Die drei Quarkflavor (u,d,s) und ihre Antiteilchen können graphisch in der $\mathrm{I_3}$-Y-Ebene als Ecken eines Flavortripletts mit den Koordinaten ihrer diesbezüglichen Quantenzahlen eingetragen werden. Die I-, V- und U-Transformationen erfolgen dann jeweils zwischen zwei Quarkflavor (vgl. Abbildung 2.1). Aus mehreren dieser Quarks oder Antiquarks zusammengesetzte Teilchen bilden dann 3^{N}-Multipletts. Der so entstandene mathematische Raum wird dann in eine Summe von Unterräumen mit solcher Dimension zerlegt, für die es Darstellungen der $\mathrm{SU_F}(3)$-Gruppe gibt. Diese Zerlegung setzt sich auch auf die Darstellungen der Transformationen fort, wodurch erreicht wird, daß die Unterräume invariant unter diesen Transformationen bleiben. Theoretisch können z.B. Zustände zweier Quarkflavor (Diquarks) in ein Sextett mit symmetrischen Wellenfunktionen und in ein Triplett mit antisymmetrischen Wellenfunktionen aufgegliedert werden nach

$$f \otimes f = 3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3} \tag{2.11}$$

Dies sind z.B. die sechs Flavorzustände (uu), $1/\sqrt{2}$(ud+du), (dd), $1/\sqrt{2}$(ds+sd), (ss) und $1/\sqrt{2}$(us+su) sowie die drei Flavorzustände $1/\sqrt{2}$(ud-du), $1/\sqrt{2}$(us-su) und $1/\sqrt{2}$(ds-sd). In der Natur existieren diese Zustände jedoch nicht als freie Hadronen, da diese Kombinationen bezüglich der $\mathrm{SU_C}(3)$ der Farbladungen der Quarks analog nicht zu Farbsinguletträumen führen. Gewöhnliche Baryonen (Triquarks) sind hingegen als Farbsinguletts beobachtbar in der Kombination

$$q \otimes q \otimes q = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus \mathbf{1} \tag{2.12}$$

da sich hier alle drei Farben gegenseitig kompensieren können. Im Fall von Quark-Antiquarksystemen ist im Prinzip jede Kombination von

$$q \otimes \bar{q} = 3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus \mathbf{1} \tag{2.13}$$

zu Mesonen möglich, gefolgt von weiteren Kombinationen wie

$$q^2 \otimes \bar{q}^2 \tag{2.14}$$

Solche Produkte bilden immer auch Farbsingulettträume, analog der Kopplung zweier Spins zum Gesamtspin Null. Es scheint jedoch, daß Multiquarkzustände wie ($\mathrm{q}^2\bar{\mathrm{q}}^2$) (Dimeson) oder ($\mathrm{q}^6$) (Dibaryon) nicht als Resonanzen existieren, aber in wechselwirkungslose, separierte ($\mathrm{q}\bar{\mathrm{q}}$)-Mesonen und ($\mathrm{q}^3$)-Baryonen umgeordnet werden können (instantaner Zerfall). Theoretisch können aber auch Gluonen, die sich wie Farboktetts verhalten, mit Quarks und Antiquarks oder mit sich selbst zu Farbsinguletts koppeln. Daraus entstehen dann Hybride nach

$$g \otimes q \otimes \bar{q} = 8 \otimes 3 \otimes \bar{3} = 8 \otimes (8 \oplus 1) = \mathbf{1} \oplus ... \tag{2.15}$$

Die Suche nach Hybridzuständen erweist sich als sehr interessant, da Hybride auch für Mesonen verbotene Quantenzahlen tragen können, wodurch ihre Identifikation leichter ist. Aber auch im Sektor der Baryonen werden Hybridkandidaten erwartet nach

$$g \otimes q \otimes q \otimes q = 8 \otimes 3 \otimes 3 \otimes 3 = 8 \otimes (10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1) = \mathbf{1} \oplus ... \tag{2.16}$$

Daneben werden rein gluonische Zustände (Glueballe) durch

$$g \otimes g = 8 \otimes 8 = 27 \oplus 10 \oplus \bar{10} \oplus 8 \oplus 8 \oplus \mathbf{1} \tag{2.17}$$

als physikalisch erlaubt angesehen. Ebenso jeder weitere Zustand mit höherer Anzahl an Gluonen, da jeweils immer Farboktetts koppeln können und wieder zu Farbsinguletts führen. Alle Kombinationen, die Farbsinguletts beinhalten, lassen sich nun darstellen als

$$(q\bar{q})^l (q^3)^m (g)^n \qquad l + m + n \geq 1 \tag{2.18}$$

obwohl ihre Existenz wie im Fall der ($\mathrm{q}^2\bar{\mathrm{q}}^2$)-Mesonen nicht sicher ist.

2.2 Theorie der starken Wechselwirkung

Wie gezeigt nehmen Symmetriebetrachtungen bei der theoretischen Beschreibung der starken Wechselwirkung eine große Rolle ein. Wenn man die leichten bekannten Hadronen in Multipletts bezüglich der drei leichtesten Quarkflavor *up*, *down* und *strange* einordnet, erkennt man sehr schnell, daß Quarks noch drei innere Farbfreiheitsgrade aufweisen müssen, um z.B. die Existenz der Δ-Resonanzen oder des Ω^- zu erklären. Damit ist der Weg frei für die Quantenchromodynamik (QCD) zur Beschreibung der starken Wechselwirkung. Die QCD ist in Analogie zur QED aufgebaut und beschreibt die Wechselwirkung durch den Austausch von Gluonen. Diese koppeln mit der universellen Konstanten α_s, die sehr in Abhängigkeit von der Energie variiert, an die fermionischen Quarks. Experimentell findet man $\alpha_s(u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}) \approx 0.6$, $\alpha_s(c\bar{c}) \approx 0.4$, $\alpha_s(b\bar{b}) \approx 0.15$ [8]. In Hochenergiebereichen bei der Z^0-Masse von 91 GeV/c^2 ergibt sich aus verschiedenen experimentellen wie theoretischen Ansätzen ein Mittelwert von $\alpha_s(\mathrm{Z}) \approx 0.118$ [9]. Diese Skalenabhängigkeit der effektiven Kopplungsstärke wird durch die Differentialgleichung

$$\mu \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu} = -\frac{\beta_0}{2\pi}\alpha_s^2 - \frac{\beta_1}{4\pi^2}\alpha_s^3 - \frac{\beta_2}{64\pi^3}\alpha_s^4 - \mathcal{O}(\alpha_s^5) \tag{2.19}$$

mit

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f \tag{2.20}$$

$$\beta_1 = 51 - \frac{19}{3}n_f \tag{2.21}$$

$$\beta_2 = 2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2 \tag{2.22}$$

beschrieben. n_f ist die Anzahl von Quarkflavour mit Massen unterhalb der betrachteten Energie. Die Lösung der Differentialgleichung führt auf eine Integrationsgröße, die Kopplungsstärke bei einer Referenzenergie Λ, die eine fundamentale Konstante der QCD ist. Die Form der Differentialgleichung legt eine Entwicklung nach inversen Potenzen von $\ln(\mu^2/\Lambda^2)$ mit der dimensionalen Referenzgröße Λ nahe

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} \left(1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2}\frac{\ln(\ln(\mu^2/\Lambda^2))}{\ln(\mu^2/\Lambda^2)} + \ldots\right) \tag{2.23}$$

Aus einer Anpassung an die Meßdaten ergibt sich für Λ ein Wert von ≈ 200 MeV. Das Anwachsen von α_s bei kleinen Energien indiziert hierbei die Eigenschaft der Quarkfarbladung, mit zunehmenden Abständen der Quarks stark anzuwachsen. Versucht man also ein Quark-Antiquarkpaar eines Mesons zu separieren, so stößt man bei großen Abständen auf das Confinement. Andererseits beschreibt obige Lösung die Eigenschaft der asymptotischen Freiheit, bei der die Kopplung für sehr große Energien und somit sehr kleinen Abständen verschwindet.

Im Limit sehr großer Energien kann daher die starke Wechselwirkung aufgrund der kleinen Kopplungskonstanten durch störungstheoretische Ansätze analog der QED behandelt werden. Im Partonmodell wird im Limit hoher Impulse ein Hadron als ein Jet von Partonen angesehen, die sich den Gesamtimpuls des Hadrons teilen. In dieser Hochimpulsapproximation können dann physikalische Prozesse mit freien Partonen, die gegenseitig streuen, berechnet und aufsummiert werden. Die theoretischen Berechnungen stimmen dann gut mit den experimentellen Daten überein. In der Praxis zeigt sich jedoch, daß das Partonmodell nicht ausreichend ist. Vergleicht man z.B.

das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte der Elektron-Positron-Vernichtung in Hadronen gegenüber dem der Vernichtung in Myonen,

$$R = \frac{\sigma\,(e^+e^- \to \text{Hadronen})}{\sigma\,(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = 3\sum_f Q_f^2 \tag{2.24}$$

so liegen die experimentellen Daten allesamt über den erwarteten Werten von

$$R(u,d) = 5/3 \tag{2.25}$$
$$R(u,d,s) = 2 \tag{2.26}$$
$$R(u,d,s,c) = 10/3 \tag{2.27}$$
$$R(u,d,s,c,b) = 11/3 \tag{2.28}$$

Dies umso mehr je geringer die Energie ist. Erst nach weiteren Korrekturen höherer Ordnung in der Störungsreihe durch

$$R = 3\sum_f Q_f^2 \left(1 + \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right) + (1.98 - 0.115f)\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 + \ldots\right) \tag{2.29}$$

wobei über alle energetisch verfügbaren Quarkflavor f summiert wird, findet man Übereinstimmung [6].
Phänomenologische Beschreibungen der starken Wechselwirkung stützen sich häufig auf die beobachteten Termschemen des Charmonium ($c\bar{c}$) (Abbildung 2.2) und des Bottomium ($b\bar{b}$) (Abbildung 2.3). Diese zeigen sehr weitgehende strukturelle Gleichheit mit dem Spektrum des Positroniums auf. Dieses System aus Elektron und Positron wird durch eine Coulombwechselwirkung, die durch die Photonen vermittelt wird, in der QED sehr präzise beschrieben. Daher geht man in Potentialansätzen zur Beschreibung der starken Wechselwirkung von coulombartigen Farbwechselwirkungstermen $\sim 1/r$ mit einer Erweiterung um einen linearen Term $\sim r$ zur Beschreibung des Confinement aus

$$V_{q\bar{q}}(r) = V_0 - \frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + br \tag{2.30}$$

Hierbei ist b (*string tension*) numerisch zu b=0.9 GeV/fm bestimmt. Die Konstante $V_0 \approx -0.8$ GeV beschreibt im wesentlichen die effektive Massenzunahme der Konstituentenquarks durch ihre Selbstenergie. Sie wird durch virtuelle Quark-Antiquarkpaare oder Gluonenwolken hervorgerufen. Hierdurch kann sich die Quarkmasse der leichten *up*- und *down*-Quarks auf ≈300 MeV erhöhen. Das *strange*-Quark erreicht hierdurch eine Masse von ≈500 MeV. Nur in sehr hochenergetischen Prozessen werden die Quarks innerhalb ihrer Wolke vermessen, da dann kleinere Abstände aufgelöst werden. In diesen Bereichen trägt die Selbstenergie nicht mehr wesentlich bei und entspricht Korrekturen höherer Ordnungen in den Störungsreihen. Unter Hinzunahme von Spin-Bahn- und Spin-Spin-Kopplungen als

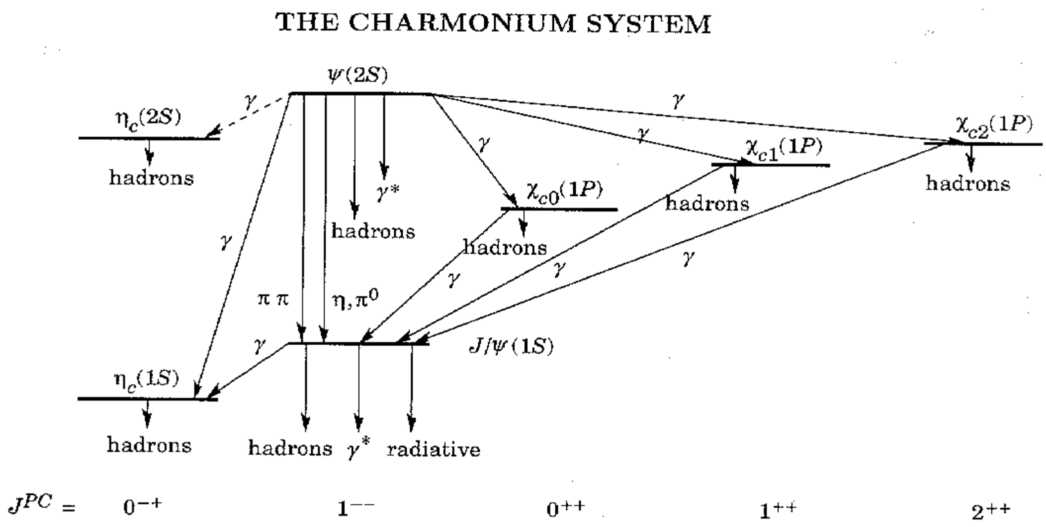

Abbildung 2.2: *Das Spektrum des Charmoniums [9]*

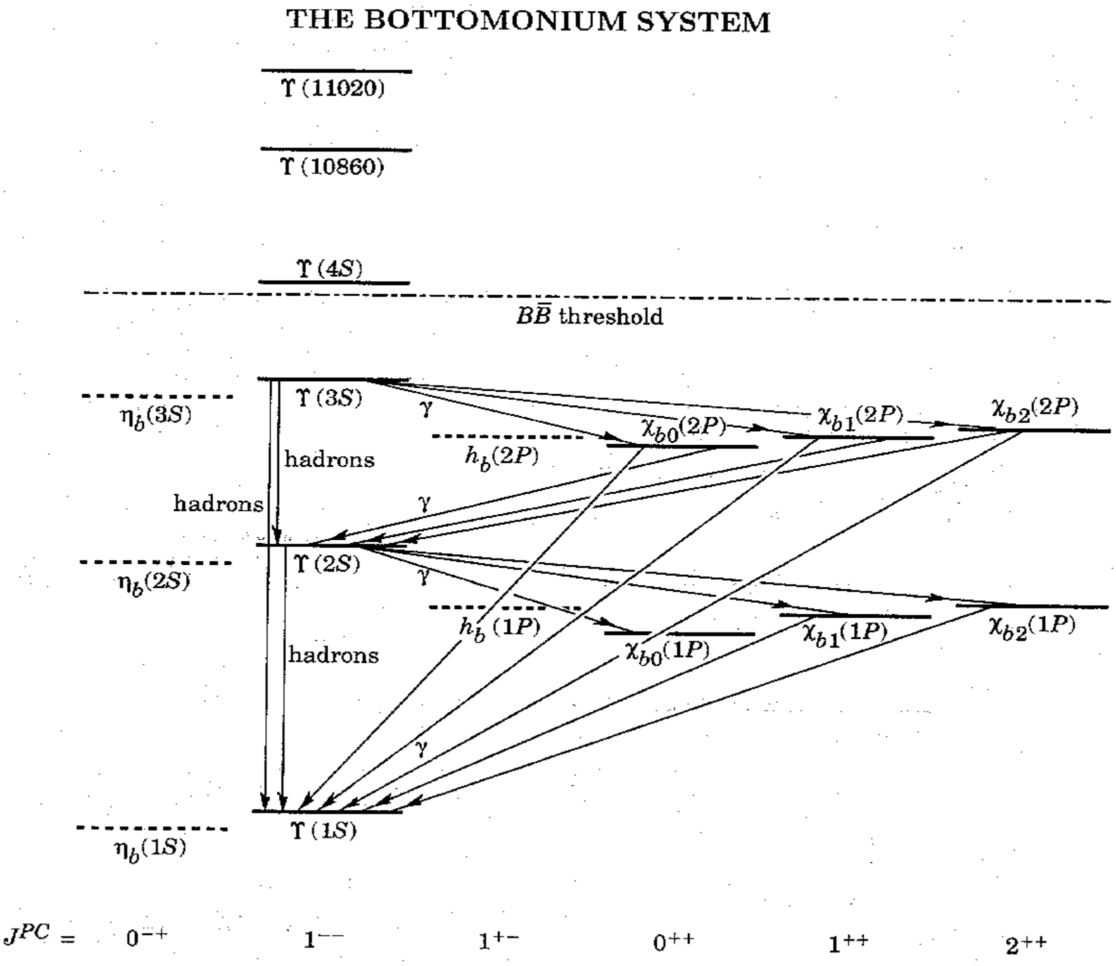

Abbildung 2.3: *Das Spektrum des Bottomiums [9]*

Wechselwirkungsterme können dann die experimentellen Spektren schwerer Quarkonia recht genau beschrieben werden [10]. In Bereichen leichter Quarkonia überwiegen die Spin-Spin- und Spin-Bahneffekte; die Farbcoulombwechselwirkung bestimmt nur noch untergeordnet die Form der Termschemen. Godfrey und Isgur [11] konnten den Potentialansatz dahingehend erweitern und führten ebenfalls noch ein konstantes Confinementpotential ein. Hierdurch werden die leichten Quarkoniaspektra bezüglich ihrer Massen mit Ausnahme der skalaren Mesonen mit Genauigkeiten von $10 - 20$ MeV beschrieben. Eine weitgehende Zusammenfassung erfolgt in [12]. Die ebenfalls durch die QCD vorhergesagten exotischen Zustände mit weiteren Quarks oder Gluonen werden jedoch nicht durch die Potentialansätze beschrieben. Diese Lücke greift das bereits in den siebziger Jahren am M.I.T. entwickelte Bag-Modell auf, indem es alle Konstituenten eines Hadrons wie Quarks, Antiquarks und Gluonen in eine undurchdringbare Hülle (Bag) mit Radius R einschließt, was dem Confinement entspricht [13]. Die Konstituenten innerhalb des Hadrons, Bosonen und Fermionen, wechselwirken nur sehr schwach untereinander, außer an den Hüllenwänden, wodurch die asymptotische Freiheit beschrieben wird. Unter den Randbedingungen, daß der Erwartungswert der Quarkfelder auf der Oberfläche des Bags ($\bar{\Psi}\Psi = 0|_{r=R}$) und der Quarkfluß durch die Oberfläche ($n_\mu \gamma^\mu \Psi = 0|_{r=R}$) verschwinden, werden die Bewegungsgleichungen dann durch ein klassisches Variationsprinzip abgeleitet. Der einzige freie Parameter in dieser Theorie ist eine positive Potentialenergie pro Einheitsvolumen bei verschwindenden Konstituentenmassen, $B = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial r}\bar{\Psi}\Psi \approx 1$ GeV/fm^3. Jedoch waren Bag-Modelle in ihren quantitativen Vorhersagen nicht sehr erfolgreich.

Eine Formulierung der starken Farbwechselwirkung unter Einschluß aller Quarkflavor und Gluonen kann letztlich nur durch eine formale feldtheoretische Behandlung gewährleistet werden. Die drei Farben der Quarks und Antiquarks werden mit acht Gluonen, denen selbst eine Farbe zugeordnet wird, so gekoppelt, daß farbneutrale Objekte enstehen. Die Wirkungsdichte der Quantenchromodynamik eines einzelnen Quarkflavor verknüpft daher die Quarkfelder Ψ und die Gluonenfelder A^a_μ durch die acht Gell-Mann Matrizen der SU(3)-Gruppe $\{\lambda^a_{ij}\}$ bezüglich dreier Farbachsen im dreidimensionalen Farbraum $\{a\}$ untereinander. Da die Farbladung nicht meßbar ist, ist die Wahl der Farbachsen und damit die Orientierung des Farbraumes an verschiedenen Raum-Zeit-Punkten beliebig. Die Theorie muß demnach lokal eichinvariant formuliert werden; d.h. unter lokalen Eichtransformationen der Felder und Potentiale vermittels der konstanten Matrizen $U = I + \frac{i}{2}\epsilon_a \lambda^a$ ändert sich die Wirkungsdichte der QCD

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\Psi}_i \left(\delta_{ij} \left(i\partial\!\!\!/ - m_q \right) - g \frac{\lambda^a_{ij}}{2} A\!\!\!/^a \right) \Psi_j - \frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} \tag{2.31}$$

nicht. Der Feldstärketensor ist dabei durch die Gluonenfelder selbst definiert durch

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\nu A^a_\mu - \partial_\mu A^a_\nu + g \cdot f^a_{bc} A^b_\mu A^c_\nu \tag{2.32}$$

Hierbei sind die reellen und antisymmetrischen Größen

$$f_{abc} = \frac{1}{4i} Sp([\lambda_a, \lambda_b]\, \lambda_c) \tag{2.33}$$

die Strukturkonstanten der SU(3)-Gruppe. Die Renormierbarkeit der Theorie bezüglich der Kopplungsstärke der starken Wechselwirkung in der Lagrangedichte, $g_s = 4\pi\alpha_s$ berücksichtigt wiederum die Selbstenergie der Quarks aufgrund von Gluonenwolken und virtuellen Quark-Antiquarkpaaren.

Um auch im niederenergetischen Bereich quantitative Aussagen der QCD zu erhalten, verlagert man nun die Beschreibung vom Raum-Zeitkontinuum auf ein diskretes Gitter. Einzelne Gitterpunkte repräsentieren dann einzelne (fermionische) Quarkfelder an einem gegebenen Raum-Zeitpunkt, an dem auch die Eichtransformationen durchgeführt werden. Zwei Gitterpunkte werden durch gerichtete Wegstrecken, Kanten, verbunden, auf denen die Eichfelder definiert sind. Sie beschreiben infinitesimale Translationen entlang dieser Kanten. Aus Gitterpunkten und Kanten können dann jegliche geometrische Konfigurationen im Raum-Zeitkontinuum gebildet werden. Observable, wie die Massenspektren, sind dann Vakuumerwartungswerte, die durch die Pfadintegralmethode berechnet werden. Ihr Mittelwert aus Berechnungen zu sehr vielen verschiedenen Gitterkonfigurationen ergibt dann den Wert der Observablen auf dem Gitter. Die Genauigkeit der Vorhersagen ist jedoch stark an den Gitterabstand a zwischen zwei Punkten geknüpft, da hierdurch der maximale Impulsübertrag auf $p \leq \pi/a$ limittiert wird. Ist die Comptonwellenlänge $\lambda_C = 1/m$ des Hadrons, welches auf dem Gitter beschrieben werden soll, kleiner als der Gitterabstand a, so treten weiterhin Streueffekte bei der Propagation auf dem Gitter auf. Ebenso muß das Gitter groß genug gewählt werden, um einen möglichst großen Raum abzudecken. Moderne Computer leisten bisher Rechnungen auf Gittern von $a \approx 1/1\,GeV$ bis $a \approx 1/2.5\,GeV$, wodurch gleichzeitig der Massenbereich umgrenzt ist. Der Rechenaufwand steigt dabei erheblich mit der Zunahme der Gittergröße, was zu Beschränkungen bei der Anzahl der Gitterkonfigurationen führt.

Die neuesten und gleichzeitig präzisesten Vorhersagen zum hadronischen Spektrum erlaubt das Flux-Tube-Modell [14]. In einer Übertragung auf das QCD-Gitter sind die Quarks und Antiquarks auf Gitterpunkten lokalisiert und die Gluonen auf den Kanten definiert, wodurch ein räumlich eng eingegrenzter Farboktettfluß zwischen Quellen und Senken, den Quarks bzw. Antiquarks beschrieben wird. Der Zerfall eines Hadrons wird durch den Aufbruch des Flusses durch virtuelle ($q\bar{q}$)-Erzeugung beschrieben. Das Flux-Tube-Modell wird heute vornehmlich zur Bestimmung der Eigenschaften von Hybriden benutzt und liefert hier Abschätzungen für deren Massen und Zerfälle [15].

2.3 Experimentelle Situation

Auch nach mehr als 20 Jahren seit der Entwicklung der QCD ist das Spektrum der physikalischen Zustände der Theorie der starken Wechselwirkung noch nicht

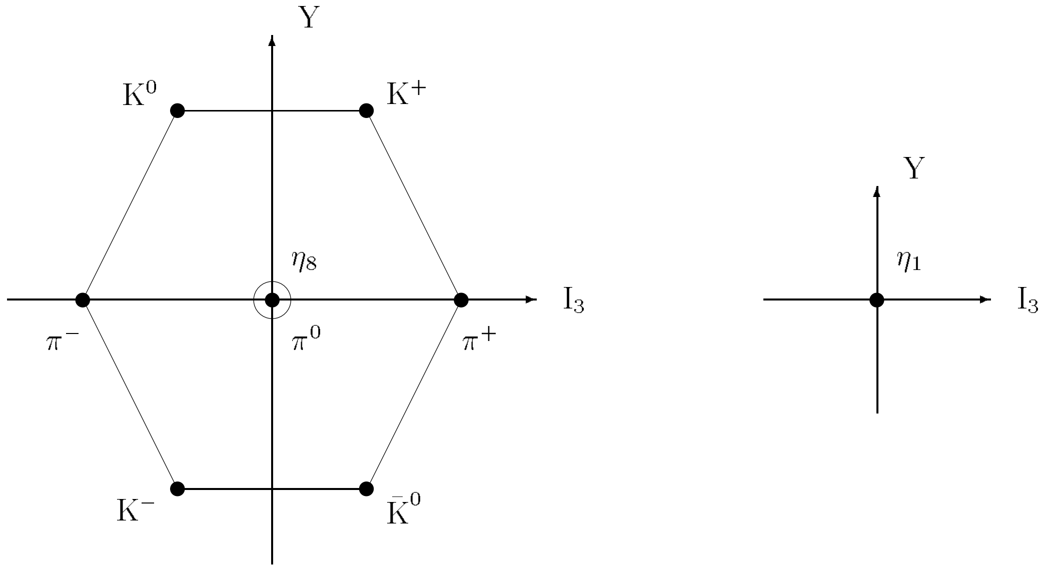

Abbildung 2.4: *Das Nonett der pseudoskalaren Mesonen*

hinreichend geklärt. Das heutige Verständnis der Hadronen und ihrer Struktur basiert vorwiegend auf dem Konstituentenquarkmodell. Die bisherige Zuordnung von Mesonen zu $(q\bar{q})$-Zuständen basiert auf dem Flavorinhalt und der Spin-Parität J^{PC} der Resonanzen. Im Fall der leichten Mesonen werden nur die drei Quarkflavour (*up*, *down*, *strange*) nebst Antiteilchen berücksichtigt. Sie werden wie die drei Farbfreiheitsgrade ebenfalls durch die SU(3)-Gruppe beschrieben und zu Nonetts gruppiert, obwohl die Symmetrie der drei Quarks durch ihre unterschiedlichen Massen gebrochen ist. Nur im Fall von *up* und *down*, die ein Isospindublett bilden, sind die Massen entartet, während *strangeness* etwas schwerer ist. Daher umfaßt ein $(q\bar{q})$-Nonett gerade auch alle Isospinkombinationen zweier Fermionen; Singuletts, Dublets und Triplets. Die Spins der Quarks und Antiquarks koppeln ebenfalls zu Singuletts und Triplets. Durch zusätzlichen relativen Bahndrehimpuls zwischen den beiden Fermionen ergeben sich somit mehrere Nonetts mit unterschiedlicher Parität.

2.3.1 Einfache Quarkonia

Die einfachsten Quarkonia sind die am längsten bekannten Mesonen. Hierzu zählen pseudoskalare, vektorielle und Tensormesonen.
Abbildung 2.4 zeigt das Nonett der pseudoskalaren Mesonen (π, η, K, η') mit $J^P=0^-$. In der Natur ist jedoch das η-Meson, welches zum Oktett gehört, nicht massenentartet mit den isovektoriellen π-Mesonen. Vielmehr liegt seine Masse im Bereich

der Kaonenmasse. Theoretisch beschreibt man diese Massenaufspaltung im Nonett durch den pseudoskalaren Mischungswinkel, der die quantenmechanische Mischung der (s$\bar{\rm s}$)-Komponente auf die Wellenfunktionen der isoskalaren η- und η'-Mesonen widergibt durch

$$\begin{pmatrix} \mid \eta \rangle \\ \mid \eta' \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{ps} & -\sin\theta_{ps} \\ \sin\theta_{ps} & \cos\theta_{ps} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mid \eta_8 \rangle \\ \mid \eta_1 \rangle \end{pmatrix} \tag{2.34}$$

Die Gell-Mann-Okubo Massenformel beschreibt diesen Winkel mit den experimentell gemessenen Massen der Mesonen sowohl in linearer Form

$$\tan^2\theta_{ps} = \frac{3M_\eta + M_\pi - 4M_K}{4M_K - 3M_{\eta'} - M_\pi} \ . \tag{2.35}$$

als auch in quadratischer Form

$$\tan^2\theta_{ps} = \frac{3M_\eta^2 + M_\pi^2 - 4M_K^2}{4M_K^2 - 3M_{\eta'}^2 - M_\pi^2} \ . \tag{2.36}$$

Nach Einsetzen der Teilchenmassen beträgt der Mischungswinkel nach der linearen Gleichung θ_{ps}=$-23°$ und nach der quadratischen Gleichung θ_{ps}=$-10°$. Durch das Crystal Barrel-Experiment wurde der Winkel zu θ_{ps}=$-17.3 \pm 1.8°$ bestimmt [16], was in besserer Übereinstimmung mit der linearen Gleichung und kompatibel mit vorherigen Messungen ist. Klassische Beispiele für weitere Nonetts sind die Vektormesonen (ρ, ω, K_1^*, ϕ) mit $\mathrm{J^P}$=1^- und die Tensormesonen (a_2, f_2, K_2^*, f_2') mit $\mathrm{J^P}$=2^+. Die Massenentartung von ρ und ω sowie a_2 und f_2 deutet darauf hin, daß diese Zustände Isospinpartner aus (u$\bar{\rm u}$)- und (d$\bar{\rm d}$)-Anteilen sind und die schwereren Teilchen ϕ und f_2' ihre jeweiligen (s$\bar{\rm s}$)-Partner darstellen. Im Fall idealer Mischung ist der Mischungswinkel θ=35.3°, was bei den Vektormesonen annähernd erfüllt ist. Nach der linearen Massenformel beträgt der Mischungswinkel $\theta_{\rm V}$=36° und nach der quadratischen Massenformel $\theta_{\rm V}$=39°. Die Tensormesonen weichen etwas mehr von der idealen Mischung ab durch $\theta_{\rm T}$=26° nach der linearen Formel und durch θ_T=28° nach der quadratischen Formel. Als ein evidenter Test im Sinne einer Unterscheidung von Quarkonia und Exotika wird die Kopplung an den ($\gamma\gamma$)-Zerfallskanal angesehen. Die Zerfallsamplitude beinhaltet die Matrixelemente zweier elektromagnetischer Vertizes

$$\mathcal{A}\left((q\bar{q})_i \to (\gamma\gamma)_f\right) \propto \langle q\bar{q}|e_q^2|0\rangle \tag{2.37}$$

Im Fall von Quarkonia wie $\mathrm{f}_2(1270)$, $\mathrm{a}_2(1320)$ und $\mathrm{f}_2'(1525)$ sollten sich die relativen Amplituden aufgrund des Quarkflavorinhalts verhalten wie

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2 : a_2 : f_2{}') = 25 : 9 : 1 \tag{2.38}$$

Dieses wird nach [9] experimentell in der Tat bestätigt durch

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2 : a_2 : f_2{}')/\mathrm{KeV} = 2.8(4) : 1.04(9) : 0.105(17) \tag{2.39}$$

2.3.2 Skalare Mesonen

Die skalaren Mesonen werfen eine sehr komplizierte Struktur auf. So liegen im Massenbereich bis 2 GeV/c^2 mehrere 0^{++}-Resonanzen vor, die nicht alle in einem Nonett untergebracht werden können. Lediglich das Kaonendublett der $K_0^*(1430)$ gilt als gesichertes Mitglied des skalaren Nonetts. Daneben existieren für die isovektoriellen Mesonen zwei potentielle Kandidaten für das Nonett, das $a_0(980)$ und das $a_0(1450)$. Ersteres liegt sehr nahe an der $(K\bar{K})$-Schwelle. Hierdurch wird die Resonanzstruktur stark verändert. Sie kann nicht durch eine singuläre Breit-Wigner-Parametrisierung beschrieben werden, vielmehr ist unbedingt eine Ankopplung an die skalare $(K\bar{K})$-Welle notwendig. $a_0(1450)$ ist im $(\pi\eta)$-, $(\pi\eta')$- und im $(K\bar{K})$-Zerfallsmode detektiert worden. Hinweise auf seine Existenz aus anderen Moden wie der für Quarkonia charakteristische $(\gamma\gamma)$-Mode oder der $(3\pi\eta)$-Mode sind bisher noch nicht bekannt. Im Bereich der isoskalaren Mesonen ist eine noch viel größere Überzahl von Resonanzen bekannt, die von der Particle Data Group als f_0(400-1200), $f_0(980)$, $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ gelistet werden [9]. Eine in der Masse etwas höher liegende Resonanz $f_J(1710)$, deren Spin jedoch bislang noch nicht eindeutig bestimmt werden konnte, wird häufig ebenfalls in die Diskussion des skalaren Nonetts mit einbezogen. Die Vielzahl der Zustände kann allerdings auch durch radiale Anregungszustände skalarer Quarkonia hervorgerufen werden. Diese werden in der Masse zwar sehr viel höherliegend vermutet, doch es ist nicht auszuschließen, daß auch sie neben den skalaren Glueballen im Spektrum der skalaren Mesonen unterhalb 2 GeV/c^2 liegen. Bislang sind verschiedene Szenarien für das Nonett der skalaren Mesonen in der Diskussion.

Eine Variante des skalaren Nonetts ist in Abbildung 2.5 dargestellt. Hierin sind $f_0/a_0(980)$ isoskalare und isovektorielle $(K\bar{K})$-Moleküle. Das Nonett setzt sich in diesem Fall aus $f_0(1370)$, $a_0(1450)$ und $K_0^*(1430)$ sowie $f_J(1710)$ zusammen. Letzterer Zustand zerfällt zu ca. 38% in den $(K\bar{K})$-Mode [9] und wird daher als $(s\bar{s})$-reich angesehen. $f_0(1500)$ ist in diesem Modell der skalare Glueball, da ihm andererseits auch keine sehr hohen $(s\bar{s})$-Anteile zugeordnet werden können [17].

Andererseits kann $f_0(980)$ teilweise sicher auch als ein Zustand mit hohem $(s\bar{s})$-Anteil interpretiert werden [18], der an eine isovektorielle $(K\bar{K})$-Wellenfunktion ankoppelt. Zieht man nun Massenentartung zwischen $a_0(1450)$ und $f_0(1500)$ in Betracht, so ergibt sich ein Bild des Nonetts wie in Abbildung 2.6. Hierin sind jedoch $f_0(1370)$ und $f_J(1710)$ nicht enthalten und treten wiederum als Glueballkandidaten auf.

In einem unitarisierten Quarkmodell nach [19] finden unter Einbezug von theoretischen Randbedingungen wie Flavorsymmetrien, der OZI-Regel, Analytizität und Unitarität auch die überzähligen Resonanzen Platz in einem Nonett. Demnach sind $f_0(980)$ und $f_0(1370)$ zwei Repräsentanten zu $(s\bar{s})$, während $a_0(980)$ und $a_0(1450)$ den Isovektoranteil aus $(u\bar{d})$ abdecken. Die Natur von $f_0(1500)$ und $f_J(1710)$ ist hierin unerklärt. Beide Mesonen können wiederum als Glueballe fungieren.

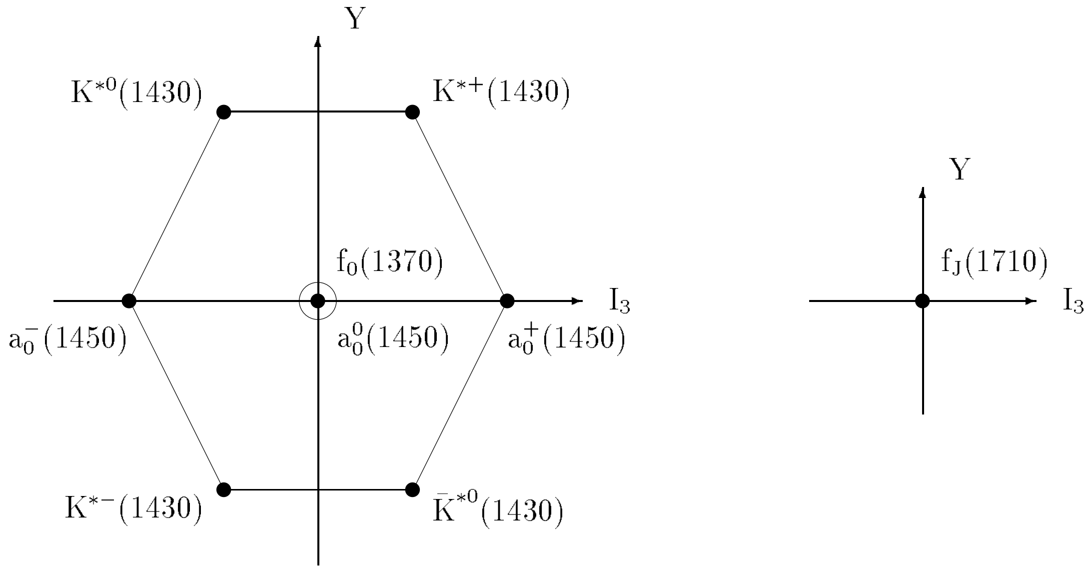

Abbildung 2.5: *Variante (1) für das Nonett der skalaren Mesonen*

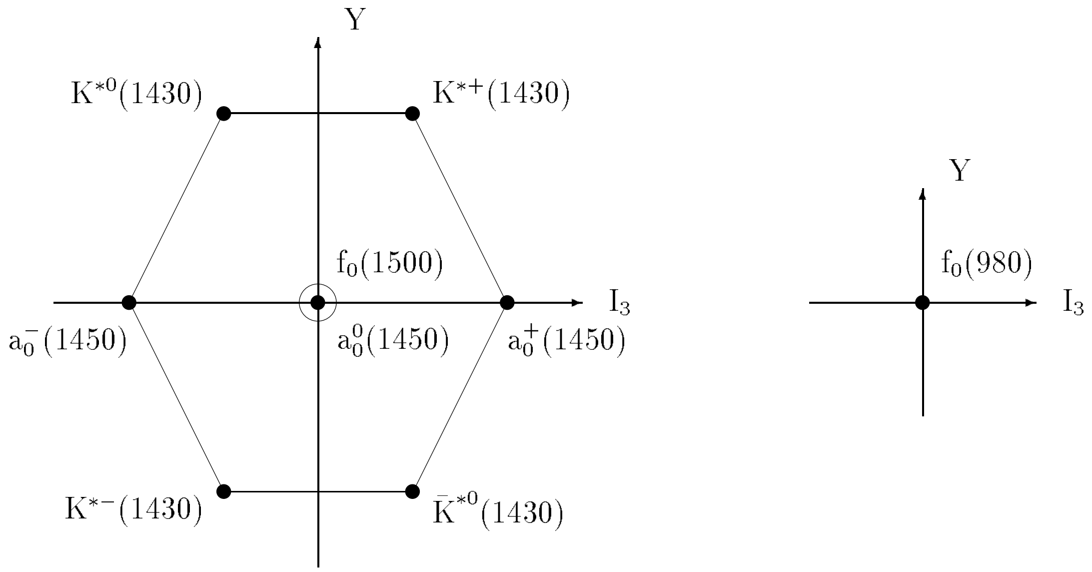

Abbildung 2.6: *Variante (2) für das Nonett der skalaren Mesonen*

Der Schlüssel zur Klärung der Frage nach den Mitgliedern des skalaren Nonetts scheint die Natur von $f_0(1370)$ zu sein. Dieses Meson kann durch sein Auftreten im 4π- und dem $\eta\eta$-Mode auch als Partner zu $f_0(1500)$ gesehen werden, was als eine Mischung aus Quarkonium und Glueball [20] verstanden wird. Hierbei ist $f_0(1370)$ mehrheitlich aus $u\bar{u}$ und $d\bar{d}$ aufgebaut und $f_0(1500)$ trägt den größeren Glueanteil davon. In diesem Modell bleibt die Frage nach dem Singulettzustand des Nonetts, der als $s\bar{s}$-reich angesehen wird, offen. Man vermutet einen skalaren Zustand bei einer Masse von etwa 1600 MeV/c^2, der dann besonders im ($K\bar{K}$)-Mode sichtbar werden sollte. Ein Kandidat für diesen Zustand ist wiederum $f_J(1710)$.
Die Klassifikation der isoskalaren Mesonen ist allgemein nicht eindeutig. Ihre Existenz ist in der Regel mit einem Auftreten in der skalaren $(\pi\pi)$-Welle verbunden. Die Streuphase dieser Welle (Abbildung 2.7a) zeigt lediglich eine ausgeprägte resonante Phasenbewegung über breitem Untergrund [21]. Ihre Elastizität ist nur ungenau bekannt (Abbildung 2.7b), was durch die großen Fehlerbalken angezeigt wird. So ist es durchaus möglich, $f_0(400\text{-}1200)$ nicht als reine s-Kanalresonanz zu interpretieren, sondern als einen Effekt der $(\pi\pi)$-Streuung durch intermediären Vektor-Austausch im t-Kanal. Der langsame Phasenanstieg der $(\pi\pi)$-Streuphase in Abbildung 2.7a) wird dabei durch ρ- und ρ'-Austausch beschrieben. Der Beitrag aus ρ-Austausch alleine ist ebenso darunterliegend miteingezeichnet. Speziell bei höheren Massen flacht dieser Beitrag deutlich ab. Hier trägt dann ρ'-Austausch wesentlich mehr bei. An der $K\bar{K}$-Schwelle befindet sich $f_0(980)$und oberhalb 1 GeV/c^2 tragen dann noch $f_0(1370)$ und/oder $f_0(1500)$ zur Phasenbewegung bei.

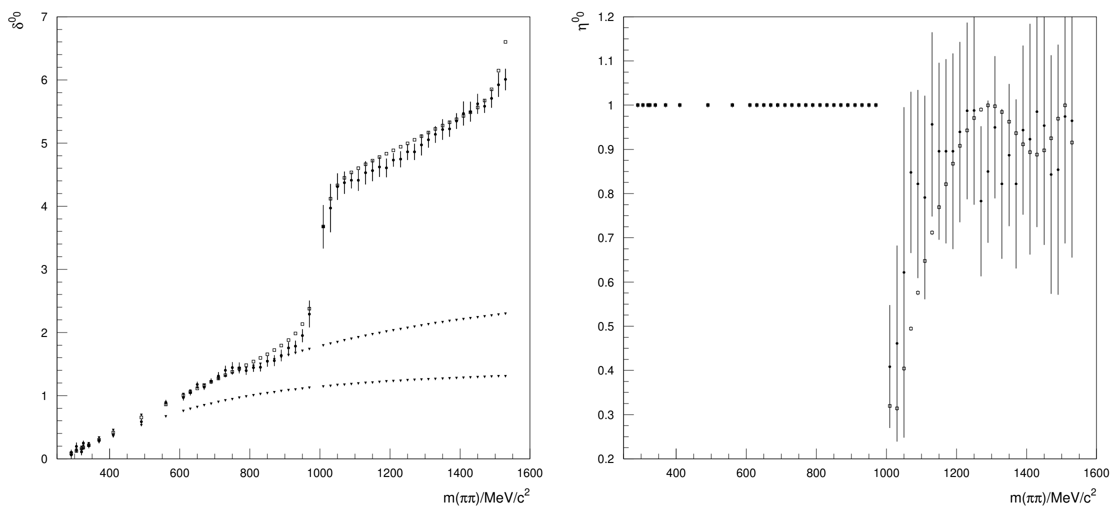

Abbildung 2.7: *Die $(\pi\pi)$-Streuphase (a, links) und Elastizität (b, rechts). (•) gibt die Daten in einer Beschreibung durch s- und t-Kanal $(\pi\pi)$-Streuungen (□) wider.*

2.3.3 Glueballe

Glueballe oder Gluonia sind Bindungszustände von mindestens zwei Gluonen, die Farbsinguletts bilden und keine Flavorsymmetrien aufzeigen. Daher tragen sie auch keine Isospinfreiheitsgrade oder elektrische Ladungen. Sie bilden vermutlich Anregungen des QCD-Vakuums in Form von Schwingungsmoden zweier oder mehrerer gekoppelter Gluonen. Zwei masselose Gluonen können darüberhinaus, wie reelle Photonen auch, keine Vektorzustände formieren. Hierfür sind mindestens drei Gluonen erforderlich. Ziel der theoretischen Beschreibung wie der experimentellen Untersuchung sind die Bestimmung der Massen, Lebensdauern und partiellen Breiten der Gluonia. Die zuvor kurz umschriebenen theoretischen Modelle machen hierzu aus unterschiedlichen Zugängen mehrheitlich nur relative Aussagen. So erwartet man, daß der skalare Glueball deutlich leichter ist, als der tensorielle Glueball. Der pseudoskalare Glueball soll jedoch in seiner Masse zwischen beiden liegen mit

$$m_{0^{++}} < m_{0^{-+}} \leq m_{2^{++}} \tag{2.40}$$

Übereinstimmung in den Vorhersagen besteht weiterhin in der relativen Skala der Massen. So soll der Tensorglueball etwa 1.5-mal schwerer sein als der skalare Glueball

$$m_{2^{++}}/m_{0^{++}} = 1.5(1) \tag{2.41}$$

Der pseudoskalare Glueball wird relativ dazu bei

$$m_{0^{-+}}/m_{2^{++}} = 1.0(1) \tag{2.42}$$

erwartet [23, 24]. Glueballs sollten allgemein besonders stark in gluonenreichen Prozessen auftauchen, wie zentraler Produktion, der Nukleon-Antinukleonannihilation oder radiativen J/Ψ-Zerfällen. In Zwei-Photonreaktionen mit vorzugsweiser Produktion von Quarkonia sollten sie unterdrückt sein. Wichtige Kanäle zur Glueballidentifikation sind die Zerfälle in zwei oder drei pseudoskalare Mesonen oder Vektormesonen je nach Spin-Parität. $\xi(2230)$ wird als ein Kandidat für den tensorielle Glueball angesehen, da seine Masse gerade etwa das 1.5-fache der Masse von $f_0(1500)$ beträgt. Seine Existenz konnte bisher jedoch noch nicht sicher nachgewiesen werden [25]. Der pseudoskalare Glueball zerfällt mehrheitlich in den $\pi\pi\eta$-Mode und den $K\bar{K}\pi$-Mode, da diese Moden die einfachsten isoskalaren pseudoskalaren Kombinationen darstellen. Im letzteren Mode wurde erstmals in Europa ein Zustand mit $J^{PC}=0^{-+}$ bei einer Masse von 1420 MeV/c^2 entdeckt, der daher als E-Meson bezeichnet wurde [26]. Daneben werden weitere als $\eta(1295)$, $\eta(1400)$ und $\eta(1490)$ bekannte Teilchen als experimentell gesichert angesehen [27, 28, 29]. Diese Vielzahl von Zuständen erschwert die Identifikation des Glueballs, so daß bis dato noch keine eindeutige Zuordnung erfolgen konnte. Ebenso ist der Massenbereich von etwa 1400 MeV/c^2 verhältnismäßig niedrig im Vergleich zu obigem Kandidaten des Tensorglueballs. Aus direkten QCD-Ableitungen, wie QCD-Summenregeln [30, 31] oder aus Berechnungen zur QCD auf dem Gitter [15, 38] gibt es derzeit Massenvorhersagen für den skalaren Glueball. Demnach gibt es zwei von theoretischer Seite eingegrenzte experimentelle Kandidaten des skalaren Glueballs, $f_0(1500)$ und $f_J(1710)$. Die erwartete typische hadronische Breite für den Zerfall des skalaren Glueballs in zwei pseudoskalare Mesonen erschwert seine Identifikation gegenüber Quarkonia. Ebenso trägt er auch keine exotischen von $^3P_0$-Mesonen abweichende Quantenzahlen. Da die Kopplung von Gluonen an jedweder Quarkflavor als gleich groß angesehen wird, bietet sich der Weg über Verzweigungsverhältnisse zu seiner Identifikation an. Hieraus leitet man Kopplungen an die Zwei-Meson-Endzustände über dem Phasenraum gemäß der möglichen Kombinatorik ab

$$\Gamma(G \to \pi\pi : K\bar{K} : \eta\eta : \eta\eta' : \eta'\eta') = 3 : 4 : 1 : 0 : 1 \tag{2.43}$$

Im Fall des $f_0(1500)$ ist die Zuordnung weder zu einem $(q\bar{q})$-Zustand noch zu einem reinen Glueball einfach, da seine hadronische Breite recht schmal ist und das Zerfallsmuster im Zweimesonkanal inkonsistent mit flavorsymmetrischem Verhalten ist. Experimentell findet man [32, 33, 34, 17, 35]

$$\Gamma\left(f_0 \to \pi\pi : K\bar{K} : \eta\eta : \eta\eta' : 4\pi\right) = 3 : 0.57(24) : 0.70(27) : 1.00(46) : 11(3) \tag{2.44}$$

Nach [20] ergibt sich hierbei durch Mischung des skalaren Glueballs und eines großen $(q\bar{q})$-Anteils das Auftreten des $\eta\eta'$-Zefallskanals, der eigentlich verboten ist, da beide Mesonen durch zueinander orthogonale Wellenfunktionen beschrieben werden. Der $(K\bar{K})$-Mode wird dadurch gleichzeitig unterdrückt. Als skalares Meson ist $f_J(1710)$ ein wesentlich besserer Kandidat für den skalaren Glueball. Seine partielle Breite der $\gamma\gamma$-Fusion ist im Vergleich zu erwarteten Breiten für Quarkonia von einigen KeV vernachlässigbar. Daneben wird dieser Zustand vorwiegend im gluonenreichen Prozeß des radiativen J/Ψ-Zerfalls in den Moden $\pi\pi$, $\eta\eta$, $K\bar{K}$ und 4π detektiert. Beide Fakten deuten auf nicht-$q\bar{q}$-Charakter des Teilchens hin. In [36] wird neben den beiden Zuständen $f_0(1500)$ und $f_0(1710)$ ebenfalls noch ein dritter Zustand $f_0(2100)$ mit vergleichbaren Eigenschaften ermittelt. Alle drei skalaren Resonanzen werden etwa gleich stark im radiativen J/Ψ-Zerfall produziert. Die Zerfallsstärken im hadronischen J/Ψ-Zerfall in die beiden Moden $\omega f_J(1710)$ ($4.8 \pm 1.1 \times 10^{-4}$ [9]) und $\Phi f_J(1710)$ ($3.6 \pm 0.6 \times 10^{-4}$ [9]) manifestieren, daß *nichtstrange*- und *strange*-Anteile in der Wellenfunktion gleichermaßen von Bedeutung sind, wodurch dieses Meson weder eindeutig als $(u\bar{u},d\bar{d})$- noch als $(s\bar{s})$-Zustand ausgewiesen werden kann. Nach den letzten QCD-Gitter-Eichrechnungen [38] ist dieser Zustand gerade der skalare Glueball.

2.3.4 Hybride

Hybridzustände werden als Resonanzen mit dominanter Valenzbasis aus einem Farboktett $(q\bar{q})$-Anteil in Kombination mit gluonischen Anregungen angesehen, so daß sie mit ($q\bar{q}g$)-Wellenfunktionen beschrieben werden können. Sie überspannen komplette Flavornonetts, so daß im Prinzip alle Quantenzahlen J^P erlaubt sind. Daneben können Hybridzustände für ($q\bar{q}$)-Mesonen verbotene Quantenzahlen tragen, womit sie leichter detektierbar sein sollten. Hybride wurden erstmals im Rahmen des Bag-Modells diskutiert, in dem das farbelektromagnetische Feld im Innern des Bags analog der klassischen Elektrodynamik nach transversal elektrischen (TE) und transversal magnetischen (TM) Moden der Gluonen zerlegt wird [37]. Der tiefste TE-Gluonmode wird als ein Zustand mit $J^{PC}=1^{+-}$ angesehen, während der tiefste TM-Gluonmode durch $J^{PC}=1^{--}$ charakterisiert ist. Die tiefst liegenden ($q\bar{q}g$)-Multipletts tragen daher Quantenzahlen nach Tabelle 2.2.

	$J^{PC}_{(q\bar{q})}=0^{-+}$	$J^{PC}_{(q\bar{q})}=1^{--}$
$J^{PC}(g)=1^{+-}$	1^{--}	0^{-+}, 1^{-+}, 2^{-+}
$J^{PC}(g)=1^{--}$	1^{+-}	0^{++}, 1^{++}, 2^{++}

Tabelle 2.2: *Quantenzahlen der tiefliegenden Hybridmultipletts*

Seit Mitte der 80′er Jahre wurden bereits Modellrechnungen zu Hybridmassenskalen durchgeführt, die ursprünglich auf dem Flux-Tube-Modell beruhten [39]. Zwischenzeitlich ist eine Vielzahl konkurrierender Modelle hinzugekommen, so daß die Massenvorhersagen für die leichtesten Hybride, die die Quarkflavor (*up*, *down*, *strange*) berücksichtigen, sehr differieren. Für den 1^{-+}-Hybrid werden z.B. in den unterschiedlichen Modellen Massen von $(1.3-1.8)$ GeV/c^2 (*MIT-Bag model*), $(1.8-2.0)$ GeV/c^2 (*flux tube model*), 1.3 GeV/c^2 [40] und $2.1-2.5)$ GeV/c^2 (beide *QCD sum rules*) und 2.1 GeV/c^2 (*constituent glue model* vorhergesagt [8]. Sehr viel schwerere Hybride des Charmonium- ($c\bar{c}g$) oder Bottomium ($b\bar{b}g$) werden bei Massen von $(4.1-4.2)$ GeV/c^2 bzw. 10.8 GeV/c^2 (*Lattice QCD*) vormutet [15]. Neben den Massenskalen gibt es auch Vorhersagen zu den Zerfallsmechanismen. Demzufolge soll das Valenzgluon des Hybrids an ein ($q\bar{q}$)-Farboktettmitglied koppeln, welches den Spin des Gluons übernimmt. Die beiden nun vorliegenden ($q\bar{q}$)-Systeme werden dann durch Gluonaustausch farbneutralisiert. Stattdessen ist auch eine direkte Kopplung an Farbsingulettzustände denkbar. Aus dem Zerfall entstehen dann preferentiell je ein ($q\bar{q}$)-Meson mit relativem Drehimpuls L=0 und L=1 zwischen beiden Quarks. Diese trennen sich dann in relativer S-Welle. Hieraus resultieren für hochmassige Hybride mögliche Zerfallsmoden wie πf_1, πb_1, πa_1 oder πa_2. Solche Hybride haben wahrscheinlich sehr große Breiten und sind somit schwer zu detektieren. Ebenso sind die Endzustände oft nur sehr schwer zu preparieren, weshalb die Evidenz von Hybriden bisher noch nicht manifest ist. Bei geringen Massen ist der Phasenraum zur Bildung von Vektormesonen so stark eingeschränkt, daß vorzugsweise zwei S-Wellenmesonen in relativer P-Welle emittiert werden. Hierbei gestaltet sich der Nachweis der resonanten Struktur als problematisch, da die P-Welle klar von den anderen vielzähligen Wellen bei kleinen Massen separiert werden muß.

Hinweise auf die Evidenz für einen Hybriden liegen bisher nur für einen leichten 1^{-+}-Zustand in seinem $\pi\eta$-Zerfallsmode vor [41]. Dieser wird in Ladungsaustauschreaktionen wie $\pi^- p \rightarrow \eta\pi^0 n$ durch eine asymmetrische Winkelverteilung im $\eta\pi$-System nachgewiesen. Dies deutet auf Interferenzen zwischen geraden und ungeraden Partialwellen hin. Die Existenz wurde zwischenzeitlich mehrmals bezweifelt, doch konnte auch am KEK experimentelle Evidenz gezeigt werden [42]. Neuere Resultate [43] weisen auf diesen Zustand bei einer Masse in der Nähe des $a_2(1320)$ hin, doch sind noch detailiertere Studien notwendig, um Interferenzen zwischen der dominierenden $(\eta\pi)_D$-Welle und der viel schwächeren $(\eta\pi)_P$-Welle klar aufzulösen und die Evidenz zu zeigen. In einer bisherigen Studie des $\pi\pi\eta$-Systems aus der Proton-Antiproton-Annihilation konnte jedoch noch keine resonante Welle mit exotischen Quantenzahlen identifiziert werden [44]. Es ist jedoch nicht auszuschließen, daß die Phasenbewegung der $(\eta\pi)_P$-Welle oberhalb von 1320 MeV durch die bereits bekannte skalare Resonanz $a_0(1450)$ sowie eine weitere tensorielle Welle des $a_2(1650)$ überdeckt ist. Die gekoppelte Analyse von Datensätzen der Protoniumannihilation in LH_2 und in GH_2 kann hierbei genau diese Mehrdeutigkeiten auflösen und skalare und tensorielle Wellen soweit festlegen, daß Beiträge aus $(\eta\pi)_P$-Welle deutlicher hervortreten. Daneben wird $\rho(1450)$ als ein weiterer Kandidat eines 1^{--}-Hybriden angesehen. In diesem Fall soll nach den Vorhersagen des Flux-Tubemodells [45] dessen partielle $(\pi\pi)$-Breite sehr klein sein und es sollte dominant in den (πa_1)-Mode zerfallen. Experimentell wird dieses Verhalten jedoch nicht bestätigt. Vielmehr konnte $\rho(1450)$ in dem $(\pi^-\pi^0)$-Mode nachgewiesen werden [46] und scheint bevorzugt nach $\rho(\pi\pi)_S$ zu zerfallen [47], was diesen Zustand als radiale Anregung des ρ-Mesons ausweist.

2.3.5 Moleküle

Bindungssysteme aus zwei oder mehreren Hadronen werden als Moleküle bezeichnet. Auf die Baryonen mit drei Quarks folgen als nächste Farbsingulettsysteme Zustände aus zwei Quarks und zwei Antiquarks. Darunter $(q^2\bar{q}^2)$ als Baryonia und $(q\bar{q})$-$(q\bar{q})$ als Moleküle bekannt. Ein aus Baryon und Antibaryon gebildetes System, wie z.B. $(\bar{p}p)$, sollte leicht durch Abkopplung eines gewöhnlichen $(q\bar{q})$-Mesons ein Baryonium oder ein Molekül produzieren können. Hierbei sind resonante Strukturen mehrheitlich ausgeschlossen, da kontinuierliche Deformation eines solchen Zustandes in zwei separierte Mesonen energetisch immer bevorzugt ist [48].
Im skalaren Bereich werden $f_0/a_0(980)$ als Kandidaten für $K\bar{K}$-Moleküle angesehen. Ihre Masse liegt unterhalb der Schwelle, wodurch ihre schmale Breite bedingt wird. Die physikalischen Zustände scheinen jedoch keine reinen $K\bar{K}$-Moleküle zu sein, da zusätzliche Kopplungen an andere Kanäle substantielle Beiträge zur Wellenfunktion liefern. Dies wird schon durch das Verhältnis $(f_0 \rightarrow K\bar{K}/f_0 \rightarrow \pi\pi) \sim 1/4$ deutlich. Die Kopplung an den $(\gamma\gamma)$-Zerfallskanal ist hierbei ein wesentliches Indiz für den eigentlichen Charakter. Experimentell [49] wurden diese partiellen Breiten beider Zustände in den Reaktionen $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ und $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ gemeinsam bestimmt zu $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0) = 0.42(06)$KeV und $\Gamma_{\eta\pi}(a_0) \times \Gamma_{\gamma\gamma}(a_0)/\Gamma_{tot} = 0.28(10)$KeV be-

stimmt. Die Particle Data Group referiert hierfür die Werte $\Gamma_{\gamma\gamma}(\mathrm{f_0}) = 0.56(11)$KeV sowie $\Gamma_{\eta\pi}(\mathrm{a_0}) \times \Gamma_{\gamma\gamma}(\mathrm{a_0})/\Gamma_{tot} = 0.24^{+0.08}_{-0.07}$KeV. Unter der Annahme, daß der $(\eta\pi)$-Mode der dominante Zerfallsmode des $\mathrm{a_0}(980)$ ist, kann aus dem Verhältnis dieser Werte auf den Quarkinhalt der Mesonen geschlossen werden. So ist

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(980)) : \Gamma_{\gamma\gamma}(a_0(980)) = 2.3^{+0.90}_{-0.82} \tag{2.45}$$

Dies entspricht der einfachen Überlegung

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(980)) : \Gamma_{\gamma\gamma}(a_0(980)) = 25 : 9 = 2.78 \tag{2.46}$$

wenn man annimmt, daß beide Mesonen nur aus $\mathrm{u\bar{u}}$ und $\mathrm{d\bar{d}}$ bestehen. Nach Quarkmodellrechnungen [50] erwartet man für gewöhnliche Quarkonia $\Gamma(0^{++} \to \gamma\gamma) \sim$ 3KeV. Dies zeigt wiederum die schwierige Situation bei der Klassifizierung von $\mathrm{f_0/a_0}(980)$.
Ein weiterer Kandidat für ein Molekül ist $\mathrm{f_1}(1420)$, welches oberhalb der $\mathrm{K^*\bar{K}}$-Schwelle von 1390 MeV liegt. Es wurde in zentraler Produktion im $\mathrm{K\bar{K}}\pi$-System gefunden. Der dominante Zerfall verläuft in quasi S-Welle nach $\mathrm{K^*(892)\bar{K}}$ [51]. Kein anderer Mode, wie $\eta\pi\pi$ oder 4π trägt signifikant zum Zerfall bei. In der $(\gamma\gamma)$-Fusion bei der Elektron-Positronstreuung wird $\mathrm{f_1}(1420)$ nicht beobachtet, da für reelle Photonen die Bildung von Spin-1 Zuständen verboten ist. Wohl aber wird ein Signal bei 1420 MeV beobachtet, wenn nur eines der ausgehenden Leptonen detektiert wird und das zweite Lepton durch Transversalimpulsübertrag nicht auf seiner Massenschale liegt, also *off-shell* ist. Ebenso ist auch im radiativen Zerfall $1^{++} \to \gamma\Phi$, der ein exzellenter Nachweis einer $(\mathrm{s\bar{s}})$-Komponente ist, kein Signal bei 1420 MeV sichtbar. Lediglich $\mathrm{f_1}(1285)$ taucht hier auf. Somit scheidet $\mathrm{f_1}(1420)$ als $(\mathrm{s\bar{s}})$-Zustand des 1^+-Nonetts aus, was den Molekülcharakter unterstreicht. Zusammenfassend lassen sich einige Charakteristika für Moleküle angeben:

- Sie können die Quantenzahlen und Flavorkomponenten gewöhnlicher Quarkonia tragen.
- Ihre Bindungsenergien betragen $10 - 100$ MeV.
- Moleküle koppeln stark an die Konstituentenkanäle.
- Sie weisen anomale elektromagnetische Kopplungen im Vergleich zu Quarkonia auf.

Kapitel 3

Das Crystal Barrel Experiment am LEAR

Mit dem Antiprotonen Speicherring LEAR[1] des Europäischen Kernforschungszentrums CERN[2] steht eine kontaminationsfreie Antiprotonenquelle zur Verfügung, die sich durch hohe Emittanz und sehr kleine Impulsunschärfe auszeichnet. Zur Erzeugung eines so beschaffenen Antiprotonenstrahls werden zunächst Protonen in einem Linearbeschleuniger (LINAC)[3] vorbeschleunigt, bevor sie über einen Booster in das Proton-Synchroton (PS) des CERN geleitet werden. Hier werden sie auf Impulse von 26 GeV/c beschleunigt, um dann als Pakete von mehreren 10^{13} Teilchen auf ein Wolframtarget gelenkt zu werden. Die durch Paarbildung entstehenden Antiprotonen werden durch Strahlführungen selektiert und im Antiprotonen Akkumulator (AA) gespeichert. Hierzu verwendet man die Methode des stochastischen Kühlens, die von S. van der Meer am CERN entwickelt wurde. Es werden sowohl die transversale als auch die longitudinale Komponente des Strahles gekühlt. Pro Stunde können so mehrere 10^9 Antiprotonen wiederum in das PS extrahiert werden, wo sie auf Impulse von 609 MeV/c gebremst werden. Hiernach erfolgt der Einschuß in den LEAR. Dort werden die Antiprotonen erneut gekühlt und auf Impulse zwischen 105 MeV/c bis 1940 MeV/c beschleunigt oder abgebremst. Anschließend werden die Antiprotonen während einer Stunde langsam extrahiert. Stochastische Kühlung und Elektronenkühlung führen hierbei zum bisher besten $\bar{p}$-Strahl in diesem Energiebereich. Die horizontale Emittanz liegt bei 2π mm mrad bei einer Impulsunschärfe von $\delta p/p = 5 \cdot 10^{-4}$ für einen kontinuierlichen Strahl aus bis zu 10^6 Antiprotonen je Sekunde. Der gesamte Antiprotonenkomplex und der Antiprotonenspeicherring sind in Figur 3.1 und Figur 3.2 abgebildet. Das Crystal Barrel Experiment am LEAR steht nun in einer Reihe von Versuchen, die Nukleon-Antinukleonannihilation zu untersuchen. Erste Blasenkammerexperimente fanden schon vor über 30 Jahren in Berkeley statt. Weitere Experimente in Brookhaven und am CERN folgten, die die

[1] **L**ow **E**nergy **A**ntiproton **R**ing
[2] **C**onseil **E**uropéenne pour la **R**echerche **N**ucléaire
[3] **LIN**ear **AC**celerator

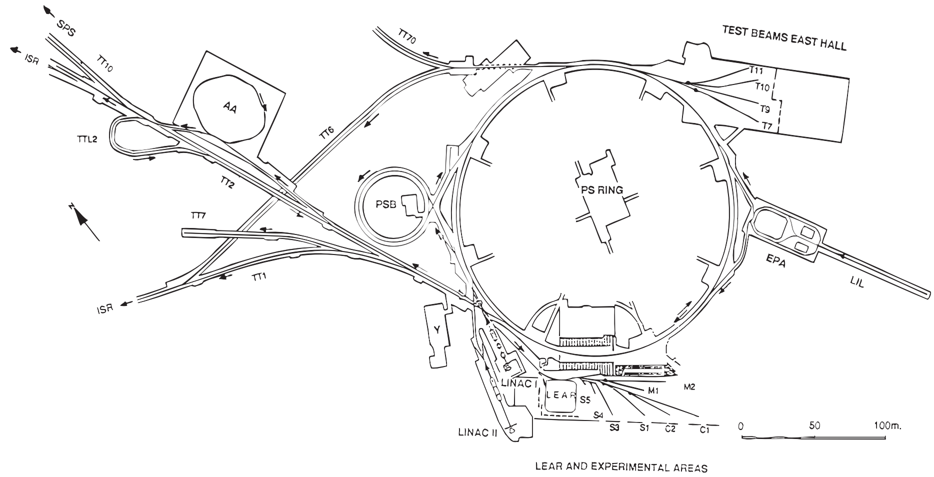

Abbildung 3.1: *Der CERN Antiprotonen-Komplex*

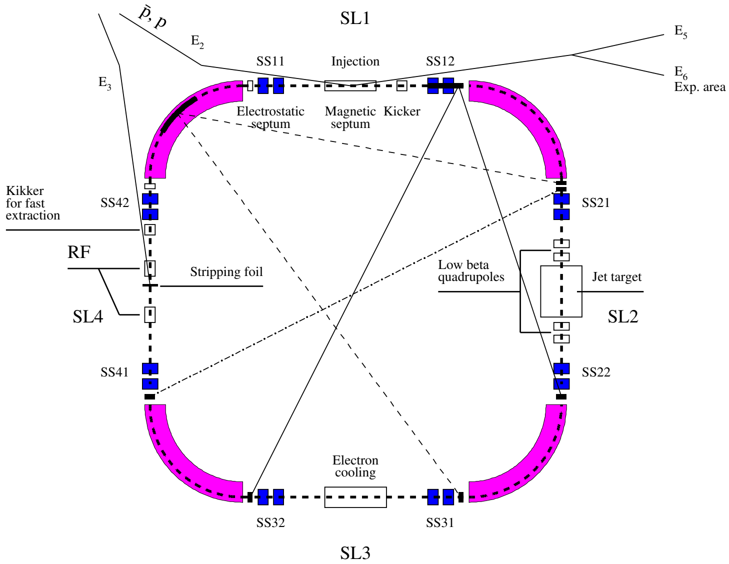

Abbildung 3.2: *Der Low Energy Antiproton Ring (LEAR)*

Rekonstruktion geladener Annihilationsprodukte bei hohem Auflösungsvermögen erlaubten. Der Bau des LEAR, der 1983 in Betrieb genommen wurde, und der Einsatz moderner computergestützter Detektoren ermöglichen weitere Einblicke in die starke Wechselwirkung zwischen Nukleonen und Antinukleonen. Während früher vorwiegend die Detektion zumeist geladener Teilchen im Vordergrund stand, werden mit Crystal Barrel speziell neutrale Teilchen und seltene Kanäle bei hohem Auflösungsvermögen untersucht. Zerfallskanäle mit geladenen Teilchen werden allerdings ebenso berücksichtigt.

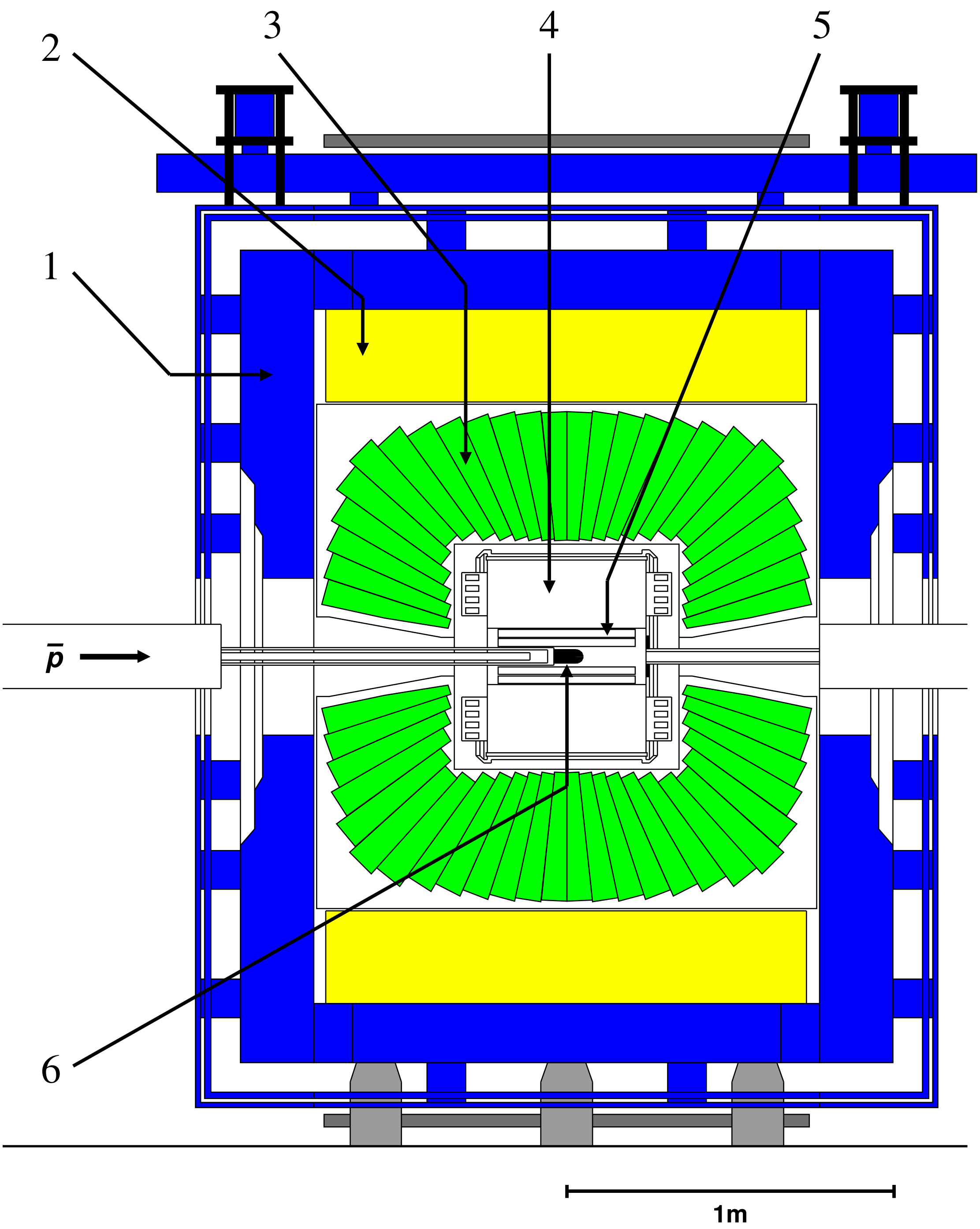

Abbildung 3.3: *Der Crystal Barrel-Detektor:*
1: *Eisenjoch*, **2**: *Magnetspule*, **3**: *CsI(Tl)-Kalorimeter*, **4**: *Jetdriftkammer*, **5**: *Proportionaldrahtkammer*, **6**: *Target.*

3.1 Der Detektor

Ein Detektorsystem zur Untersuchung der $\bar{p}p$-Annihilation sollte konzeptionell folgende Merkmale aufweisen

- gute Detektierbarkeit geladener und neutraler Endzustände
- hohe Orts- und Impulsauflösung geladener Teilchen wie $\pi^{\pm}$ und $K^{\pm}$
- hohe Energie- und Winkelauflösung beim Nachweis von Photonen aus neutralen Zerfallskanälen im vollen Raumwinkel von 4π
- Unterscheidung von Pionen und Kaonen
- hohe Ereignisraten
- Selektion von Ereignistypen während der Datennahme durch schnelle On-Line-Trigger

Der Gesamtaufbau des Detektors ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Die einzelnen Komponenten werden nachfolgend beschrieben.

3.1.1 Die Targettypen

Im Experiment werden verschiedene Targettypen, gasförmiger und flüssiger Wasserstoff sowie Deuterium, zur Untersuchung der Annnihilation in Ruhe oder im Fluge verwendet. Das Flüssig-Wasserstoff-Target (Abbildung 3.4) besitzt eine Länge von 44 mm und einen Durchmesser von 17 mm. Im experimentellen Betrieb treffen Antiprotonen mit einem Impuls von 200 MeV/c auf das Target, wo sie im Zentrum zur Ruhe kommen. Die Ortsunsicherheit in longitudinaler Richtung beträgt aufgrund von Vielfachstreuungen etwa $\pm$ $300\,\mu m$. Ein ortssensitiver Siliziumzähler vor dem Target dient hierbei als Trigger für Stop-Ereignisse. Für höheren P-Wellenanteil in der $\bar{p}p$-Annihilation wird ein Gastarget (Abbildung 3.5) verwendet. Aufgrund der verringerten Dichte im Target wird der Antiprotonenimpuls auf 105 MeV/c herabgesenkt und dünnere Eintrittszähler mit einer Dicke von $55\,\mu m$ verwendet, wobei ein zentraler Zähler von 7 mm Durchmesser mit weiteren vier Zählern für die äußeren Quadranten zu einer Gesamteintrittsfläche mit Duchmesser 15 mm angeordnet sind. Diese Geometrie erlaubt genauere Ortsbestimmung der einkommenden Antiprotonen, um die in gasförmigem Wasserstoff breitere Vertexverteilung auf ein Minimum von etwa 4 mm zu beschränken. Der maximale Gasdruck ist aus Sicherheitsgründen auf 15 atm begrenzt. Man erwartet, daß 90% aller Antiprotonen im Target stoppen [52].

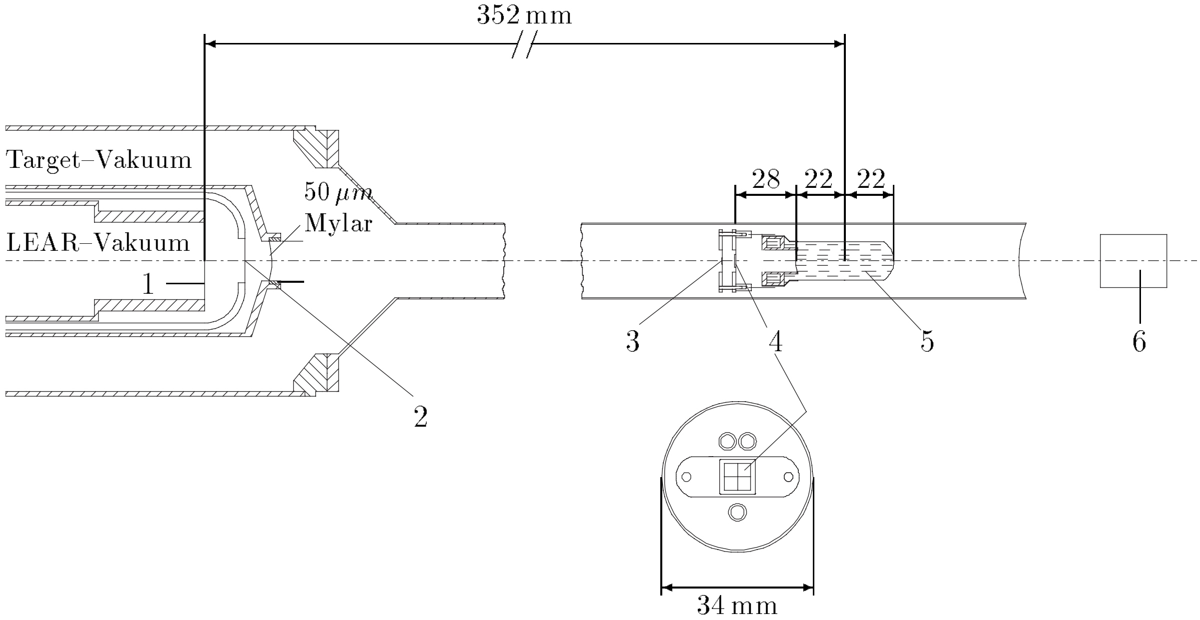

Abbildung 3.4: *Längsschnitt durch Strahlzähler und LH_2-Target. (1) Berylliumfenster (2) Szintillationszähler, (3) Siliziumdiode, (4) segmentierte Siliziumzähler, (5) Target (6) Szintillations-Antizähler.*

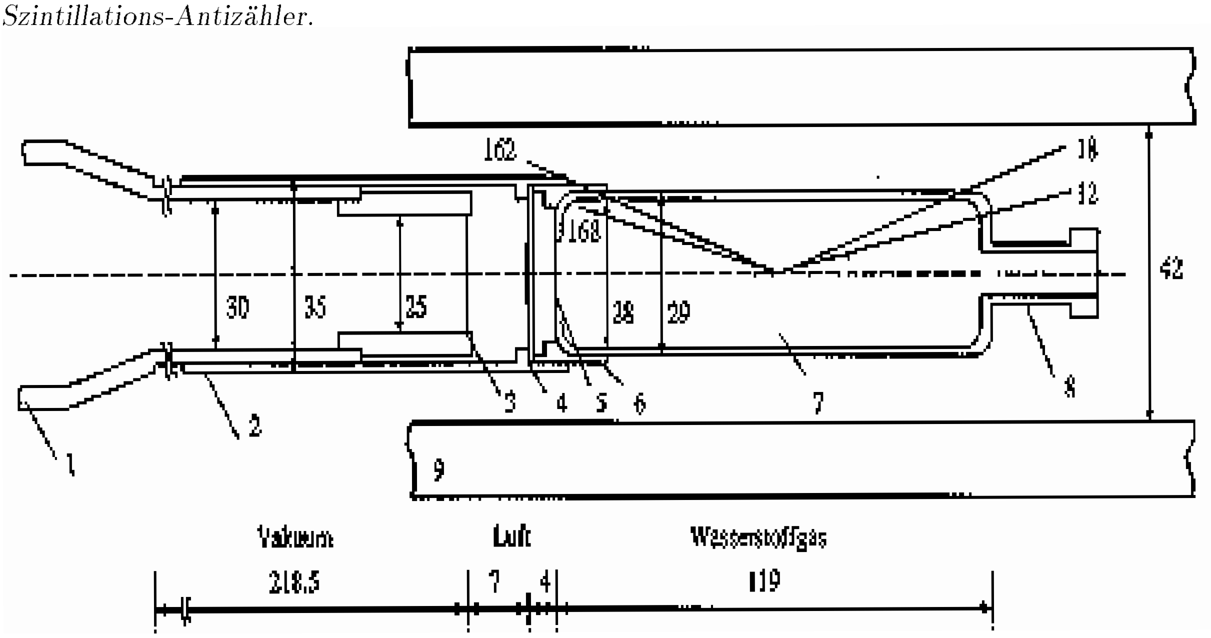

Abbildung 3.5: *Längsschnitt durch Strahlzähler und GH_2-Target. (1) LEAR-Strahlrohr, (2) Aluminiumhalterung, (3) Titanfenster(27 μm), (4) Strahleintrittszähler(55 μm), (5) Targeteintrittsfenster(125 μm), (6) Targethalterung, (7) GH_2-Target, (8) Gaszuführung, (9) Proportionaldrahtkammern oder Siliziumstreifendetektor.*

3.1.2 Die Drahtkammern

Zwei zylindrische Proportionaldrahtkammern (Abbildung 3.6) um den Annihilationsvertex dienen vorwiegend als Multiplizitätentrigger für geladene Teilchen und als sensitive Einheiten für den Zerfall $K_S^0 \to \pi^+\pi^-$. Die innere Kammer verfügt über 90 Anodendrähte, die äußere Kammer über 150 Drähte, die parallel zum Magnetfeld in konzentrischen Kreisen mit Radien von 25.5 mm und 43 mm angeordnet sind. Die Drähte sind in beiden Fällen 350 mm lang und haben einen Abstand von 1.8 mm, wodurch die $r-\phi$-Auflösung auf 1.8 mm festgelegt ist. Die z-Koordinate kann nicht bestimmt werden, da die Kathoden aus Platzgründen nicht ausgelesen werden. Die Kammer wird mit einem schnellen Gasgemisch, bestehend aus 69.5% Argon, 30% Äthan und 0.5% Freon betrieben[52]. Für die Strahlperioden der Jahre 1995 und 1996 wurden die beiden Drahtkammern durch einen Silizium-Streifenzähler[53] ersetzt. Mit Hilfe dieses Detektors, der näher um das Target angeordnet ist, soll die Vertexbestimmung und die Detektion von Ereignissen verbessert werden, die K_S^0-Zerfälle beinhalten.

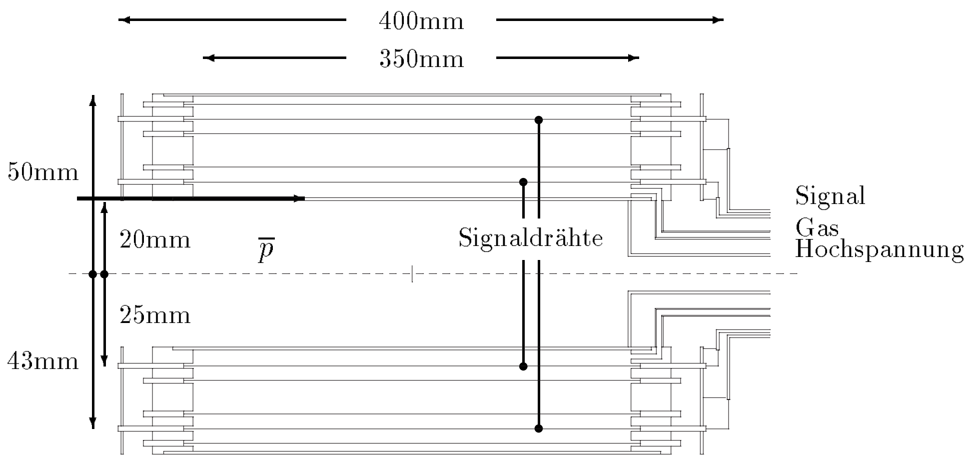

Abbildung 3.6: *Proportionaldrahtkammern*

Eine zylindrische Jet-Driftkammer (JDC) liefert Informationen über Spur und Impuls geladener Teilchen. Abbildung 3.7 zeigt den Aufbau der Detektorkomponente. Die Kammer hat eine Länge und einen Durchmesser von 535 mm und ist in 30 Sektoren unterteilt. Es stehen 22 Signaldrähte je Sektor mit einer sensitiven Länge von 399 mm zur Detektion geladener Teilchen zur Verfügung. In radialer Richtung sind die Drähte in konzentrischen Kreisen mit Radien von 63 mm für die inneren Lagen bis zu Radien von 239 mm für die äußeren Lagen in Abständen von 8 mm angeordnet. Die äußeren 17 Lagen bestehen aus 30, die unteren 5 Lagen aus 15 Signaldrähten, wodurch eine Einteilung in Sektoren der $r-\phi$-Ebene erfolgt.

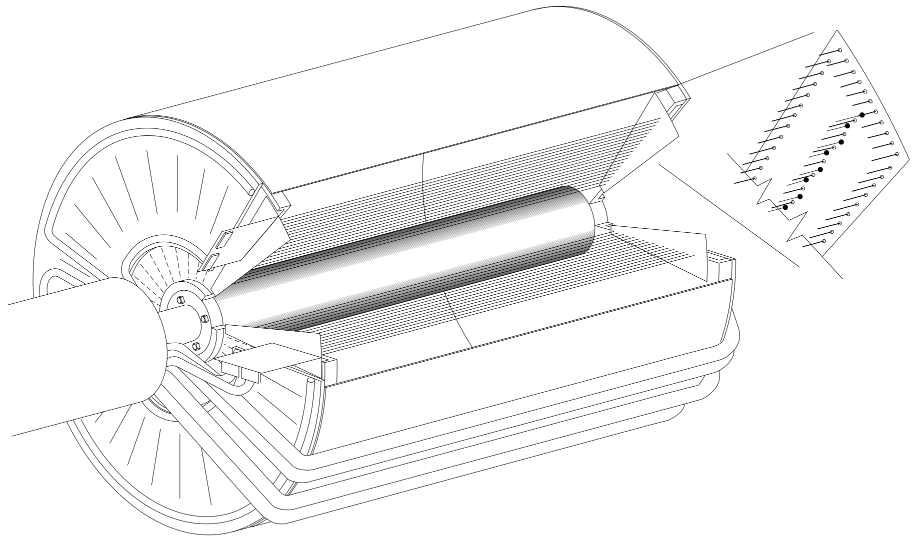

Abbildung 3.7: *Die Jetdriftkammer*

Azimuthale Versetzung der Drähte von $\pm 200\ \mu m$ ermöglicht die rechts/links Unterscheidung für Spuren geladener Teilchen bezüglich der Nachweisebene in jeder Sektormitte. Alternierend zu den geerdeten Signaldrähten befinden sich Feldkorrekturdrähte auf negativem Potential von -2318 V zur Kontrolle der Gasverstärkung. Felddefinierende Drähte an den Sektorgrenzen erzeugen ein homogenes Driftfeld. Die Kammer wird mit einem Gasgemisch aus 90% CO_2 und 10% C_4H_{10}(Isobutan) bei 0.96 Atmosphären und 25°C betrieben. Im Magnetfeld von 1.5 T und dem Driftfeld von 1000V/cm beträgt die Elektronendriftgeschwindigkeit 8.4 μm/ns auf den um den Lorentzwinkel $\alpha = 7.2°$ geneigten Driftlinien. Die Ortsinformation der Primärionisation wird durch Driftzeitmessungen und Ladungstrennung an den Signaldrähten gewonnen. Die Unterscheidung zwischen Pionen und Kaonen erfolgt durch Energieverlustmessung dE/dx [52].

3.1.3 Das Kalorimeter

Das elektromagnetische Kalorimeter (Abbildung 3.8) besteht aus 1380 CsJ(TI)-Kristallmodulen. Die pyramidalen Kristalle sind in 13 Ringen in Form eines Fasses um die Strahlachse im Polarwinkelbereich von 12° bis 168° angeordnet, wodurch 97.8% des Raumwinkels 4π abgedeckt sind. Die thalliumdotierten CsJ-Kristalle haben Szintillationseigenschaften vergleichbar denen des NaI(TI). CsJ ist jedoch weniger hygroskopisch und weist eine geringere Strahlungslänge auf, wodurch der Gesamtaufbau des Kalorimeters stark in den Dimensionen verkleinert werden kann. Photonen können hocheffizient mit guter Energie- und Raumwinkelauflösung im Bereich von 20 MeV bis 2 GeV nachgewiesen werden. Die 300 mm (16.1 Strahlungslängen) langen Kristalle ermöglichen es, daß nahezu die gesamte longitudinale Schauerenergie

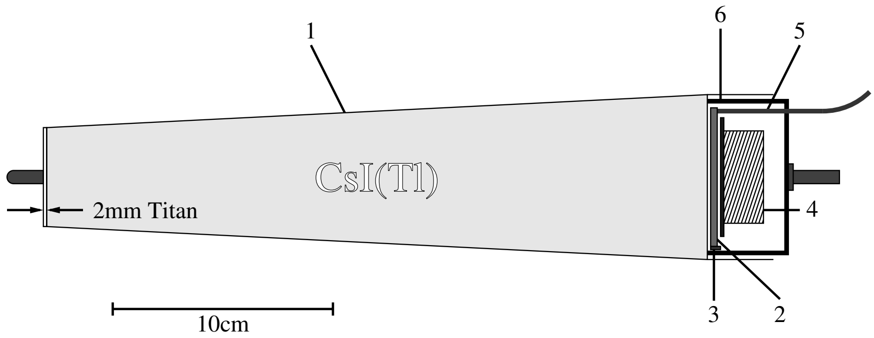

Abbildung 3.8: *Querschnitt eines CsJ(TI)-Moduls: (1)0,1mm Titanfassung, (2,3)Platinen mit elektronischen Bauteilen, (4)Vorverstärker, (5)optische Faser, (6)Chapeaudeckel, (7)Wellenlängenschieber, (8)Photodiode*

von 2 GeV-Photonen im Kalorimeter deponiert wird. Der Fehler aufgrund von Verlusten an der Rückwand liegt dabei unterhalb von 1%. Die spektrale Emission der CsJ(TI)-Kristalle hat ein Maximum bei 550 nm. Ein Wellenlängenschieber am Ende eines jeden Kristalls sammelt das Szintillationslicht und paßt die Wellenlänge an den sensitiven Bereich von Silizium Photodioden, die wegen des Magnetfeldes statt Photomultiplier verwendet werden, an [52].

3.1.4 Der Magnet

Der Magnet ist ein konventioneller Solenoid, der Felder bis maximal 1.5 T erzeugen kann. Das zylindrische Innenvolumen hat eine Länge von 157 cm und einen Durchmesser von 153 cm. Zum Erzeugen der Felder bedarf es einer Spannung von 500 V und einer Stromstärke von 4980 A, was einer Leistungsaufnahme von 2.49 MW entspricht. Die dabei entstehende Wärme wird durch einen Kühlkreislauf mit Wasser abgeführt.Die Feldhomogenität innerhalb des gesamten Volumens ist besser als 2%.

3.1.5 Der Trigger

Bereits bei der Datennahme können schon die markanten Merkmale der Datensätze benutzt werden, um eine Vorselektion für die Daten zu treffen. Das gesamte Triggersystem des Crystal Barrel Detektors (Abbildung 3.9) ist in vier Triggerhierarchien unterteilt, wobei Entscheidungen mit geringer Totzeit auf den unteren Ebenen eingeordnet sind. Prinzipiell gruppiert sich der Entscheidungsprozess in vier Triggerstufen

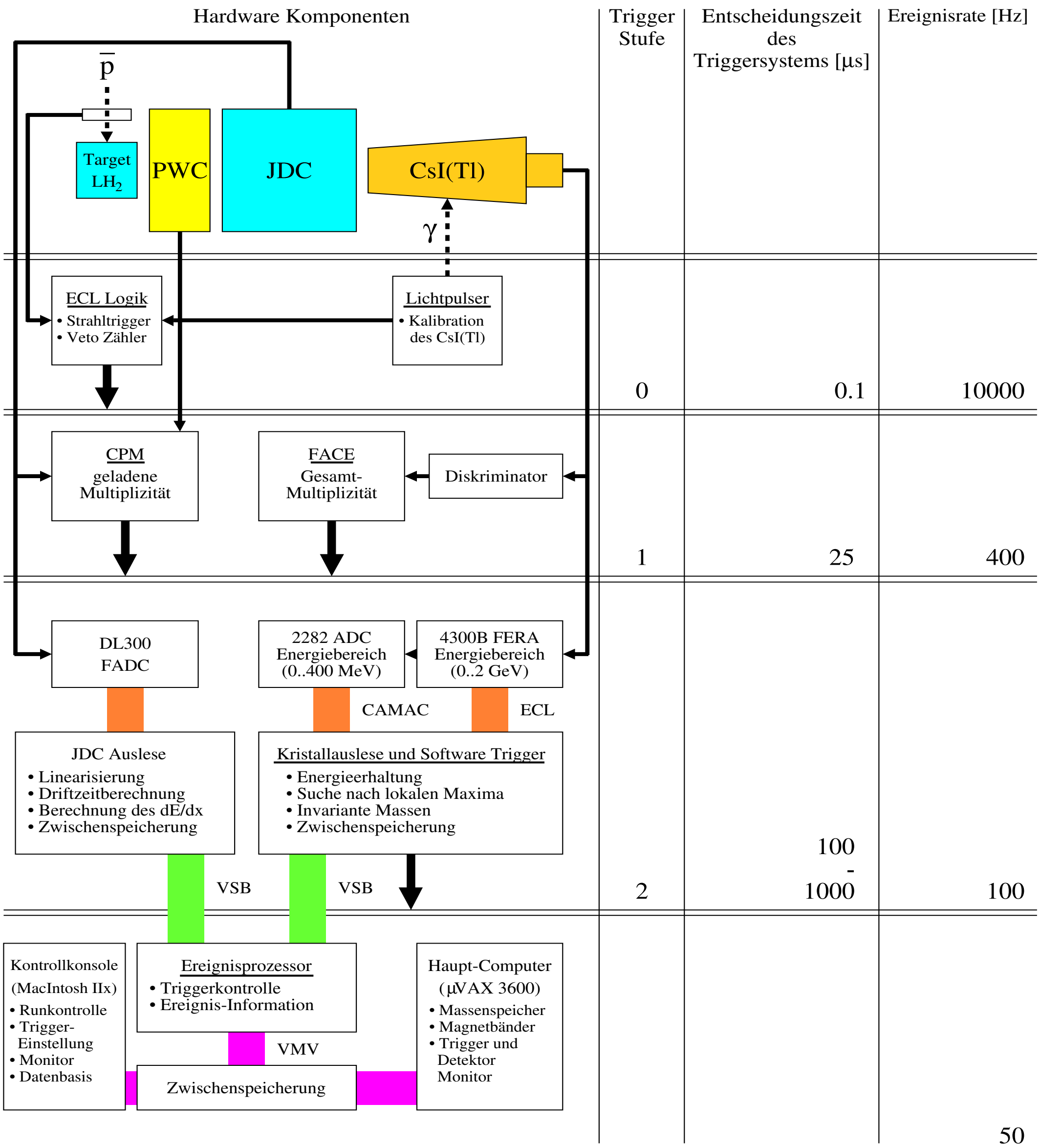

Abbildung 3.9: *Die Triggerhierarchie des Crystal Barrel Experimentes*

- Stop eines Antiprotons im Target mit möglicher Annihilation
- Abfrage der Multiplizität geladener Teilchen durch die Vieldrahtproportionalkammer und/oder die Jetdriftkammer
- Gesamtmultiplizität geladener und neutraler Teilchen im elektromagnetischen Kalorimeter
- Identifikation neutraler Mesonen mit Kalorimeterdaten

Der Antiproton-Stop-Trigger (Veto) definiert dabei das zeitliche Startsignal für ein Ereignis. Ein Antiproton, welches beim Durchgang durch die ortssensitiven Siliziumzähler vor dem Target ein elektrisches Signal erzeugte und nicht in dem Veto-Szintillationszähler hinter dem Target nachgewiesen wurde, wird als gestoppt betrachtet. Die Detektorkomponenten zum Nachweis der Annihilationsprodukte werden dann zur Datennahme initialisiert. Daten, die unter ausschließlich dieser Bedingung aufgezeichnet werden, unterliegen nur minimalen systematischen Einflüssen des Detektors. Sie sind z.B. für die Bestimmung von Verzweigungsverhältnissen als Normierungsbasis notwendig. Interessiert man sich zusätzlich für die Multiplizität geladener Annihilationsprodukte, wobei auch rein neutrale Ereignisse hierzu zählen, kann die Information der Drahtkammern benutzt werden, da sie einen großen Raumwinkel über dem Stopvertex abdecken. Hierzu vergleicht man in einer programmierbaren logischen Einheit (PLU) die gemessene digitaliserte Multiplizität (Anzahl von Clustern) mit einer wählbaren Multiplizität und kann so eine Triggerentscheidung für jede Drahtkammer einzeln auf dieser Ebene herbeiführen. Die Jetdriftkammer erlaubt noch zusätzlich, die Spurlänge als Kriterium bei der Datenselektion zu benutzen, indem man Signale der inneren, mittleren und äußeren Drahtlagen der Jetdriftkammer in die Triggerbedingung miteinbezieht. Die Gesamtmultiplizität eines Ereignisses kann im Kalorimeter bestimmt werden, da im Szintillatormaterial sowohl geladene als auch neutrale Teilchen in der Regel Energie deponieren. Im Fall von Neutronen und noch nicht innerhalb des Detektors zerfallener K^0_L kann allerdings lediglich eine Wechselwirkungswahrscheinlichkeit mit dem elektromagnetischen Kalorimeter angegeben werden. Der Hardwareprozessor FACE[4] bildet dieses hierfür in eine 26×60-Matrix ab, wobei jedem Element dieser Matrix ein logischer Wert zugeordnet wird abhängig davon, ob die in dem entsprechenden Kristall deponierte Energie oberhalb eines Schwellenwertes liegt. Eine softwaregestützte Kurzanalyse der Kristalldaten erlaubt weiterhin, speziell neutrale Mesonen aus ihrer $(\gamma\gamma)$-invarianten Masse zu erkennen. Hierdurch sind Anreicherungen von Kanälen, die η- oder η'-Mesonen enthalten, möglich.

[4] **FA**st **C**luster **E**ncoder

Kapitel 4

Das Datenakquisitionssystem

Das Datenakquisitionssystem des Crystal Barrel Detektors [54] nutzt FORCE-VME-Rechnerboards basierend auf dem Microprozessor MC68040 unter dem Betriebssytem OS9/V2.4 . Die Rechner sind untereinander durch ETHERNET oder den VIC-8251[1]-Bus verbunden. ETHERNET stellt dabei die Services TELNET und FTP sowie den Zugriff auf Netzwerkdisks via NFS zur Verfügung. Der VIC-Bus dient zur Sammlung und dem Transfer von Daten sowie zur Kommunikation zwischen den Rechnereinheiten. Über einen seriellen Terminalport ist ein Anschluß an einen LAT-Server bereitet, so daß Zugriff auf jede Einheit unter dem ihr gegebenen Namen möglich ist. Die Rechnerboards befinden sich dabei als Einschubkarten in VME-Kartenkäfigen (crates). Von den insgesamt sieben Rechnern dienen vier der direkten Auslese je einer Detektorkomponente. Sie werden auch als lokale Eventbuilder bezeichnet, da sie die Daten der Subdetektoren zu Events zusammenfassen. Der Rechner V3XTAL ist für die Auslese eines Siliziumstreifendetektors, der die vorher installierten Proportionaldrahtkammern ersetzt und als Vertexdetektor dient, bestimmt. J1XTAL und J2XTAL synchronisieren insgesamt 16 Front-End-Rechner vom Typ MICROSYS040 zur FADC-Auslese je einer Hälfte der Jetdriftkammer und fassen deren Meßdaten zu Datenbänken zusammen. X1XTAL dient der Kristallauslese. E1XTAL koordiniert die lokalen Eventbuilder und faßt alle Daten eines Events als globaler Eventbuilder zu einer Bankstruktur zusammen. S1XTAL fungiert als Überwachungseinheit des gesamten Detektors während des Betriebes. Mit ihm werden permanent Temperaturen, Drucke, Ströme und Spannungen sowie der Durchfluß von Kammergasen überwacht. Die siebte Einheit V5XTAL leitet Events von E1XTAL auf verschiedene Medien zur Datenaufzeichnung auf DLT[2] und zur Datenüberwachung auf eine MicroVAX 3600. Parallel dazu ist über ein FDDI-Interface eine Verbindung zu einem externen Rechner CBDEC3 hergestellt. Ein TCP/IP-Hintergrundprozeß erlaubt das Ablegen von Daten auf Disk zur späteren Analyse. Die Abbildung 4.1 zeigt schematisch den Gesamtaufbau.

[1] **V**ertical **I**nter **C**onnect

[2] **D**ata **L**inear **T**ape

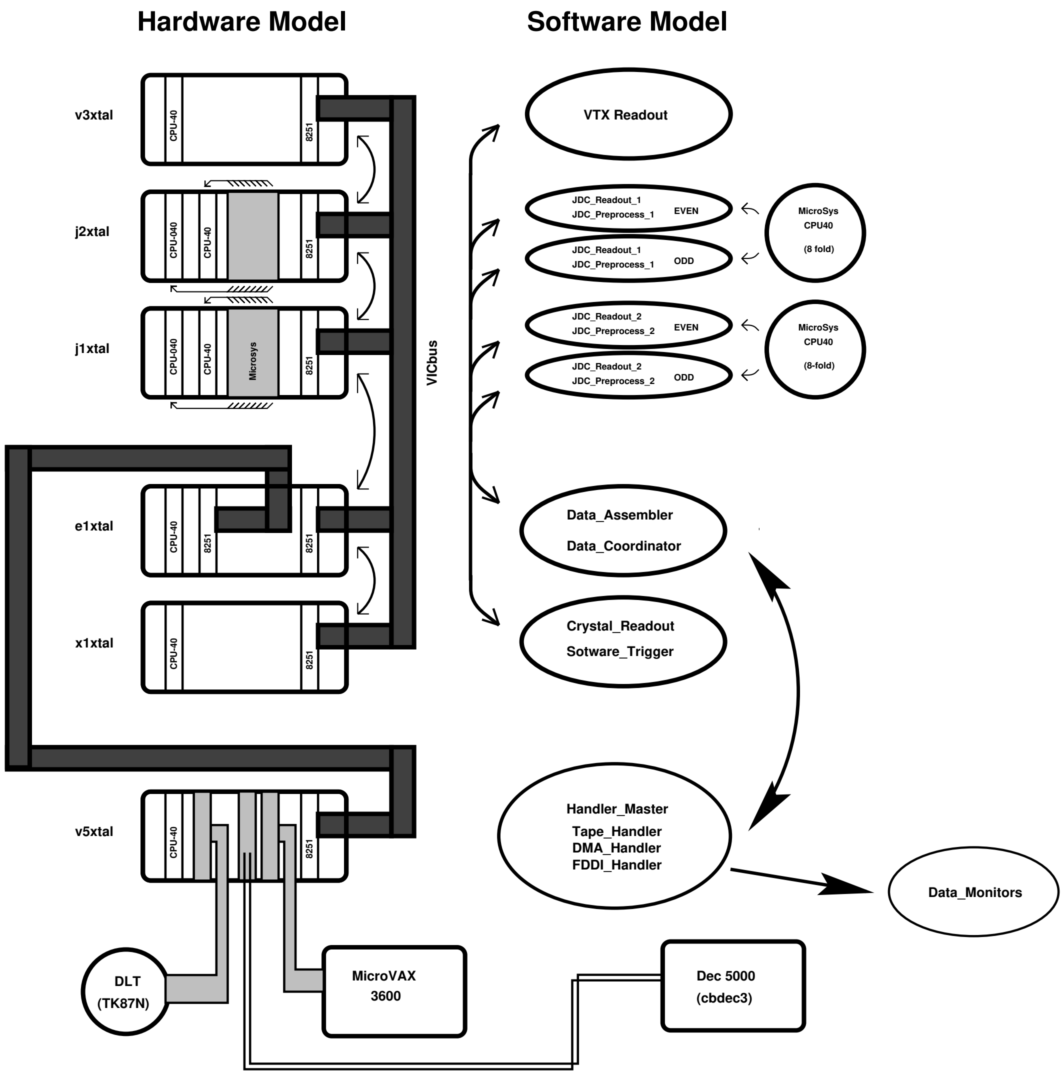

Abbildung 4.1: *Hardware- und Softwaremodule des Datenakquisitionssystems.*

4.1 Software der Detektorauslese

Die gesamte Software zur Datenauslese ist in der Programmiersprache C geschrieben, während Code für Treibersoftware oder andere zeitkritische Routinen in 68040 Assemblersprache vorliegt. Je Crate stehen durch ein Speicherboard 4 MByte zur Verfügung, auf die die Software zugreifen kann. Durch den VIC-Bus ist somit eine universelle und symmetrische Adresszuordnung möglich, wobei das unmittelbare Board lokal und die in anderen Crates vorhandenen Boards über den gesamten Multi-Crate-Adressbereich fernadressiert werden. Die bei Ereignissen, bei denen geladene Teilchen in der Jetdriftkammer nachgewiesen werden, auftretende relativ hohe Datenmenge kann durch die Front-End-Rechner bereits vorreduziert werden (Preprocessing). Hierbei wird auf die große Rechenkapazität der 68040-CPU

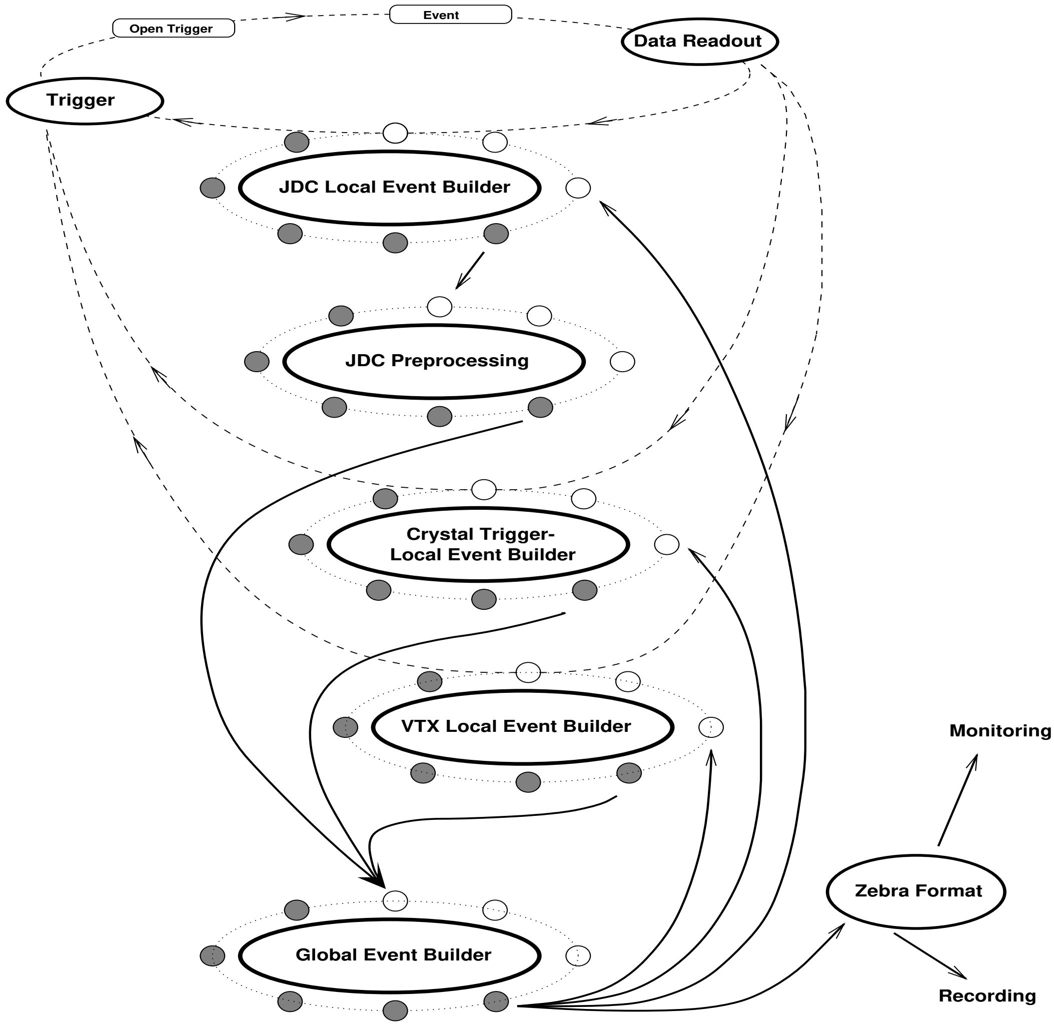

Abbildung 4.2: *Event-Speicherverwaltung des Datenacquisitionssystems*

zurückgegriffen. Die Informationen der nachgewiesenen Spurpunkte wie Driftzeit und an den Nachweisdrähten deponierte Ladung werden schon während der Datennahme extrahiert. Unter Einbezug der Multitaskingumgebung des Betriebssystems ist eine Speicherpufferumgebung vorgesehen, die speziell im Fall der Datenauslese der Jetdriftkammer einzelne Datenpakete beinhaltet, die vorprozessierte und vorselektierte Informationen enthalten. Dies reduziert die Datenmenge pro Event auf ein Minimum. Die Zuordnung zum zugehörigen Event erfolgt hardwareseitig synchronisiert auf Eventbasis und softwareseitig synchronisiert auf Pufferbasis. Abbildung 4.2 zeigt ein Schema der Pufferumgebung. Im Verlauf der gesamten bisherigen Meßzeit seit der Inbetriebnahme des Detektors konnten mehr als 300 Millionen getriggerte Ereignisse aufgezeichnet werden. Darunter sind Ereignisse mit Annihilationen der Antiprotonen in flüssigem und gasförmigem Wasserstoff und flüssigem Deuterium in Ruhe sowie Annihilationen im Fluge für unterschiedliche Impulse.

Kapitel 5

Das Protonium

Die durch LEAR bereitgestellten Antiprotonen treffen auf ein Wasserstofftarget, innerhalb dessen sie durch elektromagnetische Wechselwirkung mit der Umgebung Energie verlieren. Ist die Energie auf Werte im eV-Bereich gesunken, so kann ein Antiproton unter Freisetzung eines Elektrons im Wasserstoffmolekül eingefangen werden [56]. Solche antiprotonischen Moleküle dissoziieren leicht, so daß ein hoch angeregter Zustand des Protoniums vorliegt. Dieses wasserstoffähnliche System mit Hauptquantenzahl $n \approx 30$ verliert seine Anregungsenergie durch chemische Effekte, externen Augereffekt und radiative Übergänge. Der Relativabstand zwischen Proton und Antiproton verringert sich rasch entsprechend der größeren reduzierten Masse, so daß das so gebildete Protonium sehr viel kleiner als ein gewöhnliches Wasserstoffatom ist. Das äußerlich neutrale Protonium ist beim Durchqueren benachbarter Wasserstoffmoleküle dem unabgeschirmten elektrischen Feld zwischen Kernen und Elektronen ausgesetzt, wodurch verschiedene Bahndrehimpulszustände zu gleicher Hauptquantenzahl durch Starkeffekt mischen. Schon für Zustände mit hohen Hauptquantenzahlen n ist dabei der Transfer zu P- und S-Wellen möglich, von wo aus Annihilation stattfinden kann. Die p- und $\bar{\text{p}}$-Wellenfunktionen überlappen in S-Zuständen besonders stark. In flüssigem Wasserstoff dominiert die S-Wellenannihilation, daneben indizieren aber auch detektierte Endzustände aus zwei neutralen Pionen bereits in flüssigem Wasserstoff Annihilationen aus atomaren P-Zuständen in nicht geringem Umfang. Mit abnehmender Dichte des umgebenden Mediums spielt dann der Starkeffekt eine immer geringere Rolle und außerdem fällt die Wahrscheinlichkeit der S-Wellen-Annihilation dadurch, daß mehr Zeit zwischen zwei Stößen verstreicht. Hierdurch werden Annihilationen aus P-Niveaus begünstigt. Im Fall des Vakuum kaskadiert das System vorzugsweise durch radiative Übergänge. Dabei regt sich das Protonium entlang der $l = n - 1$ Zustände ab, was als zirkulare Kaskade bezeichnet wird (vgl. Abbildung 5.1). Sie bricht zu 99% im 2P-Niveau durch Annihilation ab. Die detektierten Endkanäle der $\bar{\text{p}}\text{p}$-Vernichtung in flüssigem Wasserstoff zeigt Abbildung 5.2.

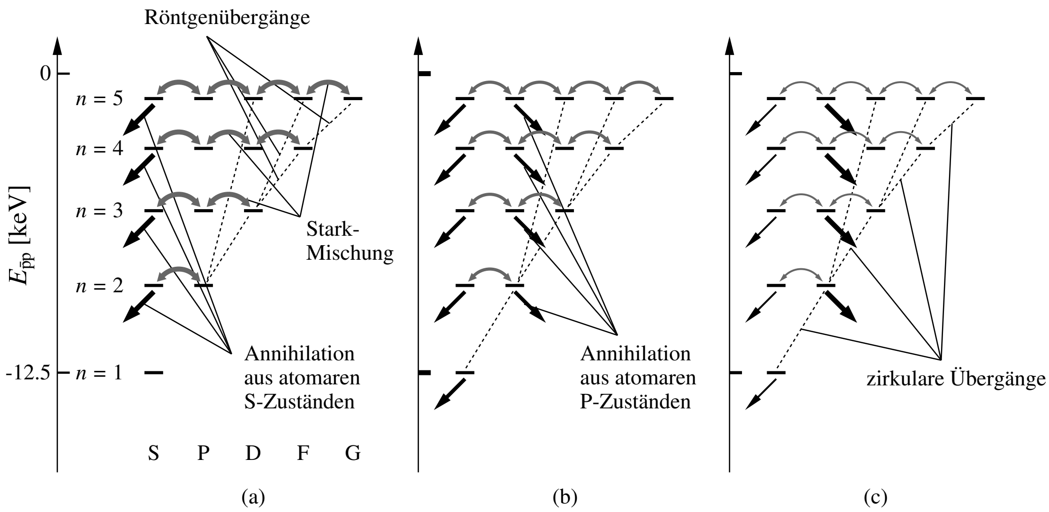

Abbildung 5.1: *Übergänge und Energieniveaus des atomaren $\bar{p}p$-Systems. (a): In Flüssigwasserstoff dominiert S-Wellen-Annihilation nahezu vollständig. (b): In H_2-Gas (300 K, 1Bar) annihiliert Protonium zu ca 40 % in S- und ca 50 % in P-Welle. (c): In gasförmigem H_2 (300 K, 30mBar) dominiert P-Wellen-Annihilation (≈ 87 %) gegenüber der S-Wellen-Annihilation (≈ 10 %) [57].*

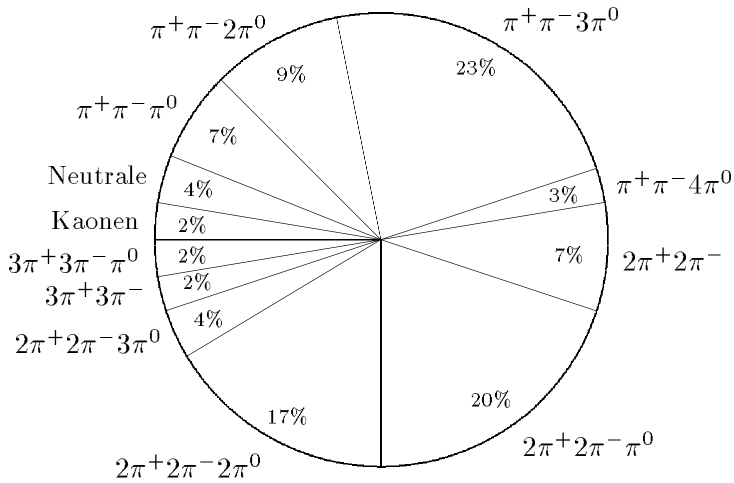

Abbildung 5.2: *Die Endprodukte des Protoniumzerfalls in Flüssigwasserstoff.*

In 60 % aller Annihilationen sind mindestens zwei neutrale Teilchen im Endzustand vorhanden. Dies unterstreicht die Notwendigkeit, neutrale Teilchen genau nachzuweisen.

$^{2S+1}L_J$	$^1S_0$	$^3S_1$	$^1P_1$	$^3P_0$	$^3P_1$	$^3P_2$
F	0.64	0.66	3.73	1.81	4.27	3.46
F	0.67 ± 0.1	0.64 ± 0.12	3.0 ± 1.5	2.1 ± 0.6	$2.0^{+3.0}_{-1.4}$	5.0 ± 3.0

Tabelle 5.1: *Annihilationsrate je Protoniumanfangszustand*

Prinzipiell gibt es unterhalb der D-Wellen sechs atomare Anfangszustände

$$^1S_0 \quad ^3S_1 \quad ^1P_1 \quad ^3P_0 \quad ^3P_1 \quad ^3P_2 \tag{5.1}$$

mit den Quantenzahlen

$$0^{-+} \quad 1^{--} \quad 1^{+-} \quad 0^{++} \quad 1^{++} \quad 2^{++} \tag{5.2}$$

Optische Potentialmodelle sagen Breiten von einigen KeV für S-Zustände und einige MeV für P-Zustände vorher, wobei $^3P_0$ bis zu 5 mal breiter ist als die übrigen ^3P_J-Zustände aufgrund von dominierenden Tensorkräften [58].
Die P-Zustände sollten gemäß ihrem statistischen Gewicht

$$\frac{(2J_i + 1)}{\sum_{K=1}^{4}(2J_K + 1)} \tag{5.3}$$

besetzt sein. Von hier aus können die Antiprotonen durch radiative Übergänge in S-Zustände kaskadieren und dies umsomehr je kleiner n ist. Die P-Niveaus werden sukzessive wieder aus Zuständen mit höherem Drehimpuls durch Stark-Effekt repopuliert. Je geringer der Targetdruck ist, umso geringer trägt der Stark-Effekt bei und umso weiter kaskadieren die Antiprotonen herab ($n \geq 2$). Hierdurch wird Annihilation aus den P-Niveaus mit den wesentlich größeren statistischen Gewichten und den wesentlich größeren hadronischen Breiten bevorzugt. Bei hohen Targetdrucken oder in flüssigem Wasserstoff erfolgt Annihilation bereits aus Zuständen mit hoher n-Quantenzahl und der Stark-Effekt dominiert. Umsomehr werden bei festem n alle Niveaus zu unterschiedlichem Bahndrehimpuls gemischt und umso schneller findet Repopulation nach Annihilationen statt. Die Feinstrukturniveaus sind dann nicht mehr statistisch verteilt besetzt, sondern Annihilation aus S-Zuständen mit maximalem Überlapp der Wellenfunktionen setzen sich durch bei gleichzeitig hohen Annihilationsraten. Der P-Wellenanteil der Annihilationen ist daher eine Funktion der Dichte des Targets mit Korrekturfaktoren für die statistischen Gewichte der Anfangszustände. Im Rahmen des Kaskadenmodells werden nach [59] hieraus die Anteile der Annihilationsraten des Protoniums berechnet. Sie sind in der oberen Zeile der Tabelle 5.1 angegeben. In [60] wurden die Polarisationseffekte des Protoniums in Abhängigkeit vom Targetdruck vor der Annihilation in zwei Mesonen berücksichtigt, wodurch wiederum die einzelnen Feinstrukturniveaus sondiert werden können. Aus dem empirischen Vergleich der gemessenen Verzweigungsverhältnisse gehen die Anteile der P-Wellenannihilationen sowie eine hierfür ermittelte Fehlerabschätzung

hervor. Diese sind den berechneten Werten in der unteren Zeile der Tabelle 5.1 gegenübergestellt. Lediglich für die beiden P-Zustände $^3P_1$ und $^3P_2$ sind sehr starke Unterschiede in den Werten bei großen Fehlern erkennbar.
Da in der starken Wechselwirkung Größen wie Isospin I, Parität P (Raumspiegelung), Ladungsaustauschparität C und der daraus verknüpften Parität G neben dem Gesamtspin J Erhaltungsgrößen sind, ordnet man den atomaren $^{2S+1}L_J$-Protoniumzuständen mit relativem Bahndrehimpuls L und Spin S, die zu Gesamtspin J koppeln, Zustände mit Quantenzahlen J^{PC} zu. Weiterhin sind das Proton und das Antiproton Fermionen, die zum Isospinduplett der Nukleonen bzw. der Antinukleonen gehören. Daher existiert Protonium als isoskalares und als isovektorielles Bindungssystem mit den Quantenzahlen I^GJ^{PC}. Die G-Parität ist dabei definiert durch

$$G = C \cdot e^{i\pi I_2} \tag{5.4}$$

und erlaubt, Transformationen innerhalb eines Isospinmultipletts unter Einbezug geladener Teilchen zu definieren, während die Ladungsparität C nur für neutrale Teilchen definiert ist. Für ein aus Fermion und Antifermion gebildetes Bindungssysteme gilt entsprechend dem Fermi-Dirac-Statistiktheorem

$$P = (-1)^{L+1} \tag{5.5}$$

$$C = (-1)^{L+S} \tag{5.6}$$

$$G = (-1)^{L+S+I} \tag{5.7}$$

Beim Protoniumzerfall oder dem Zerfall eines Mesons in zwei leichtere Mesonen entstehen zwei Bosonen, für die die Paritäten des jeweiligen Endzustandes nach der Bose-Einstein-Statistik definiert sind durch

$$P_f = P_1 \cdot P_2 \cdot (-1)^l \tag{5.8}$$

$$C_f = C_1 \cdot C_2 \tag{5.9}$$

$$G_f = G_1 \cdot G_2 \tag{5.10}$$

wobei l der innere relative Bahndrehimpuls zwischen den beiden Bosonen ist. Da der Protoniumzerfall in Ruhe aus relativer D-Welle durch die Drehimpulsbarriere unterdrückt ist bzw. die Wellenfunktionen des Protons und des Antiprotons im atomaren System zum Bahndrehimpuls L=2 wenig überlappen, werden dieser und höhere Drehimpulse in der weiteren Analyse nicht berücksichtigt. Für den Endzustand aus drei neutralen pseudoskalaren Mesonen kann daher unter Berücksichtigung der Quantenzahlen des π^0 ($1^-0^{(-+)}$) und des η ($0^+0^{(-+)}$) Annihilation nur aus drei Anfangszuständen erfolgen

$$^1S_0(I^G0^{(-+)}) \quad ^3P_1(I^G1^{(++)}) \quad ^3P_2(I^G2^{(++)}) \tag{5.11}$$

Bezieht man auch geladene Pionen π^+ oder π^- mit den Quantenzahlen (1^-0^-) mit ein, so sind zusätzlich Annihilationen möglich aus den Anfangszuständen

$$^3S_1(I^G1^{(--)}) \quad ^1P_1(I^G1^{(+-)}) \tag{5.12}$$

Kapitel 6

Die Datenselektion

In der Strahlperiode November 1994 wurde erstmals bei Crystal Barrel gasförmiger Wasserstoff bei 12 atm als Targetmaterial eingesetzt. Aus Vorgängerexperimenten wie ASTERIX ist bekannt, daß in gasförmigem Wasserstoff bei Normaldruck $56.4 \pm 7.7\%$ aller Annihilationen aus atomaren Protonium P-Zuständen erfolgen [61]. In flüssigem Wasserstoff deutet ebenfalls die Detektion von z.B. $\pi^0\pi^0$-Endzuständen auf Beiträge aus Protonium P-Welle hin. Ein Ziel dieser Messung war daher, kompatible Datenstatistik zu Messungen in flüssigem Wasserstoff zu erreichen, um hieraus einerseits die Verzweigungsverhältnisse für Zweikörperendzustände zu ermitteln und Datensätze des $\pi^0\pi^0\pi^0$-, $\pi^0\pi^0\eta$- und $\pi^0\eta\eta$-Endzustandes zu preparieren.
Zweikörperendzustände dienen hierbei als Sonden für die Annihilation aus spezifischen Anfangszuständen, z.B. wird $\mathrm{K_L^0K_S^0}$ aus dem $^3\mathrm{S}_1$-Anfangszustand produziert, während der $\pi^0\pi^0$-Endzustand nur aus dem $^3\mathrm{P}_0$- und dem $^3\mathrm{P}_2$-Anfangszustand möglich sind. Der direkte Vergleich der Verzweigungsverhältnisse in flüssigem und in gasförmigem Wasserstoff gibt dann Aufschluß über das Verhältnis der Annihilationsraten aus den jeweiligen Anfangszuständen.
Die Datensätze mit drei pseudoskalaren Mesonen können nun paarweise analysiert werden, um die S- und P-Wellenbeiträge in Abhängigkeit vom Gasdruck zu bestimmen. Hierfür werden die auf rein neutrale Endprodukte getriggerten (all neutral) Datensätze verwendet. Minimal getriggerte (minimum bias) Daten dienen der Normierung entpsrechender Verzweigungsverhältnisse, da nicht mehr als etwa 4% aller Annihilationen rein neutrale Endprodukte aufweisen.
Während der gesamten Strahlperiode konnten insgesamt 33.8 Millionen Ereignisse aufgezeichnet werden. Darunter befinden sich 4.8 Millionen Ereignisse minimal getriggerter Daten und annähernd 16 Millionen Ereignisse mit rein neutralen Endzuständen. Daneben liegen speziell getriggerte Daten zur Anreicherung von Ereignissen, die η- oder η'-Mesonen beinhalten, vor. Die restlichen 10 Millionen Ereignisse stellen im wesentlichen Annihilationen mit zwei geladenen Teilchen im Endzustand dar.

6.1 Vorselektion der Daten

Geladene Teilchen werden in der Proportional- oder der Jetdriftkammer nachgewiesen, indem sie elektrische Amplituden an den jeweiligen Nachweisdrähten erzeugen. Somit kann eine Zuordnung der elektrischen Amplituden an den jeweiligen Nachweisdrähten zu einer Ortsinformation der Primärionisation im Kammergas durch das geladene Teilchen erfolgen. Für die Jetdriftkammer kommt noch die Driftzeitinformation der erzeugten Ladungsträger hinzu. Die einzelnen Spurpunkte im Detektor werden dann zu Teilchenspuren zusammengefaßt, wobei für die folgende Spuranpassung mindestens immer drei Spurpunkte benötigt werden. Unter dem Einfluß des äußeren Magnetfelds verlaufen Spuren geladener Teilchen entlang einer Helixtrajektorie, die in eine Gerade für die $r-z$-Ebene und einen Kreis für die $r-\phi$-Ebene aufgeteilt ist und einzeln an die Spurpunkte (r_i, ϕ_i, z_i) angepaßt wird. Die Kreisgleichung wird dabei folgendermaßen parametrisiert

$$\frac{r_i}{2QR} + \frac{\psi^2}{2QRr_i} + \sin(\phi_i - \Psi_0) = 0 \tag{6.1}$$

Dabei ist Q die elektrische Ladung des Teilchens und R der Abstand des Kreismittelpunktes zum Vertex. Der eigentliche Kreisradius ρ ergibt sich aus dem weiteren Parameter ϕ über $\rho^2 = R^2 - \psi^2$. Ψ_0 ist der Winkel zwischen der Tangenten an den Kreis im Punkt des geringsten Abstandes zum Vertex und der z-Achse. Aus ihr lassen sich die beiden Größen $\Psi_+ = \Psi_0 + \frac{\pi}{2}$ und $\Psi_- = \Psi_0 - \frac{\pi}{2}$ bilden. Die Zuordnung der Ladung des Teilchens erfolgt, jenachdem ob Ψ_+ oder Ψ_- näher am Azimuthalwinkel Φ_1 des ersten Spurpunktes liegt [62]. Für die weitere Spuranpassung werden nun die Parameter der Ortskoordinaten benutzt, um die Helixkoordinaten zu bestimmen mit

$$x_i = r_0 \sin\Psi_0 + \frac{1}{\alpha}(\cos\beta_i + s\cdot\sin\Psi_0) \tag{6.2}$$

$$y_i = -r_0 \cos\Psi_0 + \frac{1}{\alpha}(\sin\beta_i - s\cdot\cos\Psi_0) \tag{6.3}$$

$$z_i = z_0 - \frac{s\cdot\tan\lambda}{\alpha}(\beta_i - \Psi_i - s\cdot\frac{\pi}{2}) \tag{6.4}$$

Dabei sind die zusätzlichen Parameter für die Helix (r_0, z_0) die (r,z)-Koordinate im Punkt des geringsten Abstandes zum Vertex, λ ist der Neigungswinkel der Helix in der $r-z$-Ebene, s das Vorzeichen der Teilchenladung, β_i der Azimuthalwinkel des i-ten Punktes relativ zum Helixmittelpunkt und $\alpha = 1/\rho$ die Krümmung der Helixbahn. Die Anpassung der einzelnen Teilchenspuren an einen gemeinsamen Vertex und die Bestimmung der Teilchenimpulse aus dem Bahnradius und dem Magnetfeld nach

$$p_t = \frac{QB}{\alpha} \qquad p_l = p_t \tan\lambda \tag{6.5}$$

folgen hierauf. Durch den Einbau des Siliziumstreifendetektors anstelle der Proportionaldrahtkammern wurde angestrebt, auch die Bestimmung eines Sekundärvertex,

wie er z.B. beim K^0_S-Zerfall in zwei geladene Pionen auftritt, zu verbessern. Geladene Teilchen hinterlassen ebenfalls beim Eintritt in das Kalorimeter einen Schauer, der sich nur auf wenige benachbarte Kristalle erstreckt. Solche Energiedepositionen, die in der Verlängerung von Teilchenspuren aus der Jetdriftkammer auftreten, entfallen dann bei der Untersuchung von rein neutralen Endzudständen. Es verbleiben lediglich die Einträge in den Kristallen aus Energiedepositionen von neutralen Teilchen wie γ, K^0_L oder Neutronen.
Neutrale Teilchen hinterlassen beim Eintritt in den Kalorimeter einen elektromagnetischen Schauer, der sich über mehrere Kristalle ausdehnt. Daher sucht man bei der Ereignisrekonstruktion zunächst nach Kristallgruppen (Clustern). Hierin befindliche lokale Maxima der Energieablage werden dann als Einschlag eines Teilchens identifiziert. Besonders hochenergetische Photonen können aber auch weitere Maxima durch Schauerfluktuationen (Split-OFF) verursachen, die jedoch meist eine kleine Energie aufweisen. Durch einen Schnitt auf die Mindestenergie von 20 MeV für jedes Maximum können solche Fehlinterpretationen größtenteils unterdrückt werden. Andererseits verliert man auch mögliche Einträge durch Photonen mit niedrigerer Energie. Verbleiben trotz Splitoff-Erkennung und Energieschnitt auf die Energie des Clusters noch mehrere Maxima, verteilt man die Gesamtenergie auf eine entsprechende Anzahl von Teilchen mit einer jeweiligen Energiedeposition (PED[1]) von

$$E_{PED} = \frac{E_9}{\sum_{i=1}^{n} E_{9i}} E_{Cluster} \tag{6.6}$$

Dabei ist n die Anzahl der PEDs und E_9 die Energiesumme des jeweiligen Zentralkristalls und seiner acht benachbarten Kristalle. Neben der Energie benötigt man noch die Ortsinformation aus dem Polarwinkel θ und dem Azimuthwinkel ϕ. Den Richtungskosinus erhält man aus der Energiegewichtung der Koordinaten der zum Cluster gehörenden Kristalle wie hier z.B. für die x-Koordinate:

$$\cos\Phi \sin\theta = \frac{\sum_{Kristalle} E_i x_i}{\sqrt{\sum_{r=x,y,z}(\sum_{Kristalle} E_i r_i)}} \tag{6.7}$$

Für die weitere Analyse müssen noch die PED-Energien in Photonenenergien mit einer Korrekturfunktion, die aus Monte Carlo Studien gewonnen wurde, umgewandelt werden.

$$E_\gamma = E_{PED} \cdot C_m \cdot C_t(\theta) \cdot C_r(E) \tag{6.8}$$

mit

[1] **P**article **E**nergy **D**eposit

$$
\begin{aligned}
\mathrm{C}_m(\theta) &= 1.038 \\
\mathrm{C}_t(\theta) &= 1.005 \text{ (Kristalltyp 1)} \\
\mathrm{C}_t(\theta) &= 1.000 \text{ (Kristalltyp 2 - 10)} \\
\mathrm{C}_t(\theta) &= 1.004 \text{ (Kristalltyp 11,12)} \\
\mathrm{C}_t(\theta) &= 1.050 \text{ (Kristalltyp 13)} \\
\mathrm{C}_r(\mathrm{E}) &= 1 + \frac{0.6MeV}{E_{PED}[MeV]}
\end{aligned}
$$

Für die folgende Selektion wurden 16 Millionen Ereignisse der neutral-getriggerten Daten prozessiert. Die Auswahl kinematisch vollständiger Ereignisse erforderte einige Kriterien zur Vorselektion:

- Ereignisse mit verbleibenden geladenen Teilchen aufgrund von Triggerineffizienzen werden nicht akzeptiert.
- Nur neutral-Ereignisse mit vier (sechs) nachgewiesenen Photonen werden weiter untersucht.
- Zur Unterdrückung von Fehlinterpretationen wird eine Mindestenergie von 10 MeV im Zentralkristall gefordert.
- Ereignisse mit Schauerfluktuationen (Split-OFF) werden unterdrückt.
- Forderung der Energie- und Impulserhaltung innerhalb der Grenzen

$$|\mathrm{E_{tot}} - \mathrm{M_{\bar{p}p}}(+\mathrm{M_K})| < 200\mathrm{MeV} \text{ sowie } |\vec{\mathrm{p}}_{\mathrm{tot}}| < 300\mathrm{MeV}$$

Hieraus konnte ein Datensatz von 12 715 702 rein neutraler Ereignisse mit vier bis sechs PEDs inklusive separiert werden, der allen folgenden Selektionsschritten zugrundeliegt.

6.2 Die kinematische Anpassung

Da die Messung der physikalischen Größen des Impulses und der Energie jedes Photons durch die Auflösung des Detektors mit einer Unsicherheit behaftet sind, unterwirft man sie einer kinematischen Anpassung. Hierbei werden unter Einbezug von Erhaltungssätzen die Meßgrößen zueinander in Bezug gesetzt. Die im vorliegenden Fall normalverteilten Meßwerte des Viererimpulses aller Photonen eines Ereignisses werden innerhalb ihrer Fehlertoleranzen an die vier physikalischen Randbedingungen

$$\vec{p}_0 - \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = 0 \tag{6.9}$$

$$\mathrm{E}_0 - \sum_{i=1}^{n} \mathrm{E}_i = 0 \tag{6.10}$$

zur Erhaltung des Viererimpulses angepaßt. Diese kinematische Anpassung trägt den Namen 4C-Fit[2]. $\vec{\mathrm{p}}_0$ steht dabei für den Anfangsimpuls des $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-Systems, der im Fall der Annihilation in Ruhe verschwindet. E_0 ist die Gesamternergie und entspricht der doppelten Nukleonenmasse. Jede weitere Randbedingung, wie sie z.B. durch die invarianten Massen von in Photonen zerfallende Mesonen (π^0, η) gegeben ist, führt zu zusätzlichen Einschränkungen.

$$m^2_{\pi,\eta} - \Big((E_i - Ej)^2 - (\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2\Big) = 0 \tag{6.11}$$

Wenn man zusätzlich fordert, daß, wie es z.B. im folgenden der Fall ist, ein K^0_S in zwei neutrale Pionen zerfällt, die ihrerseits durch zwei Photonen nachgewiesen werden, so entsteht dadurch eine Hierarchie der Randbedingungen. Allgemein gibt es zum Satz $\{x_i\}$ der normalverteilten Meßgrößen einen Satz $\{\Delta x_i\}$ normalverteilter Korrekturgrößen, der die Randbedingungen

$$f_j(x_i + \Delta x_i) = 0 \tag{6.12}$$

erfüllt. Die Korrekturen werden so bestimmt, daß die Größe

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\hat{x_i} - x_i}{\sigma_i}\right)^2 \tag{6.13}$$

minimiert wird mit $\hat{x_i} = x_i + \Delta x_i$ und der Fehlertoleranz σ_i.
Das elektromagnetische Kalorimeter des Crystal Barrel Detektors stellt die Informationen über die Energiedeposition der Photonen E_i in den Kristallen, sowie die Raumwinkelparameter θ und Φ zur Verfügung. Die Impulsinformation wird hieraus indirekt bestimmt über

$$(p_x)_i = E_i \sin\theta_i \cos\Phi_i \tag{6.14}$$

$$(p_y)_i = E_i \sin\theta_i \sin\Phi_i \tag{6.15}$$

$$(p_z)_i = E_i \cos\theta_i \tag{6.16}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß die physikalische Hypothese der Protoniumannihilation in Ruhe erfüllt ist, ist hierbei ein Maß für die Güte der Anpassung. Bei korrekter Wahl der Fehlergrenzen ist die Verteilung dieser Wahrscheinlichkeiten (*confidence level*) im Intervall $\{0, 1\}$ flach. Daneben sind die Verteilungen der aus der Anpassung hervorgehenden Korrekturen der Meßgrößen ein weiteres Gütekriterium. Diese als PULL bezeichneten Größen

$$\mathrm{PULL}_{x_i} = \frac{\Delta x_i}{\sqrt{\sigma^2_{x_i} - \hat{\sigma}^2_{x_i}}} \tag{6.17}$$

sollten für normalverteilte Meßfehler Gaußkurven entsprechen, deren Breite $\sigma = 1$ ist, was einer Korrektur um eine Standardabweichung entspricht. σ_{x_i} und $\hat{\sigma}_{x_i}$ sind die Fehler vor und nach der Korrektur.

[2] 4 Constraint Fit

6.3 Selektion von 4γ-Ereignissen

Für die Analyse von Datensatzpaaren der Protoniumannihilation in drei neutrale pseudoskalare Mesonen bei unterschiedlichen Targetdrucken ist es notwendig, die Beiträge der einzelnen Anfangszustände in Abhängigkeit vom Druck zu kennen. Da Zwei-Körper-Endzustände festgelegte Symmetrie haben, fungieren sie als Sonden für den Anfangszustand der Protoniumannihilation. So ist die Reaktion $\bar{p}p \to K^0_L K^0_S$ aufgrund der negativen C-Parität nur aus dem $^3S_1$-Anfangszustand erlaubt, während der Übergang $\bar{p}p \to \pi^0\pi^0$ durch die gerade Parität wie die gerade C-Parität nur aus den Zuständen $^3P_0$ und $^3P_2$ des Protoniums möglich ist. Aus den Annihilationsraten in diese Endkanäle bei unterschiedlichem Targetdruck kann somit das Modell der Protoniumkaskade getestet werden. K^0_L zerfällt mit $c\tau$=15.51m außerhalb des Detektors und kann daher nur mit einer Wahrscheinlichkeit von $(57.2 \pm 2.7)\%$ [64] aufgrund einer Energiedeposition im Kalorimeter nachgewiesen werden. K^0_S zerfällt mit $c\tau$=2.67cm bereits in der Nähe des Targets zu $(31.39\pm0.28)\%$ [9] nach $\pi^0\pi^0$. Hierdurch ist die Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse der Protoniumannihilation in beide betrachtete Endkanäle aus dem gemeinsamen Datensatz rein neutraler Ereignisse möglich. Wenn man fordert, daß K^0_L nicht nachgewiesen wird, beinhaltet eine Selektion aller 4γ-Ereignisse aus den Zerfällen der beiden π^0 in je zwei Photonen beide Endkanäle. Daneben werden auch Ereignisse des Typs $\pi^0\eta$, $\eta\eta$ und $\pi^0\omega$ selektiert, wobei ω in seinem $\pi^0\gamma$-Zerfall als π^0 fehlinterpretiert werden kann, wenn das Photon nicht nachgewiesen wird oder niederenergetisch ist und durch Energieschnitte verworfen wird.
Die Abbildung 6.1 zeigt die Verteilung der gemessenen Gesamtenergie gegen den gemessenen Gesamtimpuls aller Ereignisse. Im linken Bild erscheint die Mehrzahl aller Einträge bei der zweifachen Nukleonmasse und kleinem Impuls, was auf vollständig rekonstruierte Ereignisse zurückgeführt werden kann. Im rechten Bild wird nach Reskalierung der Maximalzahl der Einträge einer Zelle des Histogramms ein weiteres Maximum bei der Nukleonenmasse und einem Impuls von etwa 800 MeV/c sichtbar, welches durch die eben beschriebenen $K^0_L K^0_S$-Ereignisse hervorgerufen wird. Weiterhin erkennt man wenige nicht vollständig gemessene Ereignisse mit Split-OFF-PEDs oder Ereignisse, die nicht aus Annihilationen in Ruhe stammen. Sie sind vorzugsweise entlang einer Bandstruktur zwischen beiden Maxima eingetragen.

6.3.1 Der $\pi^0\pi^0$-Endzustand

In Abbildung 6.2 ist das Vertrauensniveau bezüglich Energie- und Impulserhaltung sowie $PULL_E$ nach kinematischem Fit bei der Selektion von 4γ-Ereignissen dargestellt. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung steigt dabei für kleine Werte an, was durch nicht vollständig rekonstruierte Ereignisse hervorgerufen wird. Daher werden auch nur Ereignisse mit Wahrscheinlichkeiten größer als 10% in den weiteren Schritten akzeptiert. Die Korrekturen der gemessenen Gesamtenergie zeigen jedoch eine sichtlich asymmetrische Verteilung auf. Hierfür sind Energieverluste durch die die Kristalle

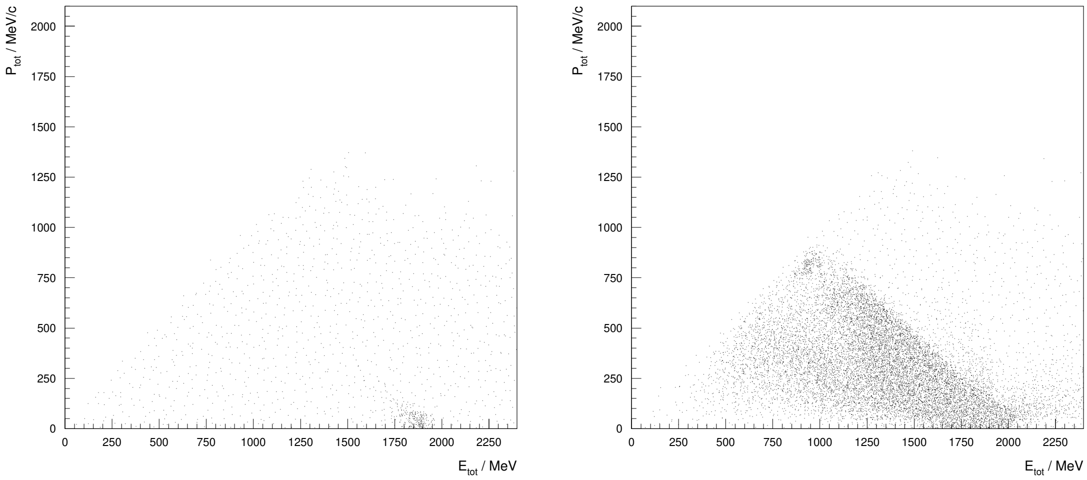

Abbildung 6.1: *Energie-Impulsverteilung der 4γ-Ereignisse (a, links) mit zentralem Maximum bei der Protoniummasse mit kleinem Impuls. (b, rechts) Zweites Maximum bei der Nukleonenmasse mit einem Impuls von etwa 800 MeV/c.*

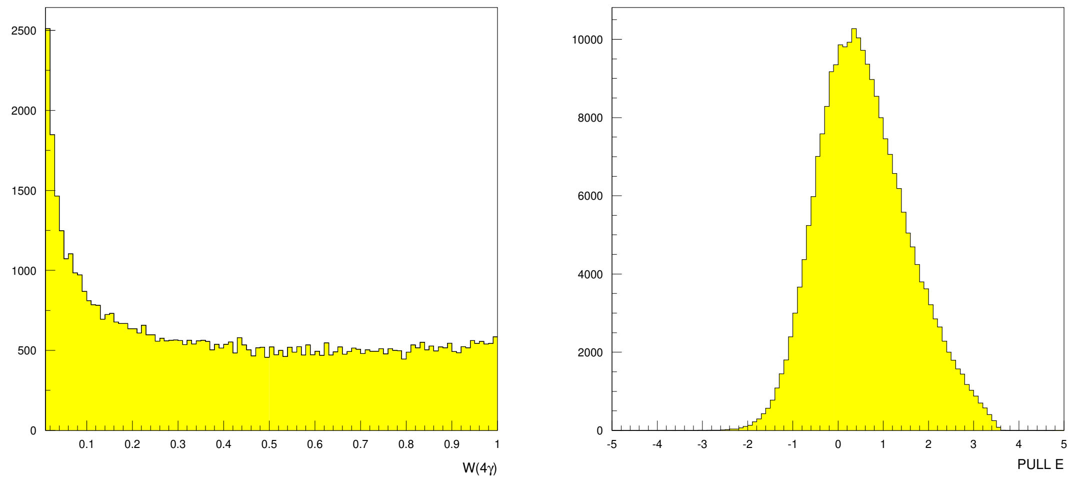

Abbildung 6.2: *Vertrauensniveau (a, links) und $PULL_E$ (b, rechts) des kinematischen Fits bei der 4γ-Selektion*

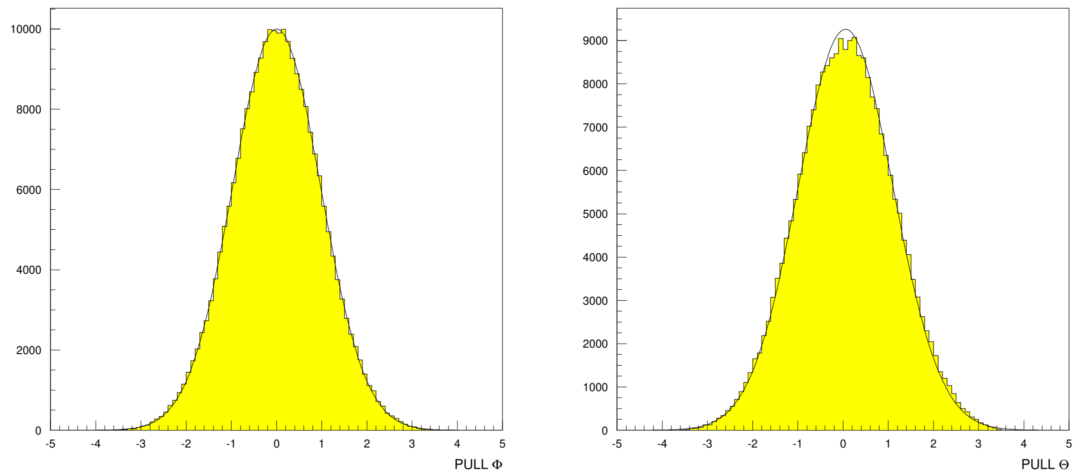

Abbildung 6.3: *$PULL_\Phi$ (a, links) und $PULL_\Theta$ (b, rechts) des kinematischen Fits bei der 4γ-Selektion*

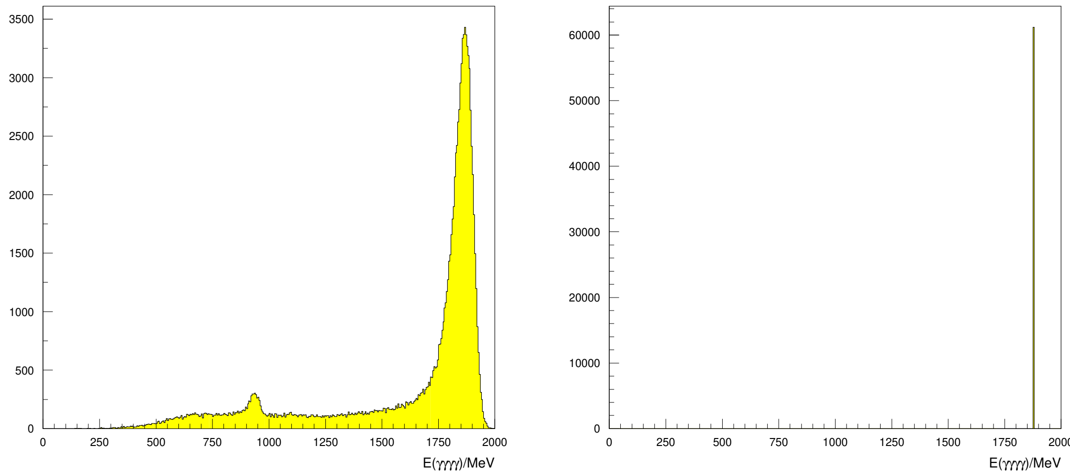

Abbildung 6.4: *Energieverteilung der 4γ-Ereignisse vor und nach kinematischem Fit*

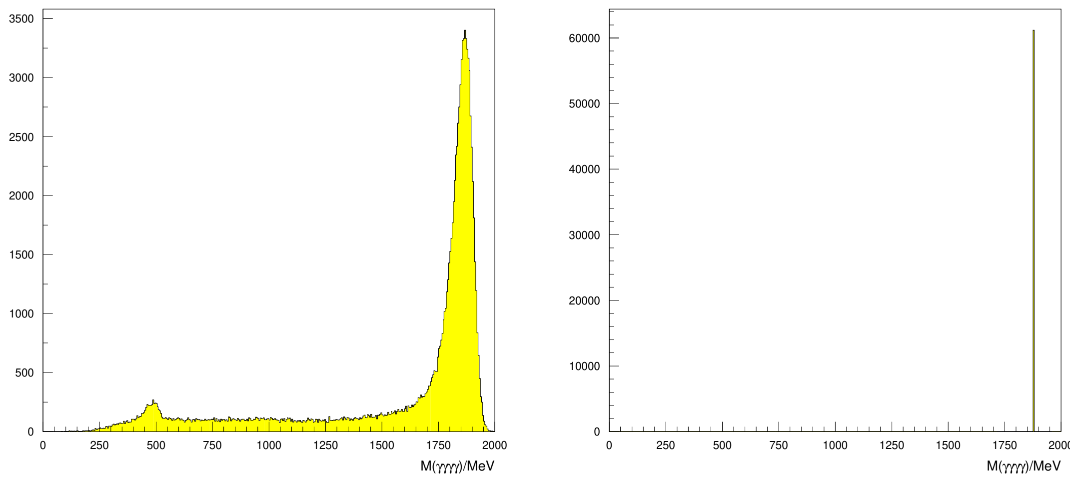

Abbildung 6.5: *Impulsverteilung der 4γ-Ereignisse vor und nach kinematischem Fit*

umgebenden Titanhüllen verantwortlich. Abbildung 6.3 zeigt die Größen PULL_Θ und PULL_Φ. Die Verteilungen der Winkelkorrekturen sind wie erwartet gaußförmig mit normalverteilten Breiten. Figur 6.4 zeigt nochmals die Auswirkungen der kinematischen Anpassung. Die Energieverteilung aller 4γ-Ereignisse ist links dargestellt. Hierbei ist neben dem erwarteten Signal bei der Protoniummasse von 1876 MeV noch ein Signal bei der Nukleonenmasse sichtbar. Dieses ist nur durch Endzustände mit zwei Teilchen gleicher Masse zu erklären, von denen eines nicht nachgewiesen wird wie der $\mathrm{K^0_L K^0_S}$-Endzustand. Ebenso kann auch ein Teilchen durch die Öffnungen im Detektor entlang der Strahlachse entwichen sein. Nach der kinematischen Anpassung unter Vorderung der Energie- und Impulserhaltung sind nur noch Ereignisse, die eine Gesamtenergie entsprechend der doppelten Nukleonenmasse aufweisen,

	$\pi^0\pi^0$
Selektierte Ereignisse	1 802 705
All-Neutral Ereignisse mit Schnitt auf	
Spurerkennung geladener Teilchen	1 716 336
Raumwinkelschnitt Kristalltyp 13	1 677 374
Schnitt auf Energie des Zentralkristalls (10 MeV)	
und Unterdrückung von Split-OFF	1 378 883
Ereignisse mit vier rekonstruierten PEDs	112 189
Energie- und Impulserhaltung (4γ)	61 190

Tabelle 6.1: *Datenreduktion im Verlauf der 4γ-Selektion*

	$\pi^0\pi^0$
generierte Ereignisse	500 000
Schnitt auf Energie des Zentralkristalls (10 MeV)	
und Unterdrückung von Split-OFF	
und Raumwinkelschnitt Kristalltyp 13	437 487
Ereignisse mit vier rekonstruierten PEDs	355 506
Energie- und Impulserhaltung (4γ)	284 621

Tabelle 6.2: *Monte-Carlo-Datenreduktion im Verlauf der 4γ-Selektion*

eingetragen (rechts). Analog zeigt Figur 6.5 die Verteilung der invarianten 4γ-Masse. Im linken Bild ist neben dem Hauptmaximum noch ein kleineres Maximum bei der Kaonenmasse sichtbar. Dies entspricht K^0_S, welche im $2\pi^0$-Zerfallsmode nachgewiesen werden. Nach der kinematischen Anpassung (rechts) sind auch solche Ereignisse verschwunden, da durch die fehlende Masse des assoziierten K^0_L der Energiesatz nicht mehr erfüllt sein kann. In Tabelle 6.1 wird die Reduktion der Ereigniszahlen den angelegten Selektionskriterien der Vorselektion und der kinematischen Anpassung an den $\pi^0\pi^0$-Endzustand für eine Teilmenge des Gesamtdatensatzes exemplarisch gegenübergestellt. Die verbleibende Anzahl an Ereignissen dieses Typs aus den *all-neutral* Daten normiert auf die Anzahl der Ereignisse rein neutraler Endzustände in den minimal getriggerten Daten bildet dann die Grundlage zur Bestimmung des Verzweigungsverhältnisses. Zu dessen Angabe ist letztlich noch die Bestimmung der Nachweis- und Rekonstruktionseffizienz notwendig, die als Korrekturgröße eingeht. Sie beruht auf Monte-Carlo-Studien, die die Detektorgeometrie, die verwendeten

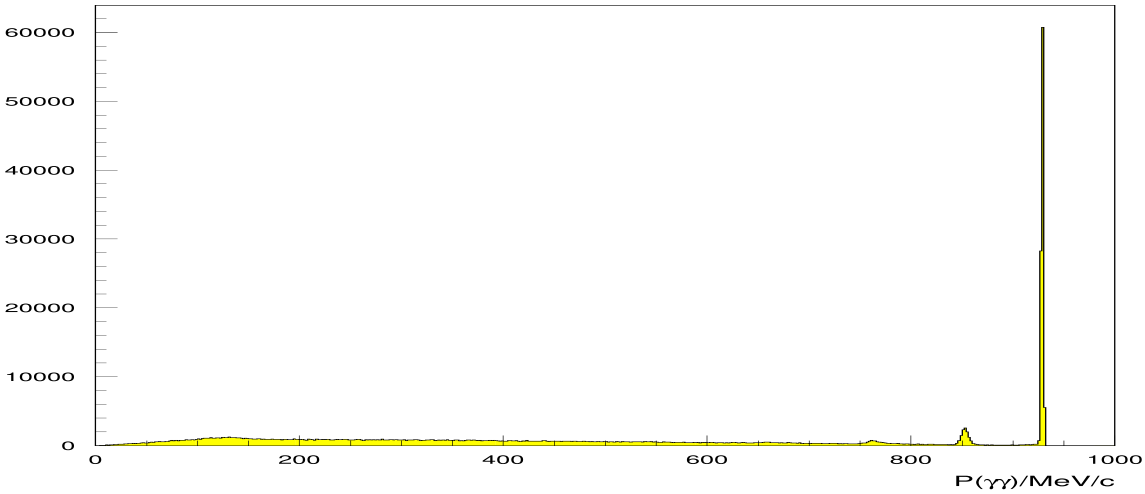

Abbildung 6.6: *Impulsverteilung aller $(\gamma\gamma)$-Paare in 4γ-Ereignissen*

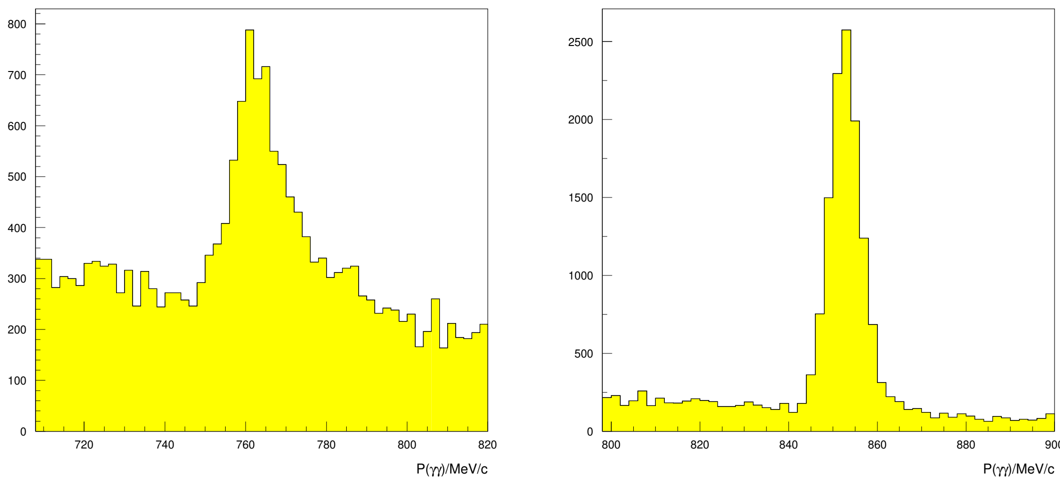

Abbildung 6.7: *Impulsverteilung aller $(\gamma\gamma)$-Paare in 4γ-Ereignissen bei 760 MeV/c und 850 MeV/c*

Materialien und Einflüsse elektronischer Komponenten auf den Nachweis simulieren. Die generierten Daten werden in gleicher Weise den Selektionsschritten unterworfen. Tabelle 6.2 gibt ausgehend von der Anzahl aller generierter Ereignisse wiederum die Reduktionsschritte an. Das Verzweigungsverhältnis wird dann bestimmt aus

$$BR(\bar{p}p \to XY) = \frac{N_{XY}}{N_{AN-trig}} \cdot \frac{N_{AN}}{N_{MB}} : \frac{N_{XY-mc}}{N_{MC}} \tag{6.18}$$

Die Anzahl der rekonstruierten Ereignisse ($\mathrm{N_{XY}}$) der Reaktion $\mathrm{p\bar{p}} \to \pi^0\pi^0$ kann aus der Impulsverteilung der aus allen Permutationen der vier Photonen hervorgehenden $(\gamma\gamma)$-Paare (Figur 6.6) ermittelt werden. Für diese Reaktion ergibt sich ein

charakteristisches Signal im Spektrum bei einem Impuls von 928.5 MeV/c. Weitere Signaturen bei 852.3 MeV/c für Annihilationen nach $\pi^0\eta$, bei 768.4 MeV/c für Annihilationen nach $\pi^0\omega$ mit einem nicht detektierten energiearmen Photon sowie bei 761 MeV/c für Annihilationen nach $\eta\eta$ sind in Figur 6.7 erkennbar. Das $\pi^0\pi^0$-Signal ist wohlsepariert von allen anderen Signalen und untergrundfrei. Man findet in den selektierten Ereignissen 47 955 zweifach eingetragene $\pi^0\pi^0$-Ereignisse bei einer Zerfallswahrscheinlichkeit eines π^0 in zwei Photonen von 98.8%.
In 1 196 020 minimal getriggerten Ereignissen (N_{MB}) waren nach Berücksichtigung aller Permutationen 1136 $\pi^0\pi^0$-Ereignisse enthalten. Hieraus kann der Prozentsatz rein neutraler Ereignisse in den minimal getriggerten Daten (N_{AN}/N_{MB}) aus dem Verhältnis aller $\pi^0\pi^0$-Ereignisse in diesen Daten über allen $\pi^0\pi^0$-Ereignissen in den neutral-getriggerten Daten ($N_{\text{AN-trig}}$) berechnet werden zu 3.32%. Die Detektionseffizienz ($N_{\text{XY-mc}}/N_{MC}$) beträgt 65%, so daß das Verzweigungsverhältnis berechnet werden kann zu

$$BR(\bar{p}p \to \pi^0\pi^0) = (1.39 \pm 0.08) \times 10^{-3} \tag{6.19}$$

Der Fehler von 6% entspricht dem Fehler des Verzweigungsverhältnisses für Annihilationen in LH_2 [63], welcher Annihilationen außerhalb des Targetvolumens und Annihilationen im Fluge berücksichtigte. Letztere sollten allerdings durch den geringeren Impuls der einlaufenden Antiprotonen aufgrund des geringeren Gasdruckes im Vergleich zu LH_2 weniger häufig stattfinden. Der Vergleich mit dem Verzweigungsverhältnis bei Annihilation in flüssigem Wasserstoff von $(6.93 \pm 0.43) \times 10^{-4}$ [63] zeigt, daß das hier gemessene Verhältnis um eine Faktor 2 größer ist. Da die Annihilation in zwei neutrale Pionen aufgrund der Bosesymmetrie nur aus den beiden Anfangszuständen $^3P_0$ und $^3P_2$ erfolgen kann, belegt diese Überhöhung, daß starke Beiträge zur Annihilation in gasförmigem Wasserstoff aus den atomaren P-Niveaus des Protonium stammen. Der direkte Vergleich des hier gemessenen Verhältnisses stimmt sehr gut mit dem in Tabelle 5.1 angegebenen Werten für den $^3P_0$-Anfangszustand überein, womit dieser besonders ausgewiesen wird.

6.3.2 Der $K^0_L K^0_S$-Endzustand

Für die Selektion dieses Zwei-Körper-Endzustandes werden die Daten mit der Hypothese $\bar{p}p \to 4\gamma K^0_L$ kinematisch angepaßt. Aus Figur 6.1 ist schon ersichtlich, daß nur wenige Ereignisse mit fehlendem K^0_L in den *all-neutral*-Daten auftreten. Um letztlich ausreichend viele Ereignisse zu selektieren, ist daher eine größere Datenmenge erforderlich. Darüberhinaus sind die Ereignisse mit mehr Untergrund belegt. Die kinematische Anpassung soll daher eine möglichst klare Separation dieser Ereignisse erzielen. Die diesbezügliche Reduktion der Meßdaten wie der Monte-Carlo-Daten ist in Tabelle 6.3 respektive Tabelle 6.4 gelistet.
Im Zwei-Körper-Zerfall des Protoniums in Ruhe trägt jedes Teilchen gleichermaßen Impuls davon. Für zwei gleichschwere Kaonen sollte daher ein charakteristisches Signal im Impulsspektrum (Figur 6.8) bei einem Impuls von 795.5 MeV/c auftauchen.

	$K_L^0 K_S^0$
Selektierte Ereignisse	3 364 556
All-Neutrale Ereignisse mit Schnitt auf	
Spurerkennung geladener Teilchen	3 211 674
Raumwinkelschnitt Kristalltyp 13	3 139 833
Schnitt auf Energie des Zentralkristalls (10 MeV)	
und Unterdrückung von Split-OFF	2 580 501
Ereignisse mit vier rekonstruierten Photonen	209 914
Energie- und Impulserhaltung (4γ,K_L^0 fehlend)	10 462

Tabelle 6.3: *Datenreduktion im Verlauf der 4γ-Selektion mit fehlendem K_L^0*

	$K_L^0 K_S^0$
generierte Ereignisse	500 000
Schnitt auf Energie des Zentralkristalls (10 MeV)	
und Unterdrückung von Split-OFF	
Raumwinkelschnitt Kristalltyp 13	433 702
Ereignisse mit vier rekonstruierten Photonen	288 648
Energie- und Impulserhaltung (4γ,K_L^0 fehlend)	266 040

Tabelle 6.4: *Monte-Carlo-Datenreduktion im Verlauf der 4γ-Selektion mit fehlendem K_L^0*

Die Daten zeigen neben dem prominenten Signal der Annihilation des Protoniums in Ruhe in genau vier Photonen bei sehr kleinem Gesamtimpuls noch eine weitere Struktur bei etwa 800 MeV/c. Erst nach kinematischer Anpassung bezüglich der $K_L^0 K_S^0$-Hypothese verbleibt hier ein relativ untergrundarmes Signal. Die Gesamtenergie (Figur 6.9) der Protoniumruhemasse teilt sich in diesem Zwei-Körper-Endzustand ebenfalls zu gleichen Teilen auf beide Reaktionspartner auf, so daß die 4γ-Energie bei der Nukleonmasse als auch bei der Protoniummasse vom Untergrund abgehoben ist. Durch den kinematischen Fit verbleibt hier nurmehr ein sehr schmales nahezu untergrundfreies Signal bei 939 MeV. Aus diesem Spektrum werden letztlich die gefundenen $K_L^0 K_S^0$-Ereignisse abgelesen. Die 4γ-Masse (Figur 6.10) zeigt die Protoniummasse und daneben eine Erhöhung bei der Kaonmasse, welche wiederum klarer nach dem kinematischen Fit hervortritt. Die asymmetrische Verteilung der Signale der Spektren nach dem kinematischen Fit zeigt erstmals deutlicher die

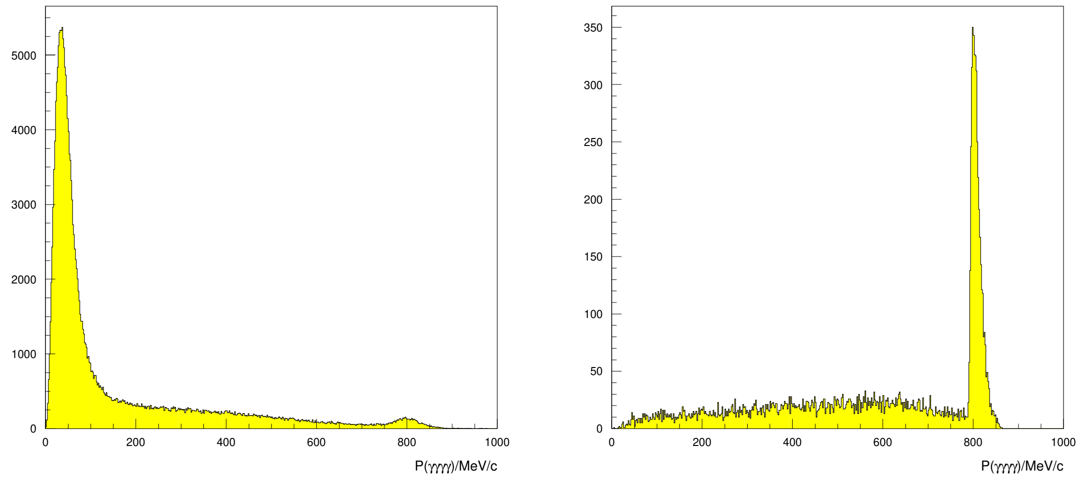

Abbildung 6.8: *Verteilung des Gesamtimpulses aller 4γ-Ereignisse (a, links) vor und nach kinematischem Fit ($K_L^0 K_S^0$) (b, rechts)*

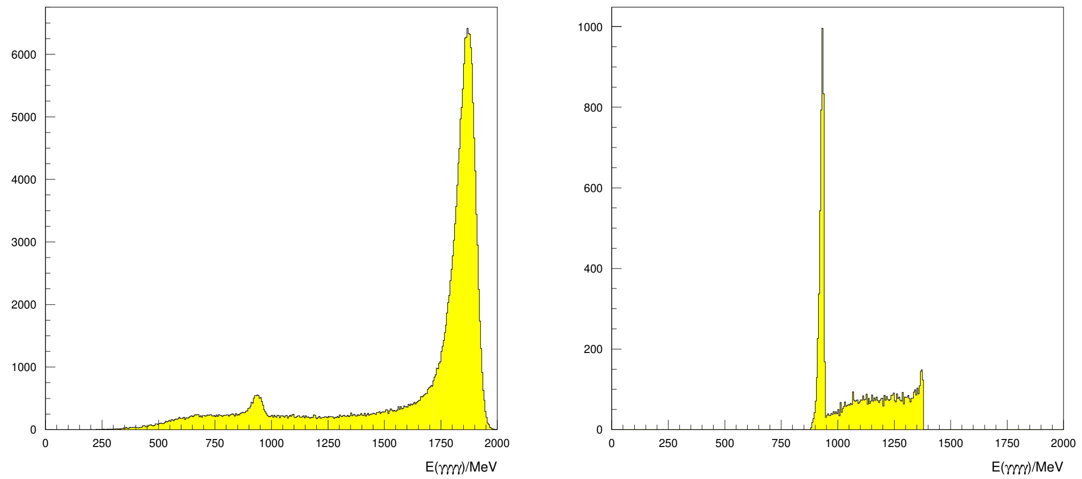

Abbildung 6.9: *Verteilung der Gesamtenergie aller 4γ-Ereignisse (a, links) vor und nach kinematischem Fit ($K_L^0 K_S^0$) (b, rechts)*

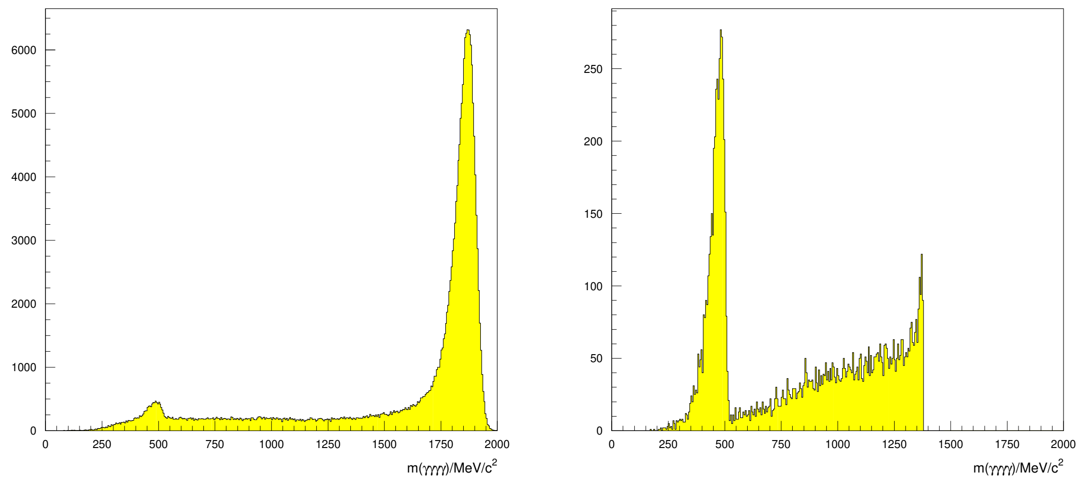

Abbildung 6.10: *Verteilung der Gesamtmasse aller 4γ-Ereignisse (a, links) vor und nach kinematischem Fit ($K_L^0 K_S^0$) (b, rechts)*

Auswirkungen der Schnitte in der Vorselektion bezüglich der Gesamtenergie und des Gesamtimpulses bei nicht nachgewiesenem K_L^0. Hierdurch werden Ereignisse verworfen, deren Einträge in den Spektren fehlen. Die in der Energie- und Massenverteilung sichtbaren abrupten Obergrenzen der Spektren werden durch den kinematischen Fit hervorgerufen, der bei experimentell gemessenem Impuls der Photonen lediglich Energie und Masse innerhalb gewisser Grenzen variieren kann. Im Energiespektrum befinden sich 4 005 Einträge, die die Selektionskette bei einer Zerfallswahrscheinlichkeit des K_S^0 im $\pi^0\pi^0$-Mode von 31.39% und des π^0 im $\gamma\gamma$-Mode von 98.8% durchliefen. Die Detektionseffizienz beträgt 47.2% und die Wahrscheinlichkeit, das K_L^0 bei dem Impuls von 795 MeV/c nicht als PED im elektromagnetischen Kalorimeter nachzuweisen, beträgt $[1-(57.2\pm2.7)\%]$ [64]. Hieraus folgt das Verzweigungsverhältnis

$$BR(\bar{p}p \to K_L^0 K_S^0) = (6.67 \pm 0.32) \times 10^{-4} \tag{6.20}$$

welches um einen Faktor 1.34 kleiner ist als das in LH_2 gemessene Verhältnis von $(8.96\pm0.67)\times10^{-4}$ [64]. Dies belegt die Verringerung der Beiträge aus S-Zuständen. Der hier ermittelte Wert von 0.74 ± 0.066 bezüglich der Reduktion der Annihilationsrate im $^3S_1$-Anfangszustand ist im Vergleich zu den in Tabelle 5.1 angegebenen Werten ebenfalls innerhalb einer 1σ-Umgebung der Fehler verträglich, was die Modellrechnungen quantitativ bestätigt.

6.4 Selektion von 6γ-Ereignissen

Die Selektion von 6γ-Ereignissen aus den rein neutral-getriggerten vorselektierten Daten dient der Preparation der Datensätze mit drei neutralen pseudoskalaren Mesonen im Endzustand. Letztlich werden nur Ereignisse akzeptiert, die den Energie- und Impulssatz erhalten und einer der Hypothesen des kinematischen Fits

$$\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\pi^0 \tag{6.21}$$
$$\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta \tag{6.22}$$
$$\bar{p}p \to \pi^0\eta\eta \tag{6.23}$$

mit einer Wahrscheinlichkeit größer als 10% entsprechen. Die jeweils anderen Hypothesen sollen nur zu einer geringeren Wahrscheinlichkeit erfüllt sein. In jedem Fall ergeben sich durch die Festlegung der drei Teilchenmassen der Endzustände sieben Randbedingungen (7C). Die Daten werden in Form von Dalitzplots abgelegt, einer zweidimensionalen Darstellung von Drei-Körper-Endzuständen. Die Kinematik innerhalb eines Dalitzplots wird noch eingehend bei der Beschreibung der Analysemethode dargestellt werden. Tabelle 6.5 gibt die Anzahl der nach der Selektion verbleibenden Ereignisse für jeden der drei Moden im Vergleich zum Ausgangsdatensatz wider. Da der $\pi^0\eta\eta$-Endzustand besonders stark unterdrückt ist gegenüber den beiden anderen Endzuständen [65], diente wie auch schon bei früheren Datennahmen in LH_2 ein zusätzlicher Softwaretrigger zur Anreicherung dieses Kanals. Hierbei wird bereits bei der Datennahme gefordert, daß $(\gamma\gamma)$-Paare zu η-Mesonen kombiniert werden können. Dadurch wird eine nochmalige Anreicherung des $\pi^0\eta\eta$-Endzustandes gegenüber den rein neutral getriggerten Daten um einen Faktor $e_\eta = 14.5$ erreicht. Dennoch liegt hier ein Datensatz von nur geringer Statistik vor.

All-Neutral Ereignisse	12 715 702
$\pi^0\pi^0\pi^0$-Hypothese	1 295 569
$\pi^0\pi^0\eta$-Hypothese	471 191
$\pi^0\eta\eta$-Hypothese	82 164

Tabelle 6.5: *Datenstatistik nach der 6γ-Selektion*

Die Nachweiseffizienz der einzelnen Endzustände beträgt 33.1% für $\pi^0\pi^0\pi^0$, 32.2% für $\pi^0\pi^0\eta$ und 30.0% für $\pi^0\eta\eta$. Hieraus ermittelt man für Annihilationen in GH_2 wiederum unter Berücksichtigung der Zerfallswahrscheinlichkeiten von π^0 und η in zwei Photonen die Verzweigungsverhältnisse

$$BR(\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\pi^0) = (9.29 \pm 1.49) \times 10^{-3} \tag{6.24}$$
$$BR(\bar{p}p \to \pi^0\pi^0\eta) = (9.08 \pm 1.45) \times 10^{-3} \tag{6.25}$$
$$BR(\bar{p}p \to \pi^0\eta\eta) = (1.79 \pm 0.28) \times 10^{-3} \tag{6.26}$$

Im Vergleich zu den bereits in LH_2 gemessenen Werten [65] treten die beiden Endzustände $\pi^0\pi^0\pi^0$ und $\pi^0\pi^0\eta$ etwa 1.5-fach stärker hervor, während der $\pi^0\eta\eta$-Endzustand etwa 0.75-fach weniger stark produziert wird. Dies wird dadurch erhellt, wenn man berücksichtigt, daß die Annihilationsdynamik die Produktion von Resonanzen mit höherem Spin bevorzugen sollte, weil auch Anfangszustände mit höherem Spin umso mehr beitragen, je geringer der Targetdruck ist. Gleichzeitig wird skalare Intensität herabgesetzt. Dies wirkt sich besonders negativ auf den $\pi^0\eta\eta$-Endzustand aus, weil innerhalb des zugänglichen Phasenraumes sowohl im $(\eta\eta)$-Subsystem als auch im $(\eta\pi)$-Subsystem kaum Wellen mit höherem Spin auftreten. In den beiden anderen Datensätzen hingegen ist der Phasenraum der $(\pi\pi)$- und $(\eta\pi)$-Subsysteme hinreichend groß und umfaßt mehrere skalare wie tensorielle Wellen, so daß viel Intensität ausgebildet werden kann.
Aus Abbildung 6.11 sind einige markante Strukturen in den Daten zu erkennen, wie $f_0(980)$, $f_2(1270)$, $f_0(1500)$ und $f_2(1565)$ in den $\pi^0\pi^0\pi^0$-Dalitzplots sowie $f_0/a_0(980)$, $a_0(1450)$, $a_2(1320)$ und $a_2(1650)$ in den $\pi^0\pi^0\eta$-Dalitzplots oder $a_0(980)$ und $f_0(1500)$ in den $\pi^0\eta\eta$-Dalitzplots. Weitere schwer sichtbare Beiträge aus Resonanzen wie etwa $f_0(1370)$ oder dem Hybridkandidat $\hat{\rho}(1390)$ können nur durch die Partialwellenanalyse bestimmt werden. Zur vollständigen Analyse der Daten der drei Endkanäle ist es notwendig, die Detektorakzeptanz zu kennen. Diese kann aus Monte-Carlo-Studien ermittelt werden. Dazu wird eine Vielzahl von 6γ-Ereignissen generiert. Deren Verteilungen im elektromagnetischen Kalorimeter über dem gesamten Phasenraum wird

durch eine Anpassung mit Winkelfunktionen ausgeglichen. Die so generierten Dalitzplots aus den simulierten Daten werden so normiert, daß sie zellenweise Korrekturfaktoren in einer Umgebung um den Wert 1 liefern. Diese Korrekturdalitzplots weisen im allgemeinen Schwankungen zwischen $(2-4)\%$ auf und gehen als Akzeptanzkorrekturen für die Datendalitzplots in die Analyse mit ein. Die Abbildung 6.12 zeigt alle Korrekturdalitzplots.

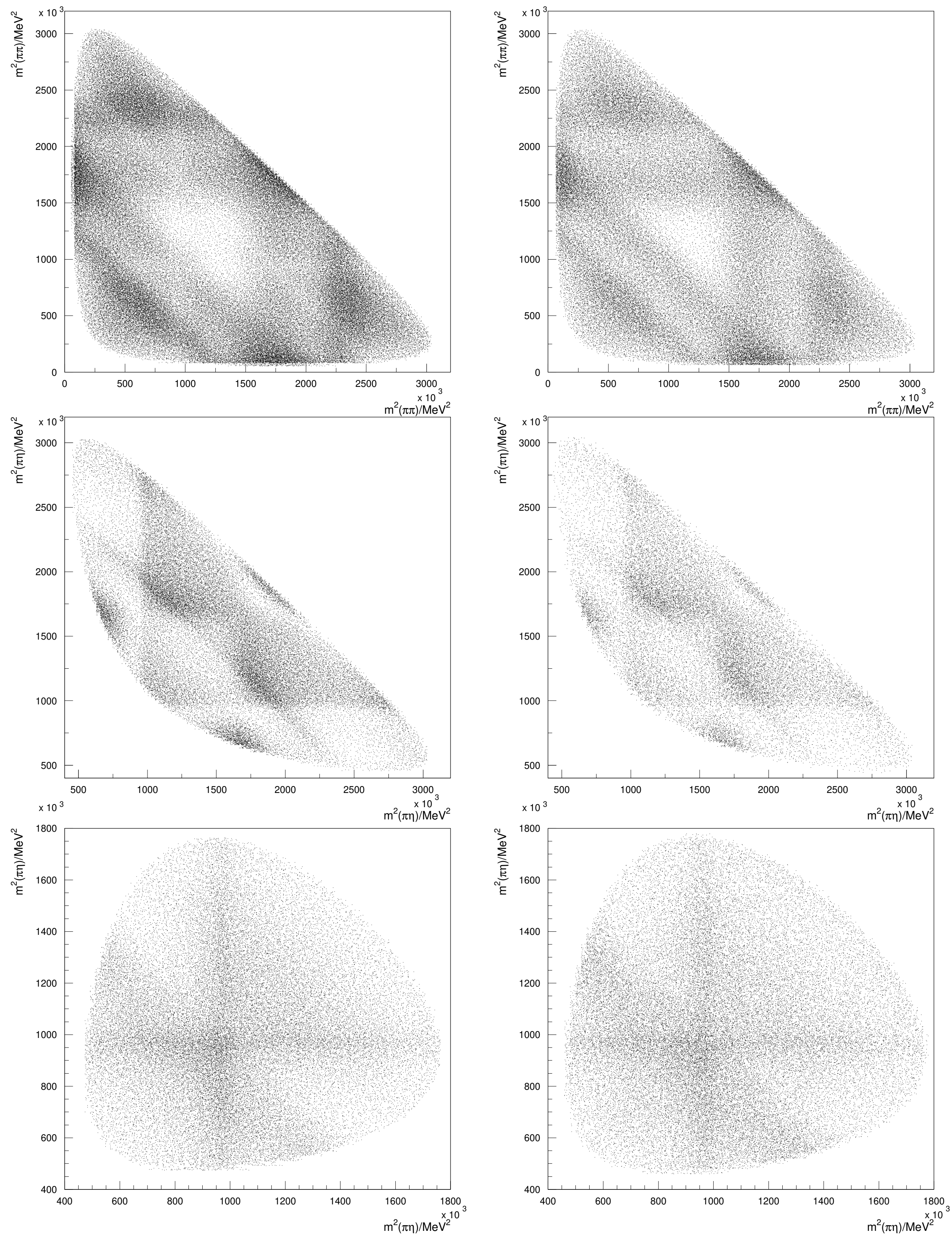

Abbildung 6.11: Dalitzplots der $\bar{\text{p}}$p-Annihilation in $\pi^0\pi^0\pi^0$ (oben), $\pi^0\pi^0\eta$ (Mitte) und $\pi^0\eta\eta$ (unten) von Antiprotonen stoppend in flüssigem Wasserstoff (links) und gasförmigem Wasserstoff (rechts)

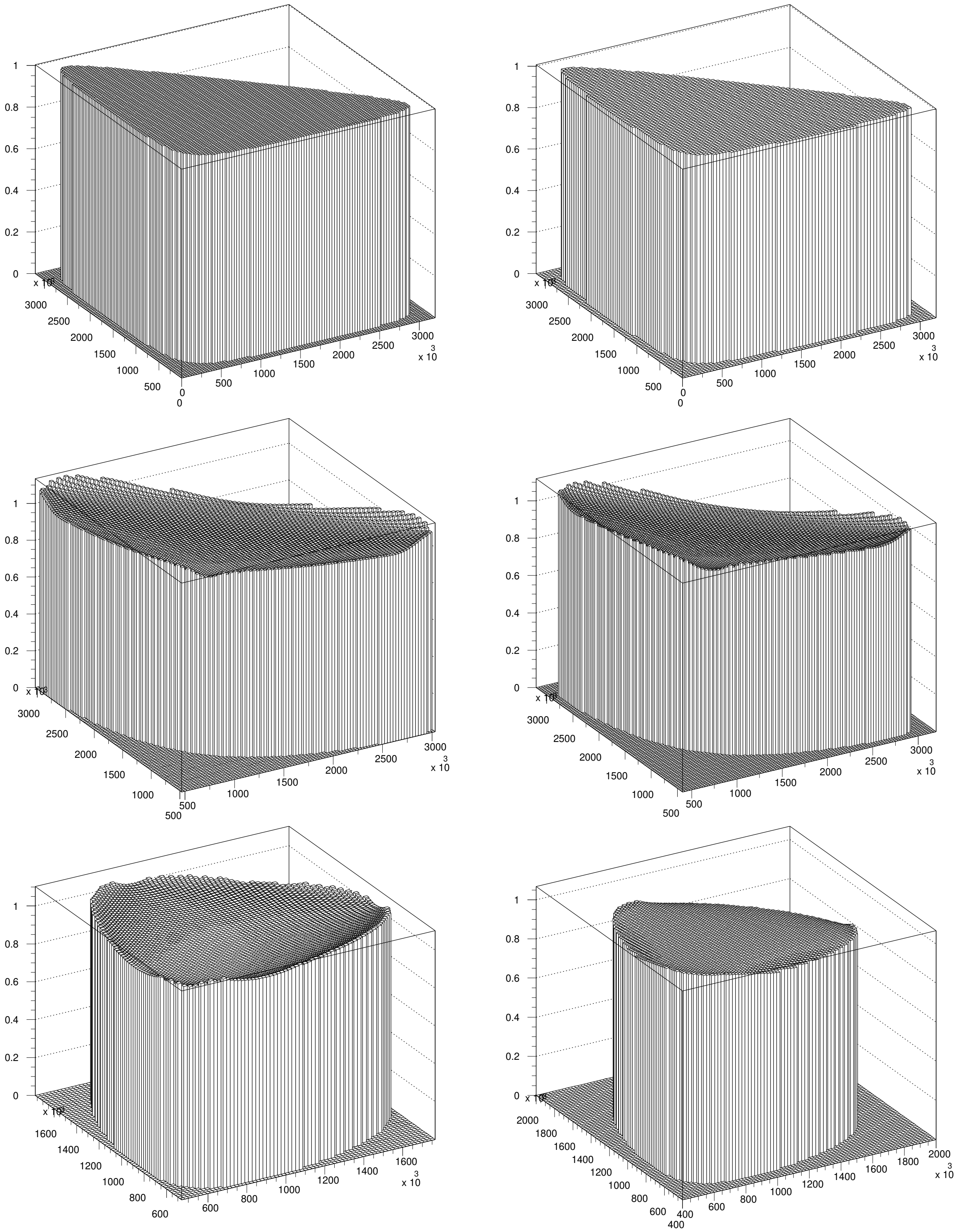

Abbildung 6.12: Die Dalitzplots der Akzeptanzkorrekturen der $\pi^0\pi^0\pi^0$- (oben), $\pi^0\pi^0\eta$- (Mitte) und $\pi^0\eta\eta$-Datensätze (unten) für LH_2 (links) und GH_2 (rechts)

Kapitel 7

Die Partialwellenanalyse

Durch eine Partialwellenanalyse werden die experimentellen Daten durch Amplituden derart beschreiben, daß auf die Dynamik der physikalischen Reaktion sowie auf die beteiligten intermediären Zwischenprodukte und ihre Massen, Breiten, Spins und Paritäten zurückgeschlossen werden kann. Dabei sind die Beiträge aus den Einzelübergängen ebenfalls von Bedeutung. Die Analyse des Protoniumendzustandes aus drei pseudoskalaren Mesonen erlaubt eine Darstellung der Daten als zweidimensionale Histogramme (Dalitzplot), die theoretisch durch Übergangsamplituden so angepaßt werden, daß die Differenz aus so generierten Daten und den experimentellen Daten durch einen χ^2-Test minimiert wird.

7.1 Der Dalitzplot

Die Dynamik eines Dreikörperzustand wird durch zwölf Variablen beschrieben, die sich aus den drei 4-Vektoren ergeben, die Energie und Impuls jedes Teilchens enthalten. Diese Anzahl reduziert sich aufgrund der durch die Protoniumannihilation in Ruhe festgelegten Randbedingungen. Es gilt Energie- und Impulserhaltung (4 Randbedingungen) und die drei Teilchenmassen der Mesonen (3 Randbedingungenn) sind bekannt. Prinzipiell ist keine Vorzugsrichtung im Raum beim Dreikörperzerfall ausgezeichnet, wodurch drei Eulerwinkel frei wählbar sind. Die verbleibenden zwei Größen legen nun eindeutig die Kinematik des Protoniumzerfalls fest. Analog der von R. Dalitz gewählten Beschreibung zur Untersuchung des schwachen Zerfalls eines geladenen Kaons in drei geladene Pionen, wird hier ebenfalls eine graphische Darstellung der experimentellen Daten in Form des nach Dalitz benannten Histogramms gewählt, wobei jedem Ereignis aus der Protoniumannihilation ein Eintrag im Dalitzplot entspricht. Tauchen ununterscheidbare Teilchen im Endzustand auf, wodurch der Symmetriegrad des Endzustandes festgelegt wird, müssen auch ebensoviele Permutationen innerhalb des Endzustandes in den Dalitzplot eingetragen werden. Der $\pi^0\pi^0\pi^0$-Endzustand verfügt über 6-fache kombinatorische Symmetrie, während für die Endzustände $\pi^0\pi^0\eta$ und $\pi^0\eta\eta$ 2-fache Symmetrie vorliegt.

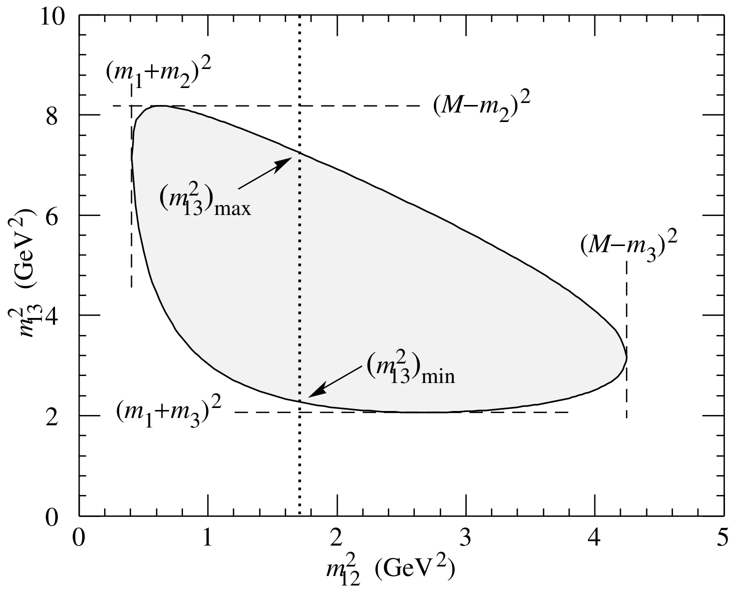

Abbildung 7.1: *Schema eines Dalitzplots*

Entlang der Achsen eines Dalitzplots (vgl. Abbildung 7.1) sind die aus Energie und Impuls je zweier verschiedener Teilchen i und k berechneten invarianten Massenquadrate aufgetragen. Damit ist jedes Flächenelement des Dalitzplots $\mathrm{dm}_{12}^2 \cdot \mathrm{dm}_{13}^2$ proportional zur Phasenraumdichte. Die drei Massenquadrate berechnen sich zu

$$m_{jk}^2 = (E_j + E_k)^2 - (\vec{p}_j + \vec{p}_k)^2 \tag{7.1}$$

und sind dabei der Relation

$$m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{23}^2 = M_{\bar{p}p}^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 \tag{7.2}$$

unterworfen, wobei $\mathrm{M}_{\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}}$ die Ruhemasse des Protoniums und $\mathrm{m}_{(1,2,3)}$ die Ruhemassen der jeweiligen Mesonen sind. Der Dalitzplot wird durch die Kinematik in seinen Grenzen festgelegt, d.h. es befinden sich nur innerhalb bestimmter Limits für die invarianten Massenquadrate Eintäge im zweidimensionalen Histogramm. Die Grenzen werden festgelegt durch

$$\left(m_{jk}^2\right)_{min} = \left(\tilde{E}_j + \tilde{E}_k\right)^2 - \left(\sqrt{\tilde{E}_j^2 - m_j^2} + \sqrt{\tilde{E}_k^2 - m_k^2}\right)^2 \tag{7.3}$$

$$\left(m_{jk}^2\right)_{max} = \left(\tilde{E}_j + \tilde{E}_k\right)^2 - \left(\sqrt{\tilde{E}_j^2 - m_j^2} - \sqrt{\tilde{E}_k^2 - m_k^2}\right)^2 \tag{7.4}$$

mit den Hilfsgrößen

$$\tilde{E}_j = \frac{m_{jl}^2 + m_j^2 - m_l^2}{2m_{jl}^2} \tag{7.5}$$

$$\tilde{E}_k = \frac{M_{\bar{p}p}^2 - m_{jl}^2 - m_k^2}{2m_{jl}^2} \tag{7.6}$$

Strukturen in der Dichteverteilung des Dalitzplots deuten auf dynamische Effekte hin. So erscheinen z.B. Resonanzen mit einer Masse M=$\sqrt{m_{ij}^2}$ im Subsystem der beiden Zerfallsteilchen i und j als Strukturen im Dalitzplot orthogonal zur entsprechenden Achse an der Stelle M^2. Die Punktdichte entlang dieses Streifens gibt die Winkelverteilung des Zerfalls im Ruhesystem wieder, die Aufschluß über den Spin der Resonanz liefert. Der Cosinus des Zerfallswinkels θ_{ij} berechnet sich dann aus

$$\cos\theta_{ij} = \frac{2m_{ik}^2 - (m_{ik}^2)_{min} - (m_{ik}^2)_{max}}{(m_{ik}^2)_{min} - (m_{ik}^2)_{max}} \tag{7.7}$$

7.2 Die Partialwellenamplitude

Der Dreikörperzerfall des Protoniums wird gemäß dem Isobarenmodell als Aufeinanderfolge von zwei Zweikörperzerfällen im Gottfried-Jackson-System (Abbildung 7.2) behandelt. Dabei wird ein Rückstoßmeson mit relativem Bahndrehimpuls $\vec{\mathrm{L}}$ gegenüber einer Dimesonresonanz im $\bar{\mathrm{p}}$p-Ruhesystem mit Impuls $\vec{\mathrm{p}}$ erzeugt. Die isoskalare oder isovektorielle Resonanz zerfällt ihrerseits im Ruhesytem in zwei Mesonen mit relativem Bahndrehimpuls $\vec{\mathrm{l}}$, der dem Gesamtspin der Resonanz entspricht, wobei jedes Meson den Impuls $\vec{\mathrm{q}}$ davonträgt. Die Winkelverteilung des Zerfalls der Dimesonresonanz bezüglich ihrer Flugrichtung im $\bar{\mathrm{p}}$p-Ruhesystem gibt dabei Aufschluß über den Spin des Teilchens selbst.

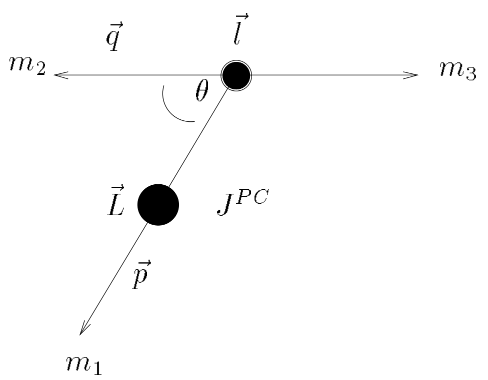

Abbildung 7.2: *Darstellung des Gottfried-Jackson-Systems*

Die Beschreibung der Partialwellenamplituden sieht Faktorisierbarkeit nach Drehimpulseigenschaften und der Dynamik selbst vor und erfolgt nach dem Ansatz

$$A_{J^{PC},L}(\vec{p},\vec{q}) = \sum_{\mathrm{Perm}} Z_{J^{PC},L,l}(\vec{P},\vec{Q}) F_l(\vec{p},\vec{q}) \Omega_L(\vec{p}) \tag{7.8}$$

Dabei sind die im folgenden noch näher beschriebenen Funktionen $\mathrm{Z}_{\mathrm{J^{PC}},\mathrm{L},\mathrm{l}}$ die Spin-Paritätsfunktion, $\mathrm{F_l}$ die dynamische Amplitude und Ω_L die Drehimpulsbarriere bei der Formation eines Rückstoßmesons und einer Dimesonresonanz aus dem betrachteten Protoniumanfangszustand. Die experimentelle Dichteverteilung D(X,Y) der

Ereignisse im Dalitzplot an der Stelle X=m_{12}^2, Y=m_{13}^2 soll dann durch die Intensität der Partialwellen wiedergegeben werden. Dabei werden die Einzelamplituden, die der Bose-Einstein-Statistik genügen müssen, mit relativen Produktionsstärken β_{ij} skaliert, bevor sie kohärent aufaddiert werden. Das Betragsquadrat dieser Summe entspricht dann der theoretischen Intensität an der Stelle (X,Y) im Dalitzplot für alle n_i Zwischenzustände des i-ten Protoniumanfangszustandes. Die Gesamtdichte ergibt sich dann aus der inkohärenten Addition über alle Anfangszustände

$$D(X,Y) = \sum_{i=1}^{k} D_i(X,Y) \tag{7.9}$$

Der Vergleich der experimentellen Intensität in einer Zelle des Dalitzplots mit den endlichen Kantenlängen ΔX und ΔY mit der theoretisch berechneten Intensität aus der Integration der Dichteverteilung über diese Zelle

$$\int_{\Delta X, \Delta Y} D(X,Y) dX dY \tag{7.10}$$

führt auf eine χ^2-Verteilung über dem gesamten Dalitzplot mit N Zellen

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{N} \frac{(I_{k,exp} - I_{k,theo})^2}{\sigma_k^2} \tag{7.11}$$

wobei der Fehler σ_{k} gemäß Zählstatistik aus der Zahl der Einträge in der Dalitzplotzelle berechnet wird.

7.2.1 Die Spin-Paritätsamplitude

Zur Berechnung der Winkelverteilung in der Partialwellenamplitude wird in dieser Analyse der Zemachformalismus [67] benutzt. Hierbei werden Drehimpulse und die Spins durch symmetrische und spurlose Tensoren j-ter Stufe dargestellt. Die beiden Bedingungen reduzieren die j^2 Komponenten eines allgemeinen Tensors auf (2j+1) unabhängige Komponenten analog der Anzahl der magnetischen Projektionen zum Spin $\vec{j}$.

Beim Zerfall eines Teilchens mit Spin $\vec{j}$ in zwei Zerfallsprodukte werden diese experimentell mit charakteristischer Winkelverteilung nachgewiesen. Der Winkel ergibt sich dabei aus den Flugrichtungen der beiden Teilchen im Ruhesystem des Zerfalls. Die Tensoren können somit aus den normierten Impulsvektoren $\vec{P}:=\vec{p}/|\vec{p}|$ und $\vec{Q}:=\vec{q}/|\vec{q}|$ des Gottfried-Jackson-Systems gebildet werden.

Der Drehimpuls $\vec{J}$=0 wird durch den Skalar $I_{1\times1}$ beschrieben und der Drehimpuls $\vec{J}$=1 wird durch die Vektoren $\vec{P}$ bzw. $\vec{Q}$ dargestellt. Im Fall von $\vec{J}$=2 handelt es sich um die Tensoren $(\vec{Q} \otimes \vec{Q} - \frac{1}{3}|\vec{Q}|^2)$ bzw. $(\vec{P} \otimes \vec{P} - \frac{1}{3}|\vec{P}|^2)$. Die Drehimpulskopplung innerhalb des Isobarenmodells erfolgt durch Verjüngung entsprechender Darstellungen der beteiligten Spins bis zur Stufe entsprechend dem Spin des Anfangszustandes.

Anfangszustand	l	L	J	$Z_{J^{PC},L,l}(\vec{P},\vec{Q})$	Winkelverteilung
$^1S_0(0^{-+})$	0	0	0	1	1
	1	1	0	$\vec{Q}\cdot\vec{P}$	$\cos^2\theta$
	2	2	0	$(\vec{Q}\cdot\vec{P})^2-\frac{1}{3}\vert\vec{Q}\vert^2\vert\vec{P}\vert^2$	$(\cos^2\theta-\frac{1}{3})^2$
$^3P_1(1^{++})$	0	1	1	$\vec{P}$	1
	1	0	1	$\vec{Q}$	1
	2	1	1	$\vec{Q}\cdot(\vec{Q}\cdot\vec{P})-\frac{1}{3}\vec{P}\cdot(\vec{Q}\cdot\vec{Q})$	$\cos^2\theta+\frac{1}{3}$
$^3P_2(2^{++})$	2	1	2	$\vec{Q}\otimes(\vec{Q}\times\vec{P})_{symm}$	$\sin^2\theta$

Tabelle 7.1: *Zemachtensoren und Winkelverteilungen*

Die Tabelle 7.1 zeigt die Kopplungen der beiden Tensoren für den Zweistufenzerfallsprozeß und die damit verbundene Winkelverteilung im Dalitzplot der hier betrachteten Mesonenresonanzen.

7.2.2 Die dynamische Amplitude

Die Beschreibung der dynamischen Amplitude für die Partialwellenanalyse erfolgt gemäß dem Isobarenmodell von Jackson [68], bei der der Protoniumanfangszustand sequentiell in ein Meson und eine Resonanz zerfällt. Die Resonanz ihrerseits zerfällt anschließend in zwei Mesonen. Im Rahmen des K-Matrixformalismus ist es möglich, eine Amplitude zu formulieren, die die Unitarität gewährleistet, was der Erhaltung der quantenmechanischen Wahrscheinlichkeit bei den Zweikörperzerfällen entspricht. Der Zerfallsprozeß wird dabei als der inverse Streuprozeß der beteiligten Mesonen betrachtet. Die Amplitude für den Übergang eines Anfangszustandes $|\mathrm{i}\rangle$ in einen Streuzustand $|\mathrm{f}\rangle$ werde durch den Operator S beschrieben, derart daß für vollständige Basissysteme eine Matrixdarstellung gewählt wird mit

$$S_{if} = \langle f|S|i\rangle \tag{7.12}$$

Die Wahrscheinlichkeitserhaltung bedingt die Unitarität der S-Matrix

$$SS^\dagger = S^\dagger S = I \tag{7.13}$$

Die Separation der S-Matrix nach Streuanteilen ohne innere Wechselwirkung und nach Reaktionsanteilen

$$S = I + 2iT \tag{7.14}$$

führt auf die T-Matrix, für die die Unitaritätsbedingung analog dem optischen Theorem

$$Im(T_{if}) = \sum_{k=1}^{N} T^*_{ik}T_{kf} \tag{7.15}$$

lautet, wobei über alle N auftretenden Zwischenzustände summiert wird. Die reelle K-Matrix ist nun mit der T-Matrix verknüpft über

$$K_{if}^{-1} = T_{if}^{-1} + iI \tag{7.16}$$

und ist hermitesch. Die Forderung nach Zeitumkehrinvarianz bedingt eine symmetrische Form der beiden Matrizen. Wie die T-Matrix so ist auch die K-Matrix nicht lorentzinvariant. Erst die Multiplikation mit Phasenraumfaktoren der jeweiligen Zweikörperendzustände bringt die Matrizen in lorentzinvariante Form. Für den Streuprozeß der Form $a + b \rightarrow c + d$ lauten die expliziten Faktoren für Schwerpunktsenergie s und m=$\sqrt{s}$

$$\rho_i = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{m_a + m_b}{m}\right)^2\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{m_a - m_b}{m}\right)^2\right)} \tag{7.17}$$

$$\rho_f = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{m_c + m_d}{m}\right)^2\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{m_c - m_d}{m}\right)^2\right)} \tag{7.18}$$

Sie konvergieren für groß werdende Werte von m gegen 1. Aus den Phasenraumfaktoren für N Zweikörperendzustände wird die diagonale Phasenraummatrix

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \rho_N \end{pmatrix}$$

gebildet, die die K-Matrix in die lorentzinvariante Form $\hat{K}$

$$K = \{\rho^\dagger\}^{\frac{1}{2}} \hat{K} \{\rho\}^{\frac{1}{2}} \tag{7.19}$$

überführt. Die Anwendung des K-Matrixformalismus in der Mesonenspektroskopie zur Beschreibung von hadronischen Resonanzen, die ihrerseits typischerweise in mehreren Zerfallsmoden auftauchen, basiert auf der Summation von Polstellen in der K-Matrix gemäß

$$\hat{K}_{ij} = \sum_\alpha \frac{g_{\alpha i} g_{\alpha j} B^l_{\alpha i}(q, q_{\alpha i}) B^l_{\alpha j}(q, q_{\alpha j})}{(m_\alpha^2 - m^2)\sqrt{\rho_i \rho_j}} \tag{7.20}$$

Jedem mit α durchnumerierten Pol ordnet man Kopplungsstärken für den i-ten Zerfallsmode zu, die mit den partiellen Breiten über die Masse des Pols verknüpft sind

$$g^2_{\alpha i}(m) = m_\alpha \Gamma_{\alpha i}(m) \tag{7.21}$$

Die Gesamtzerfallsbreite jedes Pols ergibt sich dann aus der Summe der partiellen Breiten

$$\Gamma_\alpha(m) = \sum_i \Gamma_{\alpha i}(m) \tag{7.22}$$

Die Faktoren B^l drücken die Zentrifugalbarrieren für den Zerfall aus und sind als Quotienten von Blatt-Weißkopf-Faktoren als Funktion des Aufbruchmomentes q im i-ten Kanal und dem Moment der Resonanz selbst q_α parametrisiert.

$$B^l_{\alpha i}(q, q_\alpha) = \frac{F_l(q)}{F_l(q_\alpha)} \tag{7.23}$$

Die Funktionen F_l sind so normiert, daß die Zentrifugalbarriere für typische Abstände der jeweiligen Wechselwirkung einsetzt $F_l(z=0)=1$ mit $z=(\frac{q}{q_R})^2$. Die Reichweite der Wechselwirkung entspricht hierbei q_R=197.327fm. Die Funktionen selbst sind für Drehimpulse bis zu l=4 hier gelistet

$$F_0(z) = 1 \tag{7.24}$$

$$F_1(z) = \sqrt{\frac{2z}{z+1}} \tag{7.25}$$

$$F_2(z) = \sqrt{\frac{13z^2}{(z-3)^2+9z}} \tag{7.26}$$

$$F_3(z) = \sqrt{\frac{277z^3}{z(z-15)^2+9(2z-5)}} \tag{7.27}$$

$$F_4(z) = \sqrt{\frac{12746z^4}{(z^2-45z+105)^2+25z(2z-21)^2}} \tag{7.28}$$

Für Produktionsprozesse wie die von Crystal Barrel untersuchte Proton-Antiproton-Annihilation gestaltet sich nach Aitchison [69] eine lorentzinvariante Übergangs-amplitude $\hat{F}$ aus dem Produkt eines Propagatorterms und eines die Produktion beschreibenden Vektors $\hat{P}$ nach

$$\hat{F} = (I - i\hat{K}\rho)^{-1}\hat{P} \tag{7.29}$$

Der Produktionsvektor wird beschrieben durch

$$\hat{P} = \sum_\alpha \frac{\beta^0_\alpha g_{\alpha i}(m)}{(m^2_\alpha - m^2)\sqrt{\rho_i}} \tag{7.30}$$

wobei die Produktionsstärken jeder Resonanz β_α für gewöhnlich noch zu dimensionslosen Größen skaliert werden

$$\beta^0_\alpha = \beta_\alpha \sqrt{m_\alpha \Gamma_\alpha} \tag{7.31}$$

Für eine Resonanz, die lediglich an einen Zerfallskanal koppelt reduziert sich der $\hat{F}$-Vektor zu einer Funktion der invarianten Masse m^2, die der Breit-Wigner-Formel identisch ist.

$$\hat{F}(m) = \beta \frac{m_0\Gamma_0}{m_0^2 - m^2 - im_0\Gamma_0(m)} B^l(q, q_0) \tag{7.32}$$

Im Fall der Beschreibung von Resonanzen, die an zwei Zerfallskanäle koppeln bzw. in der Nähe einer sich öffnenden Schwelle zu weiteren Zerfallsmoden oder sich überlappenden Resonanzen erscheint $\hat{\mathrm{F}}$ als zweikomponentiger Vektor aus den Amplituden für den Übergang in die jeweiligen Kanäle. Für die numerische Behandlung kann man die Komponenten berechnen zu

$$\hat{F}_1 = \frac{\hat{P}_1 - i\rho_2 \left(\hat{K}_{22}\hat{P}_1 - \hat{K}_{12}\hat{P}_2\right)}{1 - \rho_1\rho_2\hat{D} - i\left(\rho_1\hat{K}_{11} + \rho_2\hat{K}_{22}\right)} \tag{7.33}$$

$$\hat{F}_2 = \frac{\hat{P}_2 - i\rho_1 \left(\hat{K}_{11}\hat{P}_2 - \hat{K}_{12}\hat{P}_1\right)}{1 - \rho_1\rho_2\hat{D} - i\left(\rho_1\hat{K}_{11} + \rho_2\hat{K}_{22}\right)} \tag{7.34}$$

mit

$$\hat{D} = \hat{K}_{11}\hat{K}_{22} - \hat{K}_{12}\hat{K}_{21} \tag{7.35}$$

Nach der Anpassung der theoretischen Amplituden an die Daten mit Hilfe dieses Formalismus müssen noch die Polstellen der K-Matrix in Polstellen der T-Matrix umgerechnet werden mittels

$$T = K \cdot (I - iK)^{-1} = (I - iK)^{-1} \cdot K \tag{7.36}$$

da diese den eigentlichen Streuprozeß beschreiben. Bei einzelnen Resonanzen ist diese Umrechnung problemlos. Bei sich überlappenden benachbarten Resonanzen oder bei Resonanzen, die an Zerfallskanäle unmittelbar oberhalb ihrer Massen koppeln, kann die Reaktionsenergie komplexwertig werden. Das Zerfallsmoment ρ ist für invariante Massen der Resonanzen oberhalb der Schwelle rein reell, genau an der Schwelle Null und unterhalb der Schwelle rein imaginär. Daher wird gefordert, daß beide Größen analytisch fortgesetzt werden können (Analytizität). Jeder sich öffnende Zerfallskanal erzeugt dabei einen Verzweigungspunkt in einer komplexen Energieebene. Erlaubt man den physikalischen Zerfal der Resonanz in mehreren Moden, so kommt dies bildlich der Übereinanderlegung der komplexen Energieebenen in den Verzweigungspunkten als Riemannsche Blätter gleich. Die Kopplung der Resonanz an die verschiedenen Zerfallskanäle wird dann dadurch wiedergegeben, daß jede Ebene von dem als Ursprung identifizierten Mittelpunkt bis nach $-\infty$ aufgeschnitten wird, wonach dann die entstandenen Ränder zyklisch zusammenhängend und kreuzweise miteinander so verheftet werden, daß die jeweilige obere Halbebene eines Blattes (mit (+) gekennzeichnet da (Im(E)$\geq$ 0)) mit der Halbebene des darunterliegenden Blattes (mit (−) gekennzeichnet da (Im(E)$\leq$ 0)) ineinanderlaufen, vgl. Abbildung 7.3a). Die letzte (+)-Halbebene wird mit der (−)-Halbebene des ersten Blattes verknüpft, vgl. Abbildung 7.3b. Die komplexe Größe aus E=(M-iΓ/2) wird dann im mathematisch positiven Sinn durchlaufen (Phasenbewegung des Produktionsprozesses), wobei das physikalische Überschreiten einer Schwelle dann genau an einer solchen Kante stattfindet. Im Fall von N Zerfallskanälen einer Resonanz entstehen 2^{N} Riemannsche

Blätter, die in symbolischer Schreibweise mit den Vorzeichen der Imaginärteile der Zerfallsmomente der beiden der invarianten Masse benachbarten Kanäle identifiziert werden. Im Zweikanalfall sind dies somit die Blätter I(++), II(−+), III(−−) und IV(+−). Die so entstandene 2^N-blättrige Fläche heißt *RiemannscheFläche*, die man bei N-maligem gleichsinnigen Umlauf um die Polstellen genau einmal durchläuft.

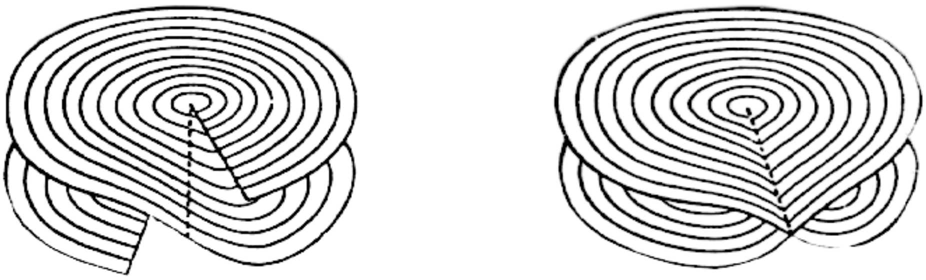

Abbildung 7.3: *Riemannsche Blätter der komplexen Energieebene bei Zerfall einer Resonanz in zwei Moden. Überlagerung der Blätter am Ursprung (a, links) und Verbindung der Kanten der Blätter zur Riemann'schen Ebene (b, rechts).*

Kapitel 8

Ergebnisse der Partialwellenanalyse

Die Analysen der drei Datensatzpaare hängen gegenseitig dadurch voneinander ab, daß Partialwellen in einem Datensatzpaar bestimmt werden, um sie dann für einen anderen als Basis zu benutzen. Daher gestaltet sich die Analyse in vier Schritten.
Zuerst soll die $(\pi\pi)$-skalare Welle aus einer gekoppelten Analyse an eine möglichst hohe Datenmenge aus Annihilationen in LH_2 bestimmt werden, da hier hohe Anteile dieser Welle zu erwarten sind. Sie geht mit einer weiteren Parametrisierung für die tensorielle $(\pi\pi)$-Welle, die zwei Tensormesonen beschreiben soll, als Ausgangsbeschreibung in die Analyse des ersten Datensatzpaares aus Annihilationen in LH_2 und GH_2 in den $\pi^0\pi^0\pi^0$-Endzustand ein. Als eine sinnvolle Erweiterung zur Beschreibung beider $(\pi\pi)$-Wellen über den Phasenraum hinaus, der experimentell nur bis zu einer Obergrenze verfügbar ist, bietet sich technisch die Einführung bereits bekannter Resonanzen an, wie z.B. $f_J(1710)$ und $f_2(1810)$. Dadurch wird eine stetige Fortsetzung der Partialwellen erreicht. Anderenfalls bliebe die Phase am oberen Ende des Phasenraumes konstant, was zu Verschiebungen der Resonanzparameter führen kann. Dies gilt in gleicher Weise für die $(\eta\eta)$-Wellen in der Analyse der Daten des $\pi^0\eta\eta$-Endzustandes.
Die Analyse des $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustandes aus beiden Aggregatzuständen des Wasserstoff erfolgt dann unter Einbezug der skalaren und der tensoriellen $(\pi\pi)$-Wellen. Hieraus sollen die $(\eta\pi)$-Wellen extrahiert werden, die konsistent auch die $\pi^0\eta\eta$-Daten beschreiben sollen. Man erwartet nach den Ergebnissen bisheriger Analysen dieses Endkanals je zwei Resonanzen in der skalaren und der tensoriellen Welle, $a_0(980)$ und $a_0(1450)$ bzw. $a_2(1320)$ und $a_2(1650)$. Bei noch höheren Massen sind bisher keine weiteren isovektoriellen Mesonen bekannt, so daß im Gegensatz zu den isoskalaren Wellen keine Erweiterung der $(\eta\pi)$-Wellen vorgenommen wird. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß speziell der $\pi\pi\eta$-Endzustand als ein potentieller Kanal zum Nachweis der Evidenz eines exotischen Teilchens in seinem Zerfall nach $(\eta\pi)$ angesehen wird. Daher wird diese Analyse mit besonderem Augenmerk vorgenommen.

8.1 Die Bestimmung der $(\pi\pi)_S$-Welle

Für die Bestimmung einer $(\pi\pi)$-skalaren Welle innerhalb des aus den Daten zugänglichen Massenbereiches werden die Datensätze der Annihilation in flüssigem Wasserstoff in $\pi^0\pi^0\pi^0$ sowie $\pi^0\pi^0\eta$ herangezogen. Da in flüssigem Wasserstoff S-Wellenannihilationen überwiegen sollten (vgl. Kapitel 5) sind in diesen Daten hohe Anteile der $(\pi\pi)$-skalaren Welle zu erwarten. Beide Datensätze überlappen mindestens in Teilbereichen der Energie im $(\pi\pi)$-Subsystem, so daß eine universelle Beschreibung der $(\pi\pi)$-Wechselwirkung aus einer gekoppelten Analyse beider Datensätze hervorgeht.
Ergänzende Wellen zur Beschreibung beider Datensatztypen, wie die tensorielle $(\pi\pi)$-Welle oder die $(\eta\pi)$-Wellen werden hier zunächst nach Vorgaben aus früheren Analysen [70, 71] übernommen. Da die Bestimmung der $(\pi\pi)_S$-Welle im Vordergrund steht, werden parallel die Daten aus der $(\pi\pi)$-Streuung [21] herangezogen, um die ausgehende Welle bezüglich ihrer Streuphase und der Elastizität zu fixieren. Die gekoppelte Analyse muß ferner berücksichtigen, daß die Resonanz $f_0(980)$ im $\pi^0\pi^0\pi^0$-Datensatz als destruktive Interferenz (Dip) erscheint, während sie im $\pi^0\pi^0\eta$-Datensatz als reguläre Erhöhung über Untergrund (Peak) auftritt. Somit ergibt sich eine relative Phase von π zwischen den Produktionsstärken dieser Resonanz in den beiden unterschiedlichen Datensätzen.

Masse	Part. Breite $\Gamma_{\pi\pi}$	Part. Breite $\Gamma_{K\bar{K}}$
841 ± 8	635 ± 35	0 ± 0
1200 ± 5	640 ± 50	20 ± 6
1474 ± 10	12 ± 8	170 ± 30
1779 ± 20	1 ± 1	120 ± 70
	$C_{\pi\pi\to\pi\pi} = 0.56 \pm 0.8$	$C_{\pi\pi\to K\bar{K}} = 0.97 \pm 0.04$

Tabelle 8.1: *Die K-Matrixdarstellung der $(\pi\pi)$-skalaren Welle*

Die Tabelle 8.1 zeigt die aus der Anpassung extrahierte K-Matrixdarstellung der $(\pi\pi)_S$-Welle. Sie beschreibt die Daten analytisch durch drei Massenterme für $f_0(980)$, $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ mit Ankopplung an je zwei Zerfallsmoden. Diese werden um einen weiteren Term für $f_J(1710)$ ergänzt. Zwei konstante Größen, $C_{\pi\pi\to\pi\pi}$ und $C_{\pi\pi\to K\bar{K}}$, die additiv in die K-Matrix eingehen, dienen der besseren Beschreibung der Form der Resonanzstruktur an der $K\bar{K}$-Schwelle. Die Darstellung der $(\pi\pi)_S$-Welle ist jedoch insofern effektiv als sie den vom $(\pi\pi)$-Zerfall abweichenden Zerfallsmode $f_0(980)\to K\bar{K}$ heranzieht, um die ebenfalls bekannten Zerfallsmöglichkeiten von etwa $f_0(1370)\to K\bar{K}, \eta\eta, \rho\rho$ oder $f_0(1500)\to K\bar{K}, \eta\eta, \sigma\sigma$ zu beschreiben. Man kann deutlich an der K-Matrixdarstellung der skalaren Welle erkennen, wie mit steigender Resonanzmasse die Kopplung an den $(\pi\pi)$-Zerfallskanal abnimmt und wie die Kopplung an inelastische Kanäle zuimmt. D.h. die Elastizität der $(\pi\pi)$-Streuung nimmt in dem Maße, wie sich weitere inelastische Kanäle mit zunehmender invarianter Masse öffnen, ab. Mit dieser Darstellung konnte in der gekoppelten Analyse eine Genauigkeit von $\chi^2_{\pi^0\pi^0\pi^0}$=1.3 und $\chi^2_{\pi^0\pi^0\eta}$=1.7 pro Freiheitsgrad erreicht werden. Speziell für die $\pi^0\pi^0\pi^0$-Daten konnte hierdurch eine wesentlich bessere Beschreibung erzielt werden als in [32].

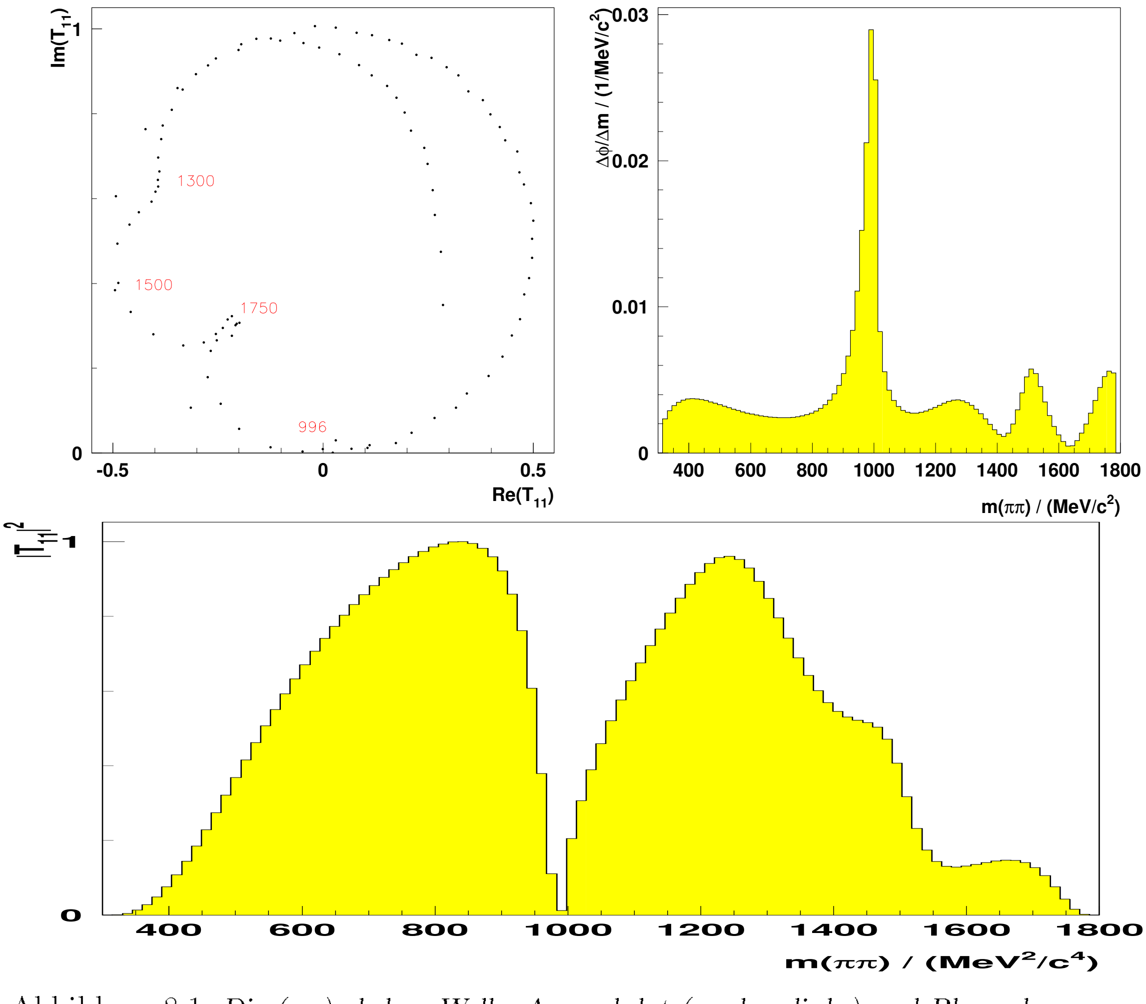

Abbildung 8.1: *Die $(\pi\pi)$-skalare Welle: Argandplot (a, oben links) und Phasenbewegung (b, oben rechts) der komplexen Amplitude; Intensitätsverlauf in Abhängigkeit von der invarianten Masse (c, unten)*

Die aus der Analyse gewonnene komplexe Amplitude der skalaren Welle ist in Abbildung 8.1a graphisch als Funktion der invarianten Masse im sogenannten Argandplot dargestellt. Mit steigender invarianter Masse wird der Einheitskreis im mathematisch positiven Sinn umlaufen. Bei etwa 1 GeV ist ein Umlauf erfolgt und die Ausgangsposition wird wieder erreicht. Ab dieser Energie bei der zweifachen Kaonenmasse verläuft die Amplitude innerhalb des Einheitskreises weiter, da nun auch Intensität in den zweiten Zerfallskanal $K\bar{K}$ abfließt und nicht mehr im $(\pi\pi)$-Mode alleine vorhanden ist. Danach schmiegt sich die Amplitude wieder an den Einheitskreis an. Die folgenden Resonanzen deuten sich dann durch weitere Einbrüche in den Innenraum des Einheitskreises bei 1300 MeV und 1500 MeV an. Bei 1750 MeV endet der Phasenraum und die Amplitude stirbt spiralförmig ab. In Abbildung 8.1b ist die relative Phasenänderung der komplexen Amplitude gegen die invariante Masse aufgetragen. Dabei deutet deren erhöhte Geschwindigkeit das Auftreten einer resonanten Struktur an. $f_0(980)$, $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ und $f_0(1710)$ sind hierin deutlich erkennbar. Im Fall von $f_0(980)$ beeinflußt die sich öffnende $K\bar{K}$-Schwelle sehr stark die Parameter der K-Matrix. Dies erschwert die analytische Bestimmung der Masse und Breite aus der T-Matrix. Man kann daher Masse und Breite von $f_0(980)$ aus der Phasenbewegung unterhalb 1 GeV ermitteln, da die Position eindeutig ist und letztlich nur wenig variiert. Die anderen Resonanzparameter sind kanonisch innerhalb des Formalismus bestimmbar. Die Intensität der Welle in Abbildung 8.1c zeigt deutlich innerhalb des zur Verfügung stehenden Phasenraumes für Annihilationen in Ruhe Strukturen für die drei Mesonen $f_0(980)$, $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ in Form von destruktiven Interferenzen mit einer Phasenraumverteilung. Die vierte Resonanz $f_J(1710)$ ist nur andeutungsweise erkennbar.

8.2 Die Analyse des $\pi^0\pi^0\pi^0$-Endzustandes

Im folgenden sollen ausgehend von der gewonnenen Darstellung der $(\pi\pi)$-skalaren Welle die Datensätze $\pi^0\pi^0\pi^0$ aus LH_2 und GH_2 analysiert werden. Die Kopplung beider Datensätze erfolgt durch globale Skalierungsparameter der Produktionsstärken der Isobaren je Anfangszustand, welche frei bestimmt werden oder aber entsprechend den Vorhersagen des Kaskadenmodells nach Tabelle 5.1 als feste Parameter in die Anpassung miteingehen. Hierdurch soll versucht werden, das Verhältnis der Intensitätsbeiträge aus S- und P-Wellen des Protoniums aus den Daten zu bestimmen bzw. das Kaskadenmodell in seinen Vorhersagen nochmals zu prüfen. Die Darstellung der tensoriellen $(\pi\pi)$-Welle umfaßt zwei Terme für die Resonanzen $f_2(1270)$ und $f_2(1565)$ [32], für die jeweils bis zu zwei Zerfallsmoden erlaubt werden. Neben dem $(\pi\pi)$-Mode ist der $(\rho\rho)$-Kanal naheliegend, da $f_2(1270)$ auch im 4π-Mode nachgewiesen wird, der als Ausläufer der $(\rho\rho)$-Welle interpretiert werden kann, und da $f_2(1565)$ in seiner Masse gerade an der $(\rho\rho/\omega\omega)$-Schwelle liegt. Die Daten deuten jedoch nicht auf einen starken Schwelleneffekt analog dem für $f_0(980)$ an der $K\bar{K}$-Schwelle hin. Dies kann jedoch durch die große Breite der ρ-Mesonen von 150 MeV bedingt sein, wodurch der Schwelleneffekt deutlich verringert werden sollte. In [72] wurde bereits die Ankopplung von $f_2(1565)$ an den $\omega\omega$-Kanal diskutiert, um diese Resonanz mit der ebenfalls in [9] gelisteten Resonanz $f_2(1640)$ zu identifizieren und als einen Zustand zu interpretieren. Hierbei mußte zur Beschreibung der Amplitude an der wenig ausgeprägten Schwelle zusätzlich eine Strukturfunktion eingeführt werden. Diese Amplitude sieht Ankopplung an den $(\pi\pi)$- und $(\rho\rho/\omega\omega)$-Kanal vor und wird mit einem Formfaktor

$$F(q^2) = 1 - 1/6 \cdot q^2 < r^2 > + \ldots \approx \exp\{1 - 1/6 \cdot q^2 < r^2 >\} \tag{8.1}$$

bei einem mittleren quadratischen Ladungsradius ¡r^2¿=1fm^2 gewichtet.
In dieser Analyse mit Datensätzen des $\pi^0\pi^0\pi^0$-Endzustandes aus LH_2 und GH_2 soll der $(\rho\rho)$-Zerfallsmode als zweiter Zerfallskanal der Tensormesonen untersucht werden. Die Phasengeschwindigkeit der $(\pi\pi)_D$-Welle ist dadurch exakt an der $(\rho\rho)$-Schwelle bei einer Masse von 1540 MeV/c^2 erhöht. $f_2(1270)$ koppelt vorwiegend an den $(\pi\pi)$-Mode, da hierfür ausreichend Phasenraum vorhanden ist, und nur marginal an den $(\rho\rho)$-Mode, da seine Masse weit unterhalb der $(\rho\rho)$-Schwelle liegt. Die Resonanzstruktur kann daher auch sehr gut durch eine Breit-Wigner-Parametrisierung beschrieben werden. Die Polstrukturen auf beiden Energieblättern sind daher identisch; sie reflektieren die Resonanzparameter von $f_2(1270)$ durch E=(1280-i90). Die Beschreibung der Daten wird jedoch erst optimiert, wenn eine vollständige Parametrisierung durch Produktion aller Resonanzen aus allen für sie erlaubten Anfangszuständen erfolgt. Dann beträgt die Güte $\chi^2_{LH_2}$=1.4 und $\chi^2_{GH_2}$=1.7. In dieser Anpassung verwischt jedoch der Einfluß der $(\rho\rho)$-Schwelle gänzlich, wodurch $f_2(1565)$ lediglich durch E=(1550-i80) representiert wird. Dies stellt typische Parameter für Masse und Breite von $f_2(1565)$ dar.
Alternativ zum $(\rho\rho/\omega\omega)$-Kanal kann der $(\eta\eta)$-Kanal in Hinblick auf die Analysen des $\pi^0\eta\eta$-Datensatzes gewählt werden. Beide Zerfallskanäle unterscheiden sich darin, daß das Zerfallsmoment für $f_2(1565)$ bei zusätzlicher Ankopplung an den $(\rho\rho)$-Kanal stärker in Abhängigkeit von der invarianten Masse variiert als es bei Ankopplung an den $(\eta\eta)$-Kanal der Fall ist, da hier die Schwelle weit unterhalb der Resonanzmasse liegt. Diese Form der Darstellung erzielte in allen gemachten Analysen die beste Beschreibung der Daten, wie sie in Abbildung 8.2 dargestellt ist. Die gleichzeitige Beschreibung der Daten zur Protoniumannihilation unter Betonung der $(\pi\pi)$-Streuphase (Abbildung 8.3a) und der Elastizität (Abbildung 8.3b) ergibt eine insgesamt gute Beschreibung aller Daten. Die Streuphase ist relativ gut vermessen, was durch kleine Fehlergrenzen widergegeben wird. Dadurch wird die $(\pi\pi)_S$-Welle sehr stark fixiert. Insbesondere der resonante Teil bei 1 GeV/c^2, der $f_0(980)$ beschreibt, erzwingt eine schmalere Breite der Resonanz als es die Daten aus Annihilationen in LH_2 zulassen. Dies führt dazu, daß der resonante Teil der Phasenbewegung nicht ganz genau beschrieben werden kann, ohne die destruktive Interferenz durch $f_0(980)$ in den LH_2-Daten (Abbildung 8.2a) noch mehr überzubetonen. Diese gegenseitige Beeinflussung ist in den GH_2-Daten (Abbildung 8.2b) nicht sehr deutlich, da hier die Anteile durch skalare Resonanzen stark reduziert sind. Die Elastizität wird innerhalb ihrer sehr großen Fehlergrenzen mitbeschrieben, kann jedoch keine starken Randbedingungen insgesamt liefern. Die Güte der dargestellten Anpassung beträgt $\chi^2_{LH_2}$=1.37 und $\chi^2_{GH_2}$=1.67 bei einem Gesamtergebnis von χ^2_{tot}=1.47. Die Phasenbewegung und Elastizität aus der $(\pi\pi)$-Streuung konnten gleichzeitig mit χ^2_{SC}=1.6

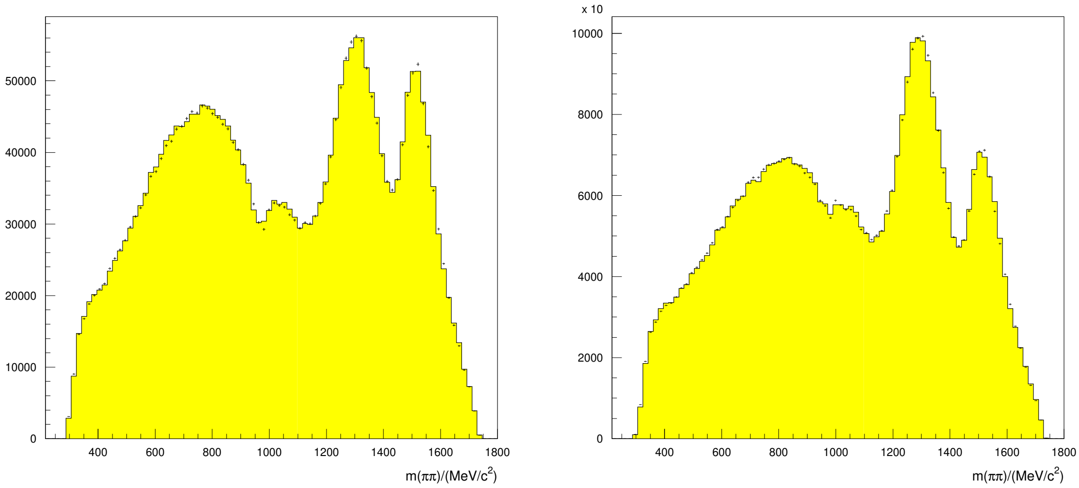

Abbildung 8.2: *Anpassung (+) an die experimentellen Daten (grau) in einer Projektion auf das (ππ)-Subsystem für LH_2 (a, links) und GH_2 (b, rechts).*

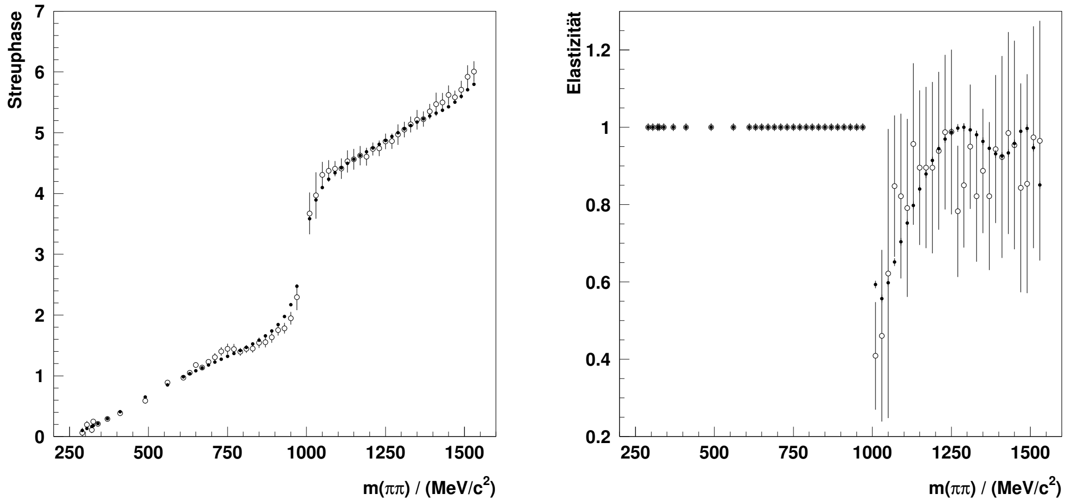

Abbildung 8.3: *Anpassung (□) an die (ππ)-Streudaten (•), Phasenbewegung (a, links) und Elastizität (b, rechts)*

berücksichtigt werden.

Die Beiträge zur Gesamtintensität der gemessenen Ereignisse der Protoniumannihilation aus den erlaubten Anfangszuständen für beide Aggregatzustände wurde zunächst durch eine freie Anpassung an beide Dalitzplots gemäß Tabelle 8.2 bestimmt. Analog zu früheren Messungen aus Zweikörperzerfällen des Protoniums [73] wird deutlich, daß S-Wellenannihilation in flüssigem Wasserstoff mit bis zu 90% dominiert. Diese Intensität wird bis auf etwa 55% in GH_2 herabgesetzt. Dies wurde bereits vorher bei der Bestimmung des Verzweigungsverhältnisses von $\bar{p}p \rightarrow K^0_L K^0_S$ in GH_2 deutlich. Im Vergleich zu dem Wert in LH_2 findet man alleine in diesem Kanal schon eine Reduktion um 57%. Da der $K^0_L K^0_S$-Endzustand ausschließlich aus S-Welle produziert wird, stellt dieses Ergebnis eine weitere konsistente Bestätigung dar. Die restliche Intensität stammt aus den zusätzlich erlaubten atomaren P-Zuständen, deren hadronische Breite als annähernd gleich groß angesehen wird, was zur Aufteilung zu gleichen Anteilen führt.

$^{2S+1}L_J$	LH_2	GH_2
$^1S_0$	$(90 \pm 6)\%$	$(55 \pm 5)\%$
$^3P_1$	$(5 \pm 3)\%$	$(22 \pm 4)\%$
$^3P_2$	$(5 \pm 3)\%$	$(22 \pm 4)\%$

Tabelle 8.2: *Intensitätsbeiträge zum $\pi^0\pi^0\pi^0$-Endzustand aus freien Anpassungen an die Daten*

Die Massen und hadronischen Breiten der außerhalb des Phasenraumes liegenden zusätzlichen Resonanzen, $f_J(1710)$ und $f_2(1810)$ können erwartungsgemäß nicht eindeutig aus den Daten extrahiert werden. In freien Anpassungen tendieren der Skalar und der Tensor in der Masse zu höheren Werten von (1900-2100) MeV/c^2 bzw. (3000-6000) MeV/c^2, da keine Daten zur Fixierung vorhanden sind. Ihre Breiten werden dann sehr klein gemessen. Der Grund hierfür liegt darin, daß die partiellen Breiten, die proportional zu den Kopplungsstärken an die Zerfallskanäle sind, für kleine numerische Werte zu sehr kleinen Amplituden in der K-Matrix führen. Additiv hierzu werden auch die Produktionsstärken der Resonanzen reduziert, um die Amplituden weiter zu verringern. Solche Anpassungen beschreiben die Daten allerdings auch etwas schlechter mit $\chi^2_{LH_2}$=1.42 und $\chi^2_{GH_2}$=1.9. Um diese numerischen Effekte zu umgehen, können die Massen und/oder Breiten auf Werte fixiert werden, die in [9] referiert werden. In der Anpassung werden dann Ausläufer dieser Wellen am Phasenraumende zumindest berücksichtigt oder liefern durch ihre Position eine feste Phasenbeziehung innerhalb der betrachteten Welle.

Nachdem bereits die quantitativen Vorhersagen des Kaskadenmodells bezüglich der Annihilationsraten je Anfangszustand in Abhängigkeit vom Targetdruck aufgrund der Verzweigungsverhältnisse in Zwei-Körper-Endzustände überprüft werden konnte, sollen nun auch die Anteile der Annihilationsraten in diesem Drei-Körper-Endzustand getestet werden. Die in Tabelle 8.2 angegebenen Intensitätsbeiträge deuten bereits auf gleiche Ergebnisse hin. Unter Vorgabe der Kopplungsparameter nach dem Kaskadenmodell (erste Zeile in Tabelle 5.1) werden die Daten ebenfalls beschrieben mit den Intensitätsbeiträgen wie sie in Tabelle 8.3 angegeben sind. Diese Kopplungsart führt zu einer leichten Erniedrigung der Intensität des S-Zustandes in den LH_2-Daten, während in den GH_2-Daten kaum Veränderungen feststellbar sind. Die Intensitäten der P-Zustände werden hierbei gegenüber den gleichverteilten Intensitäten in der freien Anpassung leicht zugunsten des $^3P_2$-Zustandes verschoben.

Dies wird durch die feste Kopplung bedingt, die die relativen Verhältnisse der Annihilationsraten im $^3P_1$-Zustand auf 4.27 und im $^3P_2$-Zustand auf 3.46 festlegt.

$^{2S+1}L_J$	LH_2	GH_2
$^1S_0$	$(88 \pm 3)\%$	$(54 \pm 3)\%$
$^3P_1$	$(5 \pm 2)\%$	$(21 \pm 4)\%$
$^3P_2$	$(7 \pm 2)\%$	$(25 \pm 4)\%$

Tabelle 8.3: *Intensitätsbeiträge zum $\pi^0\pi^0\pi^0$-Endzustand im Kaskadenmodell*

Die Intensität skalarer Resonanzen, die neben dem $^1S_0$- ebenfalls aus dem $^3P_1$-Zustand mit identischer Winkelverteilung produziert werden können, werden genauso fest auf beide Datensätze verteilt. Ihr Produktionsanteil aus dem $^1S_0$-Zustand gegenüber dem des $^3P_1$-Zustand beträgt dann etwa 52%:4% in LH_2 und etwa 28%:15% in GH_2. Beide Anpassungen weichen jedoch innerhalb ihrer Variationen nicht sehr stark voneinander ab. Hierdurch wird deutlich, daß die Anzahl freier Parameter in gekoppelten Analysen durch die Voraussagen des Kaskadenmodells reduziert werden können, was in allen folgenden Analysen genutzt wird.
An dieser Stelle sei daraufhingewiesen, daß im Rahmen einer analytischen Bestimmung der Resonanzparameter des $f_0(980)$ auf den Riemannschen Blättern je eine Polstelle auf der zweiten Ebene (II) und der dritten Ebene (III) erscheinen. Ihre Positionen sind $[(930^{+10}_{-7})-i(34\pm8)]_{\mathrm{II}}$ und $[(985^{+20}_{-10})-i(30\pm4)]_{\mathrm{III}}$. Eine eindeutigere Bestimmung der Resonanzparameter ist, wie vorher erwähnt, aus der Phasengeschwindigkeit unterhalb 1 GeV/c^2 möglich. Dieser Wert ist in Tabelle 8.4 eingegangen und reflektiert die $K\bar{K}$-Schwelle. Massen und Breiten aller übrigen Resonanzen können eindeutig als T-Matrixpole bestimmt werden.

	$f_0(980)$	$f_0(1370)$	$f_0(1500)$	$f_0(1710)$	$f_2(1270)$	$f_2(1565)$	$f_2(1810)$
M	996 ± 2	1250 ± 50	1500 ± 10	1760	1265 ± 10	1570 ± 40	1840
Γ	50 ± 5	325 ± 75	120 ± 10	180	180 ± 20	180 ± 30	120

Tabelle 8.4: *Resonanzparameter der gekoppelten Analysen des $\pi^0\pi^0\pi^0$-Datensatzes*

Das Verhältnis der Amplitudenquadrate der einzelnen Resonanzen zur Summe aller Amplitudenquadrate gibt dann die relativen Anteile der Resonanzen im Datensatz wieder.

$$R(i) = \frac{|A_i|^2}{\sum |A_j|^2} \tag{8.2}$$

Dabei werden jedoch auftretende Interferenzen unterschlagen, so daß ein Fehler in der Größenordnung des Verhältnisses

$$\frac{\Delta R(i)}{R(i)} = \left| \frac{|\sum A_j|^2 - \sum |A_j|^2}{\sum |A_j|^2} \right| \tag{8.3}$$

auftritt. Die relativen Anteile der Resonanzen am $\pi^0\pi^0\pi^0$-Endzustand sind zusammen mit den Fehlertoleranzen aus Interferenztermen in Tabelle 8.5 angegeben.

	LH_2	GH_2
$f_0(980/1370)\pi^0$	$(41.9 \pm 4.9)\%$	$(29.2 \pm 6.6)\%$
$f_0(1500)\pi^0$	$(7.8 \pm 0.9)\%$	$(6.2 \pm 1.4)\%$
$f_0(1710)\pi^0$	$(6.2 \pm 0.7 - 3)\%$	$(7.9 \pm 1.8 - 3)\%$
$f_2(1270)\pi^0$	$(30.2 \pm 3.5)\%$	$(41.6 \pm 9.4)\%$
$f_2(1565)\pi^0$	$(8.0 \pm 0.9)\%$	$(11.9 \pm 2.7)\%$
$f_2(1810)\pi^0$	$(5.9 \pm 0.7 - 3)\%$	$(3.2 \pm 0.7 - 3)\%$

Tabelle 8.5: *Intensitätsverteilung im $\pi^0\pi^0\pi^0$-Endzustand*

Der Fehler für die Anpassung an die LH_2-Daten beträgt 11.7% und für die Anpassung an die GH_2-Daten 22.7%. Hierbei sind alle Beiträge skalarer Resonanzen aus beiden möglichen Anfangszuständen $^1S_0$ und $^3P_1$ zusammengefaßt. Darüberhinaus kann aufgrund des hier angewendeten K-Matrixformalismus im Fall des Teils der $(\pi\pi)$-skalaren Welle unterhalb 1.5 GeV ebenso keine Trennung zwischen $f_0(980)$ und $f_0(1370)$ vorgenommen werden, so daß ihr Anteil als Summe angegeben ist. Die Tensoren sind durch ihre Winkelverteilung in den einzelnen Anfangszuständen leicht zu trennen. Dennoch ist auch in ihrem Fall die integrierte Gesamtintensität angegeben. Die dominanten Beiträge durch $f_0(980)$, $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ und $f_2(1270)$ sind in den LH_2-Daten kompatibel zu den bereits in [32] angegebenen Werten. $f_2(1565)$ trägt hier jedoch wesentlich geringer bei, zugunsten der anderen Resonanzen. Durch die beiden hochmassigen Resonanzen $f_J(1710)$ und $f_2(1810)$ werden die Beiträge der jeweils in der Masse darunterliegenden Resonanzen leicht erniedrigt im Vergleich zu Analysen, die die beiden Teilchen nicht mit einbeziehen [32] oder, die die beiden Resonanzen frei variierbar lassen. Die ihnen zugeordnete Intensität wird in diesen Fällen dann ganz bzw. teilweise auf die anderen Zustände verteilt, so daß eine systematische Korrektur in der Größenordnung von etwa 3-4% sicherlich vertretbar ist.

8.3 Die Analyse des $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustandes

Das Ziel der Analyse des $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustandes ist es, Beschreibungen der $(\eta\pi)$-Wellen zu den Drehimpulsen L=0, L=1 und L=2 zu finden. Neben den im LH_2-Datensatz auftretenden beiden skalaren Resonanzen $a_0(980)$ und $a_0(1450)$ und der Tensorresonanz $a_2(1320)$ kann man augenscheinlich schon durch Betrachten des $(\pi^0\pi^0\eta)_{GH_2}$-Dalitzplots deutlichere Evidenz für eine weitere Tensorstruktur $a_2(1650)$ erkennen. Die $\pi^0\pi^0\eta$-Datensätze bieten insbesondere die Möglichkeit, Beiträge aus $(\eta\pi)$-Wellen mit ungeradem Spin zu bestimmen. Hierin wird ein Isovektor mit Spin-Parität 1^{-+} bei einer Masse von $\approx$1400 MeV/c^2 vermutet, der als ein Hybridkandidat angesehen wird. Erste Evidenz für diesen Zustand wurde von der GAMS-Kollaboration berichtet [74], deren Ergebnisse aber in einer späteren Reanalyse [75] wieder verworfen wurden. Experimente am KEK [42] und am BNL [43] beobachteten jedoch wie schon zuvor GAMS in der Ladungsaustauschreaktion $\pi^- p \to \eta\pi^0 n$ eine Vorwärts-Rückwärtsasymmetrie der Winkelverteilung im $(\eta\pi)$-System, die als Interferenz zwischen Wellen gerader und ungerader Parität interpretiert wird.
Die Intensität im $(\pi\pi)$-Subsystem des $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustandes wird durch die aus der Analyse der $\pi^0\pi^0\pi^0$-Daten gewonnenen Beschreibungen der $(\pi\pi)$-Wellen mit relativem Bahndrehimpuls L=0 und L=2 beschrieben. Die $(\pi\pi)_S$-Welle überdeckt die Daten mehr als ausreichend, da der $(\pi\pi)$-Phasenraum stark durch die hohe Masse des η-Mesons eingeschränkt ist. Sie geht als letzte Welle frei in die Anpassung ein, falls dadurch noch Verbesserungen der Beschreibung der $\pi^0\pi^0\eta$-Daten erzielt werden können. Die $(\pi\pi)_D$-Welle wird hier nur durch $f_2(1270)$ am oberen Phasenraumende repräsentiert und geht als Fixum nach [9] in Form einer Breit-Wigner-Amplitude in die Beschreibung der Daten ein. Durch diese fundierten Vorgaben der Amplituden des $(\pi\pi)$-Subsystems wird die Analyse des $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustandes deutlich in ihrem Schwierigkeitgrad aufgrund der Vielzahl der benötigten Amplituden vermindert.
In bisherigen Analysen von LH_2-Daten wurde lediglich $\bar{p}p$-S-Wellenannihilation in Betracht gezogen, um die Daten zu beschreiben. Hierdurch konnte eine gute Anpassung der Daten erzielt werden, in der die Evidenz für $a_0(1450)$ im Vordergrund stand. Unter Berücksichtigung der nun vorliegenden Amplituden für die $(\pi\pi)$-Wellen, die zuvor die $\pi^0\pi^0\pi^0$-Daten beschrieben, werden die LH_2-Daten nicht durch reine S-Wellenannihilation beschrieben. Eine Anpassung unter dieser Annahme ergibt lediglich $\chi^2_{LH_2}$=1.6. Werden zusätzlich auch Annihilationen aus $\bar{p}p$-P-Welle erlaubt, um weitere Tensorintensität zu beschreiben, findet man 85% der Intensität aus dem $^1S_0$-Zustand und 4% bzw. 11% aus den beiden ^3P-Zuständen bei $\chi^2_{LH_2}$=1.5. Die Intensität skalarer Wellen kann ebenfalls noch zusätzlich auf den $^3P_1$-Zustand verteilt werden. Ohne weitere Randbedingungen durch zusätzliche Daten oder die Vorhersagen des Kaskadenmodells sind die relativen Verteilungen aus den LH_2-Daten alleine jedoch nicht eindeutig ablesbar, da in beiden ^3P-Anfangszuständen die Winkelverteilungen für skalare Resonanzen gleich sind und somit die Intensität willkührlich verteilt werden kann. Durch Kopplung beider Datensätze aus Annihilationen in LH_2 und GH_2 wird die Spektroskopie der mesonischen Resonanzen

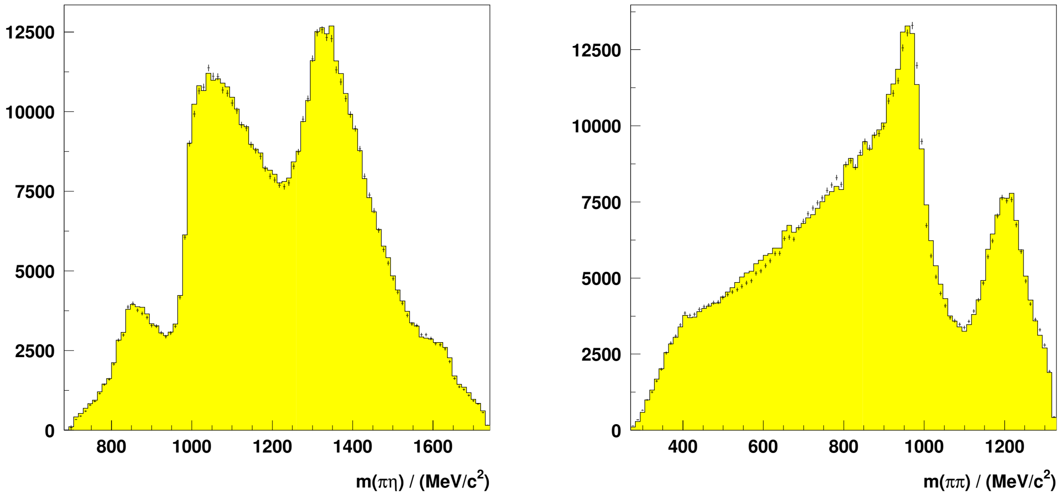

Abbildung 8.4: *Anpassung (+) an die experimentellen Daten (grau) in einer Projektion auf das ($\eta\pi$)-Subsystem (a, links) und auf das ($\pi\pi$)-Subsystem (b, rechts) für LH_2.*

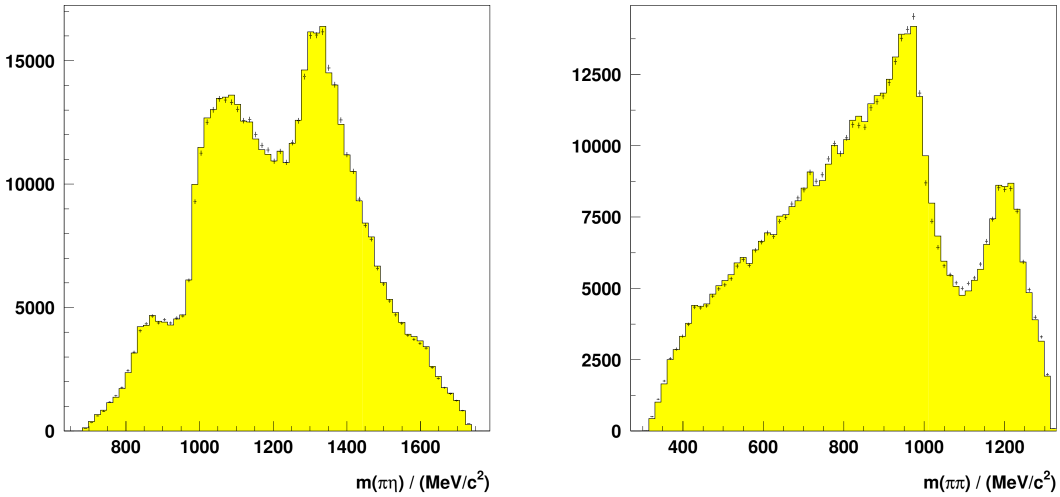

Abbildung 8.5: *Anpassung (+) an die experimentellen Daten (grau) in einer Projektion auf das ($\eta\pi$)-Subsystem (a, links) und auf das ($\pi\pi$)-Subsystem (b, rechts) für GH_2.*

durch die wesentlich höhere Statistik sehr erleichtert. Die beste gemeinsame Anpassung an beide Datensätze ist in Abbildung 8.4 und Abbildung 8.5 dargestellt und erzielt eine Genauigkeit von $\chi^2_{\mathrm{LH_2}}$=1.48 und $\chi^2_{\mathrm{GH_2}}$=1.43. Die Resonanzparameter der beitragenden Teilchen sind in der Tabelle 8.6 angegebenen.
Nachdem die freie Anpassung an die $\pi^0\pi^0\pi^0$-Daten und die feste Kopplung durch die vorgegebenen Verhältnisse aus den Modellrechnungen zur Protoniumkaskade in der vorherigen Analyse vergleichbare Ergebnisse bezüglich der Intensitätsbeiträge aus den einzelnen Anfangszuständen ergaben, wird in dieser Analyse ein systematischer

	$f_0(980)$	$f_0(1370)$	$a_0(980)$	$a_0(1450)$	$a_2(1320)$	$a_2(1650)$	$\hat{\rho}(1390)$
M	980 ± 5	1240 ± 40	990 ± 8	1490 ± 15	1312 ± 8	1640 ± 20	1385 ± 15
Γ	60 ± 4	300 ± 50	50 ± 10	215 ± 35	105 ± 10	280 ± 30	150^{+100}_{-50}

Tabelle 8.6: *Massen (M) und Breiten (Γ) der zu den $\pi^0\pi^0\eta$-Datensätzen beitragenden Resonanzen*

Test durchgeführt, in dem die Kopplungsparameter innerhalb ihrer experimentell bestimmten Fehlergrenzen (vgl. zweite Zeile in Tabelle 5.1) variiert werden. Hierzu werden stochastisch verteilte Streuungen der Parameter innerhalb einer 3σ-Umgebung bestimmt und als Kopplungsparameter in mehrere Anpassungen einbezogen. Somit werden die in Tabelle 8.7 gelisteten Intensitätsbeiträge und ihre Fehlergrenzen bestimmt zu

$^{2S+1}L_J$	LH_2	GH_2
$^1S_0$	$(89 \pm 5)\%$	$(59 \pm 5)\%$
$^3P_1$	$(5 \pm 2)\%$	$(21 \pm 3)\%$
$^3P_2$	$(6 \pm 2)\%$	$(19 \pm 3)\%$

Tabelle 8.7: *Intensitätsbeiträge zum $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustand nach dem Kaskadenmodell*

Im Folgenden soll die zusätzliche exotische $(\eta\pi)$-Welle diskutiert werden. Neben den jeweils zwei Resonanzen $a_0(980)$ und $a_0(1450)$ in der skalaren Welle sowie $a_2(1320)$ und $a_2(1650)$ in der tensoriellen Welle ist keine weitere Resonanz mit Spin J=0 bzw. J=2 innerhalb desselben Massenbereichs zu erwarten. Andererseits konnten die Daten unter diesen Hypothesen nicht mit hinreichender Genauigkeit beschrieben werden. Eine Anpassung an die $\pi^0\pi^0\eta$-Daten ohne Berücksichtigung von $\hat{\rho}(1390)$ erzielt lediglich χ^2=1.76 für LH_2 und χ^2=1.59 für GH_2 in der gekoppelten Analyse. Dies entspricht einer absoluten Differenz von 828 in den LH_2-Daten und 128 in den GH_2-Daten. Demnach bedarf es weiterer Intensität im $(\eta\pi)$-Subsytem.
Zur Verdeutlichung der Notwendigkeit der Einführung einer $(\eta\pi)$-Welle mit ungeradem Drehimpuls ist in Abbildung 8.6a die Verteilung nicht beschriebener Intensität der Daten über dem gesamten Dalitzplot dargestellt. Hierzu werden die Konturen einer diesbezüglichen χ^2-Studie aus der Differenz der jeweiligen Einträge im Datendalitzplot und der theoretischen Intensität an dieser Stelle angezeigt. Besonders große Unterschiede werden durch erhöhte Dichte der Konturlinien angezeigt. Hieraus ist zu erkennen, daß im $(\pi\pi)$-Subsystem in den Randbereichen des Dalitzplots sowohl im niederenergetischen Bereich (σ) wie auch in der Winkelverteilung des $f_0(980)$ wenig Intensität fehlt. Der markanteste Beitrag liegt jedoch an einer zentralen Stelle

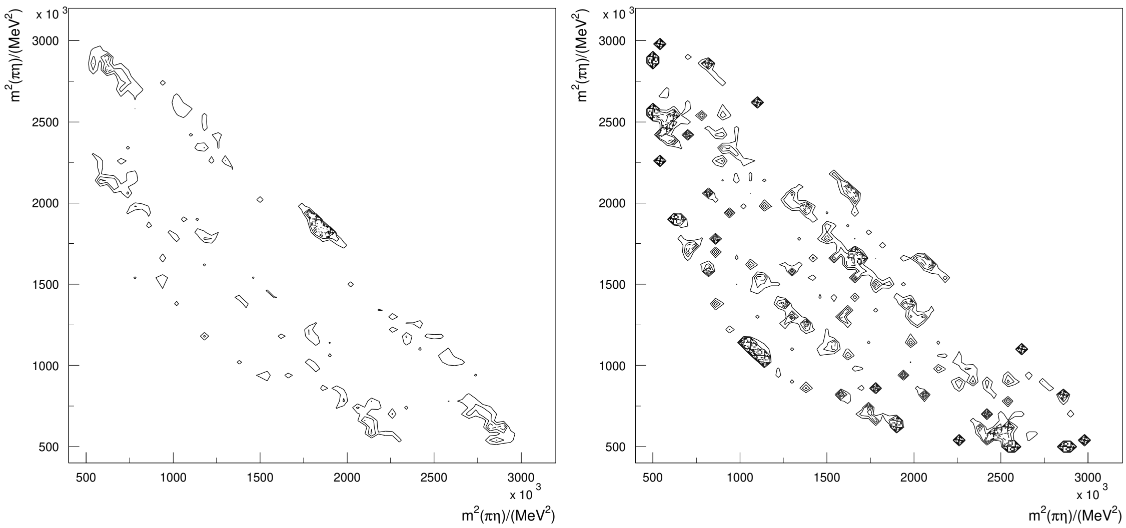

Abbildung 8.6: χ^2-*Studie durch fehlende Intensität der* $(\eta\pi)_P$-*Welle (a) und fehlbeschriebene Intensität (b) in der besten Anpassung ohne* $\hat{\rho}$*(1390)*

auf der Winkelhalbierenden des Dalitzplots für sehr kleine invariante $(\pi\pi)$-Massen bzw. im Kreuzungspunkt der Orthogonalen zu den beiden Hauptachsen bei einer Masse des $(\eta\pi)$-Subsystems von $\approx$1400 MeV/c^2. Dies kann nur durch die konstruktive Interferenz asymmetrischer Winkelverteilungen mit Maximum in diesem kinematischen Bereich ausgeglichen werden.

Da in der Anpassung alle Parameter der übrigen Wellen so variiert werden, daß die Gesamtanpassung an die Daten möglichst gut ist, kann es ebenfalls vorkommen, daß die theoretische Intensität über der experimentellen Intensität liegt. Bereiche, für die dies zutrifft, sind ebenso in derselben Form als Konturlinien über dem Dalitzplot in Abbildung 8.6b eingezeichnet. Man kann erkennen, daß nahezu flächendeckend Intensität fehlverteilt ist, was mehrheitlich zu den schlechten χ^2-Werten der Gesamtanpassung führt. Die beste Anpassung wird jedoch nur erreicht, wenn man $(\eta\pi)_P$-Welle einführt, deren Winkelverteilung (vgl. Abbildung 8.9b) die erwartete Asymmetrie aufweist.

Zum Vergleich zeigt Abbildung 8.7a ihre durch die Anpassung zugeordnete Intensität. Die Interferenz der $(\eta\pi)_P$-Wellen beider Subsysteme gleicht für Emission des η-Mesons in Vorwärtsrichtung gerade den kinematischen Bereich ab, in dem zuvor in Abbildung 8.6a am deutlichsten Intensität fehlte. In der entgegengesetzten Emissionsrichtung bezüglich η wird der Überlapp der exotischen Welle beider $(\eta\pi)$-Subsysteme mit dem $(\pi\pi)$-Subsystem bei etwa 1 GeV/c^2 erkennbar. Hierdurch kann das Abweichen der experimentellen Daten von der erwartungsgemäß flachen Winkelverteilung für $f_0(980)$ an den beiden kinematischen Grenzen erklärt werden. Den weitaus größeren Anteil an den Daten hat jedoch die Interferenzintensität aus dem Überlappintegral der exotischen Welle mit der Amplitude für $a_2(1320)$. Sie ist in Abbildung 8.7b auch als Konturgraphik dargestellt und überdeckt weite Teile der

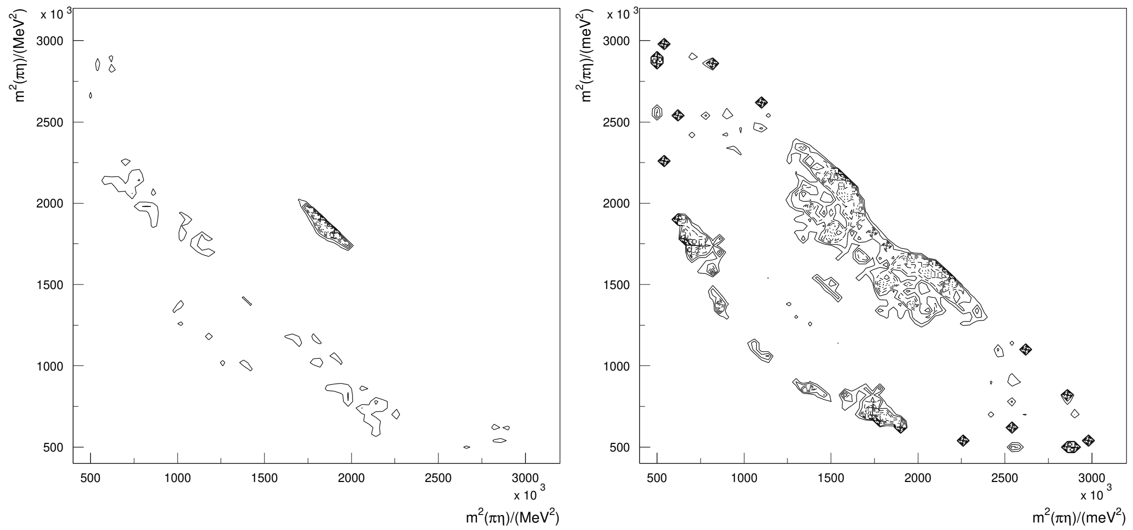

Abbildung 8.7: *Eigene Intensität durch $\hat{\rho}$(1390) und Interferenzstudien zwischen* a_2*(1320) und $\hat{\rho}$(1390)*

Fläche des Dalitzplots, auf der in Abbildung 8.6b fehlbeschriebene Intensität eingetragen ist. Die kinematischen Bereiche der Daten, die nicht durch die exotische Welle beeinflußt werden, können nun durch die übrigen Wellen vollständiger und besser beschrieben werden, was zu der Verbesserung der Güte der Gesamtanpassung führt. In Abbildung 8.8a ist die generierte Monte-Carlo-Winkelverteilung für a_2(1320) alleine dargestellt. Die Simulation zeigt die für die Produktion eines Tensormesons aus dem ${}^1S_0$-Anfangszustand charakteristische w-förmige Winkelverteilung. Beide a_2-Wellen interferieren konstruktiv für ein in Vorwärtsrichtung emittiertes η. Dies führt zu einer erwarteten Anreicherung der Intensität auf der ersten Winkelhalbierenden für kleine $(\pi\pi)$-Massen im Dalitzplot. Die Erhöhung liegt jedoch nicht bei der a_2-Masse selbst; sie wird vielmehr durch die Interferenz der beiden benachbarten Ausläufer der a_2-Wellen bei höheren Massen erzeugt. Die experimentellen Daten sind daneben in Abbildung 8.8b nochmals in einer räumlichen Darstellung gezeigt. Sie entsprechen nicht den Erwartungen der Simulation, da die experimentelle Intensität diese unterschreitet. In dem betrachteten Bereich müssen destruktive Interferenzen vorherrschen, wobei im $(\pi\pi)$-Subsystem lediglich die Amplitude von σ, dem niederenergetischen Teil der $(\pi\pi)_S$-Welle, mit den Amplituden des a_2(1320) überlappt. Die Interferenzstruktur der Daten in Rückwärtsrichtung liegt deutlich über den Erwartungen. Hier müssen sich mehrere Amplituden konstruktiv addieren, wobei im $(\pi\pi)$-Subsystem hierfür die Amplituden des f_0(1370) wie des f_2(1270) zur Verfügung stehen. Ihre Winkelverteilungen überlappen gerade mit denjenigen beider a_2-Wellen in den $(\eta\pi)$-Subsystemen. Ebenso interferieren aber auch alle anderen $(\eta\pi)$-Wellen mit beiden a_2-Wellen.

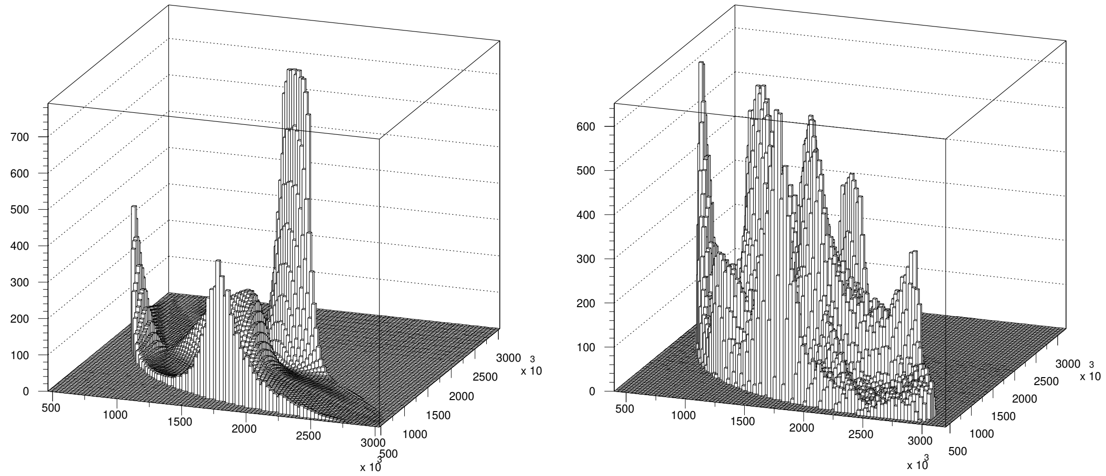

Abbildung 8.8: *$\pi^0\pi^0\eta$-Daten (a) und a_2-Winkelverteilung des $^1S_0$-Anfangszustandes (b)*

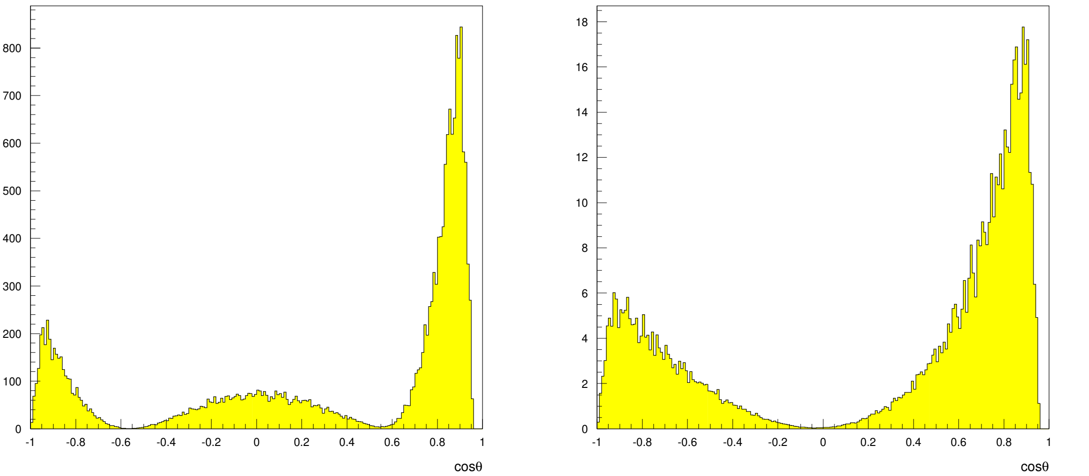

Abbildung 8.9: *Fit Winkelverteilungen für a_2(1320) (a) und $\hat{\rho}$(1390) (b) im Massenintervall* (1390 ± 50) *MeV*

Die symmetrische Winkelverteilung der 2^+-Resonanz wird bei konstruktiver Interferenz der Wellen aus beiden $(\eta\pi)$-Subsystemen einseitig stark erhöht und erreicht dadurch ein Maximum in Vorwärtsrichtung. In Abbildung 8.9a ist diese generierte Winkelverteilung der a_2-Wellen innerhalb des Massenintervalls 1390 ± 50 MeV/c^2 abgebildet. Die hiermit verbundene Intensität kann jedoch in einer Beschreibung der Daten ohne $\hat{\rho}(1390)$ durch σ alleine nicht ausreichend kompensiert werden, was aus Abbildung 8.6a hervorging. Die extrahierte Winkelverteilung für $\hat{\rho}(1390)$ in der vollen Beschreibung ist zum Vergleich in Abbildung 8.9b abgebildet. Obschon die Amplitude des $\hat{\rho}(1390)$ sehr klein ist, stellt sie gerade die fehlende Eigen- und Interferenzintensität mit der viel stärkeren Amplitude des $a_2(1320)$ bereit.

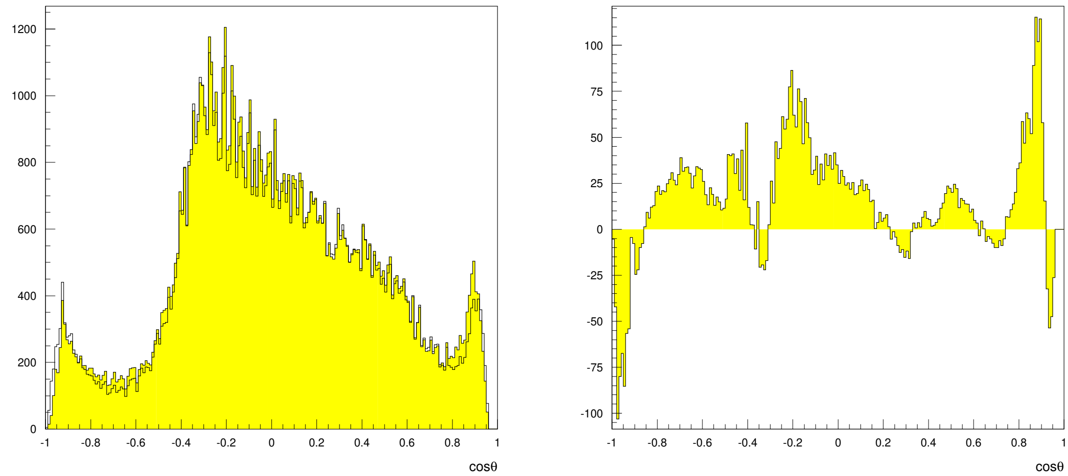

Abbildung 8.10: *Daten und beste Anpassung im Massenintervall* (1390 ± 50) *MeV ohne* $\hat{\rho}$*(1390)* (a) *und Differenzplot der Winkelverteilungen (b)*

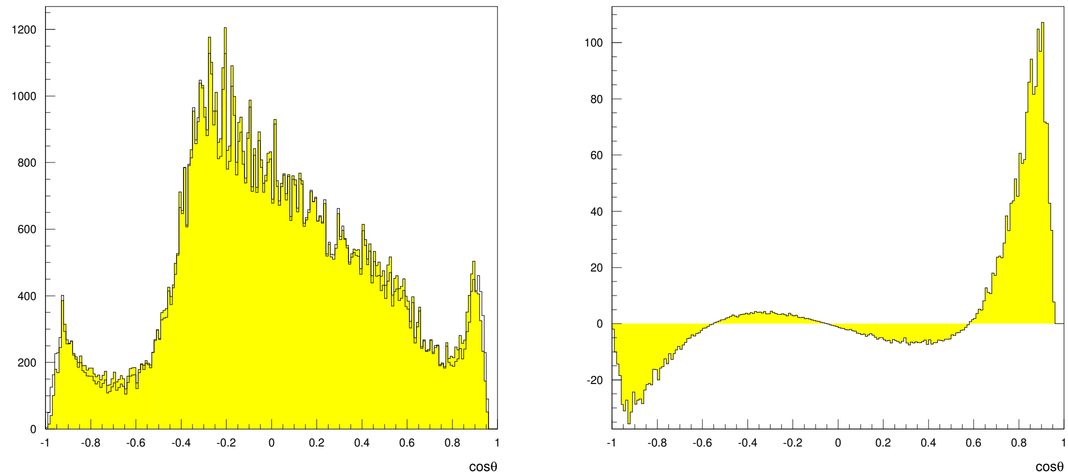

Abbildung 8.11: *Daten und Anpassung mit* $\hat{\rho}$*(1390) im Massenintervall* (1390 ± 50) *MeV (a) und Imaginärteil der* $a_2/\hat{\rho}$*-Interferenzamplitude (b)*

In Abbildung 8.10a ist nochmals die experimentelle Winkelverteilung und ihre theoretische Beschreibung in der besten Anpassung ohne $\hat{\rho}(1390)$ im Massenintervall von 1390 ± 50 MeV/c^2 dargestellt. Dabei repräsentieren die grau unterlegte Fläche die Daten und die durchgezogene Linie die Anpassung. Diese ordnet dem niederenergetischen Teil der $(\pi\pi)_S$-Welle zuviel Intensität zu und genügt nicht einer vollständigen Beschreibung der Winkelverteilungen in beiden Richtungen. Dies wird in Abbildung 8.10b graphisch durch den Differenzplot zwischen den Daten und der erzielten Anpassung im selben Massenbereich verdeutlicht. Dahingegen zeigt Abbildung 8.11a die beste Beschreibung mit $(\eta\pi)_P$-Welle. Wie bereits erläutert, werden nach Einführen einer 1^{-+}-Welle die Daten durch deren asymmetrische Winkelverteilung erheblich besser beschrieben. Die Anpassung ermittelt eine relative Phase von $3\pi/2$ (mod 2π) zwischen den Wellenfunktionen des $a_2(1320)$ und des $\hat{\rho}(1390)$. Hierdurch wird der Imaginärteil der Interferenzamplitude (Abbildung 8.11b) ausgewiesen, der gerade eine solche Amplitude von entgegengesetztem Vorzeichen für entgegengesetzte Zerfallsrichtungen aufweißt. Diese gleicht gerade die benötigte Intensität aus.

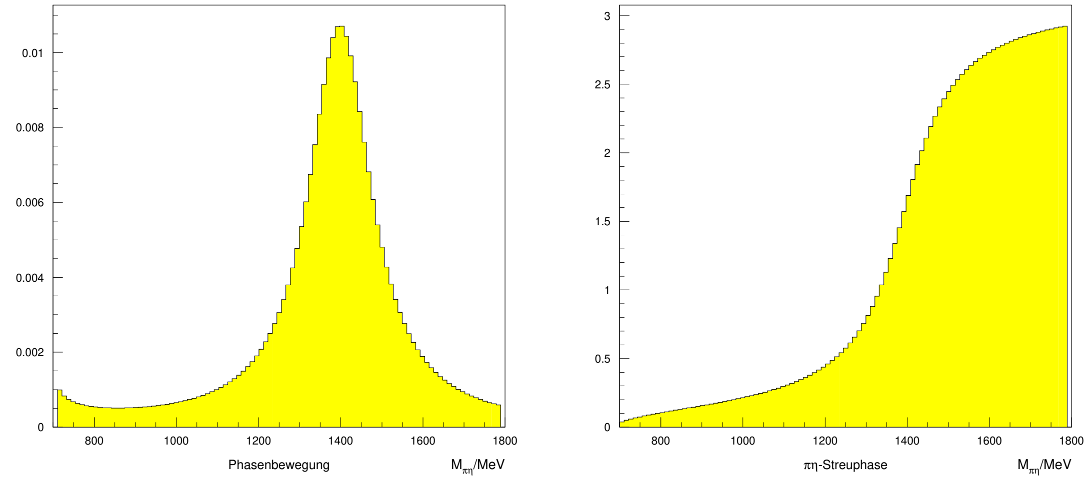

Abbildung 8.12: *Phasenbewegung (a) und Streuphase (b) der $(\eta\pi)_P$-Welle*

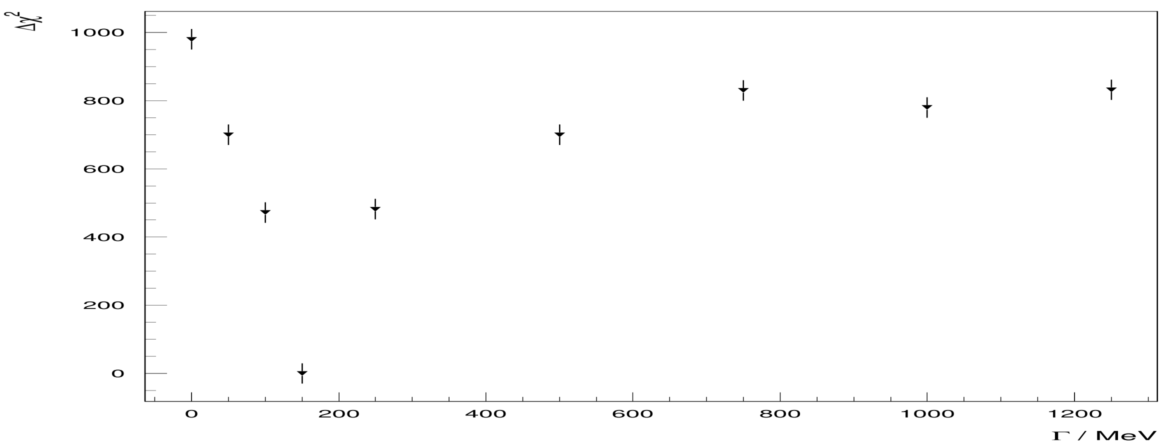

Abbildung 8.13: χ^2-*Abhängigkeit von der hadronischen Breite von $\hat{\rho}$(1390)*

Die exotische Welle $\hat{\rho}(1390)$ wird in Form einer Breit-Wigner-Amplitude parametrisiert, die lediglich den $(\eta\pi)$-Zerfallsmode berücksichtigt, da offenbar nicht sehr große Beiträge dieser Welle in den Daten zu erwarten sind und kein unmittelbarer Schwelleneffekt auftritt. Sie zeigt eine erhöhte Phasenbewegung bei 1390 MeV/c^2 (Abbildung 8.12a) auf, wobei die Streuphase selbst (Abbildung 8.12b) bei dieser Masse aufgrund der gewählten Parametrisierung eine resonante Struktur hat. Da der Resonanzcharakter eines Mesons von seiner Breite bestimmt wird, wurden ver-

schiedene Breiten für $\hat{\rho}(1390)$ vorgegeben. Die χ^2-Differenzen der Beschreibung der Daten unter diesen Vorgaben im Vergleich zum besten Fit sind in Abbildung 8.13 dargestellt. Der Eintrag bei verschwindender Breite entspricht dem Fall, daß keine $(\eta\pi)_{\mathrm{P}}$-Welle im Fit angeboten wurde. Von dem hier erzielten gleichsam schlechtesten Wert fällt das χ^2 bis auf den Minimalwert für eine Breite von 150 MeV ab. Mit zunehmender Breite steigt das χ^2 wieder kontinuierlich an. Hierdurch wird deutlich, daß die Anpassung kleine Breiten von 100-250 MeV bevorzugt.
Die relativen Anteile der beteiligten Resonanzen sind in Tabelle 8.8 gelistet. Die Unsicherheit durch Interferenzeffekte beträgt 12.8% für die LH_2-Daten und 14.0% für die GH_2-Daten. Der Beitrag durch $f_2(1270)$ ist erwartungsgemäß in den LH_2-Daten mit 1% nicht sehr groß; in den GH_2-Daten sind bis zu 4% enthalten. $\hat{\rho}(1390)$ trägt durch die feste Kopplung zwischen den beiden Datensätzen ebenfalls zu etwa (1-3)% in LH_2 und (3-5)% in GH_2 bei. Es fällt auf, daß wie in den vorherigen Datensätzen zum $\pi^0\pi^0\pi^0$-Endzustand die Anteile aus $f_0(980/1370)$ gleich groß gemessen werden. Dies spricht für die Annahme des Isobarenmodells, nach dem der Protoniumzerfall als Stufenprozeß stattfindet. Nach Emission eines leichten Mesons, hier das η-Meson, erfolgt der Zweikörperzerfall in zwei Pionen unabhängig davon.

	LH_2	GH_2
$f_0(980/1370)\eta$	$(40.9 \pm 5.2)\%$	$(30.1 \pm 4.2)\%$
$f_2(1270)\eta$	$(1.0 \pm 0.1)\%$	$(4.0 \pm 0.6)\%$
$a_0(980)\pi^0$	$(13.6 \pm 1.7)\%$	$(10.0 \pm 1.4)\%$
$a_0(1450)\pi^0$	$(3.1 \pm 0.4)\%$	$(2.2 \pm 0.3)\%$
$a_2(1320)\pi^0$	$(37.5 \pm 4.8)\%$	$(47.9 \pm 6.7)\%$
$a_2(1650)\pi^0$	$(2.3 \pm 0.3)\%$	$(4.5 \pm 0.6)\%$
$\hat{\rho}(1390)\eta$	$(1.9 \pm 0.2)\%$	$(4.9 \pm 0.7)\%$

Tabelle 8.8: *Intensitätsverteilung im $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustand*

8.4 Die Analyse des $\pi^0\eta\eta$-Endzustandes

In diesem Datensatz ist der Phasenraum im $(\eta\pi)$-System sehr stark eingeschränkt, wohingegen der Phasenraum des $(\eta\eta)$-Systems maximal ist. Somit werden die Daten im wesentlichen durch $a_0(980)$, $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ beschrieben. Weitere Tensoraktivität im $(\eta\eta)$-System vermutlich durch $f_2(1565)$ war bereits in Analysen der LH_2-Daten erkennbar. $a_2(1320)$ diente in diesem Fall der Fixierung der $(\eta\pi)_D$-Welle am Phasenraumende [78]. Die Analyse beider Datensätze des $\pi^0\eta\eta$-Endzustandes erfolgt wieder durch feste Kopplung der Produktionsparameter nach dem Kaskadenmodell. Sie wird jedoch dadurch erschwert, daß keine sehr hohe Statistik für die GH_2-Daten (82 000 Ereignisse) im Vergleich zu den LH_2-Daten (580 000 Ereignisse) vorliegt.
Zur Beschreibung der Daten wird auf die aus der $\pi^0\pi^0\eta$-Analyse gewonnene Darstellung der $(\eta\pi)_S$-Welle zurückgegriffen. Sie geht zunächst als Fixum in die Beschreibung der Daten ein. Lediglich $a_0(980)$ wird zur Anpassung der Daten frei in Masse und Breite bestimmt; $a_0(1450)$, welches nicht im Phasenraum liegt und auch die Daten nicht beeinflußt, wird nicht mehr variiert werden und scheidet für die weiteren Betrachtungen aus. Die $(\eta\eta)_S$-Welle umfaßt mindestens zwei Resonanzen, $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ [78], muß jedoch noch durch eine dritte Resonanz fortgesetzt werden [78]. Wie schon im Fall der Analyse der $\pi^0\pi^0\pi^0$-Daten wird auch hier $f_J(1710)$ eingeführt. Da jedoch keine Daten zu dessen Fixierung vorliegen, wie im Fall der $(\pi\pi)$-Streuphasen, werden die Resonanzparameter nicht in der Anpassung bestimmt, sondern gehen fest in die Analysen ein. Die $(\eta\eta)_D$-Welle wird durch $f_2(1565)$ beschrieben [78]. Diese Resonanz alleine reicht jedoch nicht aus, um insbesondere die GH_2-Daten vollständig zu beschreiben. Daher wird auch diese Welle noch über die Phasenraumgrenzen hinaus durch die Resonanz $f_2(1810)$ fortgesetzt.
Die Güte der besten Anpassung, die in der Abbildung 8.14 und Abbildung 8.15 dargestellt ist, beträgt $\chi^2_{LH_2}$=1.25 und $\chi^2_{GH_2}$=1.18. Die spektroskopierten Resonanzparameter variieren nicht sehr stark; sie sind in Tabelle 8.9 einzeln aufgelistet. Parameter ohne Fehlerangaben sind fest in die Beschreibung der Daten eingegangen. Um die Auswirkungen der beiden hochmassigen Resonanzen im $(\eta\eta)$-System zu studieren, wurde versucht, die Daten ohne sie zu beschreiben. Eine Beschreibung der Daten ohne $f_J(1710)$ jedoch mit $f_2(1810)$ erreicht lediglich $\chi^2_{LH_2}$=1.28 und $\chi^2_{GH_2}$=1.18. Hierbei wird erkennbar, daß das χ^2 der Beschreibung der LH_2-Daten etwas größer ist als im vorherigen Fall. Somit wird deutlich, daß die LH_2-Daten weitere skalare Intensität am oberen Phasenraumende des $(\eta\eta)$-Systems benötigen. Die Beschreibung der GH_2-Daten bleibt unverändert gut. Hingegen erzielt man eine Güte der Beschreibung von $\chi^2_{LH_2}$=1.44 und $\chi^2_{GH_2}$=1.34 mit $f_J(1710)$ jedoch ohne $f_2(1810)$. Verzichtet man vollständig auf jegliche Erweiterung der $(\eta\eta)$-Wellen über den Phasenraum hinaus, so erreicht man lediglich $\chi^2_{LH_2}$=1.42 und $\chi^2_{GH_2}$=1.35, was eine ähnlich schlechte Form der Anpassung darstellt. Aus allen Anpassungen wird deutlich, daß zusätzliche Resonanzen am Phasenraumende des $(\eta\eta)$-Systems benötigt werden.

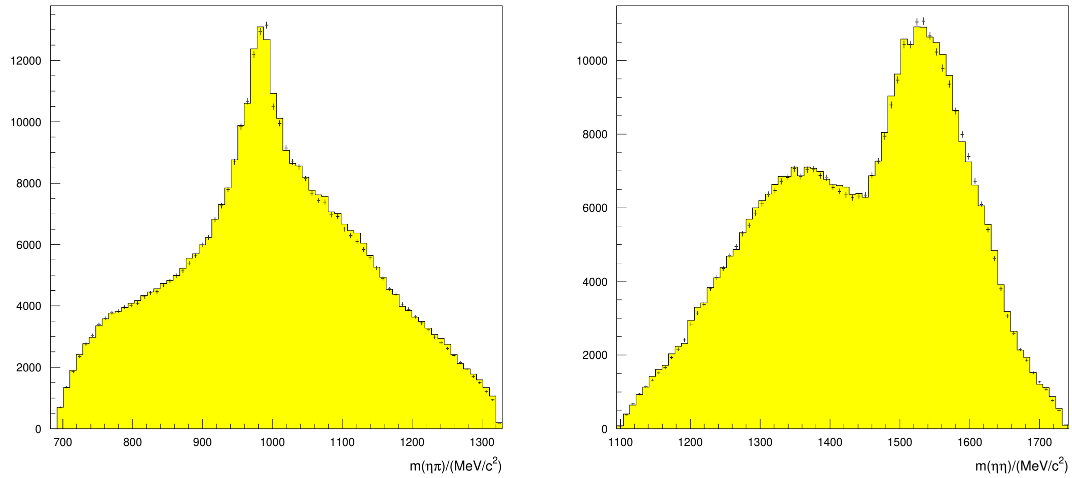

Abbildung 8.14: *Anpassung (+) an die experimentellen Daten (grau) in einer Projektion auf das ($\eta\pi$)-Subsystem (a, links) und auf das ($\eta\eta$)-Subsystem (b, rechts) für LH_2.*

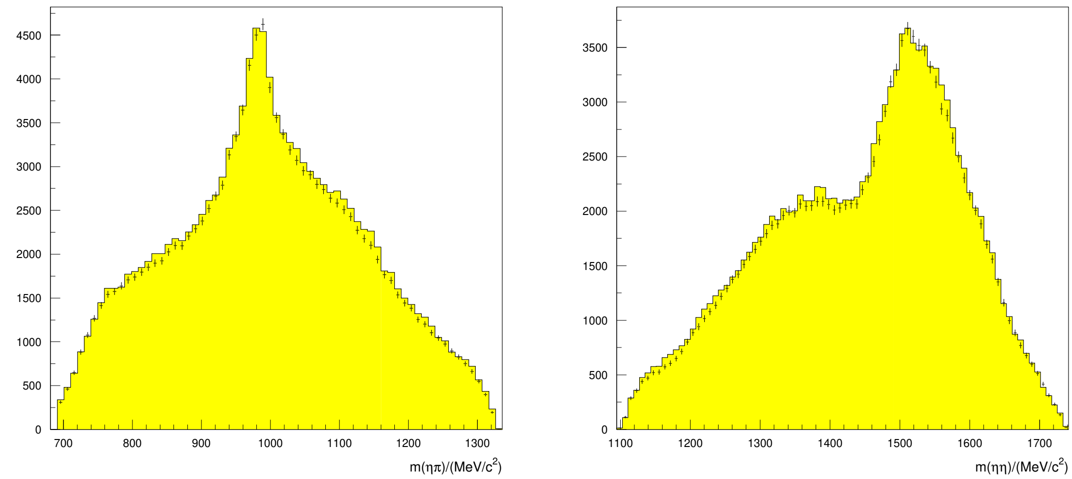

Abbildung 8.15: *Anpassung (+) an die experimentellen Daten (grau) in einer Projektion auf das ($\eta\pi$)-Subsystem (a, links) und auf das ($\eta\eta$)-Subsystem (b, rechts) für GH_2.*

	$a_0(980)$	$a_2(1320)$	$f_0(1370)$	$f_0(1500)$	$f_0(1710)$	$f_2(1565)$	$f_2(1810)$
M	980 ± 5	1318	1380 ± 30	1500 ± 10	1690	1540 ± 20	1825
Γ	80 ± 10	108	380 ± 40	120 ± 20	160	160 ± 20	200

Tabelle 8.9: *Massen (M) und Breiten (Γ) der zu den $\pi^0\eta\eta$-Datensätzen beitragenden Resonanzen*

Die Beiträge der möglichen Anfangszustände sind in Tabelle 8.10 wieder für beide Datensätze wiedergegeben. Sie geben erwartungsgemäß die Dominanz der S-Wellenannihilation in LH_2 wieder. In GH_2 ist der Anteil der P-Wellenannihilationen entsprechend den vorherigen Analysen erhöht. Die relativen Anteile der Resonanzen sind bei einer Unsicherheit durch Interferenzterme von 18% im LH_2-Datensatz und 16% im GH_2-Datensatz wie in Tabelle 8.11 gelistet.

$^{2S+1}L_J$	LH_2	GH_2
$^1S_0$	$(92 \pm 3)\%$	$(65 \pm 4)\%$
$^3P_1$	$(3 \pm 2)\%$	$(13 \pm 3)\%$
$^3P_2$	$(5 \pm 2)\%$	$(22 \pm 3)\%$

Tabelle 8.10: *Intensitätsbeiträge zum $\pi^0\eta\eta$-Endzustand nach dem Kaskadenmodell*

	LH_2	GH_2
$a_0(980)\eta$	$(46.6 \pm 8.4)\%$	$(33 \pm 5.9)\%$
$a_0(1320)\eta$	$(1.6 \pm 0.3)\%$	$(5.4 \pm 1.0)\%$
$f_0(1370)\pi^0$	$(17.3 \pm 3.1)\%$	$(12.2 \pm 2.0)\%$
$f_0(1500)\pi^0$	$(21.5 \pm 3.9)\%$	$(15.1 \pm 2.4)\%$
$f_0(1710)\pi^0$	$(4.1 \pm 0.7 - 3)\%$	$(2.9 \pm 0.5 - 3)\%$
$f_2(1565)\pi^0$	$(5.8 \pm 1.0)\%$	$(20.9 \pm 3.3)\%$
$f_2(1810)\pi^0$	$(3.0 \pm 0.5 - 3)\%$	$(10.3 \pm 1.7 - 3)\%$

Tabelle 8.11: *Intensitätsverteilung im $\pi^0\eta\eta$-Endzustand*

Kapitel 9

Diskussion der Ergebnisse

Aufgrund der Leistungsfähigkeit des Crystal-Barrel Detektors konnten Daten sehr hoher Qualität in bisher nicht erreichter Quantität aufgezeichnet werden. Darunter befinden sich Hochstatistikdatensätze der Antiprotonannihilation in flüssigem und gasförmigem Wasserstoff sowie in flüssigem Deuterium.
Die Preparation der Datensätze mit drei neutralen pseudoskalaren Mesonen im Endzustand, wie $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\eta$ und $\pi^0\eta\eta$, aus Annihilationen in gasförmigem Wasserstoff, die erst während der Strahlperiode des November 1994 gemessen wurden, ergab im Vergleich zu früheren Messungen in flüssigem Wasserstoff kompatible Verzweigungsverhältnisse in jedem Zerfallskanal. Die Annihilationsdynamik selbst ändert sich demnach nicht in Abhängigkeit vom Targetdruck. Lediglich die atomaren Anfangszustände des Protoniums können variieren, was durch die stärkere Ausprägung von Resonanzen mit höherem Spin in den GH_2-Daten angedeutet wird.
Dies erforderte jedoch, zunächst quantitative Studien zu den relativen Beiträgen der einzelnen Feinstrukturniveaus zu machen. Da Zweikörper-Endzustände mit vordefinierter Symmetrie wie der $K^0_L K^0_S$- oder der $\pi^0\pi^0$-Endzustand speziell die S- und P-Anfangsniveaus sondieren, dienten die Verzweigungsverhältnisse in diese Kanäle als Grundlage zur Diskussion des Protoniums und dem sich daraus ergebenden Kopplungsmechanismus zwischen Datensätzen aus unterschiedlichen Aggregatzuständen.
Die Analyse der Daten der Protoniumannihilation basiert auf dem Isobarenmodell. Dieses beschreibt die Annihilation als zwei subsequente Zweikörperzerfälle. Die Produktion der sogenannten Isobaren erfolgt dabei aus einem atomaren Protoniumanfangszustand unter Rückstoß gegen ein leichtes Meson. Das Isobar zerfällt dann seinerseits in zwei leichte Mesonen. Eine diesem Modell angepaßte effektive Beschreibung ist im Rahmen des K-Matrixformalismus möglich. Dieser beschreibt den Zerfall eines Teilchens durch den inversen Streuprozeß, wodurch Unitaritätserhaltung gewährleistet wird. Speziell im Fall der Analyse von $(\pi\pi)$-Resonanzen werden zusätzlich zu den Crystal-Barrel-Daten weitere Daten der $(\pi\pi)$-Streuphase als Randbedingungen miteinbezogen, um Mehrdeutigkeiten zu verringern.
Es sellt sich heraus, daß bei der Annihilation von Antiprotonen in flüssigem Wasserstoff bevorzugt skalare Mesonen produziert werden, was auf Dominanz der S-

Wellenannihilation hindeutet. In gasförmigem Wasserstoff erhöhen sich die Beiträge der Tensormesonen mit abnehmendem Gasdruck. Die Annihilation erfolgt hier zusätzlich aus atomaren P-Zuständen. Die Analysen zeigen, daß sich das Verhältnis der Annihilationen aus S- und P-Wellen von etwa 90%/10% in LH_2 zu 55%/45% in GH_2(12 atm) verschiebt. Durch die gekoppelte Analyse der Daten aus beiden Targettypen werden dadurch sowohl skalare wie auch tensorielle Mesonen gleichzeitig spektroskopiert. Neben der Detektion von bereits bekannten Mesonen wie $f_0(980)$, $a_0(980)$, $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ konnten auch Mesonen wie $f_0(1370)$, $f_0(1500)$, $a_0(1450)$, $f_2(1565)$ und $a_2(1650)$ in konsistenten Analysen des $\pi^0\pi^0\pi^0$-, des $\pi^0\pi^0\eta$- und des $\pi^0\eta\eta$-Endzustandes nachgewiesen werden. Die Massen und Breiten dieser Resonanzen sowie ihre Spin-Parität können aus den Verteilungen ihrer Zerfallswinkel bestimmt werden.

Die allen unternommenen Anstrengungen zugrundeliegende Motivation und Herausforderung, die Suche nach neuen bisher unbekannten Mesonen und der Nachweis der Existenz exotischer Teilchen, dienen letztlich jedoch dem Bestreben, das Spektrum der starken Wechselwirkung zu deren phänomenologischer Beschreibung zu vervollständigen.

9.1 Die skalaren Mesonen und der Glueball

Lediglich die Dubletts der skalaren Kaonen gelten als gesicherte Mitglieder im Nonett der skalaren Mesonen. Alle anderen Mesonen-Multipletts sind nur sehr schwer im Nonett zu etablieren. Daher bietet sich zunächst an, die Situation bei kleinen Massen mit der bei hohen Massen zu vergleichen.

Die Spektren des Positroniums, des elektromagnetisch gebundenen Systems aus Elektron und Positron in einem rein coulombartigen Potential für die radiale Abhängigkeit der Kraftwirkung, und das Spektrum sehr schwerer Quarkonia, wie das fast vollständig gemessene Charmoniumspektrum (vgl. Abbildung 2.2) oder das Bottomiumspektrum (vgl. Abbildung 2.3), zeigen eine große Ähnlichkeit auf. Dies läßt vermuten, daß sich auch die starke Wechselwirkung näherungsweise durch ein $1/r$-Potential erklären läßt. Nach Addition von Confinement-Termen linear in r und den Spin-Bahn- wie Spin-Spin-Termen zu

$$
\begin{aligned}
V(r) = & -\frac{4\alpha_s}{3r} + b \cdot r && (9.1)\\
& + \frac{1}{2m_q^2}\left(\frac{4\alpha_s}{r^3} - \frac{k}{r}\right)\vec{L}\cdot\vec{S} && (9.2)\\
& + \frac{4\alpha_s}{3m_q^2 r^3}\left(3(\vec{S}_1\vec{r})(\vec{S}_2\vec{r}) - \vec{S}_1\vec{S}_2\right) && (9.3)\\
& + \frac{32\pi\alpha_s}{9m_q^2}(\vec{S}_1\vec{S}_2)\delta(r) && (9.4)
\end{aligned}
$$

lassen sich die beiden Spektren der *charm*- und der *bottom*-Quarkonia gut beschreiben [12]. Die Schwerpunktsregel der QED bezüglich der Aufspaltung der P-Niveaus

$$m_{^3P_0} + 3 \cdot m_{^3P_1} + 5 \cdot m_{^3P_2} = 9 \cdot m_{^1P_1} \tag{9.5}$$

sollte daher auch für diese Quarkonia annähernd erfüllt sein. Hieraus kann auf die Position fehlender Teilchen im Spektrum geschlossen werden, wie im Fall des h_c oder des h_b. Für h_c gibt es einen experimentellen Kandidaten bei 3526 MeV/c^2 [79] in guter Übereinstimmung mit der Schwerpunktsregel.
Bei den skalaren Mesonen, die in ihrer Masse sehr viel tiefer liegen, sind ebenso Massenvorhersagen für die isoskalaren und die isovektoriellen Zustände möglich. In diesen Energiebereichen überwiegen die Confinement, die Spin-Bahn- und die Spin-Spin-Effekte. Die nur vom Abstand der Quarks abhängige Coulombwechselwirkung bestimmt nur noch grob die Struktur der Spektren. Insbesondere die Aufspaltung der drei ^{3}P-Niveaus gegenüber dem ^{1}P$_1$-Niveau wird durch den Spin-Spin-Term bestimmt, so daß das aus allen drei Zuständen gemittelte ^{3}P-Niveau gerade um diesen Wechselwirkungsbeitrag vom ^{1}P$_1$-Niveau abgehoben sein sollte mit [12]

$$\Delta m_{q\bar{q}} = \frac{m_{^3P_0} + m_{^3P_1} + m_{^3P_2}}{3} - m_{^1P_1} = \frac{32\pi}{9m_q^2} \left|\Psi_{q\bar{q}}(0)\right|^2 \tag{9.6}$$

Da die Wellenfunktion für P-Wellenquarkonia am Ursprung verschwinden sollte, kann aus den Massen der Zustände f$_1$(1285), f$_2$(1270) und h$_1$(1170) bzw. a$_1$(1260), a$_2$(1320) und b$_1$(1235) auf die theoretischen Massen für den isoskalaren und die isovektoriellen Oktettzustände des ^{3}P$_0$-Nonetts geschlossen werden. Somit sollte ein f$_0$ bei 953 MeV/c^2 und ein a$_0$ bei 1143 MeV/c^2 existieren. Experimentelle Kandidaten dieser beiden Zustände sind sicherlich f$_0$(980) und a$_0$(980). Beide koppeln an den K$\bar{\text{K}}$-Kanal und können dadurch in ihrer Position verändert und an die benachbarte K$\bar{\text{K}}$-Schwelle angezogen werden. f$_0$(980) wird daher in der Masse um etwa 25 MeV/c^2 nach oben verschoben. Diese Hypothese der Attraktion durch die K$\bar{\text{K}}$-Schwelle deckt sich mit der Beobachtung, daß die Resonanzstruktur nicht einer gewöhnlichen Breit-Wigner-Form entspricht, sondern einseitig asymmetrisch ist und bei höheren Massen Intensität an den K$\bar{\text{K}}$-Mode einbüßt (vgl. Abbildung 8.4a und Abbildung 8.5a). a$_0$(980) muß zu kleinerer Masse um etwa 160 MeV/c^2 verschoben werden. Dies sollte einen wesentlich größeren Effekt bewirken. In der Tat zeigt sich experimentell auch an der Resonanzstruktur des a$_0$(980) eine sehr scharfe Kante zu kleineren Massen hin (vgl. Abbildung 8.4b und Abbildung 8.5b), was obige Attraktionshypothese ebenso für a$_0$(980) nahelegt.
Der isoskalare Singulettzustand des 1^{3}P$_0$-Nonetts wird aufgrund der Massen der als s$\bar{\text{s}}$-reich bekannten Mesonen f$'_1$(1510), f$'_2$(1525) und h$'_1$(1380) bestimmt. Nach obiger Abschätzung erwartet man bei 1105 MeV/c^2 einen s$\bar{\text{s}}$-Zustand. Ein Kandidat ist in diesem Fall f$_0$(1370), dessen Masse bisher noch nicht sicherer bekannt ist als 1180-1430 Mev/c^2 [9], jedoch oberhalb des berechneten Wertes liegt. Der Zustand wurde bisher vorwiegend in den Moden (2π), (4π) und ($\eta\eta$) detektiert. Seine Kopplung an

den K$\bar{\mathrm{K}}$-Kanal wurde bisher noch nicht quantifiziert [9]. Dies legt die Interpretation nahe, daß es sich nicht um einen vorwiegend reinen s$\bar{\mathrm{s}}$-Zustand handeln kann, sondern vielmehr um einen Zustand mit hohen u$\bar{\mathrm{u}}$- und d$\bar{\mathrm{d}}$-Komponeneten. Hierdurch kann ideale Mischung des Nonetts der skalaren Mesonen ausgeschlossen werden. Im Gegenteil kann man somit für $\mathrm{f_0}(980)$ bzw. $\mathrm{f_0}(1370)$ erwarten, daß ihre Wellenfunktionen denjenigen bei voller $\mathrm{SU_F}(3)$-Symmetrie

$$|f_0^8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\rangle \tag{9.7}$$

$$|f_0^1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\rangle \tag{9.8}$$

nahekommen. Die K$\bar{\mathrm{K}}$-Schwelle weist dann durch dynamische Effekte [80] $\mathrm{f_0}(980)$ einen höheren s$\bar{\mathrm{s}}$-Anteil zu als es aus der $\mathrm{SU_F}(3)$-Symmetrie zu erwarten wäre. Daß der s$\bar{\mathrm{s}}$-Anteil in $\mathrm{f_0}(980)$ hoch sein muß, wird durch die experimentellen Befunde aus dem hadronischen J/Ψ-Zerfall in die beiden Moden $\Phi\mathrm{f_0}(980)$ mit ($3.2\pm0.9\times10^{-4}$ [9]) und $\omega\mathrm{f_0}(980)$ ($1.4\pm0.5\times10^{-4}$ [9]) angezeigt. Die stärkere Kopplung an das Φ-Meson mit maximalem s$\bar{\mathrm{s}}$-Inhalt weist dies aus. Im gleichen Maße wird der s$\bar{\mathrm{s}}$-Anteile in $\mathrm{f_0}(1370)$ reduziert werden müssen, so daß

$$|f_0(980)\rangle \propto |u\bar{u} + d\bar{d} - 2/\epsilon\, s\bar{s}\rangle \tag{9.9}$$

$$|f_0(1370)\rangle \propto |u\bar{u} + d\bar{d} + \epsilon\, s\bar{s}\rangle \tag{9.10}$$

mit $\epsilon \leq 1$. Bemerkenswert ist ferner, daß beide isoskalaren Mesonen des skalaren Nonetts in jedem Fall etwa 300 MeV/c^2 unterhalb ihrer Partner des $1^3\mathrm{P}_1$-Nonetts und des $1^3\mathrm{P}_2$-Nonetts liegen. Ebenso liegen die Kaonen sehr weit oberhalb aller anderen Mitglieder des Nonetts. Dadurch ist keine kanonische Bestimmung des Mischungswinkels des Nonetts der skalaren Mesonen weder nach der linearen noch nach der quadratischen Gell-Mann-Okubo-Massenformel möglich. Das $1^3\mathrm{P}_0$-Nonett der Quarkonia scheint somit wie in Abbildung 9.1 zusammmengesetzt zu sein und erweist sich als hochgradig durch die nahe K$\bar{\mathrm{K}}$-Schwelle beeinflußt.

Ebenso liefert der Vergleich der Spektren des Charmonium und des Bottomium weitere Hinweise auf die Massenaufspaltung nach den Hauptquantenzahlen radialer Anregungen. Hiernach sind die ersten radialen Anregungen im $2^3\mathrm{P}_0$-Nonett bei Massen von etwa 400-600 MeV/c^2 oberhalb des tiefstliegenden Nonetts zu erwarten. Alle Zustände des $1^3\mathrm{P}_0$-Nonetts haben in der Tat einen potentiellen Partner mit einer um etwa 400-500 MeV/c^2 höheren Masse. Ebenso ist $\mathrm{f_2}(1810)$, das als Mitglied des $2^3\mathrm{P}_2$-Nonetts gilt, gegenüber $\mathrm{f_2}(1270)$ etwa um dengleichen Betrag in der Masse nach oben verschoben. Ein natürlicher $2^3\mathrm{P}_0$-Partner zu $\mathrm{f_2}(1810)$ ist in diesem Zusammenhang $\mathrm{f_0}(1500)$, dessen Masse wiederum etwa 300 MeV/c^2 unterhalb des Tensorzustandes liegt. Der s$\bar{\mathrm{s}}$-Zustand des $2^3\mathrm{P}_0$-Nonetts sollte in der Masse etwa bei 1800-1900 MeV/c^2 nahe dem $\mathrm{K}^{*0}(1950)$ liegen wie es analog auch der Fall ist für $\mathrm{f_0}(1370)$ und $\mathrm{K}^{*0}(1430)$. Somit hat das $2^3\mathrm{P}_0$-Nonett die nachfolgende Gestalt wie in Abbildung 9.2.

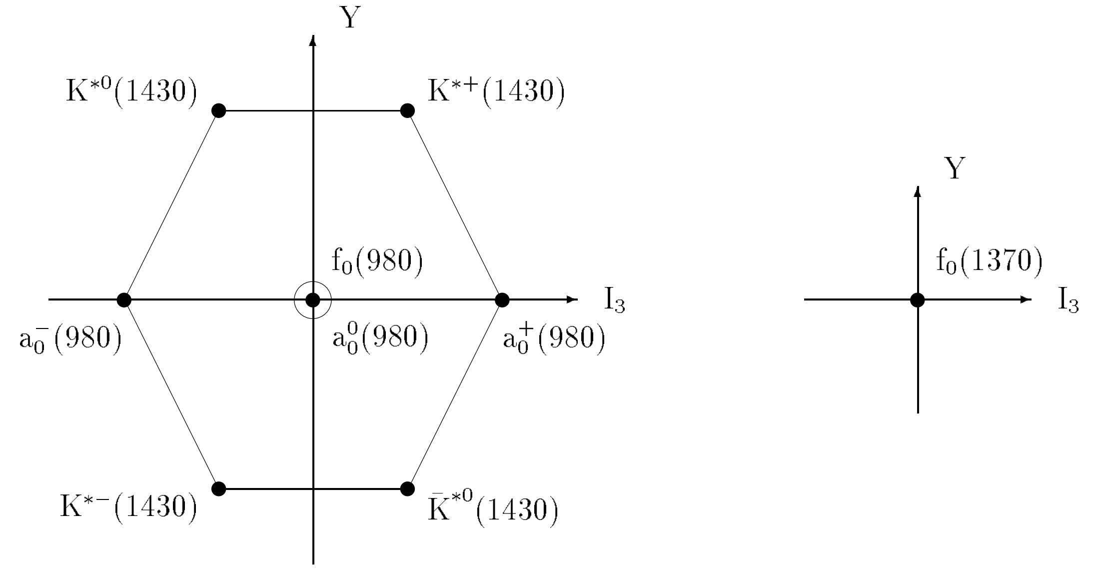

Abbildung 9.1: *Vorschlag für das 1^3P_0-Nonett der Mesonen*

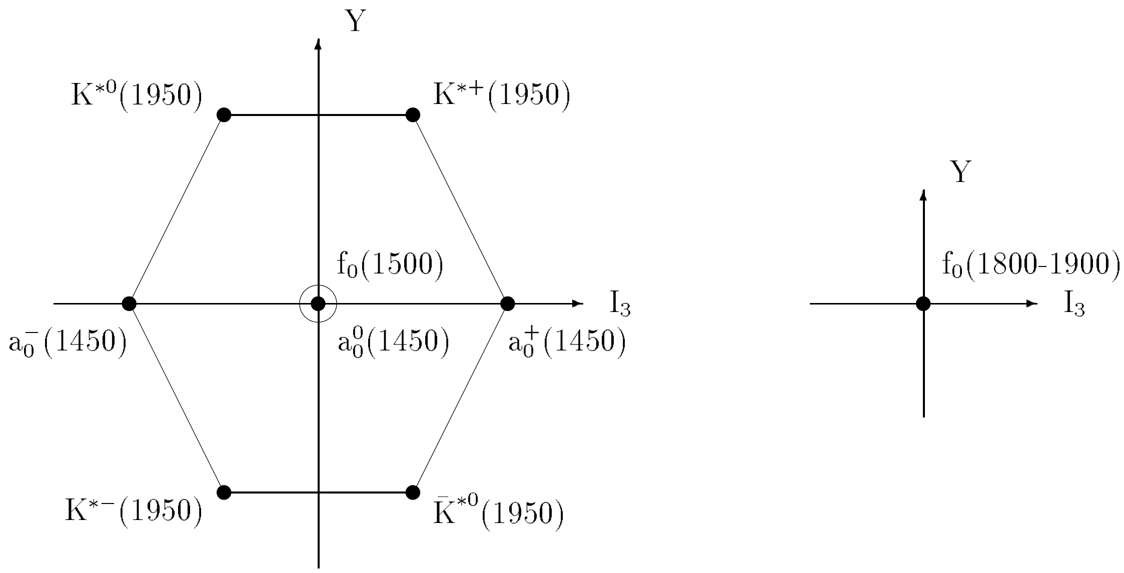

Abbildung 9.2: *Vorschlag für das 2^3P_0-Nonett der Mesonen*

Es sollte jedoch betont werden, daß das hier vorgeschlagene Szenario für das Nonett der skalaren Mesonen meiner persönlichen Sicht der Dinge entspricht und sicher nicht frei von Widersprüchen ist. Derzeit wird eine Vielzahl von Szenarios diskutiert [20, 38, 18, 81], die ebenfalls diese Eigenschaft aufweisen.
$f_{J=0}(1710)$ bleibt im Gesamtkontext außerhalb jeden Nonetts. Seine Eigenschaften weisen diesen Zustand als einen potentiellen Kandidaten für den skalaren Glueball aus, falls sein Spin tatsächlich zu J=0 bestimmt werden kann.

9.2 Die exotische 1^{-+}-Welle

Die gekoppelte Analyse der $\pi^0\pi^0\eta$-Datensätze zeigte die Evidenz für eine $(\eta\pi)$-Welle mit den exotischen Quantenzahlen $[I^G]J^{PC}=[1^-]1^{-+}$, die ein Resonanzverhalten zeigt und deren Masse und Breite in dieser Arbeit zu $M=1385 \pm 15$ MeV/c^2 und $\Gamma = 150^{+100}_{-50}$ MeV/c^2 bestimmt wurde. Ihr wird der Name $\hat{\rho}$ zugewiesen, um deutlich zu machen, daß dieser Zustand ein Partner zum ρ-Meson mit verschiedener C-Parität ist. Die Welle selbst ist nur schwach in den Daten ausgeprägt. Sie wird durch die vielfältigen anderen Wellen hochgradig überdeckt. Die Schwierigkeit des Nachweises besteht darin, daß die Welle nur durch die Interferenz mit der viel stärkeren benachbarten Welle des $a_2(1320)$ deutlich wird und hier als Asymmetrie in der Winkelverteilung des $(\eta\pi)$-Systems auftritt. In einer unabhängigen Analyse von Daten des isospinverwandten Kanals $\pi^-\pi^0\eta$ aus Annihilationen in flüssigem Deuterium [76], der durch wesentlich weniger Wellen beschrieben werden kann, zeigt sich die Evidenz für diese exotische Welle noch deutlicher. In diesem Fall entfallen alle isoskalaren $(\pi\pi)$-Wellen, lediglich das ρ-Meson tritt hier auf, kann jedoch sehr leicht durch eine einzelne Breit-Wigner-Amplitude mit festen Parametern beschrieben werden. Die unabhängige Beobachtung des $\hat{\rho}$ in verschiedenen Datensätzen stärkt die Evidenz für dieses eindeutig exotische Teilchen in seinem $(\eta\pi)$-Zerfallsmode. In [77] wird darüberhinaus, basierend auf relativ kleiner Statistik, der $(\eta'\pi)$-Zerfallsmode gesucht, konnte jedoch nicht identifiziert werden. Weitere Zerfallskanäle sind bisher nicht bekannt.
Die Frage nach der Evidenz eines isoskalaren Partners $\hat{\omega}$ ist ebenso von großem Interesse, da die 1^{-+}-Zustände sicher auch vollständige Nonetts überspannen sollten. $\hat{\omega}$ sollte mit $\hat{\rho}$ massenentartet sein und vorzugsweise in die Moden $\rho^\pm\pi^\mp$ zerfallen. Somit gestaltet sich die Verifikation dieses Zustandes aufgrund vieler $(\rho\pi)$-Resonanzen in demselben Massenbereich noch viel schwieriger. Darüberhinaus sollten aus Daten zu kaonischen Endzuständen die jeweiligen Hybride mit Strangeness-Inhalt hervorgehen. Über die Natur von $\hat{\rho}$ ist bis dato nur soviel zu sagen, daß es sich nicht um einen gewöhnlichen $(q\bar{q})$-Zustand aufgrund seiner Quantenzahlen handeln kann. Es bleiben die Interpretation als Dimeson in Form eines $(q^2\bar{q}^2)$-Zustandes oder als Hybrid mit einer $(q\bar{q}g)$-Wellenfunktion. Im ersten Fall sollte nach [48] nahezu instantaner Zerfall in zwei pseudoskalare Mesonen stattfinden, wodurch eine relativ große Breite des Objektes hervorgerufen werden sollte. Dies scheint jedoch nicht der Fall zu sein.

Als Hybridzustand sind typische hadronische Breiten zu erwarten. Die Hybridmassen werden in unterschiedlichen Modellen vorzugsweise etwas unterhalb 2 GeV/c^2 vorhergesagt. Lediglich im MIT-Bagmodell und einigen auf QCD-Summenregeln basierenden Berechnungen erwartet man Hybride bei Massen von 1.3-1.6 MeV/c^2, was mit der hier spektroskopierten Masse in Übereinstimmung ist. Theoretisch ist jedoch keine eindeutigere Zuordnung möglich.

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] A. Aker et al.,
Phys. Lett. B260, 249, **1991**

[2] D.V. Bugg et al.,
Phys. Rev. D50, 4412, **1994**

[3] M. Doser et al.,
Nucl. Phys. A486, 493, **1988**

[4] C. Amsler et al.,
Z. Phys. C58, 175, **1993**

[5] W. Hollnik, T. Müller,
Der Nachweis des Top-Quarks durch Theorie und Experiment,
Phys. Bl. 53/2, 127, **1997**

[6] F. Halzen, A.D. Martin,
Leptons and Quarks,
John Wiley & Sons, **1984**

[7] F. E. Close,
An introduction to quarks and partons,
Academic Press, **1979**

[8] T. Barnes,
Theoretical aspects of light meson spectroscopy
NATO ASI Series B353, 37, **1996**

[9] Particle Data Group,
Phys. Rev. D54, **1996**

[10] D. Gromes,
Z. Phys. C26, 401, **1984**

[11] S. Godfrey, N. Isgur,
Phys. Rev. D32, 189, **1985**

[12] K. Peters,
Die Suche nach gebundenen gluonischen QCD-Sysytemen
Habilitationsschrift, Universität Bochum, **1996**

[13] A. Chodos, R.L. Jaffe, C.B. Thorn, V.F.Weisskopf,
Phys. Rev. D9, 3471, **1974**

[14] N. Isgur, J. Paton,
Phys. Rev. D31, 2910, **1985**

[15] S. Perantonis, C. Michael,
Nucl. Phys. B347, 854, **1990**

[16] C. Amsler et al.,
Phys. Lett. B294, 451, **1992**

[17] C. Amsler et al.,
Phys. Lett. B385, 425, **1996**

[18] E. Klempt, B. C. Metsch, C. R. Münz, H. R. Petry,
Phys. Lett. B361, 160, **1995**

[19] N. Tørnqvist,
Phys. Rev. D51, 5312, **1995**

[20] C. Amsler and F.E. Close,
Phys. Lett. B353, 385, **1995**

[21] G. Grayer et al.,
Nucl. Phys. B75, 189, **1974**

[22] B. S. Zou and D. V. Bugg,
Phys. Rev. D50, 591, **1994**

[23] G.S. Bali et al.,
Phys. Lett. B309, 378, **1993**

[24] H. Chen et al.,
Nucl. Phys. B34, 357, **1994**

[25] K. K. Seth (for Crystal Barrel Collaboration),
A high resolution search for the tensor glueball,
Moriond Conference Proceedings, **1997**

[26] P. Baillon,
Nuovo Cimento 50A, 393, **1967**

[27] J. Z. Bai et al.,
Phys. Rev. Lett. C65, 2507, **1990**

[28] J. Z. Bai et al.,
Phys. Lett. B361, 187, **1995**

[29] J. Z. Bai et al.,
Phys. Rev. D40, 693, **1989**

[30] J.P. Liu, D.H. Liu,
J. Phys. G19, 373, **1993**

[31] S. Narrison,
Z. Phys. C26, 209, **1984**

[32] C. Amsler et al.,
Phys. Lett. B342, 433, **1995**

[33] C. Amsler et al.,
Phys. Lett. B353, 571, **1995**

[34] C. Amsler et al.,
Phys. Lett. B340, 259, **1994**

[35] C. Amsler et al.,
Phys. Lett. B380, 453, **1996**

[36] D. V. Bugg et al.,
Phys. Lett. B353, 378, **1995**

[37] M. S. Chanowitz,
Phys. Rev. Lett. 46, 981, **1981**

[38] J. Sexton, A. Vaccarino, D. Weingarten,
Phys. Rev. Lett. 75, 4563, **1995**

[39] N. Isgur, R. Kokoski, J. Paton,
Phys. Rev. Lett. 54, 869, **1985**

[40] F. de Viron, J. Govaerts,
Phys. Rev. Lett. 53, 2207, **1984**

[41] M. Boutemeur,
Etude des résonances $\pi^0\eta$ produites dans les collisions π^-p à 100 GeV,
Université de Savoie, Thèse, **1992**.

[42] H. Oayagi et al.,
Phys. Lett. B314, 314, **1993**

[43] J.H. Lee et al.,
Phys. Lett. B323, 227, **1994**

[44] C. Amsler et al.,
Phys. Lett. B333, 277, **1994**

[45] F. E. Close, P. R. Page,
Nucl. Phys. B443, 233, **1995**

[46] Phys. Lett. B391, 191, **1997**

[47] U. Thoma, Persönliche Mitteilung

[48] R.L. Jaffe,
Phys. Rev. Lett. 38, 195, **1977**

[49] T.Oest et al.,
Z. Phys. C47, 343, **1990**

[50] F.E. Close, T. Barnes,
Phys. Rev. D43, 216, **1991**

[51] S. R. Longacre Phys. Rev. D42, 874, **1990**

[52] E. Aker et al.,
Nucl. Instr. Meth. A321, **1992**

[53] C. Regenfuß,
The Crystal Barrel Vertex Detector,
Crystal Barrel internal Note 306, **1996**

[54] M. Merkel,
The Crystal Barrel Data Acquisition System,
IEEE Trans. Nuc. Sci. NS-39, 152, **1992**

[55] J. Lüdemann,
Protoniumannihilation im Flug in drei pseudoskalare Mesonen,
Universität Bochum, Dissertation, **1995**

[56] G. Reifenröther, E. Klempt
Nucl. Phys. A503, 885, **1989**

[57] H. Koch,
Die Suche nach Glueballs,
Phys. Bl. 43/6, 152, **1987**

[58] J.M. Richard and M.E. Sainio,
Phys. Lett. B110, 349, **1982**

[59] C.J. Batty,
Nucl. Phys. A601, 425, **1996**

[60] U. Gastaldi and M. Placentino,
Spontaneous Polarization in $\bar{p}p$ Annihilations at Rest in H_2 Targets,
erscheint in Nucl. Phys. A **1997**

[61] M. Doser,
Phys. Lett. B215, 792, **1989**

[62] S. Spanier,
Kalibration der Jetdriftkammer des Crystal Barrel Experiments,
Universität Mainz, Diplomarbeit, **1991**

[63] M. Merkel,
Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe in $\pi^0 X$, ηX und ωX mit $X=\{\pi^0,\eta,\omega\}$,
Universität Mainz, Dissertation, **1993**

[64] O. Cramer,
Protoniumvernichtung in $K_L^0 K_S^0$,
Universität München, Diplomarbeit, **1993**

[65] C. Amsler et al.,
Phys. Lett. B355, 425, **1995**

[66] S.U. Chung et al.,
Partial Wave Analysis in K-matrix formalism,
Ann. Phys. 4, 404, **1995**

[67] C. Zemach,
Phys. Rev. B140,1965, **1965**

[68] J.D. Jackson,
Nuovo Cimento 34, 1644, **1965**

[69] I.J.R. Aitchis,
Nucl. Phys. A609, 562, **1996**

[70] J. Brose,
Beobachtung einer isoskalaren 0^{++}-Resonanz in der Antiproton-Proton-Vernichtung in $\pi^0\pi^0\pi^0$,
Universität Mainz, Dissertation, **1994**

[71] S. Spanier,
Beobachtung einer isovektoriellen 0^{++}-Resonanz im $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustand der Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe,
Universität Mainz, Dissertation, **1994**

[72] A. Abele et al.,
Nucl. Phys. A189, 417, **1972**

[73] G. Reifenröther,
Phys. Lett. B245, 129, **1990**

[74] D. Alde et al.,
Phys. Lett. B205, 397, **1988**

[75] Prokoshkin et al.,
Phys. Atom. Nuc. 58, 606, **1995**

[76] K. Hüttmann und W. Dünnweber,
$\eta\pi$ P-wave in the $\pi^-\pi^0\eta$ channel of $\bar{p}n$ annihilation at rest,
Crystal Barrel internal Note 312, **1997**

[77] A. Abele et al.,
erscheint in Phys. Lett. B **1997**

[78] R. Hackmann,
Untersuchung der Endzustände $\pi^0\eta\eta$ und $\pi^0\eta\eta'$ in der Antiproton-Proton-Vernichtung in Ruhe,
Universität Mainz, Dissertation, **1994**

[79] T. A. Armstrong et al.,
Phys. Rev. Lett. 69, 2337, **1992**

[80] G. Janssen,B. C. Pearce, K. Holinde und J. Speth,
Phys. Rev .D52, 2690, **1995**

[81] L. Burakowsky,
hep-ph/9703273, **1997**

Danksagung

Im folgenden möchte ich Herrn Prof.Dr. H. Koch für sein Interesse und sein Engagement für meine Arbeit danken, die ich während meines Aufenthaltes in Genf verrichtete. Daneben danke ich Herrn Prof.Dr. E. Klempt für die Bereitstellung des Themas der Dissertation und die zahlreichen Diskussionen bezüglich der Analysen. Ebenso waren seine Korrekturen und Anmerkungen bei der schriftlichen Zusammenfassung des gesamten Themenkomplexes von sehr großer Hilfe.

Besonderer Dank gilt Herrn Dr.H. Kalinowsky, Herrn Dr.B. Barnett und Herrn D. Walter für die Betreuung während meines Aufenthaltes in Genf. Ebenso danke ich den anderen Mitgliedern der Kollaboration vor Ort am CERN für die freundschaftliche Atmosphäre.

Daneben habe ich in Genf einige Menschen getroffen, mit denen ich viele schöne Erinnerungen verbinde, wie Barbara, Benedetto, Carla, Christine, Esch, Marco, Nicola, Peppino, Uli und noch viele andere mehr.

Ich danke ebenso allen Mitgliedern der Arbeitsgruppen in Bonn, Andreas, Burkhard, Christoph und Christoph, Harald, Henry, Jürgen, Karsten, Michael, Ralf, Stefan, Suh, Ulrike und Volker für die freundliche Atmosphäre. Christoph, Stefan und Ulrike trugen darüberhinaus noch durch Diskussionen und durch ihre Systembetreuung zum Gelingen der Arbeit bei.

Den Mitbewohnern meiner zeitweiligen Schlupfwinkel in Bonn 'Boogie', Christoph, Hannes, Klaus sowie Nicole und Silke danke ich für aufregende und schöne Etappen in Bonn.

Meinen lieben Eltern für ihr stetes Begleiten meines Tuns.