Untersuchung der η-Zerfälle in 3 Pionen als Test chiraler Störungsrechnung

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Fritz-Herbert Heinsius
aus Hamburg

Hamburg
1993

Gutachter der Dissertation:	Prof. Dr. U. Strohbusch
	Prof. Dr. J.K. Bienlein
Gutachter der Disputation:	Prof. Dr. U. Strohbusch
	Prof. Dr. W. Scobel
Datum der Disputation:	8.06.1993
Sprecher des Fachbereichs Physik und Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr. E. Lohrmann

Abstract

The Crystal Barrel detector has been used to measure the decays $\eta \to 3\pi$. The η's were produced at the $\bar{p}$ storage ring LEAR in the reaction $p\bar{p} \to \pi^+\pi^-\eta$. The main purpose of the analysis is to determine the branching ratio

$$r = BR(\eta \to 3\pi^0)/BR(\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0),$$

which can be compared with calculations of chiral perturbation theory. The experimental result $r = 1.47 \pm 0.09 \pm 0.07$ is in good agreement with the chiral perturbation theory prediction of $r = 1.43 \pm 0.03$. The average result of the previous measurements given by the particle data group is $r = 1.27^{+0.12}_{-0.14}$. Using the known width $\Gamma_{\eta\to\gamma\gamma} = 0.46 \pm 0.04$ keV the width $\Gamma_{\eta\to\pi^+\pi^-\pi^0}$ is determined to be 0.24 ± 0.03 keV. Finally the Dalitz plot of the charged decay mode $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ was analyzed in terms of the π^0 momentum.

Zusammenfassung

Mit dem Crystal-Barrel-Detektor wurden die Zerfälle $\eta \to 3\pi$ untersucht. Die Produktion der η-Mesonen erfolgte über die Reaktion $p\bar{p} \to \pi^+\pi^-\eta$ am LEAR Speicherring. Gegenstand dieser Arbeit ist die Bestimmung des relativen Verzweigungsverhältnisses $r = BR(\eta \to 3\pi^0)/BR(\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0)$, welches mit theoretischen Ergebnissen der chiralen Störungsrechnung verglichen werden kann. Das aus der Zahl der beobachteten η-Mesonen bestimmte Verzweigungsverhältnis r=1,47$\pm$0,09$\pm$0,07 befindet sich in guter Übereinstimmung mit der Vorhersage der chiralen Störungsrechnung von $r = 1,43 \pm 0,03$. Der Mittelwert der früheren Messungen wird von der Particle Data Group mit $r = 1,27^{+0,12}_{-0,14}$ angegeben. Über die bekannte Breite $\Gamma_{\eta\to\gamma\gamma} = 0,46 \pm 0,04$ keV konnte die Breite $\Gamma_{\eta\to\pi^+\pi^-\pi^0} = 0,24 \pm 0,03$ keV bestimmt werden. Außerdem wurde der Dalitzplot des geladenen Zerfalls $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ in Abhängigkeit des π^0-Impulses analysiert.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Eine Überprüfung der Quantenchromodynamik (QCD) durch den Vergleich von Störungsrechnungen mit Experimenten im hochenergetischen Bereich hat bisher eine sehr gute Übereinstimmung gezeigt. Im niederenergetischen QCD-Bereich ist ein Vergleich unter Anwendung der Störungsrechnung nicht möglich, weil dort die QCD-Kopplungskonstante einen Wert nahe eins annimmt. Einen Ausweg bietet die chirale Störungsrechnung, eine der Quantenchromodynamik äquivalente Beschreibung niederenergetischer Teilchenphysik. Sie geht von dem Grenzfall verschwindender Quarkmassen aus und betrachtet die realen, kleinen Quarkmassen als Störung.

Der isospinverletzende Zerfall des η-Mesons in drei Pionen erfolgt hauptsächlich aufgrund der d-u-Quarkmassendifferenz. Erste Berechnungen des Zerfalls mit Hilfe der Stromalgebra standen zum Teil im Widerspruch zu experimentellen Ergebnissen. Es gibt jedoch sehr genaue Rechnungen im Rahmen der chiralen Störungstheorie, die auf einer Entwicklung bis zur zweiten Ordnung im Impuls basieren. Daraus abgeleitete Berechnungen des relativen Verzweigungsverhältnisses $\mathrm{BR}(\eta \to 3\pi^0)/\mathrm{BR}(\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0)$ geben wesentlich geringere Fehler an als die bisherigen Messungen.

Gegenstand dieser Arbeit ist die Bestimmung des relativen Verzweigungsverhältnisses $\mathrm{BR}(\eta \to 3\pi^0)/\mathrm{BR}(\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0)$ sowie von $\mathrm{BR}(\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0)/\mathrm{BR}(\eta \to \gamma\gamma)$. Die Theorie dazu wird in Kapitel 2 vorgestellt. Das in Kapitel 3 ausführlich beschriebene Crystal-Barrel-Experiment (LEAR, Genf) ermöglicht durch neue Meßtechniken und höhere Statistik eine Messung mit größerer Genauigkeit als die bisherigen Messungen. Im Gegensatz zu den früheren auf Blasenkammern beruhenden Experimenten findet hier eine Jet-Drift-Kammer und ein elektromagnetisches CsI-Kalorimeter Anwendung. Damit können geladenene und neutrale Teilchen mit äquivalenter Genauigkeit gemessen werden. Die η-Mesonen werden über die Reaktion $p\bar{p} \to \pi^+\pi^-\eta$ produziert.

Die Rekonstruktion der Teilchen wird in Kapitel 4 beschrieben. Die für die Berechnung der Nachweiswahrscheinlichkeiten benötigte Monte-Carlo-Simulation erläutert Kapitel 5. Damit sind die Voraussetzungen für die Analyse der η-Zerfälle in $\eta \to 3\pi^0$, $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ und $\eta \to \gamma\gamma$ geschaffen. Die Separation dieser Zerfallskanäle und Bestimmung ihrer relativen Häufigkeit erfolgt in Kapitel 6. Außerdem wird die Abhängigkeit des Übergangsmatrixelementes des Zerfalls $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ von dem Impuls des π^0 untersucht. Abschließend werden in Kapitel 7 die Ergebnisse im Vergleich mit theoretischen Vorhersagen und früheren Experimenten diskutiert.

Kapitel 2

η-Zerfälle und Vorhersagen der chiralen Störungsrechnung

2.1 Chirale Störungsrechnung und QCD

Die Beschreibung der starken Wechselwirkung mit Hilfe der Quantenchromodynamik (QCD) ist allgemein anerkannt. Mit Hilfe von störungstheoretischen Methoden lassen sich, ähnlich wie auch bei der QED und der elektroschwachen Wechselwirkung, Messungen im hochenergetischen Bereich erklären. Störungstheoretische Methoden können jedoch nicht bei kleinen Energien innerhalb der QCD angewandt werden, weil die QCD-Kopplungskonstante α_s in diesem Fall nahe bei eins liegt. Für diesen Bereich größerer Quarkabstände wurde — noch vor der QCD — die chirale Störungsrechnung entwickelt. Diese bietet heute die einzige Möglichkeit, im niederenergetischen Bereich Vorhersagen im Rahmen der QCD zu treffen.

Bei Energien, die klein gegenüber der Masse des W-Bosons sind, kann die Wechselwirkung von Leptonen und Hadronen durch die QCD und QED bis zu Korrekturen der Ordnung E/m_W beschrieben werden. Im folgenden wird nur der QCD-Anteil erläutert. Die Lagrangedichte L_{QCD} hängt nur von wenigen Parametern ab: Von der renormierungsgruppen-invarianten Skala Λ und den Stromquarkmassen m_u, m_d, m_s. Letztere lassen sich mit Hilfe der chiralen Störungsrechnung bestimmen. Bei einer Energie von der Größenordnung der Protonmasse (etwa 1 GeV) geben Gasser und Leutwyler folgende Werte an [Gas89, GL82]:

$$m_u = 5,1 \pm 1,5\,\mathrm{MeV}, \quad m_d = 8,9 \pm 2,6\,\mathrm{MeV}, \quad m_s = 175 \pm 55\,\mathrm{MeV}$$

Die Massen der drei leichtesten Quarks u, d, s sind also klein im Vergleich mit einer typischen hadronischen Skala wie der Masse des Protons oder Rho-Mesons ($m_s/m_p = 0,15$). Daher ist es sinnvoll, den Grenzwert verschwindender Quarkmassen zu betrachten, d.h. man setzt $m_u = m_d = m_s = 0$ (chiraler Grenzfall). Dies funktioniert nicht für die schweren Quarks ($m_c = 1,35 \pm 0,05\,\mathrm{GeV}, m_b = 5,3 \pm 0,1\,\mathrm{GeV}$, bei einer Skala von 1 GeV [GL82]). Man setzt deren Masse auf unendlich und kann sie dann für den Bereich niedriger Energien unberücksichtigt lassen. In dem chiralen Grenzfall enthält die QCD als einzigen freien Parameter die Skala Λ. Diese läßt sich durch die Masse des Protons festlegen (Zum Beispiel über die Goldberger-Treiman-Relation [Pag74]). Damit sind alle anderen Zustände der Theorie – zum Beispiel die Größen m_ρ/m_p und m_Δ/m_p – ohne freie Parameter bestimmbar.

Im chiralen Grenzfall ist der Lagrangeoperator L_{QCD} rechts-links-symmetrisch, das heißt er gehorcht der Gruppe der Transformationen $\mathrm{SU}(3)_R \times \mathrm{SU}(3)_L$ („chirale Symmetrie der QCD"). Es gilt das Goldstone-Theorem [Gol61, GSW62]: Gibt es eine kontinuierliche Symmetrietransformation, unter der der Lagrangeoperator invariant ist, dann ist entweder der Vakuumgrundzustand invariant unter dieser Transformation oder es müssen spinlose Teilchen ohne Masse existieren (die sogenannten „Goldstone-Bosonen“). Es zeigt sich, daß der Vakuumgrundzustand der QCD nicht symmetrisch unter den Transformationen $\mathrm{SU}(3)_R \times \mathrm{SU}(3)_L$ ist, denn eine exakte chirale Symmetrie würde eine „Paritätsverdoppelung“ aller hadronischen Zustände zur Folge haben; das heißt zu jedem 0^+ oder 1^- Teilchen müßte es einen 0^- bzw. 1^+ Partner gleicher Masse geben. Für solche Zustände gibt es jedoch keine Hinweise. Deshalb sagt man die chirale Symmetrie ist spontan gebrochen. Also erwartet man Goldstone-Bosonen, d.h. masselose Pseudoskalare. Zusätzlich zur „spontanten Brechung“ der chiralen Symmetrie gibt es eine weitere Brechung der chiralen Symmetrie. Der Term innerhalb der Lagrangedichte, der für die Brechung der chiralen Symmetrie verantwortlich ist, ist der Quarkmassenterm. Die explizite Symmetriebrechung der Lagrangedichte durch die Massen der leichten Quarks gibt den Goldstone-Bosonen ihre Masse. Wir kennen ein Oktett von leichten pseudoskalaren Hadronen (π, K, η). Diese identifiziert man mit den Goldstone-Bosonen. In dem Grenzfall verschwindender Quarkmassen hätten diese keine Masse.

Die chirale Störungsrechnung teilt den Lagrangeoperator in den symmetrischen Teil L_0 und den die Symmetrie brechenden Teil L_1 auf; letzterer wird in Potenzen der Quarkmassen entwickelt. Die chirale Störungsrechnung ermöglicht die Bestimmung der Lagrangedichte L_0 sowie höhere Ordnungen des Terms L_1.

Da die Quarkmassen m_u und m_d klein gegenüber m_s sind, erhält man zusätzlich eine SU(2) $\times$ SU(2) Symmetrie („Isospin Symmetrie“), die sich in der kleinen Masse der Pionen gegenüber den anderen leichten Pseudoskalaren wiederspiegelt. Die Wirkung der verschiedenen Symmetrien ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

2.2 Zerfall des η-Mesons

Das η-Meson ist eines der leichten pseudoskalaren Teilchen, die mit den Goldstone-Bosonen identifiziert werden. Es eignet sich besonders zur Untersuchung des Zusammenhanges zwischen elektromagnetischer und starker Wechselwirkung sowie der Isospinsymmetrie. Früher nahm man an, daß das η-Meson nur über die elektromagnetische Wechselwirkung zerfällt: Die Zerfallsbreite von nur 1,2 keV sowie der die Isospinsymmetrie verletzende Übergang in 3 Pionen (siehe unten) läßt das vermuten. Ohne elektromagnetische Wechselwirkung wäre dann nicht nur das Proton und das Neutron Massen-entartet, sondern auch das η würde nicht mehr zerfallen. Seit der Entstehung der spontan gebrochenen Eichtheorien hat sich dieses Bild grundlegend gewandelt.

Nach dem Standardmodell [Gla61, Sal68, Wei67] liegt der Ursprung aller Massen im Higgs-Mechanismus. Der Elektromagnetismus bewirkt nur kleine Korrekturen. Die beobachtete Isospinsymmetrie ist nur dem „Zufall“ zu verdanken, daß die *Up*- und *Down*-Quark-Massen sehr klein gegenüber der typischen Skala starker Wechselwirkung sind. Die Ursache dafür ist bisher unverstanden. Das Studium der Zerfälle des η-Mesons kann zur Aufklärung beitragen. Der Zerfall des η-Mesons in drei Pionen eignet sich dafür besonders.

Das η-Meson hat den Isospin $I = 0$. Über den elektromagnetischen Zerfall in zwei Photonen ergibt sich die C-Parität $C(\eta) = C(\gamma\gamma) = +1$. Daher hat es eine G-Parität von $G = +1$. Das Pion hat die G-Parität $G = -1$. Aufgrund dieser Quantenzahlen wäre ein Zerfall in 2 Pionen möglich. Da das η und das π-Meson negative Parität haben, ist aber der Zerfall in zwei Pionen wegen der Paritätserhaltung verboten. So bleibt nur der G-paritätsverletzende Zerfall in drei Pionen möglich, er hat eine G-Parität von $G = (-1)^3 = (-1)$ also $I = 1$. Daher handelt es sich beim Zerfall $\eta \to 3\pi$ um einen isospinverletzenden Zerfall mit $\Delta I = 1$.

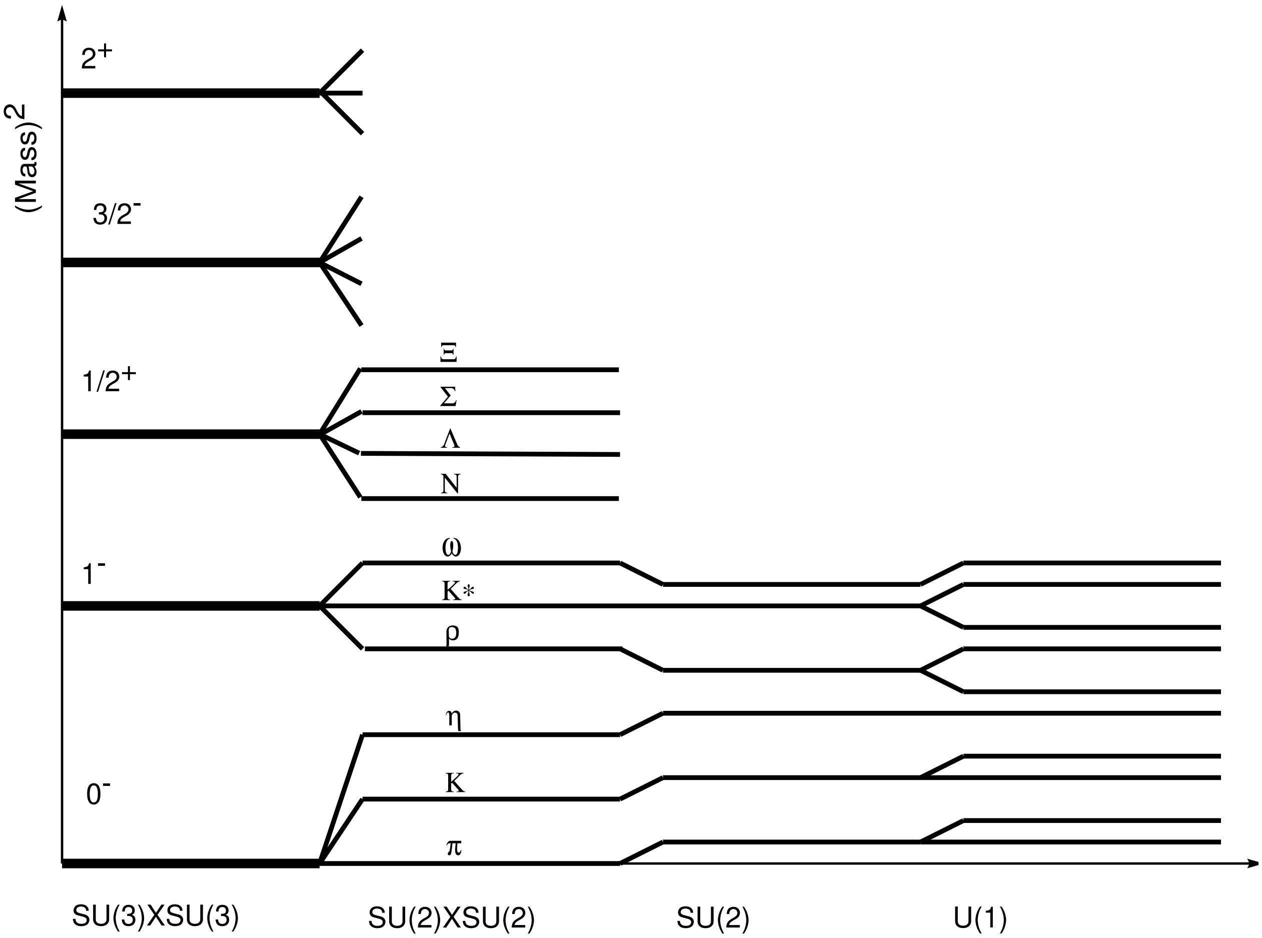

Abbildung 2.1: Illustration der Hadronmassen-Unterschiede (von links nach rechts): Im Fall perfekter SU(3)×SU(3) Symmetrie haben die acht leichten Pseudoskalaren keine Masse. Die Brechung dieser Symmetrie durch die Quarkmassen gibt diesen Goldstone Bosonen eine Masse. Bei SU(2)×SU(2) Symmetrie haben die drei Pionen im Gegensatz zum Eta und Kaon keine Masse. Das Quadrat der Masse vom Eta und Kaon ist proportional zur Symmetriebrechung durch die Quarkmassen. Nach Brechung der SU(2)×SU(2) Isospin-Symmetrie erhält auch das Pion eine Masse (SU(2)). Das Einschalten der elektromagnetischen Wechselwirkung (U(1)) bewirkt die Aufspaltung der Massen der geladenen und neutralen Teilchen gleichen Typs. (Aus [Pag74].)

Die Übergangsamplitude A hängt von zwei Termen ab. Der QCD-Anteil ist proportional zur Quarkmassendifferenz $(m_d - m_u)$ (d.h. der Isospinverletzung), während der QED-Anteil in erster Ordnung verschwindet [Sut66]. Der QCD-Anteil beträgt in erster Ordnung nach Entwicklung in $p^2 : m_u : m_d : m_s$ [OW70]

$$A(s,t,u) = (m_d - m_u)\frac{B_0}{3\sqrt{3}F_\pi^2}\left\{1 + \frac{3(s - s_0)}{m_\eta^2 - m_\pi^2}\right\} \tag{2.1}$$

mit

$$s = (p_\eta - p_{\pi^0})^2, \qquad t = (p_\eta - p_{\pi^+})^2, \qquad u = (p_\eta - p_{\pi^-})^2,$$
$$s_0 = \frac{1}{3}(s + t + u) = m_\pi^2 + \frac{1}{3}m_\eta^2,$$

und F_π=Pion-Zerfallskonstante. Der Faktor $(m_d - m_u)B_0$ errechnet sich in erster Ordnung aus der $K^0 - K^+$-Massendifferenz. Für den QCD Beitrag gilt:

$$(m_{K^0}^2 - {}_{K^+}^2)_{QCD} = (m_d - m_u)B_0$$

Nach Dashens Theorem ist der Anteil der elektromagnetischen Wechselwirkung in erster Ordnung bei der Kaon- und Pion-Massendifferenz gleich [Das69]:

$$(m_{K^0}^2 - m_{K^+}^2)_{QED} - (m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2)_{QED} = 0 \tag{2.2}$$

Da der QCD Anteil der Massendifferenz $(m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2)_{QCD}$ in erster Ordnung vernachlässigbar ist, gilt

$$(m_d - m_u)B_0 = (m_{K^0}^2 - m_{K^+}^2) - (m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2). \tag{2.3}$$

Für die Berechnung der Beiträge höherer Ordnung zur Übergangsamplitude $A(s,t,u)$ sei auf [GL85] verwiesen.

2.3 Ergebnisse chiraler Störungsrechnung zum Zerfall $\eta \to 3\pi$

Der Zerfall $\eta \to 3\pi$ wird seit den 60er Jahren als ein Puzzle angesehen. Aus Stromalgebra-Rechnungen für die absolute Breite $\Gamma_{\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0}$ ergibt sich 66 eV (Formel 2.1). Der experimentelle Wert von 283±28 eV liegt um einem Faktor vier darüber [Par92] (siehe auch Tabelle 2.1). Gasser und Leutwyler [GL85] berechneten Korrekturen der Ordnung p^2 aus meßbaren Niederenergie-Observablen. Die Rechnungen berücksichtigen $\pi^0 - \eta$-Mischungen, $\eta - \eta\prime$-Mischungen und $\pi\pi$-Endzustandswechselwirkungen. Damit erhöhte sich die Breite um einen Faktor 2,4 auf 160±50 eV (der angegebene Fehler beruht auf Abschätzungen des Anteils der Korrekturen der Ordnung p^4). Dies war in guter Übereinstimmung mit dem damaligen experimentellen Wert von 197±29 eV [Par82]. Inzwischen ergaben neuere Messungen den Wert 283±28 eV. Neuere theoretische Abschätzungen von Pich [Pic90] ergeben durch eine andere Berücksichtigung der $\eta - \eta\prime$ Mischungen einen Wert von 250±60 eV (in Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert). Dagegen gibt [DHW92b] an, das Puzzle gelöst zu haben, widerspricht jedoch [Pic90], und schreibt, daß in [GL85] die $\eta - \eta\prime$-Mischung korrekt enthalten ist. Er stellt Abweichungen zu Dashens Theorem fest [DHW92a], so daß Gleichung 2.3 sich zu

$$(m_d - m_u)B_0 = (m_{K^0}^2 - m_{K^+}^2) - 1,8(m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2) \tag{2.4}$$

verändert. Bijnens [Bij93] berechnet ebenfalls eine Abweichung von Dashens Theorem (Gleichung 2.2 zu $(1,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{GeV}^2$). Daraus ergibt sich

$$(m_d - m_u)B_0 = (m_{K^0}^2 - m_{K^+}^2) - (2,0 \pm 0,6)(m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2) \tag{2.5}$$

Damit erhöht sich $\Gamma_{\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0}$ um 40% [DHW92a] bzw. 50% [Bij93] auf 225 eV bzw. 240 eV. Beide Autoren benutzen unterschiedliche, aber sich nicht widersprechende Ansätze zur Berechnung des elektromagnetischen Anteils an der $m_{K^0}^2 - m_{K^+}^2$ und $m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2$ Massendifferenz.

Theorie		Experiment	
Rechnung	Wert	Wert	Zitat
Stromalgebra	66 eV		
[GL85]	160±50 eV	197±29 eV	[Par82]
[Pic90]	250±60 eV	283±28 eV	[Par92]
[DHW92a]	225 eV		
[Bij93]	240 eV		

Tabelle 2.1: Entwicklung der theoretischen Ergebnisse von $\Gamma_{\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0}$ im Vergleich mit experimentellen Werten.

Das Verhältnis $\mathrm{BR}(\eta \to 3\pi^0)/\mathrm{BR}(\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0)$ ist von diesen Unstimmigkeiten nicht so stark betroffen. Ist die Zerfallsamplitude für $\Gamma_{\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0}$ gleich $A(s,t,u)$, so ist die für $\Gamma_{\eta \to 3\pi^0}$ wegen der $\Delta I = 1$ Auswahlregel (Isospin-Symmetrie)

$$\overline{A}(s,t,u) = A(s,t,u) + A(t,u,s) + A(u,s,t) \tag{2.6}$$

und es ergibt sich unter Vernachlässigung der $m_{\pi^\pm} - m_{\pi^0}$ Massendifferenz nach [Zem64]

$$r = \frac{\Gamma_{3\pi^0}}{\Gamma_{\pi^+\pi^-\pi^0}} = \frac{\sum |\overline{A}(s,t,u)|^2}{\sum 2(|A(s,t,u)|^2 + |A(t,u,s)|^2 + |A(u,s,t)|^2)} \approx \frac{3}{2}$$

Berücksichtigt man die Massendifferenz $m_{\pi^\pm} - m_{\pi^0}$ (hervorgerufen durch die QED) bei der Berechnung der Dalitzplotgrenzen (der Phasenraum wird für den Zerfall $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ um 11% kleiner), sowie die Stromalgebra Amplitude erster Ordnung (Gleichung 2.1), das heißt die Abhängigkeit des Matrixelementes von dem π^0-Impuls s, so ergibt sich

$$r = 1,51.$$

Genauere Rechnungen bis zur Ordnung p^2 führten Gasser und Leutwyler durch [GL85]. Ihr Ergebnis lautet

$$r = 1,43.$$

Abschätzungen des Fehlers aufgrund der Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung und elektromagnetischen Anteilen ergeben eine Genauigkeit von etwa 2%.

Ein Vergleich mit den Ergebnissen bisheriger Messungen[1] von r, die in sich inkonsistent sind [Par92], ergibt eine Abweichung um eine Standardabweichung, während die Stromalgebra-Rechnung sich um zwei Standardabweichungen von den Experimenten unterscheidet.

[1] Die Messungen von r sind in Tabelle 7.2 auf Seite 56 zusammengefaßt.