Untersuchung von $\overline{K}K\pi$-Endzuständen in Proton-Antiproton-Annihilationen

Dissertation
der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt von
Christian Völcker
aus Erlangen

München, den 14. Mai 1997

1. Gutachter: Prof. Dr. M. A. Faessler
2. Gutachter: Prof. Dr. D. Schaile
Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juli 1997

Für Valea ...

Zusammenfassung

Seit 1989 werden mit dem Crystal-Barrel-Detektor am Niederenergie-Antiprotonring LEAR im europäischen Forschungsinstitut für Hochenergiephysik CERN Antiproton-Nukleon-Annihilationen gemessen. Mit diesem Detektor von hervorragender Akzeptanz und Impulsauflösung war es erstmals möglich, gleichzeitig alle neutralen und geladenen Produkte für jedes Annihilationsereignis nachzuweisen und Ereignismengen zu sammeln, die um einen Faktor 10-1000 größer sind, als bei früheren Blasenkammermessungen. Dies führte zur Entdeckung mehrerer neuer Mesonen, zum Beispiel wurden die drei skalare Mesonen, $\mathrm{f}_0(1370)$, $\mathrm{f}_0(1500)$ und $\mathrm{a}_0(1450)$ in ihren Zerfällen nach $\pi^0\pi^0$ $\eta\eta$, und $\eta\eta'$, bzw. $\pi^0\eta$ erstmals nachgewiesen.

Damit stehen mehr Kandidaten für das SU(3)-Nonett skalarer $q\overline{q}$-Mesonen zur Verfügung, als Plätze vorhanden sind. Da von der Quantenchromodynamik im Massenbereich zwischen 1500 und 1700 MeV/c^2 auch der Grundzustand von Gluonium erwartet wird, wird insbesondere das $\mathrm{f}_0(1500)$ als Kandidat für einen solchen Zustand diskutiert. Wesentlich für die Identifikation der Konstituenten von Mesonen ist die Kenntnis der Zerfallswahrscheinlichkeiten in $K\overline{K}$.

Mit dem Ziel, die Kopplungsstärken von $\mathrm{f}_0(1370)$, $\mathrm{f}_0(1500)$ und $\mathrm{a}_0(1450)$ an $K\overline{K}$ zu messen, werden in der vorliegenden Arbeit Protoniumzerfälle in $\overline{K}K\pi$ am Crystal-Barrel-Detektor untersucht. Zwei Datenselektionen, basierend auf 13.7 Millionen Ereignissen mit 2 geladenen Spuren, werden vorgestellt. Sie ergaben 27000 untergrundfreie Ereignisse vom Typ $K^+K^-\pi^0$ und 11000 Ereignisse vom Typ $K_LK^\pm\pi^\mp$. Das Verzweigungsverhältnis der Reaktion $\overline{p}p\to K^+K^-\pi^0$ wurde aus den Daten zu $(2.37\pm0.15)\cdot10^{-3}$ bestimmt. Ferner standen 37000 $K_LK_L\pi^0$-Ereignisse und 9000 $K_LK_S\pi^0$-Ereignisse zur gemeinsamen Analyse zur Verfügung.

Aufgrund der Ladungssymmetrie der starken Wechselwirkung sind die Produktionsstärken der Resonanzen in den verschiedenen $\overline{K}K\pi$-Endzuständen über Clebsch-Gordan-Koeffizienten verknüpft. Die gekoppelte Analyse von $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$, $K_LK_S\pi^0$ und $K_LK^\pm\pi^\mp$ ermöglicht deshalb die eindeutige Trennung von Übergängen aus $\overline{p}p$-Anfangszuständen mit $I=0$ und $I=1$ in allen Kanälen. Mehrdeutige Lösungen für die Produktionsparameter, die bei Analysen einzelner $\overline{K}K\pi$-Endzustände wegen der Vielzahl möglicher Übergänge auftreten, werden durch die gekoppelte Analyse nahezu ausgeschlossen.

Dadurch konnte unter anderem der Zerfall von $\mathrm{a}_0(1450)$ nach $K\overline{K}$ erstmals eindeutig bewiesen werden. Das Verzweigungsverhältnis beträgt $\mathrm{BR}(\overline{p}p\to\pi^0\mathrm{a}_0(1450),\ \mathrm{a}_0(1450)\to K\overline{K})=(6.3\pm0.6)\cdot10^{-4}$. Gleichzeitig wurden Masse m und Breite Γ dieser Resonanz gemessen: $m_{a_0(1450)}=(1500\pm20)\,\mathrm{MeV}/c^2$, $\Gamma_{a_0(1450)}=(230\pm22)\,\mathrm{MeV}/c^2$.

Ferner konnte die Einordnung des $\mathrm{f}_0(1500)$ in das Nonett der skalaren Mesonen als $s\overline{s}$-Mitglied ausgeschlossen werden. Die relative Kopplung dieser Resonanz $\gamma^2(f_0\to K\overline{K})/\gamma^2(f_0\to\pi\pi)=0.37\pm0.10$ erlaubt eine Interpretation als Glueball, der mit benachbarten $q\overline{q}$-Mesonen des 0^{++}-Nonetts mischt.

Bereits aus der Partialwellenanalyse der einzelnen Endzustände folgt die Evidenz für den Zerfall von mehreren Vektormesonen mit Isospin $I=0$ und $I=1$ nach $K\overline{K}$. In der gekoppelten Analyse können die beiden Isospinmoden voneinander getrennt werden. Als Ergebnis aus der Partialwellenanalyse von $K^+K^-\pi^0$ ergibt sich darüberhinaus das Verzweigungsverhältnis $\mathrm{BR}(\overline{p}p\to\pi^0\phi)=(6.3\pm0.6)\cdot10^{-4}$.

Weitere Verzweigungverhältnisse werden in der vorliegenden Arbeit unter anderem für die Produktion von $KK^\star$, $\pi\mathrm{f}_2(1270)$, $\pi\mathrm{f}_2'(1525)$ und $\pi\mathrm{a}_2(1320)$ angegeben.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung **1**
1.1 Das Quarkmodell und die Quantenchromodynamik . . . 1
1.2 Das Nonett der skalaren Mesonen - der leichteste Glueball . . . 3
1.3 Die Nonette der Vektor- und Tensormesonen . . . 3
1.4 Bisherige Untersuchungen von $\overline{K}K\pi$-Endzuständen in $\overline{p}p$-Annihilation . . . 4

2 Das Crystal-Barrel-Experiment am LEAR **6**
2.1 Produktion der Antiprotonen . . . 6
2.2 Aufbau des Detektors . . . 6
2.2.1 Vieldraht-Proportionalkammer (PWC) . . . 7
2.2.2 Jet-Driftkammer (JDC) . . . 8
2.2.3 Kalorimeter . . . 9
2.3 Triggersystem und Datennahme . . . 11
2.4 Kalibration der Detektorkomponenten . . . 13
2.4.1 Driftkammer . . . 13
2.4.2 Energieeichung der Kristalle . . . 15
2.4.3 Globale Parameter . . . 16
2.5 Rekonstruktion der Ereignisse . . . 16
2.5.1 Spuren geladener Teilchen in PWC und JDC . . . 16
2.5.2 Rekonstruktion von Photonen mit dem Kalorimeter . . . 17
2.5.3 Globale Ereignisrekonstruktion und Berechnung der Viererimpulse . . . 18
2.5.4 Produktion und Qualitätskontrolle der rekonstruierten Daten . . . 20
2.6 Simulation der Reaktionen im Detektor . . . 20

3 Präparation des Endzustands $K^+K^-\pi^0$ **21**
3.1 Vorselektion . . . 22
3.2 Kinematische Anpassung . . . 22
3.3 Der $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot . . . 26
3.4 Akzeptanzkorrektur durch Monte-Carlo-Simulation . . . 29
3.5 Experimentelle Auflösung . . . 31
3.6 Untergrund in $K^+K^-\pi^0$ . . . 31
3.7 Verzweigungsverhältnis $\overline{p}p \to K^+K^-\pi^0$ . . . 32

4 Der Endzustand $K_LK^\pm\pi^\mp$ **35**
4.1 Vorselektion . . . 35
4.2 Identifikation von Pionen und Kaonen . . . 38
4.3 Kinematische Anpassung . . . 41
4.4 Der $K_LK^\pm\pi^\mp$-Dalitzplot . . . 43
4.5 Akzeptanzkorrektur durch Monte-Carlo-Simulation . . . 44
4.6 Untergrund in $K_LK^\pm\pi^\mp$ . . . 47

5 Systematische Untersuchungen zur Akzeptanz geladener Kaonen **51**
5.1 Verhalten von geladenen Kaonen im Detektor 52
5.2 Selektion der Testdatensätze 54
5.3 Rekonstruktion der geladenen Spuren 54
5.4 Zuordnungs-Wahrscheinlichkeit 55
5.5 Sekundäre geladene Teilchen in der JDC 57
5.6 Photonen und K_L in Clustern von geladenen Teilchen 58
5.7 Goldene Split-Off's 60
5.8 Korrektur der Dalitzplots $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK^\pm\pi^\mp$ 60

6 Partialwellenanalyse der Dalitzplots **63**
6.1 Formulierung der Übergangsamplituden 63
6.1.1 Spin und Parität 65
6.1.2 Beschreibung der Dynamik im K-Matrixformalismus 66
6.1.3 Isospin im $\overline{K}K\pi$-System 69
6.2 Parametrisierung der einzelnen Übergänge 77
6.3 Verfahren der Anpassung 81
6.4 Anpassung von $K_LK^\pm\pi^\mp$ 84
6.4.1 Minimalhypothese 84
6.4.2 Beste Anpassung 85
6.5 Anpassung von $K^+K^-\pi^0$ 87
6.5.1 Minimalhypothese 87
6.5.2 $a_0(1450)$ in $K^+K^-\pi^0$ 89
6.5.3 Evidenz für Vektormesonen im K^+K^--System 90
6.5.4 Produktion von $\phi(1020)$ 92
6.6 Anpassung von $K_LK_L\pi^0$ 93
6.7 Anpassung von $K_LK_S\pi^0$ 95
6.8 P-Wellenannihilation und die $(K\overline{K})$-P-Welle 97
6.9 Ergebnisse aus den Anpassungen der Einzelplots 99

7 Gekoppelte Anpassungen **101**
7.1 Gekoppelte Anpassung von $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$ 102
7.2 Kopplung von allen vier $\overline{K}K\pi$-Kanälen 104
7.3 Diskussion der Ergebnisse 109
7.3.1 Evidenz für $a_0(1450)\to K\overline{K}$ 109
7.3.2 Produktion von $f_0(1500)$ 111
7.3.3 Die $(K\overline{K})$-P-Welle 113
7.3.4 Verzweigungsverhältnis von $K_LK_S\pi^0$ 114
7.3.5 Weitere Tests 114

8 Zusammenfassung und Ausblick **117**

Kapitel 1

Einführung

1.1 Das Quarkmodell und die Quantenchromodynamik

Seit Mitte der sechziger Jahre dieses Jahrhunderts ergab sich zunehmende Evidenz dafür, daß die damals bekannten stark wechselwirkenden Teilchen eine Substruktur besitzen. Sie wurde durch die Existenz einer neuen, fundamentalen Teilchenart erklärt, den Quarks. Gell-Mann [1] benutzte die SU(3)-Symmetriegruppe zur Herleitung von Multipletten aus drei Arten (Flavour) von Quarks: up u, down d und strange s. Die seinerzeit bekannten Baryonen mit Spin $J = 3/2$ konnten damit in ein Dekuplett und die mit Spin $J = 1/2$ in ein Oktett, jeweils basierend auf der Kombination von drei Quarks, eingeordnet werden. Für Mesonen mit ganzzahligem Spin wurden Nonette aus Quarks (q) und ($\overline{q}$) Antiquarks konstruiert. Das erste komplett nachgewiesene Nonett setzt sich aus den Vektormesonen $\rho(770)$ (ρ^+, ρ^0, ρ^-), $\omega(783)$, $K^\star(892)$ ($K^{\star+}$, $K^{\star 0}$, $\overline{K}^{\star 0}$, $K^{\star -}$) und $\phi(1020)$ zusammen. Unbesetzte Positionen in diesen Multipletten erlaubten die Vorhersage von neuen hadronischen Zuständen, zum Beispiel das Baryon Ω mit (sss) [2]. Später kamen zu den drei 'leichten' Quarks noch charm c, bottom b und top t dazu, letzteres wurde erst 1994 experimentell nachgewiesen [3].

Mit diesem Modell ergab sich ein Widerspruch zum Pauli-Prinzip für Baryonen mit drei gleichen Quarks: Im Fall von Δ^{++} mit $J = 3/2$ sind die Spins der drei Quarks parallel, da ihr relativer Drehimpuls $l = 0$ ist. Alle drei Quarks befänden sich also im gleichen Quantenzustand. Die Einführung eines weiteren Freiheitsgrades, *Colour*(=Farbe) rettet das Pauliprinzip, indem man jedem der drei Quarks einen der drei möglichen Farbzustände rot, grün oder blau zuordnet. Alle Hadronen sind dann Singulette der $\mathrm{SU(3)}_{\mathrm{colour}}$, also farblos. Die Invarianz der physikalischen Prozesse unter lokalen Transformationen dieser Symmetriegruppe erfordert die Einführung von acht Eichfeldern, den Gluonen, die die starke Wechselwirkung vermitteln.

Experimente der tief inelastischen Elektron-Proton-Streuung in den siebziger Jahren fanden Winkelverteilungen, die nur mit einer Substruktur der Hadronen erklärt werden konnte. Man fand, daß die Elektronen an harten, punktförmigen Objekten, die man Partonen nannte, innerhalb der Protonen gestreut werden. Diese Partonen wurden mit den Quarks identifiziert, doch konnte man ihnen nur etwa 50% des Protonimpulses zuschreiben: Ungeladene Teilchen, die nicht mit den Elektronen wechselwirken - sie werden heute mit den Gluonen identifiziert -, übernehmen die andere Hälfte des Impulses.

Auf diesen Beobachtungen baut die Feldtheorie der starken Wechselwirkung auf, die Quantenchromodynamik (QCD). Die Tatsache, daß Quarks sich zwar praktisch frei im Proton bewegen, aber als einzelne, freie Teilchen in der Natur nicht nachgewiesen wurden, wird mit der Nichtabel'schen Struktur der $\mathrm{SU(3)}_{\mathrm{colour}}$ erklärt. Im Gegensatz zu Photonen besitzen Gluonen die Ladung der starken Wechselwirkung, sind also nicht farbneutral. Damit können Gluonen nicht nur mit Quarks, sondern auch untereinander wechselwirken. Dies hat zur Folge, daß die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung, α_s, zu kleineren Abständen hin abnimmt

(Asymptotische Freiheit), mit zunehmender Distanz dagegen ansteigt (Confinement). Die Separation zweier Quarks ist aufgrund ihrer Farbladung daher nicht möglich: Bei genügend großem Abstand reicht die Energie des Gluonfeldes aus, um ein neues Quark-Antiquark-Paar zu erzeugen. Zusätzlich zu gebundenen Quark-Antiquark-Zuständen ($q\overline{q}$) und Dreiquarkzuständen (qqq) erwartet man aufgrund der Selbstwechselwirkung der Gluonen auch *Gluebälle*, das sind gebundene Zustände von zwei oder drei Gluonen. Der Nachweis solcher Gluebälle gilt als wichtiger Test der Quantenchromodynamik. Weitere im Rahmen der QCD mögliche, sogenannte *exotische* Zustände sind Hybride (z.B. $q\overline{q}g$), Multiquarkzustände ($qq\overline{q}\overline{q}$), und Meson-Moleküle ($q\overline{q}$)($q\overline{q}$). Bis jetzt konnte jedoch noch keine beobachtete hadronische Resonanz einer dieser exotischen Zuständsformen eindeutig zugeordnet werden.

Eine klare Signatur für Nicht-$q\overline{q}$-Objekte wären exotische J^{PC}-Quantenzahlen (0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, ...). Ein einziges Experiment hat bisher die Beobachtung einer solchen Resonanz ($m = 1405\,\mathrm{MeV}/c^2$, $\Gamma = 180\,\mathrm{MeV}/c^2$) veröffentlicht [4]. Eine weitere Möglichkeit, Gluebälle und andere exotische Zustände zu identifizieren, ist die Einordnung der in Frage kommenden Mesonen in $q\overline{q}$-Nonetts. Überzählige Resonanzen sind dann Kandidaten für Nicht-$q\overline{q}$-Zustände. Gluebälle zeichnen sich außerdem dadurch aus, daß sie

- flavourneutral zerfallen,
- verstärkt in gluonreichen Prozessen, wie radiativer J/Ψ-Zerfall oder Proton-Antiproton-Annihilation auftreten,
- eine extrem niedrige Kopplung an $\gamma\gamma$ besitzen.

Die Mischung mit normalen $q\overline{q}$-Mesonen kann diese Eigenschaften jedoch abschwächen. Es ist durchaus möglich, daß rein gluonische Zustände in der Natur nicht beobachtet werden können.

In dieser Dissertation werden mesonische Resonanzen untersucht, die nach $K\overline{K}$ oder $K\pi$ bzw. $\overline{K}\pi$ zerfallen können. Zu diesem Zweck wurden die Reaktionen

$$\overline{p}p \rightarrow K_L K^{\pm}\pi^{\mp}\ , \tag{1.1}$$
$$\overline{p}p \rightarrow K^+K^-\pi^0\ , \tag{1.2}$$
$$\overline{p}p \rightarrow K_L K_L \pi^0\ , \tag{1.3}$$
$$\overline{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \tag{1.4}$$

analysiert. Die Antiproton-Proton-Annihilation findet dabei in Ruhe statt. Dies hat den Vorteil, daß etwa 90% aller Annihilationen in ($\overline{p}p$)-S-Welle (J^{PC}=0^{-+}, 1^{--}) stattfinden. Damit sind die möglichen Zweiteilchen-Resonanzen ($K\overline{K}$, bzw. $K\pi$) auf Skalare (J^{PC}=0^{++}), Vektor- (1^{--}) und Tensormesonen (2^{++}) beschränkt.

In [5] finden wir als mögliche Kandidaten für die entsprechenden Nonetts folgende Resonanzen im Massenbereich bis $1700\,\mathrm{MeV}/c^2$:

J^{PC}	Resonanzen in [5]
0^{++}	$a_0(980)$, $a_0(1450)$, $\mathrm{f}_0(400-1200)$, $f_0(980)$, $f_0(1370)$, $f_0(1500)$, [$K_0^\star(1430)$]
1^{--}	[$\rho(770)$], $\rho(1450)$, $\rho(1700)$, [$\omega(782)$], $\omega(1420)$, $\omega(1620)$, $\phi(1020)$, $\phi(1680)$, $K^\star(892)$, [$K_1^\star(1410)$], [$K_1^\star(1680)$]
2^{++}	$\mathrm{a}_2(1320)$, $\mathrm{f}_2(1270)$, $\mathrm{f}_2'(1525)$, $\mathrm{f}_2(1565)$, $\mathrm{f}_2(1640)$, [$K_2^\star(1430)$].

Damit stehen wesentlich mehr Resonanzen zum Füllen der Nonetts zur Verfügung, als Plätze vorhanden sind. In eckigen Klammern wurden Zustände aufgeführt, die außerhalb des Phasenraums der Reaktionen (1.1-1.4) liegen.

1.2 Das Nonett der skalaren Mesonen - der leichteste Glueball

Das Spektrum der skalaren Mesonen ist eines der größten Probleme seit den Anfängen der Mesonspektrokopie. Abgesehen vom $K_0^\star(1430)$, dessen Position im skalaren Nonett zweifelsfrei gesichert ist, gibt es zu jedem offenen Platz zwei oder mehr Kandidaten.

Beginnen wir mit den Isovektormesonen $\mathrm{a}_0(980)$ und $\mathrm{a}_0(1450)$. Von diesen könnte das $\mathrm{a}_0(980)$ bereits als exotisches Objekt, nämlich als $K\overline{K}$-Molkül interpretiert werden [6]. Damit bliebe das $\mathrm{a}_0(1450)$ als Isovektor-Mitglied des skalaren Nonetts übrig.

Ebenso liegt es nahe, auch das $\mathrm{f}_0(980)$ als $K\overline{K}$-Molekül zu betrachten. Doch die $K\overline{K}$-Wechselwirkung in Kanälen mit Isospin $I = 0$ und $I = 1$ ist sehr verschieden. Die extrem anziehende Wechselwirkung in I=0 spricht gegen einen leicht gebundenen molekularen Zustand. Morgan und Pennington [7] sehen die Polstruktur des $\mathrm{f}_0(980)$ als Indiz für eine genuine $q\overline{q}$-Resonanz an. Törnquist [8] interpretiert sogar beide, $\mathrm{f}_0(980)$ und $\mathrm{a}_0(980)$ als Mitglieder des $q\overline{q}$-Nonetts.

Auch bezüglich des $\mathrm{f}_0(1370)$ gibt es kontroverse Interpretationen. Neben der direkten Einordnung in das Nonett als Isoskalar $(u\overline{u}+d\overline{d})$, wird diese Erscheinung auch als Ausläufer des $\mathrm{f}_0(400-1200)$ in der $\pi\pi$-Streuung gedeutet, der durch den Einschnitt in $|T_{11}|^2$ bei $\approx 1\,\mathrm{GeV}$ einer Resonanz um $1300\,\mathrm{MeV}/c^2$ ähnelt [7]. Generell ist das $\mathrm{f}_0(400-1200)$ durch seine große Breite als Resonanz nicht unangefochten. Es könnte allein durch t-Kanal-Wechselwirkung zwischen Quarks erzeugt sein [9].

Es bleibt die Frage nach dem $\mathrm{f}_0(1500)$. Sein bislang ungewöhnliches Zerfallsverhältnis [10]

$$\pi\pi : \eta\eta : \eta\eta' : K\overline{K} = 1 : 0.27 \pm 0.11 : 0.19 \pm 0.08 :< 0.10 \tag{1.5}$$

könnte durch die Annahme eines weiteren skalaren Mesons mit großem $s\overline{s}$-Anteil und einer Masse von etwa $1700\,\mathrm{MeV}/c^2$ erklärt werden [10]. Das $\mathrm{f}_0(1370)$ wäre in diesem Szenario das $(u\overline{u}+d\overline{d})$-Mitglied des Nonetts, und das $\mathrm{f}_0(1500)$ würde als Manifestation des skalaren Glueballs angesehen, der mit den beiden benachbarten konventionellen $q\overline{q}$-Zuständen mischt.

Diese Interpretation hängt jedoch von der Kopplung des $\mathrm{f}_0(1500)$ an $K\overline{K}$ ab. Die obere Grenze in (1.5) von < 0.10 gegenüber $\pi\pi$ stammt aus einer Reanalyse von Blasenkammerdaten für die Reaktion $\overline{p}p \to X\pi, X \to K\overline{K}$. Es wurden schlicht die Ereignisse im invarianten Massenspektrum von $K_S K_S$ um $1525\,\mathrm{MeV}/c^2$ gezählt. Interferenzeffekte können diesen Wert deutlich ansteigen lassen. Eine Partialwellenanalyse von $\overline{p}p \to K_L K_L \pi^0$ am Crystal-Barrel-Experiment ergab als obere Grenze für die relative Kopplung $K\overline{K}/\pi\pi = 0.37 \pm 0.14$ [29]. Dabei wurde eine Analyse von 712000 $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignissen vom selben Experiment zugrundegelegt [11].

Gitter-QCD-Berechnungen sagen für den reinen skalaren Glueball eine Masse von $1570 \pm 90\,\mathrm{MeV}/c^2$ [12, 13] bzw. $1740 \pm 70\,\mathrm{MeV}/c^2$ [14] voraus. Durch geeignete Mischung mit den konventionellen $q\overline{q}$-Zuständen können dann die beobachteten physikalischen Hadronen generiert werden [15]. Dabei spielt die Kopplung von $\mathrm{f}_0(1500)$ an 4π eine große Rolle. Auch Berechungen, die auf spektralen Summenregeln der QCD basieren, können das Spektrum der skalaren Mesonen bis 1.8 GeV und deren Zerfallsbreiten unter der Annahme reproduzieren, daß Glueball und $q\overline{q}$-Zustände maximal mischen [16].

1.3 Die Nonette der Vektor- und Tensormesonen

Das Spektrum der Vektor- und Tensormesonen ($J^{PC}=1^{--}$ bzw. 2^{++}) erscheint auf den ersten Blick wesentlich geordneter und überschaubarer. Die bekannten Resonanzen lassen sich gemäß ihren Massen lehrbuchhaft in SU(3)-Nonette einordnen. Für die Vektormesonen ergeben sich damit drei bis auf ein $s\overline{s}$-Singulett komplette Nonetts [17, 5]:

$$1^3S_1: \quad \rho(770), \omega(770), \phi(1020), K^\star(892), \tag{1.6}$$

$$2^3S_1: \quad \rho(1450), \omega(1420), \phi(1680), K_1^\star(1410), \tag{1.7}$$

$$1^3D_1: \quad \rho(1700), \omega(1620), \phi(?), K_1^\star(1680), \tag{1.8}$$

Ebenso ergibt sich ein komplettes Nonett für die etablierten Tensormesonen ($J^{PC}{=}2^{++}$):

$$1^3P_2: \quad \mathrm{a}_2(1320), \mathrm{f}_2(1270), \mathrm{f}_2'(1525), K_2^\star(1430). \tag{1.9}$$

Die isoskalare Tensorresonanz bei $1640\,\mathrm{MeV}/c^2$, sowie das vom Crystal-Barrel-Experiment beobachtete $\mathrm{a}_2(1600-1700)$ [18] könnten die ersten Elemente des 2^3P_2-Nonetts sein. Ein weiteres isoskalares Tensormeson bei $1565\,\mathrm{MeV}/c^2$, welches bisher nur in Proton-Antiproton-Annihilationen gesehen wurde [19, 20], liegt nahe an der Schwelle von $\omega\omega$ bzw. $\rho\rho$, und könnte daher als Multiquarkzustand oder Molekül bestehend aus zwei Vektormesonen interpretiert werden.

Die beiden höheren Vektormeson-Nonetts erscheinen nur auf den ersten Blick unproblematisch. Eine sorgfältige Analyse von $\rho(1450)$ aus (e^+e^-)-Annihilation zeigt eine auffällige Unterdrückung des Zerfalls nach πh_1 gegenüber πa_1 ($< 1/4.75$) [21]. Eine solche Unterdrückung ist inkompatibel mit dem normalen $2^3\mathrm{S}_1$-Meson, und wurde als deutliche Signatur für das Hybrid (1^{--} $q\overline{q}g$) vorhergesagt [22], welches ursprünglich im *Flux-Tube*-Modell bei einer Masse von 1.8-1.9 GeV angesiedelt wurde [23]. Ein ähnliches Problem stellt sich mit dem $\omega(1420){-}\omega(1620)$-Paar. Keines der beiden Mesonen kann eine dominante $^3D_1$-Komponente besitzen, da für diese eine starke Kopplung nach πb_1 vorhergesagt wird [24], die in den bisher durchgeführten Experimenten nicht bestätigt wurde [17]. Damit bleiben nur der Platz im 2^3S_1-Nonett und das Hybrid als mögliche Zustände für $\omega(1420)$ und $\omega(1620)$. Durch geeignete Mischung der beiden Zustände lassen sich die beobachteten Zerfallsverhältnisse erklären [21].

Es bleibt außerdem unklar, wie weit die umfassende Analyse [17] Zerfälle von angeregten ρ's und ω's nach $K\overline{K}$ und $K\overline{K}^\star$ (bzw. $\overline{K}K^\star$) miteinbezogen hatte. Im $K\overline{K}$-Spektrum wurde lediglich ein $\phi(1680)$ zugelassen, obwohl es in diesem Kanal prinzipiell nicht von $\omega(1620)$ unterscheidbar ist. Es ist jedenfalls bemerkenswert, daß sowohl Masse als auch Breite beider Resonanzen im Rahmen ihrer Fehler identisch sind [5].

1.4 Bisherige Untersuchungen von $\overline{K}K\pi$-Endzuständen in $\overline{p}p$-Annihilation

Die ersten Daten der Reaktion $\overline{p}p{\rightarrow}\overline{K}K\pi$ wurden von Armenteros et al. [25] in einer Blasenkammer am CERN aufgenommen. Es handelte sich um 1145 Ereignisse der Reaktion $\overline{p}p{\rightarrow}K_SK^\pm\pi^\mp$ und 199 Ereignisse der Reaktion $\overline{p}p{\rightarrow}K_SK_S\pi^0$. Dabei wurden die Verzweigungsverhältnisse der beiden Reaktionen gemessen. Mit knapp doppelter Statistik wurde von Conforto et al. [26] die erste Partialwellenanalyse dieser Kanäle durchgeführt. Zusätzlich zum bereits bekannten $K^\star(892)$ benötigte man $\mathrm{a}_0(980)$ und $\mathrm{a}_2(1320)$ als notwendige Resonanzen zur Beschreibung der Daten. Außerdem fand man eine starke, nicht-resonante $(K\pi)$-S-Wellenamplitude. Am BNL wurden die gleichen Reaktionen studiert, mit kompatiblen Ergebnissen bezüglich der Verzweigungsverhältnisse (Barash et al., [27]). Barash und Conforto haben einen auf der Isospinsymmetrie basierenden Formalismus zur gekoppelten Analyse aller möglichen $\overline{K}K\pi$-Endzustände entwickelt, der im Rahmen dieser Dissertation angewandt werden soll. Alle in dieser Dissertation verwendeten Daten stammen vom Crystal-Barrel-Detektor am LEAR, ein Teil davon wurde bereits veröffentlicht:

- $\overline{p}p{\rightarrow}K_LK_S\pi^0$ (2834 Ereignisse) [28], mit einer Messung des Verhältnisses von $\phi\pi/K^\star K$-Produktion und dem Vergleich mit dem Endzustand $K_LK_S\eta$. Die Statistik konnte inzwischen mehr als verdreifacht werden.

- $\overline{p}p \to K_L K_L \pi^0$ (37.4 k Ereignisse) [29], mit der ersten Beobachtung von $f_0(1500) \to K\overline{K}$.

In dieser Dissertation soll nun die umfassende Analyse aller vier verschiedenen $\overline{K}K\pi$-Endzustände, $K^+K^-\pi^0$, $K_L K_L \pi^0$, $K_L K_S \pi^0$ und $K_L K^\pm \pi^\mp$ aus $\overline{p}p$-Annihilation in Ruhe vorgestellt werden. Dazu wird zunächst ein Überblick über den experimentellen Aufbau, die Kalibration und die Rekonstruktion der Daten gegeben (Kapitel 2). Danach wird auf die Präparation der Endzustände mit geladenen Kaonen, $K^+K^-\pi^0$ und $K_L K^\pm \pi^\mp$, eingegangen (Kapitel 3 und 4), an die sich eine detaillierte Studie zur Akzeptanz geladenener Kaonen anschließt (Kapitel 5). Die Partialwellenanalyse mit K-Matrixformalismus, Zemachtensoren und den Kopplungskoeffizienten für Flavoursymmetrie wird ausführlich beschrieben, bevor diese auf die einzelnen $\overline{K}K\pi$-Endzustände angewandt wird (Kapitel 6). Schließlich werden die gekoppelten Analysen durchgeführt und die Ergebnisse diskutiert (Kapitel 7).

Kapitel 2

Das Crystal-Barrel-Experiment am LEAR

2.1 Produktion der Antiprotonen

Antiprotonen werden am CERN erzeugt, indem Protonen mit Impulsen von 26 GeV/c aus dem Protonensynchrotron (PS) auf ein Wolfram-Target gelenkt werden. Bei den inelastischen Stößen mit den Wolfram-Kernen entstehen alle möglichen Hadron-Antihadron-Paare, die mit verschiedenen Winkeln und Energien austreten. Negativ geladene Teilchen mit etwa 3.5 GeV/c Impuls werden mit einem speziellen Strahlführungssystem (Van-der-Meer-Horn, [30]) selektiert und im Antiproton Akkumulator (AA) zwischengespeichert. Instabile Teilchen zerfallen, allein die Antiprotonen bleiben übrig. Durch stochastische Kühlung [31] wird der Transversalimpuls und der relative Longitudinalimpuls der Antiprotonen vermindert. An einem Tag können bis zu 10^{12} Antiprotonen produziert und gespeichert werden. In regelmäßigen Abständen werden etwa 10^9 Antiprotonen zurück ins PS geleitet, auf 600 MeV/c abgebremst und anschließend in den LEAR (*Low Energy Antiproton Ring*) eingespeist. Dort können die Antiprotonen bis auf 100 MeV/c abgebremst oder wieder bis auf 2 GeV/c beschleunigt werden. Mit stochastischer Kühlung und Elektron-Kühlung [32] kann im LEAR eine Impulsunschärfe von etwa $\Delta p/p = 10^{-4}$ erreicht werden. Das Crystal-Barrel-Experiment benötigt zur Messung von Annihilationen in Ruhe eine Antiprotonenrate um $3 \cdot 10^3$ $\overline{p}$/s, so daß andere Experimente gleichzeitig vom LEAR profitieren können. Der Antiprotonenstrahl wird dazu in die verschiedenen Experimentierzonen aufgespalten. Bei Messungen von Annihilation im Fluge werden bis zu $3 \cdot 10^5$ $\overline{p}$/s durch den Detektor geschickt, um die gleiche Annihilationsrate von 3000/s zu erhalten. Die maximale Extraktionszeit einer Füllung des LEAR beträgt 3 Stunden.

2.2 Aufbau des Detektors

Das Crystal-Barrel-Experiment am LEAR/CERN [33] wurde gebaut, um die Antiproton-Annihilation in Wasserstoff und Deuterium zu untersuchen. Abbildung 2.1 zeigt alle wesentlichen Komponenten des Detektors. In der Mitte des Detektors befindet sich ein 44 mm langes, mit flüssigem Wasserstoff gefülltes Target (Durchmesser 17 mm). Antiprotonen mit einem Impuls von 200 MeV/c stoppen im Targetzentrum ($\pm$ 300 μm). Vor dem Target befinden sich ein Vieldraht-Proportionalzähler und eine in fünf Segmente aufgeteilte Siliziumdiode. Mit deren Hilfe wird der Strahl zentriert und die Siliziumdiode liefert das Startsignal für die Ausleseelektronik. Um das Target angeordnet sind zwei zylinderförmige Proportionaldrahtkammern und eine Driftkammer für den Nachweis der geladenen Teilchen. Das CsJ-Kalorimeter umgibt die inneren Teile des Detektors und dient zum Nachweis der Photonen. Der gesamte Detektor ist in einen Solenoid-

Magneten eingepaßt, der im sensitiven Volumen der Driftkammer ein Feld von maximal 1.5 Tesla parallel zur Strahlachse erzeugt. Unter und über dem Magneten befindet sich ein Hodoskop zum Nachweis kosmischer Myonen, welches zum Test des Detektors benutzt wird, wenn keine Antiprotonen verfügbar sind.

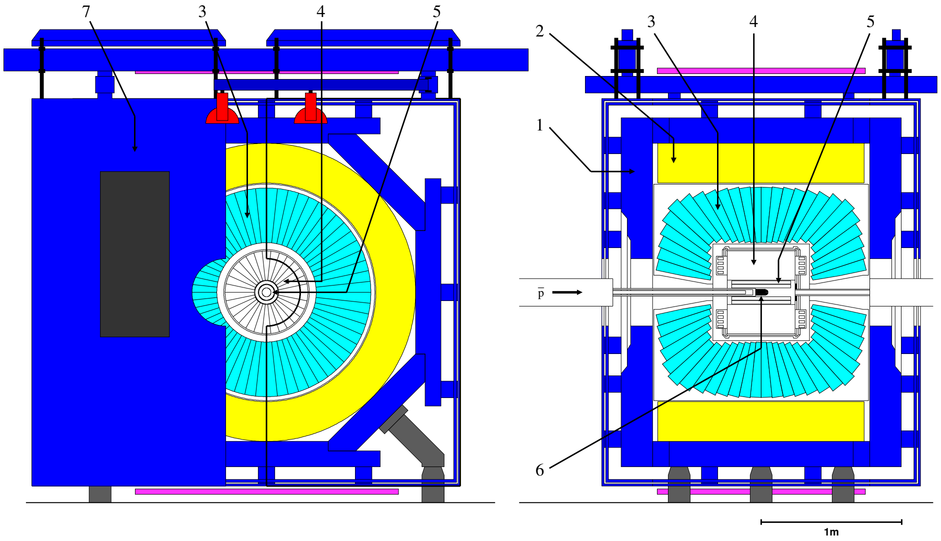

Abbildung 2.1: Front- und Seitenansicht des Crystal-Barrel-Detektors mit (1) Eisenjoch, (2) Magnetspule, (3) Kalorimeter, (4) Jet-Driftkammer (JDC), (5) Proportionaldrahtkammer (PWC), (6) Target und (7) zur Seite verschiebbare Eisentüren.

2.2.1 Vieldraht-Proportionalkammer (PWC)

Ein geladenes Teilchen gibt beim Durchgang durch Materie einen Teil seiner Energie durch Stöße mit den Atomen oder Molekülen ab. Handelt es sich dabei um ein Gas in einem elektrischen Feld, so driften die ionisierten Atome oder Moleküle Richtung Kathode, die freigesetzten Elektronen Richtung Anode. Wird diese durch einen Draht ersetzt, so entsteht in der Nähe des Drahtes ein immer größer werdender Feldgradient. In diesem werden die Elektronen beschleunigt und setzen durch Stöße mit den Gasatomen weitere Ladungsträger frei, die wiederum beschleunigt werden. Ist der Feldgradient groß genug, so bildet sich eine Elektronenlawine und Verschiebung der Ladungsträger im elektrischen Feld erzeugt an den Drahtenden ein elektrisches Signal. Die Proportionaldrahtkammer (*proportional wire chamber*) arbeitet in einem Spannungsbereich, in dem die Zahl der primär freigesetzen Elektronen proportional zur Amplitude des Signals ist. Im Crystal-Barrel-Detektor befinden sich zwei zylindrische Vieldraht-Proportionalkammern, die in erster Linie zur schnellen Bestimmung der Zahl von geladenen Teilchen vorgesehen sind. Sie dienen ferner zur Selektion des Zerfalls $K_S \to \pi^+\pi^-$ und sollen (r, ϕ)-Messpunkte in der Nähe des Annihilationsvertex liefern. Die beiden Signaldrahtlagen, 90 Drähte in der inneren, 150 Drähte in der äußeren Kammer, haben einen Abstand von 2.5 cm und 4.3 cm zur Strahlachse und umschließen 99 % bzw. 97 % von 4π Raumwinkel. Als Gasfüllung wird eine Mischung aus 69.5 % Argon, 30 % Ethan und 0.5 % Freon verwendet. Die Nachweiseffizienz für geladene Spuren in der PWC beträgt über 99 %.

2.2.2 Jet-Driftkammer (JDC)

In einer Driftkammer mißt man neben den Amplituden an den Drahtenden zusätzlich die Zeit zwischen der Passage des ionisierenden Teilchens und dem Signalanstieg an den Meßdrähten. Dadurch läßt sich ermitteln, in welcher Distanz das Teilchen am Draht vorbeigeflogen ist. Man erzeugt dazu ein möglichst konstantes Driftfeld in der gesamten Kammer, und begrenzt den Verstärkungsbereich mit stark ansteigendem Feldgradienten auf wenige Millimeter in der Nähe der Signaldrähte.

Im Crystal-Barrel-Detektor befindet sich eine spezielle Form der Driftkammer, die *Jet-Driftkammer* (JDC). Der Name rührt von seinem Vorbild, einer radial angelegten Vieldrahtproportionalkammer mit konstantem Driftfeld des JADE Experiments am DESY (Deutsches Elektron Synchrotron). Die geometrische Anordnung der Drähte verbindet eine kompakte Bauweise mit der optimalen Impulsauflösung durch eine hohe Zahl von Nachweisdrähten. Die Jet-Driftkammer (Abbildung 2.2) besteht aus azimutal angeordneten Sektoren mit 23 Lagen von Driftzellen, in denen jeweils ein Signaldraht parallel zur Strahlachse eingespannt ist. Die inneren fünf Lagen zerlegen sich in 15 Sektoren, die sechste Lage ist ohne Signaldraht und bildet den homogenen Übergang zu den äußeren Lagen, die in 30 Sektoren unterteilt sind. Die Sektorgrenzen sind durch Felddrähte definiert, die innerhalb einer Sektorhälfte das bis in die Nähe der Signaldrähte konstante elektrische Feld von 1 kV/cm garantieren. In der Mittelebene jedes Sektors befinden sich abwechselnd Signal- und Feldkorrekturdrähte, letztere sorgen für die notwendige Gasverstärkung ($5 \cdot 10^4$) an den Signaldrähten.

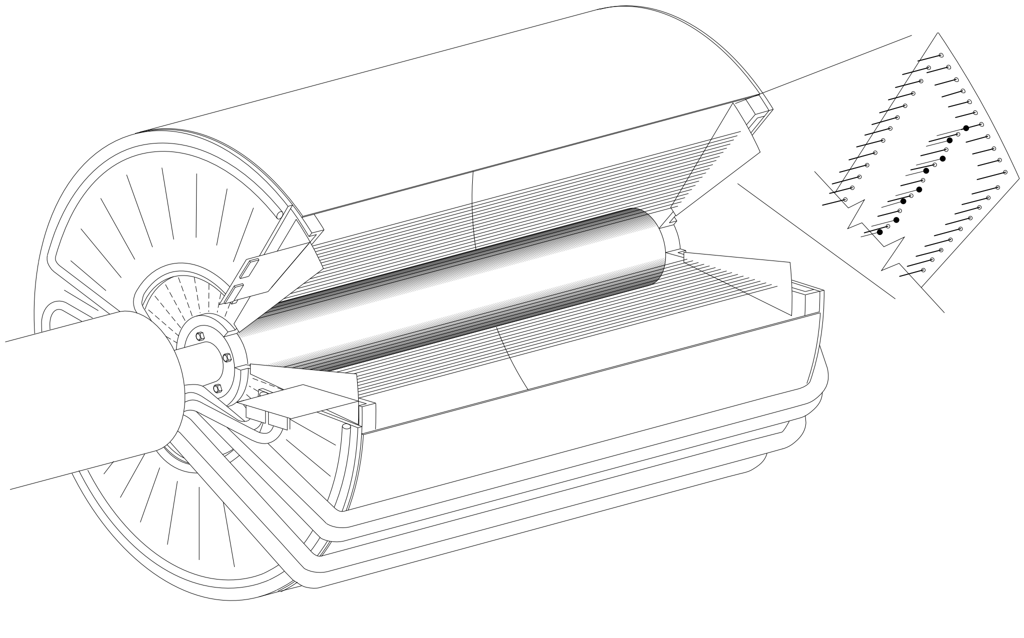

Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der Jet-Driftkammer. In der Vergrößerung ist einer der 30 äußeren Sektoren gezeigt und seine Drahtkonfiguration angedeutet.

Die Spannungen an den Felddrähten betragen je nach Abstand zur Mittelebene zwischen 2.8 und 4.5 kV, die Spannung an den Feldkorrekturdrähten 2.3 kV. Die Signaldrähte sind gegenüber der Mittelebene eines Sektors um 0.2 mm abwechselnd nach rechts und links versetzt angeordnet , um bei jeder Spur entscheiden zu können, ob sie durch die linke oder rechte Hälfte des Sektors läuft. Die Auslese an den Drahtenden geschieht über Vorverstärker, die direkt auf die Endkappen der Kammer montiert sind. Die Signale werden dann mit selbstauslösenden

100 MHz Flash-ADC's (FADC) während maximal $2.5\,\mu s$ ab Zeitpunkt des Signalanstiegs digitalisiert. Die Auflösung der Amplituden in jedem 10 ns-Zeitintervall beträgt 8 Bit. Aus dieser Information wird bei der Datenrekonstruktion die Anstiegsflanke des Signals zur Bestimmung der Driftzeit ermittelt. Die z-Position des Teilchendurchganges wird aus dem Verhältnis der integrierten Amplituden an den beiden Drahtenden berechnet. Die Summe der beiden Amplituden ist proportional zur Zahl der Primärelektronen und daher eine wertvolle Information über den Energieverlust des Teilchens in jeder Driftzelle.

Das aktive Volumen ist durch die Geometrie der Signaldrähte bestimmt. Die innerste (äußerste) Anodenlage liegt bei einem Radius von 63 mm (239 mm). Die sensitive Länge beträgt 396 mm. Da zur Behandlung einer Spur mindestens 3 Drahtlagen ansprechen müssen, steht für die Impulsmessung von ionisierenden Teilchen ein maximaler Raumwinkel von $93\% \cdot 4\pi$ zur Verfügung.

Die JDC ist mit einem *langsamen* Gasgemisch aus 90 % Kohlendioxid und 10 % Isobutan gefüllt. Bei einer Betriebstemperatur von $25\,^o$C und Normaldruck driften die Elektronen mit einer Geschwindigkeit von etwa $0.9\,\mathrm{cm}/\mu s$. Um eine bessere Ortsauflösung bei der Driftzeitmessung zu erreichen, wird die Temperatur auf $\pm 0.1\,^o$C konstant gehalten und die Gasmischung mit Massenflußmetern geregelt. Der Gasdruck in der Kammer schwankt mit dem Außendruck, wird daher regelmäßig gemessen und die Driftzeiten entsprechend korrigiert (siehe Abschnitt 2.4.1). Alle Eigenschaften der Jetdriftkammer sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt.

Sektoren/Lagen	30 / 23
Innenradius	$50\,mm$
Außenradius	$257\,mm$
Sensitive Länge	$396\,mm$
Radius der	
innersten Signaldrahtlage	$63\,mm$
äußersten Signaldrahtlage	$239\,mm$
Signaldrähte	
Anzahl	585
Drahtdicke	$20\,\mu m$
Material	Edelstahl
Feld- und Potentialdrähte	
Anzahl	*ca.*2500
Drahtdicke	$150\,\mu m$
Material	goldbeschichtetes Aluminium
Gaszusammensetzung	90% Kohlendioxid, 10% Isobutan unter Normalbedingungen
Gasverstärkung	$5 \cdot 10^4$
mittleres Driftfeld	$1\,kV/cm$
Driftgeschwindigkeit	$0.9\,cm/\mu s$
max. Driftzeit	$\approx 3\mu s$
Lorentzwinkel	7.2° bei 1.5 Tesla

Tabelle 2.1: Technische Daten der Jetdriftkammer.

2.2.3 Kalorimeter

Das elektromagnetische Kalorimeter dient zum Nachweis von neutralen Annihilationsprodukten, d.h vor allem Photonen im Energiebereich von 5 MeV bis 2 GeV. Es besteht aus 1380 thallium-dotierten CsJ-Einkristallen, die auf das Zentrum des Wasserstofftargets zeigen. Die Anordnung (siehe Abb. 2.3) erinnert an die Form eines Fasses (*barrel*) und hat dem Crystal-Barrel-Detektor seinen Namen gegeben.

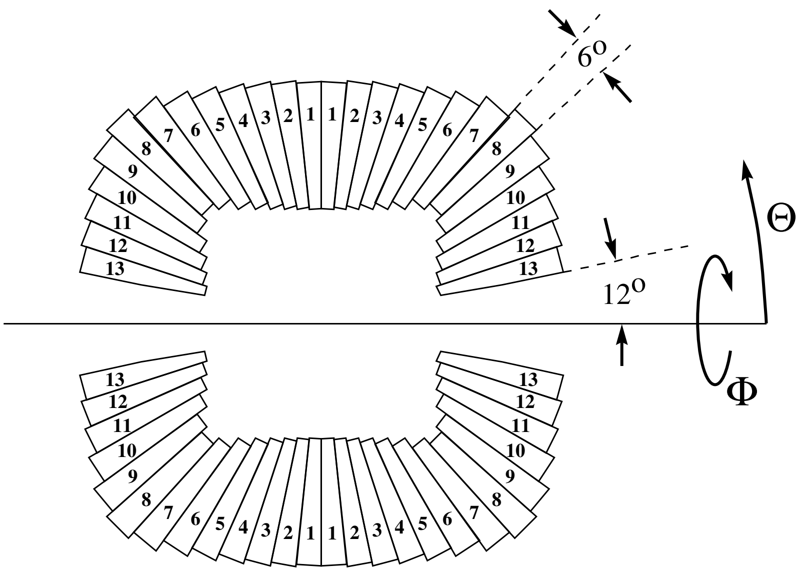

Abbildung 2.3: Längsschnitt durch das CsJ-Kalorimeter.

Die Wechselwirkung hochenergetischer Photonen mit Materie läuft vorwiegend über Paarbildung ab. Dabei entstehen Elektronen und Positronen, die im elektrischen Feld der Atomkerne ihre kinetische Energie in Form von Photonen abstrahlen. Durch abwechselnde Paarbildung und Bremsstrahlung entwickelt sich ein *elektromagnetischer Schauer*. Die Größe des Schauers hängt von der Energie des primären Photons ab, sowie von der Strahlungslänge X_0 und dem Moliere-Radius r_m des Materials. X_0 ist die Schichtdicke, in der mit einer Wahrscheinlichkeit von 54% Paarbildung bei hohen Energien ($E_\gamma > 10\,\mathrm{MeV}$) auftritt, bzw. in der die Energie von Elektronen im Mittel um $1/e$ absinkt. Der Moliere-Radius r_m beschreibt die mittlere transversale Aufweitung des Schauers nach einer Strahlungslänge.

Ist die Energie der Photonen klein genug, dann treten auch Comptonstreuung und Photoeffekt auf. Prozesse wie Ionisation und Anregung der Kristallatome nehmen den Elektronen ihre letzte Energie. Die dabei in dem Schauer erzeugten Elektron-Loch-Paare wandern durch das Kristallgitter, bis sie von einem Thallium-Aktivator eingefangen werden, und über angeregte atomare Zustände unter Emission von Szintillationslicht zerfallen. Die Lichtausbeute ist proportional zur Energie des primären Photons.

Im Crystal-Barrel-Experiment werden die CsJ-Kristalle mit platzsparenden Silizium-Photodioden ausgelesen, die unempfindlich gegenüber dem Magnetfeld sind (Abb. 2.4). Eine Wellenlängenschieberplatte sammelt das Licht an der Kristallrückseite und paßt das Szintillationsspektrum an die spektrale Empfindlichkeit der Photodiode an. Die Kristalle sind 30 cm lang, das entspricht 16.1 Strahlungslängen in CsJ. Sie bieten also einem 2-GeV-Photon genug Material, um über 99% dessen Energie zu absorbieren.

Der aktive Raumwinkelbereich des Kalorimeters beträgt 97.8% von 4π. Die 1380 Kristalle sind in 26 Ringen angeordnet, die über einen Polarwinkel von $\theta = 12^o$ bis $\theta = 168^o$ jeweils genau auf das Zentrum des Detektors gerichtet sind. Damit gibt es 13 verschiedene Kristallformen. Jeder Kristall überdeckt in azimutaler und polarer Richtung 6 Grad , mit Ausnahme der Kristalle in den ersten und letzten drei Ringen, die 12 Grad in polarer Richtung abdecken. Zur stabilen

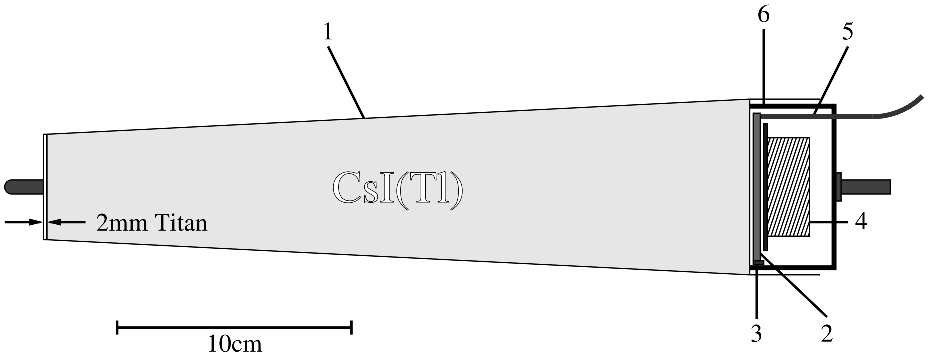

Abbildung 2.4: Schema eines Kristallmoduls. (1) CsJ-Kristall mit Titanhülle, (2) Wellenlängenschieber, (3) Photodiode, (4) Vorverstärker, (5) Lichtfaser von der Xenon-Blitzlampe, (6) Metallabschirmung der Elektronik.

Halterung sind alle Kristalle in 100 μm dicke Titanhüllen eingefaßt. Die Segmentierung garantiert eine räumliche Trennung von Photonen aus dem Zerfall der neutralen Pionen mit den höchsten möglichen Impulsen, also solchen aus den Zweikörperreaktionen

$$\overline{p}p(0\,\mathrm{MeV}/c) \to \pi^0\gamma \qquad \text{und} \qquad \overline{p}p(0\,\mathrm{MeV}/c) \to \pi^0\pi^0 \ .$$

Der minimale Öffnungswinkel beträgt dann etwa 16^o.

Die elektronische Auslese der Kristalle beginnt mit der Vorverstärkung der Photodiodensignale direkt auf der Kristallrückseite. Außerhalb des Detektors wird das verhältnismäßig lange Szintillationssignal ($\tau_1 \approx 0.9\,\mu$s, $\tau_2 \approx 7\,\mu$s) durch Differenziation und Integration zu einem kurzen Puls verarbeitet, dessen Integral weiterhin proportional zur Lichtintensität ist. Um eine maximale Energieauflösung zu erhalten, wird das Signal nun aufgespalten auf zwei ADC's (*analog-digital-converter*) mit verschiedenen Empfindlichkeiten. Der erste ADC (LeCroy 4300B FERA) besitzt eine Auflösung von 1 MeV für Energien bis einschließlich 2 GeV, der zweite ADC (LeCroy 2282) eine Auflösung von 0.1 MeV für Energien unterhalb 400 MeV. Das Langzeitverhalten, die Linearität, sowie das Auftreten schadhafter Detektormodule wird mit einem Lichtpulsersystem überwacht. Dies geschieht in den kurzen Pausen, in denen der LEAR mit Antiprotonen aufgefüllt wird, also alle 1 bis 3 Stunden. Als Lichtquellen werden Xenon-Blitzlampen eingesetzt, deren Licht über Glasfasern an den Wellenlängenschiebern eingekoppelt wird. Die Pulsform ähnelt der des Szintillationslichtes der Cäsiumjodid-Kristalle, die Pulshöhe wird mit Abschwächungsfiltern über drei Größenordnungen hinweg variiert.

2.3 Triggersystem und Datennahme

Der Mechanismus, der der Ausleseelektronik mitteilt, daß Meßergebnisse zur Verarbeitung vorliegen und auf Datenträger geschrieben werden können, wird allgemein Trigger genannt. Das einfachste Kriterium zum Auslösen eines solchen Signals ist beim Crystal-Barrel-Experiment der Stop eines Antiprotons im Wasserstofftarget. Zusätzliche Kriterien, die die Ereignistopologie einschränken, dienen dazu, seltene Endzustände in der $\overline{p}p$-Annihilation der Analyse zugänglich zu machen. Bei vorgegebener Datenrate soll der Trigger die gewünschten Ereignisse anreichern und möglichst nur falsche Ereignisse verwerfen.

Die Zahl an Ereignissen, die pro Zeiteinheit registriert werden kann, ist bestimmt durch die Entscheidungszeit des Triggers und die maximal erreichbare Aufzeichnungsgeschwindigkeit.

Ist τ die Totzeit der Meßapparatur und geht man von einer Poissonverteilung der primären Annihilationsrate N aus, so ergibt sich für den Bruchteil R an Ereignissen, die erfaßt werden können $R = (1 + \tau N)^{-1}$. Bei fester Aufzeichnungsgeschwindigkeit bestimmt die Entscheidungszeit des langsamsten Selektionsschrittes im Trigger die Rate. Deshalb ist das Triggersystem des Crystal-Barrel-Experimentes [34] hierarchisch in drei aufeinanderfolgende Stufen zunehmender Komplexität der Ereignisbeschreibung und Totzeit gegliedert. Jede Stufe reduziert die Rate akzeptierter Ereignisse um ein bis zwei Größenordnungen:

0. Stop eines Antiprotons.
1. Multiplizität geladener Teilchen und
   Teilchen-Multiplizität im elektromagnetischen Kalorimeter.
2. Rekonstruktion neutraler Endzustandsmesonen aus
   Energiedepositionen im Kalorimeter.

Die Datenaufzeichnungsrate liegt, abhängig von den gestellten Triggeranforderungen und der Komplexität der Ereignisse, zwischen 1 Hz und 80 Hz .

Die in dieser Arbeit verwendeten Datensätze wurden mit folgenden Triggereinstellungen selektiert:

- Minimal getriggert (*minimum-bias*-Daten; nur Triggerstufe 0).
- Rein neutrale Endzustände (*all-neutral*-Daten).
- Zwei lange Teilchenspuren und beliebige Zahl an Photonen (*2-prong*-Daten).

Der Trigger nullter Stufe gibt das Startsignal für die Ausleseelektronik. Der Stop eines Antiprotons (mit darauf folgender Annihilation) ist dadurch definiert, daß ein Antiproton in dem vor dem Target angebrachten Siliziumzähler ein Signal auslöst. Dieser Start kann auch von dem Lichtpulsersystem, einem Testpulser für die Jetdriftkammer oder anderen Testeinrichtungen simuliert werden.

In Stufe 1 der Triggerhierarchie wird die Teilchenmultiplizität bestimmt. Die das Target umschließenden Proportionalkammern liefern für einen aktiven Raumwinkel von etwa 98% von 4π zwei separate Multiplizitätsmessungen für geladene Annihilationsprodukte. Mit Hilfe einer programmierbaren Logik kann man für jede Lage eine Multiplizität vorgeben, die dann mit den Analogsignalen der PWC verglichen wird. Die unabhängige Behandlung der zwei PWC's vermindert Ineffizienzen des Triggers. Für die Anforderung, daß der Endzustand keine Spuren in der PWC aufweist (*all-neutral*-Trigger), ist die Entscheidungszeit so kurz, daß man eine mit minimal getriggerten Daten vergleichbare mittlere Aufzeichnungsrate erreicht. Bei einer (geschätzten) Triggereffizienz von etwa 80%, ist der effektive Anreicherungsfaktor dieser Endzustände auf dem Datenträgermaterial gegenüber den *minimum-bias*-Daten etwa 20.

Von den 23 Lagen der Jetdriftkammer können 6 Lagen (2,3,4,5 sowie 19 und 20) in ähnlicher Weise wie bei der PWC auf die Multiplizität oder einen Multiplizitätsbereich hin abgefragt werden. Die Entscheidungszeiten liegen hier im Bereich einer Mikrosekunde.

Durch die Forderung von einer gleichen Zahl von Hits in den inneren und äußeren Lagen der Kammer wird die Spurlänge als Selektionskriterium vorgeben. Für die im Rahmen dieser Arbeit präparierten Datensätze mit zwei geladenen Teilchen ($K^+K^-\pi^0$ und $K_L K^\pm \pi^\mp$) wurde mit der PWC und mit der Jetdriftkammer gleichzeitig auf zwei lange Spuren getriggert.

Von den beiden anderen $\overline{K}K\pi$-Endzuständen, $K_L K_L \pi^0$ und $K_L K_S \pi^0$ existierten bereits fertig präparierte Datensätze, die aus knapp 17 Millionen *all-neutral*-Ereignissen selektiert wurden.

Für keinen in dieser Arbeit beschriebenen Datensätze wurden zum Zeitpunkt der Datennahme Anforderungen and die Multiplizität neutraler Teilchen gestellt. Auch die 2. Stufe der Triggerhierarchie wurde hier nicht angewandt.

Auch das Datenerfassungssystem ist hierarchisch in drei aufeinanderfolgenden Stufen organisiert. Auf der untersten Stufe werden die Analogsignale der Subdetektoren digitalisiert und liegen dann an rund 4000 ADC-Kanälen vor. Lokale Ereignisprozessoren übernehmen in der zweiten Stufe die Auslese der der einzelnen Detektorkomponenten. Die Information wird über Zwischenspeicher vom zentralen Ereignisprozessor in der dritten Stufe in ein kompaktes Format gepackt. Über einen weiteren Pufferspeicher können die Ereignisse mit einer Transferrate von 2 MByte/sec auf (IBM-3480)-Cartridges aufgezeichnet werden. Jedes 10. Ereignis wird verschiedenen Monitorprogrammen bereitgestellt, die eine Kontrolle der einzelnen Detektorkomponenten während der Datennahme erlauben.

Die Steuerung des gesamten Systems erfolgt auf einem MacIntosh IIx Personalcomputer, der Zugriff auf die lokalen Speicherbereiche der 24 Mikroprozessoren (68040-CPU's) der 2. und 3. Stufe hat. Die Kontrolle der mehr oder weniger langsam veränderlichen Parameter des Detektors, wie z.B. Hochspannung, Temperatur, Gasfluß und Stromversorgung der Ausleseelektronik, wird von einem 68030-Prozessor übernommen [35]. In regelmäßigen Abständen werden diese Parameter zwischen zwei Annihilationsereignissen auf Band geschrieben, um den aktuellen Zustand des Detektors während der Datennahme festzuhalten.

2.4 Kalibration der Detektorkomponenten

2.4.1 Driftkammer

Die Kalibration der JDC umfaßt folgende Meßgrößen:

- die Sockelspannung (*pedestal*) der AuslESElektronik,
- den Zeitpunkt der Annihilation t_0,
- die z-Position auf den Drähten,
- die Positionsbestimmung in $r - \phi$ und
- den differenziellen Energieverlust $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$.

In regelmäßigen Abständen werden während der Datennahme die Pedestals der Elektronik bestimmt. Dies geschieht zu Beginn jedes Runs, der maximal 20 Minuten dauert. Die Pedestals liegen etwa bei 40 ± 5 ADC-Einheiten und werden vor der Pulsformanalyse von den FADC-Signalen abgezogen.

Die aus der Pulsformanalyse gewonnen Rohdaten der JDC enthalten für jeden angesprochenen Draht folgende Information:

1. Die Drahtnummer, an dem das Signal (*hit*) registriert wurde,
2. die gemessene Driftzeit,
3. die gemessene Amplitude des Vorverstärkers am $+z$-Ende des Drahtes,
4. die gemessene Amplitude des Vorverstärkers am $-z$-Ende des Drahtes.

Um die tatsächliche Driftzeit zu bestimmen, muß die Differenz zwischen dem Triggerzeitpunkt $t_{0,i}$ der FADC's und dem tatsächlichen Zeitnullpunkt des Ereignisses t_0 ermittelt werden. Dazu trägt man für jeden Draht i viele gemessene Driftzeiten t_d in ein Histogramm. In diesen Histogrammen ist $t_{0,i}$ durch einen steilen Anstieg gekennzeichnet.

Die z-Koordinate eines Hits berechnet sich aus dem Ladungsverhältnis der beiden gemessenen Amplituden:

$$z = z_0 + z_L \frac{A_+ - \alpha A_-}{A_+ + \alpha A_-}. \tag{2.1}$$

Hier ist z_0 die Drahtmitte, z_L ist die elektrische Länge des Drahtes, α die relative Verstärkung zwischen den beiden Ausleseketten and den Drahtenden, und A_+, A_- sind die zwei gemessenen Amplituden. Die drei Parameter z_0, z_L und α gilt es für jeden der 585 Drähte zu bestimmen. Dazu werden in jeder Runperiode etwa 70000 Ereignisse mit mindestens vier Spuren bei abgeschaltetem Magnetfeld genommen. Die Spuren werden in der r-z-Ebene als Geraden rekonstruiert und anschließend die Abstände der Hits zu den Geraden unter Variation der drei Parameter für jeden Draht minimiert.

Mit einem Driftkammersimulationsprogramm [36] wurden Tabellen angelegt, die die Driftzeit in Ortskoordinaten transformieren. Diese Tabellen existieren für verschiedene Drücke in Abständen von 20 Torr, zwischen denen linear interpoliert wird. Aus einer Datenbank kann der aktuelle Luftdruck für jedes zu rekonstruierende Ereignis entnommen werden. Dieser Luftdruck muß jedoch mit einem Offset korrigiert werden, der durch die Optimierung der Impulsauflösung kolinearer Ereignisse ($\bar{p}p \to \pi^+\pi^-, K^+K^-$) bestimmt wird. Pionen bzw. Kaonen sind in diesen Endzuständen monochromatisch (927.8 MeV/c bzw. 797.9 MeV/c) und bilden in der r-ϕ-Projektion einen gemeinsamen Kreis. Die kleinste mögliche Impulsunschärfe für Pionen beträgt (19.2±0.4) MeV/c bei einer Anpassung der Hits beider Teilchenspuren an den gemeinsamen Kreis (Abbildung 2.5).

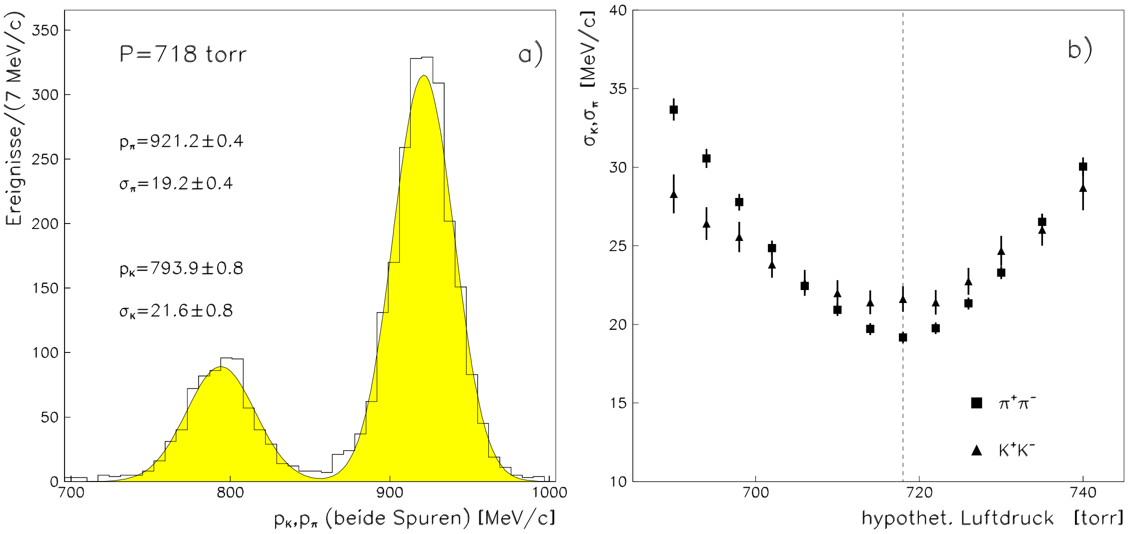

Abbildung 2.5: a) rekonstruierter Gesamtimpuls von Spuren in kolinearen Ereignissen. Die linke Spitze ist den K^+K^--Ereignissen, die rechte Spitze den $\pi^+\pi^-$-Ereignissen zuzuordnen. Die Breite σ der beiden angepaßten Gaußfunktionen variiert mit dem hypothetischen Atmosphärendruck (b). Bei 718 torr wird die Unschärfe minimal (gestrichelte Linie).

Alternativ kann man zur r-ϕ-Kalibration Ereignisse von Typ $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0$ verwenden, indem man die Masse des im Kalorimeter nachgewiesenen π^0 allein aus den rekonstruierten Viererimpulsen der beiden geladenen Pionen und der Gesamtenergie ($2 \cdot 938$ MeV) berechnet. Die Standardabweichung der π^0-Masse variiert mit dem eingesetzten Druck-Offset und liefert den gleichen optimalen Offset wie die Methode mit den kolinearen Ereignissen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde diese Methode daher als Qualitätskontrolle der analysierten Zwei-Spur-getriggerten Daten verwendet.

Zwischen der Summe der Amplituden an den beiden Enden des i-ten Signaldrahtes und dem Energieverlust des Teilchens innerhalb der zum Draht gehörigen Driftzelle besteht ein linearer Zusammenhang:

$$\Delta E_i = c_{cal,i} \times (\text{Amplitude}_{links,i} + \text{Amplitude}_{rechts,i}) \ . \tag{2.2}$$

Um die unterschiedlichen Verstärkungsfaktoren von Draht zu Draht auszugleichen, benutzt man Teilchenspuren, deren Impuls größer als 500 MeV/c ist. Diese sind minimalionisierend und haben daher ein relativ konstantes $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$. Ein globaler Faktor, mit dem alle Einzelamplituden multipliziert werden, erlaubt die Anpassung an den erwarteten Energieverlust pro Driftzelle nach der Bethe-Bloch-Formel (siehe Abschnitt 4.2).

2.4.2 Energieeichung der Kristalle

Die verstärkten und umgeformten Signale der Kristalle werden in den FERA und 2282 ADC's digitalisiert. Die digitale Information wird zur Rekonstruktion der Ereignisse in Energieeinheiten übersetzt, wobei die Konversionsfaktoren über die π^0-Masse und mit Hilfe der Xenonblitzlampe bestimmt werden.

Die unterschiedliche Lichtausbeute der Kristalle wurde zu Beginn des Experimentes durch eine Voreinstellung der Verstärker ausgeglichen. Die Pedestals wurden auf etwa 80 Kanäle bei den FERA's, sowie 400 Kanäle bei den 2282 ADC's eingestellt.

Während den Strahlzeiten werden alle vier Stunden die genauen Pedestals und die relative Verstärkung zwischen 2282 und FERA ADC's gemessen, da diese von Temperaturänderungen beeinflußt werden können.

Die FERA- und 2282-Systeme überlappen bei Energien bis 400 MeV. Dies erlaubt eine relative Kalibrierung durch die Bestimmung der Steigung einer Geraden, die an das Verhältnis FERA-Amplitude/2282-Amplitude (beide auf Nullpunktrauschen korrigiert) angepaßt wird. Die Daten dafür wurden aus den Xenon-Blitzlichtsignalen gewonnen.

Nach der relativen wird eine absolute Kalibrierung durchgeführt. Dazu wurden rein neutrale Ereignisse mit Gesamtenergien nahe der Proton-Antiproton-Masse (1876 MeV) und mit weniger als 9 Photonen im Kalorimeter aus 10^6 getriggerten neutralen Ereignissen selektiert und mit der Standard-Software (siehe Kap. 2.5.2) rekonstruiert. Für jeden Kristall wird ein Histogramm angelegt, in den die invariante Masse einer $\gamma\gamma$-Kombination eingetragen wird, wenn das Signal des entsprechenden Kristalls einem der beiden Photonen zugeordnet wurde. Das π^0 tritt in den Massenspektren als dominante Spitze auf. In mehreren Iterationen werden nun die Eichfaktoren für jeden Kristall solange verändert, bis sich die Position der π^0-Spitze in allen Histogrammen an der erwarteten Masse von 139.7 MeVeingestellt hat.

Diese Methode führt nur zum Ziel, wenn die Eichfaktoren schon auf ca. 20% genau bestimmt sind. Dies war für die in dieser Arbeit zu analysierenden Daten der Fall, da als Startwerte die Faktoren der vorangegangenen Strahlzeit verwendet werden konnte. Anderenfalls wäre es möglich, mit Hilfe von hochenergetischen geladenen Pionen eine genügend genaue Vorkalibration zu erlangen. Bei abgeschaltetem Magnetfeld durchqueren diese nur jeweils einen Kristall und verlieren nur durch elektromagnetische Wechselwirkungen kinetische Energie. Der integrierte Energieverlust beträgt etwa 170 MeV und dient zur groben Kalibration der Daten.

Etwaige Schwankungen der Verstärkungsfaktoren im Verlauf einer Strahlzeit werden wieder durch die Analyse der Lichtpulserereignisse verfolgt und können entsprechend ausgeglichen werden.

Die Auflösung des Kalorimeters wurde aus dem Vergleich von berechneten und rekonstruierten γ-Energien aus dem 2γ-Zerfall der η Mesons im Annihilationskanal $\overline{p}p \to \pi^0\eta$ ermittelt. Man erhält eine Energieauflösung von $\sigma_E/E = 2.7\%/\sqrt[4]{E[GeV]}$. Die Winkelauflösung ergibt sich aus der mittleren Abweichung zwischen kinematisch angepaßten und gemessenen Positionen der Schauerschwerpunkte in θ und ϕ. Sie beträgt für isolierte Photonenschauer 20 mrad, für sich überlappende Schauer 45 mrad. In den Randkristallen mit reduzierter Segmentierung in ϕ beträgt sie in dieser Richtung 90 mrad.

2.4.3 Globale Parameter

Die geometrische Positionsbestimmung der verschiedenen Detektorkomponenten wird mit Hilfe der entsprechenden Rekonstruktionsprogramme durchgeführt.

Die relative Rotation um die z-Achse zwischen JDC und den beiden Proportionaldrahtkammern (PWC) kann nach der Rekonstruktion der Teilchenspuren in der r-ϕ-Ebene der JDC bestimmt werden. Die Spuren werden aus der JDC in das Target extrapoliert und das mittlere Abstandsquadrat zwischen den PWC-Hits und dem Schnittpunkt der JDC-Spuren mit den PWC-Drahtlagen minimiert.

Ebenso bestimmt man den Winkel zwischen JDC und Barrel. Hier vergleicht man die Extrapolation der Helix in das Kalorimeter mit dem Schwerpunkt des nächsten lokalen Maximums der Kristallsignale. Die Winkel θ und ϕ der Kristallsignale wurden zusätzlich entsprechend dem Mittelwert der Annihilationsvertex-Verteilung in x, y und z korrigiert.

2.5 Rekonstruktion der Ereignisse

Ziel Rekonstruktion ist es, die Information der einzelnen Detektorkomponenten zur Bestimmung der Viererimpulse für jedes Teilchen zu verwenden. Die Programme dazu sind als Bibliothek verwaltet und Verbesserungen werden regelmäßig an die Mitglieder der Kollaboration verschickt, so daß alle Analysen von Crystal-Barrel-Daten auf den gleichen Rekonstruktions-Routinen basieren. Dadurch wird sichergestellt, daß später verschiedene Endzustände miteinander verglichen werden können.

2.5.1 Spuren geladener Teilchen in PWC und JDC

Die Impulsmessung von geladenen Spuren erfolgt in fünf Teilschritten:

1. Transformation der FADC-Signale in Ortskoordinaten.
2. Gruppierung der Ortskoordinaten zu Punkten entlang eines Kreises in der $(r-\phi)$-Ebene.
3. Bestimmung des Transversalimpulses p_{xy} (Kreis-Fit).
4. Bestimmung des Gesamtimpulses p_{tot} unter Berücksichtigung der z-Koordinaten (Helix-Fit).
5. Bestimmung des gemeinsamen Vertex in (x, y, z) aller gefundenen Spuren.

Im ersten Schritt wird aus den digitalisierten Amplituden für jeden angesprochenen Draht eine Driftzeit t_d und das Integral der Amplituden an beiden Drahtenden extrahiert. Eine Eichtabelle, die mit Hilfe einer Driftkammer-Simulation erstellt wurde [36], führt die Driftzeit in zwei Ortskoordinatenpaare (r, ϕ_1), (r, ϕ_2)über.

Die Entscheidung, von welcher Seite die Elektronen zum Draht hin gedriftet sind, kann erst auf der zweiten Stufe der Rekonstruktion gefällt werden, wenn mehrere Koordinatenpaare zu einer Spur kombiniert werden. Die Versetzung der Signaldrähte um $200\,\mu$m abwechselnd nach rechts und links gegenüber der Symmetrieebene eines Sektors führt dazu, daß der mittlere Abstand zwischen Kreis und den Einzelhits für die richtige Lösung deutlich kleiner ist als für die falsche Lösung.

Sind alle Einzelhits eines Ereignisses den so gefundenen Kreisen zugeordnet, wird im dritten Schritt die Krümmung α der Kreise an alle dazugehörigen Koordinatenpaare angepaßt. Mit der Elementarladung e und dem magnetischen Feld B kann dann der Transversalimpuls $p_{xy} = e \cdot B/\alpha$ berechnet werden. Der Fehler dieser Messung ergibt sich aus den Ortsungenauigkeiten der Einzelhits, bzw. der Driftzeitbestimmung. Die Ortsauflösung eines Spurpunkts in der $r\phi$-Ebene kann man über das Residuum $Res_{i,r\phi}$ (Abstand jedes Punktes i zur Kreisbahn) angeben:

$$Res_{i,r\phi} = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - r_0. \tag{2.3}$$

Dabei ist (x_0, y_0) der Kreismittelpunkt und r_0 der Kreisradius. $Res_{r\phi}$ beträgt im mittleren Bereich einer Driftzelle 130 μm. Auch die z-Auflösung läßt sich über ein entsprechendes Residuum definieren. Man findet als mittleres Res_z=0.7 cm.

Nun werden die z-Koordinaten der Hits hinzugenommen, sowie die Koordinaten der Hits in der Proportionalkammer und die beste Helix durch die dreidimensionale Verteilung der Punkte gesucht:

$$x_i = r_0 \cdot \sin\psi_0 + \frac{1}{\alpha} \cdot (\cos\beta_i + s \cdot \sin\psi_0), \tag{2.4}$$

$$y_i = -r_0 \cdot \cos\psi_0 + \frac{1}{\alpha} \cdot (\sin\beta_i - s \cdot \cos\psi_0), \tag{2.5}$$

$$z_i = z_0 - \frac{s \cdot \tan\lambda}{\alpha} \cdot (\beta_i - \psi_0 - s \cdot \frac{\pi}{2}). \tag{2.6}$$

Dabei ist β_i der Azimutalwinkel des Punktes (x_i, y_i, z_i) relativ zum Helixmittelpunkt. Folgende Parameter werden angepaßt:

- r_0, z_0: Koordinaten des Punktes, an dem die Helix dem Ursprung am nächsten kommt.
- ψ_0 : Winkel zwischen der x-Achse und der Tangente an die $r\phi$-Projektion der Helix im Punkt (ρ_0, z_0).
- λ : Neigungswinkel der Helix in der rz-Ebene.
- $1/\alpha$: Radius der $r\phi$-Projektion der Helix.
- s : Vorzeichen der Teilchenladung.

In der dazugehörigen Kovarianzmatrix wird die Vielfachstreuung im Detektormaterial berücksichtigt, falls die Spur aus dem Wasserstofftarget kommt.

Schließlich soll noch der Vertex, also der Ort, an dem die Annihilation stattfand, bestimmt werden. Dies geschieht, indem die Parameter der Helizes, die durch die Target-Region verlaufen, derart verändert werden, daß alle Spuren sich in einem gemeinsamen Schnittpunkt treffen.

Alle Anpassungen, die in diesem Abschnitt besprochen wurden, werden mit Hilfe der Methode der kleinsten Abstandsquadrate durchgeführt, die in jedem Schritt zu einem χ^2 führen. Das χ^2 des Helix-Fits wird später in der Datenselektion als Kriterium für die Güte der Spur verwendet.

2.5.2 Rekonstruktion von Photonen mit dem Kalorimeter

Zur Bestimmung der Viererimpulse von Photonen muß im CsJ-Kalorimeter sowohl deren Energie, als auch deren Richtung gemessen werden. Ein Photon deponiert seine Energie in bis zu 30 benachbarten CsJ-Kristallen. Die gesamte Erscheinung im Kalorimeter, die von *einem* Teilchen erzeugt wurde, wird **PED** (*particle energy deposit*) genannt. Ein Signal in mehreren benachbarten Kristallen bezeichnen wir als **Cluster**. Es kann durchaus geschehen, daß zwei Photonen mit so kleinem relativen Öffnungswinkel in das Kalorimeter gelangen, daß ihre PED's überlappen. In diesem Fall wird man einen einzigen Cluster finden, jedoch mit zwei lokalen Maxima in der Energieverteilung.

Wieder findet die Rekonstruktion der Teilchen in mehreren Schritten statt:

1. Auswerten der Rohimpulse
2. Suche nach Clustern.
3. Aufteilung der Energie auf die vorhandenen lokalen Maxima und Bestimmung der Winkelkoordinaten der Schwerpunkte aller PED's.

Wie in Kapitel 2.2.3 beschrieben, werden die Signale von zwei verschiedenen ADC's digitalisiert, um eine optimale Auflösung zu erhalten. Im ersten Schritt muß also entschieden werden, welche Information verwendet wird. Nur wenn der Energieeintrag mehr als 350 MeV entspricht, wird die FERA-Information verwendet, anderenfalls der Eintrag, der vom LeCroy-ADC stammt. Entsprechend der Kalibration (Kapitel 2.4.2) wird die Rohamplitude skaliert.

Anschließend trägt man alle Kristalle, in denen mehr als 4 MeV Energie deponiert wurde, in eine Liste ein. Der Kristall mit der größten Energie wird aus der Liste genommen und man sucht alle Nachbarkristalle mit einem Energieeintrag über 1 MeV (bis zu 8 Kristalle), und fügt diese zu einem Cluster zusammen. Zu diesem Cluster werden wiederum alle Nachbarkristalle der ersten Nachbarn angehängt, bis keine weiteren Nachbarn gefunden werden können. Tauchen Kristalle aus obiger Liste ($> 4\,\mathrm{MeV}$ Energie) in diesem Cluster auf, werden sie von der Liste gestrichen, und der Kristall mit der höchsten Energie unter den verbleibenden in der Liste dient als Ausgangspunkt für den nächsten Cluster. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis keine Kristalle mehr in der Liste vorhanden sind.

Im nächsten Schritt werden Energie und Richtung der einzelnen PED's bestimmt. Findet man innerhalb eines Clusters ein einzelnes Energiemaximum, so ist die Gesamtenergie E_{PED} gleich der Summer aller Energien in den Kristallen des Clusters, E_{Cl}. Die Winkel θ und ϕ des Teilcheneintritts in das Kalorimeter entsprechen dem mit der Energie gewichteten Mittel der beitragenden Kristallpositionen. Für den Fall, daß innerhalb einer Kristallgruppe mehrere Energiemaxima auftreten, muß die Clusterenergie E_{Cl} auf die einzelnen PED's gemäß der Energiesumme E_9 aus dem jeweiligen Zentralkristall und seiner 8 Nachbarn aufgeteilt werden:

$$E_{PED} = \frac{E_9}{\sum_{i=1}^{n} E_{9i}} \cdot E_{Cl} \tag{2.7}$$

E_{9i} ist die Summe über die neun Kristalle für das i-te von n PED's im Cluster.

2.5.3 Globale Ereignisrekonstruktion und Berechnung der Viererimpulse

Die globale Ereignisrekonstruktion führt die Information der JDC und des Kalorimeters zusammen. Von den geladenen Teilchen sind nun die Helix-Parameter $1/p_{xy}$, $\tan\lambda$ und ψ aus der JDC, von den PED's im Kalorimeter θ, ϕ und E bekannt. Es müssen die PED's identifiziert werden, die von geladenen Teilchen herrühren. Dazu extrapoliert man alle Spuren aus der JDC in das Kalorimeter und markiert alle PED's, deren Öffnungswinkel α gegenüber dem Eintrittspunkt einer Spur kleiner als 12 Grad ist. α wird hierbei vom Ursprung (0,0,0) aus gemessen.

Alle unmarkierten PED's werden vorerst als Photonen behandelt. Deren Viererimpuls p_γ^μ ergibt sich somit aus den gemessen Größen:

$$p_\gamma^\mu = \begin{pmatrix} E_\gamma \\ -E_\gamma \sin\theta\cos\phi \\ -E_\gamma \sin\theta\sin\phi \\ -E_\gamma\cos\theta \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

Unter den verbliebenen PED's müssen die *echten* Photonen nun von den *falschen* getrennt werden. Zur globalen Ereignisrekonstruktion gehören Entscheidungshilfen, die mögliche falsche Photonen markieren:

- elektromagnetische Schauerfluktuationen können mehrere lokale Maxima in einem Photon-Cluster erzeugen. Die Nebenmaxima sind typischerweise um so kleiner, je weiter sie vom Hauptmaximum entfernt sind. Mit der Bedingung

$$1 - A^2 < \frac{2m_{\pi^0}^2}{(1150\,\mathrm{MeV})^2(1-\cos\psi)}, \tag{2.9}$$

$$A = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2} \tag{2.10}$$

  können Schauerfluktuationen erkannt werden. E_1, E_2 sind die Energien der beiden PED's, ψ der Öffnungswinkel gegenüber dem Detektormittelpunkt. Diese Bedingung können zwei Photonen aus dem Zerfall eines Pions mit weniger als 1150 MeV Energie nicht erfüllen. Mit den zwei zusätzlichen Schnitten $E_1, E_2 < 100\,\mathrm{MeV}$ und $\cos\psi > 0.8$ reduziert man die Wahrscheinlichkeit, daß unkorrelierte Photonen zufällig mit Schauerfluktuationen verwechselt werden [38].

- Geladene Pionen und Kaonen erfahren möglicherweise hadronische Wechselwirkungen mit Kernen im CsJ oder in anderem Detektormaterial. Die dabei entstehenden geladenen Fragmente haben eine Reichweite von bis zu 20 cm in CsJ. Deshalb werden alle PED's im Cluster, auf das eine geladenene Spur zeigt, markiert. Genauso werden auch alle PED's in den Clustern markiert, die nur zwei Kristalle von dem geladenen Cluster entfernt sind [39].

- Neben geladenen Fragmenten können auch Neutronen bei den hadronischen Reaktionen in CsJ oder in anderen Materialien emittiert werden. Sie erzeugen auch PED's weit entfernt vom Ort der Primärwechselwirkung, da sie ihre Energie nur durch inelastische Stöße mit Atomkernen verlieren. Die räumliche Energieverteilung solcher Stoßprozesse beschränkt sich auf wenige Millimeter. Daher werden alle PED's markiert, die mehr als 96% von E_{PED} im Zentralkristall enthalten:

$$E_1/E_9 < 0.98. \tag{2.11}$$

- Die Zahl der nicht-photonischen PED's (*split-off*) sollte soweit wie möglich simulierbar sein mit Monte-Carlo Programmen. Dies ist erst möglich ab einer Energie des Zentralkristalls

$$E_1 > 13\,\mathrm{MeV}, \tag{2.12}$$

  da unterhalb dieser Schwelle die Zahl der Split-Off's bei dem zur Verfügung stehenden Simulationspaket stark von der Schwellenenergie abhängt [39].

PED's, die nach diesen Kriterien nicht als Split-Off's markiert sind, werden im Folgenden **goldene PED's** genannt und als echte Photonen behandelt.

Zur Angabe des Viererimpulses eines geladenen Teilchens benötigt man seine Masse, für die zunächst die des Pions angenommen wird. Auf die Identifikation geladener Teilchen gehen wir in Kapitel 4.2 genauer ein. Die Impulskomponenten in x, y und z werden aus den Parametern der Helix-Anpassung berechnet:

$$p_\perp = \frac{e|B|}{\alpha} \tag{2.13}$$

$$p = p_\perp \cdot \sqrt{1 + \tan^2\lambda} \tag{2.14}$$

$$p^\mu_{track} = \begin{pmatrix} \sqrt{m_\pi^2 + p^2} \\ -p_\perp \cdot \cos\psi_0 \\ -p_\perp \cdot \sin\psi_0 \\ -p_\perp \cdot \tan\lambda \end{pmatrix}. \tag{2.15}$$

Analog zu der Definition von goldenen PED's werden auch Kriterien für **goldene Spuren** in der JDC einführt:

- Die Spur muß in einer der drei inneren Lagen der JDC beginnen. Damit wird ein Großteil der geladenen Teilchen, die nach hadronischen Reaktionen im Kalorimeter zurück in die JDC fliegen, verworfen.

- Die Spur muß in einer der drei letzten Lagen der JDC enden. Dies ergibt eine homogene Impulsauflösung für alle nachgewiesenen geladenen Teilchen.

- Das χ^2 der Helix-Anpassung darf 1.2 nicht überschreiten. So wird vermieden, daß falsch rekonstruierte Spuren, zum Beispiel solche, bei denen die Spiegeltrajektorie gewählt wurde, das Ereignis kinematisch verzerren.

2.5.4 Produktion und Qualitätskontrolle der rekonstruierten Daten

Alle Crystal-Barrel-Daten wurden mit dem in diesem Kapitel beschrieben Programmpaket auf DEC-Stationen am CERN zentral rekonstruiert und anschließend einer aufwendigen Qualitätskontrolle unterzogen. Dabei wurde besonders auf die ordentliche Funktion aller Detektorkomponenten, sowie die Konstanz wichtiger externer Parameter, wie zum Beispiel die Gasmischung und die Temperatur in der JDC, die Position des Annihilationsvertex und auf die Qualität der On-Line-Trigger geachtet.

Neben den Vierervektoren aller rekonstruierten Teilchen wurden weitere wichtige Informationen über PED's, Cluster, Spuren, gemeinsamer Vertex der geladenen Spuren, Markierung der nicht-goldenen Teilchen, sowie alle Rohdaten, die bei einer eventuell notwendigen Wiederholung der Rekonstruktion gebraucht werden, auf EXABYTE Kassetten gespeichert. Diese stehen für die Selektion von ausgewählten Endzuständen allen Mitgliedern der Crystal-Barrel-Kollaboration zur Verfügung. Die Selektion der Endzustände $K^+K^-\pi^0$- und $K_LK^\pm\pi^\mp$ wird in den beiden folgenden Kapiteln genauer beschrieben.

2.6 Simulation der Reaktionen im Detektor

Die möglichst realitätsnahe Simulation von Ereignissen im Detektor ist eine unentbehrliche Hilfe bei der Analyse der experimentellen Daten. Akzeptanz und Auflösung des Detektors, sowie Untergrund von anderen Kanälen können in sehr guter Näherung durch das für den Crystal-Barrel-Detektor zur Verfügung stehende Monte-Carlo-Simulationsprogramm [42] bestimmt werden. Aufbauend auf dem am CERN entwickelten Programmpaket GEANT (Version 3.21) [43]) wird die Geometrie der einzelnen Detektorkomponenten möglichst genau nachgezeichnet. Ein Ereignisgenerator erzeugt zunächst kinematisch korrekte Protoniumzerfälle. Die daraus hervorgehenden Teilchen werden dann auf ihrem gesamten Weg durch den Detektor verfolgt. Wechselwirkungen mit den einzelnen Komponenten wie Paarbildung, Photo- und Comptoneffekt, γ-Konversion für Photonen oder Energieverlust durch Ionisation, Vielfachstreuung und Bremsstrahlung für geladene Teilchen werden ihrem Wirkungsquerschnitt entsprechend simuliert. Stark wechselwirkende Teilchen unterliegen auch hadronischen Reaktionen mit den Kernen der Detektormaterie. Zerfallsprodukte und Teilchen, die in Sekundärprozessen erzeugt wurden, werden genauso wie die primären Teilchen weitergeführt. Auf die Problematik der Simulation niederenergetischer hadronischer Wechselwirkungen werden wir in Kapitel 5 genauer eingehen.

Die auf diese Weise erzeugten Ereignisse werden in der gleichen Form wie die echten Daten auf Band gespeichert und können mit den gleichen Rekonstruktionsprogrammen rekonstruiert werden.

Kapitel 3

Präparation des Endzustands $K^+K^-\pi^0$

Der Annihilationskanal $\bar{p}p \to K^+K^-\pi^0$ wurde als solcher bisher nicht vollständig analysiert. Zwar gibt es frühere Messungen von $\bar{p}p \to \phi(1020)\pi^0$ mit $\phi(1020) \to K^+K^-$ [45, 46], jedoch scheiterten alle Versuche, den gesamten Phasenraum der Dreikörperreaktion zu beobachten, an der mangelhaften Trennung von der Annihilation in $\pi^+\pi^-\pi^0$. Durch die 1994/1995 wesentlich verbesserte Rekonstruktion der geladenen Spuren in der JDC wurde es möglich, die exzellente Messung von Photonen mit einer hervorragenden Impulsauflösung ionisierender Teilchen zu kombinieren. Anfang 1994 ersetzte eine deutlich präziser gearbeitete neue Jet-Driftkammer die fast baugleiche alte Kammer, bei deren Kalibration sehr komplizierte Ortskorrekturen der Signaldrähte vorgenommen werden mußten.

Im Juni 1994 wurden mit dieser neuen Kammer und unverändertem Kalorimeter knapp 14 Millionen Proton-Antiproton-Annihilationen in flüssigem Wasserstoff (LH_2) aufgenommen, bei denen auf zwei lange Spuren getriggert wurde. Die genauen Triggerbedingungen ('2-Spur-Trigger') waren:

1. Mindestens ein Silizium-Eingangszählersignal in Koinzidenz mit der kleinen Drahtkammer im Antiprotonstrahl.

2. Je zwei Cluster in den beiden Proportionaldrahtkammern.

3. Je zwei Hits in den Lagen 19 und 20 der JDC (in 21% der Daten wurden zwei Hits in den Lage 21 statt 19 verlangt).

Aus diesen Daten wurden die beiden kaonischen Endzustände $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK^\pm\pi^\mp$ für eine gemeinsame Partialwellenanalyse präpariert.

Weitere 1.6 Millionen Ereignisse wurden mit dem *minimum-bias*-Trigger genommen, bei dem die erste Bedingung genügte, um die Auslese des Detektors zu aktivieren und das Annihilationsereignis auf Band zu schreiben. Aus der Zahl der rekonstruierten $K^+K^-\pi^0$-Ereignissen von diesem Datensatz wird das Verzweigungsverhältnis für $\bar{p}p \to K^+K^-\pi^0$ bestimmt.

Nach einer Vorselektion, die die Datenmenge um zwei Größenordnungen reduzierte, wurden die gemessenen Parameter an fünf Randbedingungen angepaßt. Ereignisse, die mit einer Wahrscheinlichkeit von über 10% die Hypothese $K^+K^-\pi^0$ erfüllten, wurden zur Partialwellenanalyse in den $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot eingetragen. Mit 2.7 Millionen simulierten $K^+K^-\pi^0$ Ereignissen wird die Phasenraumabhängigkeit der Akzeptanz bestimmt. Schließlich wird gezeigt, daß Untergrund des präparierten Datensatzes vernachlässigbar ist.

3.1 Vorselektion

Nach der zentralen Produktion war es notwendig, durch eine Vorselektion aus den $13.46 \cdot 10^6$ rekonstruierten 2-Spur-getriggerten Ereignissen Kandidaten für mögliche $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse mit folgenden Bedingungen zu finden:

(a) Genau zwei goldene Spuren mit entgegengesetzter Krümmung, keine weiteren Spuren in der JDC.

(b) Genau zwei goldenene PED's im Kalorimeter, Die Zahl der nicht-goldenen PED's ist beliebig.

(c) Gemessene Gesamtenergie E_{tot} und Gesamtimpuls p_{tot} des Ereignisses erfüllen die Ungleichung

$$p_{tot} \cdot c < (2450\,\mathrm{MeV} - 1.2 \cdot E_{tot})$$

unter der Annahme, daß beide geladenen Teilchen Kaonen sind ($E_{tot}^2 = \sum_{i=1}^{4} m_i^2c^4 + p_i^2c^2$).

(d) kein PED mit Energiemaximum in einem der Randkristalle ($18^o < \theta_{\mathrm{PED}} < 162^o$).

Die Eigenschaften von goldenen Spuren und goldenen PED's wurden bereits in den Abschnitten 2.5.1 und 2.5.2 definiert. Abbildung 3.1a zeigt die Zahl aller rekonstruierten Spuren in den getriggerten Daten in Korrelation mit der Anzahl goldener Spuren. Im größten Bin (grau schattiert) sind $10.15 \cdot 10^6$ Ereignisse eingetragen, die die Bedingung (a) erfüllen (2 goldene Spuren). Abbildung 3.1b veranschaulicht die Bedingung (b). $1.760 \cdot 10^6$ akzeptierte Ereignisse befinden sich im grau schattierten Bereich. Diese zweite Bedingung läßt durchaus zu, daß sich echte Photonen unter den Split-Off's verstecken.

Energien von durch Schauerfluktuationen separierten lokalen Maxima (elektromagnetische Split-Off's) werden nun zur Energie des zugehörigen goldenen PED's addiert. Unter der Hypothese, daß beide geladenen Teilchen Kaonen sind, berechnen wir die Gesamtenergie E_{tot} der beiden goldenen Spuren und goldenen PED's und tragen den Gesamtimpuls p_{tot} gegen E_{tot} auf (Abbildung 3.1c). Der weitaus größte Teil der Ereigisse ist vom Typ $\pi^+\pi^-\gamma\gamma$. Sie finden sich im Bereich um $E_{tot} = 2200\,\mathrm{MeV}$ nahe der x-Achse ($p_{tot} \approx 0\,\mathrm{MeV}/c$). Von dieser Region aus zieht sich ein langes Band diagonal nach links oben. Hier liegen Ereignisse, die mehr Photonen hatten, als die beiden nachgewiesenen (z.B. $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ oder $\pi^+\pi^-\omega, \omega \to \pi^0\gamma$). Solche Photonen können entweder in die Nähe geladener Spuren geraten und daher als Split-Off identifiziert sein, oder durch eine der beiden Öffnungen des Kalorimeters entlang der Strahlachse geflogen sein. Links von der gestrichelten Linie befinden sich $185.8 \cdot 10^3$ Ereignisse und erfüllen damit Bedingung (c). Unter ihnen befinden sich fast nur Annihilationskanäle mit Kaonen im Endzustand. Der für diese Arbeit interessante Kanal liegt in der Anhäufung an der x-Achse um $E_{tot} = 1876\,\mathrm{MeV}$, wo wir Ereignisse vom Typ $K^+K^-\gamma\gamma$ antreffen. Durch die hervorragende Impuls- und Energieaufösung des Detektors sind diese Ereignisse kinematisch eindeutig von $\pi^+\pi^-\gamma\gamma$ trennbar.

Ein weiterer interessanter Kanal, $K_LK^\pm\pi^\mp\pi^0$, erfüllt alle Bedingungen der Vorselektion. Eine Partialwellenanalyse ist an diesem Kanal bereits durchgeführt worden, jedoch mit etwa 1/3 der mit diesen Daten erreichbaren Statistik [48].

Die letzte Bedingung (d) der Vorselektion soll Ereignisse mit möglicherweise unvollständig gemessenen PED's ausschließen.

3.2 Kinematische Anpassung

Die endliche Auflösung der Detektorkomponenten bringt Unsicherheiten in der Bestimmung der Meßgrößen mit sich. Bestehen Relationen zwischen den Parametern, so kann man diese

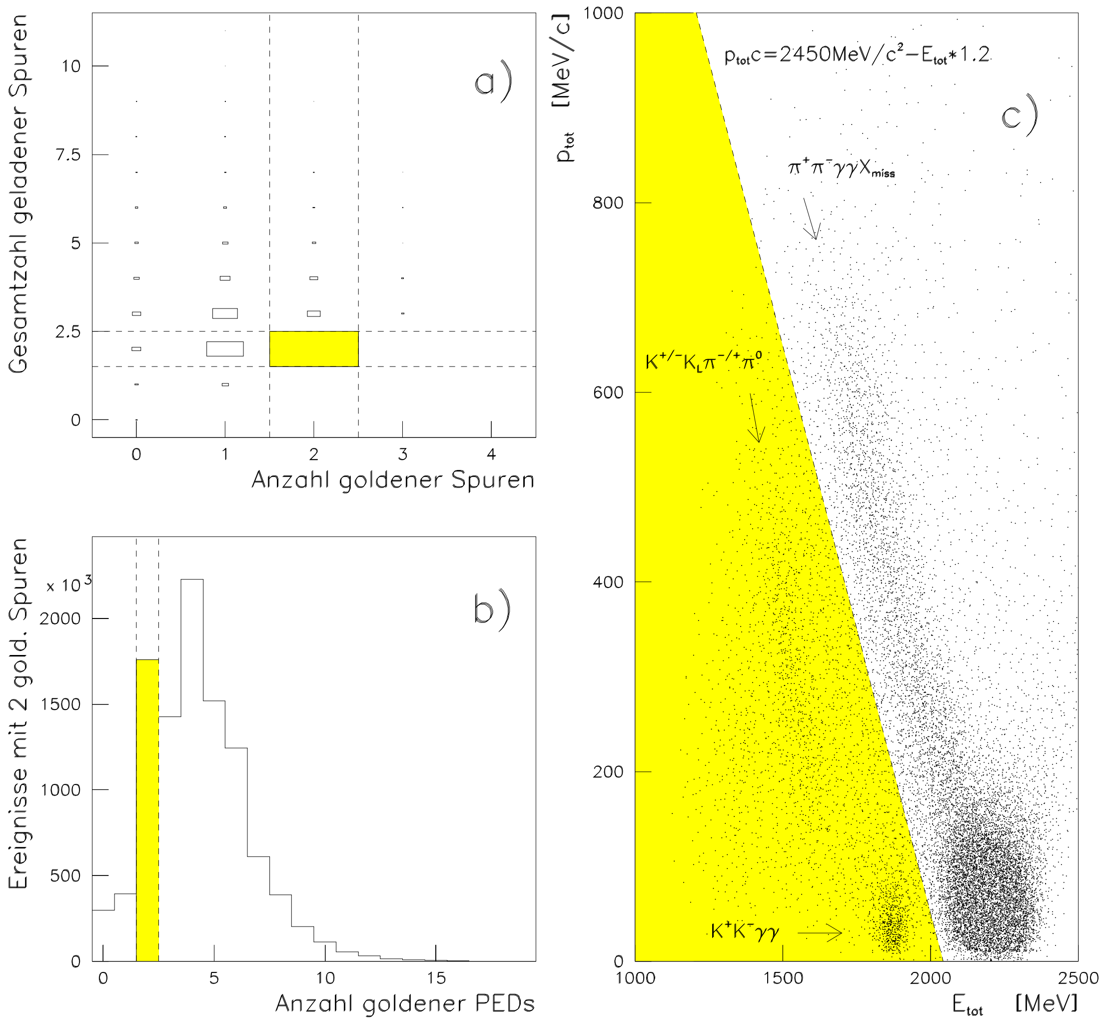

Abbildung 3.1: Vorselektion der $K^+K^-\pi^0$ Ereignisse. Die zu erfüllenden Bedingungen sind grau unterlegt. a) Gesamtzahl geladener Spuren vs. Anzahl goldener Spuren (2-Spur-getriggerte Daten). b) Zahl goldener PED's in Ereignissen mit genau 2 goldenen Spuren. c) Gesamtimpuls vs Gesamtenergie der Ereignisse mit 2 goldenen Spuren und 2 goldenen PED's.

benutzen, um die Meßfehler zu reduzieren. Die Energie- und Impulserhaltung stellen bereits vier Anforderungen:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i - \vec{p}_{tot} &= 0 \quad \text{3 Bedingungen}\,, \\ \sum_{i=1}^{n} E_i - E_{tot} &= 0 \quad \text{1 Bedingung}\,. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Man variiert in einem kinematischen Fit die Meßgrößen im Rahmen ihrer Fehler, bis die korrigierten Größen diese Bedingungen erfüllen. Nach der Zahl der Randbedingungen (*constraints*) wird die Anpassung der Viererimpulse 4C-Fit genannt. Im Fall von $K^+K^-\pi^0$ kann ein 5C-Fit angewandt werden, denn die Pionmasse ergibt eine weiter Randbedingung:

$$(E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2})^2 - (\vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2})^2 - m_\pi = 0 \tag{3.2}$$

Der Fit benötigt annähernd normalverteilte Meßwerte x_i mit Meßfehlern σ_{x_i}, $i = 1, \dots, n$ (in unserem Fall ist $n = 12$). Er sucht dann Korrekturen δx_i, so daß unter den 5 Randbedingungen

$$f_\lambda(\vec{x} + \delta\vec{x}) = 0 \qquad \lambda = 1, ..., 5 \tag{3.3}$$

nach Einführung der Lagrangemultiplikatoren $2\alpha_\lambda$ die Größe

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} (\delta x_i / \sigma_{x_i})^2 + 2 \cdot \sum_{\lambda=1}^{5} \alpha_\lambda \, f_\lambda(\vec{x} + \delta\vec{x}) \tag{3.4}$$

minimiert wird. Da die Randbedingungen (3.1) und (3.2) keine linearen Funktionen der Variablen δx_i sind, erfolgt die Minimierung iterativ, bis ein stabiles χ^2 gefunden ist oder feststeht, daß die Parameter divergentes Verhalten zeigen. Das Verständnis der experimentellen Auflösung ist wichtig für den kinematischen Fit und kann mit dem sogenannen Pull (*to pull*=ziehen) Δx_i für den i-ten Parameter getestet werden:

$$\Delta x_i = \frac{\delta x_i}{\sigma_{x_i}{'}} \, . \tag{3.5}$$

Dabei ist σ'_{x_i} der nach dem Fit verbleibende Fehler von x_i. Für korrekt bestimmte Meßfehler erwartet man, daß die Pulls Δx_i normalverteilt um Null sind mit einer Standardabweichung von Eins. Ist ein Parameter x_i systematisch zu groß oder zu klein gemessen worden, so ist die entsprechende Verteilung der Pulls Δx_i nicht mehr um Null zentriert. Ist die Breite einer Pullverteilung für einen Parameter größer (kleiner) als Eins, so sind die Meßfehler zu klein (groß) bestimmt worden. Das Konfidenzniveau (*confidence level*) gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der eine gegebene Hypothese erfüllt ist. Sind die Fehler korrekt bestimmt und ist der gefittete Kanal untergrundfrei, so ist diese Verteilung zwischen 0 und 1 flach.

Zum 5C-Fit an die Hypothese, daß es sich um ein $K^+K^-\pi^0$-Ereignis handelt, werden die Größen α, ψ und $\tan\lambda$ der geladenen Spuren und θ, ϕ und $\sqrt{E}$ der beiden Photonen variiert. Diese Parameter sind aus der Rekonstruktion bekannt (Abschnitte 2.5.1 und 2.5.2) und um ihren Erwartungswert normalverteilt. Auch die Fehler dieser Parameter wurden bereits bei der Rekonstruktion der Ereignisse abgeschätzt. Zur Anpassung stand das Programmpaket CBKFIT aus der Crystal-Barrel-Softwarebibliothek zur Verfügung [49]. Um die ungewollte Verbreiterung der Pulls durch Rekonstruktionsfehler (z.B. links-rechts-Verwechslung der Hitposition oder Versagen der Mustererkennung) oder durch Untergrund von anderen Annihilationskanälen zu vermeiden, bestimmen wir zuerst Breiten und Mittelwerte der Pullverteilungen für Konfidenzniveaus $CL > 0.1, 0.2, \dots, 0.9$ (Abbildung 3.2a-f) durch Anpassung einer Gaußfunktion:

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}(\Delta x_i)} = a \cdot e^{-0.5 \cdot (\frac{\Delta x_i - b}{c})^2} \tag{3.6}$$

Anschließend werden die Parameter b und c linear interpoliert zur Bedingung $CL > 0.0$. (Abbildung 3.2).

Um tatsächlich auf eine extrapolierte Normalverteilung mit Breite c nahe 1.0 zu kommen, müssen die Fehler der Parameter, die bei der Rekonstruktion bestimmt wurden, teilweise skaliert werden (s. Tabelle 3.1).

Ferner bildet der 5C-Fit eine empfindliche Kontrolle der Kalibration. Wir stellen fest, daß die Pullverteilungen der Spurkrümmung α und des Öffnungswinkels in z, $\tan\lambda$, kleine systematische

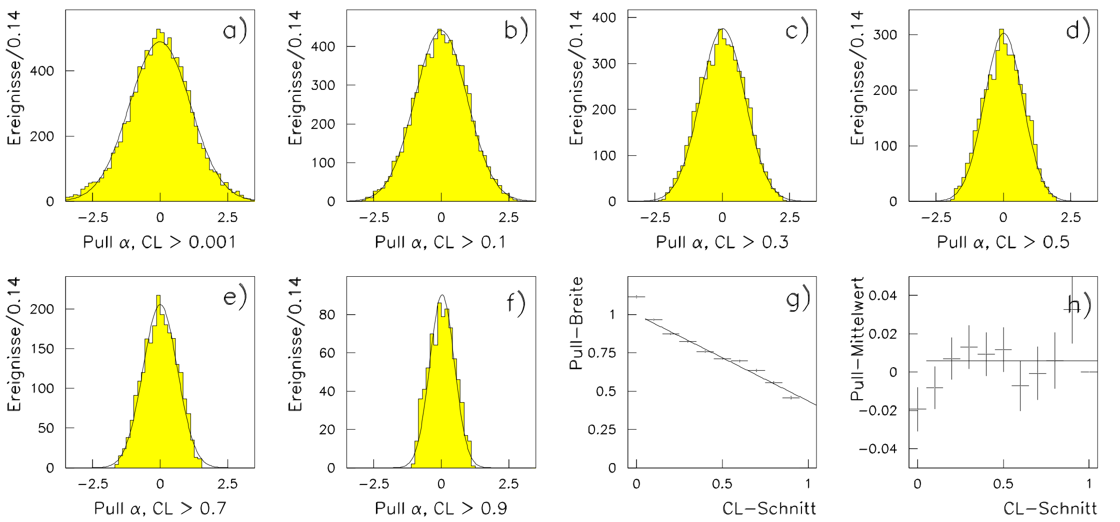

Abbildung 3.2: a)-f): Abhängigkeit der Pullverteilung vom Konfidenzniveau(CL)-Schnitt am Beispiel der Krümmung α von Spuren positiver Kaonen. g),h): Die untergrundfreie Pullverteilung für alle richtig rekonstruierten $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse ergibt sich aus der Extrapolation der Parameter aus den angepaßten Gauss-Funktionen für CL$> 0.1, 0.2, \ldots, 0.9$ nach CL> 0.0 .

Korrekturen ($\leq 1\%$) der entsprechenden Meßgrößen verlangen (Tabelle 3.2). Auch eine Korrektur der Photonenenergien war notwendig, da die elektromagnetischen Schauerfluktuationen bei der Kalibration der Kristalle nicht zur Energie des Photon-PED's addiert wurden. In Tabelle 3.3 sind die extrapolierten Werte der Parameter b und c für die Pulls von allen Meßgrößen eingetragen.

Meßgröße	Skalierung
σ_α (positive Spuren)	$\times 1.14$
σ_α (negative Spuren)	$\times 1.19$
$\sigma_{\tan\lambda}$ (positive Spuren)	$\times 1.31$
$\sigma_{\tan\lambda}$ (negative Spuren)	$\times 1.40$
σ_ψ (positive Spuren)	$\times 0.84$
σ_ψ (negative Spuren)	$\times 0.87$
σ_θ (Photonen)	$\times 1.00$
σ_ϕ (Photonen)	$\times 0.82$
$\sigma_{\sqrt{E}}$ (Photonen)	$\times 1.00$

Tabelle 3.1: Skalierung der in der Rekonstruktion abgeschätzten Meßfehler.

Meßgröße	Korrektur
α (positive Spuren)	$\times 1.0032$
α (negative Spuren)	$\times 1.0100$
$\tan\lambda$ (positive Spuren)	$-\ 0.0032$
$\tan\lambda$ (negative Spuren)	$-\ 0.0032$
E (Photonen)	$\times 0.994$

Tabelle 3.2: Korrektur von Fitparametern zur Zentrierung der Pulls.

Meßgröße	b	c
α (positive Spuren)	0.006 ± 0.004	1.000 ± 0.006
α (negative Spuren)	0.001 ± 0.004	1.003 ± 0.006
$\tan\lambda$ (positive Spuren)	-0.002 ± 0.004	0.983 ± 0.006
$\tan\lambda$ (negative Spuren)	0.014 ± 0.004	0.974 ± 0.006
ψ (positive Spuren)	0.0044 ± 0.004	0.988 ± 0.006
ψ (negative Spuren)	-0.010 ± 0.004	0.985 ± 0.005
θ (Photonen)	-0.035 ± 0.004	0.980 ± 0.006
ϕ (Photonen)	-0.013 ± 0.003	0.988 ± 0.004
$\sqrt{E}$ (Photonen)	0.007 ± 0.003	0.988 ± 0.004

Tabelle 3.3: extrapolierte Mittelwerte und Breiten der Pullverteilungen

Nach diesen Korrekturen findet der kinematische Fit unter den $175.0 \cdot 10^3$ vorselektierten Ereignissen genau 35448, die die Hypothese $K^+K^-\pi^0$ mit einem Konvidenzniveau von > 0.001 erfüllen (Bedingung e). Im Histogramm 3.3 ist die Konfidenzniveauverteilung dargestellt. Etwa 23% aller Ereignisse haben ein Konfidenzniveau unter 0.1 und werden verworfen (f). Damit bleiben 27216 Ereignisse übrig. Den stärksten Beitrag zum Untergrund erwarten wir von $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignissen, da diese kinematisch und topologisch dem $K^+K^-\pi^0$-Endzustand ähnlichsten sind und ihr Verzweigungsverhältnis eine Größenordnung über dem von $K^+K^-\pi^0$ liegt (siehe Abschnitt 3.6). Diese können wir unterdrücken, indem wir diesen Endzustand als zweite Hypothese anbieten. Wir finden nur 21 Ereignisse, die mit mehr als 1% Wahrscheinlichkeit $\pi^+\pi^-\pi^0$ sein könnten. Sie werden von der Analyse ausgeschlossen (g). Schließlich verlangen wir, daß die rekonstruierte Gesamtenergie E_{tot} und der rekonstruierte Gesamtimpuls p_{tot} innerhalb der Grenzen

$$|E_{tot} - 1872\,\text{MeV}\,| < 115\,\text{MeV} \tag{3.7}$$

$$p_{tot} < 115\,\text{MeV}/c \tag{3.8}$$

bleiben (h). Dies trifft nicht zu für 37 Ereignisse (Abbildung 3.4). Die Selektionskriterien (a)-(h) und die damit verbundene Datenreduktion sind in Tabelle 3.4 zusammengefaßt.

	Bedingung	2-Spur-Trigger
	Ereignisse auf Band	13455447
(a)	2 goldene Spuren	10146629
(b)	2 Goldene PED's	1759725
(c)	$p_{tot} \cdot c < 2450\,\text{MeV} - 1.2 \cdot E_{tot}$	185766
(d)	keine PED's in Randkristallen	175008
(e)	CL> 0.001 ($K^+K^-\pi^0$-Hypothese)	35448
(f)	CL> 0.1 ($K^+K^-\pi^0$-Hypothese)	27216
(g)	CL< 0.01 ($\pi^+\pi^-\pi^0$ -Hypothese)	27195
(h)	$\|E_{tot} - 1872\,\text{MeV}\,\| < 115\,\text{MeV}$, $p_{tot} < 115\,\text{MeV}/c$	27158

Tabelle 3.4: Selektion des Kanals $K^+K^-\pi^0$

3.3 Der $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot

Aus den im 5C-Fit bestimmten Viererimpulsen lassen sich analog Gleichung 3.2 die invarianten Dimeson-Massen berechnen. Die entsprechenden Spektren (Abbildung 3.5a-c) sind jedoch nur Projektionen eines mehrdimensionalen Parameterraumes.

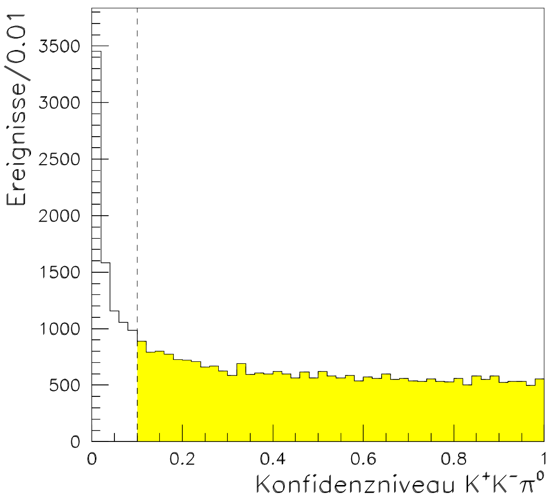

Abbildung 3.3: Konfidenzniveau für die 5C-Anpassung an die Hypothese $K^+K^-\pi^0$. Nach Bedingung (f) akzepierte Ereignisse sind grau schattiert.

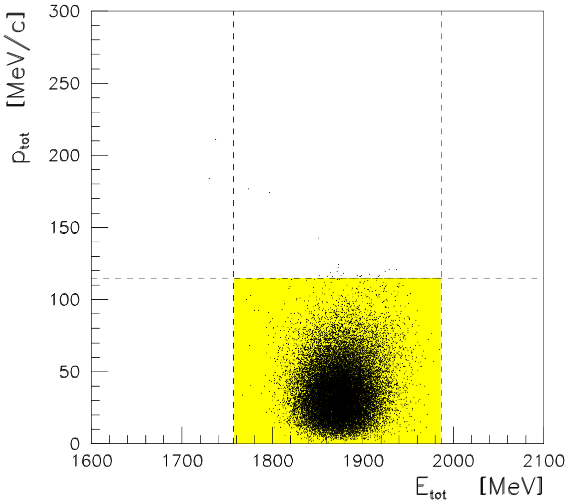

Abbildung 3.4: Gemessene E_{tot} vs p_{tot} aus der Rekonstruktion für Ereignisse, die mit 10% Wahrscheinlichkeit oder mehr die Hypothese $K^+K^-\pi^0$ erfüllen. Die Bedingung (h) ist grau schattiert.

Zur vollständigen Darstellung der dynamischen Verhältnisse eines 3-Körperzerfalls bietet sich der *Dalitzplot* an, bei dem die Quadrate der invarianten Massen zum Beispiel der Teilchen 1 und 3 (m_{13}^2) sowie der Teilchen 2 und 3 (m_{23}^2) gegeneinander aufgetragen sind[1]. Jedes Ereignis ist in dieser zweidimensionalen Darstellung kinematisch eindeutig festgelegt, denn die zwölf Freiheitsgrade, die den Viererimpulsen der drei Teilchen im Endzustand entsprechen, lassen sich auf zwei reduzieren:

- der Viererimpuls des Anfangszustandes ist bekannt (4 Parameter)
- die Massen der drei Endzustandsteilchen sind bekannt (3 Parameter)
- das System kann beliebig im Raum orientiert sein (3 Parameter)

Somit verbleiben zwei Freiheitsgrade, die sich in Abhängigkeit von zwei Variablen darstellen lassen.

Die Dichteverteilung im Dalitzplot ist direkt proportional zur Häufigkeitsverteilung der möglichen kinematischen Konfigurationen. Sind alle kinematischen Konfigurationen gleich wahrscheinlich (Phasenraumverteilung), so ist die Ereignisdichte im Dalitzplot konstant. Resonante Zwischenzustände erkennt man am Auftreten von Bändern im Dalitzplot. Eine Resonanz der Masse M zwischen Teilchen 1 und 3 erscheint als Streifen parallel zur Achse m_{23}^2 an der Stelle $m_{13}^2 = M^2$. Eine Resonanz zwischen Teilchen 1 und 2 erscheint als Band senkrecht zur Winkelhalbierenden. Entsprechend ihrem Verlauf im Dalitzplot wollen wir die auftretenden Resonanzen in x- (senkrechte Bänder), y- (waagrechte Bänder) und z-Resonanzen (diagonale Bänder) einteilen.

Eine Besonderheit im Dalitzplot ist der lineare Zusammenhang zwischen der invarianten Masse eines Paares (m_i, m_j) und dessen Zerfallswinkel θ gegenüber seiner Flugrichtung relativ zum dritten Teilchen (s. Abb. 6.1 in Abschnitt 6.1). Aus der Dichteverteilung entlang eines Resonanzbandes kann man daher auf die Winkelverteilung und somit auf den Spin der Resonanz schließen.

[1] Eine sehr gute Einführung in die Dalitzplot-Darstellung findet man in [50], eine Zusammenfassung der wichtigsten Eigenschaften in [5].

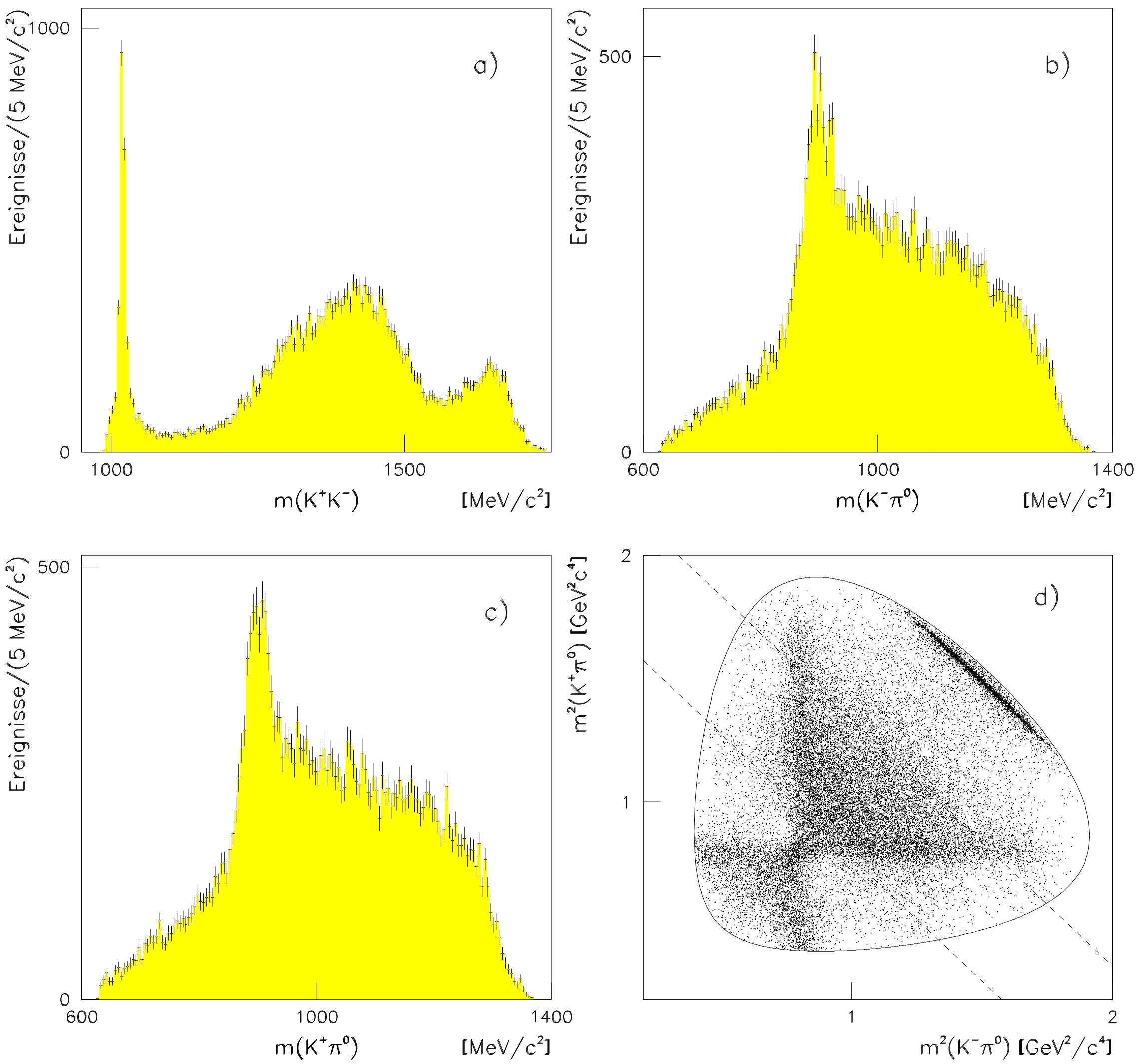

Abbildung 3.5: Anzahl der Ereignisse, a) als Funktion von $m_{K^+K^-}$ (invariante K^+K^--Masse), b) als Funktion von $m_{K^-\pi^0}$, c) als Funktion von $m_{K^+\pi^0}$. Unten rechts (d) ist der ungebinnte $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot mit 27158 Ereignissen dargestellt. Die gestrichelte Linien entsprechen $m^2_{K^+K^-} = (1.3\,\mathrm{GeV}/c^2)^2$ und $(1.5\,\mathrm{GeV}/c^2)^2$

Abbildung 3.5d zeigt den Dalitzplot der 27158 selektierten $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse. Dabei ist Teilchen 1 das K^-, Teilchen 2 das K^+ und Teilchen 3 das π^0. Wir sehen, daß dieser Dalitzplot sehr stark strukturiert ist. Auf den ersten Blick fallen die beiden sich kreuzenden x/y-Bänder bei etwa $m^2_{K\pi} = 0.8\ \mathrm{GeV}^2/c^4$ auf. Sie sind den Vektormesonen $K^{\star\pm}(892)$ aus der Reaktion $\overline{p}p \to K^{\star\pm}K^{\mp}$, $K^{\star\pm} \to K^{\pm}\pi^0$ zuzuschreiben.

Den oberen rechten Rand dominiert ein schmales Band, welches dem Vektormeson $\phi(1020)$ zuzuordnen ist. Es handelt sich um die Reaktion $\overline{p}p \to \phi(1020)\pi^0$, $\phi(1020) \to K^+K^-$, deren Verzweigungsverhältnis trotz OZI-Unterdrückung überraschend groß ist [28].

Weniger deutlich sind Diagonalstrukturen bei $(1.3\,\mathrm{GeV}/c^2)^2$ und bei $(1.5\,\mathrm{GeV}/c^2)^2$ zu erkennen (gestrichelte Linien). Die erste wird durch die Tensormesonen $\mathrm{f}_2(1270)$ und $\mathrm{a}_2(1320)$ erzeugt. In der Region um 1.5 GeV/c^2 erwarten wir zwei Skalare und eine Tensorresonanz, die in K^+K^- zerfallen, nämlich $f_0(1500)$, $a_0(1450)$ und $f_2'(1525)$. Diese interferieren mit den $K^\star$-Bändern und erzeugen möglicherweise auch die hohe Intensität in der Mitte des Plots. Ohne eine sorgfältige Partialwellen lassen sich jedoch keine präzisen Aussagen über die Existenz und die Stärke dieser Resonanzen machen.

In Abbildung 3.5d ist der ungebinnte Dalitzplot gezeigt. Alle Ereignisse sind genau an der Stelle eingetragen, wo sie aufgrund ihrer vom 5C-Fit gefundenen Konfiguration zu liegen kommen. Zur weiteren Analyse ist es von Vorteil, den Dalitzplot zu rastern, also ein Gitter zu definieren und die Ereignisse in jeder Zelle (i, j) des Gitters (*Bin*) zu zählen. Die Gitterkonstante wird bestimmt durch die experimentelle Auflösung, die vorhandene Statistik und die Breite der beobachteten Strukturen. Wir werden den dargestellten Dalitzplot in 50×50 quadratische Bins mit der Größe $(0.036 \times 0.036)(\text{GeV}^2/c^4)^2$ einteilen. Der Phasenraum des $K^+K^-\pi^0$-Endzustands ist dadurch mit 1431 Zellen gleicher Kantenlänge abgedeckt.

3.4 Akzeptanzkorrektur durch Monte-Carlo-Simulation

Um die Nachweiswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom Phasenraumm zu ermitteln, wurden 2.75 Millionen $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse mit dem in Abschnitt 2.6 beschriebenen Programm generiert. Würde man alle diese Ereignisse in den Dalitzplot eintragen, so wäre die Ereignisdichte über den gesamten kinematisch erlaubten Bereich konstant. Läßt man sie dagegen die Analysekette durchlaufen und trägt nur die Ereignisse in den Dalitzplot ein, die die Bedingungen (a)-(h) der Selektion erfüllen, so erhält man eine Intensitätsverteilung, die proportional zur Nachweiswahrscheinlichkeit ist.

Auch die Monte-Carlo-Daten verlangen eine Skalierung der Fehler sowie eine kleine Korrektur der Parameter α, $\tan\lambda$ und $\sqrt{E_\gamma}$, um die erwarteten Pulls bei der kinematischen Anpassung zu erhalten (Tabellen 3.5 und 3.6). Die Konfidenzniveauverteilung nach den Korrekturen ist oberhalb 0.2 flach (Abbildung 3.6). Darunter steigt sie genau wie in den echten Daten an. Im simulierten Datensatz gibt es keinen Untergrund von anderen Kanälen, es können also nur Rekonstruktionsfehler wie z.B links-rechts-Verwechslung der Hitposition oder Versagen der Mustererkennung einen solchen Anstieg verursachen.

Meßgröße	Skalierung
σ_α (positive Spuren)	$\times 0.86$
σ_α (negative Spuren)	$\times 0.88$
$\sigma_{\tan\lambda}$ (positive Spuren)	$\times 0.90$
$\sigma_{\tan\lambda}$ (negative Spuren)	$\times 0.92$
σ_ψ (positive Spuren)	$\times 0.84$
σ_ψ (negative Spuren)	$\times 0.80$
σ_θ (Photonen)	$\times 1.00$
σ_ϕ (Photonen)	$\times 0.80$
$\sigma_{\sqrt{E}}$ (Photonen)	$\times 1.00$

Tabelle 3.5: Skalierung der in der Rekonstruktion abgeschätzten Meßfehler von Monte-Carlo(MC)-Ereignissen.

Meßgröße	Korrektur
α (positive Spuren)	$\times 1.0060$
α (negative Spuren)	$\times 1.0060$
$\tan\lambda$ (positive Spuren)	$-\ 0.0010$
$\tan\lambda$ (negative Spuren)	$-\ 0.0010$
E (Photonen)	$\times 0.992$

Tabelle 3.6: Korrektur von Fitparametern zur Zentrierung der Pulls (MC-Ereignisse).

Die Reduktion der Ereignisse durch die Selektion nach den Kriterien (a)-(h) zeigt Tabelle 3.7. Von den $N_{gener} = 2.750 \cdot 10^6$ simulierten Ereignissen erfüllen $N_{acc} = 274.5 \cdot 10^3$ alle Bedingungen.

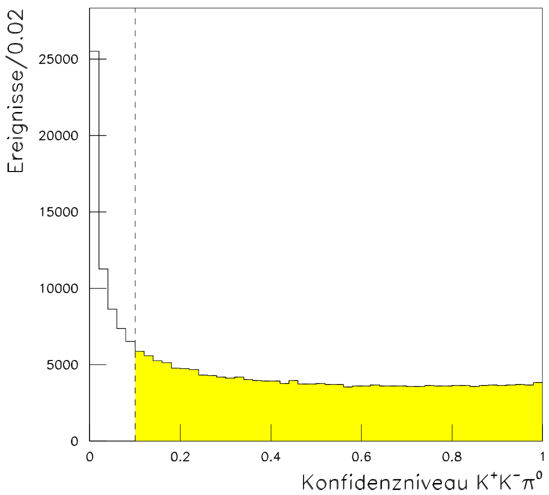

Abbildung 3.6: Konfidenzniveau für die 5C-Anpassung an die Hypothese $K^+K^-\pi^0$ (MC-Ereignisse). Die Bedingung (f) ist grau schattiert.

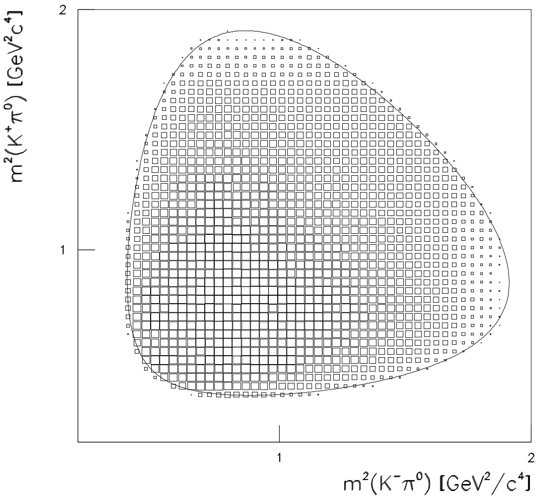

Abbildung 3.7: Rekonstruierte Monte-Carlo-Ereignisse im gebinnten Dalitzplot. Die Verteilung der generierten Ereignisse war flach (s. Text).

	Bedingung	akzeptierte Ereignisse
	Ereignisse generiert	2750000
(a)	2 goldene Spuren	954131
(b)	2 goldene PED's	522307
(c)	$p_{tot} < 2450\,\mathrm{MeV} - 1.2 \cdot E_{tot}$	485927
(d)	keine PED's in Randkristallen	461819
(e)	$CL > 0.001$ ($K^+K^-\pi^0$-Hypothese)	364106
(f)	$CL > 0.1$ ($K^+K^-\pi^0$-Hypothese)	274629
(g)	$CL < 0.01$ ($\pi^+\pi^-\pi^0$ -Hypothese)	274618
(h)	$\lvert E_{tot} - 1872\,\mathrm{MeV}\ \rvert < 115\,\mathrm{MeV}$, $p_{tot} < 115\,\mathrm{MeV}/c$	274560

Tabelle 3.7: Anwendung der Selektionsbedingungen (a)-(h) auf die Simulation des Kanals $K^+K^-\pi^0$

Dies ergibt eine globale Akzeptanz von

$$\epsilon = \frac{N_{acc}}{N_{gener}} = 9.98 \pm 0.02_{stat}\% \tag{3.9}$$

Wir füllen die akzeptierten Ereignisse in einen gebinnten Dalitzplot (Abb. 3.7).

Für die Zelle (i,j) beträgt die Zahl der generierten Ereignisse $N_{ij,gen}$ und die Zahl der akzeptierten Ereignisse $N_{ij,acc}$. Die Nachweiswahrscheinlichkeit für diese Zelle beträgt dann

$$\epsilon_{ij} = \frac{N_{ij,acc}}{N_{ij,gen}}\ . \tag{3.10}$$

Die Akzeptanz variiert im zentralen Bereich um weniger als 10% und fällt zur $K\overline{K}$-Schwelle hin entlang der Symmetrieachse bis auf 50% ab. Der K^+K^--Öffnungswinkel ist dort $> 90^o$. Bei Kaonimpulsen unter $200\,\mathrm{MeV}/c$ ist die Akeptanz Null. Diese langsamen Kaonen werden noch in der Targetregion abgebremst und zerfallen, bevor sie in die JDC gelangen.

Man erhält den akzeptanzkorrigierten Dalitzplot, indem man für jede Zelle die Zahl der rekonstruierten Daten $N_{ij,reco}$ durch die Effizienz ϵ_{ij} dividiert, falls diese größer als $0.3 \cdot \epsilon$ ist.:

$$n_{ij} = \frac{N_{ij,reco}}{\epsilon_{ij}} \tag{3.11}$$

Anderenfalls wird das Bin (i,j) weggelassen. Der Fehler des akzeptanzkorrigierten Dalitzplots berechnet sich aus den statistischen Fehlern der Simulation und der echten Daten. Damit ergibt sich

$$\sigma_{ij} = \sqrt{\frac{N_{ij}}{\epsilon_{ij}^2} + \frac{N_{ij}^2}{\epsilon_{ij}^2 N_{ij,acc}}\left(\frac{1}{\epsilon_{ij}} - 1\right)} \, . \tag{3.12}$$

3.5 Experimentelle Auflösung

Mit den Monte-Carlo-Daten kann die experimentelle Auflösung getestet werden. Dazu tragen wir Ereignisse, die nach der Rekonstruktion in ausgewählten Bins liegen, in einen ungebinnten Dalitzplot an der Stelle ein, an der sie gemäß der Simulation liegen sollten (Abbildung 3.8). Wir sehen, daß die Streuung kleiner als die Bingröße ist.

Im Bereich der $\phi(1020)$-Resonanz läßt sich die experimentelle Auflösung durch Anpassung einer Voigt-Funktion $\mathrm{V}(m)$ bestimmen. Wir erhalten sie durch die Faltung einer Breit-Wigner-Funktion (BW) mit einer Standard-Gaussfunktion,

$$\mathrm{V}(m) = \frac{b}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{m-100\ \mathrm{MeV}}^{m+100\ \mathrm{MeV}} \mathrm{BW}(m-x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \mathrm{d}x \, , \tag{3.13}$$

$$\mathrm{BW}(m') = \left(\frac{m_\phi \Gamma_\phi / \rho(m_\phi)}{m_\phi^2 - m'^2 - i m_\phi \Gamma_\phi \rho(m')/\rho(m_\phi)} \right)^2 \tag{3.14}$$

aus der Anpassung von σ an das K^+K^--Massenspektrum der echten Daten. Hierbei sind m_ϕ, Γ_ϕ Masse und Breite des $\phi(1020)$, $\rho(m_\phi)$ und $\rho(m')$ die Phasenraumfaktoren des K^+K^--Systems bei einer invarianten Masse von m_ϕ bzw. m' und b der Faktor zur Normierung auf die beobachtete Anzahl von Ereignissen . Der Untergrund von $\mathrm{a}_0(980)$ und $\mathrm{f}_0(980)$ wurde dabei mit der Summe von zwei Gaussfunktionen und einem Polynom 2.Grades in $m_{K^+K^-}$ parametrisiert (Abbildung 3.9). Wir finden

$$\sigma_{m_{K^+K^-}}(m = 1020\,\mathrm{MeV}) = (2.2 \pm 0.2)\,\mathrm{MeV} \, .$$

$\mathrm{V}(m)$ kann näherungsweise durch eine einfache Breit-Wigner-Funktion der Breite $6.1 \pm 0.1\,\mathrm{MeV}$ ersetzt werden.

3.6 Untergrund in $K^+K^-\pi^0$

Zur Abschätzung des Untergrunds in den selektierten $K^+K^-\pi^0$-Daten betrachten wir Reaktionen mit verwechselbarer Topologie:

a)	$\overline{p}p \to K_L K^\pm \pi^\mp \pi^0$	2 Spuren, 2 PED's	BR= $(4.69 \pm 0.55) \cdot 10^{-3}$ [27]
b)	$\overline{p}p \to K_L K_S \pi^0$, $K_S \to \pi^+\pi^-$	2 Spuren, 2 PED's	BR= $(0.68 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ [51]
c)	$\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^0$	2 Spuren, 2 PED's	BR= $(6.6 \pm 0.8) \cdot 10^{-2}$ [55]
d)	$\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\omega$, $\omega \to \pi^0\gamma$	2 Spuren, 3 PED's	BR= $(6.6 \pm 0.6) \cdot 10^{-2}$ [56]

Die Verzweigungsverhältnisse der Reaktionen a), b) liegen vorraussichtlich in der gleichen Größenordnung, wie das von $\overline{p}p \to K^+K^-\pi^0$. Sie müssen noch mit der Nicht-Wechselwirkungswahrscheinlichkeit der K_L im Kalorimeter $\overline{P}_{int} = (0.58 \pm 0.8)$ skaliert werden [44]. Der Endzustand

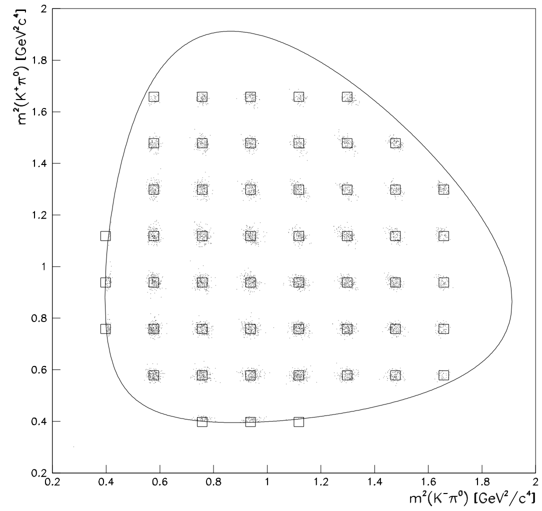

Abbildung 3.8: Demonstration der Auflösung anhand der Monte-Carlo-Daten. Die Punkte zeigen den Ort von generierten Ereignissen, die nach Rekonstruktion und kinematische Anpassung innerhalb der vorgegebenen Quadrate gefunden wurden.

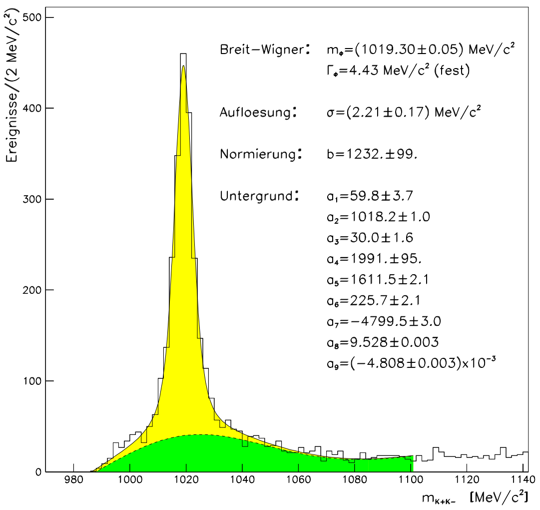

Abbildung 3.9: Auflösung im Bereich von $\phi(1020)$. Zur Bestimmung von σ wurde eine Breit-Wigner-Funktion mit einer Gaussfunktion gefaltet (hellgrau). Der Untergrund (dunkelgrau) ist parametrisiert mit zwei Gaussfunktionen $(a_1, .., a_6)$ und einem Polynom 2.Grades (a_7, a_8, a_9).

$K_L K^\pm \pi^\mp \pi^0$ liegt kinematisch weit genug entfernt von $K^+K^-\pi^0$, da durch das fehlende K_L der gemessene Gesamtimpuls deutlich gößer als Null ist, und die Gesamtenergie kleiner ist, als die von den vollständig gemessenen $K^+K^-\pi^0$-Ereignissen (Abb. 3.1c). Die Wahrscheinlichkeit einer Verwechslung ist daher vernachlässigbar. Dies gilt auch für $K_L K_S \pi^0$, obwohl für den Fall, daß der Impuls des fehlenden $K_L < 115\,\mathrm{MeV}/c$ ist, eine Verwechslung mit $K^+K^-\pi^0$ möglich wäre. Abbildung 3.10 zeigt, daß dies nur für sehr wenige $K_L K_S \pi^0$-Ereignise der Fall ist. Die Abwesenheit von K_S-Ereignissen im $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot wird durch Abbildung 3.11 bestätigt. Hier wurde die invariante Masse der beiden goldenen Spuren unter der Hypothese berechnet, daß es sich um zwei Pionen handelt. Alle Ereignisse, deren rekonstruierter Vertex außerhalb des Targets liegt, wurden hier eingetragen. Wir sehen in dieser Darstellung echte $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse, bei denen die Spuren nahezu parallel oder antiparallel verlaufen, jedoch kein K_S-Signal.

Die Endzustände c) und d) haben ein Verzweigungsverhältnis, das etwa eine Größenordnung über dem von $K^+K^-\pi^0$ liegt. Für beide Kanäle erfüllte von jeweils 300000 simulierten Ereignissen nur je ein einziges Ereignis die Bedingungen (a)-(h) der $K^+K^-\pi^0$-Selektion. Damit ist der $K^+K^-\pi^0$-Datensatz untergrundfrei.

3.7 Verzweigungsverhältnis $\overline{p}p \to K^+K^-\pi^0$

Zur Berechnung des Verzweigungsverhältnisses der Reaktion $\overline{p}p \to K^+K^-\pi^0$ wurden die bereits erwähnten *minimum-bias*-Daten verwendet. Wir wenden wieder die Selektionskriterien (a)-(h) an und finden in $1.590 \cdot 10^6$ rekonstruierten $\overline{p}p$-Annihilationen ohne spezielle Triggerbedingungen 387 $K^+K^-\pi^0$ Ereignisse. Bei einer globalen Rekonstruktionseffizienz von $9.98 \pm 0.02\%$ entspricht dies $N_{K^+K^-\pi^0} = 3878 \pm 197$ Ereignissen.

Dies gilt jedoch nur dann, wenn entweder die Akzeptanz oder die Ereignisdichte über den gesamten Dalitzplot näherungsweise konstant ist. Dies ist hier nicht der Fall. Daher muß die Dynamik des Endzustandes mit der phasenraumabhängigen Akzeptanz in jedem Dalitzplotbin

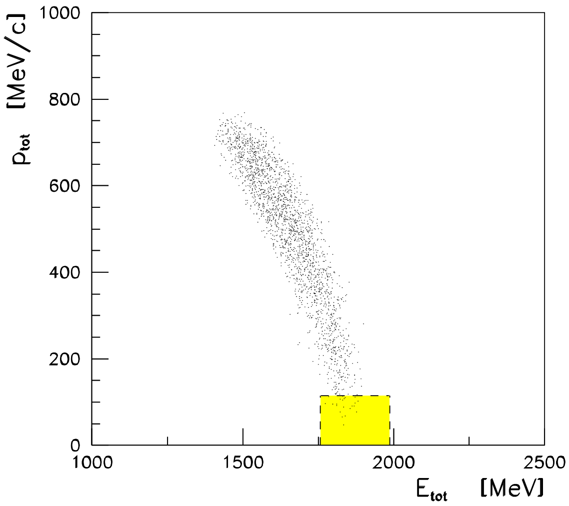

Abbildung 3.10: Gemessener Gesamtimpuls vs Gesamtenergie von $K_S\pi^0$-Ereignissen ($K_S{\to}\pi^+\pi^-$) mit fehlendem K_L. Zur Energieberechnung wurden die beiden Pionen mit der Kaonmasse versehen. Nur Ereignisse im grau unterlegten Fenster (Bedingung h) können mit $K^+K^-\pi^0$ verwechselt werden.

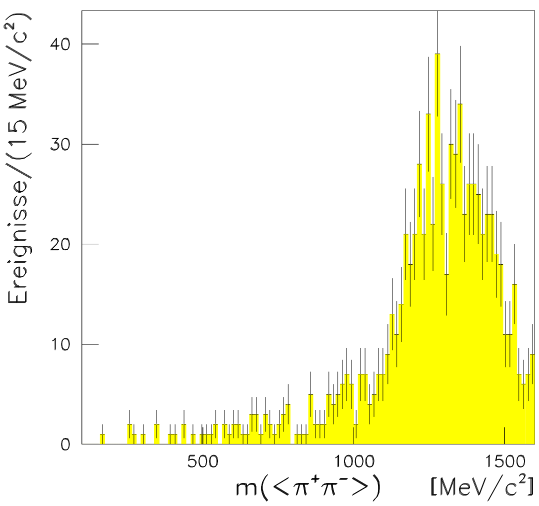

Abbildung 3.11: Invariante Masse der beiden Spuren selektierter $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse, deren Vertex außerhalb des Targets liegt (r > 1.0cm). Für beide Spuren wurde die Pion-Masse zur Berechnung der Energie eingesetzt.

multipliziert werden. Dazu müssen wir auf Ergebnisse aus den folgenden Kapiteln vorgreifen. Aus Fit B3 in Abschnitt 6.5.3 erhalten wir die Zahl der akzeptanzkorrigierten Ereignisse des vollständigen theoretischen Dalitzplots, $N_{theo} = 248945$. Die Zahl variiert zwischen verschiedenen Anpassungen um ±3000. Die Akzeptanzkorrekturen von Kapitel 5 sind in N_{theo} bereits mitberücksichtigt. Die Zahl der Ereignisse im experimentellen Dalitzplot ist $N_{exp} = 27158$. Das Verhältnis N_{theo}/N_{exp} ergibt die mittlere phasenraumgewichtete Akzeptanz:

$$\epsilon'_{MC} = \frac{N_{theo}}{N_{exp}} = (10.9 \pm 0.15)\%, \tag{3.15}$$

Damit erniedrigt sich die Zahl der $K^+K^-\pi^0$-Ereignissen im *minimum-bias*-Datensatz:

$$N'_{K^+K^-\pi^0} = \frac{387}{\epsilon'_{MC}} = 3550 \pm 187. \tag{3.16}$$

$5.7 \pm 1.1\%$ aller Annihilationen finden bereits im Fluge statt [54]. Diese Ereignisse werden durch die kinematische Anpassung verworfen, und müssen daher von der Zahl der rekonstruierten *minimum-bias*-Ereignisse abgezogen werden.

Aus der z-Vertexverteilung der Daten ergibt sich, daß die Zahl der Annihilationen außerhalb des Wasserstofftargets unter 1% und damit vernachlässigbar ist (Abbbildung 3.12).

Die Zahl der $\overline{p}p$-Annihilationen in Ruhe in LH_2 $N_{\overline{p}p}$ reduziert sich damit auf $(1500 \pm 33) \cdot 10^3$. Das Verzweigungsverhältnis beträgt dann

$$\mathrm{BR}(\overline{p}p{\to}K^+K^-\pi^0) = \frac{N'_{K^+K^-\pi^0}}{N_{\overline{p}p}} = (2.37 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}. \tag{3.17}$$

In den Fehler dieser Messung gehen ein die statistische Unsicherheit der Zahl nachgewieser Ereignisse, die Schwankung von N_{theo} in den verschiedenen Fits, sowie der Fehler von ϵ'_{MC} und von der Zahl der Annihilationen im Fluge. Zusätzlich sind im Fehler das Defizit von geladenen Sekundärspuren in der Monte-Carlo-Simulation (±2%, s. Abschnitt 5.5) und die Annihilationen außerhalb des Targets (±1%) berücksichtigt.

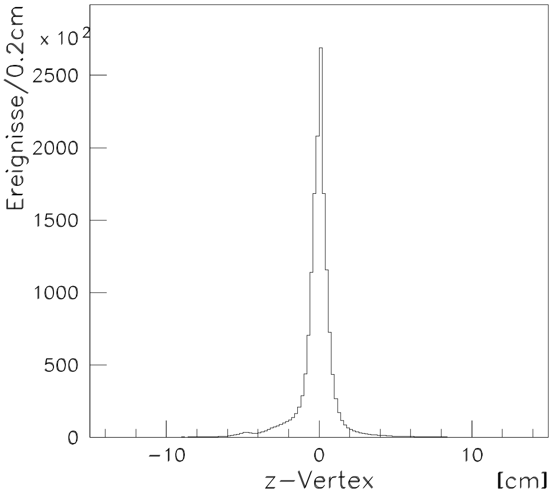

Abbildung 3.12: Vertexverteilung entlang der Strahlachse für alle *minimum-bias*-Ereignisse. Das Wasserstofftarget befindet sich zwischen -2cm und +2cm. Etwa 94% aller Annihilationen finden in Ruhe statt, 5.7% der Antiprotonen annihilieren bereits im Fluge [54], daher ist die Vertexverteilung asymmetrisch. Die Breite der Verteilung ist durch die endliche z-Auflösung bedingt.

Kapitel 4

Der Endzustand $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$

Der Kanal $\overline{p}p \rightarrow K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$ ist wieder charakterisiert durch zwei Spuren in der PWC und der JDC mit entgegengesetzter Krümmung. Im Kalorimeter können wir zwei Cluster den Spuren zuordnen, die von den beiden geladenen Mesonen erzeugt wurden. $(42\pm8)\%$ aller K_L's werden vom Kalorimeter nicht nachgewiesen [51]. Anderenfalls zerfällt das K_L nach Regeneration in $\pi^+\pi^-$, oder es unterliegt es einer hadronischen Wechselwirkung mit den Kernen der CsJ-Kristalle, und es entstehen ein oder mehrere PED's im Kalorimeter [52]. Wir beschränken uns bei der Selektion von $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$ auf Ereignisse mit nicht wechselwirkenden K_L, da sonst der Dalitzplot vom Untergrund (z.B. von $\pi^+\pi^-\pi^0$ mit einem nicht nachgewiesenen Photon) zu stark dominiert ist.

Die Grundlage der Selektion bilden dieselben Datensätze wie in $K^+K^-\pi^0$ jedoch wurden hier nur 7.7 Millionen getriggerte 2-Spur-Ereignisse verwendet [53]. Die Datenselektion erfolgt analog der Selektion des $K^+K^-\pi^0$ Endzustands, zusätzlich müssen die geladenen Pionen und Kaonen identifiziert werden, bevor eine Anpassung der gemessenen Impulse an eine Randbedingung (1C-Fit) durchgeführt werden kann.

4.1 Vorselektion

An die 7.7 Millionen Annihilationen wurden folgende Bedingungen gestellt:

(a) Genau zwei goldene Spuren mit entgegengesetzter Krümmung, keine weiteren Spuren in der JDC.

(b) Kein goldenenes PED im Kalorimeter.

(c) Keine π^0 oder η unter den verbleibenden nicht-goldenen PED's.

(d) Fehlende Masse zwischen 350 MeV und 650 MeV für eine der beiden Hypothesen $K^+\pi^-$ bzw $K^-\pi^+$.

(e) Gesamtenergie der beiden Teilchen nicht höher als 1400 MeV.

(f) Kosinus des Öffnungswinkels zwischen den beiden geladenen Spuren außerhalb des Intervalls [0.1,0.7] wenn der Schnittpunkt der Teilchenspuren außerhalb des Targets liegt.

Unter $156.2\cdot10^3$ Ereignissen mit 2 goldenen Spuren und ohne goldene PED's (Bedingungen a und b) können noch 15% Annihilationen mit einem π^0 gefunden werden. Dies zeigt die Abbildung 4.1. Photonen aus π^0-Zerfällen wurden fälschlicherweise als Split-Off's identifiziert, da sie sich in der Nähe eines der geladenen Cluster befanden. Die Bedingung (c) verwirft $23.4\cdot10^3$ solche Ereignisse.

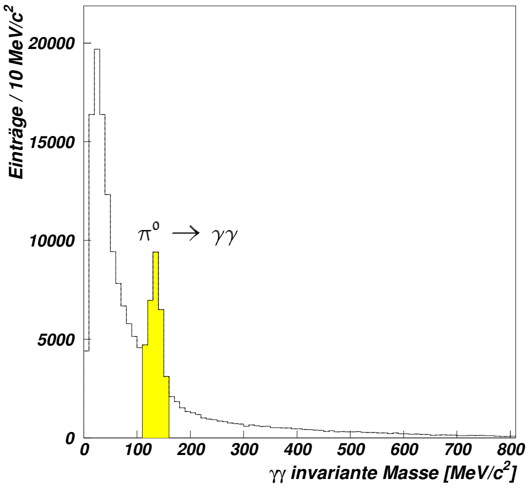

Abbildung 4.1: Invariante $\gamma\gamma$-Masse aller den goldenen Spuren eines Ereignisses zugeordneten PED's.

In Abbildung 4.2 ist für die verbleibenden $132.8 \cdot 10^3$ Ereignisse die Gesamtenergie $E_{tot} = \sum_i(\sqrt{m_i - p_i})$ gegen den Gesamtimpuls $p_{tot} = \sum_i p_i$ $(i = 1, 2)$ aufgetragen. Beide geladenen Teilchen wurden dabei als Pionen angesehen ($m_i = 139.57\,\mathrm{MeV}/c^2$). Folgende Endzustände der $\overline{p}p$ - Annihilation in Ruhe können in dieser Darstellung unterschieden werden:

A: Vollständig gemessene $\pi^+\pi^-$-Ereignisse liegen bei einer Energie von $E_{tot} = 1876.5\,\mathrm{MeV} = 2 \cdot m_p c^2$ und einem Gesamtimpuls $p_{tot} = 0.0\,\mathrm{MeV}/c$. Da zur Energieberechnung angenommen wurde, daß alle geladenen Teilchen Pionen sind, ergibt sich für K^+K^--Ereignisse eine erwartete Gesamtenergie von 1620 MeV. Die entsprechenden Anhäufungen sind in Region A deutlich sichtbar.

B: $K_L K^\pm \pi^\mp$-Ereignisse zeigen sich als markantes Band (Region B), das sich über den gesamten erlaubten Impulsbereich des K_L(0-747 MeV/c) erstreckt. Die Anhäufung bei einem Gesamtimpuls von 615 MeV/c wird von Ereignissen $\overline{p}p \rightarrow K^\star K_L$, $K^\star \rightarrow K^\pm\pi^\mp$ verursacht.

C: Hier liegen Ereignisse vom Typ $\overline{p}p \rightarrow K_S K_L$, $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$, bei denen das K_L ebenfalls nicht in den Kristallen wechselwirkt. Für diese Ereignisse ist $E_{tot} = 938\,\mathrm{MeV}$ und $p_{tot} = 798\,\mathrm{MeV}/c$.

D: Klar getrennt von allen anderen Ereignissen finden sich in diesem Bereich $\pi^+\pi^- K_L K_L$-Ereignisse, wenn beide K_L nicht im Detektor wechselwirken. Die Begrenzungslinie von Region D entspricht einer fehlenden Masse von genau zwei K_L.

E: In Region E liegen Ereignisse vom Typ $\pi^+\pi^-\pi^0$, bei denen beide γ's aus dem π^0 Zerfall verlorengingen oder nicht gesehen wurden. Sie liegen entlang einer Linie, die der fehlenden Masse eines π^0 entspricht (gestrichelte Linie in Region E). Die Zahl dieser Ereignisse konnte durch die Bedingung (c) bereits stark eingeschränkt werden.

Kinematisch in der Nähe der $K_L K^\pm \pi^\mp$-Ereignisse befinden sich die Endzustände $\pi^+\pi^-\pi^0$ (Region E), K^+K^- (linker Teil von Region A) und $K_S K_L$, wobei K_S nach $\pi^+\pi^-$zerfällt (Region C). Somit ist zu erwarten, daß diese Kanäle den größten Teil des Untergrunds im Kanal $\overline{p}p \rightarrow K_L K^\pm \pi^\mp$ ausmachen.

Die Bedingung (d) trennt die $K_L K^\pm \pi^\mp$-Ereignisse von den reinen Zweiteilchenannihilationen (K^+K^-, $\pi^+\pi^-$) und den Annihilationen mit zwei nicht nachgewiesenen K_L. Das Quadrat der fehlenden Masse m^2_{miss} berechnet sich aus den Viererimpulsen $(E_i, \vec{p_i})$ der beiden geladenen

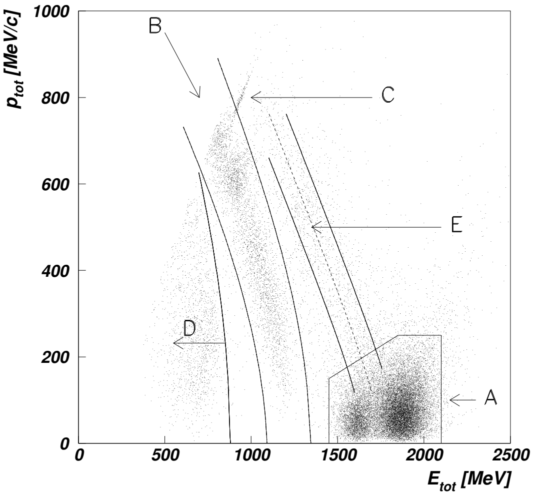

Abbildung 4.2: Gesamtimpuls vs Gesamtenergie der Ereignisse, die die Bedingungen (a)-(c) erfüllen (s. Text). Zur Berechnung von E_{tot} wurden alle geladenen Teilchen als Pionen betrachtet. Die Regionen A-E sind folgenden Endzuständen zuzuordenen: A: $\pi^+\pi^-$ und K^+K^-; B: $K_LK^\pm\pi^\mp$; C: K_LK_S; D: $\pi^+\pi^-K_LK_L$; E: $\pi^+\pi^-\pi^0$ mit verlorengegangenem π^0.

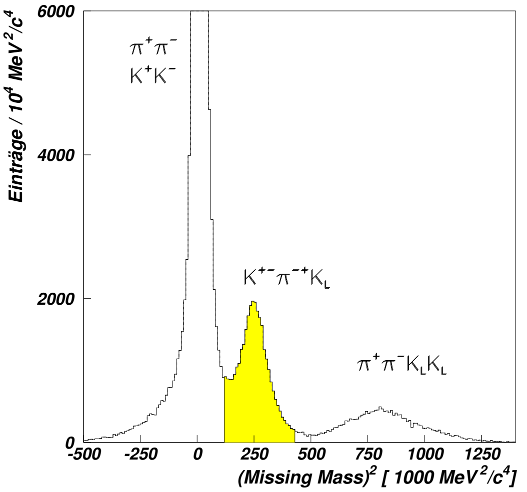

Abbildung 4.3: Verteilung von m^2_{miss} für die beiden Hypothesen $K^+\pi^-$ und $K^-\pi^+$(zwei Einträge pro Ereignis). Schraffiert dargestellt ist die Region der $K_LK^\pm\pi^\mp$-Ereignisse.

Teilchen $i = 1$ und 2:

$$m^2_{miss} = \left(2 \cdot m_p - \frac{1}{c^2}\sum_{i=1}^{2} E_i\right)^2 - \left(\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{2} \vec{p}_i\right)^2. \tag{4.1}$$

In Histogramm 4.3 sind die Quadrate der fehlenden Massen für die 132.8 k Ereignisse aufgetragen, die die Bedingungen (a)-(c) erfüllten. Dabei wurde E_i unter der Hypothese berechnet, daß eines der beiden geladenen Teilchen die Masse $m_K = 493.677\,\mathrm{MeV}/c^2$ hat. Jedes Ereignis wurde also zweimal eingetragen. Der Bereich, in dem die Bedingung (d) erfüllt ist, ist grau schattiert. Für 5526 Ereignisse fällt genau eine Hypothese ins Massenfenster, bei 11998 Ereignissen erfüllen beide Hypothesen die Bedingung (d).

Von diesen 17524 Ereignissen werden 259 verworfen, da sie die Bedingung (e) nicht erfüllen und damit möglicherweise schlecht gemessene K^+K^--Zweikörperendzustände sind.

Um schließlich auch den Untergrund von dem Zweikörperendzustand K_LK_S zu reduzieren, verlangen wir, daß die beiden Spuren nicht von einem Sekundärvertex des K_S-Zerfalls außerhalb des Targets kommen ($r_{xy} < 1.2cm$). Da der Vertex von Spuren, die nahezu parallel oder antiparallel verlaufen, schlecht bestimmbar ist, wenden wir die Vertex-Bedingung (f) nur an, wenn der Kosinus des Öffnungswinkels zwischen den Spuren im Intervall [0.1,0.7] liegt. Dies schließt immer noch alle K_LK_S-Ereignisse aus, da der Kosinus des Öffnungswinkels der beiden Pionen aus dem K_S-Zerfall immer zwischen 0.3 und 0.6 liegt.

Damit verbleiben genau 17208 Ereignisse, die nun nach $K_LK^+\pi^-$ und $K_LK^-\pi^+$ sortiert und von Ereignissen vom Typ K^+K^-X oder $\pi^+\pi^-X$ getrennt werden müssen.

4.2 Identifikation von Pionen und Kaonen

Der Energieverlust pro Wegstrecke $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ ermöglicht es, mit der JDC geladene Pionen und Kaonen bis zu einem Teilchenimpuls von ca. 500 MeV/c zu trennen. Ein geladenes Teilchen verliert beim Durchqueren von Materie Energie durch elastische Stöße mit den Elektronen des Materials. Die Atome des Materials werden dabei entweder ionisiert oder in einen angeregten Zustand versetzt. Der differentielle Energieverlust geladener Teilchen (mit Ausnahme von Elektronen) in Materie wird durch die Bethe-Bloch-Formel [5] beschrieben:

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = K\rho\frac{Z}{A}\frac{z^2}{\beta^2}\left[\ln\frac{2m_e c^2\beta^2\gamma^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2}\right] . \tag{4.2}$$

Dabei ist $K = 4\pi N_a r_e^2 m_e c^2 = 0.307$ MeVcm^2/g, und

N_a	Avogadro Zahl,	r_e	klassischer Elektronenradius,
m_e	Elektronenmasse,	ρ	Dichte des Mediums (~ 2.0 kg/m^3),
Z	Atomzahl (~ 23),	A	Atomgewicht (~ 46 g/mol),
z	Ladung des Teilchens,	β	v/c, Geschwindigkeit des Teilchens,
I	mittlere Ionisationsenergie (~ 39 eV) und		
δ	Korrektur für Polarisationseffekte bei hohen Energien.		

In Klammern sind die entsprechenden Werte für die Jetdriftkammer angegeben [40]. Die JDC des Crystal-Barrel-Experiments ist mit einem Gemisch von Kohlendioxid und Isobutan gefüllt, daher müssen für die materialabhängigen Parameter gemittelte Werte verwendet werden. Der im Kanal $K_L K^\pm \pi^\mp$ auftretende Maximalimpuls beträgt 750 MeV/c, so daß die relativistische Korrektur $\delta/2$ vernachlässigt werden kann. Somit lautet die Bethe-Bloch Formel in vereinfachter Form:

$$-\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_{(theo)} = \frac{M}{\beta^2}\left[\ln\frac{N\cdot\beta^2}{1-\beta^2} - \beta^2\right] . \tag{4.3}$$

Mit den angegebenen JDC-spezifischen Werten ergibt sich für die beiden Parameter $M \approx 3.1 \cdot 10^{-4}$ und $N \approx 2.6 \cdot 10^4$. Eine absolute Eichung, auf die bereits in Abschnitt 2.4.1 hingewiesen wurde, wird mit Hilfe von minimal ionisierenden Pionen durchgeführt:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}(p_\pi = 700\ MeV/c) = 3.81\ keV/cm. \tag{4.4}$$

Für den i-ten Hit einer Spur wird die folgende Definition der Spurlänge Δx_i verwendet:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_a &= \sqrt{(x_{i+1}-x_i)^2 + (y_{i+1}-y_i)^2}\cdot\frac{1}{\cos\lambda} \\ \Delta x_b &= \sqrt{(x_i-x_{i-1})^2 + (y_i-y_{i-1})^2}\cdot\frac{1}{\cos\lambda} \end{aligned}\right\} \quad \Delta x_i = \frac{\Delta x_a + \Delta x_b}{2} \tag{4.5}$$

$x_i,\ y_i$	Koordinaten des i-ten Drahtes in der Ebene senkrecht zur Strahlachse
λ	Neigungswinkel der Spur senkrecht zur Strahlachse.

Für die Randdrähte der JDC wird nur die entsprechende Definition Δx_b von Gleichung (4.5) eingesetzt.

Die Werte $\Delta E_i/\Delta x_i$ weisen eine Streuung um den wahren Wert $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ auf, die näherungsweise einer Landauverteilung gleicht [41]. Für jede Spur werden die niedrigsten 10 % und die höchsten 30 % der $\Delta E_i/\Delta x_i$ - Werte verworfen und es wird nur über die verbleibenden $n_{truncated}$ Werte gemittelt:

$$\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right) = \frac{\sum\left(\frac{\mathrm{d}E_i}{\mathrm{d}x_i}\right)}{n_{truncated}} . \tag{4.6}$$

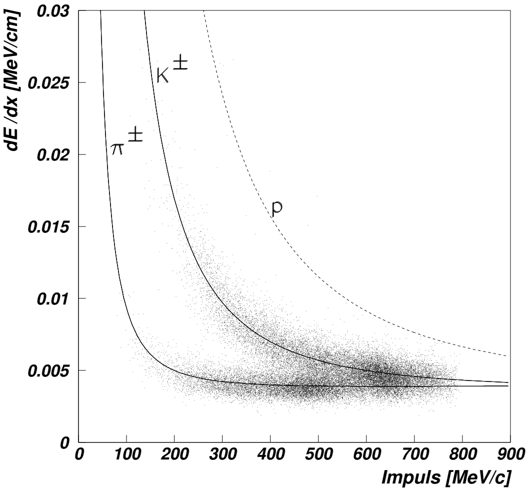

Abbildung 4.4: Differentieller Energieverlust dE/dx für alle 17208 Ereignisse nach den Selektionsschritten (a)-(f).

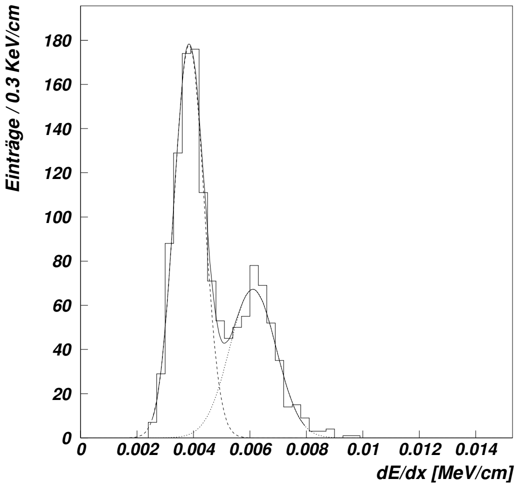

Abbildung 4.5: dE/dx Verteilung für Ereignisse mit einem Impuls zwischen 440 MeV/c und 460 MeV/c.

Die so berechneten dE/dx sind für Spuren einer Teilchenart mit gleichem Impuls annähernd gaussverteilt. Wir tragen nun den differentiellen Energieverlust gegen den Impuls für alle Teilchenspuren aus der Vorselektion auf (Abb. 4.4). In der graphischen Darstellung sehen wir zwei Bänder, die oberhalb 400 MeV/c langsam ineinander übergehen. Das untere Band ist den Pionen, das obere Band den Kaonen zuzuordnen. Das dE/dx-Spektrum von Spuren mit gleichen Impulsen kann nach der Mittelung (4.6) in jedem Impulsintervall durch zwei sich mehr oder weniger überlappende Gaussfunktionen angenähert werden (Abbildung 4.5).

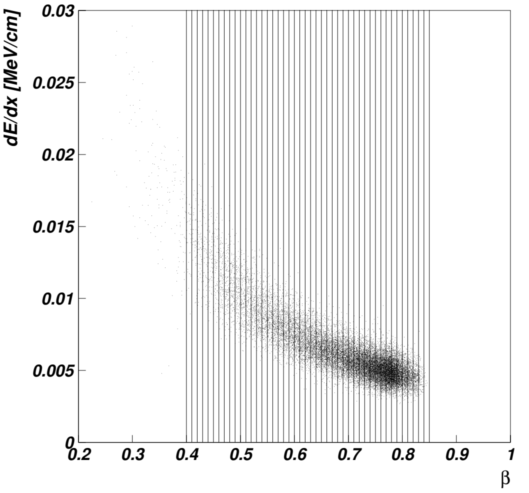

Abbildung 4.6: dE/dx vs β für Kaonen aus dem Datensatz $K^+K^-\pi^0$. Eingezeichnet sind die verwendeten β-Intervalle von 0.01 Breite.

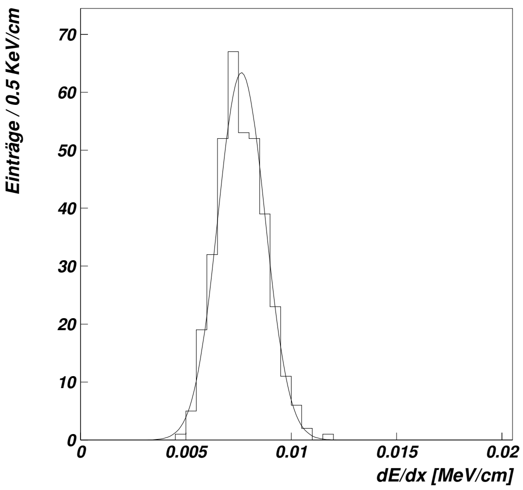

Abbildung 4.7: dE/dx - Verteilung für Kaonen im Endzustand $K^+K^-\pi^0$ mit $0.59 \leq \beta \leq 0.60$.

Wir wollen nun eine Methode entwickeln, mit der wir für jede Spur eine Wahrscheinlichkeit angeben können, ob es sich um ein Pion handelt (P_π) oder um ein Kaon (P_K). Dazu müssen wir die Breite und das Maximum der Gaussverteilungen für Pionen und Kaonen als Funktion des Impulses p kennen. Um diese zu bestimmen, greifen wir auf die in Abschnitt 3 selektierten $K^+K^-\pi^0$-Ereignisse zurück, sowie auf einen eigens für diesen Zweck präparierten $\pi^+\pi^-\pi^0$ - Datensatz mit etwa 20000 Ereignissen. Letzterer wurde mit den gleichen Bedingungen wie die $K^+K^-\pi^0$-Daten selektiert. Zur Bestimmung der Gesamtenergie wurde jedoch für beide Spuren die Pionmasse eingesetzt. Wegen des größeren Verzweigungsverhältnisses genügte etwa ein Zehntel der getriggerten 2-Spur-Ereignisse. Beide Datensätze zeichnen sich dadurch aus, daß sie vollkommen untergrundfrei sind.

Zunächst tragen wir für alle Pion- bzw. Kaon-Spuren den differentiellen Energieverlust in Abhängigkeit von ihrer Geschwindigkeit β auf (Abb. 4.6). Nun wird das $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ in β-Intervalle von $\Delta\beta = 0.01$ (für Pionen im Bereich von $\beta = 0.70$ bis $\beta = 0.98$ und für Kaonen im Bereich von $\beta = 0.40$ bis $\beta = 0.85$) zerlegt. Abbildung 4.7 zeigt als Beispiel die $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ - Verteilung für Kaonen mit $0.59 \leq \beta \leq 0.60$. In jedem β-Intervall wird nun der mittlere $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ - Wert und die Breite der Verteilung durch Anpassung einer Gaussfunktion ermittelt.

Der differentielle Energieverlust in Abhängigkeit von β ist prinzipiell für alle Teilchen gleich. Dennoch besteht in den verwendeten Daten ein kleiner Unterschied zwischen dem Energieverlust von Pionen und von Kaonen, deshalb bestimmen wir die Parameter M und N in Formel (4.3) getrennt für Pionen und Kaonen. Für $\pi^+\pi^-\pi^0$ und $K^+K^-\pi^0$ aus dem 2-Spur-getriggerten Datensatz von Juni 1994 ergaben sich folgende Parameter:

$$\begin{array}{llll} M_\pi & = (1.747 \pm 0.001) \cdot 10^{-4} & N_\pi & = (2.16 \pm 0.19) \cdot 10^8 \quad \text{für Pionen} \\ M_K & = (3.424 \pm 0.005) \cdot 10^{-4} & N_K & = (7.44 \pm 1.00) \cdot 10^3 \quad \text{für Kaonen.} \end{array}$$

Die Breite der $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$-Verteilung wurde für jedes Impulsintervall mit einer Gaussfunktion angenähert (s. Abb. 4.7). Dabei stellte sich heraus, daß man sie linear mit $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ parametrisieren kann:

$$\sigma_{dE/dx} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}_{(theo)} \cdot 0.142$$

In Abbildung 4.4 wurde die Funktion (4.3), mit den Werten M_π, N_π für Pionen und M_K, N_K für Kaonen eingezeichnet. Zum Vergleich zeigen wir auch den theoretischen Verlauf des Energieverlustes von Protonen.

Zur Identifikation der Teilchen im Datensatz wird nun das χ^2 für beide Teilchenhypothesen $\pi^\pm$ und $K^\pm$ gebildet:

$$\begin{aligned} \chi^2_{\pi^\pm} &= \left(\frac{\mathrm{d}E/\mathrm{d}x_{(theo,\pi)} - \mathrm{d}E/\mathrm{d}x_{(exp)}}{\sigma_{\mathrm{d}E/\mathrm{d}x_{(theo,K)}}} \right)^2 \\ \chi^2_{K^\pm} &= \left(\frac{\mathrm{d}E/\mathrm{d}x_{(theo,K)} - \mathrm{d}E/\mathrm{d}x_{(exp)}}{\sigma_{\mathrm{d}E/\mathrm{d}x_{(theo,K)}}} \right)^2 . \end{aligned} \tag{4.7}$$

$\mathrm{d}E/\mathrm{d}x_{theo,\pi}$ und $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x_{theo,K}$ werden durch Einsetzen von M_π, N_π bzw. M_K, N_K in Gleichung 4.3 ermittelt.

Für jedes einzelne Ereignis aus dem präparierten (2-Spur,0-PED)-Datenzatz wird nun die $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$-Information der beiden geladenen Teilchen kombiniert. Damit erhält man für die vier

Möglichkeiten $\pi^+\pi^-$, π^+K^-, $K^+\pi^-$ und K^+K^-:

$$\begin{aligned}
{\chi^2}_{\pi^+\pi^-} &= {\chi^2}_{\pi^+} + {\chi^2}_{\pi^-} \\
{\chi^2}_{\pi^+K^-} &= {\chi^2}_{\pi^+} + {\chi^2}_{K^-} \\
{\chi^2}_{K^+\pi^-} &= {\chi^2}_{K^+} + {\chi^2}_{\pi^-} \\
{\chi^2}_{K^+K^-} &= {\chi^2}_{K^+} + {\chi^2}_{K^-} \; .
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Mit diesen kombinierten χ^2 läßt sich ein $K^+\pi^-K_L$ bzw. $K^-\pi^+K_L$ Ereignis folgendermaßen definieren (Bedingung (g)):

$$\begin{aligned}
K_LK^+\pi^- : \quad & {\chi^2}_{K^+\pi^-} < \min({\chi^2}_{\pi^+K^-}, {\chi^2}_{\pi^+\pi^-}, {\chi^2}_{K^+K^-}) \; , \\
K_LK^-\pi^+ : \quad & {\chi^2}_{\pi^+K^-} < \min({\chi^2}_{K^+\pi^-}, {\chi^2}_{\pi^+\pi^-}, {\chi^2}_{K^+K^-}) \; .
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Ereignisse, deren kombiniertes χ^2 für die Hypothesen $\pi^+\pi^-$ oder K^+K^- am kleinsten war, wurden also nicht weiter berücksichtigt. In Tabelle 4.1 ist die Zuordnung der Ereignisse zu den einzelnen Kombinationen $K^+\pi^-K_L$, $\pi^+K^-K_L$, $\pi^+\pi^-X$ und K^+K^-X zusammengefaßt. Für 256 Ereignisse widerspricht die Zuordnung mit $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ zu $K^+\pi^-K_L$ oder $\pi^+K^-K_L$ der Zuordnung über die fehlende Masse. Sie werden deshalb verworfen. 12670 Ereignisse erfüllen eine der Bedingungen 4.9 und werden als $K_LK^+\pi^-$ oder $K_LK^-\pi^+$ Ereignisse akzeptiert.

	$K^+\pi^-K_L$	$\pi^+K^-K_L$	$\pi^+\pi^-X$	K^+K^-X
Ereignisse	6430	6240	3280	1002

Tabelle 4.1: Zuordnung der Ereignisse anhand des differenziellen Energieverlustes der beiden Teilchenspuren.

76% dieser Ereignisse besitzen mindestens ein Teilchen, dessen Impuls kleiner als 450 MeV/c ist. In diesem Fall ist die Zuordnung zur Hypothese $K_LK^+\pi^-$ oder $K_LK^-\pi^+$ eindeutig. Wenn beide geladenen Teilchen einen Impuls von mehr als 450 MeV/c besitzen, kann es sein, daß die Zuordnung der Ereignisse zum Typ $K^+\pi^-K_L$ oder $K^-\pi^+K_L$ vertauscht wird. Bei der Monte-Carlo-Simulation des Kanals in Abschnitt 4.5 werden wir jedoch feststellen, daß weniger als 0.8% der Ereignisse tatsächlich falsch zugeordnet wurden.

4.3 Kinematische Anpassung

Der Impuls des nicht wechselwirkenden K_L wird über die Impulserhaltung aus den Impulsen der beiden rekonstruierten geladenen Teilchen berechnet. Daher bleibt als einzige Nebenbedingungen die Energieerhaltung. Die 6 variierbaren Meßgrößen sind die Parameter aus dem Helixfit der beiden geladenen Spuren, α, $\tan\lambda$ und ψ (s. Abschnitt 2.5.1). Die experimentellen Fehler dieser Parameter wurden, wie wir bereits gesehen haben, bei der Rekonstruktion unterschätzt und werden daher für diesen Kanal mit einem Faktor 1.3 skaliert. Ebenso wird die systematische Verschiebung der xy-Impulskomponenten um 0.5% durch eine entsprechende Skalierung ausgeglichen. In Abbildung 4.8 sind die Pulls für alle drei Parameter und die Konfidenzniveau-Verteilung nach diesen Korrekturen für die kinematische Anpassung mit dem CBKFIT-Paket [49] dargestellt.

Bei 11373 Ereignissen erreichte die kinematische Anpassung ein Konfidenzniveau von mehr als 10% . In Tabelle 4.2 sind nochmals alle Schritte der Datenselektion zusammengefaßt [53].

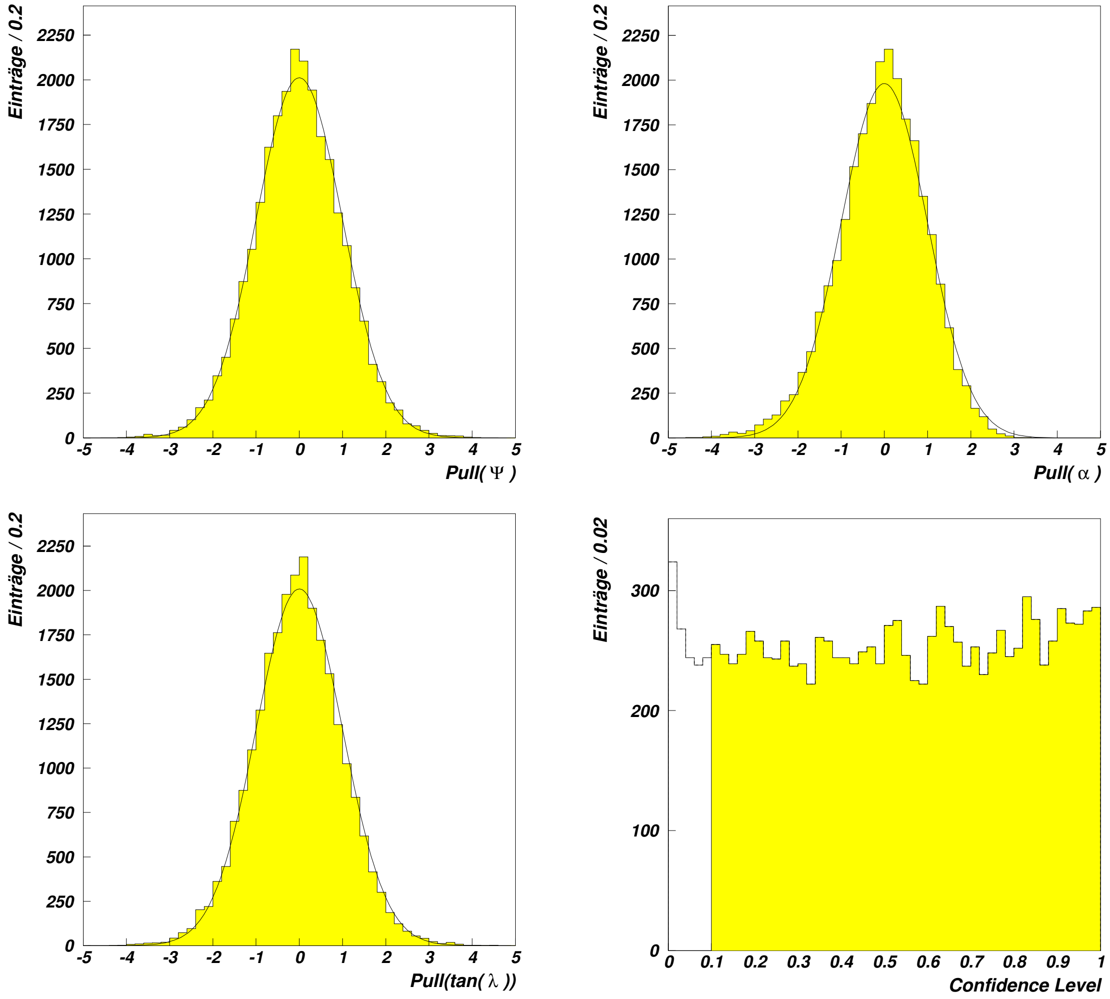

Abbildung 4.8: Verteilung der Pulls und die Konfidenzniveauverteilung der mit $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ selektierten Ereignisse. Für die Pulls ist die erwartete Normalverteilung eingezeichnet.

	Bedingung			2-Spur-Trigger
	Ereignisse auf Band			7720872
(a)	2 lange Spuren			5598275
(b)	0 PED's			156229
(c)	keine π^0			132846
(d)	$350\ \mathrm{MeV}/c^2 \leq m_{miss} \leq 650\ \mathrm{MeV}/c^2$			17524
(e)	$\mathrm{E}_{tot}(K^{\pm}\pi^{\mp}) \leq 1400\ \mathrm{MeV}$			17265
(f)	Vertex innerhalb Target			17208
		$K_L K^+\pi^-$	$K_L K^-\pi^+$	
(g)	$\chi^2_{dE/dx}(K^{\pm}\pi^{\mp})$ beste Hypothese	6430	6240	12670
(h)	$\mathrm{CL}(K_L K^{\pm}\pi^{\mp}) \geq 10\ \%$	5774	5599	11373

Tabelle 4.2: Selektion des $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$ Datensatzes.

Der Unterschied von 3% in der Anzahl der selektierten $K_L K^+\pi^-$- und $K_L K^-\pi^+$-Ereignisse ist auf den unterschiedlichen hadronischen Wirkungsquerschnitt von K^+ und K^- im Wasserstofftarget und den Kristallen zurückzuführen. Solche systematischen Effekte werden in Kapitel 5 ausführlicher diskutiert.

4.4 Der $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplot

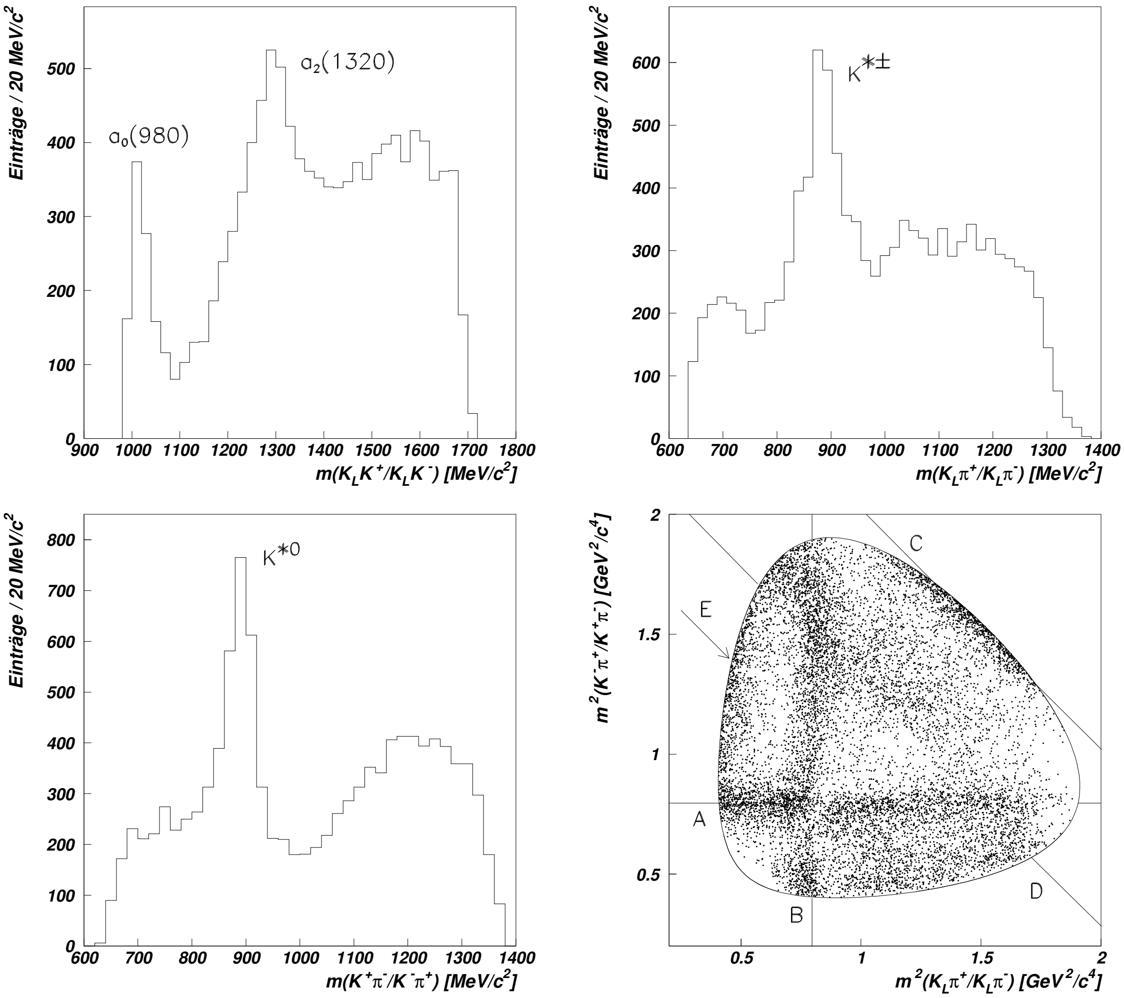

Abbildung 4.9: Anzahl der Ereignisse, oben links als Funktion von $m_{K_L K^\pm}$ (invariante $K_L K^\pm$-Masse), oben links als Funktion von $m_{K_L \pi^\mp}$, unten links als Funktion von $m_{K^\pm \pi^\mp}$. Unten rechts ist der ungebinnte $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplot mit 11373 Ereignissen dargestellt, die Regionen A bis E sind im Text erläutert.

In Abbildung 4.9 sind die invarianten Massenspektren der drei Subsysteme $K_L \pi^\pm$, $K^\pm \pi^\mp$ und $K_L K^\pm$ sowie der ungebinnte $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplot dargestellt.

Man sieht sofort, daß der Dalitzplot stark asymmetrisch ist. Die Hauptstrukturen des Dalitzplots sind wieder die beiden $K^\star(892)$-Bänder (A) und (B).

Die auffällige Krümmung des senkrechten $K^\star$-Bandes (x-Richtung) entsteht durch die Interferenz mit diagonalen (z-)Resonanzen im $K\overline{K}$-System. Eine davon, das $a_2(1320)$, ist als unregelmäßiges Band entlang der Linie D erkennbar. Weitere mögliche Resonanzen wären z.B. das $a_0(1450)$ (Pfeil E), oder radiale Anregungen der ρ-Resonanz.

Die Häufung von Ereignissen am oberen rechten Rand (C) ist nur teilweise auf die Resonanz $a_0(980)$ an der $K\overline{K}$-Schwelle zurückzuführen. Der Öffnungswinkel zwischen K_L und $K^\pm$ ist in diesem Bereich kleiner als 45^o, die von wechselwirkenden K_L im Kalorimeter erzeugten Cluster überlappen dann mit den Clustern der $K^\pm$ und erfüllen alle Selektionskriterien. Entsprechend kann man die Häufung am linken Rand des Dalitzplots erklären, wo das K_L in die Richtung des Pions fliegt. Unter der Annahme, daß die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit von K_L im Kalorimeter von 50% beträgt erwarten wir daher in beiden Bereichen maximal eine Verdopplung der Intensität.

Die Abnahme der Akzeptanz für langsame Kaonen erzeugt eine abnehmende Intensität am rechten Ende des Dalitzplots.

Aufgrund der niedrigeren Statistik wählen wir zur weiteren Analyse für den $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplot ein im Vergleich zu $K^+K^-\pi^0$ gröberes Gitter mit 40×40 Bins der Größe $(0.045 \times 0.045)(\mathrm{GeV}^2/c^4)^2$. Der erlaubte Phasenraum wird damit von 914 Bins abgedeckt.

4.5 Akzeptanzkorrektur durch Monte-Carlo-Simulation

Die Reaktion $\overline{p}p \to K_L K^\pm \pi^\mp$ wurde mit dem in Abschnitt 2.6 beschriebenen Monte-Carlo-Programm simuliert. Da die K_L-Wechselwirkung in dem zugrundeliegenden Paket für hadronische Wechselwirkungen (FLUKA) nicht zuverlässig implementiert ist, wurde das K_L als im Detektor nicht wechselwirkendes Teilchen parametrisiert. Korrekturen bezüglich der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit des K_L in den Kristallen des Kalorimeters konnten aus den Untersuchungen im Kanal $K_L K_L \pi^0$[59, 29] übernommen werden. Die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit des K_L in Abhängigkeit vom Impuls $p(K_L)$ wurde dort folgendermaßen parametrisiert:

$$P^{int} = A + (1 - A)e^{-p(K_L)/B} \tag{4.10}$$

mit den Konstanten $A = 0.49 \pm 0.01$ und $B = (145 \pm 28)\,\mathrm{MeV}/c$ (vgl. Abbildung 4.10). Daraus ergibt sich eine mittlere Wechselwirkungswahrscheinlichkeit des K_L von (52 ± 1) % über den gesamten Dalitzplot. Ebenfalls berücksichtigt wurde die Überlebenswahrscheinlichkeit des K_L:

$$P^{surv} = e^{-r_0/c\gamma\beta\tau} \ , \tag{4.11}$$

wobei $r_0 = 0.4$ m die mittlere Distanz vom Target zu den Kristallen ist, β die Geschwindigkeit und $\tau = 5.1 \times 10^{-8} s$ die Lebensdauer des K_L.

Um die Rekonstruktionseffizienz und die Variation der Akzeptanz in Abhängigkeit der verschiedenen Selektionsschritte zu studieren, wurden 600'000 $K_L K^+$ Ereignisse phasenraumverteilt generiert. Diese Monte-Carlo-Ereignisse wurden mit dem gleichen Analyseprogramm wie die Daten behandelt.

Der differentielle Energieverlust in der Simulation mußte jedoch an die echten Daten angeglichen werden. Dies geschah mit der oben beschriebenen Methode unter Verwendung von simulierten $K^+K^-\pi^0$- und $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignissen. Wir fanden von den echten Daten abweichende Parameter N und M sowohl für simulierte Kaonen als auch für simulierte Pionen (Abbildung 4.11). Der simulierte Energieverlust wird daher mit einem Polynom zweiten Grades in β korrigiert. Zusätzlich gleichen wir die Breite $\sigma_{\mathrm{d}E/\mathrm{d}x}$ an die experimentelle Breite an, indem wir alle $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$-Werte mit einer Normalverteilung entsprechender Breite verschmieren. Dadurch wird garantiert, daß die Bedingung (g) in echten und in simulierten Daten gleiche Ergebnisse liefert.

In Tabelle 4.3 sind die einzelnen Schritte der Selektion zusammengefaßt. 85679 Ereignisse erfüllen die Bedingungen (a)-(h). Damit ergibt sich eine globale Rekonstruktionseffizienz für den $K_L K^\pm \pi^\mp$-Endzustand mit einem nicht wechselwirkenden K_L von

$$\epsilon_{K_{L,miss}K^\pm\pi^\mp} = (14.3 \pm 0.1) \ \%. \tag{4.12}$$

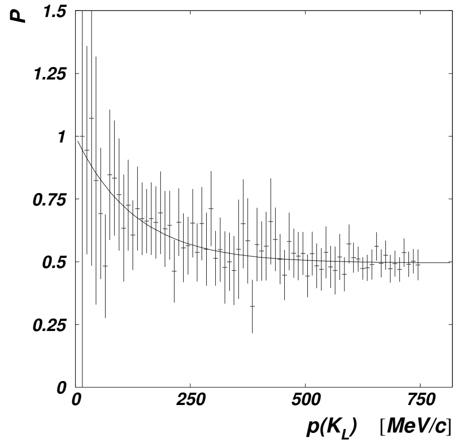

Abbildung 4.10: Wechselwirkungswahrscheinlichkeit des K_L im CsI-Kalorimeter [59]. Eingezeichnet ist die angepaßte Kurve (4.10).

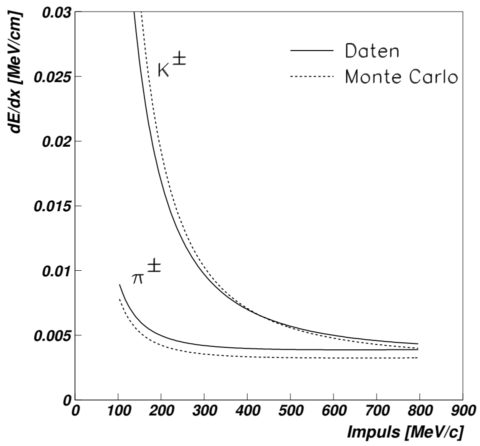

Abbildung 4.11: Bethe-Bloch-Funktionen angepaßt an die Daten vom Juni 1994 (durchgezogen) und an die Monte-Carlo-Daten (gestrichelt). Die Diskrepanz wird entsprechend korrigiert (s. Text)

Mit der K_L-Überlebenswirkungswahrscheinlichkeit $P^{surv}(p_{K_L})$ und der K_L-Nichtwechselwirkungswahrscheinlichkeit (1-$P^{int}(p_{K_L})$) werden die akzeptierten Monte-Carlo-Ereignisse gewichtet und man erhält die Verteilung der Akzeptanz für den Kanal $K_L K^\pm \pi^\mp$ über den Dalitzplot (Abbildungen 4.12 und 4.13).

Im rechten Teil des Dalitzplots (Region A) ist der differentielle Energieverlust der geladenen Kaonen bereits im Target so groß, daß sie den größten Teil ihrer kinetischen Energie bereits

	Bedingung	Anzahl Ereignisse
	Produzierte Ereignisse	600000
(a)	2 lange Spuren	213718
(b&c)	0 PED's	146717
(d)	350 MeV/c^2 $\leq m_{miss} \leq$ 650 MeV/c^2	130610
(e&f)	$\mathrm{E}_{tot}(K^\pm\pi^\mp) \leq$ 1400 MeV, Vertex in LH2	128580
(g)	$\chi^2_{dE/dx}(K^\pm\pi^\mp)$ beste Hypothese	95324
(h)	CL($K_L K^\pm \pi^\mp$) $\geq$ 10 %	85679

Tabelle 4.3: Selektion der $K_L K^\pm \pi^\mp$-Monte-Carlo-Ereignisse.

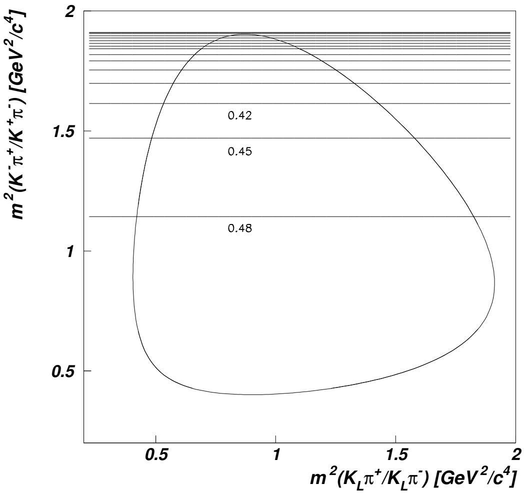

Abbildung 4.12: Linien konstanter Akzeptanz für das K_L im $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$-Dalitzplot (in 0.03 Intervallen). Das Maximum liegt bei 0.49.

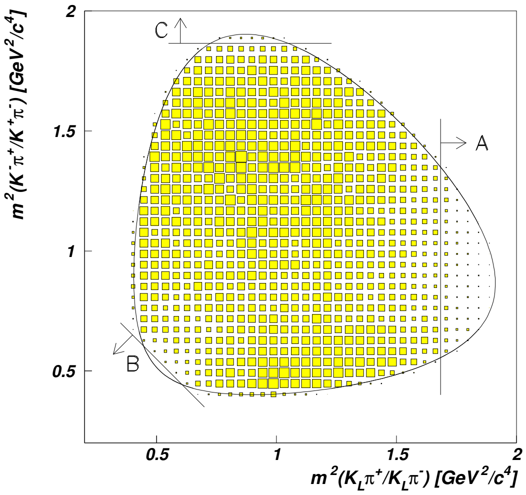

Abbildung 4.13: Rekonstruktionseffizienz im $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$-Dalitzplot. Die Regionen A und B und C sind im Text erläutert.

verloren haben, und im Target, in der PWC oder in der JDC zerfallen. Damit erfüllen Topologie oder Kinematik dieser Ereignisse nicht mehr die Selektionsbedingungen. Im linken unteren Teil des Dalitzplots (Region B) liegen Ereignisse mit langsamen Pionen (Impuls $\lesssim 50$ MeV/c). Der Krümmungsradius der Pionspur ist dort so klein, daß sie die äußeren Lagen der Driftkammer nicht mehr erreicht. Damit ist Bedingung (a) nicht mehr erfüllt. Im Bereich C am oberen Rand des Dalitzplots steigt die Wahrscheinlichkeit, daß das K_L im Kalorimeter gesehen wird.

Die Akzeptanz im i-ten Bin des Dalitzplots wird analog Gleichung 3.10 berechnet.

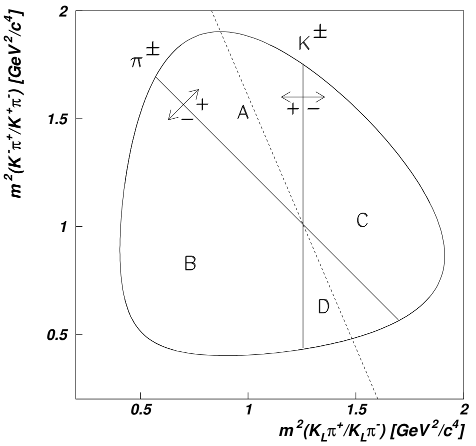

Abbildung 4.14: Aufteilung des Dalitzplots in Regionen nach den Impulsen der Teilchen. Die ausgezogenen Linien entsprechen Impulsen von 450 MeV/c. Die Regionen A bis D sind im Text erläutert.

Für Ereignisse, bei denen beide geladenen Teilchen einen Impuls von mehr als 450 MeV/c aufweisen, kann die Zuordnung zu den Ereignistypen $K_L K^+\pi^-$ und $K_L K^-\pi^+$ mangels Trennung von geladenen Pionen und Kaonen vertauscht werden. In Abbildung 4.14 ist die Region im Dalitzplot, in der beide Teilchen, Pion und Kaon, einen Impuls größer als 450 MeV/c aufweisen, mit A bezeichnet. In den Regionen B und C ist das Pion bzw. Kaon langsamer als 450 MeV/c und in Region D sind beide Teilchen langsamer als 450 MeV/c. Für geladene Teilchen mit hohen Impulsen (Region A) ist auch die Trennung aufgrund der Kinematik nicht mehr möglich. Falsch zugeordnete Ereignisse werden an der in Abbildung 4.14 gestrichelten Geraden in Region

A gespiegelt eingetragen. Nach Auswertung der Monte-Carlo-Daten betrifft die Fehlzuordnung nur $(0.75 \pm 0.05)\%$ der Ereignisse.

4.6 Untergrund in $K_L K^\pm \pi^\mp$

Mögliche Untergrundkanäle , d. h. kinematisch falsch zugeordnete Ereignisse mit zwei Spuren ohne zusätzliche Photonen, im Kanal $K_L K^\pm \pi^\mp$ sind:

- $\pi^+\pi^-\pi^0$, zwei γ's nicht nachgewiesen
- $\pi^+\pi^-\eta$, zwei γ's nicht nachgewiesen
- $\pi^+\pi^-\omega$, drei γ's nicht nachgewiesen
- $K^+K^-\pi^0$, zwei γ's nicht nachgewiesen
- K^+K^-,
- $K_S K_L$, $K_S \to \pi^+\pi^-$, K_L nicht wechselwirkend
- $K_L K^\pm \pi^\mp$, $K^\pm \to \mu\nu$

Zur Abschätzung des Untergrundes wurden wieder Monte-Carlo-Ereignisse generiert. Dadurch kann bestimmt werden, wieviel Untergrund im $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplot noch übrig bleibt und wo er sich im Dalitzplot anreichert.

Bei Kanälen mit Photonen setzt sich der Untergrund aus Ereignissen zusammen, bei denen mehrere Photonen verloren gingen, z.B indem

- Photonen in Richtung der Strahlachse den Detektor verlassen,
- oder genau zwischen den beiden Hälften des Kalorimeters absorbiert werden,
- niederenergetische Photonen unter die Nachweisschwelle für goldene PED's fallen,
- die PED's zweier Photonen stark überlappen, so daß sie als ein PED erscheinen,
- oder fälschlicherweise als Sekundärschauer im Kalorimeter (Split-Off) markiert werden.

Die Wahrscheinlichkeit, bei einem einzelnen Ereignis ein Photon zu verlieren, beträgt etwa 5% [33]. da aber die pionischen Kanäle bis zu zwei Größenordnungen häufiger als $K_L K^\pm \pi^\mp$ auftreten, ist der Untergrund selbst bei zwei oder mehr fehlenden Photonen nicht vernachlässigbar.

Untergrundereignisse, die die Selektionskette passieren, besitzen mindestens ein schnelles geladenes Teilchen (p $\gtrsim 500$ MeV/c), das durch die $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ - Separation falsch zugeordnet wird (z. B. für $\pi^+\pi^-X$ Ereignisse ein Pion als Kaon). Solche Ereignisse tauchen bevorzugt am Rand des $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplots auf.

Der wichtigste Beitrag zum Untergrund sind $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignisse, bei denen beide Photonen aus dem π^0-Zerfall nicht detektiert werden. Bei der Produktion der Monte-Carlo-Daten werden grundsätzlich phasenraumverteilte Ereignisse generiert. Wir wichten daher diese im Fall von $\pi^+\pi^-\pi^0$ mit der Dynamik im physikalischen Endzustand. Dazu stand ein Dalitzplot mit $0.7 \cdot 10^6$ Ereignissen vom selben Experiment zur Verfügung (siehe Abbildung 4.15). Die Untergrundereignisse, fälschlicherweise als $K_L K^\pm \pi^\mp$ selektiert, sind ebenfalls in Abbildung 4.15 eingetragen. Sie fallen in einen Bereich, der gegenüber den dominanten ρ - Bändern entvölkert ist. Die dynamische Gewichtung führt dann zu einer Reduktion der $\pi^+\pi^-\pi^0$ Untergrundereignisse um einen Faktor 2.5. Aus $1.6 \cdot 10^6$ Monte-Carlo-Ereignissen verbleiben noch 24 ± 5 Ereignisse als Untergrund im $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplot.

Der zweitgrößte Anteil am Untergrund im Kanal $K_L K^\pm \pi^\mp$ bilden $\pi^+\pi^-\eta$-Ereignisse, bei denen die beiden Zerfallsphotonen des η ebenfalls nicht detektiert werden. Da eines der Pionen einen hohen Impuls aufweist, werden diese Ereignisse vom $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ missidentifiziert und liegen wie

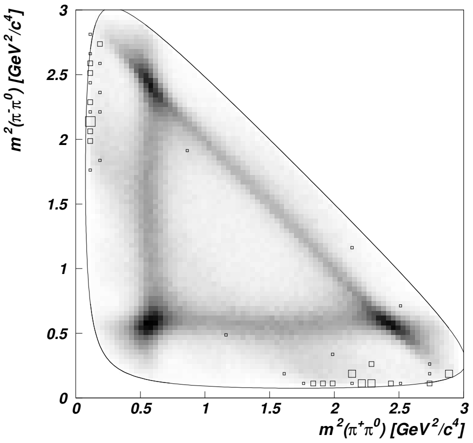

Abbildung 4.15: $\pi^+\pi^-\pi^0$-Dalitzplot ($0.7 \cdot 10^6$ Ereignisse). Den Daten überlagert sind $\pi^+\pi^-\pi^0$-Monte-Carlo-Ereignisse, die als Untergrund im Kanal $K_L K^\pm \pi^\mp$ erscheinen. Die Ereignisdichte ist durch die Größe der Quadrate dargestellt.

die $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignisse am rechten Rand des Dalitzplots. Aus 300000 Monte-Carlo-Ereignissen verbleiben noch 46 ± 7 als Untergrund.

Schlecht rekonstruierte K^+K^--Ereignisse erscheinen als Untergrund im $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplot. Eines der schnellen Kaonen wird vom dE/dx als Pion identifiziert, so daß diese Ereignisse am linken Rand des $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplots liegen. Ferner finden wir Ereignisse, bei denen eines der Kaonen in $\mu\nu$ zerfällt. Das Myon wird wegen seinem fast identischen differentiellen Energieverlust als Pion identifiziert. Aus 300000 Monte-Carlo-Ereignissen verbleiben 141 ± 12 Ereignisse als Untergrund.

Der Untergrund von $K_L K_S$-Ereignissen wird begrenzt durch den Schnitt auf den Öffnungswinkel der geladenen Spuren. Von 100000 $K_S K_L$-Monte-Carlo-Ereignissen passieren nur 102 ± 10 Ereignisse die Selektionskette, bei denen das K_S innerhalb des Targets zerfällt.

Die $K^+K^-\pi^0$ Untergrundereignisse treten an der $K\overline{K}$ - Schwelle im $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplot auf. Dabei wird ein schnelles Kaon vom dE/dx als Pion missidentifiziert und die zwei γ's aus $\pi^0 \to \gamma\gamma$ nicht nachgewiesen. Von 300000 Monte-Carlo-Ereignissen tragen 57 ± 8 Ereignisse zum Untergrund bei.

Das große Verzweigungsverhältnis von $\overline{p}p \to \pi^+\pi^-\omega$, $(6.6 \pm 0.6) \cdot 10^{-2}$, gleicht die geringe Wahrscheinlichkeit, drei Photonen zu verlieren aus. Von 300000 generierten Monte-Carlo-Ereignissen verbleiben noch 9 ± 3 Ereignisse als Untergrund.

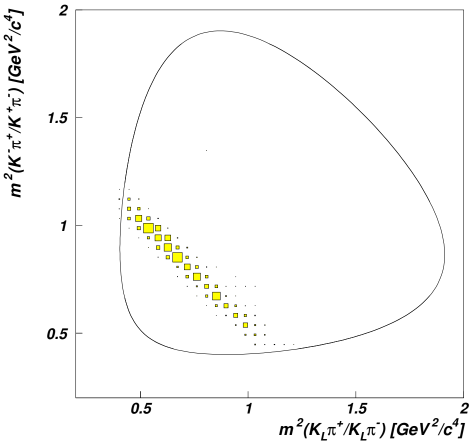

Abbildung 4.16: Die Verteilung der $K_L K^\pm \pi^\mp$-Ereignisse mit $K^\pm \to \mu\nu$ im $K_L K^\pm \pi^\mp$-Dalitzplot. Hier sind Kaonen mit Pionen vertauscht und umgekehrt. Ein großer Teil dieser Ereignisse wird verworfen.

Ein möglicher Untergrund kann von den $K_L K^\pm \pi^\mp$-Ereignissen selbst stammen. Sind nämlich die geladenen Kaonen langsam genug (Impuls $\lesssim 200$ MeV/c), können sie schon im Target stoppen und in $\mu\nu$ zerfallen. Das Myon besitzt dann einen Impuls von 235 MeV/c und wird als Pion identifiziert. Das schnelle Pion (p $\gtrsim$ 500 MeV/c) kann dann verhältnismäßig leicht aufgrund seines Energieverlustes in der JDC als geladenes Kaon misinterpretiert werden. Diese echten $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$-Ereignisse, bei denen aufgrund des Zerfalls $K^{\pm}\to\mu\nu$ die Spuren falsch zugeordnet werden, liegen in einem schmalen diagonalen Band im $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$-Dalitzplot (Abbildung 4.16) bei einem 'Pion'-Impuls von 235 MeV/c. Die Monte-Carlo-Simulation des Kanals $\overline{p}p\to K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$ zeigt, daß falsch zugeordnete $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$-Ereignisse mit einem zerfallenden $K^{\pm}\to\mu\nu$, die die dargestellte Selektionskette passieren, weniger als 0.2% des Signales ausmachen. Erwartet werden also 15 ± 4 Untergrundereignisse dieser Art.

Die gefundene Zahl an Untergrundereignissen muß nun auf die den Daten zugrundeliegende Anzahl an $\overline{p}p$ - Annihilationen $N_{\overline{p}p}$ normiert werden. Die Normierung ist abhängig von der Anzahl der produzierten Monte-Carlo-Ereignissen N_{MC} und von den entsprechenden Verzweigungsverhältnissen BR_{BG} der Untergrundkanäle. Die tatsächliche Anzahl N_{BG}^{eff} an Untergrundereignissen im $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$-Dalitzplot ist gegeben durch:

$$N_{BG}^{eff} = \frac{N_{\overline{p}p} \cdot BR_{BG}}{N_{MC}} \cdot N_{BG} \, . \tag{4.13}$$

Die Verzweigungsverhältnisse sind in Tabelle 4.4 zusammengestellt. Die Zahl der Annihilationen beträgt $N_{\overline{p}p} = (57.0 \pm 6.0) \times 10^6$.

	Verzweigungsverhältnis	Referenz
$\pi^+\pi^-\pi^0$	$(6.6 \pm 0.8) \times 10^{-2}$ †	[55]
$\pi^+\pi^-\eta$	$(1.37 \pm 0.15) \times 10^{-2}$ †	[57]
$K^+K^-\pi^0$	$(2.37 \pm 0.15) \times 10^{-3}$	(s. Abschnitt 3.7
K^+K^-	$(0.99 \pm 0.05) \times 10^{-3}$	[58]
$K_S K_L$	$(9.07 \pm 0.24) \times 10^{-4}$	[52]
$\pi^+\pi^-\omega$	$(6.6 \pm 0.6) \times 10^{-2}$	[56]

† Annahme von 100 % Annihilation aus dem S-Zustand

Tabelle 4.4: Verwendete Verzweigungsverhältnisse für die Untergrundkanäle im Kanal $\overline{p}p\to K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$.

In Tabelle 4.5 sind die erzeugten Ereignisse und die verbleibenden Ereignisse nach allen Selektionsschritten zusammengefaßt. Der bezüglich den Verzweigungsverhältnissen normierte Un-

Kanal		generierte Ereignisse	selektierte Ereignisse	Untergrund auf $N_{\overline{p}p}$ normiert
$\pi^+\pi^-\pi^0$ Phasenraum		1600000	59	139 ± 29
$\pi^+\pi^-\pi^0$ gewichtet		1600000	25	59 ± 16
$\pi^+\pi^-\eta$,	$\eta \to \gamma\gamma$	300000	46	47 ± 10
$K^+K^-\pi^0$		300000	57	26 ± 7
K^+K^-		300000	141	27 ± 4
$K_S K_L$,	$K_S \to \pi^+\pi^-$	100000	102	18 ± 3
$\pi^+\pi^-\omega$,	$\omega \to \pi^0\gamma$	300000	9	10 ± 4
Total ($\pi^+\pi^-\pi^0$ gewichtet)				189 ± 22

Tabelle 4.5: Untergrund im $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$-Kanal.

tergrunddalitzplot (d. h. alle Untergrundereignisse summiert) ist in Abbildung 4.17 dargestellt. Die Untergrundereignisse konzentrieren sich auf den linken Rand des Dalitzplots, mit einigen Ereignissen im Bereich des $a_0(980)$ und einem geringen $K_S K_L$-Untergrund, der als schwaches Band im unteren Teil des Dalitzplots sichtbar ist. Insgesamt ergeben sich 189 ± 22 Untergrundereignisse, das entspricht $(1.7 \pm 0.2)\%$ der $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$-Daten.

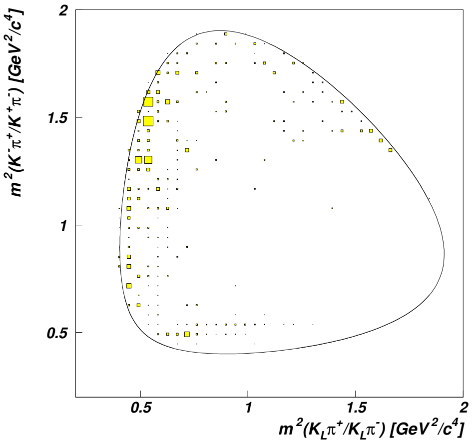

Abbildung 4.17: Untergrunddalitzplot. Die im Text erwähnten Untergrundkanäle wurden bezüglich ihrer Verzweigungsverhältnisse normiert.

Der systematische Fehler für die Anzahl an Untergrundereignissen ist sehr groß, da die Zahl der Ereignisse aus den einzelnen Kanälen stark von der verwendeten $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$-Eichung für Monte-Carlo-Ereignisse abhängt. Durch Variation der Parameter M und N der $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ - Eichung (vgl. Abschnitt 4.2) innerhalb deren Fehlergrenzen kann der Untergrund um einen Faktor 2 variieren. Somit stammen $(1.7^{+\,1.7}_{-\,0.7})$ % der Ereignisse im Dalitzplot aus anderen Kanälen.

Kapitel 5

Systematische Untersuchungen zur Akzeptanz geladener Kaonen

Im Gegensatz zu rein neutralen oder rein pionischen Endzuständen führt die Monte-Carlo-Simulation der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Reaktionen noch nicht zu einer vollständigen Akzeptanzkorrektur. Der Grund dafür ist eine mangelhafte Simulation von hadronischen Wechselwirkungen mit den Detektormaterialien. Das zur Verfügung stehende Simulationspaket für hadronische Wechselwirkungen, FLUKA [37] macht keinen Unterschied zwischen K^+ und K^- bei Impulsen unterhalb 300 MeV, wo der hadronische Wirkungsquerschnitt in der Simulation verschwindet. Dies ist eine gute Näherung für K^+, die im allgemeinen durch Ionisation abgebremst werden und schwach zerfallen in $\mu^+\nu$ oder $\pi^+\pi^0$. Gestoppte K^- dagegen werden von Kernen eingefangen und bilden dann mit peripheren Nukleonen Λ- oder Σ-Resonanzen, die schließlich in Pionen, Neutronen oder Protonen zerfallen.

Man kennt weder den totalen noch den inelastischen Wirkungsquerschnitt für langsame Kaonen genügend genau und die relativen Verzweigungsverhältnisse der Reaktionen, die einem K^--Einfang folgen, sind zum Teil mit großen Fehlern behaftet. In den Abbildungen 5.1 und 5.2 sieht man deutlich die Auswirkungen der unvollständigen Simulation. Während das Verhalten der K^+ in den CsJ-Kristallen offenbar richtig simuliert wird, weichen die K^- extrem von ihrer Simulation ab. Ziel dieses Kapitels ist es, den Einfluß dieser Abweichungen auf die Datenselektion zu verstehen und die Simulation der Datensätze $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK^\pm\pi^\mp$ entsprechend zu korrigieren. Die folgenden Parameter spielen bei der Datenselektion eine wichtige Rolle:

- der Abstand zwischen dem Energiemaximum des Clusters und der extrapolierten JDC-Spur in das Kalorimeter.
- die Größe der kaonischen Cluster (Photonen, die in einen solchen Cluster treffen, können nicht nachgewiesen werden).
- die Wahrscheinlichkeit, daß geladene Pionen, Myonen oder Elektronen, die bei Reaktionen von Kaonen mit Materie entstehen, in der JDC zusätzliche Spuren erzeugen.
- die Wahrscheinlichkeit, zusätzliche PED's in den Kristallen zu finden.

Diese Effekte und deren Impulsabhängigkeit sollen, im Anschluß an einen allgemeinen Überblick über die Phänomenologie der Kaonen im Detektor, an Hand von speziell dafür selektierten bzw. generierten Testdaten diskutiert werden.

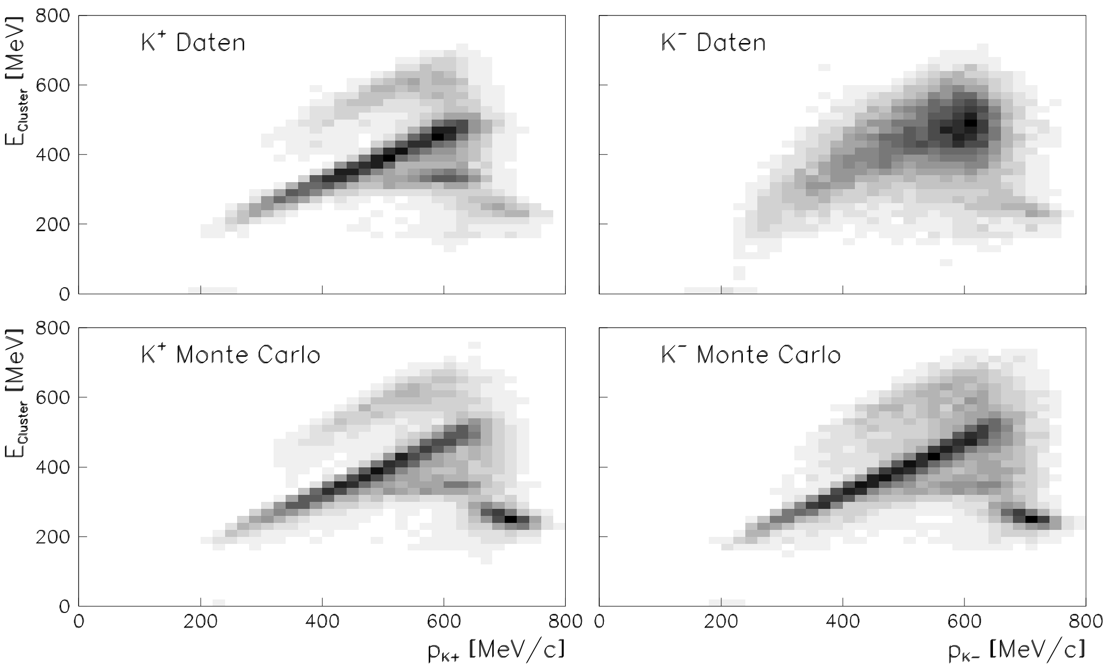

Abbildung 5.1: Energiedeposition in Clustern, die von K^+ bzw. von K^- herrühren, als Funktion des Kaonimpulses. Oben: Echte Ereignisse, unten: Fluka-Simulation.

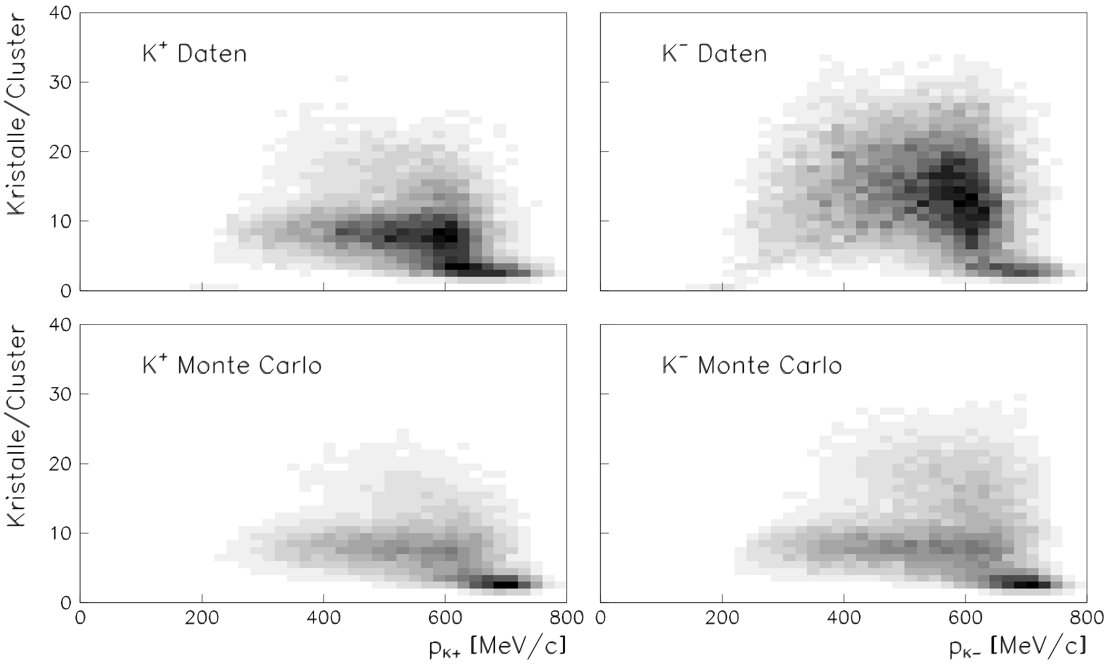

Abbildung 5.2: Zahl der Kristalle, in denen die K^+ bzw.K^- ein Signal hinterlassen haben in Abhängigkeit vom Kaonimpuls. Oben: Echte Ereignisse, unten: Fluka-Simulation.

5.1 Verhalten von geladenen Kaonen im Detektor

Je nach ihrem Anfangsimpuls erscheinen die geladenen Kaonen im Crystal-Barrel-Detektor mit sehr unterschiedlichen Charakteristika.

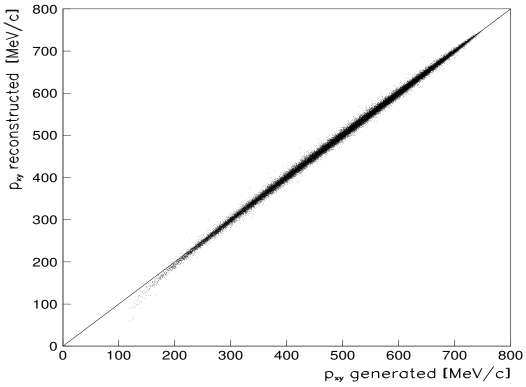

Abbildung 5.3: Rekonstruierter Impuls in der JDC in Abhängigkeit vom Gesamtimpuls bei der Erzeugung aus der Annihilation. Der Energieverlust im von der JDC umgebenen Material ist unterhalb 200 MeV/c nicht vernachlässigbar.

- $p < 130\,\mathrm{MeV}/c$
  K^+ und K^- verlieren ihre kinetische Energie im Material um das Target und stoppen, bevor sie die JDC erreichen. Die μ^+ bzw. π^+ vom K^+-Zerfall werden in der JDC als monoenergetische Teilchen mit 234 MeV/c bzw. 221 MeV/c Impuls gemessen. Auch die geladenen Produkte von den gestoppten und eingefangenen K^-werden rekonstruiert. In beiden Fällen stimmt die Energie- und Impulsbilanz nicht und somit werden diese Ereignisse vom kinematischen Fit verworfen.

- $130\,\mathrm{MeV}/c < p < 200\,\mathrm{MeV}/c$
  Die Kaonen werden in der JDC nachgewiesen, jedoch mit zu niedrigem Impuls (Abbildung 5.3). Ihre kinetische Energie reicht nicht aus, die Kristalle zu erreichen, bzw. dort ein lokales Energiemaximum in der Nähe des Eintrittspunktes zu erzeugen. Deshalb kann den Spuren mit dem verwendeten Algorithmus kein PED zugeordnet werden.

- $200\,\mathrm{MeV}/c < p < 600\,\mathrm{MeV}/c$
  Die geladenen Kaonen werden in den CsJ-Kristallen gestoppt. Die Reichweite der beim Zerfall oder Einfang entstehenden Teilchen ist bis zu 20 cm. Dadurch können zusätzliche Ped's entstehen, denn geladene Teilchen deponieren den größten Teil ihrer Energie am Ende ihrer Trajektorie.

- $600\,\mathrm{MeV}/c < p$
  Energie wird nur noch durch Ionisation an die Kristalle abgegeben. Die Kaonen fliegen durch die Kristalle hindurch, die Wahrscheinlichkeit einer hadronischen Wechselwirkung im Fluge ist verhältnimäßig gering.

Pionen haben ein ähnliches Verhalten, was die Abbremsung im Detektor betrifft, aber die entsprechenden Impulsbereiche sind wesentlich niedriger. Zum Beispiel erreichen nur Pionen mit weniger als 30 MeV/c nicht die JDC. Oberhalb 300 MeV/c durchlaufen die Pionen den gesamten Detektor, wenn sie nicht hadronisch wechselwirken. Der typische Cluster eines schnellen Pions hat 200 MeV Energie und erstreckt sich auf einen oder wenige Kristalle. Ein wesentlicher Unterschied fällt beim Zerfall von gestoppten Pionen auf. Die dabei entstehenden Myonen haben in CsJ eine Reichweite von wenigen Millimetern.

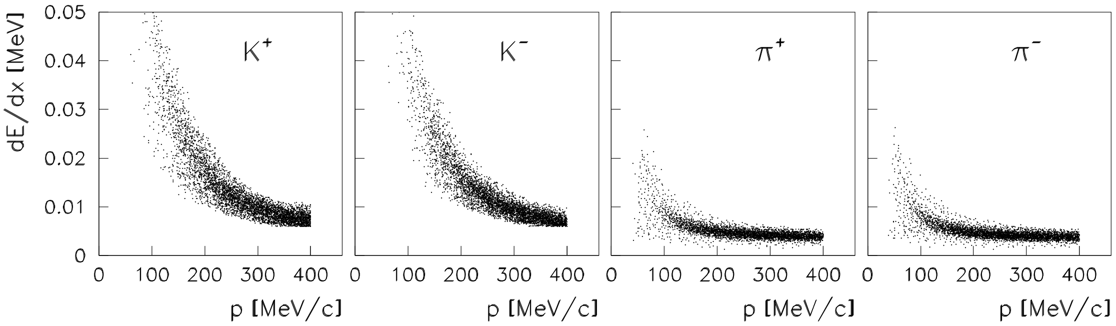

Abbildung 5.4: Teilchenidentifikation mit dem differentiellen Energieverlust dE/dx in der Driftkammer. Unterhalb 400 MeV/c sind Pionen gut von Kaonen trennbar. Aufgetragen ist dE/dx gegen den Impuls des Teilchens.

5.2 Selektion der Testdatensätze

Ausgehend von 1.3 Millionen Annihilationen in LH_2 von Juni 1994 (*minimum-bias*-Daten), sowie 300000 simulierten $K^+K^-\pi^0$- und 400000 simulierten $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignissen sollen die oben erwähnten Effekte unter den gleichen Bedingungen studiert werden, die bei der Selektion der zur Partialwellenanalyse verwendeten Daten galten. Es werden dieselben Programmversionen zur Rekonstruktion und zur Generierung der Monte-Carlo-Daten verwendet. Damit wird jeweils eine Satz von echten und von simulierten geladenen Kaonen und Pionen in folgenden Schritten erstellt:

- Ereignisse mit mehr oder weniger als zwei 'goldenen Spuren' werden verworfen. Die Anzahl der nicht-goldenen Spuren, sowie der PED's ist dabei beliebig.
- Zur Trennung von Pionen und Kaonen wird die dE/dx-Information der goldenen Spuren aus der JDC verwendet. Dies ist möglich bis zu einem Impuls von 400 MeV/c (Abbildung 5.4). Oberhalb dieses Impulses ändern sich die systematischen Effekte nicht mehr wesentlich, und wir werden sehen, daß die Differenz zwischen Monte-Carlo- und echten Daten bereits bei 400 MeV/c kleiner als 2% sind.

Die quantitative Beschreibung der Datensätze und deren Selektion sind in Tabelle 5.1 zusammengefaßt.

	june 94 min. bias	mc fluka $K^+K^-\pi^0$	mc fluka $\pi^+\pi^-\pi^0$
Zahl der rekonstruierten Ereignisse	1312567	300000	400000
Ereignisse mit 2 goldenen Spuren	289228	48199	52412
π^+ goldene Spuren, $p < 400$ MeV/c	216932	-	43444
π^- goldene Spuren, $p < 400$ MeV/c	244764	-	47958
K^+ goldene Spuren, $p < 400$ MeV/c	4787	31129	-
K^- goldene Spuren, $p < 400$ MeV/c	4579	35004	-

Tabelle 5.1: Datenselektion für die Akzeptanzstudien.

5.3 Rekonstruktion der geladenen Spuren

Die Rekonstruktionseffizienz ist eine wichtige Größe bei der Simulation der geladenen Endzustände. Dem wurde Rechnung getragen bei der Konzeption und Entwicklung des Monte-

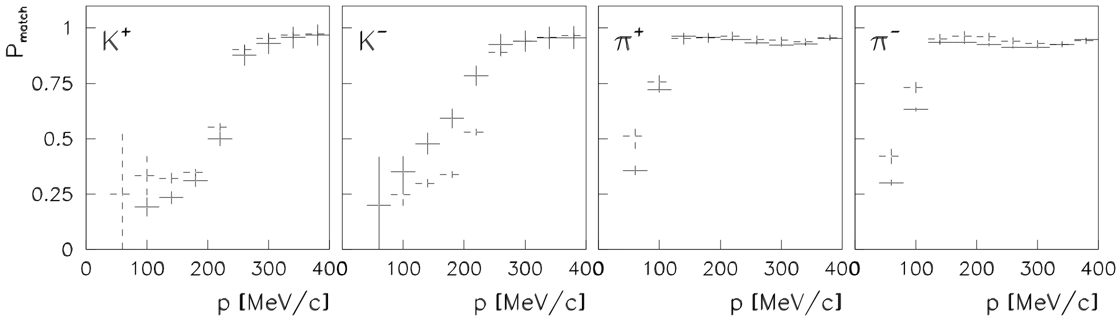

Abbildung 5.5: Zuordnungswahrscheinlichkeit für K^+,π^-, K^- and π^- als Funktion des Teilchenimpulses: Echte Daten durchgezogen, Monte-Carlo daten gestrichelt

Carlo-Programmpakets für den Crystal-Barrel-Detektor. Die $r - \phi$-Auflösung der Einzelhits in der JDC,die Effekte der Vielfachstreuung im inneren Bereich des Detektors, sowie das Verhältnis der Amplituden an den Drahtenden für die Auflösung in z stimmen sehr genau mit der Realität überein. Damit ist gewährleistet, daß auch die Effizienz, geladene Spuren zu finden, bei den simulierten und den echten Ereignissen identisch ist - insbesondere, wenn es sich dabei um 'goldene Spuren' handelt. Ein kleiner Unterschied besteht lediglich in der Wahrscheinlichkeit, einzelne Hits zu finden. Dies äußert sich zum Beispiel in der mittleren Zahl der Hits von goldenen Spuren. Diese ist 19 für Pionen, 20 für Kaonen. Bei Monte-Carlo-Ereignissen findet man im Mittel 20 Hits, unabhängig von der Teilchenart. Dies hat jedoch keinen Einfluß auf die Nachweiswahrscheinlichkeit von goldenen Spuren.

5.4 Zuordnungs-Wahrscheinlichkeit

Das Prinzip der Zuordnung eines PED's im Kalorimeter zu einer Spur in der JDC wurde bereits in Abschnitt 2.5.3 beschrieben. Nun soll untersucht werden, wieviele der Spuren tatsächlich ein zugeordnetes PED haben, und wieviele von den Spuren ohne assoziiertes PED ein falsches goldenes Gamma erzeugen. Solche hadronischen Split-Off's führen bei der Selektion eines spezifischen Endzustandes schließlich dazu, daß das Ereignis verworfen wird. Wir definieren die Zuordnungs-Wahrscheinlichkeit P_{match} für ein Impulsintervall Δp als das Verhältnis der Zahl der Spuren mit assoziiertem PED n_{match} zur gesamten Zahl n_{tot} der Spuren im Intervall Δp:

$$P_{match} = \frac{n_{match}(p)}{n_{tot}(p)} \tag{5.1}$$

In Abbildung 5.5 ist P_{match} als Funktion des Impulses von Kaonen und Pionen dargestellt. Δp ist hier 40 MeV/c. Nur 5% aller Kaonen über 400 MeV/c haben kein assoziiertes PED, in Übereinstimmung mit der Simulation. Bei langsameren Kaonen sind es deutlich mehr, und die Simulation mit FLUKA weicht von den echten Daten ab. Es handelt sich hierbei um Reaktionen im Material zwischen JDC und Kalorimeter, oder um Kaonen, die kaum in das Kalorimeter eindringen: Ein Kaon stoppt und das anschließend entstehende μ^+ oder π deponiert den größten Teil seiner Energie ein paar Kristalle entfernt. Wenn die kinetische Energie des Kaons nicht ausreicht , um ein lokales Energiemaximum von mindestens 10 MeV zu erzeugen, dann kann der Algorithmus kein PED zur Spur assoziieren. Pionen zeigen ein ähnliches Verhalten bei weit niedrigeren Impulsen.

Es soll nun festgestellt werden, wieviele der Spuren ohne zugeordnetes PED auf diese Weise ein zusätzliches goldenes PED erzeugen. Dazu betrachten wir jeweils für Impulsintervalle von 40

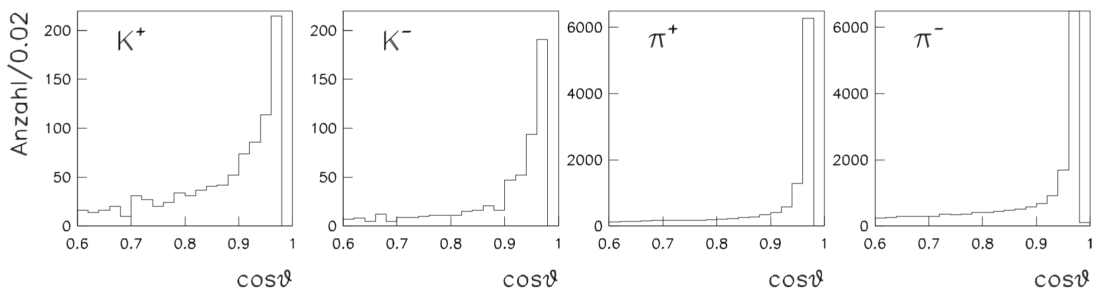

Abbildung 5.6: Anzahl Spuren ohne assoziiertes PED in Abhängigkeit vom Kosinus des Öffnungswinkels θ zum nächsten goldenen PED. Dargestellt sind hier alle K^+-, K^--, π^+- bzw. π^--Spuren mit Impulsen kleiner als $400\,\mathrm{MeV}/c$.

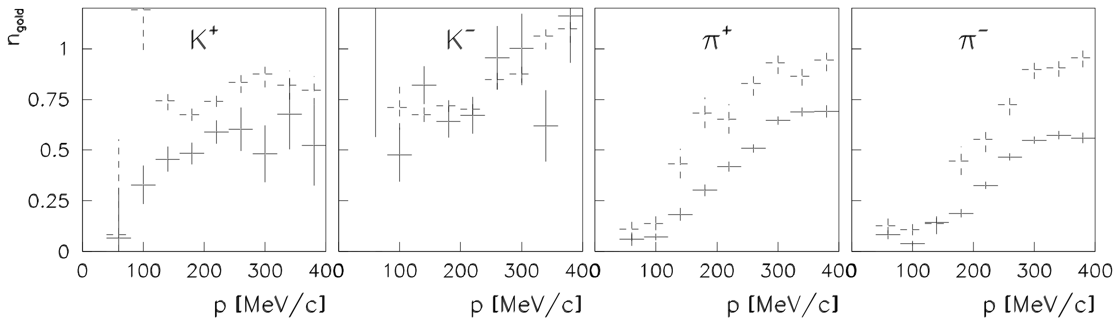

Abbildung 5.7: Mittlere Zahl der goldenen PEDs pro Spur ohne zugeordnetes PED: echte Daten durchgezogen, Simulation gestrichelt.

MeV/c die Winkelkorrelation zwischen den Spuren ohne zugeordnetem PED und allen goldenen PED's des Ereignisses. Die physikalischen Photonen sind homogen verteilt in alle Richtungen. Dennoch sieht man deutlich einen Überschuss von goldenen PEDs in der Region $0.7 < \cos\theta < 0.98$, die von Split-Off's der geladenen Kaonen herrühren (Abbildung 5.6). Der Winkel θ ist hier analog zum Zuordnungs-Kriterium definiert (siehe Abschnitt 2.5.3).

Integriert man in jedem Impulsintervall über die Zahl der überzähligen goldenen PEDs und normiert auf die Zahl aller Spuren ohne passendes PED, so erhält man die mittlere Zahl von goldenen PEDs pro Spur ohne PED (Abb. 5.7). Unter der Annahme, daß jede Spur ohne PED maximal ein goldenes PED erzeugt, führen wir die Effizienz wie folgt ein:

$$\epsilon_{match} = 1 - (1 - P_{match}) \cdot n_{gold} \tag{5.2}$$

Also ist ϵ_{match} ein Maß für den Verlust von Ereignissen, bei denen ein zur Spur gehörige PED nicht als solches erkannt wurde und als goldenes PED die Zahl der vermeintlichen Photonen erhöht.

Das Verhältnis $\epsilon_{match(daten)}/\epsilon_{match(MC)}$ bietet sich nun als Stützstelle in jedem Impulsintervall an, um eine Zuordnungs-Korrekturfunktion f_{ZK} daran anzupassen. Für Pionen gilt in sehr

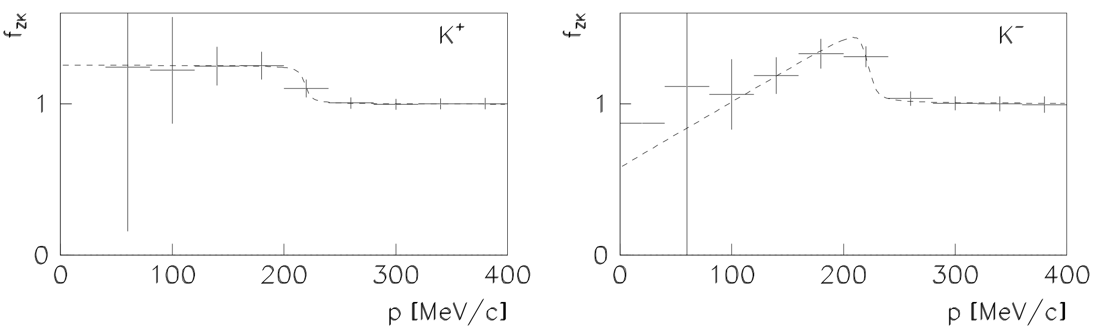

Abbildung 5.8: Akzeptanzkorrekturfunktion f_{ZK} für falsche goldene PEDs, die von K^+- (links) und K^--Spuren (rechts) ohne zugeordnete PEDs herrühren. gestrichelte Linie: Angepaßte Funktion, Werte mit Fehlerbalken: $\varepsilon_{match,DATA}/\varepsilon_{match,MC}$, gepunktetes Histogramm: Monte Carlo Impulsspektrum ($K^+K^-\pi^0$)

guter Näherung $f_{ZK} = 1$. Für Kaonen kann f_{ZK} folgendermaßen parametrisiert werden:

$$f_{ZK}^{K^+} = 1.1259+0.082793 \arctan[(218.87-\frac{p_{K^+}}{\mathrm{MeV}/c})\, 0.27111] \tag{5.3}$$

$$\begin{aligned} f_{ZK}^{K^-} &= 1-(0.54259-0.0034813\,\frac{p_{K^-}}{\mathrm{MeV}/c}) \\ &\quad \{0.5+0.3183 \arctan[(225.87-\frac{p_{K^-}}{\mathrm{MeV}/c})\, 0.27111]\} \end{aligned} \tag{5.4}$$

In Abbildung 5.8 ist $f_{ZK}^{K^+}$ und $f_{ZK}^{K^-}$ zusammen mit den Effizienzverhältnissen dargestellt. Wir werden die Akzeptanzkorrektur $f_{ZK}^{K^+}$ später explizit anwenden, und anschließend für die K^- eine impulsabhängige Korrektur basierend auf der Asymmetrie zwischen K^+ und K^- durchführen.

5.5 Sekundäre geladene Teilchen in der JDC

Geladene Teilchen, die in der JDC nachgewiesen werden, stammen nicht immer direkt aus $\overline{p}p$ Annihilationen. Es kann sich um Zerfallsprodukte von Primärteilchen mit relativ kurzer Lebensdauer handeln (z.B $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$), um γ-Konversionen, aber auch um Teilchen, die bei hadronischen Wechselwirkungen mit Detektormaterie entstehen. Letztere werden mit dem verwendeten Monte-Carlo-Programm schlecht simuliert und können daher die Resultate fälschen. Wir teilen die Menge aller rekonstruierter Spuren in zwei Gruppen ein:

- Goldene Vertex-Spuren: Dies sind *goldene* Spuren, deren kleinster Abstand zum Ursprung < 1.5 cm in r und < 2.2 cm in z ist.
- Sekundärspur: Hierunter fallen *alle* Spuren, deren kleinster Abstand zum Ursprung > 1.5 cm in r oder > 2.2 cm in z ist.

Unter den Sekundärspuren gibt es häufig solche, die aus dem Kalorimeter zurück in die JDC laufen. Dies kann bei hadronischen Wechselwirkungen oder Zerfällen von gestoppten Teilchen im Kalorimeter bzw. im Material zwischen JDC und Kalorimeter geschehen. Wir erkennen sie am kleinen Abstand des Austrittspunkts der Sekundärspur vom Eintrittspunkt der Primärspur (goldene Vertex-Spur) an der Kalorimeterinnenwand. Ist θ_r der Winkel zwischen den beiden Punkten, vom Detektormittelpunkt aus betrachtet, so sprechen wir von *rückläufigen Sekundärspuren*, wenn $\cos\theta_r > 0.98$ ist. Wir finden, daß die Zahl der rückläufigen Sekundärspuren für primäre Pionen vernachlässigbar klein ist, für kaonische Spuren jedoch von Bedeutung ist $(6-7\%)$,

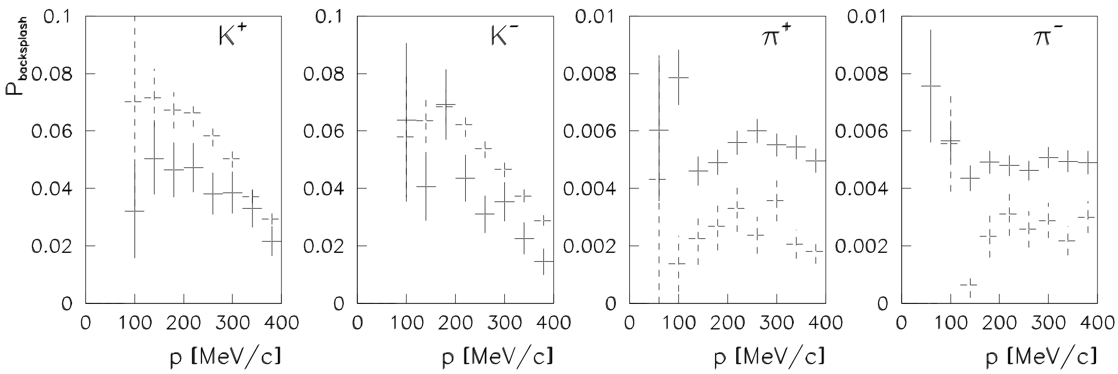

Abbildung 5.9: Wahrscheinlichkeit des Auftretens von rückläufigen Sekundärspuren (*backsplashes*) für K^+, π^+, K^- und π^-. Echte Daten durchgezogen, Monte-Carlo gestrichelt.

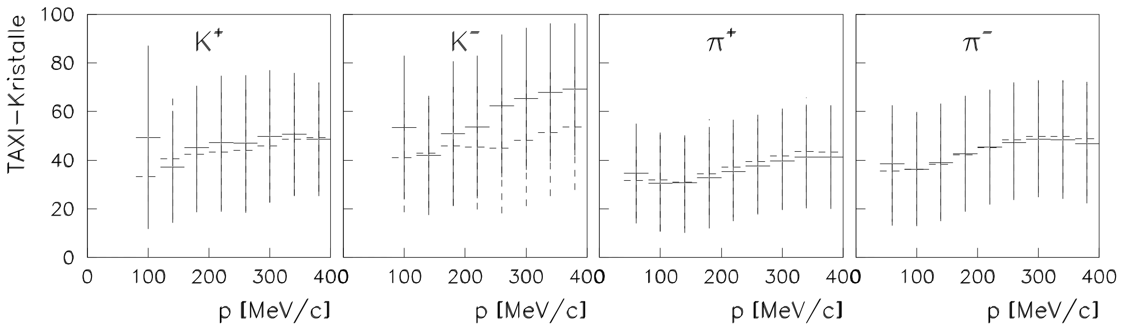

Abbildung 5.10: Mittlere Zahl der Kristalle, die vom TAXI-Algorithmus vom Zentralkristall eines geladenen Clusters ausgehend geprüft werden. Echte Daten durchgezogen, Monte-Carlo Daten gestrichelt. Die Fehlerbalken geben die mittlere quadratische Abweichung an.

zumal die Simulation systematisch um etwa $1-2\%$ kleiner ist (Abbildung 5.9). Diese Abweichung wurde bereits bei der Berechnung der systematischen Fehler des Verzweigungsverhältnisses $\overline{p}p \to K^+K^-\pi^0$ berücksichtigt.

5.6 Photonen und K_L in Clustern von geladenen Teilchen

Wir haben gesehen, daß die Cluster von negativ geladenen Kaonen größer sind, als die von positiv geladenen Kaonen. Diese Abweichung kann zu weiteren systematischen Veränderungen im Dalitzplot beitragen. Abbildung 5.10 zeigt die mittlere Zahl der Kristalle, die in Verbindung mit einem geladenen Cluster von dem TAXI-Algorithmus auf Energiedepositionen hin untersucht werden. Deutliche Abweichungen zwischen Monte-Carlo- und echten Daten sind nur für K^- zu erkennen. Die Konsequenz ist, wenn ein Photon-PED einem K^--Cluster zu nahe kommt oder mit diesem überlappt, daß dieses Photon fälschlicherweise als Split-Off markiert wird. Zur Veranschaulichung, in welchem Bereich des $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplots dieser Effekt sichtbar wird, stellen wir in Abbildung 5.11 den Öffungswinkel $\theta_{K^-,\gamma}$ für zwei verschiedene $(K^-\pi)$-Massenbereiche dar und zeigen den $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot von simulierten Ereignissen, bei denen für wenigstens eines der beiden Photonen $\cos\theta_{K^-,\gamma} > 0.7$ ist. Nur 2.1% Prozent aller simulierten Ereignisse erfüllen diese Bedingung.

In diesem Zusammenhang kommen wir auf einen weiteren, wesentlich gravierenderen Effekt im $K_LK^\pm\pi^\mp$-Dalitzplot zurück, der bereits im Kapitel 4.4 angesprochen wurde. Er betrifft die

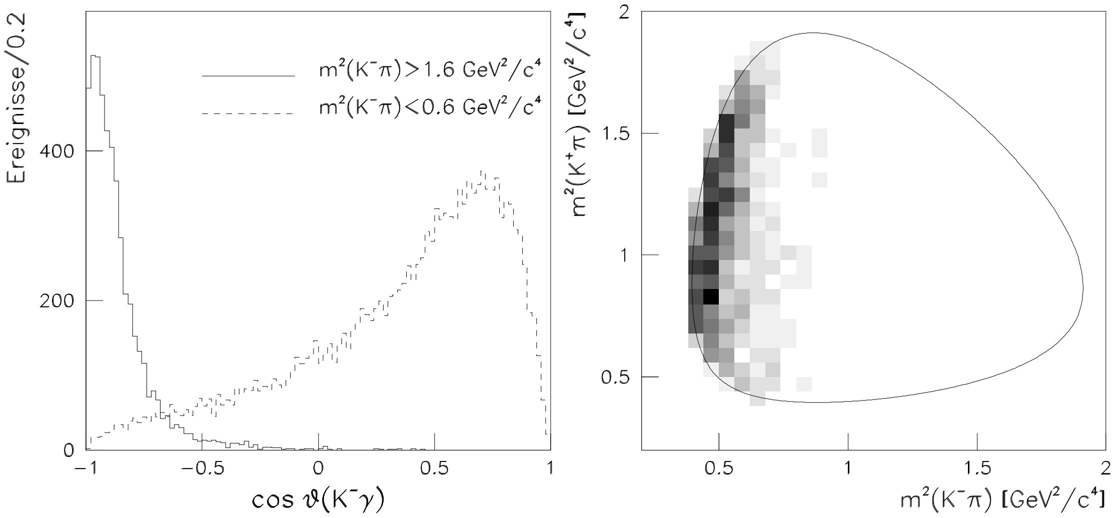

Abbildung 5.11: Spur-Photon-Korrelation im $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot. Links: $\cos\theta_{K^-,\gamma}$, rechts:$K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot von simulierten Ereignissen, bei denen für wenigstens eines der beiden Photonen $\cos\theta_{K^-,\gamma} >$ 0.7 ist.

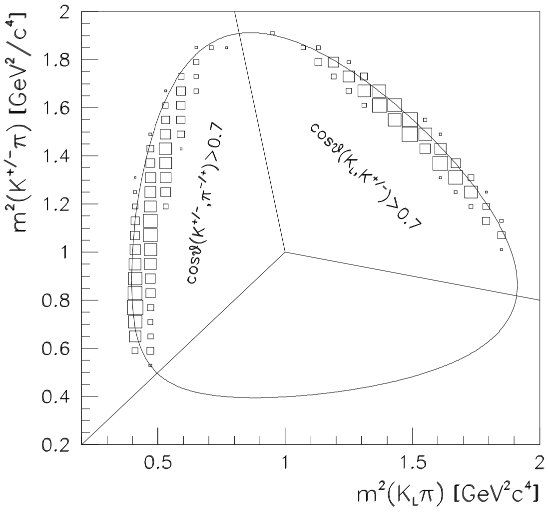

Abbildung 5.12: Bereiche im Dalitzplot, in denen der Kosinus des Öffnungswinkels zwischen K_L und $K^\pm$ bzw. $\pi^\pm$ größer 0.7 ist.

Regionen, in denen der $K_L-K^\pm$- bzw der $K_L-\pi^\mp$-Öffnungswinkel so klein ist, daß deren Cluster überlappen. Dort kann nicht mehr unterschieden werden zwischen wechselwirkenden und nicht wechselwirkenden K_L, und es können bis zu zweimal mehr Ereignisse in diese Bereiche des Dalitzplots gelangen (Abbildung 5.12). Um sicherzustellen, daß das K_L nicht mit dem Pion-Cluster überlappt, werden wir Bins, in denen der Öffnungswinkel $\cos\theta_{K_L\pi^+} > 0.7$ betragen kann, von der Partialwellenanalyse ausschließen.

An der $K\overline{K}$-Schwelle können wir diesen Effekt mit zusätzlicher Intensität in der $a_0(980)$-Resonanz kompensieren. Aus diesem Grund werden wir keine Aussage machen können über die wahre Stärke der $a_0(980)\pi^\pm$-Amplitude im $K_LK^\pm\pi^\mp$-Dalitzplot. Zur gekoppelten Analyse muß auch dieser Bereich ausgeblendet werden.

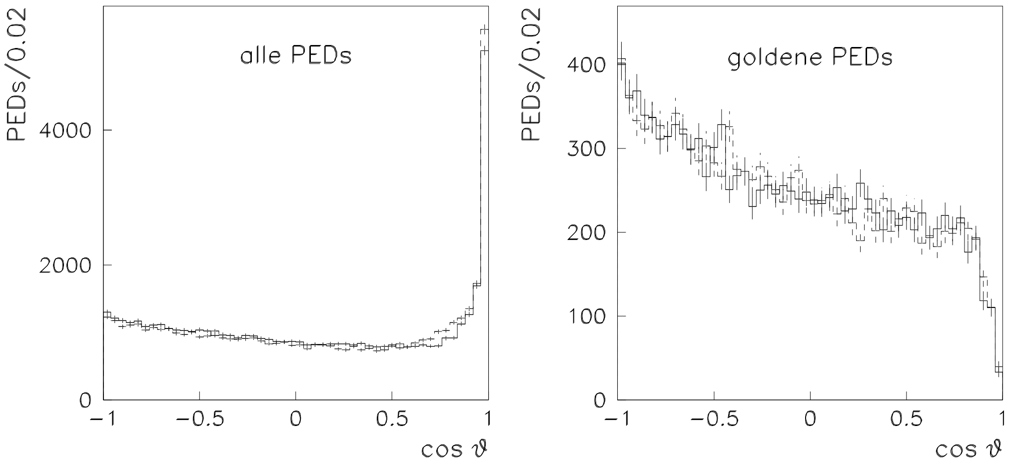

Abbildung 5.13: PED-Spur Winkelverteilung. links: alle PEDs, rechts: alle goldenen PEDs. θ ist der Öffnungswinkel zwischen dem Eintritt der Spur in das Kalorimeter und dem Zentrum des PEDs.

5.7 Goldene Split-Off's

Bisher ist noch nicht geprüft worden, wieviele Split-Off's sich noch unter den goldenen PEDs befinden, und ob dieser Anteil von der Simulation richtig bestimmt wird. Eine qualitative Abschätzung kann man erhalten, indem man den Öffnungswinkel aller PEDs gegenüber dem Eintrittspunkt von goldenen Spuren in das Kalorimeter betrachtet. Dazu benutzen wir den selektierten Datensatz von $K^+K^-\pi^0$ und vergleichen $\cos\theta_{K^+\gamma}$ mit $\cos\theta_{K^-\gamma}$. Wir beobachten in Abbildung 5.13, daß die K^- mehr Split-Off's produzieren, als die K^+. Dieser Überschuß verschwindet nach der Selektion von goldenen PEDs.

5.8 Korrektur der Dalitzplots $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK^\pm\pi^\mp$

Nach der ersten Akzeptanzkorrektur, die alleine auf der Monte-Carlo-Simulation beruhte, führen wir nun die ergänzende zweite Akzeptanzkorrektur durch, um die in diesem Kapitel beschriebenen systematischen Abweichungen zwischen Simulation und echten Daten miteinzubeziehen.

Zunächst multiplizieren wir den MC-akzeptanzkorrigierten $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot mit $f_{ZK}^{K^+}$ aus Gleichung 5.3, um die systematischen Fehler für langsame K^+ auszugleichen. Die verbleibende Asymmetrie des Dalitzplots führen wir auf die von der Simulation wesentlich schlechter beschriebenen K^- zurück. Dazu definieren wir im MC- und K^+-akzeptanzkorrigierten Dalitzplot (Abbildung 5.14a) zwei aufeinander senkrecht stehende breite Bänder, die die $K^\star(892)$-Resonanzen einschließen. Alle Ereignisse innerhalb des Bandes, das entlang des $K^{\star+}$verläuft, werden auf die $K^-\pi^0$-Achse projeziert, und entsprechend die Ereignisse im $K^{\star-}$-Band auf die $K^+\pi^0$-Achse (Abbildung 5.14b). Die Projektion des $K^{\star-}$-Bandes wird nun dividiert durch die Projektion des $K^{\star+}$-Bandes (Abb. 5.14c). Zwischen 0.7 GeV$^2/c^4$ und 1.4 GeV$^2/c^4$ ist keine Asymmetrie zu erkennen. Darunter steigt die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon in dem von der Simulation unterschätzten K^--Cluster übersehen wurde, denn der $K\pi$-Öffnungswinkel verringert sich mit der invarianten Masse von $K\pi$. Dieser Effekt wird jedoch vernachlässigt. Oberhalb 1.4 GeV$^2/c^4$ kommen Effekte der hadronischen Wechselwirkungen und des K^--Einfangs zum Tragen. Wir korrigieren diesen Bereich, indem wir eine Exponentialfunktion an das Histogramm anpassen:

$$f_{AS}^{K^-} = a_1\{1 - a_2 \cdot exp(-\frac{(m^2_{K^-\pi} \cdot \mathrm{GeV}^{-2}c^4 - a_3}{a_4})\} \tag{5.5}$$

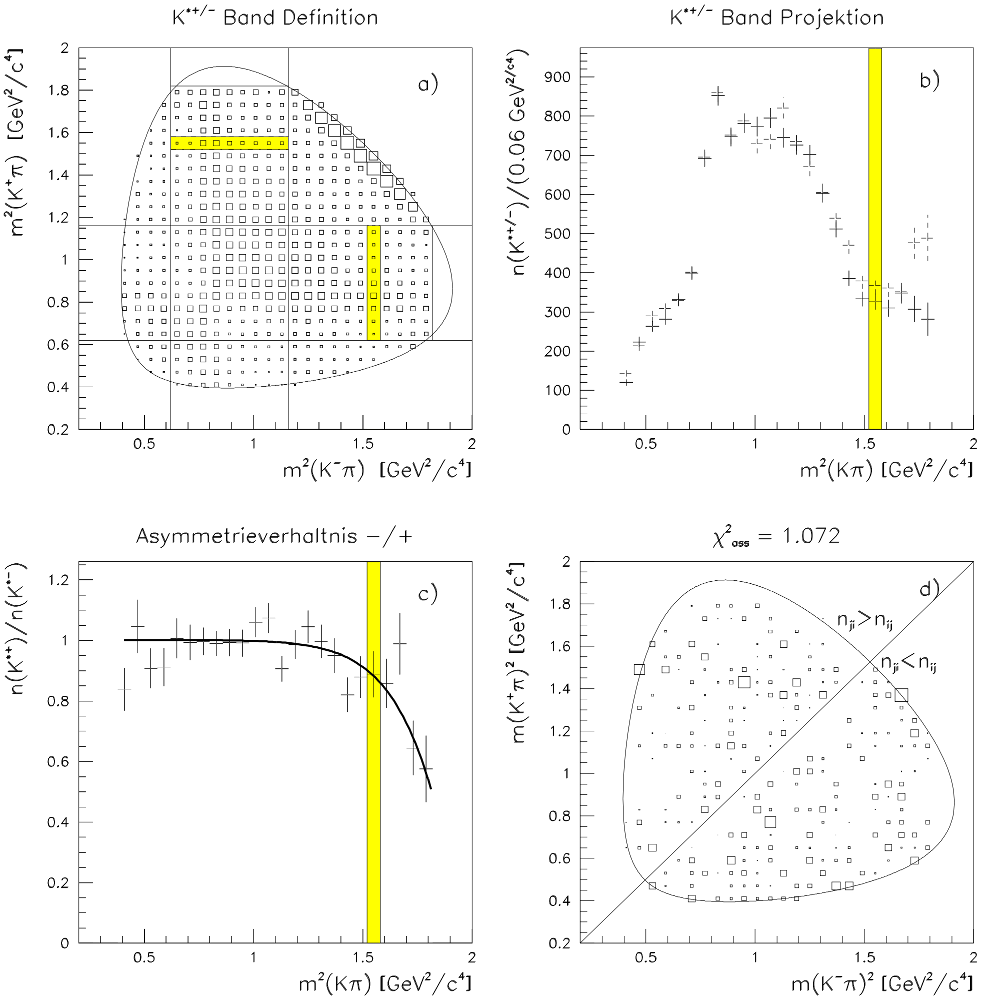

Abbildung 5.14:
a) Definition der K^*-Bänder.
b) Projektionen der K^*-Bänder, K^{*+} durchgezogen, K^{*-} gestrichelt.
c) Asymmetrie als Resultat aus der Division der beiden K^*-Bänder. Die Korrekturfunktion $f_{AS}^{K^-}$ ist dick überlagert.
d) χ^2_{ass} nach allen Akzeptanzkorrekturen. obere Hälfte: $n_{ij} < n_{ji}$, untere Hälfte: $n_{ij} > n_{ji}$, $(i > j)$

Die Anpassung der Parameter $a_1, .., a_4$ ergab:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1.00 \pm 0.03, & a_2 &= 3.68 \pm 0.08, \\ a_3 &= 0.86 \pm 0.20, & a_4 &= 54.83 \pm 20.00\ . \end{aligned}$$

Die Korrekturfunktionen $f_{ZK}^{K^+}$ und $f_{AS}^{K^-}$ werden an den Schwerpunkten der Dalitzplotzellen (i,j) berechnet und wir definieren

$$n'_{ij} = n_{ij} \cdot f_{ZK}^{K^+}(i,j) \cdot f_{AS}^{K^-}(i,j)\ , \tag{5.6}$$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} \cdot f_{ZK}^{K^+}(i,j) \cdot f_{AS}^{K^-}(i,j)\ , \qquad \text{sowie} \tag{5.7}$$

$$\epsilon'_{ij} = \frac{\epsilon_{ij}}{f_{ZK}^{K^+}(i,j) \cdot f_{AS}^{K^-}(i,j)}\ . \tag{5.8}$$

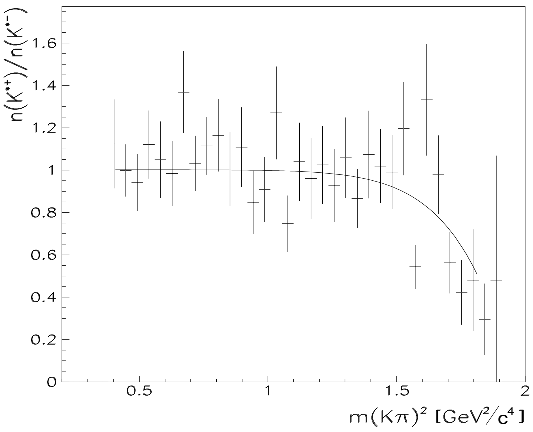

Abbildung 5.15: Verhältnis von Ereignissen mit K^+ zu Ereignissen mit K^- in $K_L K^\pm \pi^\mp$ als Funktion von $m^2_{K_L\pi}$. Darübergelagert ist die Funktion $f_{AS}^{K^-}$, die aus der Asymmetrie des $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplots ermittelt wurde.

Durch diese Korrektur verringert sich die Dalitzplot-Asymmetrie pro Bin-Paar

$$\chi^2_{asym} = \frac{1}{N}\left(\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=j+1}^{n} \frac{(n_{ij} - n_{ji})^2}{\sigma^2_{ij} + \sigma^2_{ji}} \right) \tag{5.9}$$

von 1.21 auf 1.07. N ist dabei die Zahl aller getesteten Bin-Paare, n die Zahl der Zellen entlang einer Dalitzplotachse. Abbildung 5.14d zeigt die χ^2_{asym}-Verteilung über den vollständig korrigierten Dalitzplot. Wenn $n'_{ji} > n'_{ij}$ war, so wurde χ^2_{asym} in die obere Hälfte in das Bin (j, i) eingetragen, wenn $n'_{ji} < n'_{ij}$ zutraf, in das entsprechende Bin (i, j) in der unteren Hälfte.

Die Korrekturfunktionen für K^+ bzw. K^- werden auch auf die Datensätze $K^+K_L\pi^-$ und $K^-K_L\pi^+$ entsprechend angewandt. Teilt man die beiden Dalitzplots Bin für Bin durcheinander und vergleicht die Projektion auf die $K_L - \pi$-Achse mit der Korrekturfunktion $f_{AS}^{K^-}$, so stellt man gute Übereinstimmung fest (Abbildung 5.15).

Kapitel 6

Partialwellenanalyse der Dalitzplots

Mit den in den beiden vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Selektionen stehen nun vier verschiedene $\overline{K}K\pi$-Dalitzplots vom gleichen Detektor zur Verfügung:

- $K^+K^-\pi^0$ mit 27158 Ereignissen (s. Kapitel 3),
- $K_LK_L\pi^0$ mit 37367 Ereignissen [29, 59],
- $K_LK_S\pi^0$ mit 9523 Ereignissen [79],
- $K_LK^\pm\pi^\mp$ mit 11183 Ereignissen (s. Kapitel 4).

Mit einer Partialwellenanalyse sollen nun die Anteile der Übergänge von den verschiedenen atomaren $\overline{p}p$-Anfangszuständen über aufeinanderfolgende Zweiteilchenzerfälle zu dem jeweiligen $\overline{K}K\pi$-Endzustand bestimmt werden. Die Ereignisdichte im Dalitzplot wird dann über das Quadrat der kohärenten Summe möglicher Partialwellen beschrieben. Für die quantitative Darstellung der Ergebnisse (z.B. Massen und Breiten der Resonanzen) soll von nun an $c = 1$ gelten.

6.1 Formulierung der Übergangsamplituden

Die Formulierung der Übergangsamplituden erfolgt auf der Basis des *Isobar-Modells*, das sich als sehr erfolgreich in der Beschreibung der Wechselwirkung mehrerer Teilchen im Endzustand erwiesen hat [61, 62]. Es basiert auf der experimentellen Beobachtung, daß jeder n-Teilchen-Endzustand durch eine Folge von Zerfällen über Zweiteilchensysteme beschrieben werden kann. In unserem Fall ist $n = 3$, die entsprechenden Prozesse folgen also dem Schema

$$\begin{array}{rcll} \overline{p}p & \rightarrow & \mathcal{M}_3 & R\,, \\ & & R & \rightarrow \ \mathcal{M}_1 \quad \mathcal{M}_2, \end{array} \tag{6.1}$$

wobei die Zuschauer-Position $\mathcal{M}_3$ von jedem der drei Mesonen $\mathcal{M}_i$ des Endzustands eingenommen werden kann. Wir definieren die kinematischen Gößen des Übergangs anhand der Abbildung 6.1 im Gottfried-Jackson-System [63]:

m_1, m_2, m_3	:Massen der Endzustandsteilchen.
$\vec{p}$	:Impuls von m_3 (Zuschauerteilchen) im $\overline{p}p$-Ruhesystem.
$\vec{q}$	:Impuls von m_1 im Ruhesystem der Resonanz(m_1, m_2).
J^{PC}	:Spin, Parität und C-Parität des Anfangszustandes.
L	:Drehimpuls zwischen Resonanz und Zuschauerteilchen.
l	:Spin der Resonanz.
θ	:Winkel zwischen $\vec{p}$ und $\vec{q}$ im Ruhesystem der Resonanz.

Die Endzustandsteilchen π und K sind Teilchen mit Spin-0 . Daher ist der Zerfallsdrehimpuls der Teilchen 1 und 2 gleich dem Spin l der Resonanz R. Da der Anfangszustand unpolarisiert ist, wird nur der Zerfallswinkel der Resonanz bezüglich der Flugrichtung des Zuschauerteilchens gemessen.

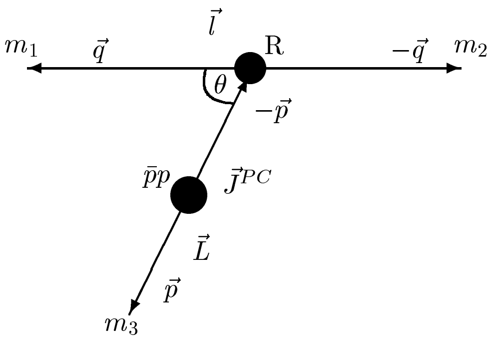

Abbildung 6.1: Definition der kinematischen Größen im Gottfried-Jackson-System.

Die primären Teilchen $\mathcal{M}_3$ und R haben den Impuls $\vec{p}$ im $\overline{p}p$-Ruhesystem und die beiden Mesonen aus dem Zerfall der Resonanz besitzen in ihrem gemeinsamen Schwerpunktssystem den Impuls $\vec{q}$. Der Zerfall wird also jeweils im Schwerpunktsystem der Zerfallsprodukte betrachtet. Das Zweiteilchen-Subsystem wird durch den relativen Bahndrehimpuls l und den Isospin $|i, i_z\rangle$ charakterisiert. Das dritte Meson besitzt einen Drehimpuls L relativ zum Dimeson, der durch J, l, und P festgelegt ist. Sein Isospin bestimmt zusammen mit dem Isospin des Dimesons den Isospin $|I, I_z\rangle$ des $\overline{p}p$-Systems ($I = 0$ oder 1, $I_z = 0$).

Wir gehen davon aus, daß die Gesamtwellenfunktion eines Übergangs in Spin- und Drehimpulseigenschaften, Flavoureigenschaften und in ihr dynamisches Verhalten faktorisiert. Die allgemeine Übergangsamplitude eines definierten $\overline{p}p$-Anfangszustandes mit Isospin I, Spin J, Parität P und C-Parität C in einen $\overline{K}K\pi$-Endzustand mit den Größen L, l, $\vec{p}$, $\vec{q}$ und dem Isospin der Resonanz i ist dann gegeben durch

$$A_{l,L,J^{PC},i,I}(\vec{p},\vec{q}) = Z_{l,L,J}(\vec{p},\vec{q}) \cdot D_L(|\vec{p}\,|) \cdot \tau_{i,I,C} \cdot F_l(|\vec{p}\,|, |\vec{q}\,|) \tag{6.2}$$

Dabei ist

$A_{l,L,J^{PC},i,I}(\vec{p},\vec{q})$	:	Amplitude der Partialwellen
$Z_{l,L,J}(\vec{p},\vec{q})$	:	Spinwellenfunktion
$D_L(\|\vec{p}\,\|)$	:	Zentrifugalbarriere der Dimeson-Meson-Produktion
$\tau_{i,I,C}$	:	Isospinkopplungskoeffizienten
$F_l(\|\vec{p}\,\|, \|\vec{q}\,\|)$	:	Dynamische Funktion

Die Spinwellenfunktion wurde im Tensorformalismus [64] parametrisiert. Das Verfahren wird im folgenden Abschnitt beschrieben. In Zweikörperreaktionen mit relativem Bahndrehimpuls L führt das Zentrifugalpotential zu einer Unterdrückung der Amplitude proportional zu p^L. Um die Divergenz dieses Faktors für große Impulse zu vermeiden, verwenden wir die Parametrisierung von D_L nach Blatt-Weißkopf [65], auf die in Abschnitt 6.1.2 im Zusammenhang mit der dyamischen Funktion $F_l(\vec{p},\vec{q})$ eingegangen wird. Die Dynamik wurde im K-Matrixformalismus [66] parametrisiert, um Unitarität und Analytizität in den Zweiteilchenreaktionen zu gewährleisten. Die Amplituden in den vier verschiedenen $\overline{K}K\pi$-Endzuständen unterscheiden sich nur durch die Isospinkopplungsparameter $\tau_{i,I,C}$ (s. Abschnitt 6.1.3).

Die verschiedenen atomaren $\overline{p}p$-Zustände belegen unterschiedliche Energieniveaus und sind daher, im Gegensatz zum Isospin des Anfangszustands, prinzipiell unterscheidbar. Daher werden

Übergänge aus verschiedenen J^{PC}-Anfangszuständen inkohärent addiert. Übergänge aus gleichen J^{PC}-Anfangszuständen werden dagegen kohärent addiert, selbst wenn sie sich im Isospin des $\overline{p}p$-Systems I unterscheiden.

Die beobachtete Intensität an der Stelle $(\vec{p}, \vec{q})$ im Dalitzplot ist also

$$\mathcal{I}(\vec{p}, \vec{q}) = \sum_{J^{PC}} \Big| \sum_{l,L,i,I} A_{l,L,J^{PC},i,I}(\vec{p}, \vec{q}) \Big|^2 . \tag{6.3}$$

Wir werden in Abschitt 6.1.3 zeigen, daß die Kanäle $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_S\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK^\pm\pi^\mp$ Teilchen-Antiteilchen-Subsysteme $(\overline{K}K)$ besitzen, die dem verallgemeinerten Pauliprinzip unterliegen. Dieses verlangt eine Gesamtwellenfunktion, die symmetrisch unter Vertauschung von einem Boson mit seinem Antiboson ist.

6.1.1 Spin und Parität

Die Winkelverteilung der Endzustandsteilchen ist vom Drehimpuls J des Anfangszustands, dem Bahndrehimpuls L zwischen Resonanz und Zuschauerteilchen und dem Spin der Resonanz abhängig. Wir verwenden zur Herleitung den Zemach-Formalismus [64], der für niedrige Drehimpulse eine elegante Formulierung der Spinwellenfunktion darstellt. Erst für höhere Drehimpulse $(L > 2)$ wird dieses Verfahren aufwendig.

Der Zemach-Formalismus beruht auf einer Darstellung der Drehimpulsalgebra in Form von symmetrischen und spurlosen Tensoren bis 2.Stufe, die aus den Impulsvektoren $\vec{p}$ und $\vec{q}$ konstruiert werden. Die Normierung

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = \cos\theta \tag{6.4}$$

vermeidet das Auftreten von Drehimpulsbarrieren in den beiden aufeinanderfolgenden Zerfällen. Diese gehen separat in die dynamische Funktion bzw. direkt in die Übergangsamplitude ein. Jeder Drehimpuls l wird durch einen symmetrischen und spurlosen Tensor l-ter Stufe im dreidimensionalen Impulsraum repräsentiert. Die Kopplung von Drehimpulsen wird auf die Kopplung von Tensoren reduziert, wobei der daraus hervorgehende Tensor wiederum symmetrisch und spurlos sein muß und von der Stufe des Gesamtdrehimpulses J ist. Für die Drehimpulse $l = 0, 1, 2$ zwischen K und $\overline{K}$ bzw. $K\overline{K}$ und π findet man folgende Tensoren T_l als Repräsentanten:

$$\begin{array}{rclll} l &=& 0 & \quad 1 & \\ l &=& 1 & \quad \vec{q} & \\ l &=& 2 & \quad \vec{q}\,\vec{q}^{\intercal} - \frac{1}{3} q^2 \cdot \mathbb{1} & =: \quad \mathbb{Q} \end{array}$$

Analog wird der Drehimpuls L des Meson-Dimeson-Systems mit dem Zerfallsimpuls $\vec{p}$ als Tensor T_L dargestellt.

$$\begin{array}{rclll} L &=& 0 & \quad 1 & \\ L &=& 1 & \quad \vec{p} & \\ L &=& 2 & \quad \vec{p}\,\vec{p}^{\intercal} - \frac{1}{3} p^2 \cdot \mathbb{1} & =: \quad \mathbb{P} \end{array}$$

Dabei ist $\mathbb{1}$ die Einheitsmatrix. Um L und l zu dem Gesamtdrehimpuls J des $\overline{p}p$-Systems zu koppeln, verknüpft man die Tensoren T_l und T_L zu einem Tensor J-ter Stufe, $Z_{l,L,J}$. Die Zahl der möglichen Kombinationen von l, L, und J wird durch die Erhaltung von Parität und Ladungskonjugation begrenzt. So sind z.B. die Zemach-Amplituden $Z_{0,1,1}$, $Z_{1,0,1}$ oder $Z_{2,1,1}$ für Endzustände mit Pseudoskalaren verboten, wenn die Parität des Anfangszustandes negativ ist. Die Übergänge ${}^1\mathrm{S}_0 \to \rho^0\pi^0$ und ${}^3\mathrm{S}_1 \to a_2^0\pi^0$ sind wegen der Erhaltung der C-Parität nicht erlaubt. Alle für die $\overline{p}p$ S-Wellen-Annihilation relevanten Zemach-Amplituden sind in Tabelle 6.1 aufgeführt und deren Winkelverteilungen in Abbildung 6.2 gezeigt.

J	$\rightarrow$	l	$+$	L	$Z_{l,L,J}$	Winkelverteilung	Übergänge
0	$\rightarrow$	0	$+$	0	1	1	$f_0\pi^0, a_0\pi, K^\star_{0+}\overline{K}$
0	$\rightarrow$	1	$+$	1	$\vec{p}\cdot\vec{q}$	$\cos^2\theta$	$\rho^\pm\pi^\mp, K^\star_{1-}\overline{K}$
0	$\rightarrow$	2	$+$	2	$(\vec{p}\,\vec{q})^2 - \frac{1}{3}\vec{q}^2\vec{q}^2$	$(cos^2\theta - \frac{1}{3})^2$	$f_2\pi, a_2\pi$
1	$\rightarrow$	1	$+$	1	$\vec{p}\times\vec{q}$	$\sin^2\theta$	$\rho\pi, \phi\pi^0, \omega\pi^0$
1	$\rightarrow$	2	$+$	2	$\mathbb{Q}\times\mathbb{P}$	$(\sin\theta\,\cos\theta)^2$	$a_2^\pm\pi^\mp$

Tabelle 6.1: Zemachtensoren für die in dieser Arbeit auftretenden Drehimpulskombinationen aus $^1\mathrm{S}_0$ und $^3\mathrm{S}_1$-Anfangszuständen.

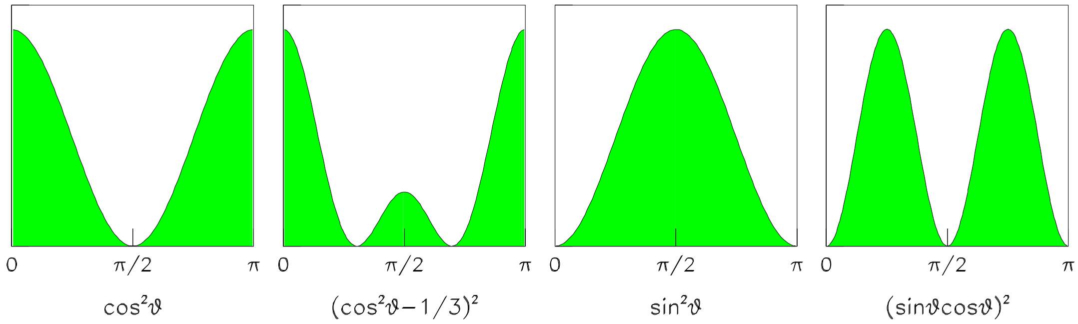

Abbildung 6.2: Winkelverteilungen der in dieser Arbeit vorkommenden Drehimpulskombinationen aus S-Wellen-Annihilation ($^1\mathrm{S}_0$ oder $^3\mathrm{S}_1$).

6.1.2 Beschreibung der Dynamik im K-Matrixformalismus

Nach Jackson [67] ist der Wirkungsquerschnitt der Reaktion 6.1 dominiert von der 2-Körper-Streuung $\mathcal{M}_1\mathcal{M}_2$ im Endzustand. Daher formuliert man die dynamische Funktion F_l als 2-Körper-Streuamplitude und ersetzt anschließend die Kopplung des i-ten Endzustandes $\langle f_i|$ an den Anfangszustand $|i\rangle$ durch eine Produktionsstärke β_i in der $\overline{p}p$ - Annihilation. Dieses Vorgehen wird durch den P-Vektoransatz realisiert [68]. Die Streuamplitude entwickeln wir im K-Matrixformalismus [66].

Für einen Übergang von einem Anfangszustand i in einen Endzustand f sind die Elemente der Streumatrix S gegeben durch

$$S_{fi} = \langle f|\, S\, |i\rangle \ ; \ \ \langle f|i\rangle = \delta_{fi}\ . \tag{6.5}$$

Die Wahrscheinlichkeit für einen speziellen Übergang ist dann

$$w_{fi} = |\ S_{fi}\ |^2 . \tag{6.6}$$

Damit $\sum w_{fi} = 1$ ist, muß die S-Matrix unitär sein:

$$S^\dagger S = S\,S^\dagger = \mathbb{1}. \tag{6.7}$$

Die S-Matrix zerlegt sich in einen wechselwirkungsfreien Anteil $\mathbb{1}$ und eine Übergangsmatrix T,

$$S = \mathbb{1} + 2i\ T\ . \tag{6.8}$$

Zur Parametrisierung der Übergangsmatrix T führen wir eine reelle und symmetrische Matrix ein, die die Unitarität der S-Matrix gewährleistet:

$$K^{-1} = T^{-1} + i\ \mathbb{1}. \tag{6.9}$$

Die K-Matrix ist hermitesch ($K = K^\dagger$) und kommutiert mit T. Man erhält für T und S, ausgedrückt durch K:

$$T = K(\mathbb{1} - iK)^{-1} = (\mathbb{1} - iK)^{-1}K \tag{6.10}$$

$$S = (\mathbb{1} + iK)(\mathbb{1} - iK)^{-1} \tag{6.11}$$

$$\tag{6.12}$$

Betrachtet man die Streuung zweier Spin-0-Teilchen, in relativer S-Welle und nur einem offenen Kanal, so kann man S über die Streuphase δ parametrisieren:

$$S = e^{2i\delta}\,, T = \sin\delta e^{i\delta}\,, K = \tan\delta\,. \tag{6.13}$$

Die lorentzinvariante Form der T- und K-Matrizen, $\widehat{T}$ und $\widehat{K}$, erhält man mit Hilfe der Phasenraummatrix ρ

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{\rho^\dagger}\,\widehat{T}\sqrt{\rho}\,, \\ K &= \sqrt{\rho^\dagger}\,\widehat{K}\sqrt{\rho}\,. \end{aligned} \tag{6.14}$$

Dabei ist $\rho_{ii} = 2q_i/m$ und $\rho_{ij} = 0$ wenn $i \neq j$. q_i ist der Zerfallsimpuls der beiden Teilchen im i-ten Endzustand in ihrem gemeinsamen Schwerpunktsystem mit Energie m/c^2. Ist die Übergangsamplitude ausschließlich durch Resonanzen beschreibbar, so erscheinen diese Resonanzen in der K-Matrix als Summe von Polen α der Masse m_α:

$$\widehat{K}_{ij} = \sum_\alpha \frac{g_{\alpha i} g_{\alpha j} B_l(q_i, q_{\alpha,i}) B_l(q_j, q_{\alpha,j})}{m_\alpha^2 - m^2} \tag{6.15}$$

mit

$g_{\alpha i}$	: Kopplungstärke des Poles α an den i-ten Kanal.
m_α	: K-Matrix Polstelle bzw. Resonanzmasse.
$B_l(q_i, q_{\alpha,i})$	: Drehimpuls-Penetrationsfaktoren des Zerfalls der Resonanz α in den Endzustand i.
$q_{\alpha,i}$	: Betrag des Zerfallsimpulses im Kanal i an der Polstelle α.

Die Kopplungsstärken $g_{\alpha i}$ lassen sich durch die entsprechenden Partialbreiten $\Gamma_{\alpha i}$ ausdrücken:

$$g_{\alpha i} = \sqrt{\frac{m_\alpha \Gamma_{\alpha i}}{\rho_i(m_\alpha)}}\,. \tag{6.16}$$

wobei $\rho_i(m_\alpha)$ das an der Polstelle m_α berechnete Phasenraumelement im Kanal i ist. Die totale Breite Γ_α ist die Summe der Partialbreiten aller Kanäle i.

Die Faktoren $B_l(q_i, q_{\alpha,i})$ werden als Quotient von Blatt-Weisskopf-Faktoren formuliert [65]:

$$B_l(q_i, q_{\alpha,i}) = \frac{D_l(q_i)}{D_l(q_{\alpha,i})}$$

mit

$$\begin{aligned} D_0(q) &= 1 \\ D_1(q) &= \sqrt{\frac{2z}{z+1}} \\ D_2(q) &= \sqrt{\frac{13z^2}{(z-3)^2 + 9z}}\,, \end{aligned} \tag{6.17}$$

wobei $z = q/q_R$ und $q_R = 197.3\,\mathrm{MeV}$ äquivalent zum Annihilationsradius $R = 1$ fm ist.

Der K-Matrixformalismus soll nun auf die Produktion von Resonanzen in der $\overline{p}p$ - Annihilation angewendet werden. Im Isobarmodell koppelt eine Resonanz α direkt an den $\overline{p}p$ - Vertex und zerfällt in einen Zweikörper-Endzustand i mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Partialbreite $\Gamma_{\alpha i}$. Die lorentzinvariante Übergangsamplitude $\widehat{F}$ wird dann folgendermaßen parametrisiert [66]:

$$\widehat{F} = (1\!\!1 - i\rho\,\widehat{K})^{-1}\widehat{P} = \widehat{T}\,\widehat{K}^{-1}\widehat{P}\,, \tag{6.18}$$

$$F = \sqrt{\rho}\widehat{F}\,. \tag{6.19}$$

Der n-dimensionale Vektor $\widehat{P}$ bzw. $P = \sqrt{\rho}\widehat{P}$ beschreibt die Produktion der Resonanzen in den n beteiligten Kanälen.

Nach dem Fermi-Watson-Theorem [69] ist die beobachtete Phasenbewegung $\delta(E)$ einer Resonanz durch die elastische Streuung zwischen den an der Resonanz hervorgehenden Teilchen festgelegt. Aus den Gleichungen 6.13 und 6.18 folgt dann:

$$\widehat{F} = \frac{e^{i\delta}}{\rho}\cos\delta\widehat{P}\,. \tag{6.20}$$

Der Produktionsvektor $\widehat{P}$ muß dieselbe Polstruktur besitzen, wie die $\widehat{K}$-Matrix, da ansonsten $\widehat{F}$ an der Polposition $e^{i\delta} = \pi/2$ verschwinden würde.

$$\widehat{P}_i = \sum_\alpha \frac{\beta_\alpha^0\; g_{\alpha i} B_l(q_i, q_{\alpha,i})}{m_\alpha^2 - m^2} \tag{6.21}$$

$$\beta_\alpha^0 = \beta_\alpha\,\sqrt{\sum_i g_{\alpha i}^2}\;. \tag{6.22}$$

Die β_α sind die dimensionslosen Produktionsstärken der Pole m_α. Dabei wurde gemäß [66] angenommen, daß die β_α nicht von m abhängen. Bei nur einer Resonanz an der Stelle m_0 und einem offenen Zerfallskanal wird die lorentzinvariante Übergangsamplitude $\widehat{F}$ zur einfachen Breit-Wigner-Amplitude:

$$\widehat{F} = \beta\,\frac{m_0\Gamma_0 B_l(q, q_0)/\rho(m_0)}{m_0^2 - m^2 - i m_0\Gamma(m)} \tag{6.23}$$

mit der massenabhängigen Breite $\Gamma(m)$

$$\Gamma(m) = \Gamma_0\frac{\rho(m)}{\rho(m_0)}B_l(q, q_0)^2\,. \tag{6.24}$$

In der Partialwellenanalyse dieser Arbeit werden neben einfachen Breit-Wigner-Amplituden in einigen Fällen eindimensionale K-Matrizen zur Beschreibung mehrerer Pole mit einem einzigen offenen Kanal verwendet. Je stärker die Pole überlappen, desto mehr weichen die Polpositionen der K-Matrix von denen der T-Matrix ab. Die Form der beobachteten Strukturen kann dann nicht mehr mit der Überlagerung zweier einfacher Breit-Wigner-Resonanzen beschrieben werden. Die Strukturen an der $K\overline{K}$-Schwelle werden durch die Möglichkeit nach $\pi\pi$ bzw. $\pi\eta$ zu zerfallen beeinflußt. Deshalb beschreiben wir die beiden Resonanzen $\mathrm{f}_0(980)$ und $\mathrm{a}_0(980)$ mit einer (2×2)-K-Matrix.

$Cu = +\overline{u}$	$Cd = +\overline{d}$	$Cs = +\overline{s}$	$C\overline{u} = +u$	$C\overline{d} = +d$	$C\overline{s} = +s$
$Gu = +\overline{d}$	$Gd = -\overline{u}$	$Gs = +\overline{s}$	$G\overline{d} = -u$	$G\overline{u} = +d$	$G\overline{s} = +s$

Tabelle 6.2: Verhalten der Quarkwellenfunktionen unter C- und G-Transformationen

6.1.3 Isospin im $\overline{K}K\pi$-System

In diesem Abschnitt soll die Grundlage der gekoppelten Partialwellenanalyse der verschiedenen $\overline{K}K\pi$-Endzustände erklärt werden. Sie basiert auf der SU(2)-Symmetrie des Isospins und der Annahme, daß die Produktionsparameter während des Streuprozesses im Endzustand unverändert bleiben. Danach hat ein bestimmter Übergangsprozeß, der durch Isospin i der Resonanz, sowie Isospin I und C-Parität C des $\overline{p}p$-Systems charakterisiert ist, dieselbe Übergangsamplitude in allen erlaubten Kanälen, abgesehen von einem fest definierten, reellen Faktor $\tau_{i,I,C}$, den wir in diesem Abschnitt für die verschiedenen Übergänge und Endzustände berechnen wollen.

Wir halten uns an die traditionelle Konvention der Flavourwellenfunktionen in $\mathrm{SU}(3)_{\mathrm{flavour}}$, wie sie bereits in [27] benutzt wurde. Sie basiert auf dem verallgemeinerten Pauli-Prinzip, nach dem die Gesamtwellenfunktion von einem Fermion-Antifermionsystem antisymmetrisch unter Vertauschung der beiden Teilchen sein muß:

$$|q(1)\overline{q}(2)\rangle = -|\overline{q}(1), q(2)\rangle \tag{6.25}$$

Dabei bezeichnen (1) und (2) die räumlichen Zustände, die von den Quarks eingenommen werden. Ein $q\overline{q}$-System kann als Produkt aus Colour-, Spin- und Flavourwellenfunktion beschrieben werden. Die $q\overline{q}$-Colourwellenfunktion ist grundsätzlich symmetrisch. Die Spinwellenfunktion von pseudoskalaren Mesonen ist antisymmetrisch (Spin antiparallel, kein Bahn-Drehimpuls), deshalb muß deren Flavourwellenfunktion symmetrisch sein unter Vertauschung der Quarks. Dagegen ist die Flavourwellenfunktion von Vektormesonen antisymmetrisch, da deren Raumwellenfunktion bereits symmetrisch ist. (Spin der Quarks parallel, kein Bahn-Drehimpuls). Skalare Mesonen und Tensormesonen besitzen die selben Symmetrieeigenschaften unter Vertauschung der Quarks, wie pseudoskalare Mesonen.

Die Isospindublette der Quarks und Antiquarks schreiben wir

$$(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}) \;=\; (u, d) \qquad \text{und} \tag{6.26}$$

$$(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}) \;=\; (\overline{d}, -\overline{u}) \tag{6.27}$$

Das Verhalten der Quarks und Antiquarks unter C- und G-Transformation nach der Konvention von [60] ist in Tabelle 6.2 aufgelistet. Damit können wir die Flavour-Wellenfunktionen für die in der Partialwellenanalyse eingesetzten Mesonen, sowie deren Verhalten unter C- und G-Transformation aufschreiben (Tabelle 6.3). Man beachte, daß das $\overline{K}^{\star 0}$ mit einem anderen Vorzeichen als in [60] definiert wird. Alle Mitglieder eines Nonetts erhalten dieselbe intrinsische Symmetrie. Um die $K^\star$ nach Spin J und Parität P zu unterscheiden, verwenden wir die Notation $K^\star_{J^P}$.

Alle Skalar-, Vektor- und Tensormesonen können über die starke Wechselwirkung nach $\overline{K}K$ oder $K\pi$ (bzw. $\overline{K}\pi$) zerfallen, wenn der Phasenraum groß genug ist. Für die Zerlegung in die entsprechenden $|\overline{K}K\rangle$ und $|K\pi\rangle$-Basiszustände verwendet man Clebsch-Gordan-Koeffizienten. Die $\overline{K}K$-Zerfälle werden symmetrisiert, um die Eigenschaften der Mutterzustände unter C- und G-Transformationen zu erhalten. Beim Zerfall von $K^{\star -}_{0^+}$ und $\overline{K}^{\star 0}_{0^+}$ wird ein globaler Vorzeichenwechsel eingeführt, um die Symmetrieeigenschaften aller skalaren $K^\star$ zu erhalten (vgl. Glg (6.41), (6.42) mit (6.37), (6.38)). Die für die Analyse relevanten Zerfälle sind in Gleichungen 6.28-6.43

pseudoskalare und skalare Mesonen, Tensormesonen (j=0,2)					
Meson	I	I_Z	Quark-Wellenfunktion	C	G
$K^+(K^{\star +}{}_{j+})$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+[u(1)\overline{s}(2)+\overline{s}(1)u(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	-K^-	$+\overline{K}^0$
$K^-(K^{\star -}{}_{j+})$	$\frac{1}{2}$	-$\frac{1}{2}$	$-[s(1)\overline{u}(2)+\overline{u}(1)s(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	-K^+	-K^0
$K^0(K^{\star 0}{}_{j+})$	$\frac{1}{2}$	-$\frac{1}{2}$	$+[d(1)\overline{s}(2)+\overline{s}(1)d(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+\overline{K}^0$	$+K^-$
$\overline{K}^0(\overline{K}^{\star 0}{}_{j+})$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+[s(1)\overline{d}(2)+\overline{d}(1)s(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+K^0$	-K^+
$\pi^+(a_j^+)$	1	+1	$+[u(1)\overline{d}(2)+\overline{d}(1)u(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	-π^-	-π^+
$\pi^0(a_j^0)$	1	0	$+[d(1)\overline{d}(2)-u(1)\overline{u}(2)+\overline{d}(1)d(2)-\overline{u}(1)u(2)]\frac{1}{2}$	$+\pi^0$	-π^0
$\pi^-(a_j^-)$	1	-1	$-[d(1)\overline{u}(2)+\overline{u}(1)d(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	-π^+	-π^-
$\eta_8(f_j)$	1	0	$+\begin{bmatrix} d(1)\overline{d}(2)+u(1)\overline{u}(2)-2s(1)\overline{s}(2) \\ +\overline{d}(1)d(2)+\overline{u}(1)u(2)-2\overline{s}(1)s(2) \end{bmatrix}\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\eta_8$	$+\eta_8$
$\eta_1(f_j')$	1	0	$+\begin{bmatrix} d(1)\overline{d}(2)+u(1)\overline{u}(2)+s(1)\overline{s}(2) \\ +\overline{d}(1)d(2)+\overline{u}(1)u(2)+\overline{s}(1)s(2) \end{bmatrix}\sqrt{\frac{1}{6}}$	$+\eta_1$	$+\eta_1$
Vektormesonen					
Meson	I	I_Z	Quark-Wellenfunktion	C	G
$K^{\star +}_{1^-}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+[u(1)\overline{s}(2)-\overline{s}(1)u(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+K^{\star -}_{1^-}$	-$\overline{K}^{\star 0}_{1^-}$
$K^{\star -}_{1^-}$	$\frac{1}{2}$	-$\frac{1}{2}$	$-[s(1)\overline{u}(2)-\overline{u}(1)s(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+K^{\star +}_{1^-}$	$+K^{\star 0}_{1^-}$
$K^{\star 0}_{1^-}$	$\frac{1}{2}$	-$\frac{1}{2}$	$+[d(1)\overline{s}(2)-\overline{s}(1)d(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	-$\overline{K}^{\star 0}_{1^-}$	-$K^{\star -}_{1^-}$
$\overline{K}^{\star 0}_{1^-}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+[s(1)\overline{d}(2)-\overline{d}(1)s(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	-$K^{\star 0}_{1^-}$	$+K^{\star +}_{1^-}$
ρ^+	1	+1	$+[u(1)\overline{d}(2)-\overline{d}(1)u(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+\rho^-$	$+\rho^+$
ρ^0	1	0	$+[d(1)\overline{d}(2)-u(1)\overline{u}(2)-\overline{d}(1)d(2)+\overline{u}(1)u(2)]\frac{1}{2}$	-ρ^0	$+\rho^0$
ρ^-	1	-1	$-[d(1)\overline{u}(2)-\overline{u}(1)d(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+\rho^+$	$+\rho^-$
ω	0	0	$+[d(1)\overline{d}(2)+u(1)\overline{u}(2)-\overline{d}(1)d(2)-\overline{u}(1)u(2)]\frac{1}{2}$	$-\omega$	$-\omega$
ϕ	0	0	$+[s(1)\overline{s}(2)-\overline{s}(1)s(2)]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\phi$	$-\phi$

Tabelle 6.3: Symmetrisierte Quarkwellenfunktionen und Transformationsverhalten der im Rahmen dieser Arbeit auftretenden Mesonen.

aufgeführt.

$$|f_0\rangle, |f_0\rangle' = \tfrac{1}{2}[-|K^0\overline{K}^0\rangle + |K^+K^-\rangle - |\overline{K}^0K^0\rangle + |K^-K^+\rangle], \tag{6.28}$$

$$|a_0^+\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}}[+|K^+\overline{K}^0\rangle + |\overline{K}^0K^+\rangle], \tag{6.29}$$

$$|a_0^0\rangle = \tfrac{1}{2}[+|K^0\overline{K}^0\rangle + |K^+K^-\rangle + |\overline{K}^0K^0\rangle + |K^-K^+\rangle], \tag{6.30}$$

$$|a_0^-\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}}[+|K^0K^-\rangle + |K^-K^0\rangle], \tag{6.31}$$

$$|\omega\rangle, |\phi\rangle = \tfrac{1}{2}[-|K^0\overline{K}^0\rangle + |K^+K^-\rangle + |\overline{K}^0K^0\rangle - |K^-K^+\rangle], \tag{6.32}$$

$$|\rho^+\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}}[+|K^+\overline{K}^0\rangle - |\overline{K}^0K^+\rangle], \tag{6.33}$$

$$|\rho^0\rangle = \tfrac{1}{2}[+|K^0\overline{K}^0\rangle + |K^+K^-\rangle - |\overline{K}^0K^0\rangle - |K^-K^+\rangle], \tag{6.34}$$

$$|\rho^-\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}}[+|K^0K^-\rangle - |K^-K^0\rangle], \tag{6.35}$$

$$|K^{\star+}_{1^-}\rangle = +[+\sqrt{\tfrac{2}{3}}|\pi^+K^0\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0K^+\rangle], \tag{6.36}$$
$$|\overline{K}^{\star0}_{1^-}\rangle = +[+\sqrt{\tfrac{2}{3}}|\pi^+K^-\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0\overline{K}^0\rangle], \tag{6.37}$$
$$|K^{\star-}_{1^-}\rangle = +[+\sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0K^-\rangle - \sqrt{\tfrac{2}{3}}|\pi^-\overline{K}^0\rangle], \tag{6.38}$$
$$|K^{\star0}_{1^-}\rangle = +[+\sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0K^0\rangle - \sqrt{\tfrac{2}{3}}|\pi^-K^+\rangle], \tag{6.39}$$

$$|K^{\star+}_{0^+}\rangle = +[+\sqrt{\tfrac{2}{3}}|\pi^+K^0\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0K^+\rangle], \tag{6.40}$$
$$|\overline{K}^{\star0}_{0^+}\rangle = -[+\sqrt{\tfrac{2}{3}}|\pi^+K^-\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0\overline{K}^0\rangle], \tag{6.41}$$
$$|K^{\star-}_{0^+}\rangle = -[+\sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0K^-\rangle - \sqrt{\tfrac{2}{3}}|\pi^-\overline{K}^0\rangle], \tag{6.42}$$
$$|K^{\star0}_{0^+}\rangle = +[+\sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0K^0\rangle - \sqrt{\tfrac{2}{3}}|\pi^-K^+\rangle]. \tag{6.43}$$

Für Tensormesonen gelten wieder dieselben Beziehungen, wie für Skalare.

Nun wollen wir die $\overline{p}p$-Anfangszustände $|I, I_z\rangle^{\mathrm{C}}$ in $|\pi(\overline{K}K)\rangle$ und $|K^\star K\rangle$-Basiszustände zerlegen. Dazu verwenden wir wieder die Clebsch-Gordan-Koeffizienten für die Isospinkombinationen $1{\times}1$ und $\frac{1}{2}{\times}\frac{1}{2}$. Wir erhalten für die $|\pi(\overline{K}K)\rangle$-Basis

$$|1,0\rangle_i^+ = \begin{cases} +|\pi^0 f_0\rangle & \text{falls } i=0,\\ +\sqrt{\tfrac{1}{2}}|\pi^+\rho^-\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{2}}|\pi^-\rho^+\rangle & \text{falls } i=1,\end{cases} \tag{6.44}$$
$$|1,0\rangle_i^- = \begin{cases} +|\pi^0 \omega\rangle & \text{falls } i=0,\\ +\sqrt{\tfrac{1}{2}}|\pi^+a_2^-\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{2}}|\pi^-a_2^+\rangle & \text{falls } i=1,\end{cases} \tag{6.45}$$
$$|0,0\rangle^+ = +\sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^+a_0^-\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0a_0^0\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^-a_0^+\rangle, \tag{6.46}$$
$$|0,0\rangle^- = +\sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^+\rho^-\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^0\rho^0\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{3}}|\pi^-\rho^+\rangle. \tag{6.47}$$

In dieser Darstellung haben wir statt $(K\overline{K})$ die Namen der Mesonen eingesetzt, die die passenden Quantenzahlen haben, z.B. f_0 für $i=0$ $(C=+1)$ und ρ für $i=1$ $(C=-1)$ Dabei können skalare Resonanzen durch Tensoren ersetzt werden, nicht aber umgekehrt (Drehimpuls- und Paritätserhaltung). Wir sehen, daß die $|1,0\rangle_i^+$ und $|1,0\rangle_i^-$ jeweils zwei voneinander unabhängige Übergänge beschreiben, die eindeutig durch den Isospin i des $K\overline{K}$-Systems unterscheidbar sind. Wir können die Linearkombination schreiben als

$$|1,0\rangle^C = a_C|1,0\rangle_0^C + b_C|1,0\rangle_1^C\;, \tag{6.48}$$

wobei die a_C und b_C die Bedingung $a_C^2 + b_C^2 = 1$ erfüllen.

Die $|K^\star K\rangle$-Basiszustände müssen symmetrisiert werden, um Eigenzustände von C- und G-Parität zu erhalten. Aufgrund ihres unterschiedlichen Verhaltens unter G- und C-Transformationen wählen wir entgegengesetzte Vorzeichen, je nachdem, ob das $K^\star$ ein Vektor oder ein Skalar bzw. Tensor ist:

$$|0,0\rangle^+ = \tfrac{1}{2}[+|K^{\star0}_{1^-}\overline{K}^0\rangle - |K^{\star+}_{1^-}K^-\rangle - |\overline{K}^{\star0}_{1^-}K^0\rangle + |K^{\star-}_{1^-}K^+\rangle], \tag{6.49}$$
$$|1,0\rangle^+ = \tfrac{1}{2}[+|K^{\star0}_{1^-}\overline{K}^0\rangle + |K^{\star+}_{1^-}K^-\rangle - |\overline{K}^{\star0}_{1^-}K^0\rangle - |K^{\star-}_{1^-}K^+\rangle], \tag{6.50}$$
$$|0,0\rangle^- = \tfrac{1}{2}[+|K^{\star0}_{1^-}\overline{K}^0\rangle - |K^{\star+}_{1^-}K^-\rangle + |\overline{K}^{\star0}_{1^-}K^0\rangle - |K^{\star-}_{1^-}K^+\rangle], \tag{6.51}$$
$$|1,0\rangle^- = \tfrac{1}{2}[+|K^{\star0}_{1^-}\overline{K}^0\rangle + |K^{\star+}_{1^-}K^-\rangle + |\overline{K}^{\star0}_{1^-}K^0\rangle + |K^{\star-}_{1^-}K^+\rangle], \tag{6.52}$$

beziehungsweise (mit j=0,2)

$$
\begin{aligned}
|0,0\rangle^{+} &= \tfrac{1}{2}[+|K^{\star 0}_{j^+}\overline{K}^0\rangle - |K^{\star +}_{j^+}K^-\rangle + |\overline{K}^{\star 0}_{0^+}K^0\rangle - |K^{\star -}_{j^+}K^+\rangle], && (6.53)\\
|1,0\rangle^{+} &= \tfrac{1}{2}[+|K^{\star 0}_{j^+}\overline{K}^0\rangle + |K^{\star +}_{j^+}K^-\rangle + |\overline{K}^{\star 0}_{j^+}K^0\rangle + |K^{\star -}_{j^+}K^+\rangle], && (6.54)\\
|0,0\rangle^{-} &= \tfrac{1}{2}[+|K^{\star 0}_{j^+}\overline{K}^0\rangle - |K^{\star +}_{j^+}K^-\rangle - |\overline{K}^{\star 0}_{j^+}K^0\rangle + |K^{\star -}_{j^+}K^+\rangle], && (6.55)\\
|1,0\rangle^{-} &= \tfrac{1}{2}[+|K^{\star 0}_{j^+}\overline{K}^0\rangle + |K^{\star +}_{j^+}K^-\rangle - |\overline{K}^{\star 0}_{j^+}K^0\rangle - |K^{\star -}_{j^+}K^+\rangle]. && (6.56)
\end{aligned}
$$

Die gekoppelte Partialwellenanalyse erfordert in unserem Modell feste Phasenbeziehungen und relative Stärken für die Produktion der verschiedenen resonanten Zwischenzustände in allen vier $\overline{K}K\pi$-Kanälen. Diese Phasenbeziehungen erhalten wir durch Einsetzen der Gleichungen (6.28)-(6.35) in die Gleichungen (6.44)-(6.47):

$$
|0,0\rangle^{+} = \left\{ \begin{array}{c}
+\sqrt{\frac{1}{6}}|\pi^+(K^0K^-)\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}}|\pi^+(K^-K^0)\rangle \\
-\sqrt{\frac{1}{12}}|\pi^0(K^0\overline{K}^0)\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}}|\pi^0(K^+K^-)\rangle \\
-\sqrt{\frac{1}{12}}|\pi^0(\overline{K}^0K^0)\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}}|\pi^0(K^-K^+)\rangle \\
+\sqrt{\frac{1}{6}}|\pi^-(K^+\overline{K}^0)\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}}|\pi^-(\overline{K}^0K^+)\rangle
\end{array} \right\} =: \phi^+_{0,1} \tag{6.57}
$$

$$
|0,0\rangle^{-} = \left\{ \begin{array}{c}
+\sqrt{\frac{1}{6}}|\pi^+(K^0K^-)\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|\pi^+(K^-K^0)\rangle \\
-\sqrt{\frac{1}{12}}|\pi^0(K^0\overline{K}^0)\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}}|\pi^0(K^+K^-)\rangle \\
+\sqrt{\frac{1}{12}}|\pi^0(\overline{K}^0K^0)\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}}|\pi^0(K^-K^+)\rangle \\
+\sqrt{\frac{1}{6}}|\pi^-(K^+\overline{K}^0)\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|\pi^-(\overline{K}^0K^+)\rangle
\end{array} \right\} =: \phi^-_{0,1} \tag{6.58}
$$

$$
|1,0\rangle^{+}_{0} = \left\{ \begin{array}{c}
-\frac{1}{2}|\pi^0(K^0\overline{K}^0)\rangle + \frac{1}{2}|\pi^0(K^+K^-)\rangle \\
-\frac{1}{2}|\pi^0(\overline{K}^0K^0)\rangle + \frac{1}{2}|\pi^0(K^-K^+)\rangle
\end{array} \right\} =: \Phi^+_{1,0} \tag{6.59}
$$

$$
|1,0\rangle^{+}_{1} = \left\{ \begin{array}{c}
+\frac{1}{2}|\pi^+(K^0K^-)\rangle - \frac{1}{2}|\pi^+(K^-K^0)\rangle \\
-\frac{1}{2}|\pi^-(K^+\overline{K}^0)\rangle + \frac{1}{2}|\pi^-(\overline{K}^0K^+)\rangle
\end{array} \right\} =: \Phi^+_{1,1} \tag{6.60}
$$

$$
|1,0\rangle^{-}_{0} = \left\{ \begin{array}{c}
-\frac{1}{2}|\pi^0(K^0\overline{K}^0)\rangle + \frac{1}{2}|\pi^0(K^+K^-)\rangle \\
+\frac{1}{2}|\pi^0(\overline{K}^0K^0)\rangle - \frac{1}{2}|\pi^0(K^-K^+)\rangle
\end{array} \right\} =: \Phi^-_{1,0} \tag{6.61}
$$

$$
|1,0\rangle^{-}_{1} = \left\{ \begin{array}{c}
+\frac{1}{2}|\pi^+(K^0K^-)\rangle + \frac{1}{2}|\pi^+(K^-K^0)\rangle \\
-\frac{1}{2}|\pi^-(K^+\overline{K}^0)\rangle - \frac{1}{2}|\pi^-(\overline{K}^0K^+)\rangle
\end{array} \right\} =: \Phi^-_{1,1} \tag{6.62}
$$

Die Indices C, I und i in den Wellenfunktionen $\Phi^C_{I,i}$ geben C-Parität und Isospin des $\overline{p}p$-Systems, sowie den Isospin der Zwischenresonanz an. Analog erhält man $\Psi^C_{I,i}$ durch Einsetzen der Gleichungen (6.36)-(6.39) in (6.49)-(6.52):

$$|0,0\rangle^{+} = \left\{ \begin{array}{l} +\sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^0)\overline{K}^0\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^- K^+)\overline{K}^0\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^+ K^0)K^-\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^+)K^-\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^+ K^-)K^0\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 \overline{K}^0)K^0\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^-)K^+\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^- \overline{K}^0)K^+\rangle \end{array} \right\} =: \Psi^{+}_{0,\frac{1}{2}} \tag{6.63}$$

$$|1,0\rangle^{+} = \left\{ \begin{array}{l} +\sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^0)\overline{K}^0\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^- K^+)\overline{K}^0\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^+ K^0)K^-\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^+)K^-\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^+ K^-)K^0\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 \overline{K}^0)K^0\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^-)K^+\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^- \overline{K}^0)K^+\rangle \end{array} \right\} =: \Psi^{+}_{1,\frac{1}{2}} \tag{6.64}$$

$$|0,0\rangle^{-} = \left\{ \begin{array}{l} +\sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^0)\overline{K}^0\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^- K^+)\overline{K}^0\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^+ K^0)K^-\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^+)K^-\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^+ K^-)K^0\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 \overline{K}^0)K^0\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^-)K^+\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^- \overline{K}^0)K^+\rangle \end{array} \right\} =: \Psi^{-}_{0,\frac{1}{2}} \tag{6.65}$$

$$|1,0\rangle^{-} = \left\{ \begin{array}{l} +\sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^0)\overline{K}^0\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^- K^+)\overline{K}^0\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^+ K^0)K^-\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^+)K^-\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^+ K^-)K^0\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 \overline{K}^0)K^0\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{12}}|(\pi^0 K^-)K^+\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|(\pi^- \overline{K}^0)K^+\rangle \end{array} \right\} =: \Psi^{-}_{1,\frac{1}{2}} \tag{6.66}$$

Die gleiche Zerlegung erhält man durch Einsetzen von (6.40)-(6.43) in (6.53)-(6.56) und man erhält daher für alle $K^\star K$-Übergänge dieselben Beziehungen. Zur vollständigen Beschreibung des Isospinraumes fehlen noch $\Psi^C_{1,3/2}$, $\Psi^C_{2,3/2}$ und $\Phi^C_{2,1}$. Sie sind bisher nicht beobachtet worden und werden daher bei den Partialwellenanalysen dieser Arbeit vernachlässigt. Wir nehmen also an, daß mit

$$|\overline{p}p\rangle^C = \alpha_1|0,0\rangle^C + \alpha_2|1,0\rangle^C \tag{6.67}$$

$$= \alpha_1\Psi^C_{0,1/2} + \alpha_2\Psi^C_{1,1/2} \tag{6.68}$$

$$= \gamma_1\Phi^C_{0,1} + \gamma_2\Phi^C_{1,0} + \gamma_3\Phi^C_{1,1} \tag{6.69}$$

alle auftretenden Isospinzustände erfaßt sind. Die α_i und γ_i gehen als freie Parameter in die Produktionsamplituden β_i der dynamischen Funktion ein. Die $\Psi^C_{I,i}$ und $\Phi^C_{I,i}$ bilden jeweils ein Satz orthogonaler Basisfunktionen, die ineinander übergeführt werden können:

$$\Psi^C_{0,\frac{1}{2}} = -\Phi^C_{0,1}\ , \tag{6.70}$$

$$\Psi^C_{1,\frac{1}{2}} = -\sqrt{\tfrac{1}{3}}\Phi^C_{1,0} + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\Phi^C_{1,1}\ , \tag{6.71}$$

$$\Psi^C_{1,\frac{3}{2}} = +\sqrt{\tfrac{2}{3}}\Phi^C_{1,0} + \sqrt{\tfrac{1}{3}}\Phi^C_{1,1}\ , \tag{6.72}$$

$$\Psi^C_{2,\frac{3}{2}} = +\Phi^C_{2,1}\ . \tag{6.73}$$

Neutrale Kaonen treten in guter Näherung als C-Eigenzustände K_L und K_S auf. Daher ersetzen wir $K^0\overline{K}^0$ und $\overline{K}^0 K^0$ in obigen Zerlegungen durch

$$C = +1 \qquad |K^0\overline{K}^0\rangle + |\overline{K}^0 K^0\rangle \approx |K_S K_S\rangle - |K_L K_L\rangle \tag{6.74}$$

$$C = -1 \qquad |K^0\overline{K}^0\rangle - |\overline{K}^0 K^0\rangle \approx |K_L K_S\rangle - |K_S K_L\rangle \tag{6.75}$$

und K^0 bzw. $\overline{K}^0$ durch

$$K^0 \approx \sqrt{\tfrac{1}{2}}(K_S + K_L) \tag{6.76}$$

$$\overline{K}^0 \approx \sqrt{\tfrac{1}{2}}(K_S - K_L)\ , \tag{6.77}$$

Bei der Beobachtung der Zwischenresonanzen in den verschiedenen $\overline{K}K\pi$-Kanälen werden die entsprechenden $|\overline{K}K\pi\rangle$ Basiswellenfunktionen aus dem $|\overline{p}p\rangle$ Anfangszustand herausprojiziert. Die Projektionsoperatoren $|\pi(\overline{K}K)\rangle\langle\pi(\overline{K}K)|$ (abgekürzt $|..\rangle\langle\pi(\overline{K}K)|$) sind in Tabelle 6.4 zusammengefaßt. Wir wählen die Dalitzplotachsen so, daß die Operatoren in Spalte x Resonanzen (m_{23}^2 konstant) beschreiben, die als senkrechte Bänder im Dalitzplot erscheinen. Die Spalten y und z beziehen sich entsprechend auf waagrecht (m_{13}^2 konstant) und diagonal (m_{12}^2 konstant) verlaufende Resonanzen. Mit Hilfe dieser Projektionsoperatoren leiten wir aus den Gleichungen

Kanal	Projektionsoperatoren		
$m_1 m_2 m_3$	x	y	z
$K^+K^-\pi^0$	$\|..\rangle\langle(\pi^0 K^-)K^+\|$	$\|..\rangle\langle(\pi^0 K^+)K^-\|$	$\|..\rangle\langle\pi^0(K^-K^+)\|+\|..\rangle\langle\pi^0(K^+K^-)\|$
$K_L K_L \pi^0$	$\|..\rangle\langle(\pi^0 K_L)K_L\|$	$\|..\rangle\langle(\pi^0 K_L)K_L\|$	$\|..\rangle\langle\pi^0(K_L K_L)\|$
$K_S K_L \pi^0$	$\|..\rangle\langle(\pi^0 K_L)K_S\|$	$\|..\rangle\langle(\pi^0 K_S)K_L\|$	$\|..\rangle\langle\pi^0(K_L K_S)\|+\|..\rangle\langle\pi^0(K_S K_L)\|$
$K^+K_L\pi^-$	$\|..\rangle\langle(\pi^- K_L)K^+\|$	$\|..\rangle\langle(\pi^- K^+)K_L\|$	$\|..\rangle\langle\pi^-(K_L K^+)\|+\|..\rangle\langle\pi^-(K^+K_L)\|$
$K^-K_L\pi^+$	$\|..\rangle\langle(\pi^+ K_L)K^-\|$	$\|..\rangle\langle(\pi^+ K^-)K_L\|$	$\|..\rangle\langle\pi^+(K_L K^-)\|+\|..\rangle\langle\pi^+(K^-K_L)\|$

Tabelle 6.4: Projektionsoperatoren der $K\overline{K}\pi$-Isospinbasisvektoren. Resonanzen im jeweiligen Zweiteilchensubsystem erscheinen im Dalitzplot als senkrechte (x-), waagrechte (y-) bzw. diagonale Bänder (z-Resonanzen).

(6.57)-(6.66) das Symmetrieverhalten und die Kopplungskoeffizienten $\tau_{i,I,C}$ der $K\overline{K}\pi$-Kanäle her (siehe Tabellen 6.6 und 6.5).

In der gekoppelten Analyse werden die komplexen Produktionsamplituden β mit den Koeffizienten $\tau_{i,I,C}$ gemäß Gleichung (6.2) multipliziert. Für Übergänge mit $K\pi$-Resonanzen wird die Symmetrisierung explizit durch Addition der x- und y- Amplituden durchgeführt. Die Richtung des Zerfallsimpulses $\vec{q}$ für das jeweilige $(K\pi)$- bzw. $(\overline{K}\pi)$-Subsystem an der Stelle (m_{23}^2, m_{13}^2) im Dalitzplot wurde dazu so definiert, daß $\vec{q}$ immer in die Flugrichtung des an der Resonanz beteiligten Kaons zeigt. Dann gilt auf der Diagonale $(m_{23}^2 = m_{13}^2)$

$$\vec{p}_1 = \vec{q}_2 \qquad \text{und} \tag{6.78}$$

$$\vec{q}_1 = \vec{p}_2 \tag{6.79}$$

Die Vorzeichen der Isospinkopplungskoeffizienten sind damit auch die Vorzeichen der Symmetrisierung und wir können die symmetrisierte Übergangsamplitude schreiben als:

$$\begin{aligned} A_{l,L,J^{PC},i,I}(m_{23}^2, m_{13}^2) &= Z_{l,L,J}(\vec{p}_1, \vec{q}_2) \cdot D_L(|\vec{p}_1|) \cdot \tau_{i,I,C}(\mathrm{x}) \cdot F_l(|\vec{p}_1|, |\vec{q}_2|) + \\ &\quad Z_{l,L,J}(\vec{p}_2, \vec{q}_1) \cdot D_L(|\vec{p}_2|) \cdot \tau_{i,I,C}(\mathrm{y}) \cdot F_l(|\vec{p}_2|, |\vec{q}_1|) \end{aligned} \tag{6.80}$$

Die Indizes 1 und 2 beziehen sich dabei auf die Position der Teilchen in Spalte 1 von Tabelle 6.4, (x) und (y) entsprechend auf die jeweilige Richtung der Resonanz im Dalitzplot.

Kopplungskoeffizienten $\tau_{i,I,C}$	$C=+1$			$C=-1$		
	$I=0$	$I=1$		$I=0$	$I=1$	
	$i=1$	$i=0$	$i=1$	$i=1$	$i=0$	$i=1$
für Kanal $K^+K^-\pi^0$						
$\langle\pi^0(K^-K^+)\|I,I_z=0\rangle_i^C$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\frac{1}{2}$		$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\frac{1}{2}$	
$\langle\pi^0(K^+K^-)\|I,I_z=0\rangle_i^C$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\frac{1}{2}$		$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\frac{1}{2}$	
für Kanal $K_LK_L\pi^0$						
$\langle\pi^0(K_L(1)K_L(2))\|I,I_z=0\rangle_i^C$	$+\sqrt{\frac{1}{24}}$	$+\sqrt{\frac{1}{8}}$				
$\langle\pi^0(K_L(2)K_L(1))\|I,I_z=0\rangle_i^C$	$+\sqrt{\frac{1}{24}}$	$+\sqrt{\frac{1}{8}}$				
für Kanal $K_LK_S\pi^0$						
$\langle\pi^0(K_LK_S)\|I,I_z=0\rangle_i^C$				$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\frac{1}{2}$	
$\langle\pi^0(K_SK_L)\|I,I_z=0\rangle_i^C$				$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\frac{1}{2}$	
für Kanal $K^+K_L\pi^-$						
$\langle\pi^-(K_LK^+)\|I,I_z=0\rangle_i^C$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$		$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$		$+\sqrt{\frac{1}{2}}$
$\langle\pi^-(K^+K_L)\|I,I_z=0\rangle_i^C$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$		$+\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$		$+\sqrt{\frac{1}{2}}$
für Kanal $K^-K_L\pi^+$						
$\langle\pi^+(K_LK^-)\|I,I_z=0\rangle_i^C$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$		$+\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$		$+\sqrt{\frac{1}{2}}$
$\langle\pi^+(K^-K_L)\|I,I_z=0\rangle_i^C$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$		$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$		$+\sqrt{\frac{1}{2}}$

Tabelle 6.5: Kopplungskoeffizienten $\tau_{i,I,C}$ der Übergänge mit Resonanzen im $K\overline{K}$-Subsystem (z-Resonanzen). Die Spalten s (symmetrisch) und a (antisymmetrisch) beziehen sich auf das Verhalten der Flavourwellenfunktion unter Vertauschung der beiden Kaonen. Die Endzustände werden spaltenweise gekoppelt.

Für Übergänge mit $K\overline{K}$-Resonanzen ist die Symmetrisierung durch die Kopplungskoeffizienten bereits in der Amplitude $A_{l,L,J^{PC},i,I}$ enthalten. Damit ergibt sich für symmetrische Kombinationen in Tabelle 6.5

$$\tau_{i,I,C}(z_s) = (\langle\pi(K_1K_2)| + \langle\pi(K_1K_2)|)|I, I_z = 0\rangle_i^C \tag{6.81}$$

und für antisymmetrische Kombinationen

$$\tau_{i,I,C}(z_a) = (\langle\pi(K_1K_2)| - \langle\pi(K_2K_1|)|I, I_z = 0\rangle_i^C \tag{6.82}$$

Die Reihenfolge (K_1K_2) ist dabei so definiert, daß die alternative Darstellung $(\pi K_1)K_2$ einer x-Resonanz und $(\pi K_2)K_1$ einer y-Resonanz entspricht.

Die Koeffizienten eines Kanals können innerhalb von Blöcken mit gleicher C-Parität in den Tabellen 6.5 und 6.6 einen gemeinsamen Vorzeichenwechsel vollziehen, ohne daß sich an den beobachtbaren Phänomen etwas ändert. Daher sind die Dalitzplots der Endzustände $K^+K_L\pi^-$ und $K^-K_L\pi^+$ identisch.

Ein anschauliches Beispiel, welches die Konsequenzen des Symmetrieverhaltens der Flavourwellenfunktionen darstellt, ist die Interferenz der $K^\star(892)$-Bänder. Wir betrachten zunächst den Kanal $K^+K_L\pi^-$. Für den ${}^1S_0$-Anfangszustand ist die Zemachamplitude proportional zu $\vec{p}\cdot\vec{q}$, also symmetrisch unter Vertauschung von $\vec{p}$ und $\vec{q}$, falls es sich um $(K\pi)$-Resonanzen handelt

Kopplungskoeffizienten $\tau_{i,I,C}$		$C=+1$		$C=-1$	
		$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
für Kanal $K^+K^-\pi^0$					
$\langle(\pi^0 K^-)K^+\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	x	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$
$\langle(\pi^0 K^+)K^-\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	y	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$
für Kanal $K_L K_L \pi^0$					
$\langle(\pi^0 K_L(1))K_L(2)\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	x	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$		
$\langle(\pi^0 K_L(2))K_L(1)\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	y	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$	$-\sqrt{\frac{1}{24}}$		
für Kanal $K_L K_S \pi^0$					
$\langle(\pi^0 K_L)K_S\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	x			$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$
$\langle(\pi^0 K_S)K_L\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	y			$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$
für Kanal $K^+K_L\pi^-$					
$\langle(\pi^- K_L)K^+\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	x	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$
$\langle(\pi^- K^+)K_L\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	y	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$
für Kanal $K^-K_L\pi^+$					
$\langle(\pi^+ K_L)K^-\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	x	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$
$\langle(\pi^+ K^-)K_L\vert I, I_z=0\rangle_i^C$	y	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$

Tabelle 6.6: Kopplungskoeffizienten $\tau_{i,I,C}$ für Übergänge mit mit $i = 1/2$-Resonanzen im $K\pi$-Subsystem (x- bzw. y-Resonanzen, s. Text.). Die Endzustände werden spaltenweise gekoppelt.

und $m_{23}^2 = m_{13}^2$ ist. Die Flavourwellenfunktion ist symmetrisch im Anfangszustand $I = 0$

$$|(\pi^- K^+)K_L\rangle + |(\pi^- K_L)K^+\rangle$$

und antisymmetrisch im Anfangszustand $I = 1$

$$|(\pi^- K^+)K_L\rangle - |(\pi^- K_L)K^+\rangle \ .$$

In beiden Fällen sorgen die Koeffizienten $\tau_{1/2,1,+}(x)$ und $\tau_{1/2,1,+}(y)$ in $A_{1,1,0^{-+},1/2,0}(m_{23}^2, m_{13}^2)$ dafür, daß die Wellenfunktion der Übergangs symmetrisch unter Vertauschung der beiden Kaonen ist. An der Stelle $m_{23}^2 = m_{13}^2 = 892\,\mathrm{MeV}^2$ kreuzen sich die beiden Resonanzen im Dalitzplot und interferieren im ersten Fall ($I = 0$) konstruktiv, im zweiten Fall ($I = 1$) destruktiv, da dann die rechte Seite der Gleichung 6.80 entlang der Diagonalen ($m_{23}^2 = m_{13}^2$) Null ist.

Die Situation ist genau umgekehrt im $\overline{p}p$-Anfangszustand $^3\mathrm{S}_1$. Für $I = 0$ finden wir

$$|(\pi^- K^+)K_L\rangle - |(\pi^- K_L)K^+\rangle \ ,$$

für $I = 1$ dagegen

$$|(\pi^- K^+)K_L\rangle + |(\pi^- K_L)K^+\rangle \ .$$

Die Zemachamplitude ist proportional zu $\vec{p} \times \vec{q}$, also antisymmetrisch unter Vertauschung der beiden K auf der Geraden ($m_{23}^2 = m_{13}^2$). Wieder erhalten wir die symmetrische Gesamtwellenfunktion durch Anwendung der Isospinkoeffizienten und wir finden genau wie in $^1\mathrm{S}_0$ konstruktive

Interferenz für $I = 0$ und destruktive Interferenz für $I = 1$ der beiden $K^\star$-Bänder (s. Abbildung 6.3). Die gleichen Überlegungen gelten für die Endzustände $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$. Dabei stellt sich heraus, daß dort die $K^\star$-Resonanzen immer konstruktiv interferieren.

Ein weiteres Beispiel ist die unterschiedliche Interferenz von a_0 mit f_0 in $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK_L\pi^0$. Die Flavourwellenfunktion von $K^+K^-\pi^0$ enthält die Terme

$$|\pi^0 f_0\rangle - |\pi^0 a_0\rangle,$$

während wir in $K_LK_L\pi^0$

$$|\pi^0 f_0\rangle + |\pi^0 a_0\rangle$$

finden. Die Produktionsphase von a_0 gegenüber f_0 ist in $K^+K^-\pi^0$ im Vergleich zu $K_LK_L\pi^0$ genau um 180 Grad gedreht. Das Resultat ist ein völlig unterschiedliches Interferenzmuster in den beiden Kanälen. Haben beide Resonanzen ähnliche Masse und Breite, dann kann man ihre Produktionsamplituden nur in einer gemeinsamen Analyse von beiden Endzuständen bestimmen. Dies trifft insbesondere zu für $a_0(980)/f_0(980)$, für die Trennung der Produktion von $K^\star$ aus $|\overline{p}p\rangle_{I=0}$ und $|\overline{p}p\rangle_{I=1}$, sowie für die Identifizierung von radialen Anregungen von ρ und ω, die aus $^3S_1$-Anfangszuständen produziert werden können.

6.2 Parametrisierung der einzelnen Übergänge

Die Parameter der im vorangegangenen Abschnitt eingehend besprochenen Übergangsamplitude sind für die in der Partialwellenanalyse auftretenden Zweimesonzwischenzustände in den beiden Tabellen 6.7 und 6.8 zusammengefaßt. Mit Ausnahme der beiden $(K\overline{K})$-S-Wellen ($i = 0$ und $i = 1$) wurden nur 1×1 K-Matrizen mit n Polen verwendet.

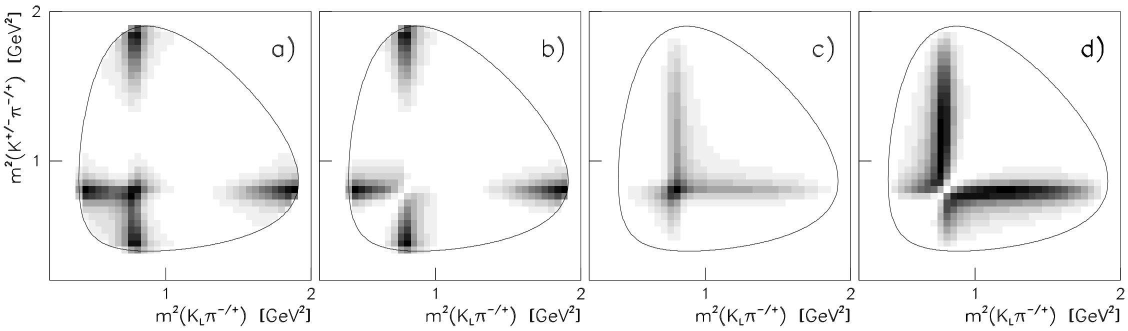

Abbildung 6.3: Amplitudenquadrate des Übergangs $\overline{p}p \to K^\star(892)K$ im Kanal $K_LK^\pm\pi^\mp$aus den $\overline{p}p$-Anfangszustanden a) $^1S_0$, $I = 0$; b) $^1S_0$, $I = 1$; c) $^3S_1$, $I = 0$; d) $^3S_1$, $I = 1$. In Kanälen mit neutralen $K\overline{K}$-Kombinationen sind die Interferenzen zwischen den beiden $K^\star$-Bändern immer konstruktiv.

Wie bereits erwähnt wurde, können $K^\star$- und $\overline{K}^\star$-Resonanzen aus allen $\overline{p}p$-Anfangszuständen produziert werden. Die Interferenz der beiden sich kreuzenden $K^\star$-Bänder im Dalitzplot wurde im vorangegangen Abschnitt diskutiert.

Die $(K\pi)$-S-Welle wurde in [29] aus $K\pi$-Steudaten extrahiert [80]. Die dabei verwendete Parametrisierung enthielt neben der K-Matrix für $K^\star_{0+}(1430)$ mit $m_0 = 1340\,\text{MeV}$, $\Gamma_0 = 400\,\text{MeV}$[1]

[1] Man beachte, daß die Pole der K-Matrix im allgemeinen nicht mit der physikalischen Position der Resonanz (beim $K^\star_{0+}(1430)$: $m = 1429, \Gamma = 287$) übereinstimmen.

K-Matrix	n	Resonanz	i	m/ MeV	Γ/ MeV	Bemerkungen
$(K\pi)$-S-Welle	1	$K^\star_{0^+}(1430)$	1/2	1430	287	Parameter der nichtresonanten Streuamplitude: $a = 2.58$, $b = 1.81$
$(K\pi)$-P-Welle	1	$K^\star_{1^-}(892)$	1/2	[892]	[50]	$m_{K^{\star 0},\overline{K}^{\star 0}} = m + 4.51\,\text{MeV}$
$(K\overline{K})$-S-Welle	3	$f_0(980)$	0	997.6	95.6	$\Gamma_{\pi\pi} = 86.8\,\text{MeV}$, $\Gamma_{K\overline{K}} = 8.8\,\text{MeV}$
		$f_0(1370)$	0	[1361]	[264]	
		$f_0(1500)$	0	[1571]	[163]	
$(K\overline{K})$-S-Welle	1	$a_0(980)$	1	[997.6]	[95.6]	[$\Gamma_{\pi\eta} = 86.8\,\text{MeV}$, $\Gamma_{K\overline{K}} = 8.8\,\text{MeV}$]
	1	$a_0(1450)$	1	1470	265	m, Γ frei im gekoppelten Fit
$(K\overline{K})$-P-Welle	1	$\phi(1020)$	0	[1020]	[4.3]	Breite von Zellengröße und Detektorauflösung bestimmt
	2	$\omega(1420)$	0	1387	173	
		$\omega(1600)$	0	1685	217	ununterscheidbar von $\phi(1680)$
$(K\overline{K})$-P-Welle	2	$\rho(1450)$	1	[1402]	[270]	
		$\rho(1700)$	1	[1756]	[230]	
$(K\overline{K})$-D-Welle	1	$f_2(1270)$	0	1275	185	
	1	$f_2'(1525)$	0	1525	76	
$(K\overline{K})$-D-Welle	1	$a_2(1270)$	1	1318	107	

Tabelle 6.7: K-Matrix-Parameter der in den Partialwellenanalysen auftretenden Resonanzen. In eckigen Klammern angegebene Massen und Breiten wurden in den Fits an die Daten angepaßt. Die Zahl der K-Matrix-Pole ist n, der Isospin der Resonanz ist i.

einen weiteren, nichtresonanten Term, der auf einer Streulängen-Näherung der $K\pi$-Streuung beruhte:

$$\widehat{K} = \frac{m_0\Gamma_0/\rho_0}{m_0^2 - m^2} + \frac{am}{2 + abq^2} \tag{6.83}$$

Aus der Anpassung an die $K\pi$-Steudaten ergab sich $a = (2.58 \pm 0.21)\,\text{GeV}$ und $b = (1.81 \pm 0.25)\,\text{GeV}$. In [29] wurden beide Terme mit der gleichen komplexen Produktionsamplitude multipliziert, was dazu führte, daß der nichtresonante Anteil in der Übergangsamplitude sehr klein war und die Resonanz die $(K\pi)$-S-Welle dominierte. In dieser Dissertation wird zunächst unterschiedliche Produktion von resonanter und nichtresonanter $(K\pi)$-S-Welle bei den Anpassungen der einzelnen Dalitzplots angenommen. Dabei werden wir feststellen, daß die nichtresonante Amplitude tatsächlich keinen signifikanten Anteil im Endzustand $\overline{K}K\pi$ hat.

Auch in der K-Matrix der $(K\pi)$-P-Welle genügt ein einziger Pol bei 892 MeV zur Beschreibung der Daten. Nach den Ergebnissen früherer Experimente [70] ist davon auszugehen, daß das Auftreten von $K^\star_{1^-}$-Resonanzen bei 1430 MeV und 1700 MeVin $\overline{p}p \to K\overline{K}\pi$ vernachlässigbar ist. Sowohl Masse als auch Breite von $K^\star_{1^-}(892)$ bleiben in allen Anpassungen freie Parameter, um Einflüsse der endlichen Detektorauflösung zu kompensieren. Eine Massendifferenz von 4.51 MeV zwischen $K^{\star 0}$,$\overline{K}^{\star 0}$ und $K^{\star\pm}$ wird bei den Anpassungen grundsätzlich berücksichtigt.

Wir modellieren die Linienform von $a_0(980)$ anhand der verfügbaren Daten einer gekoppelten Analyse von $\overline{p}p$-Annihilation nach $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\eta$ und $\pi^0\eta\eta$ [20]. Als Ansatz dient dazu eine 2×2-K-Matrix, die gleichzeitig die Kopplung an $\overline{K}K$ und an $\pi\eta$ beschreibt. Zur Berechnung des Phasenraumfaktors beim Zerfall von $a_0(980)$ wird über die Massen von geladenen und neutralen Kaonen gemittelt. Dadurch erhalten wir andere K-Matrixparameter als in [20]. Die vorhandenen Daten sind nicht sensitiv genug, um Resonanzen an der $K\overline{K}$-Schwelle zu bestimmen. Daher

Endzustand				$K^+K^-\pi^0$				$K_LK_L\pi^0$			$K_SK_L\pi^0$			$K_LK^\pm\pi^\mp$			
Übergang	l	L	I	x	y	z_s	z_a	x	y	z_s	x	y	z_a	x	y	z_s	z_a
$J^{PC} = 0^{-+}$																	
$K^\star_{0^+}K$	0	0	0	+	+			−	−					−	−		
$K^\star_{0^+}K$	0	0	1	−	−			−	−					+	−		
$K^\star_{1^-}K$	1	1	0	+	+			−	−					−	−		
$K^\star_{1^-}K$	1	1	1	−	−			−	−					+	−		
$f_0\pi$	0	0	1			+				+							
$f_2\pi, f_2'\pi$	2	2	1			+				+							
$a_0\pi$	0	0	0			−				+						+	
$a_2\pi$	2	2	0			−				+							
$\rho\pi$	1	1	0														+
$J^{PC} = 1^{--}$																	
$K^\star_{1^-}K$	1	1	0	−	+						+	−		−	+		
$K^\star_{1^-}K$	1	1	1	+	−						+	−		+	+		
$\phi\pi$	1	1	1				−						−				
$\omega\pi$	1	1	1				−						−				
$\rho\pi$	1	1	0				+						−			+	
$a_2\pi$	2	2	1														+

Tabelle 6.8: Drehimpulse, Isospin und Phasenbeziehungen $(\tau/|\tau\ |)$ aller in der Analyse vorkommenden Übergänge. Der Verlauf der Resonanzbänder im Dalitzplot ist durch die Spalten x, y, z_s, z_a gekennzeichnet, wobei die Indices s (symmetrisch) und a (antisymmetrisch) bei den $\pi(K\overline{K})$-Endzuständen die Symmetrie der zugehörigen Flavourwellenfunktion unter Vertauschung der beiden Kaonen angeben. Im strengen Isobar-Modell tritt jeder Zwischenzustand i tritt bei der $\overline{p}p$-Annihilation mit einer durch die gekoppelte Anpassung zu bestimmenden komplexen Produktionsstärke β_i auf. Diese β_i sollen also für alle $K\overline{K}$-Endzustände die gleichen sein.

bleiben die K-Matrixparameter von $\mathrm{a}_0(980)$ in allen Anpassungen unverändert.

Ebenso verhält es sich mit $\mathrm{f}_0(980)$. Diese Resonanz wird erst in der gekoppelten Analyse als dritte Struktur neben $\mathrm{f}_0(1370)$ und $\mathrm{f}_0(1500)$ in der $(K\overline{K})$-S-Welle zugelassen. Aufgrund der Insensibilität der verfügbaren Daten können wir sie mit denselben Parametern, wie das $\mathrm{a}_0(980)$ beschreiben, betrachten aber die mit dieser Parametrisierung erhaltenen Produktionsstärke nicht als endgültiges als Ergebnis . Die beiden anderen Pole der $(K\overline{K})$-S-Welle wurden, ausgehend von den Resultaten in [29] in allen Fits frei angepaßt.

Die Resonanzen $\mathrm{a}_0(1450)$, $\mathrm{a}_2(1320)$, $\mathrm{f}_2(1270)$ und $\mathrm{f}_2'(1525)$ werden als einfache Breit-Wigner-Resonanzen mit massenabhängiger Breite nach Gleichung (6.23) parametrisiert. Eine K-Matrix-beschreibung mit jeweils 2 Polen hatte hier kein Einfluß auf das Ergebnis.

Die Produktion von $\phi(1020)\pi$ ist beschränkt auf $\overline{p}p$-Anfangszustände mit negativer C-Parität. Daher wird dieser Übergang nur in $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$ beobachtet. Die Breite der ϕ-Resonanz wird von der Größe der Bins und der Detektorauflösung beeinflußt. Damit stehen wir vor der Wahl, die Interferenzen mit anderen Resonanzen zu vernachlässigen und die Breit-Wigner-Parametrisierung mit einer Gaussfunktion zu falten (s. Gleichung 3.13 in Abschnitt 3.5), oder die Breite der Resonanz an die Daten anzupassen. Wir wählen die zweite Möglichkeit mit der Konsequenz, daß der relative Anteil von $\phi(1020)$ etwas zu groß ausfällt. Der systematische Fehler läßt sich abschätzen aus dem Verhältnis des Integrals von $|A_{\phi(1020)\pi}|^2$ über den gesamten Dalitzplot zum Integral über den Dalitzplot oberhalb $m^2(\overline{K}K) = (1050\,\mathrm{MeV})^2$. Bei einer physikalische Breite von 4.9 MeV beträgt dieses Verhältnis 4% der Gesamtintensität, bei einer Breite

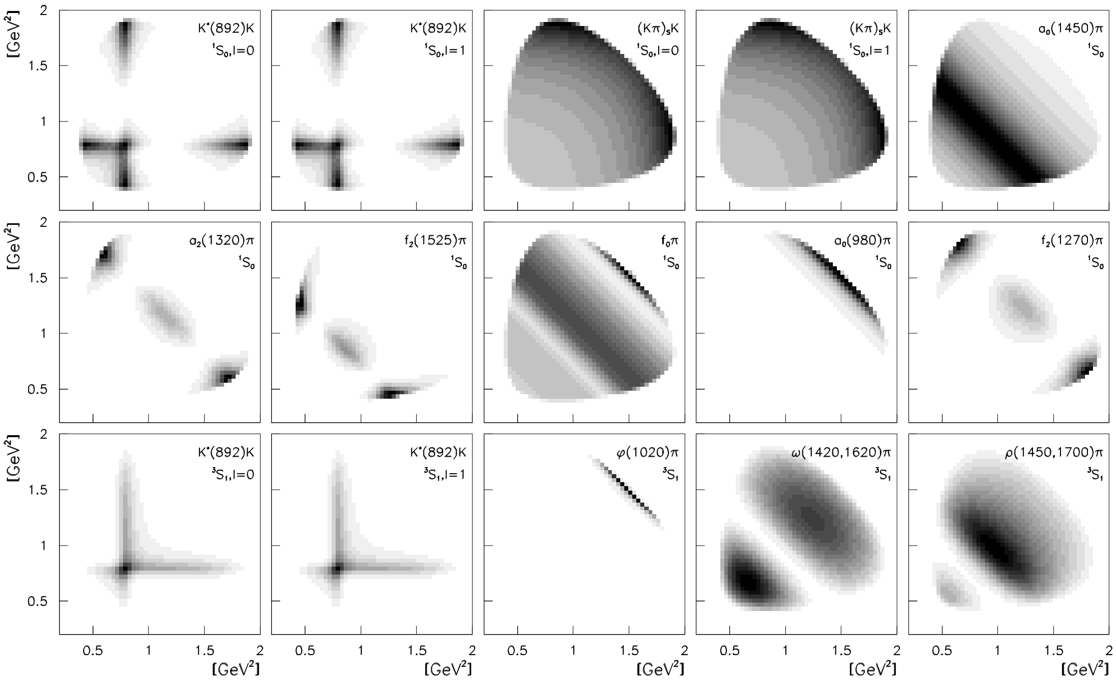

Abbildung 6.4: Quadrate der Übergangsamplituden für die Endzustände $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$(Mit Produktionsstärken aus Fit F1).

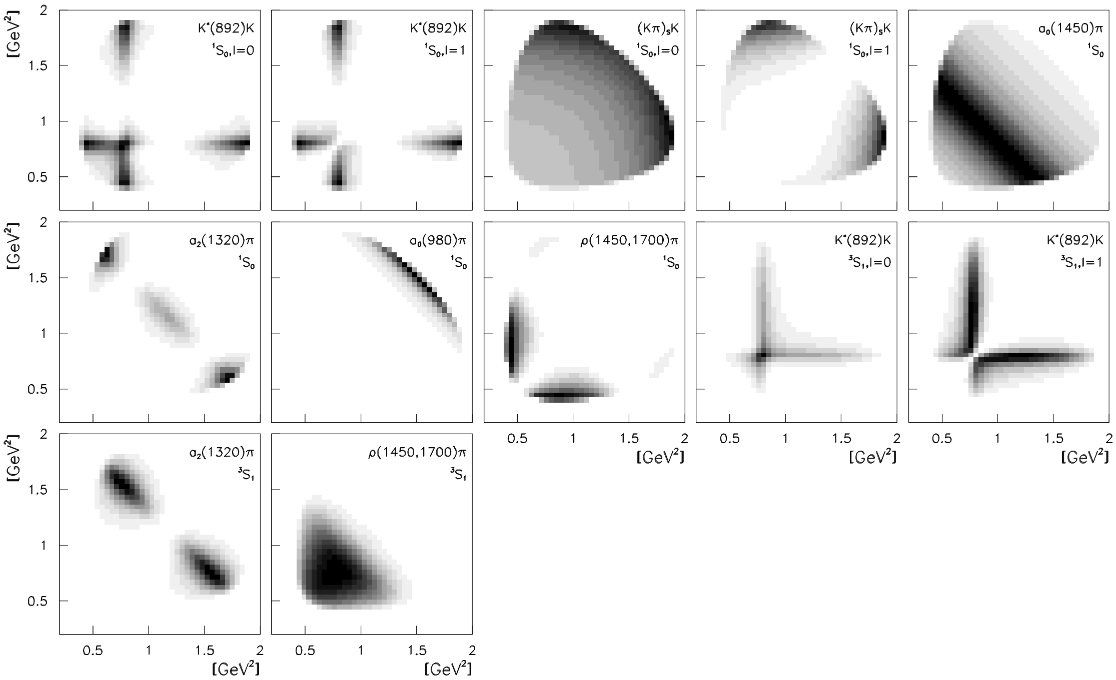

Abbildung 6.5: Quadrate der Übergangsamplituden für den Endzustand $K_LK^\pm\pi^\mp$mit Produktionsstärken aus Fit F1.

von 20 MeV sind es etwa 28%. Somit muß der relative Anteil von $\phi(1020)$ in allen Anpassungen um 1/4 reduziert werden.

In [5] sind fünf 1^{--}-Resonanzen im Massenbereich zwischen 1.2 und 1.74 GeV aufgeführt, nämlich $\omega(1420)$, $\rho(1450)$, $\omega(1600)$, $\phi'(1680)$ und $\rho(1700)$ und die Existenz weiterer Pole werden derzeit diskutiert [21]. Weder Quantenzahlen noch Quarkinhalt verbieten deren Zerfall nach K^+K^- und K_LK_S. Radiale Anregungen des $\rho^\pm$ können auch nach $K_LK^\pm$ zerfallen. In den nachfolgenden Fits werden K-Matrix-Parametrisierungen mit ein oder zwei Polen für Vektormesonen verwendet. In der gekoppelten Partialwellenanalyse sind die Isospinkomponenten trennbar und man kann bis zu vier Pole (zwei für $I = 0$, zwei für $I = 1$) ansetzen. Die Startwerte für die Massen und Breiten der K-Matrix wurden so gewählt, daß die entsprechenden T-Matrix-Pole an den in [5] zitierten Positionen liegen. In keinem Fall ist es möglich, zwischen $\phi(1680)$ und $\omega(1600)$ zu unterscheiden, da deren Resonanzparameter im Rahmen der experimentellen Fehler gleich sind [5].

In Abbildung 6.4 sind die Quadrate aller verwendeten Übergangsamplituden in den Endzuständen $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$ dargestellt (Produktionsstärken wie in Fit F1), die Amplitudenquadrate der an $K_LK^\pm\pi^\mp$ beteiligten Partialwellen sind in Abbildung 6.5 dargestellt. Wieder wurden die Produktionsstärken aus Fit F1 verwendet. Die unterschiedliche Intensitätsverteilung der $(K\overline{K})$-P-Welle mit $i = 1$ (ρ) in $K_LK^\pm\pi^\mp$ und $K^+K^-\pi^0$ wird allein durch Einführung einer zusätzlichen Phase für jeden K-Matrix-Pol, $\Delta\phi_i$ (s. Abschnitt 7.2), verursacht.

6.3 Verfahren der Anpassung

Die Anpassung einer Theorie mit l freien Parametern α_k an eine experimentell bestimmte Verteilung besteht aus drei unabhängigen Problemen:

1. Die Bestimmung des besten Parametersatzes zur Beschreibung der Theorie,
2. Die Bestimmung der Fehler der Parameter,
3. Die Bestimmung der Güte der Anpassung.

In einem zweidimensionalen Histogramm sei n_{ij} die Zahl der Ereignisse im Bin (i, j), und y_{ij} die vom Modell vorhergesagte Anzahl im gleichen Bin. Mit den Parametern α_k $(k = 1, .., l)$ wird das Modell an die Daten angepaßt. Dies kann durch die Methode der kleinsten Abstandsquadrate oder durch die Minimierung der Likelihoodfunktion $\mathcal{L}$ geschehen. Mit geeigneten Gewichten wird die Summe der Abstandsquadrate zur χ^2-Verteilung,

$$\chi^2_P = Pearson's\ \chi^2 = \sum_{ij}(n_{ij} - y_{ij})^2/y_{ij}, \qquad \text{bzw.} \tag{6.84}$$

$$\chi^2_N = Neymann's\ \chi^2 = \sum_{ij}(n_{ij} - y_{ij})^2/n_{ij} \tag{6.85}$$

und hat damit den Vorteil, daß man die Qualität der Anpassung direkt beurteilen kann. Allerdings setzt dies voraus, daß die n_{ij} gaussverteilt um ihren wahren Wert m_{ij} sind. In den zu analysierenden Dalitzplots sind einige Bins nur schwach bevölkert. Der Fehler ist dort nicht mehr $\sqrt{n_{ij}}$, was zur Folge hat, daß Bins, in denen $n_{ij} < m_{ij}$ ist, zu viel Gewicht in der χ^2_N-Anpassung erhalten und das Modell systematisch zu kleine y_{ij} liefert. Umgekehrt liefert die χ^2_P-Anpassung systematisch zu große y_{ij}. Die Einführung einer Grenze n_{min}, so daß Bins mit weniger als n_{min} Ereignissen in die Summe der Abstandsquadrate eingehen, ist nicht empfehlenswert, da hiermit der Erwartungswert scheinbar ansteigt und man somit falsche Fitergebnisse erhält.

Diese Probleme lassen sich durch die Verwendung der Likelihoodfunktion $\mathcal{L}$ für Poissonstatistiken vermeiden [75]:

$$\mathcal{L}(\mathbf{y},\mathbf{n}) = \prod_{ij} e^{-y_{ij}} y_{ij}^{n_{ij}} / n_{ij}! \qquad \text{mit} \tag{6.86}$$
$$\mathbf{y} = (y_{11}, y_{12}, \ldots, y_{kk}) , \qquad \mathbf{n} = (n_{11}, n_{12}, \ldots, n_{kk}) .$$

Die Qualität der Anpassung kann theoretisch über die Normierung auf die Likelihood $\mathcal{L}(\mathbf{m},\mathbf{n})$ der (unbekannten) wahren Werte m_{ij} getestet werden. Dazu definieren wir das Verhältnis

$$\lambda = \frac{\mathcal{L}(\mathbf{y},\mathbf{n})}{\mathcal{L}(\mathbf{m},\mathbf{n})}. \tag{6.87}$$

Nach dem *likelihood-ratio-test*-Theorem [73] verhält sich

$$\chi^2_{\mathcal{L}} = -2\ln\lambda = -2\ln\mathcal{L}(\mathbf{y},\mathbf{n}) + 2\ln\mathcal{L}(\mathbf{m},\mathbf{n}) \tag{6.88}$$

näherungsweise wie eine χ^2-Verteilung. Der zweite Term ist unabhängig von $\mathbf{y}$, so daß die Minimierung von $\chi^2_{\mathcal{L}}$ zur Maximierung von $\mathcal{L}$ equivalent ist. Für unsere Anpassungen ersetzen wir nun in guter Näherung $\mathbf{m}$ durch $\mathbf{n}$ [74]:

$$\lambda = \frac{\mathcal{L}(\mathbf{y},\mathbf{n})}{\mathcal{L}(\mathbf{n},\mathbf{n})}. \tag{6.89}$$

und erhalten mit

$$\mathcal{L}(\mathbf{n},\mathbf{n}) = \prod_{ij} e^{-n_{ij}} n_{ij}^{n_{ij}} / n_{ij}! \tag{6.90}$$

$$\lambda = \prod_{ij} e^{-y_{ij}+n_{ij}} (y_{ij}/n_{ij})^{n_{ij}}. \tag{6.91}$$

Damit ist

$$\chi^2_{\mathcal{L}} = -2\ln\lambda = 2\sum_{ij}[y_{ij} - n_{ij} + n_{ij}\ln(n_{ij}/y_{ij})] \tag{6.92}$$

als zu minimierende Funktion gleichzeitig geeignet, die Qualität der Anpassung zu beurteilen [75].

In Abbildung 6.6 wird die Überlegenheit der Minimierung mit $\chi^2_{\mathcal{L}}$ anhand eines einfachen Beispiels verdeutlicht. Anzupassen sei eine konstante Verteilung der Intensität x an zwei Bins. Im ersten Bin seien 7 Ereignisse, im zweiten Bin 13 eingetragen. Im Diagramm sind die drei zur Auswahl stehenden Minimierungsfunktionen für dieses Histogramm aufgezeichnet. Das Minimum von χ^2_N liegt bei $x = 9.11$, das Minimum von χ^2_P bei $x = 10.45$. Der wahre Wert $x = 10.0$ wird nur von $\chi^2_{\mathcal{L}}$ gefunden.

Ein Fitprogramm, welches bereits zur gekoppelten Analyse von $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\eta\pi^0\pi^0$ und $\eta\eta\pi^0$ verwendet wurde [72], konnte zur Anpassung der $\overline{K}K\pi$-Dalitzplots erweitert werden. Dieses Programm benutzt als Minimierungsalgorithmus MINUIT [71] und wendet den K-Matrix- und Zemachformalismus zur Formulierung der Übergangsamplituden an. Die Erweiterungen betreffen unter anderem:

- Wahlweise Minimierung von $\chi^2_{\mathcal{L}}$, χ^2_N oder χ^2_P.
- Anpassung an die tatsächlich gemessenen (gaussverteilten) Zahl von Ereignissen in jeder Dalitzplotzelle. Die theoretische Verteilung wird dazu durch die Detektorakzeptanz geteilt.

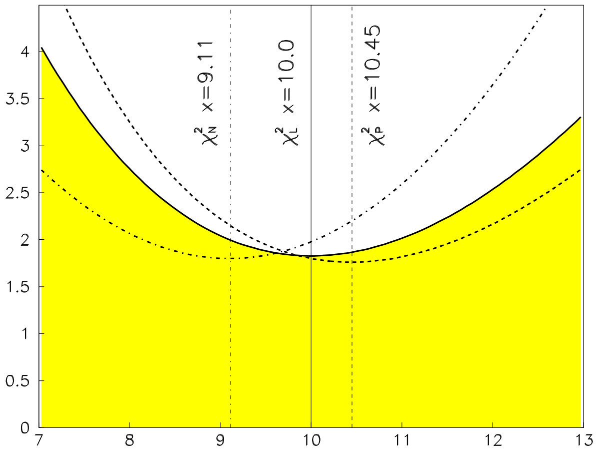

Abbildung 6.6: Einfaches Beispiel zur Minimierung bei wenigen Einträgen in mehreren benachbarten Bins. Gegeben sei ein Histogramm mit zwei Bins in denen 7 bzw. 13 Ereignisse gefunden wurden. Das Histogramm soll mit einer konstanten Verteilung der Intensität x angepaßt werden. Im Diagramm ist der Verlauf der drei entsprechenden χ^2-Funktionen mit ihren Minima eingezeichnet.

- Zusätzliche Parametrisierungen von Übergangsamplituden ($(K\pi)$-S-Welle, (2×2)-K-Matrix mit gemitteltem Phasenraum, ...)
- Massen der Zerfallsprodukte, sowie die Masse von $K^\star(892)$ abhängig von der Ladung ($m_{K^\pm} \neq m_{K^0}$, $m_{\pi^\pm} \neq m_{\pi^0}$, $m_{K^{\star\pm}} \neq m_{K^{\star 0}}$).
- Relative Normierung der Datensätze kann vom Fitprogramm variiert werden (Bestimmung des Verzweigungsverhältnis der Reaktion $\overline{p}p \to K_L K_S \pi^0$).
- Zusätzliche freie Parameter zur Lockerung der gekoppelten Anpassung (z.B. $\Delta\phi$ für Übergänge nach $K_L K^\pm \pi^\mp$).

Die theoretische Intensitätsverteilung $\mathcal{I}_{ij}$ wird in den Schwerpunkten der Bins (i,j) nach Gleichung (6.3) berechnet und anschließend korrigiert auf Detektorakzeptanz, sowie auf die Fläche a_{ij} des Bins, die im erlaubten Phasenraum liegt:

$$y_{ij} = \mathcal{I}_{ij} \cdot \epsilon_{ij} \frac{a_{ij}}{\mathcal{A}} \,. \tag{6.93}$$

Dabei ist $\mathcal{A}$ die Fläche von Bins, die vollständig im Phasenraum liegen.

Mit den zur Verfügung stehenden freien Parametern α_k (z. B. komplexe Produktionsstärken β, Massen und Breiten von Resonanzen, etc.) werden dann die y_{ij} an die Zahl n_{ij} der rekonstruierten Ereignisse in Zelle (i,j) durch Minimierung von $\chi^2_{\mathcal{L}}$ angepaßt.

Die komplexen Produktionsstärken β werden in der Form $|\beta\,| \cdot \exp(i\phi)$ parametrisiert. Bei der Darstellung der Fitergebnisse werden die Phasen ϕ der verschiedenen Übergänge relativ zur Produktionsphase von $KK^\star(892)$ angegeben.

Zur Bestimmung des Beitrags einer Übergangsamplitude $A_{l,L,J^{PC},i,I}(\vec{p},\vec{q})$ zu einem Endzustand wird das Quadrat dieser Amplitude über den gesamten Dalitzplot integriert und auf das Integral von $\mathcal{I}$ über den Dalitzplot normiert. Da aufgrund von Interferenzen im allgemeinen

$$\sum |A\,|^2 \neq \left[\sum A\right]^2 , \tag{6.94}$$

ist die Summe der relativen Einzelbeiträge nicht unbedingt eins. In der Praxis hat sich gezeigt, daß der Fit Lösungen mit destruktiven Interferenzen bevorzugt. In Einzelfällen wurden Lösungen gefunden, bei denen die Summe der Amplitudenquadrate mehr als zweimal größer war, als das Quadrat der Summe über die Einzelamplituden. Die relativen Beiträge werden in den folgenden Abschnitten in % angegeben.

Zur Berechnung der Anteile einzelner additiver Terme innerhalb einer K-Matrixparametrisierung (z.B. $(K\overline{K})$-S-Welle: 3 Pole, $(K\pi)$-S-Welle: Streuterm+Pol) werden die Produktionsstärken der anderen Terme gleich Null gesetzt, die resultierende Teilamplitude quadriert und das Integral über den Dalitzplot wie oben normiert. Die Anteile der Teilamplituden sind in den Tabellen der folgenden Abschnitte zur besseren Unterscheidung kleingedruckt.

6.4 Anpassung von $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$

6.4.1 Minimalhypothese

Wir beginnen mit der Anpassung des asymmetrischen Dalitzplots, da wir von ihm erwarten, daß er, für sich alleine betrachtet, die stärkste Aussagekraft besitzt. Die unterschiedliche Interferenz der $(K\pi)$-Resonanzen aus $I=0$ und $I=1$ Anfangszuständen bietet die Möglichkeit, die einzelnen Anteile zu separieren. Zusätzlich wirkt das geladene $K\overline{K}$-System als Isospinfilter für nicht-seltsame Teilchen. Die Zahl der möglichen $K\overline{K}$-Resonanzen ist dadurch auf solche mit Isospin i=1 beschränkt.

Wie bereits in den vorangegangen Abschnitten mehrmals erwähnt, besitzt der $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$-Dalitzplot zwei problematische Bereiche, in denen die Akzeptanzkorrektur nicht wirksam war. Am linken Rand steigt die Intensität an, da Cluster von wechselwirkenden K_L mit denen von geladenen Pionen überlappen. Wir werden alle Zellen vom Fit ausschließen, in denen der Kosinus des $K_L\pi$-Öffnungswinkels größer als 0.7 ist. Ferner werden alle Zellen weggelassen, in denen die Fläche kleiner als 0.3 ist oder in denen die Akzeptanz unter 30% der mittleren Akzeptanz sinkt. An der $K\overline{K}$-Schwelle überlappen die K_L-Cluster mit denen von K^+K^-. Diesen Bereich werden wir zunächst nicht von der Anpassung ausschließen, da die Resonanz $\mathrm{a}_0(980)$ mit seiner Form den Intensitätsanstieg beschreiben kann. Es verbleiben somit 723 Zellen im Dalitzplot, die zur Anpassung zur Verfügung stehen.

Die Modellierung des theoretischen Dalitzplots geht von den Übergängen aus, die bereits in den Blasenkammer-Daten gefunden wurden [26]:

$$
\begin{aligned}
K^\star(892)K(I=0), &\qquad K^\star(892)K(I=1), \\
K^\star_{0+}(1430)K(I=0), &\qquad K^\star_{0+}(1430)K(I=1), \\
\mathrm{a}_0(980)\pi, \quad \text{und} &\quad \mathrm{a}_2(1320)\pi\ .
\end{aligned}
$$

Neben den komplexen Produktionsampliuden β_i waren Masse und Breite von $K^\star(892)$ zusätzliche freie Parameter. Auch die K-Matrix-Parameter der $\mathrm{a}_0(980)$-Resonanz wurden an die Daten angepaßt, um die systematische Anhäufung an der $K\overline{K}$-Schwelle zu beschreiben. Wir erhalten eine Beschreibung mit $\chi^2_{\mathcal{L}}$=1082. Das $\chi^2_N/(n_{bin}-n_{par})$ beträgt in diesem Fit (Fit A1) 1.46 . Dabei ist n_{bin} die Zahl der angepaßten Dalitzplotzellen, und n_{par} die Zahl der freien Parameter

Die naheliegendste Erweiterung der Blasenkammer-Hypothese ist die Einführung der Zwischenzustands $\mathrm{a}_0(1450)\pi$. Die $\mathrm{a}_0(1450)$-Resonanz wurde am Crystal-Barrel-Experiment im Endzustand $\pi^0\pi^0\eta$ entdeckt [18] und ihre Existenz soll im Rahmen dieser Dissertation durch den Zerfall nach $K\overline{K}$ getestet werden. Wir behalten Masse und Breite nach [20] bei und erhalten aus der Anpassung A2 einen kleinen Beitrag von $1.9 \pm 0.8\%$. Das $\chi^2_{\mathcal{L}}$ verbessert sich um 26 auf 1056.

Die Ergebnisse der beiden Fits A1 und A2 sind in Tabelle 6.9 aufgeführt.

In Übereinstimmung mit [26] sehen wir, daß der Dalitzplot von der $(K\pi)$-S-Welle dominiert wird. Verschiedene Parametrisierungen dieser $(K\pi)$-S-Welle wurden ausprobiert, dabei führte die Kombination von Streulängenterm und Breit-Wigner-Resonanz $(K^\star_{0+}(1340))$ nach [80, 29] zum besten Ergebnis. Anhand des Fits konnte man jedoch nicht unterscheiden, ob beide Terme der K-Matrix in Gleichung 6.83 mit gemeinsamer oder unterschiedlicher Phase produziert werden.

	K-Matrix-Parameter	FitA1		FitA2	
Übergang	m_0,Γ_0 [MeV]	Anteil [%]	Phase	Anteil [%]	Phase
$J^{PC}(\overline{p}p) = 0^{-+}$		69.6		68.2	
$\pi a_0(980)$	$m_0 = 1005.1 \pm 4.38$, $\Gamma_{KK} = 0.97 \pm 0.07$, $\Gamma_{\pi\pi} = 76.6 \pm 4.8$	10.8 ± 0.7	3.65 ± 0.14	10.4 ± 0.8	1.09 ± 0.19
$\pi a_2(1320)$	(1318.1,107)	6.7 ± 0.7	1.43 ± 0.08	5.4 ± 0.9	4.68 ± 0.10
$\pi a_0(1450)$	(1470,265)	—	—	1.9 ± 0.8	3.36 ± 0.17
$KK^\star(I=0)$	$889.2 \pm 1.0, 59.7 \pm 2.8$	13.1 ± 0.9	(0.0)	12.2 ± 1.0	(π)
$KK^\star(I=1)$	$889.2 \pm 1.0, 59.7 \pm 2.8$	2.2 ± 0.4	0.02 ± 0.12	1.8 ± 0.4	2.90 ± 0.18
$K(K\pi)_S$(I=0)					
- " - Pol 1	(1344,400)	5.4 ± 3.6	0.29 ± 0.07	25.7 ± 9.2	3.62 ± 0.09
- " - Streuterm	(a=2.58 GeV,b=1.81 GeV)	12.8 ± 4.0	- " -	5.8 ± 3.1	- " -
- " - gesamt		33.2 ± 9.8		53.5 ± 16.5	
$K(K\pi)_S$(I=1)					
- " - Pol 1	(1344,400)	11.4 ± 1.6	0.92 ± 0.11	6.5 ± 1.8	3.90 ± 0.14
- " - Streuterm	(a=2.58,b=1.81)	11.9 ± 1.7	- " -	18.3 ± 2.0	- " -
- " - gesamt		17.0 ± 1.7		18.9 ± 2.1	
$J^{PC}(\overline{p}p) = 1^{--}$		30.4		31.8	
$\pi a_2(1320)$	(1318.1,107)	7.8 ± 0.6	1.83 ± 0.08	6.4 ± 0.6	0.06 ± 0.12
$KK^\star(I=0)$	$889.2 \pm 1.0, 59.7 \pm 2.8$	5.2 ± 0.9	(π)	5.2 ± 1.1	1.20 ± 0.04
$KK^\star(I=1)$	$889.2 \pm 1.0, 59.7 \pm 2.8$	14.7 ± 1.1	1.88 ± 0.04	17.6 ± 1.6	(0.0)
n_{par}		20		22	
$\chi^2_{\mathcal{L}}$		1083		1056	
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$		1.46		1.42	

Tabelle 6.9: Resultate aus Anpassungen A1 und A2. Parameter, die nicht angepaßt wurden, sind in runden Klammern angegeben.

Die Anpassung einer einfachen Breit-Wigner-Parametrisierung mit $m_{K_0^\star} = 1430\,\mathrm{MeV}$ und $\Gamma_{K_0^\star} = 287\,\mathrm{MeV}$ vergrößert $\chi^2_{\mathcal{L}}$ um 135.

6.4.2 Beste Anpassung

Zunächst wurden Masse und Breite von $a_0(1450)$ variiert. Wir stellen fest, daß besonders die Masse instabil ist und eher zu höheren Werten (etwa 1520 MeV) tendiert. Gleichzeitig nimmt die Breite ab. Die Güte der Beschreibung ändert sich dabei nicht signifikant.

Um die Anpassung zu verbessern, wurde eine zweite Isovektor-Resonanz mit Spin 2 eingeführt. Die Motivation dafür war der Hinweis auf eine mögliche a_2'-Resonanz zwischen 1600 und 1700 MeV mit Zerfall nach $\eta\pi$ [18]. Der Fit akzeptierte diese Amplitude bei einer Verbesserung des $\chi^2_{\mathcal{L}}$ um 50, jedoch mit einer physikalisch sinnlosen Breite von 40 MeV.

Die zweite Möglichkeit, die Hypothese A2 zu erweitern, besteht aus der Einführung einer $(K\overline{K})$-P-Welle. Eine Andeutung des Zerfalls von Vektormesonen nach $K\overline{K}$ findet sich bereits in der Reaktion $\pi^\pm p \to K_S K^\pm p$. Dort wurde ein 2σ-Effekt im $(K_S K^\pm)_{J=1}$-Spektrum zwischen 1400 und 1900 MeV mit dem damals bekannten $\rho(1600)$ beschrieben [76]. Der $K_L K^\pm \pi^\mp$Datensatz scheint diesen Effekt zu bestätigen. Man findet, unabhängig von den Startwerten, eine Resonanz mit den Quantenzahlen des ρ bei (1583 ± 21) MeV, mit einer Breite von (205 ± 60) MeV (Fit A3a, Tabelle 6.10). Das $\chi^2_{\mathcal{L}}$ verbessert sich mit dieser neuen Amplitude um 173, obwohl der gesamte relative Anteil unter 3% bleibt. Die Strukturen, die zuvor in der $\chi^2_{\mathcal{L}}$-Verteilung über den Dalitzplot vorhanden waren, verschwinden mit der Einführung der ρ-Resonanz (Abbildung 6.7).

	K-Matrix-Parameter	FitA3a		FitA3b	
Übergang	m_0,Γ_0 [MeV]	Anteil [%]	Phase	Anteil [%]	Phase
$J^{PC}(\overline{p}p) = 0^{-+}$		65.9		65.9	
$\pi a_0(980)$	$(m_0 = 1005.1, \Gamma_{KK} = 0.97,$ $\Gamma_{\pi\pi} = 76.6)$	11.6 ± 1.1	1.51 ± 0.15	11.8 ± 1.0	1.42 ± 0.11
$\pi a_2(1320)$	(1318.1,107)	2.9 ± 0.5	4.82 ± 0.09	3.6 ± 0.6	4.82 ± 0.10
$\pi a_0(1450)$	(1470,265)	3.4 ± 0.8	3.14 ± 0.17	3.2 ± 0.8	3.32 ± 0.14
$\pi\rho$	$1583 \pm 21, 205 \pm 60$	0.1 ± 0.2	6.26 ± 0.56	—	—
$\pi\rho_1$	(1433.9,167.3)			1.5 ± 0.8	5.45 ± 0.20
$\pi\rho_2$	(1739.8,181.2)			1.9 ± 0.9	0.62 ± 0.21
$\pi\rho_1 + \pi\rho_2$				3.3 ± 1.2	
$KK^\star(I=0)$	$889.2 \pm 1.0, 59.7 \pm 2.8$	13.0 ± 1.6	(0.0)	13.8 ± 1.6	(0.0)
$KK^\star(I=1)$	$889.2 \pm 1.0, 59.7 \pm 2.8$	2.8 ± 0.8	2.01 ± 0.12	5.2 ± 1.5	2.03 ± 0.09
$K(K\pi)_S(I=0)$					
- » - Pol	(1344,400)	48.2 ± 13.1	0.68 ± 0.09	47.2 ± 2.4	0.63 ± 0.79
- » - Streuterm	(a=2.58 GeV,b=1.81 GeV)	1.2 ± 1.7	(0.68)	13.8 ± 10.8	(0.63)
- » - gesamt		63.0 ± 16.8		56.4 ± 10.2	
$K(K\pi)_S(I=1)$					
- » - Pol	(1344,400)	5.5 ± 2.4	4.16 ± 0.15	0.0 ± 0.4	0.47 ± 0.20
- » - Streuterm	(a=2.58 GeV,b=1.81 GeV)	17.1 ± 2.9	- » -	5.2 ± 1.6	- » - $+\pi$
- » - gesamt		17.4 ± 2.9		11.5 ± 3.5	
$J^{PC}(\overline{p}p) = 1^{--}$		34.1		34.1	
$\pi a_2(1320)$	(1318.1,107)	4.0 ± 0.4	0.67 ± 0.10	3.4 ± 0.4	0.64 ± 0.10
$\pi\rho$	$1583 \pm 21, 205 \pm 60$	2.8 ± 1.3	5.64 ± 0.41	—	—
$\pi\rho_1$	(1433.9,167.3)			2.8 ± 0.9	3.92 ± 0.19
$\pi\rho_2$	(1739.8,181.2)			0.2 ± 0.2	5.83 ± 1.00
$\pi\rho_1 + \pi\rho_2$				3.1 ± 1.0	
$KK^\star(I=0)$	$889.2 \pm 1.0, 59.7 \pm 2.8$	24.6 ± 1.0	(0.0)	25.0 ± 1.0	(0.0)
$KK^\star(I=1)$	$889.2 \pm 1.0, 59.7 \pm 2.8$	4.1 ± 1.0	4.33 ± 0.12	5.0 ± 0.9	4.04 ± 0.13
n_{par}		26		28	
$\chi^2_{\mathcal{L}}$		884		880	
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$		1.17		1.19	

Tabelle 6.10: Resultate aus den Anpassungen A3a und A3b. Die Hypothese A2 wurde um einen bzw. zwei Pole in der $(K\overline{K})$-P-Welle erweitert. Parameter, die nicht angepaßt wurden, sind in runden Klammern angegeben.

Seit 1987 wurde das ehemalige $\rho(1600)$ in zwei Resonanzen aufgeteilt [77], eine davon wird heute gewöhnlich als erste radiale Anregung des $\rho(770)$ angesehen, die zweite wird dem ${}^3D_1$ $q\overline{q}$-Nonets zugeordnet [17]. Diese Aufteilung verändert die Qualität der Anpassung nicht, das $\chi^2_{\mathcal{L}}$ nimmt nicht signifikant ($\Delta\chi^2_{\mathcal{L}} = 4$) ab (Fit A3b). Die K-Matrix-Pole wurden so gewählt, daß die entsprechenden T-Matrix-Pole mit den Massen und Breiten von $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ in [5] übereinstimmen. Die Dalitzplot-Projektionen von Daten und Fit A3b sind in Abbildung 6.8 dargestellt. Durch eine Anpassung der ρ-Polpositionen kann das $\chi^2_{\mathcal{L}}$ noch verbessert werden, jedoch fluktuieren Massen und Breiten der beiden Resonanzen hin und her und der Fit konvergiert je nach Startwerten schlecht oder gar nicht.

Die Winkelverteilung der $\rho\pi$-Produktion aus ${}^1S_0$ ist proportional $\cos^2\theta$ und hat daher seine größte Intensität am Dalitzplotrand. Damit kann ρ einen Teil der destruktiv interferierenden $(K\pi)$-S-Welle ersetzen. Die Konsequenz ist, daß die Anpassung mit einem einfachen Breit-Wigner als $(K\pi)$-S-Welle das $\chi^2_{\mathcal{L}}$ in den Fits A3a und A3b um weniger als 30 erhöht.

Schließt man in die Hypothesen die $\overline{p}p$-Annihilation mit relativem Drehimpuls $L = 1$ ein, so

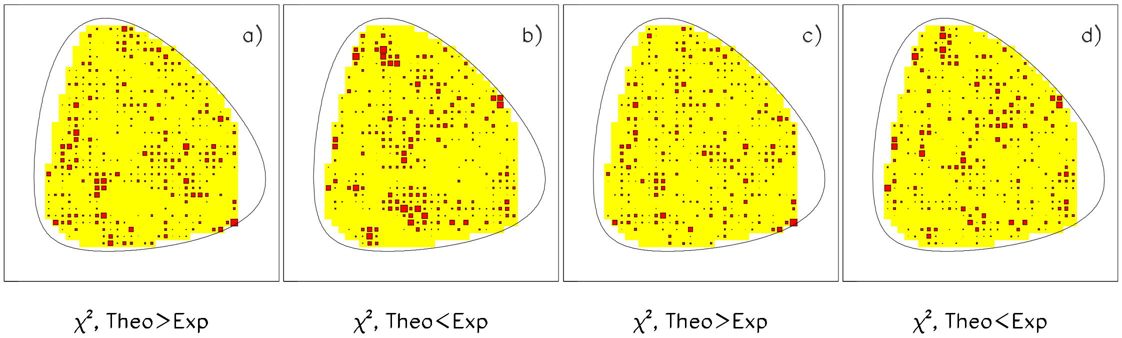

Abbildung 6.7: $\chi^2_{\mathcal{L}}$-Verteilung für die Anpassungen ohne (a,b) und mit (c,d) ρ-Resonanz. Die bei der Anpassung berücksichtigten Bins sind hellgrau schattiert. Die deutlichen Strukuren in den linken beiden Histogrammen verschwinden nach der Einführung des ρ.

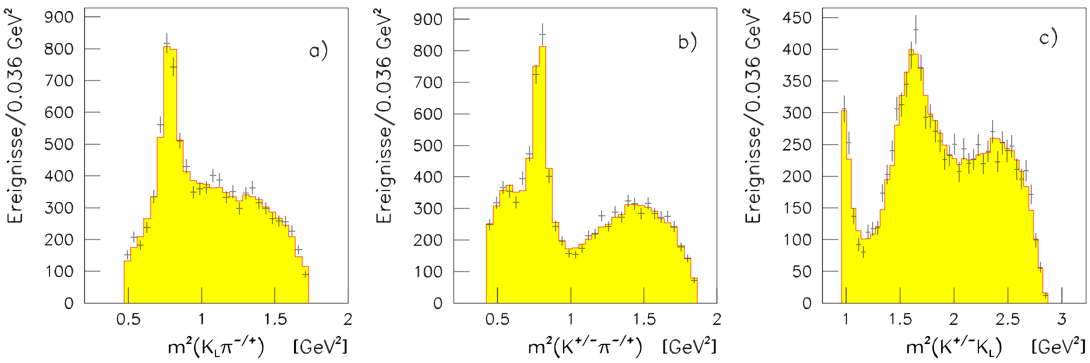

Abbildung 6.8: Vergleich der Daten und der besten Anpassung (A3b) an $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$ (mit ρ).

verdoppelt sich die Zahl der anzupassenden Parameter, was dazu führt, daß der Fit nicht mehr konvergiert. Wir müssen daher die Annahme akzeptieren, daß die $\overline{p}p$-Annihilation ausschließlich aus S-Anfangszuständen geschieht.

6.5 Anpassung von $K^+K^-\pi^0$

6.5.1 Minimalhypothese

In $K^+K^-\pi^0$ treten alle Mesonen auf, die in einem der anderen $\overline{K}K\pi$-Kanälen erlaubt sind, da hier weder der Isospin noch die Erhaltung der C-Parität die Auswahl der möglichen Übergänge begrenzt. Zusätzlich zu den in $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$ erlaubten Resonanzen kommen hier Übergänge vor, an denen isoskalare Mesonen in den drei J^{PC}-Konfigurationen 0^{++}, 1^{--} und 2^{++} beteiligt sind. Am auffallendsten ist von diesen das schmale Band des $\phi(1020)$ am oberen rechten Rand des Dalitzplots.

Anders als in $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$ können wir hier innerhalb eines $\overline{p}p$-Anfangszustandes mit definierter C-Parität nicht zwischen $I = 0$ und $I = 1$ im Anfangszustand unterscheiden, da das $\overline{K}K$-Paar ein C-Eigenzustand ist. Die $K^\star(892)$-Bänder interferieren konstruktiv in beiden Fällen und eine Asymmetrie unter Vertauschung von K^+ und K^- tritt nicht auf. Die beobachteten Intensitäten von $K^\star(892)$ bzw. der $(K\pi)$-S-Welle sind das Resultat der Interferenz von

$$\beta_0^C \cdot A + \beta_1^C \cdot A = \beta^C \cdot A. \tag{6.95}$$

Dabei sind β_0^C und β_1^C die komplexen Produktionsstärken des Prozesses $\overline{p}p \to K^\star(892)K$ aus den Anfangszuständen mit C-Parität C und Isospin 0 bzw. 1. A ist das Produkt aus Spin-Paritätsfunktion, Zentrifugalbarriere und dynamischer Funktion (Gleichung 6.2). Also setzen wir $K^\star(892)$ und die $(K\pi)$-S-Welle mit unveränderter Dynamik, aber mit jeweils einer einzigen Produktionsstärke β^C an. Die beobachteten Phasen und Intensitäten können dann jedoch nicht auf andere $\overline{K}K\pi$-Kanäle übertragen werden.

Aus dem gleichen Grund ist es unmöglich, zwischen $\mathrm{f}_0(980)$ und $\mathrm{a}_0(980)$ zu unterscheiden. Beide Resonanzen haben sehr ähnliche Massen und Breiten und bieten bei unbekannter relativer Phase beliebing viele Lösungen für den Betrag der beiden Amplituden. Wir übernehmen die Form von $\mathrm{a}_0(980)$ (siehe Abschnitt 6.2).

Im einer ersten Anpassung verwenden wir die etablierten $K\overline{K}$- und $K\pi$-Resonanzen, sowie einen K-Matrix-Ansatz zur $(K\overline{K})$-S-Welle, der bereits in der Analyse der $K_LK_L\pi^0$-Daten angewandt wurde [29]. Dieser Ansatz enthält zwei Pole bei 1361 und 1571 MeV mit Breiten von 264 und 168 MeV. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.11 zusammengefaßt, die Projektionen sind in Abb. 6.9 dargestellt.

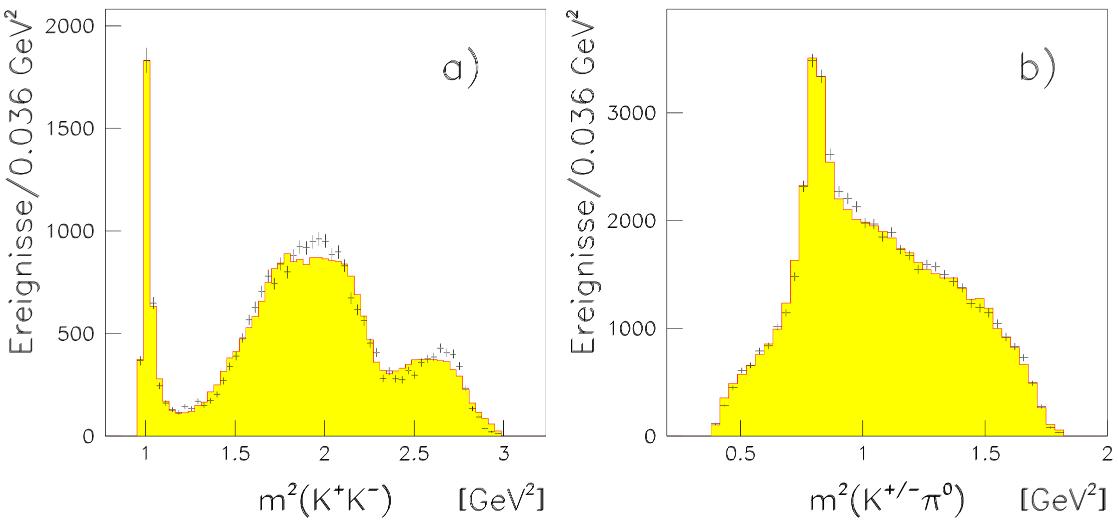

Abbildung 6.9: Vergleich der Daten und der Anpassung B1 an $K^+K^-\pi^0$.

Masse und Breite von $\phi(1020)$ und $K^\star(892)$ waren in dieser Anpassung freie Parameter, ebenso wie die Amplituden und Phasen aller Übergangsamplituden.

Aus dem Ergebnis lernen wir, daß $\mathrm{f}_2'(1525)$ in der $\overline{p}p$-Annihilation nur sehr schwach produziert wird. Vernachlässigt man die Resonanz, so ändert sich $\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$ um 0.1 und $\chi^2_{\mathcal{L}}$ um 126. Masse und Breite der Resonanz bleiben stabil um 1525 ± 10 MeV bzw. 76 ± 15 MeV, wenn man sie als freien Parameter mit verschiedenen Startwerten in den Fit gibt. Dies bestätigt die Existenz dieses etablierten Mesons in $K^+K^-\pi^0$ und wir behalten $\mathrm{f}_2'(1525)$ auch in den folgenden Anpassungen bei.

Auffallend dagegen ist der extrem große Anteil an $(K\overline{K})$-S-Welle. Die durchaus akzeptable Beschreibung der Daten mit einem $\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$von 1.50 beruht offenbar auf starken Interferenzeffekten zwischen a_0 und f_0.

Weiter fällt auf, daß die $(K\pi)$-S-Welle, anders als in $K_LK^\pm\pi^\mp$, keinen besonders hohen Anteil beansprucht. Nur stark destruktive Interferenz zwischen $K(K\pi)_S$-Zwischenzuständen aus $I(\overline{p}p) = 0$ und $I(\overline{p}p) = 1$ könnte das schwache Signal erklären. Dann jedoch müßten diese Übergänge entsprechend stark konstruktiv in $K_LK_L\pi^0$ interferieren. Verschiedene Parametrisierungen der $(K\pi)$-S-Welle wurden in $K^+K^-\pi^0$ versucht, doch gelang es nicht, deren Gesamtam-

	K-Matrix-Parameter	Fit B1	
Übergang	m_0,Γ_0 [MeV]	Anteil [%]	Phase
$J^{PC}(\overline{p}p) = 0^{-+}$		62.2	
$\pi a_0(980)$	(997.60)	34.0 ± 4.0	5.71 ± 0.10
$\pi a_2(1320)$	(1318.1,107)	8.1 ± 1.0	0.69 ± 0.09
$KK^\star(892)$	$898.45 \pm 0.8, 54.94 \pm 1.7$	3.5 ± 0.3	(0.0)
$K(K\pi)_S$			
- » - Pol	(1342,400)	22.4 ± 6.3	2.67 ± 0.09
- » - Streuterm	(a=2.58 GeV, b=1.81 GeV)	2.9 ± 1.7	- » - $+\pi$
- » - gesamt		10.0 ± 2.6	
$\pi(K\overline{K})_S(f_0)$			
- » - Pol 1	(1361,264)	84.7 ± 3.9	4.69 ± 0.06
- » - Pol 2	(1571,168)	23.4 ± 1.5	4.48 ± 0.05
- » - gesamt		88.4 ± 3.4	
$\pi f_2(1280)$	(1275,185)	10.3 ± 1.4	2.45 ± 0.09
$\pi f_2'(1525)$	(1525,76)	1.2 ± 0.2	4.99 ± 0.09
$J^{PC}(\overline{p}p) = 1^{--}$		37.8	
$KK^\star(892)$	$898.45 \pm 0.8, 54.94 \pm 1.7$	16.4 ± 0.6	(0.0)
$\pi\phi(1020)$	$1019.2 \pm 0.7, 21.1 \pm 1.7$	17.7 ± 0.6	2.02 ± 0.21
	$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$=1.57	$\chi^2_{\mathcal{L}}$=2013	

Tabelle 6.11: Ergebnisse der Anpassung B1 an $K^+K^-\pi^0$. K-Matrix-Pole, generische Anteile und Phasen der komplexen Produktionsamplituden. Zahlen in runden Klammern wurden nicht angepaßt.

plitude deutlich zu erhöhen. Der Beitrag des resonanzfreien Terms bleibt in jedem Fall unter 3%.

6.5.2 $a_0(1450)$ in $K^+K^-\pi^0$

Eine mögliche Erweiterung der Basishypothese besteht aus der Einführung der Isovektor-Resonanz $a_0(1450)$. Mit einer freien Produktionsamplitude divergiert der Fit und führt zu beliebig großen Amplituden, die miteinander destruktiv interferieren. Daher bieten wir dem Fit feste Beiträge in 5-Prozent-Schritten an und beobachten die Abhängigkeit des χ^2von der Intensität der $a_0(1450)$-Resonanz. Massen und Breiten werden dabei nicht variiert. Wir finden fast konstantes χ^2 für jede Intensität bis 20%. Auch die Beiträge der anderen Resonanzen ändern sich nicht wesentlich, bis auf den von $(K\overline{K})_S$, der langsam auf über 90% ansteigt. Erst ab 25% $a_0(1450)$ ändern sich die Anteile der anderen Resonanzen dramatisch und das χ^2wird deutlich schlechter. Aus der Analyse von $K^+K^-\pi^0$ folgt demnach einzig eine obere Grenze für das Verzweigungsverhältnis

$$BR(\overline{p}p \to a_0(1450)\pi^0) \times BR(a_0(1450) \to K^+K^-) < (5.4 \pm 0.6) \cdot 10^{-4} \,. \tag{6.96}$$

$\pi a_0(1450)$ [%]	0.0	5.4	10.8	16.2	21.5	27	32.4
$\pi(K\overline{K})$-S-Welle [%]	88.3	86.6	88.8	91.5	94.7	152.6	162.2
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$	1.57	1.54	1.53	1.53	1.52	1.62	1.62

Tabelle 6.12: Korrelation von $\pi a_0(1450)$- und $\pi(K\overline{K})_S$-Anteil an der gesamten Übergangsamplitude. Das $\chi^2_{\mathcal{L}}$ steigt erst oberhalb 20% an.

6.5.3 Evidenz für Vektormesonen im K^+K^--System

Die Projektionen von Fit B1 zeigen, daß die Daten sich trotz großer Ambiguitäten nicht vollständig von der Basishypothese beschreiben lassen. Eine zusätzliche Spin-2-Resonanz oberhalb $f_2'(1525)$, die nach K^+K^- zerfällt, ist nicht zu erwarten, da deren Übergangsamplitude durch die Drehimpulsbarriere unterdrückt wird. In der Tat nimmt der Fit keine weiteren Spin-2-Resonanzen an. Selbst wenn man den Startwert der Masse des $f_2'(1525)$ auf 1700 MeV heraufsetzt, so findet der Fit zurück zum vorherigen Wert.

Auch ein weiterer Pol in der $(K\overline{K})$-S-Welle bringt keine nennenswerte Verbesserung des Fits. Dies entspricht der Beobachtung, die wir bei der der Einführung des $a_0(1450)$ gemacht haben.

Die Einführung von Vektormesonen dagegen führt zu einer signifikanten Abnahme des χ^2. Wir zeigen hier zwei Lösungen mit einem Pol (B2a, B2b), dessen Masse und Breite frei gefittet wurde (Tabelle 6.13), und eine Lösung mit 2 Polen (B3), bei denen die Startwerte der K-Matrix-Pole so gewählt wurden, daß die entsprechenden Pole der T-Matrix mit den Massen und Breiten von $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ übereinstimmen (Tabelle 6.14 und Abbildung 6.10). In allen drei Fits waren die $K^\star$-Masse und -Breite weitere freie Parameter.

	K-Matrix-Parameter	FitB2a		FitB2b	
Übergang	m_0,Γ_0 [MeV]	Anteil [%]	Phase	Anteil [%]	Phase
$J^{PC}(\overline{p}p) = 0^{-+}$		61.7		53.3	
$\pi a_0(980)$	(997.60)	30.4 ± 2.5	0.21 ± 0.11	34.0 ± 2.6	5.97 ± 0.12
$\pi a_2(1320)$	(1318.1,107)	8.8 ± 1.1	1.39 ± 0.10	8.2 ± 1.3	1.04 ± 0.13
$KK^\star(892)$	$895.5 \pm 1.0, 59.3 \pm 1.8$	3.2 ± 0.3	(0.0)	5.5 ± 0.4	(0.0)
$K(K\pi)_S$					
- " - Pol	(1342,400)	7.4 ± 3.6	3.12 ± 0.12	24.5 ± 6.8	3.18 ± 0.13
- " - Streuterm	(a=2.58 GeV, b=1.81 GeV)	0.1 ± 0.4	- " - $+\pi$	6.0 ± 2.8	- " - $+\pi$
- " - gesamt		5.8 ± 2.8		7.4 ± 3.3	
$\pi(K\overline{K})_S$ (f_0)					
- " - Pol 1	(1361,264)	76.6 ± 3.7	5.22 ± 0.08	60.2 ± 5.4	5.03 ± 0.08
- " - Pol 2	(1571,168)	22.8 ± 1.6	4.96 ± 0.07	20.8 ± 1.6	4.73 ± 0.05
- " - gesamt		81.2 ± 3.3		65.6 ± 3.8	
$\pi f_2(1280)$	(1275,185)	11.3 ± 1.6	3.05 ± 0.10	4.6 ± 1.1	2.45 ± 0.12
$\pi f_2'(1525)$	(1525,76)	0.8 ± 0.1	6.02 ± 0.14	2.1 ± 0.3	5.39 ± 0.09
$J^{PC}(\overline{p}p) = 1^{--}$		38.3		46.7	
$KK^\star(892)$	$895.0 \pm 1.0, 59.1 \pm 1.8$	23.0 ± 0.9	(0.0)	15.8 ± 0.8	(0.0)
$\pi\phi(1020)$	(1019.2, 21.1)	18.4 ± 0.6	1.12 ± 0.17	18.2 ± 0.6	0.66 ± 0.54
$\pi\rho_1$	$1610 \pm 11, 130 \pm 16$	3.3 ± 0.6	0.12 ± 0.17		
$\pi\rho_2$	$1430 \pm 5, 129 \pm 16$			5.4 ± 0.6	4.42 ± 0.11
n_{par}		25		25	
$\chi^2_{\mathcal{L}}$		1860		1748	
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$		1.43		1.32	

Tabelle 6.13: Ergebnisse der Anpassung B2 an $K^+K^-\pi^0$. K-Matrix-Pole, generische Anteile und Phasen der komplexen Produktionsamplituden. Zahlen in runden Klammern wurden nicht angepaßt.

	K-Matrix-Parameter	Fit B3	
Übergang	m_0,Γ_0 [MeV]	Anteil [%]	Phase
$J^{PC}(\overline{p}p) = 0^{-+}$		54.7	
$\pi a_0(980)$	(997.60)	25.9 ± 3.0	0.38 ± 0.31
$\pi a_2(1320)$	(1318.1,107)	7.8 ± 1.0	1.12 ± 0.24
$KK^\star(892)$	$893.5 \pm 1.1, 54.8 \pm 1.7$	10.4 ± 1.7	(0.0)
$K(K\pi)$-S-Welle			
- » - Pol	(1342,400)	0.3 ± 2.0	3.71 ± 0.31
- » - Streuterm	(a=2.58 GeV, b=1.81 GeV)	2.0 ± 3.5	- » -
- » - gesamt		3.7 ± 6.7	
$\pi(K\overline{K})$-S-Welle(f^0)			
- » - Pol 1	(1361,264)	50.7 ± 6.3	5.10 ± 0.20
- » - Pol 2	(1571,168)	3.6 ± 1.0	6.00 ± 0.26
- » - gesamt		50.5 ± 5.9	
$\pi f_2(1280)$	(1275,185)	4.4 ± 1.0	2.84 ± 0.26
$\pi f_2'(1525)$	(1525,76)	0.6 ± 0.3	3.36 ± 0.23
$J^{PC}(\overline{p}p) = 1^{--}$		45.2	
$KK^\star(892)$	$893.5 \pm 1.1, 54.8 \pm 1.7$	11.8 ± 0.9	(0.0)
$\pi\phi(1020)$	(1019.2, 21.1)	16.9 ± 0.6	2.87 ± 0.42
$\pi(K\overline{K})$-P-Welle			
- » - Pol 1	$1422.8 \pm 6.5, 146.5 \pm 10.5$	7.4 ± 1.3	3.91 ± 0.14
- » - Pol 2	$1740.8 \pm 22.2, 187.2 \pm 26.7$	6.1 ± 1.6	2.61 ± 0.30
- » - gesamt		13.0 ± 2.0	
n_{par}		29	
$\chi^2_{\mathcal{L}}$		1589	
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$		1.22	

Tabelle 6.14: Ergebnisse der Anpassung B3 an $K^+K^-\pi^0$, mit zwei Polen in der $(K\overline{K})$-P-Welle. K-Matrix-Pole, relative Anteile und Phasen der komplexen Produktionsamplituden.

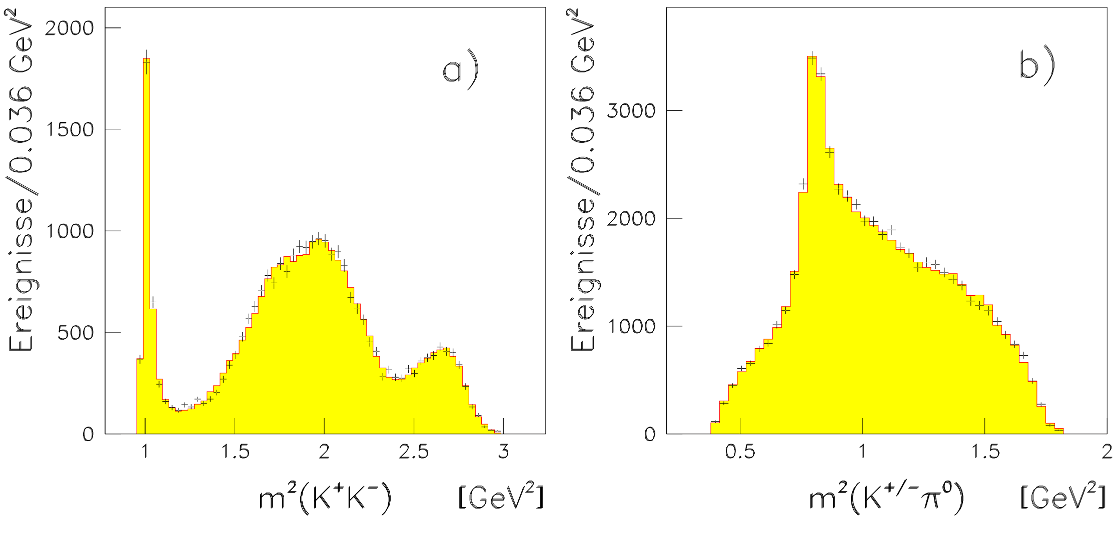

Abbildung 6.10: Projektion des $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplots und der Anpassung B3. Zusätzlich zu Fit B1 sind zwei Pole in der $(K\overline{K})$-P-Welle zugelassen.

Die Resultate aus FitB2a und B2b weisen darauf hin, daß es möglicherweise zwei oder mehr Pole in der $(K\overline{K})$-P-Welle gibt. Die beste Beschreibung des $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplots gelingt bereits mit zwei Polen, bei drei oder mehr Polen wird der Fit instabil. Wir erreichen ein $\chi^2_{\mathcal{L}}$von 1.18.

Während die $(K\overline{K})$-P-Welle im $K_LK^\pm\pi^\mp$-Dalitzplot eine reine $I = 1$ (ρ) Amplitude ist, können in $K^+K^-\pi^0$ Isovektoren und Isoskalare miteinander mischen. Wir werden in der gekoppelten Analyse die unterschiedlichen Phasen der Flavourwellenfunktionen in $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$ ausnützen und zwischen $I = 1$ und $I = 0$ auch in der $(K\overline{K})$-P-Welle trennen. Solange wir nur einzelne Kanäle betrachten, ist dies jedoch nicht möglich. Sowohl die $(K\pi)$-S-Welle als auch das $\mathrm{f}_0(1500)$ werden in Fit B3 von der $(K\overline{K})$-P-Welle unterdrückt. Die Signifikanz dieses Verhaltens läßt sich nur schwer abschätzen, solange nicht zusätzliche Information aus $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$ herangezogen wird.

Die Hinzunahme von $\mathrm{a}_0(1450)$ bringt weder in den Fits B2 noch in B3 eine Verbesserung im χ^2. Der $(K\overline{K})_S$-Anteil steigt jedoch je nach Intensität des a0 wieder auf über 90% .

Wir erhalten aus Fit B3 Verzweigungsverhältnisse für $\mathrm{a}_2(1320)$ und $\mathrm{f}_2(1280)$, die kompatibel sind mit den publizierten Werten für $K_LK_L\pi^0$[29]:

$$BR(\overline{p}p \to \mathrm{f}_2(1280)\pi^0) \times BR(\mathrm{f}_2(1280) \to K^+K^-) = (1.05 \pm 0.25) \cdot 10^{-4} \tag{6.97}$$

$$BR(\overline{p}p \to \mathrm{a}_2(1320)\pi^0) \times BR(\mathrm{a}_2(1320) \to K^+K^-) = (1.87 \pm 0.29) \cdot 10^{-4} \tag{6.98}$$

Durch die Einführung der $(K\overline{K})$-P-Welle wird der Beitrag des Streulängen-Terms in der $(K\pi)$-S-Welle kompatibel mit Null.

6.5.4 Produktion von $\phi(1020)$

In allen bisher präsentierten Anpassungen wurden, um die Rechenzeit soweit wie möglich einzuschränken, die theoretischen Amplituden immer nur im Schwerpunkt der Dalitzplotzellen berechnet. Dies hatte zur Folge, daß die Breite von $\phi(1020)$ grundsätzlich zu groß ausfiel. Damit liegt einerseits der relative Anteil des Amplitudenquadrates mit $16.9 \pm 0.6\%$ deutlich über dem tatsächlichen Wert, und andererseits ist die Möglichkeit gegeben, daß durch die Ausläufer der zu breiten Resonanz die Interferenzen mit anderen Amplituden überbewertet werden.

Wir wiederholen daher Fit B3 und berechnen diesmal die theoretische Amplitude an 5×5 equidistanten Stützstellen innerhalb einer Zelle. Zusätzlich zu den freien Parametern in Fit B3 variieren wir Masse und Breite von $\phi(1020)$. Damit erhalten wir $\Gamma_{\phi(1020)} = (8.1 \pm 0.7)\,\mathrm{MeV}$ und $\Gamma_{K^\star(892)} = (51.8 \pm 1.8)\,\mathrm{MeV}$. Der relative Anteil von $\phi(1020)$ sinkt gleichzeitig auf $(13.5 \pm 0.9)\%$. Alle anderen Parameter bleiben im Rahmen der Fehler von Fit B3 stabil. Die Interferenzen von $\phi(1020)$ mit $K^\star(892)$ und ρ sind also erwartungsgemäß klein und unabhängig von der Breite, solange $\Gamma_{\phi(1020)} \lesssim 20\,\mathrm{MeV}$. Die in diesem Fit erhaltene Breite von 8.1 MeV steht im wesentlichen unter dem Einfluß der experimentellen Auflösung $\sigma = 2.2\,\mathrm{MeV}$.

In Abschnitt 6.2 wurde bereits der systematische Fehler des $\phi(1020)$-Anteils abgeschätzt, der durch $\Gamma_{\phi(1020)} = 20\,\mathrm{MeV}$ entsteht. Nach dieser Abschätzung multiplizieren wir $|A_\phi\,|^2$ aus Fit B3 mit 0.76 und erhalten

$$|A_\phi\,|^2 = 12.8 \pm 0.4\% \ . \tag{6.99}$$

Bei einer Breite von 8.1 MeV enthält der Ausläufer der Resonanz ($m_{K^+K^-} > 1050\,\mathrm{MeV}$) nur noch 8% des Amplitudenquadrates. Entsprechend skalieren wir das Fitergebnis mit 0.96 und erhalten

$$|A_\phi\,|^2 = 13.1 \pm 0.9\% \ . \tag{6.100}$$

Durch Mittelung der beiden Ergebnisse erhalten wir unter Berücksichtigung von Gleichung (3.17) das Verzweigungsverhältnis

$$\mathrm{BR}(\overline{p}p \to \phi(1020)\pi^0) \times \mathrm{BR}(\phi(1020) \to K^+K^-) = (3.07 \pm 0.28) \cdot 10^{-4} \ . \tag{6.101}$$

und mit BR($\phi(1020)\rightarrow K^+K^-$) = $49.1 \pm 0.9\%$ [5]

$$\mathrm{BR}(\overline{p}p\rightarrow\phi(1020)\pi^0) = (6.3 \pm 0.6)\cdot 10^{-4}\ . \tag{6.102}$$

in Übereinstimmung mit früheren Messungen am Crystal-Barrel-Experiment [44]. In beiden Messungen war eine befriedigende Beschreibung der Datensätze ohne P-Anfangszustände möglich. Im ASTERIX-Experiment [46] wurde BR($\overline{p}p\rightarrow\phi(1020)\pi^0$) für Annihilationen in Wasserstoffgas aus S- und P-Welle getrennt bestimmt. Dort erhielt man für BR($\overline{p}p(^3\mathrm{S}_1)\rightarrow\phi(1020)\pi^0$) = $(4.0 \pm 0.9)\cdot 10^{-4}$. Aus der simultanen Analyse von $\overline{p}p\rightarrow\phi(1020)\pi^0$ in flüssigem und gasförmigen Wasserstoff erhält die OBELIX-Kollaboration für dieselbe Größe $(7.3 \pm 0.7)\cdot 10^{-4}$ [47].

6.6 Anpassung von $K_LK_L\pi^0$

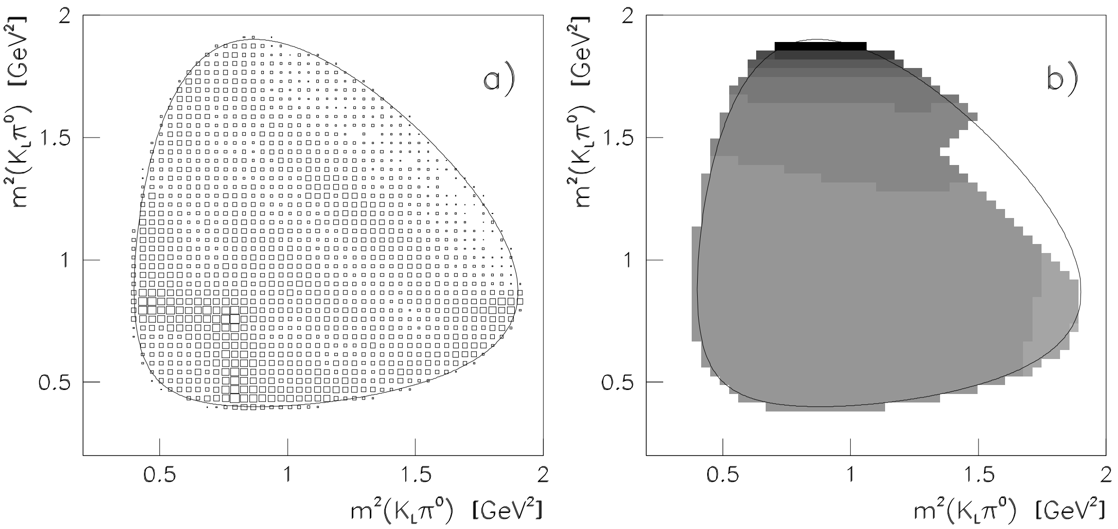

Abbildung 6.11: a) $K_LK_L\pi^0$-Dalitzplot mit 37367 Ereignissen. b) Akzeptanzkorrektur der Dalitzplotbins. Hier wurde die Rekonstruktionseffizienz mit der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit der K_L gefaltet [29]. Die Akzeptanz von Bins, die nicht angepaßt werden sollen, ist Null.

Die Analyse des $K_LK_L\pi^0$-Dalitzplots (Abb. 6.11) wurde bereits von der Crystal-Barrel-Kollaboration veröffentlicht [29]. Es sollen hier die wichtigsten Resultate zusammengestellt und reproduziert werden. Aufgrund der definierten C-Parität des $K_LK_L\pi^0$-Systems sind Übergänge aus $^3\mathrm{S}_1$ verboten, die Zahl der freien Parameter verringert sich also gegenüber der Anpassung von $K^+K^-\pi^0$. Wie im Endzustand $K^+K^-\pi^0$ kann auch hier nicht zwischen I=0 und I=1 unterschieden werden. Die Anpassungen bestätigen die Existenz von mindestens zwei Resonanzen in der ($K\overline{K}$)-S-Welle zwischen 1200 und 1600 MeV. Die Position der T-Matrix-Pole der einer dieser Resonanzen bleiben relativ stabil um (1500-i50) MeV. Dieser Pol kann mit dem Glueballkandidaten f_0(()1500) identifiziert werden Ein weiterer Pol zwischen 1300 und 1400 MeV wird zur Beschreibung der Daten benötigt. Bei diesem kann es sich um die (I=0)-Resonanz f_0(1370), um die (I=1)-Resonanz a_0(1450), oder um eine Interferenz beider Resonanzen handeln. Die Präsenz der Isovektor-Resonanz verschiebt die Masse von $\mathrm{f}_0(1370-1400)$ nach unten. Genau wie in $K^+K^-\pi^0$ kann man lediglich eine obere Grenze des Verzweigungsverhältnisses ($\overline{p}p\rightarrow\pi\mathrm{a}_0(1450)$, $\mathrm{a}_0(1450)\rightarrow K\overline{K}$) angeben.

In [29] wurden die Daten mit den folgenden Partialwellen beschrieben: $K^\star(892)$, $(K\pi)$-S-Welle, $\mathrm{a}_2(1320)$, $\mathrm{f}_0(1370)$, $\mathrm{f}_0(1500)$, $\mathrm{f}_2(1270)$ und $\mathrm{f}_2'(1525)$.

Nahe der $K\overline{K}$-Schwelle fällt die Akzeptanz ab, da man Ereignisse mit rekonstruiertem $p_{\pi^0} > p_{max,\pi^0}$ verworfen hatte. Aus diesem Grund hatte man in [29] $a_0(980)/f_0(980)$ nicht berücksichtigt. In der oberen Hälfte des Dalitzplots im Bereich der $K\overline{K}$-Schwelle hat die Intensität jedoch genügend Signifikanz, so daß die Einführung einer $a_0(980)/f_0(980)$ -Resonanz gerechtfertigt erscheint. In der unteren Hälfte des Dalitzplots ist im Bereich der $K\overline{K}$-Schwelle die Bestimmung des Öffnungswinkels zwischen fehlendem K_L und π zweideutig. Daher wird dieser Bereich im Gegensatz zu [29] von der folgenden Partialwellenanalyse ausgeschlossen (Abbildung 6.11b).

Mit dem Fit-Programm, basierend auf der Minimierung von $\chi^2_{\mathcal{L}}$ wurde die Beschreibung nach [29] reproduziert (siehe Tabelle 6.15). Zusätzlich wurde festgestellt, daß, wie bei $K^+K^-\pi^0$, die Parametrisierung des Streulängen-Terms der $(K\pi)$-S-Welle keinen Einfluß auf die Fitergebnisse hat: Die Produktionsstärke dieses Terms im K-Matrixformalismus ist mit Null kompatibel. Der Fit kommt mit einer reinen Resonanzparametrisierung mit m_0=1430 und Γ_0=287 sehr gut zurecht. Der Gesamtanteil $(K\pi)$-S-Welle bleibt deutlich unter 20%.

Die $(K\overline{K})$-S-Welle ist mit über 70% der dominante Beitrag. Das Verhältnis von $f_0(1370)$ zu $f_0(1500)$ ist 2.8:1 und weicht damit deutlich ab vom Resultat in $K^+K^-\pi^0$. Dies zeigt bereits an, daß eine weitere Resonanz, das $a_0(1450)$, in der gekoppelten Analyse sehr wohl gebraucht werden wird.

Das Verhältnis der Produktion von $a_2(1320)$ zu $f_2(1280)$ ist 1.47±0.23 und damit in Einklang mit dem Verhältnis aus $K^+K^-\pi^0$.

	K-Matrix-Parameter	Fit C	
Übergang	m_0,Γ_0 [MeV]	Anteil [%]	Phase
$J^{PC}(\overline{p}p) = 0^{-+}$		100	
$\pi a_0(980)$	(997.60)	2.1 ± 0.9	2.05 ± 0.28
$\pi a_2(1320)$	(1318.1,107)	8.8 ± 0.8	4.56 ± 0.06
$KK^\star(892)$	$899.5 \pm 0.9, 71.8 \pm 2.2$	13.2 ± 0.4	(0.0)
$K(K\pi)_S$			
- " - Pol	(1342,400)	19.0 ± 3.7	1.25 ± 0.08
- " - Streuterm	(a=2.58 GeV,b=1.81 GeV)	0.1 ± 0.2	- " - $+\pi$
- " - gesamt		16.9 ± 3.3	
$\pi(K\overline{K})_S(f^0)$			
- " - Pol 1	(1361,264)	69.4 ± 3.1	5.02 ± 0.03
- " - Pol 2	(1571,168)	24.4 ± 1.1	5.73 ± 0.03
- " - gesamt	total	79.6 ± 2.6	
$\pi f_2(1270)$	(1275,185)	5.5 ± 0.7	1.94 ± 0.10
$\pi f_2'(1525)$	(1525,76)	1.5 ± 0.1	5.10 ± 0.06
n_{par}		18	
$\chi^2_{\mathcal{L}}$		2269	
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$		1.31	

Tabelle 6.15: Ergebnisse der Anpassung C an $K_LK_L\pi^0$.

Die Hinzunahme des $a_0(1450)$ ergibt wie im Fall von $K^+K^-\pi^0$ keine Verbesserung des Fits. Der Einfluß der Intensität auf die isoskalare $(K\overline{K})$-S-Welle wurde bereits in [29] eingehend beschrieben.

In Abbildung 6.12 sind die Projektionen von Daten und Fit dargestellt. Die weggelassenen Bins an der $K\overline{K}$-Schwelle führen zu einer markanten Kante in der K_LK_L-Projektion.

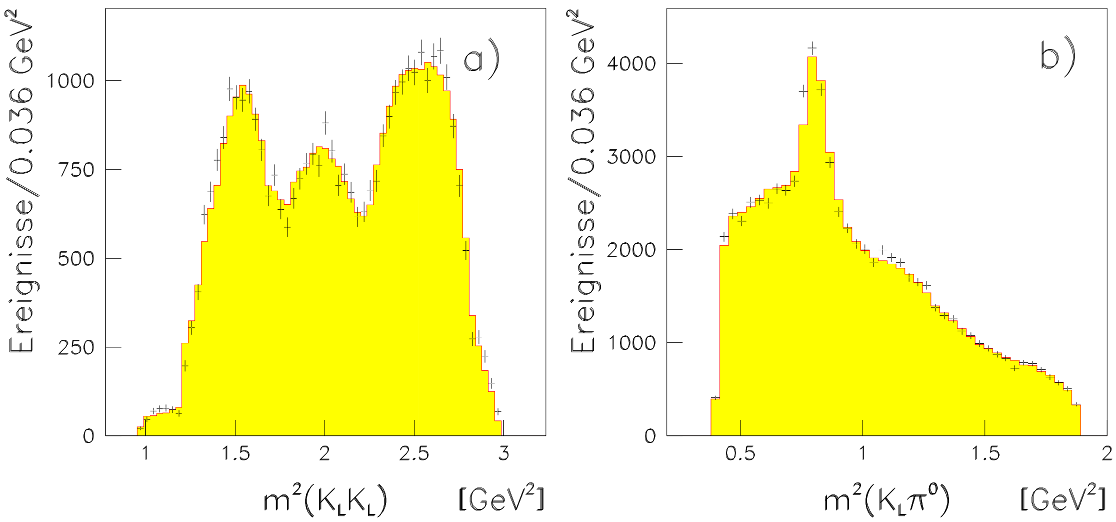

Abbildung 6.12: Projektionen des $K_L K_L \pi^0$-Dalitzplots und der Anpassung C.

6.7 Anpassung von $K_L K_S \pi^0$

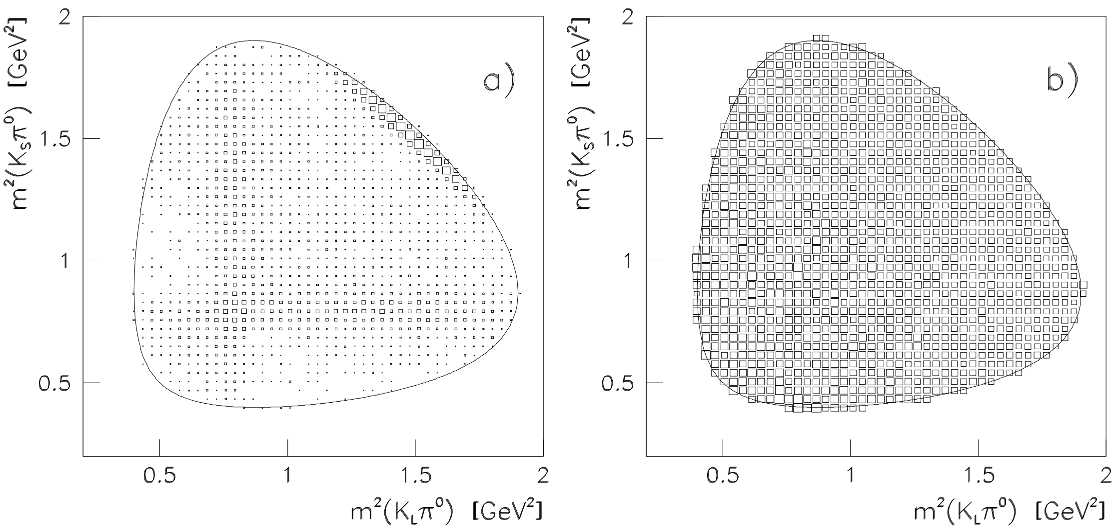

Abbildung 6.13: a) $K_L K_S \pi^0$-Dalitzplot mit 9523 Ereignissen. b) Akzeptanzkorrektur der Dalitzplotbins, berechnet auf der Basis von 66931 rekonstruierten Monte-Carlo-Ereignissen.

Der $K_L K_S \pi^0$-Dalitzplot wurde bereits in [51, 28] mit 2834 Ereignissen analysiert. Diese Analyse wurde mit etwa vierfacher Statistik wiederholt und es wurden die wesentlichen Ergebnisse bestätigt [79]. Diese Daten standen einschließlich einer Monte-Carlo-Simulation mit 400000 generierten und 66931 akzeptierten Ereignissen für diese Dissertation zur Verfügung (Abbildung 6.13). Das Raster des $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot wurde auch für diesen Dalitzplot beibehalten, um sicherzustellen, daß die Amplituden an den gleichen Stellen berechnet werden. Akzeptanz und Fehler pro Dalitzplotbin wurden entsprechend den Gleichungen (3.10) und (3.12) berechnet.

In einer ersten Hypothese D1 bieten wir dem Fit lediglich die deutlich sichtbaren Übergänge mit $\phi(1020)$ und $K^\star(892)$ an. Das Verhältnis

$$\frac{|A_\phi|^2}{|A_{K^\star(892)}|^2} = 0.52 \pm 0.03 \; . \tag{6.103}$$

stimmt sehr gut mit allen vorherigen Analysen überein. Dennoch zeigen die Projektionen des Dalitzplots (Abbildung 6.14), daß diese Beschreibung den Daten noch nicht ganz gerecht wird. Die Beurteilung der absoluten Güte des Fits leidet unter der schwachen Statistik im Dalitzplot. Die statistische Verteilung der Ereignisse ist in den meisten Bins weit entfernt von der Gauss-Verteilung.

	K-Matrix-Parameter	Fit D1	
Übergang	m_0,Γ_0 [MeV]	Anteil [%]	Phase
$J^{PC}(\bar{p}p) = 1^{--}$		100	
$KK^\star(892)$	$891.0 \pm 0.7, 76.0 \pm 1.8$	64.0 ± 1.7	(0.0)
$\pi\phi(1020)$	$1018.3 \pm 0.4, 16.8 \pm 1.0$	33.4 ± 1.7	1.33 ± 0.03
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$=1.28		$\chi^2_{\mathcal{L}}$=2864	

Tabelle 6.16: Ergebnisse der Anpassung D1 an $K_LK_S\pi^0$.

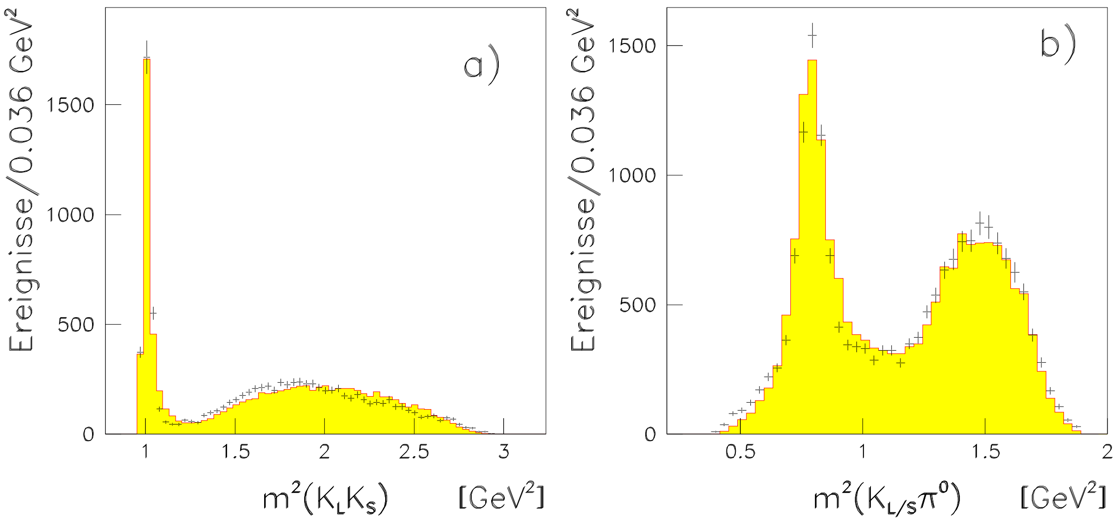

Abbildung 6.14: Projektionen des $K_LK_S\pi^0$-Dalitzplots und der Anpassung D1.

Eine sehr deutliche Verbesserung des Fits erhält man, wenn man einen inkohärenten phasenraumverteilten Untergrund in die Anpassung miteinbezieht (Tab. 6.17 und Abb. 6.15). Dazu ersetzt man die Breit-Wigner-Amplitude in Gleichung 6.23 durch eine Konstante. Ein solcher Untergrund kann von anderen Kanälen, aber auch von falsch rekonstruierten $K_LK_S\pi^0$-Ereignissen herrühren.

Der externe Untergrund von $\pi^0\pi^0\eta$ in diesem Kanal beträgt 4.2% [51]. Zusätzlich erhalten wir einen Untergrund von Ereignissen, bei denen der Viererimpuls des K_S aus falsch kombinierten π^0 berechnet wurde. Solche Ereignisse werden durch die Rekonstruktion im Dalitzplot parallel zur $m^2_{K_L\pi^0}$-Achse verschoben, da die Vertauschung der Pionen $m^2_{K_S\pi^0}$ nicht verändert. Nach [79] beträgt dieser Untergrund 7.3%. Das $\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$ sinkt auf 0.97 und die Masse des $K^\star(892)$ rückt näher an den erwarteten Wert von 896.1 MeV. Die gleiche Verbesserung wird erziehlt, wenn man eine extrem starke und breite $K\pi$ -Vektorresonanz, deren Masse weit außerhalb des Phasenraums liegt, kohärent zu den anderen Amplituden addieren. Mit den hier untersuchten Daten ist eine solche Lösung nicht auszuschließen. In Streuexperimenten [80] werden tatsächlich $K^\star_{1^-}$-Resonanzen bei 1410 und 1790 MeV gesehen, allerdings mit um über eine Größenordnung niedrigerer Intensität als das $K^\star(892)$.

	K-Matrix-Parameter	Fit D2	
Übergang	m_0,Γ_0 [MeV]	Anteil [%]	Phase
$J^{PC}(\overline{p}p) = 1^{--}$		83.9 ± 1.0	
$KK^\star(892)$	$893.7 \pm 0.7, 57.9 \pm 1.5$	55.3 ± 1.6	(0.0)
$\pi\phi(1020)$	$1017.5 \pm 0.3, 13.1 \pm 0.9$	30.3 ± 2.1	1.00 ± 0.07
inkohärenter Untergrund		16.1 ± 1.0	(0.0)
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$=0.97		$\chi^2_{\mathcal{L}}$=2294	

Tabelle 6.17: Ergebnisse der Anpassung D2 an $K_LK_S\pi^0$.

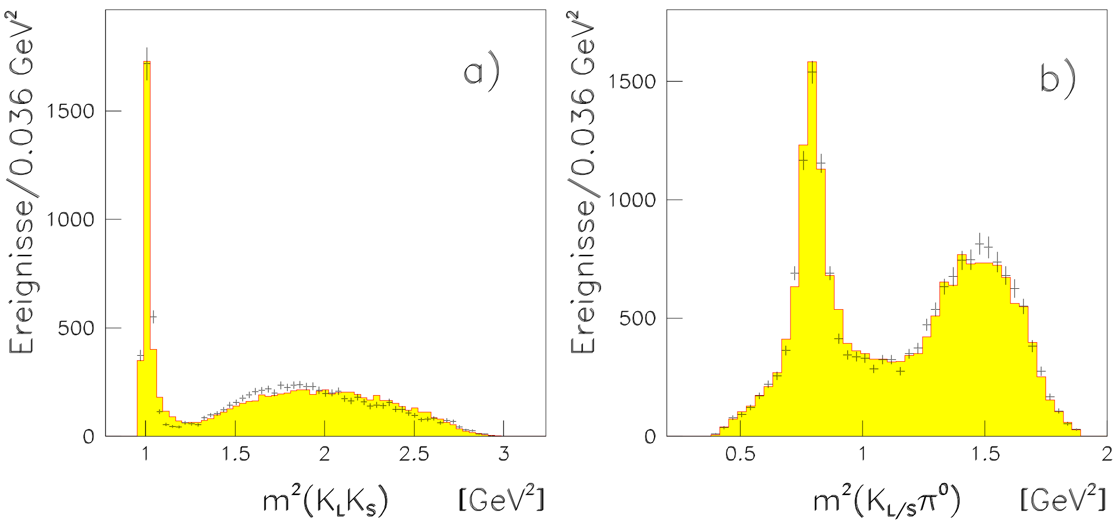

Abbildung 6.15: Projektionen des $K_LK_S\pi^0$-Dalitzplots und der Anpassung D2.

Nun stellt sich die Frage nach der $(K\overline{K})$-P-Welle. Diese müßte in K_LK_S eine deutliche Struktur hinterlassen, wenn sie die gleiche Intensität hätte, wie in $K^+K^-\pi^0$. Dies ist jedoch nicht der Fall. Sowohl mit als auch ohne inkohärenten Untergrund verringert sich das χ^2 in Anpassungen mit $(K\overline{K})$-P-Welle um 100-200 und die Intensität schwankt zwischen 2 und 8% Läßt man die Polpositionen frei, so findet der Fit keine stabilen Lösungen. Die $(K\overline{K})$-P-Welle kann ebensogut als nichtresonante Amplitude parametrisiert werden.

6.8 P-Wellenannihilation und die $(K\overline{K})$-P-Welle

Bisher wurden alle Anpassungen mit der Annahme durchgeführt, daß alle Übergänge aus den beiden S-Anfangszuständen des $p\overline{p}$-Systems stammen. Nach [81] erwartet man jedoch, daß etwa 10% aller $\overline{p}p$-Annihilationen in LH_2 in P-Welle stattfinden.

Drei wichtige Beobachtungen weisen auf mögliche Annihilation aus $p\overline{p}$-P-Welle hin:

1. Die überraschend starke Präsenz von $(K\overline{K})$-P-Welle in $K_L K^\pm \pi^\mp$ und $K^+K^-\pi^0$ kann ein Artefakt von P-Wellenannihilation sein. Entsprechende Winkelverteilungen ($\sim \sin^2\theta$) sind z.B. möglich für die Übergänge von πf_2 und πa_2 aus $^3\mathrm{P}_2$.

2. Der inkohärente flache Untergrund, der in $K_L K_S \pi^0$ gesehen wurde, beträgt 16%, der Anteil falsch rekonstruierter K_S und mit $\pi^0\pi^0\eta$-Ereignissen ist deutlich kleiner. Vektormesonen in $K_L K_S \pi^0$ haben eine flache Winkelverteilung, wenn sie aus $^3\mathrm{P}_1$ produziert werden und könnten dadurch einen flache Untergrund vortäuschen.

3. In allen Anpassungen an $K_L K_S \pi^0$ findet man systematische Abweichungen zwischen Fit und Daten, die weder mit Annihilation aus $^3\mathrm{S}_1$ noch mit einem konstanten Untergrund beschrieben werden können.

Die Korrelation zwischen $\overline{p}p$-P-Wellenannhihilation und $\pi(K\overline{K})_P$-Amplitude kann, wenn überhaupt, nur in $K_L K_L \pi^0$ und $K_L K_S \pi^0$ studiert werden, da hier einerseits die Winkelverteilungen aus S- und P-Welle eindeutig trennbar sind, andererseits die Zahl der Übergänge durch die definierte C-Parität begrenzt ist. Zur Parametrisierung der Winkelverteilungen benutzen wir wieder Zemachtensoren, die analog der Beschreibung in Abschnitt 6.1.1 entwickelt wurden. Im ersten der beiden Dalitzplots erhöht sich mit der Anpassungung von P-Wellenübergängen die Zahl der möglichen Partialwellen von 8 auf 19, im zweiten von 4 auf 6 (bzw. von 3 auf 4 ohne ρ).

Ein Fit an $K_L K_L \pi^0$ mit Übergängen aus $^1\mathrm{S}_0$ $^3\mathrm{P}_1$ und $^3\mathrm{P}_2$ reduziert das $\chi^2_{\mathcal{L}}$ um 220. Die Parameter sind jedoch hochkorreliert und die Summe aller $|A_i|^2$ ist $2.1 \cdot |\sum A_i|^2$. Die relativen Anteile von $^1\mathrm{S}_0$, $^3\mathrm{P}_1$ und $^3\mathrm{P}_2$ in dieser Anpassung sind mit 47.0%, 40.5% und 12.5% extrem unwahrscheinlich. Die Bestimmung der P-Wellenannihilation mit diesem Dalitzplot alleine ist also nicht möglich.

Ein weiterer Test war die Einführung einer $(K\overline{K})$-P-Welle mit zwei K-Matrixpolen im $K_L K_L \pi^0$-Dalitzplot, produziert aus $^3\mathrm{S}_1$. Diese physikalisch verbotene Hypothese sollte prüfen, inwieweit die $(K\overline{K})$-P-Welle eventuelle P-Wellenannihilation simulieren kann. Die relativen Anteile von $K^\star(892)$, $\mathrm{a}_0(980)$ und $\mathrm{a}_2(1320)$ bleiben im Rahmen der Fehler unverändert, alle anderen physikalisch erlaubten Partialwellen reduzieren ihre Intensität zu Gunsten der $(K\overline{K})$-P-Welle welche 21.5% der Gesamtamplitude erhält. Dabei sinkt das $\chi^2_{\mathcal{L}}$ um 82. Die zwei K-Matrix-Pole stellen sich bei $(1219 \pm 9, 128 \pm 11)$ MeV und $(1485 \pm 10, 180 \pm 25)$ MeV ein, beide erhalten etwa gleich viel Intensität.

Wesentlich eindeutiger sind die Verhältnisse für den $K_L K_S \pi^0$-Dalitzplot. Hier standen nur 3 Partialwellen, $K^\star(892)$, $\phi(1020)$ und die $(K\overline{K})$-P-Welle, sowie ein inkohärenter Untergrund zu Anpassung zur Verfügung. Die Anpassung mit P-Wellenannihilation wurde einmal ohne (Fit D3), einmal mit $(K\overline{K})$-P-Welle (Fit D4) durchgeführt. Die Polpositionen der $(K\overline{K})$-P-Welle wurden von Fit B3 übernommen und festgehalten. In Tabelle 6.18 sind die Ergebnisse denen aus Kapitel 6.7 gegenübergestellt.

Während die Projektionen in Abbildung 6.16 zeigen, daß Fit D3 die Daten immer noch nicht beschreiben, stimmen die Projektionen von Fit D4 (Abb. 6.16) fast perfekt mit den Daten überein.

Die Position der K-Matrix-Pole kann aus den vorhandenen Daten nicht bestimmt werden. Die $(K\overline{K})$-P-Welle erscheint in $K_L K_S \pi^0$ extrem flach und ohne ausgeprägte Strukturen. Mit einer nichtresonanten Parametrisierung (Phasenraum $\times$ Winkelverteilung) verringert sich die Zahl der freien Parameter auf 14 und $\chi^2_{\mathcal{L}}$ steigt um 41. Der P-Wellenanteil in $K_L K_S \pi^0$ beträgt in allen Anpassungen über 20%. Dies erscheint im Vergleich zu anderen Endzuständen zu groß. Innerhalb der Übergänge aus $^1\mathrm{S}_0$ bleibt das Verhältnis $|A_{K^\star}|^2/|A_\phi|^2$ in den Fits D2-D4 stabil.

Der große Anteil von über 20% in den Ergebnissen der Anpassung ist gegenüber der Erwartung um einen Faktor 2-2.5 zu groß. Die Vernachlässigung der P-Wellenannihilation in den ande-

	Fit D1	Fit D2	Fit D3	Fit D4
$J^{PC}(\overline{p}p) = 1^{--}$	100.0	83.9	76.9	74.3
$KK^{\star}(892)$	64.0	55.3	46.8	55.0
$\pi\phi(1020)$	33.4	30.3	25.6	31.0
$\pi(K\overline{K})_P$	—	—	—	5.2
$J^{PC}(\overline{p}p) = 1^{+-}$	—	—	23.1	25.7
$KK^{\star}(892)$	—	—	17.0	18.0
$\pi\phi(1020)$	—	—	5.5	2.7
$\pi(K\overline{K})_P$	—	—	—	5.5
inkoh. Untergrund	—	16.1	—	—
n_{par}	7	8	10	18
$\chi^2_{\mathcal{L}}$	2874	2294	2438	2163

Tabelle 6.18: Vergleich der Anpassungen D1 und D2 mit den Anpassungen D3 und D4, welche die möglichen Übergänge aus der P-Welle mit berücksichtigen. 1337 Dalitzplotzellen wurden jeweils angepaßt.

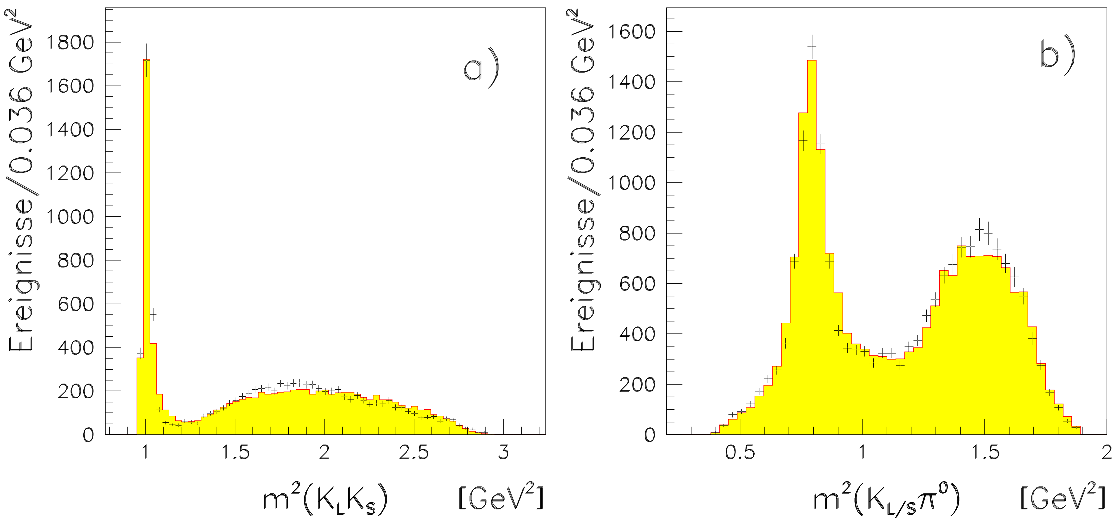

Abbildung 6.16: Projektionen des $K_LK_S\pi^0$-Dalitzplots und der Anpassung D3. Bei dieser Anpassung wurde die P-Wellenannihilation berücksichtigt.

ren Dalitzplots ist zwingend aufgrund der großen Zahl an Freiheitsgraden. Auch für die gekoppelte Anpassung der $\overline{K}K\pi$-Endzustände werden wir die Annihilation aus P-Anfangszuständen nicht berücksichtigen. Dieses Vorgehen führte bereits zu einer erfolgreichen gekoppelten Beschreibung mehrerer Dreikörperendzustände in $\overline{p}p$-Annihilation, bei der auch Daten von Streuexperimenten berücksichtigt wurden [20, 89].

6.9 Ergebnisse aus den Anpassungen der Einzelplots

Obwohl die Trennung von $\overline{p}p$-Anfangszuständen mit $I = 0$ von $I = 1$ in drei der vier untersuchten $\overline{K}K\pi$-Endzuständen nicht möglich war, gibt es bereits eine Reihe von Ergebnissen aus den Anpassungen der Einzelplots.

Die wesentlichen Ergebnisse von [29] und [28] konnten mit der in diesem Kapitel beschriebenen Anpassungsmethode reproduziert werden.

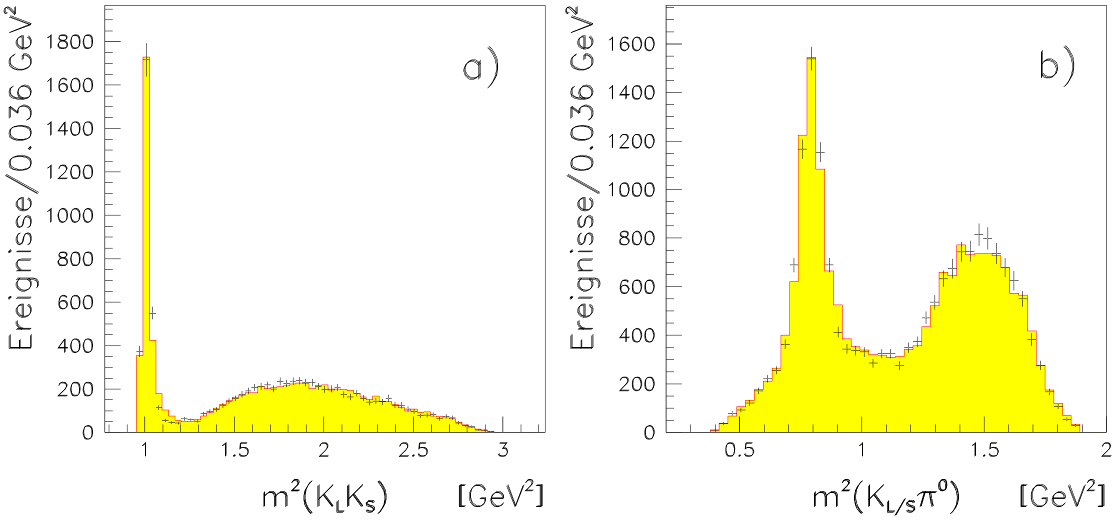

Abbildung 6.17: Projektionen des $K_L K_S \pi^0$-Dalitzplots und der Anpassung D4. Bei dieser Anpassung wurde die P-Wellenannihilation berücksichtigt und die $(K\overline{K})$-P-Welle aus Fit B3 übernommen.

Zusätzlich findet man in den Dalitzplots $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$, $K^+K^-\pi^0$ und $K_L K_S \pi^0$ Anzeichen von Vektormesonen, die nach $K\overline{K}$ zerfallen. In allen Dalitzplots beträgt der gesamte relative Anteil der $(K\overline{K})$-P-Welle etwa 10%. In $K_L K^{\pm}\pi^{\mp}$ ist der Isospin dieser Mesonen eindeutig $i = 1$ (ρ), während in $K^+K^-\pi^0$ und $K_L K_S \pi^0$ sowohl $i = 1$ als auch $i = 0$ auftreten können. Eine geeignete Interferenz beider Amplituden kann der Grund für die schwache Strukturierung der $(K\overline{K})$-P-Welle in $K_L K_S \pi^0$ sein.

Die Berücksichtigung der P-Wellenannihilation ergab nur in $K_L K_S \pi^0$ eine einigermaßen stabile Anpassung. Auch hier wurde die Existenz einer $(K\overline{K})$-P-Welle bestätigt.

Aus dem relativen Anteil von $\phi(1020)$ in $K^+K^-\pi^0$ wurde das Verzweigungsverhältnis $\mathrm{BR}(\overline{p}p \to \phi(1020)\pi 0) = (6.3 \pm 0.6) \cdot 10^{-4}$ bestimmt.

Die Anteile von $a_0(1450)$ und den Resonanzen $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ sind in den Endzuständen $K^+K^-\pi^0$ und $K_L K_L \pi^0$ miteinander stark korreliert. Zur Antwort auf die nach wie vor offene Frage nach der Natur von $a_0(1450)$ und $f_0(1500)$ wird also erst die gekoppelte Analyse aller vier Dalitzplots beitragen können.

Kapitel 7

Gekoppelte Anpassungen

Bei der gekoppelten Anpassung sollen die Intensitätsverteilungen $\mathcal{I}$ der verschiedenen Dalitzplots mit den gleichen komplexen Produktionsstärken β für die jeweils möglichen Übergänge erzeugt werden. Dazu müssen folgende Parameter berücksichtigt werden:

1. die Zahl der $\overline{p}p$-Vernichtungen, aus denen die rekonstruierten Ereignisse in jedem Dalitzplot hervorgehen,
2. die Fläche $\mathcal{A}$ der Zellen, in die die einzelnen Dalitzplots eingeteilt wurden.

Dies geschieht durch Einführung eines zusätzlichen Faktors R_X bei der Berechnung von y_{ij} nach Gleichung (6.93):

$$y_{ij} = \mathcal{I}_{ij} \cdot \epsilon_{ij,X} \frac{a_{ij}}{\mathcal{A}_X \cdot R_X} \ . \tag{7.1}$$

Dabei kann man die Normierung so wählen, daß für den Kanal A (hier $K^+K^-\pi^0$) $R_A = 1$ ist. Für die anderen Kanäle X=2,..,4 gilt dann

$$R_X = \frac{\mathrm{BR}_X}{\mathrm{BR}_A} \frac{N_{theo,A}}{N_{theo,X}} \frac{\mathcal{A}_A}{\mathcal{A}_X} \ . \tag{7.2}$$

BR_X ist das Verzweigungsverhältnis des Kanals X und BR_A das von $K^+K^-\pi^0$. Die Zahl der theoretischen Ereignisse N_{theo} ist die Summe über alle Dalitzplotzellen des theoretischen, nicht mit der Detektorakzeptanz gewichteten Dalitzplots:

$$N_{theo} = \sum_{i,j} \mathcal{I}_{ij} \frac{a_{ij}}{\mathcal{A}} \ . \tag{7.3}$$

Es wurde dazu jeweils die beste Lösung der entsprechenden Einzelanalyse verwendet. $\mathcal{A}_A/\mathcal{A}_X$ ist das Verhältnis der Flächen der Dalitzplotzellen von Kanal A und X.

Das Verhältnis der Isospinkopplungskoeffizienten $[\tau_{i,I,C}(A)/\tau_{i,I,C}(X)]^2$ ist für alle zwischen den Endzuständen A und X koppelbaren Amplituden gleich und kann daher auch in den Normierungsfaktor R_X hineingezogen werden:

$$R'_X = \frac{\mathrm{BR}_X}{\mathrm{BR}_A} \frac{N_{theo,A}}{N_{theo,X}} \frac{\mathcal{A}_A}{\mathcal{A}_X} \left(\frac{\tau(A)}{\tau(X)}\right)^2 \ . \tag{7.4}$$

Mit $\mathrm{BR}(\overline{p}p \to K_L K_L \pi^0) = (0.75 \pm 0.03) \cdot 10^-3$ [27, 25] und $\mathrm{BR}(\overline{p}p \to K_L K^\pm \pi^\mp) = (2.82 \pm 0.07) \cdot 10^-3$ [82] erhalten wir

$$R'_{K_L K_L \pi^0} = 0.442 \ , \tag{7.5}$$
$$R'_{K_L K^\pm \pi^\mp} = 0.817 \ . \tag{7.6}$$

Das Verzweigungsverhältnis $K_LK_S\pi^0$ ist bisher nicht direkt gemessen worden. Wir lassen es als freien Paramter in der gekoppelten Anpassung zu und berechnen daraus anschließend das Verzweigungsverhältnis:

$$\mathrm{BR}(\overline{p}p \to K_LK_S\pi^0) = R_{K_LK_S\pi^0} \cdot \frac{1}{BR_{K^+K^-\pi^0}} \frac{N_{theo,K^+K^-\pi^0}}{N_{theo,K_LK_S\pi^0}} \tag{7.7}$$

Die Größe der Zellen ist in beiden Dalitzplots gleich ($\mathcal{A}_{K^+K^-\pi^0}/\mathcal{A}_{K_LK_S\pi^0} = 1$). Die Konvergenz des Fits ist durch die $\phi(1020)$-Resonanz garantiert. Wir verwenden für das Verhältnis der Zerfälle von $\phi(1020)$ nach $K\overline{K}$

$$\frac{\Gamma_{K_LK_S}}{\Gamma_{K^+K^-}} = 0.71 \; . \tag{7.8}$$

Die Zahl ergibt sich aus dem gewichteten Mittel der Werte *our fit* und *our average* in [5].

7.1 Gekoppelte Anpassung von $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$

In der gemeinsamen Beschreibung der drei Dalitzplots $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$ im Rahmen der Isospininvarianz sollen die komplexen Produktionsamplituden der beteiligten Partialwellen in allen drei Endzuständen identisch sein. Die verschiedenen Intensitätsverteilungen werden dann allein durch die unterschiedlichen Phasenbeziehungen der Übergangsamplituden aus $I = 1$ und $I = 0$ Anfangszuständen erzeugt.

Die Zuordnung der Übergänge zu den jeweiligen Isospinanfangszuständen ist jedoch nur möglich, wenn sich die beteiligten Resonanzen in ihren Massen und Breiten unterscheiden. Dies ist nicht der Fall bei allen $(K\pi)$-Resonanzen, und bei $a_0/f_0(980)$. Dagegen können im isoskalaren Sektor zwischen 1300 und 1600 MeV die Anteile von $\mathrm{f}_0(1370)$, $\mathrm{f}_0(1500)$ und $\mathrm{a}_0(1450)$ festgelegt werden, und die Anteile von $\mathrm{f}_2(1270)$ und $\mathrm{a}_2(1320)$ verifiziert werden. Zwischen ω und ϕ kann grundsätzlich nicht unterschieden werden. Da möglicherweise $\phi(1680)$ OZI-unterdückt ist, werden wir im folgenden nur von ω reden, mit dem Wissen, daß es sich hierbei eventuell um mehr als zwei Resonanzen mit den gleichen Quantenzahlen handelt, die sich nur durch ihren Quarkinhalt unterscheiden.

Die beste Lösung der gekoppelten Anpassung der drei Dalitzplots $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$ ist in Tabelle 7.1 dargestellt. In dieser Anpassung konnten, nachdem geeignete Startwerte gefunden waren, außer den komplexen Produktionsstärken β auch alle Polpositionen frei gefittet werden, ohne daß einer der Parameter instabiles Verhalten zeigte. Ausgenommen waren Pole von $\mathrm{a}_0(980)$, $\mathrm{f}_0(980)$, $K^\star_{0^+}(1430)$ und von den beiden $(K\overline{K})$-P-Wellen mit $i = 0$ (ω) und $i = 1$ (ρ). Der nichtresonante Anteil der $(K\pi)$-S-Welle wurde in allen gekoppelten Fits weggelassen. Damit standen dem Fit 54 freie Parameter zur Verfügung. 19 Parameter bezogen sich auf die Beträge der Produktionsamplituden, 17 Parameter auf die Phasen zwischen Übergängen aus denselben Anfangszuständen, ein Parameter wurde für die Amplitude des inkohäherenten Untergrundes in $K_LK_S\pi^0$ benötigt und ein weiterer für das relative Verzweigungsverhältnis von $\mathrm{BR}(\overline{p}p \to K_LK_S\pi^0)/\mathrm{BR}(\overline{p}p \to K^+K^-\pi^0)$. Mit den restlichen 16 Parametern wurden die Polpositionen von $K^\star(892)$, $\phi(1020)$, $\mathrm{f}_2(1270)$, $\mathrm{a}_2(1320)$, $\mathrm{f}_0(1370)$ $\mathrm{a}_0(1450)$, $\mathrm{f}_0(1500)$ und $\mathrm{f}_2'(1525)$ bestimmt.

Zunächst stellen wir fest, daß diese Beschreibung völlig andere Interferenzen liefert, als die Anpassungen der Einzelplots. Die Unitarität, die durch die Isospinkopplungsparameter gefordert wird, erzwingt zu jeder destruktiven Interferenz in Plot X eine dementsprechend konstruktive Interferenz in Plot Y. Die Beiträge vieler Übergänge sind dadurch um bis zu 50% gesunken.

Einige der etablierten Resonanzen, wie z.B. $\mathrm{a}_2(1320)$, $\mathrm{f}_2(1270)$ und $\mathrm{f}_2'(1525)$ erhalten im Fit E1 Massen oder Breiten, die etwas abweichen von denen in [5]. Die Breite von $\mathrm{a}_2(1320)$ fällt mit

	K-Matrix-Parameter	Fit E1		
Übergang (aus $^1\mathrm{S}_0$)	m_0,Γ_0 [MeV]	$\|A\|^2_{K^+K^-\pi^0}$	$\|A\|^2_{K_LK_L\pi^0}$	ϕ
$KK^\star(892)_{I_a}$	$889.9 \pm 0.6, 59.8 \pm 1.1$	2.3 ± 0.4	3.7 ± 0.6	(0.0)
$KK^\star(892)_{I_b}$	$889.9 \pm 0.6, 59.8 \pm 1.1$	6.1 ± 0.7	9.8 ± 1.1	5.07 ± 0.08
$KK^\star(1430)_{I_a}$	(1430,287)	9.3 ± 2.3	14.8 ± 3.7	2.45 ± 0.17
$KK^\star(1430)_{I_b}$	(1430,287)	0.6 ± 0.5	1.0 ± 0.8	0.81 ± 0.39
$\pi^0\mathrm{a}_0(980)$	(997.6,8.8,86.8)	5.3 ± 0.7	7.6 ± 1.1	3.59 ± 0.14
$\pi^0\mathrm{a}_0(1450)$	$1480 \pm 20, 243 \pm 14$	9.7 ± 0.8	15.9 ± 1.2	6.18 ± 0.26
$\pi^0\mathrm{a}_2(1320)$	$1316 \pm 3, 89 \pm 5$	2.5 ± 0.3	4.1 ± 0.5	6.19 ± 0.10
$\pi^0(K\overline{K})_S$ (f_0)				
- " - Pol 1	(997.6,8.8,86.8)	2.0 ± 0.6	2.8 ± 0.8	1.19 ± 0.19
- " - Pol 2	$1352 \pm 8, 286 \pm 12$	30.6 ± 2.9	49.3 ± 4.7	0.62 ± 0.10
- " - Pol 3	$1587 \pm 8, 225 \pm 17$	7.2 ± 1.4	11.7 ± 2.3	1.10 ± 0.11
- " - gesamt		27.3 ± 2.2	43.8 ± 3.6	
$\pi^0\mathrm{f}_2(1270)$	$1293 \pm 7, 201 \pm 21$	3.0 ± 0.4	4.9 ± 0.7	4.26 ± 0.13
$\pi^0\mathrm{f}_2'(1525)$	$1522 \pm 6, 121 \pm 14$	0.9 ± 0.1	1.5 ± 0.2	6.13 ± 0.16
Übergang ($^3\mathrm{S}_1$)	m_0,Γ_0 [MeV]	$\|A\|^2_{K^+K^-\pi^0}$	$\|A\|^2_{K_SK_L\pi^0}$	ϕ
$KK^\star(892)_{I_a}$	$889.9 \pm 0.6, 59.8 \pm 1.1$	4.2 ± 1.6	8.4 ± 3.1	(0.0)
$KK^\star(892)_{I_b}$	$889.9 \pm 0.6, 59.8 \pm 1.1$	19.5 ± 1.9	38.7 ± 3.7	2.21 ± 0.12
$\pi^0\phi(1020)$	$1019.5 \pm 0.3, 19.0 \pm 0.7$	15.9 ± 0.6	34.3 ± 1.2	0.44 ± 0.12
$\pi^0(K\overline{K})_P$ (ω)				
- " - Pol 1	(1387,173)	0.8 ± 0.2	1.6 ± 0.5	2.04 ± 0.36
- " - Pol 2	(1685,217)	2.2 ± 0.2	4.4 ± 0.5	0.41 ± 0.19
- " - gesamt		3.0 ± 0.3	6.0 ± 0.7	
$\pi^0(K\overline{K})_P$ (ρ)				
- " - Pol 1	(1434,167)	3.7 ± 0.4	7.3 ± 0.9	6.06 ± 0.20
- " - Pol 2	(1740,181)	0.4 ± 0.2	0.9 ± 0.3	5.08 ± 0.35
- " - gesamt		3.9 ± 0.4	7.9 ± 0.9	

Anfangszustand	$K^+K^-\pi^0$	$K_LK_L\pi^0$	$K_LK_S\pi^0$	
$^1\mathrm{S}_0$	52.8%	100%	—	
$^3\mathrm{S}_1$	47.2%	—	81.9%	
Untergrund (inkoh.)	—	—	18.1%	

	$K^+K^-\pi^0$	$K_LK_L\pi^0$	$K_LK_S\pi^0$	gesamt
Anzahl Bins	1251	1255	1337	3843
freie Parameter	52	37	17	54
$\chi^2_{\mathcal{L}}$	1684	2265	2292	6241
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$	1.32	1.32	1.05	1.21

Tabelle 7.1: Ergebnisse der gekoppelten Anpassung E1 an $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$. K-Matrix-Pole, generische Anteile in den verschiedenen Dalitzplots und Phasen relativ zu $K^\star(892)$. Alle Übergänge haben die gleiche komplexe Produktionsstärke β in $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK_L\pi^0$ ($^1\mathrm{S}_0$) bzw. $K_LK_S\pi^0$($^3\mathrm{S}_1$). Die $K(K\pi)$-Übergänge können den $\overline{p}p$-Anfangszuständen I=0 und I=1 hier nicht eindeutig zugeordnet werden (s. Text). Daher wurden sie mit den Indizes I_a und I_b versehen.

(89 ± 5) MeV statt (107 ± 5) MeV zu klein aus, die Breiten von $\mathrm{f}_2'(1525)$ und $\mathrm{f}_2(1270)$ sind etwas zu groß, (121 ± 14) MeV statt (76 ± 10) MeV und (210 ± 14) MeV statt (185 ± 20) MeV. Auch die Masse von $\mathrm{f}_2(1270)$ liegt mit 1293 ± 7 MeV über dem Literaturwert von (1275 ± 5) MeV. Eine Anpassung mit festgehaltenen Polpositionen von $\mathrm{a}_2(1320)$, $\mathrm{f}_2(1270)$ und $\mathrm{f}_2'(1525)$ ändert innerhalb der Fehler nichts an den Beiträgen der Amplituden. Die Ergebnisse der gekoppelten

Anpassung sind in Tabelle 7.1 aufgeführt.

7.2 Kopplung von allen vier $\overline{K}K\pi$-Kanälen

Die im vorangegangenen Abschnitt behandelte gekoppelte Anpassung von $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$ reduziert sich für jeden Anfangszustand zu einer Kopplung von 2 Kanälen. Innerhalb eines Anfangszustandes waren genau die gleichen Übergänge erlaubt, Unterschiede beim Vertauschen von Kaonen gab es nicht. Wir waren in der Lage, alle Phasen und Amplituden unter Berücksichtigung der Isospinkoeffizienten von einem Kanal auf den anderen zu übertragen und fanden so eine gemeinsame Beschreibung im Rahmen unseres Modells.

Der Endzustand $K_LK^\pm\pi^\mp$ besitzt nun mehrere Eigenschaften, die ihn von den anderen drei untersuchten Endzuständen unterscheidet.

- Der Dalitzplot ist asymmetrisch. Die unterschiedlichen Interferenzen der beiden $K^\star(892)$ -Bänder mit $K\overline{K}$-Resonanzen zeugen von der Nicht-Vertauschbarkeit der $K^\pm$ mit den K^0.
- Es können keine Isoskalare auftreten, da das $K\overline{K}$-Subsystem geladen ist. Dafür existieren zusätzliche Übergänge, die in Kanälen mit neutralen $K\overline{K}$- Kombinationen wegen der Erhaltung der Ladungskonjugation verboten sind. Solche Übergänge verändern das Gesamtbild des Dalitzplots und beeinflussen die Interferenzen aller beteiligten Resonanzen.
- Der Einfluß wechselwirkender K_L auf die Daten im Bereich der $K\overline{K}$-Schwelle konnte bisher nicht simuliert werden. Daher werden alle Bins in der Nähe der $K\overline{K}$-Schwelle von der gekoppelten Anpassung ausgeschlossen. Der Kosinus des (K_L,K^+)-Öffnungswinkels darf in keinem der zugelassenen Bins größer als 0.7 sein. Ansonsten werden nur Zellen zur Anpassung herangezogen, die bereits im Einzelfit verwendet wurden.

Beim Vergleich der Ergebnisse aus Fit E1 mit Fit A3b fällt auf, daß vergleichbare Amplituden in vielen Fällen stark divergieren. Der $(K\pi)$-S-Wellenanteil von über 60% in Fit A3b ist sicher inkompatibel mit den anderen Kanälen. Der Anteil von $a_0(1450)$ ist dagegen deutlich zu niedrig. Dennoch wollen wir nun versuchen, den vierten Kanal in die gemeinsame Analyse miteinzubeziehen.

Dazu untersuchen wir zunächst, wie weit Amplituden in Fit E1 zu denen in Fit A3b hingeschoben werden können, ohne daß die Qualität der Anpassung sichtbar darunter leidet. Wir stellen fest, daß die Anteile von $K^\star(892)$ relativ stabil sind. Dagegen können wir den Beitrag von $a_0(1450)$ leicht verändern, ohne daß das χ^2 stark ansteigt:

	Fit E1	Fit E2
$a_0(1450)$ (in $K^+K^-\pi^0$)	9.7%	5.9%
n_{par}	54	53
$\chi^2_{\mathcal{L}}$	6241	6283
$\chi^2_N/(n_{bin}-n_{par})$	1.21	1.22

Geben wir nun die Beiträge von E2, auf Isospin und Verzweigungsverhältnis korrigiert, als feste Parameter in die Anpassung von $K_LK^\pm\pi^\mp$, so erhalten wir eine nach wie vor gute Beschreibung dieses Dalitzplots mit $\chi^2_N/(n_{bin}-n_{par}) = 1.29$. Nun übertragen wir schrittweise die Beträge der komplexen Amplituden aller koppelbaren Übergänge aus dem Anfangszustand $^1S_0$. Das χ^2 verändert sich bei dieser Anpassung überraschenderweise nicht. Damit erhalten wir eine zufriedenstellende Beschreibung des $^1S_0$-Anfangszustandes in allen drei Dalitzplots ($K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK^\pm\pi^\mp$). Der ursprünglich hohe Beitrag der $(K\pi)$-S-Welle in $K_LK^\pm\pi^\mp$ liegt nun knapp unter 20% und ist damit kompatibel mit Fit E1.

Nun vergleichen wir die Amplituden im $^3S_1$-Anfangszustand. Die Amplituden der $K^\star$ passen wesentlich besser zueinander, wenn man deren vorläufige Isospinzuordnung in $K^+K^-\pi^0$ und $K_L K_S \pi^0$ umkehrt. Mit dieser neuen Zuordnung findet der Fit eine akzeptable gemeinsame Lösung. Wir erhalten für die drei Dalitzplots $K^+K^-\pi^0$, $K_L K_S \pi^0$ und $K_L K^\pm \pi^\mp$ jeweils ein $\chi^2_{\mathcal{L}}$, das weniger als 5% über dem besten Einzelfit des jeweiligen Dalitzplots liegt.

	K-Matrix-Parameter m_0,Γ_0 [MeV]
$a_0(980)$	$(1005.1, \Gamma_{KK} = 0.97, \Gamma_{\eta\pi} = 76.6)$
$a_0(1450)$	$(1500), 229 \pm 11$
$a_2(1320)$	$(1318, 107)$
$(K\overline{K})_S$ (f^0)	
- " - Pol 1	$(997.6, \Gamma_{KK} = 8.8, \Gamma_{\pi\pi} = 86.8)$
- " - Pol 2	$1349 \pm 6, 292 \pm 10$
- " - Pol 3	$1598 \pm 8, 267 \pm 18$
$f_2(1280)$	$(1275, 185)$
$f_2'(1525)$	$(1525, 76)$
$K^\star(892)$	$890.2 \pm 0.4, 59.4 \pm 0.9$
$(K\pi)_S$	(1430,287)
$(K\overline{K})_P$ (ω)	
- " - Pol 1	$1363 \pm 14, 296 \pm 30$
- " - Pol 2	$1790 \pm 50, 400 \pm 90$
$\phi(1020)$	$1020.7 \pm 0.4, 22 \pm 1$
$(K\overline{K})_P$ (ρ)	
- " - Pol 1	$1487 \pm 3.3, 191 \pm 9$
- " - Pol 2	$1816 \pm 11, 100 \pm 32$

Tabelle 7.2: K-Matrix-Parameter in der gemeinsamen Anpassung von allen vier Dalitzplots (Fit F1). Die Fehler sind die parabolischen Fehler aus der Minimierungsprozedur. Festgehaltene Parameter sind in Klammern angegeben.

Somit haben wir gute Startwerte erhalten für eine gemeinsame gekoppelte Anpassung aller vier $\overline{K}K\pi$-Kanäle. $K^+K^-\pi^0$ und $K_L K_L \pi^0$ bzw. $K_L K_S \pi^0$ werden wieder mit den gleichen komplexen β_i angepaßt, die Amplituden in $K_L K^\pm \pi^\mp$ erhalten zu jedem β_i noch eine weitere freie Phase $\Delta\phi_i$. Sind Übergänge mit derselben Resonanz aus $I = 0$ und $I = 1$ möglich ($KK^\star$ und $K(K\pi)$-S-Welle), so ist die relative Phase zwischen den beiden Übergängen durch die Isospinkopplung festgelegt.

In den Tabellen 7.3 und 7.2 sind die Ergebnisse von Fit F1 zusammengefaßt. Die $\chi^2_{\mathcal{L}}$/Bin-Verteilungen in den vier Dalitzplots finden sich in Abbildung 7.2, die Projektionen aller Dalitzplots mit überlagertem Fitergebnis in Abbildung 7.1.

Übergang (^{1}S$_0$)	$\|A\|^2_{K^+K^-\pi^0}$	$\|A\|^2_{K_LK_L\pi^0}$	ϕ	$\|A\|^2_{K_LK^\pm\pi^\mp}$	$\Delta\phi$
$KK^\star_{1^-}(892)_{I=0}$	0.7 ± 0.2	1.1 ± 0.3	(0.0)	1.3 ± 0.3	(0.0)
$KK^\star_{1^-}(892)_{I=1}$	6.0 ± 0.3	9.6 ± 0.5	1.83 ± 0.06	8.4 ± 0.4	- " -
$KK^\star_{0^+}(1430)_{I=0}$	5.8 ± 0.7	9.3 ± 1.1	2.59 ± 0.10	10.5 ± 1.2	1.07 ± 0.13
$KK^\star_{0^+}(1430)_{I=1}$	2.9 ± 0.7	4.5 ± 1.1	4.23 ± 0.15	0.4 ± 0.1	- " -
πa$_0$(980)	2.4 ± 0.5	3.4 ± 0.7	1.39 ± 0.15	4.1 ± 0.9	5.46 ± 0.25
πa$_0$(1450)	6.9 ± 0.4	11.2 ± 0.7	3.30 ± 0.10	12.4 ± 0.8	4.59 ± 0.12
πa$_2$(1320)	3.2 ± 0.2	5.2 ± 0.3	3.14 ± 0.11	5.7 ± 0.3	2.16 ± 0.14
πf$_0$(980)	8.4 ± 0.9	11.7 ± 1.2	4.90 ± 0.12		
πf$_0$(1370)	35.9 ± 1.6	57.5 ± 2.6	3.84 ± 0.10		
πf$_0$(1500)	10.3 ± 0.9	16.6 ± 1.5	4.52 ± 0.10		
$\pi(K\overline{K})_{S,i=0}$	33.6 ± 1.3	53.2 ± 2.0			
πf$_2$(1280)	3.0 ± 0.2	4.9 ± 0.3	0.96 ± 0.12		
πf$_2'$(1525)	0.6 ± 0.1	1.0 ± 0.1	3.42 ± 0.10		
$\pi\rho(1450)$			6.24 ± 0.11	3.2 ± 0.8	
$\pi\rho(1700)$			2.73 ± 0.12	10.1 ± 6.4	
$\pi\rho$ (gesamt)				11.8 ± 5.8	

Übergang (^{3}S$_1$)	$\|A\|^2_{K^+K^-\pi^0}$	$\|A\|^2_{K_SK_L\pi^0}$	ϕ	$\|A\|^2_{K_LK^\pm\pi^\mp}$	$\Delta\phi$
$KK^\star(892)_{I=0}$	7.1 ± 0.7	20.9 ± 2.0	(0.0)	12.8 ± 1.2	(0.0)
$KK^\star(892)_{I=1}$	14.3 ± 0.7	42.0 ± 2.1	5.02 ± 0.02	18.7 ± 0.9	- " -
$\phi(1020)$	17.3 ± 0.5	39.7 ± 1.3	4.22 ± 0.14		
$\pi\omega(1420)$	2.7 ± 0.5	7.9 ± 1.5	4.09 ± 0.13		
$\pi\omega(1620)$	4.2 ± 0.7	12.4 ± 2.0	3.81 ± 0.11		
$\pi\omega$ (gesamt)	5.3 ± 0.6	15.5 ± 1.9			
$\pi\rho(1450)$	3.2 ± 0.2	9.6 ± 0.6	3.08 ± 0.07	5.8 ± 0.4	0.80 ± 0.06
$\pi\rho(1700)$	1.3 ± 0.8	3.7 ± 2.4	2.68 ± 0.10	2.2 ± 1.4	4.41 ± 0.15
$\pi\rho$ (gesamt)	4.9 ± 0.9	14.5 ± 2.7		7.0 ± 1.3	
πa$_2$(1320)			5.66 ± 0.17	1.0 ± 0.2	

	$K^+K^-\pi^0$	$K_LK_L\pi^0$	$K_SK_L\pi^0$	$K_LK^\pm\pi^\mp$	gesamt
R_K	(1.0)	(0.442)	0.941 ± 0.035	(0.817)	
^{1}S$_0$	44.6	100	83.2	61.8	
^{3}S$_1$	55.4	—	—	38.2	
Untergrund			16.8 ± 1.3		
Anzahl Bins	1251	1255	1337	702	4545
freie Parameter	53	33	26+2	27+12	67
$\chi^2_{\mathcal{L}}$	1740	2261	2243	892	7136
$\chi^2_N/(n_{bin} - n_{par})$	1.36	1.32	0.97	1.22	1.19
$\chi^2_P/(n_{bin} - n_{par})$	1.22	1.14	1.17	1.07	1.14

Tabelle 7.3: Ergebnisse aus der gemeinsamen Anpassung von allen vier Dalitzplots (Fit F1). Die Amplitudenquadrate sind auf das Integral der theoretischen Dalitzplots normiert und in % angegeben. ϕ ist die Produktionsphase des Zwischenzustands in den Dalitzplots $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK_L\pi^0$ bzw. $K_SK_L\pi^0$, $\phi + \Delta\phi$ die Produktionsphase in $K_LK^\pm\pi^\mp$. Die Fehler sind die parabolischen Fehler aus der Minimierungsprozedur und weichen im Mittel etwa 10% von den elliptischen Fehlern ab. Festgehaltene Parameter sind in Klammern angegeben. I bezieht sich auf den Isospin des $\overline{p}p$-Anfangszustands und i auf den Isospin des $K\overline{K}$-Subsystems.

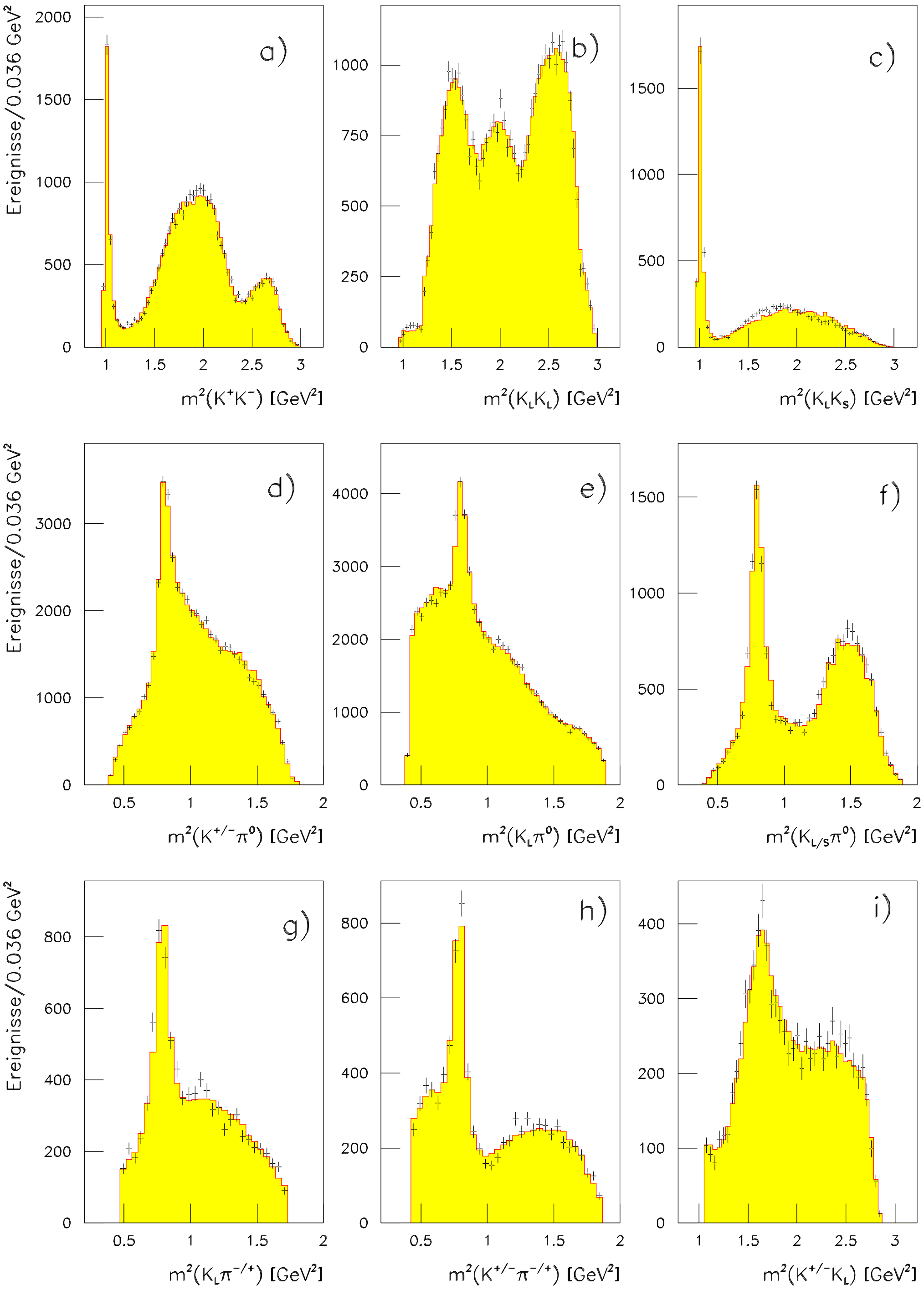

Abbildung 7.1: Vergleich von Anpassung F1 mit den experimentellen Daten. Der theoretische Dalitzplot wurde mit der Akzeptanz gewichtet und es wurde zur Projektion nur über Zellen summiert, die gefittet wurden. a) und d) $K^+K^-\pi^0$, b) und e) $K_LK_L\pi^0$, c) und f) $K_LK_S\pi^0$, g)-i): $K_LK^\pm\pi^\mp$.

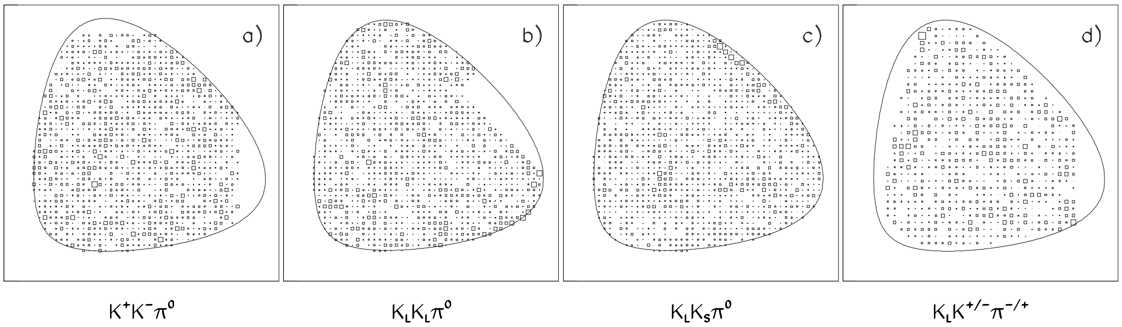

Abbildung 7.2: $\chi^2_{\mathcal{L}}$-Verteilung über die gefitteten Dalitzplots (Anpassung F1) a) $K^+K^-\pi^0$, b) $K_LK_L\pi^0$, c) $K_LK_S\pi^0$, d) $K_LK^\pm\pi^\mp$.

Nun stellt sich die Frage, ob wir in der Lage sind, alle relativen Phasen im Kanal $K_LK^\pm\pi^\mp$ mit denen in den andern drei Dalitzplots zu koppeln.

Die Isospininvarianz fordert nicht nur gleiche Beträge der Übergangsamplituden sondern auch feste Beziehungen aller Produktionsphasen in allen $\overline{K}K\pi$-Kanälen. In der Kopplung von $K^+K^-\pi^0$ mit $K_LK_L\pi^0$ und $K_SK_L\pi^0$ war diese Forderung die Vorraussetzung für eine eindeutige Lösung und die Trennbarkeit der Isospinanfangszustände. In der Kopplung von $K_LK^\pm\pi^\mp$ hatten wir für jede Resonanz aus Anfangszustand J^{PC} eine zusätzliche freie Phase eingeführt.

Es scheint, daß wir im Fall der Kopplung von $K_LK^\pm\pi^\mp$ an die anderen drei Kanäle an die Grenze unseres Modells stoßen. Ein Blick auf die Spalte $\Delta\phi$ in Tabelle 7.3 macht dies deutlich. Im Rahmen der angegebenen Fehler sind die relativen Phasen in $K_LK^\pm\pi^\mp$ unvereinbar mit denen der drei anderen Endzustände. Abbildung 7.3 stellt den theoretischen Dalitzplot von Fit F1 dem Dalitzplot gegenüber, der entsteht, wenn man alle $\Delta\phi = 0$ setzt. Hält man nun alle $\Delta\phi$ bei Null fest, so erhält man in der folgenden Anpassung alleine auf dem $K_LK^\pm\pi^\mp$-Dalitzplot ein $\chi^2_{\mathcal{L}}$ von 4931.

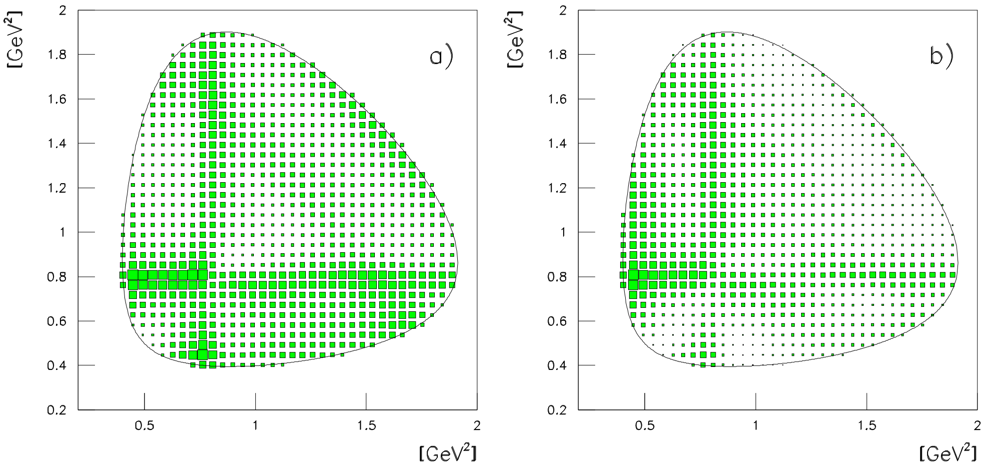

Abbildung 7.3: Vergleich des theoretischen Dalitzplots des Endzustands $K_LK^\pm\pi^\mp$ aus Fit F1 (a) mit dem theoretischen Dalitzplot, nachdem alle $\Delta\phi = 0$ gesetzt wurden (b).

Der gekoppelte Fit findet keine Möglichkeit, die Phasen miteinander zu vereinbaren. Verschiedene Startwerte wurden ausprobiert, und die Isospinzuordnung in $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_L\pi^0$ und $K_LK_S\pi^0$, soweit sie nicht eindeutig war, umgekehrt. Ebenso verhält es sich, wenn die Reihenfolge der Kopplung verändert wird (z. B. zuerst $K^+K^-\pi^0$ mit $K_LK^\pm\pi^\mp$ angepaßt wird und anschließend die beiden anderen hinzugefügt werden.)

Dieses Verhalten steht offenbar im Zusammenhang mit der Menge aller möglichen Übergänge. In $K^+K^-\pi^0$ und $K_LK_L\pi^0$ sind exakt die gleichen Übergänge aus $^1S_0$ möglich. Im Endzustand $K_LK^\pm\pi^\mp$ ist die Zusammensetzung dagegen verschieden. Übergänge mit isoskalaren Resonanzen sind verboten ($\Phi^C_{1,0}$), dafür ist die Produktion von geladenen Vektormesonen in $^1S_0$ erlaubt ($\Phi^C_{1,1}$). Die unterschiedliche Zusammensetzung des Anfangszustandes verändert die relativen Phasen. Auch im $^3S_1$ Anfangszustand sind in $K_LK^\pm\pi^\mp$ nicht dieselben Übergänge erlaubt, wie in $K^+K^-\pi^0$ und $K_SK_L\pi^0$. Daher kann auch hier ohne zusätzliche Phasen keine akzeptable Anpassung gefunden werden. Dieses Phänomen wurde auch bei der gekoppelten Analyse von rein pionischen Endzuständen beobachtet [84].

7.3 Diskussion der Ergebnisse

7.3.1 Evidenz für $a_0(1450)\to K\overline{K}$

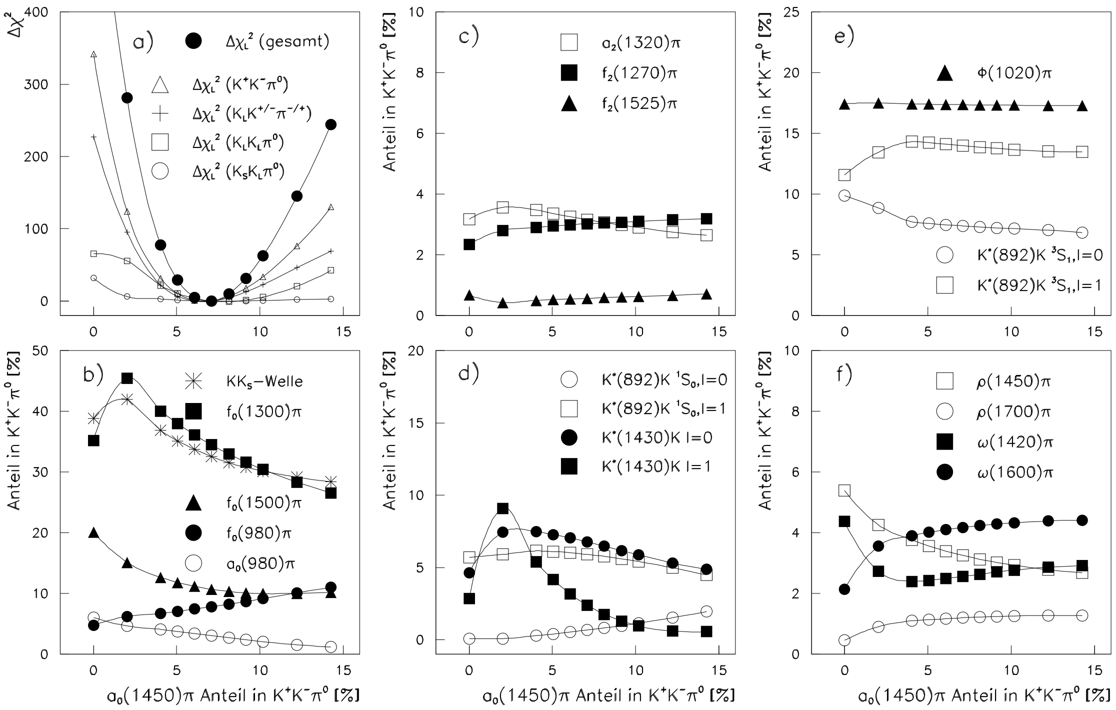

Abbildung 7.4: Variation des $a_0(1450)$-Anteils im $K^+K^-\pi^0$-Endzustand in der gekoppelten Anpassung von $K^+K^-\pi^0$,$K_LK_L\pi^0$ und $K_SK_L\pi^0$(Fits F2a-k). a) $\chi^2_{\mathcal{L}}$, χ^2_N und χ^2_P der einzelnen Fits; b)-f) Änderung der relativen Anteile der übrigen Amplituden. Die y-Achsen sind auf den Endzustand $K^+K^-\pi^0$ normiert.

Eine Reihe von Anpassungen (F2a-k) mit verschiedenen $a_0(1450)$-Beiträgen zwischen 0% und 14% in $K^+K^-\pi^0$ bestätigt den Zerfall dieser Resonanz nach $K\overline{K}$(Abbildung 7.4a). Die Abhängigkeit der Amplitudenquadrate aller anderen Übergänge vom $a_0(1450)$-Anteil ist in den Abbildungen 7.4b)-f) dargestellt. Es wurde jeweils der relative Anteil der Partialwelle im $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplot dargestellt.

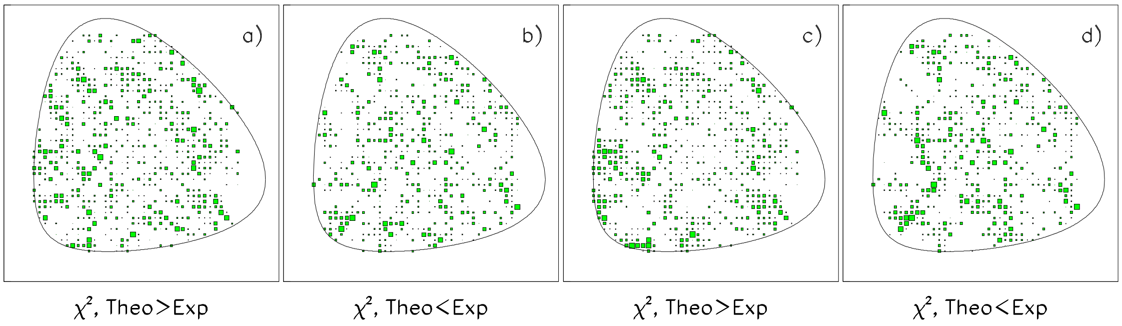

Abbildung 7.5: Beitrag zu $\chi^2_{\mathcal{L}}$ für jede Zelle des $K^+K^-\pi^0$-Dalitzplots. a) und b): beste Anpassung mit $|A_{a_0(1450)}|^2/|A|^2 = 6.9\%$ (Fit F1); c) und d): Anpassung ohne $a_0(1450)$ (FitF2a).

Die Veränderung der $\chi^2_{\mathcal{L}}$-Verteilung über den Dalitzplot durch Weglassen von $a_0(1450)$ zeigt Abbildung 7.5. Während $\chi^2_{\mathcal{L}}$ in a) und b) gleichmäßig über den Dalitzplot verteilt ist, sieht man bei der Anpassung ohne $a_0(1450)$ deutliche Strukturen, die darauf zurückzuführen sind, daß die übrigen Resonanzen versuchen, die fehlende komplexe Amplitude auszugleichen.

Im Folgenden soll die kombinierte Wahrscheinlichkeit der $a_0(1450)$-Produktion mit anschließendem Zerfall nach $K\overline{K}$ berechnet werden. Dazu verwenden wir den relativen Anteil der $\pi a_0(1450)$-Amplitude aus Fit F1 und schätzen den relativen Fehler über die $\chi^2_{\mathcal{L}}$-Abhängigkeit in Abb. 7.4a mit ± 0.22 ab. Dies entspricht einem $\Delta\chi^2_{\mathcal{L}}$ von 15. Aufgrund des etwas unterschiedlichen Phasenraumes der drei möglichen Endzustände summieren wir über das Produkt aus den Beiträgen in den Dalitzplots mit dem jeweiligen Verzweigungsverhältnis:

$$\begin{aligned} BR(\overline{p}p \to a_0^0(1450)\pi, a_0^0(1450) \to K\overline{K}) &= |A|^2_{K^+K^-\pi^0} \cdot BR(K^+K^-\pi^0) \\ &\quad +2|A|^2_{K_LK_L\pi^0} \cdot BR(K_LK_L\pi^0) \\ &\quad +2|A|^2_{K^\pm K_L\pi^\mp} \cdot BR(K_LK^\pm\pi^\mp) \\ &= (1.03 \pm 0.23) \cdot 10^{-3} \,. \end{aligned} \tag{7.9}$$

Der Faktor 2 berücksichtigt die Zerfälle nach K_S.

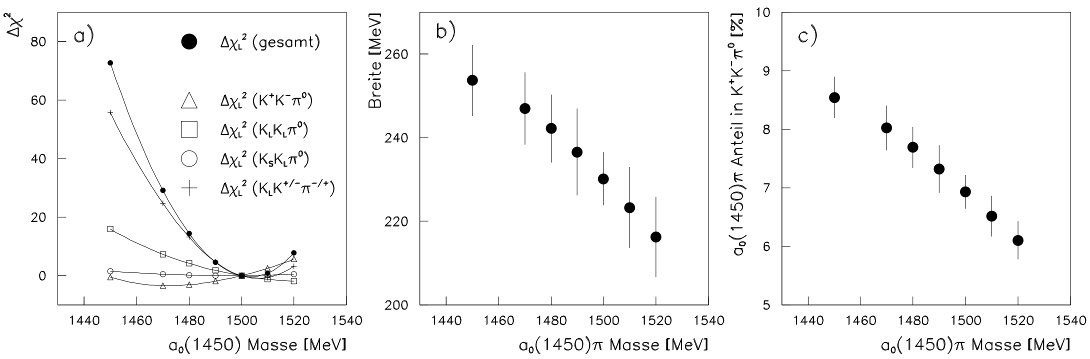

Abbildung 7.6: Anpassungsreihe mit Variation von $m_{a_0(1450)}$ (Fits F3a-g). a) $\chi^2_{\mathcal{L}}$, b) $\Gamma_{a_0(1450)}$, c) relativer Anteil in $K^+K^-\pi^0$.

Die Masse dieser Resonanz ist korreliert mit ihrer Breite. Wir variieren die Masse in einer weiteren Anpassungsreihe (F3a-g) zwischen 1450 und 1520 MeV, immer mit den gleichen freien Parametern, wie in Fit F1 (Abbildung 7.6). Das Minimum liegt bei etwa 1500 MeV. Den Fehler definieren wir wieder mit $\Delta\chi^2_{\mathcal{L}} = 15$, und wir erhalten somit

$$m_{a_0(1450)} = (1500 \pm 20)\,\mathrm{MeV}\ , \qquad \Gamma_{a_0(1450)} = (230 \pm 22)\,\mathrm{MeV}\ . \tag{7.10}$$

Die Variation des Verzweigungsverhältnisses mit der Masse bzw. Breite liegt innerhalb der Fehler von (7.9).

7.3.2 Produktion von $\mathrm{f}_0(1500)$

Wir wollen nun die $(K\overline{K})$-S-Welle analysieren, um der Natur der beiden isoskalaren Mesonen $\mathrm{f}_0(1370)$ und $\mathrm{f}_0(1500)$ näher zu kommen. Dazu extrahieren wir zunächst die beiden T-Matrix-Pole, indem wir die Übergangsamplitude in der komplexen Energieebene auftragen. In Abbildung 7.7 sehen wir die beiden T-Matrix-Pole als spitze Nadeln in der Ebene. Die Fehler ermitteln sich aus der Variation der K-Matrix-Parameter innerhalb deren Fehler und sind daher asymmetrisch.

	$T-$ Matrix-Pole
$f_0(1370)$	$1419^{+7}_{-10} - i228^{+23}_{-22}$
$f_0(1500)$	$1502^{+13}_{-12} - i68^{+4}_{-5}$

Um nun das Verzweigungsverhältnis der einzelnen Komponenten zu erhalten, setzen wir nacheinander immer zwei der drei β_i in der Übergangsamplitude auf Null und integrieren die Amplitudenquadrate über den Dalitzplot. Die Summe dieser Integrale ist das 1.63-fache des Integrals über die komplette K-Matrix-Parametrisierung. Dieser Überschuß wird durch destruktive Interferenz zwischen den einzelnen Komponenten kompensiert.

Damit ist auch die Summe der Verzweigungsverhältnisse von $\mathrm{f}_0(980)$, $\mathrm{f}_0(1370)$ und $\mathrm{f}_0(1500)$ größer als die die Produktion der gesamten $(K\overline{K})$-S-Welle:

Übergang	Verzweigungsverhältnis
$\overline{p}p\to\pi(K\overline{K})$-S-Welle	$(1.60 \pm 0.09) \cdot 10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi\mathrm{f}_0(980), \mathrm{f}_0(980)\to K\overline{K}$	$(0.38 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi\mathrm{f}_0(1370), \mathrm{f}_0(1370)\to K\overline{K}$	$(1.71 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi\mathrm{f}_0(1500), \mathrm{f}_0(1500)\to K\overline{K}$	$(0.49 \pm 0.07) \cdot 10^{-3}$

In die Fehler gingen die Unsicherheiten aus der Anpassung und die Abhängigkeit von der $\mathrm{a}_0(1450)$-Produktion ein. Der Fehler für die Produktion von $\mathrm{f}_0(980)$ wurde verdoppelt, um die systematischen Fehler in $K_LK_L\pi^0$ an der $K\overline{K}$-Schwelle mit zu berücksichtigen.

Die Projektion der $(K\overline{K})$-S-Welle, sowie deren Komponenten sind in Abbildung 7.8 dargestellt. Zum Vergleich ist auch das Amplitudenquadrat der $\mathrm{a}_0(980)$-Parametrisierung eingetragen. Durch die destruktive Interferenz zwischen $\mathrm{f}_0(980)$ und $\mathrm{f}_0(1370)$ hat die resultierende $(i = 0)$-Amplitude an der $K\overline{K}$-Schwelle einen ähnlichen Betrag wie die $(i = 1)$-Amplitude.

Es soll nun die Kopplung dieser Resonanz an $\pi\pi$ mit der Kopplung an KK verglichen werden. In [20] wurde

$$BR(\overline{p}p\to\pi\mathrm{f}_0(1500), \mathrm{f}_0(1500)\to\pi^0\pi^0) = (1.27 \pm 0.33) \cdot 10^{-3} \tag{7.11}$$

gemessen. Die invariante Kopplung eines isoskalaren $(u\overline{u} + d\overline{d})$-Zustands an $K\overline{K}$ relativ zu $\pi\pi$ beträgt [10]

$$\frac{\gamma^2(f\to K\overline{K})}{\gamma^2(f\to\pi\pi)} = \frac{1}{3}\ , \tag{7.12}$$

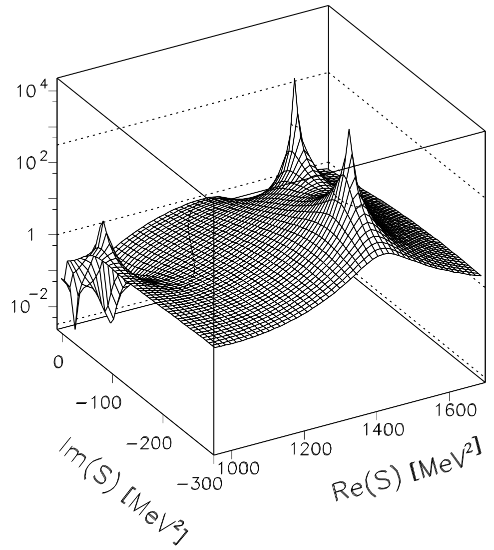

Abbildung 7.7: 3-dimensionale Darstellung der $(K\overline{K})$-S-Welle in der komplexen Energieebene. Die z-Achse ist logarithmisch aufgetragen. An den T-Matrix-Polen ist die $(K\overline{K})$-S-Welle singulär.

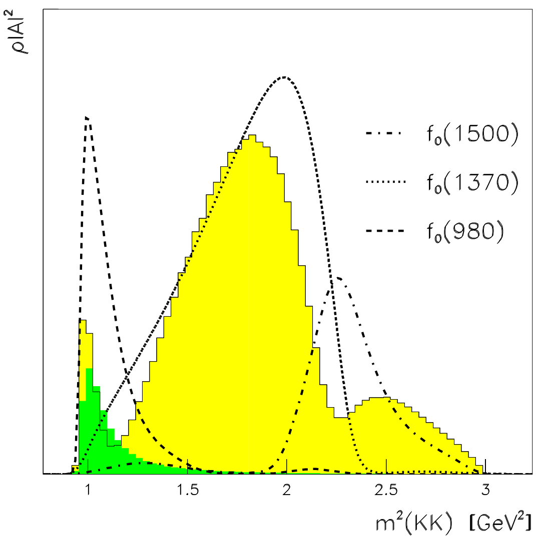

Abbildung 7.8: Die $(K\overline{K})$-S-Welle (i=0) und ihre Komponenten. Durch eine destruktive Interferenz von $\mathrm{f}_0(1370)$ mit $\mathrm{f}_0(1500)$ und $\mathrm{f}_0(980)$ ergibt sich eine Gesamtamplitude (hellgrau schattiert), die kleiner als die Summe der Einzelamplituden ist. Die Projektion von a0(980) ist dunkelgrau eingetragen.

wenn man Flavoursymmetrie und ideale Mischung im 0^{++}-Nonett annimmt. Die Verzweigungsverhältnisse sind mit der invarianten Kopplung folgendermaßen verknüpft:

$$\frac{\gamma^2(f\to K\overline{K})}{\gamma^2(f\to\pi\pi)} = \frac{1}{3}\frac{\mathrm{BR}(\overline{p}p\to f_0\pi, f_0\to K\overline{K})}{\mathrm{BR}(\overline{p}p\to f_0\pi, f_0\to\pi^0\pi^0)}\frac{q_{\pi\pi}}{q_{K\overline{K}}}\frac{F(q_{\pi\pi})}{F(q_{K\overline{K}})} \tag{7.13}$$

Der Formfaktor $F(q)$ kann folgendermaßen parametrisiert werden:

$$F(q) = e^{-q^2/8\beta^2}\ . \tag{7.14}$$

Der Faktor 1/3 in Gleichung 7.13 berücksichtigt die drei Ladungskombinationen $\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-$ und $\pi^+\pi^-$. Mit $\beta = 0.5$ [10] und den Zerfallsimpulsen $q_{K\overline{K}} = 568\,\mathrm{MeV}$ und $q_{\pi\pi} = 742\,\mathrm{MeV}$, sowie $\mathrm{BR}(\overline{p}p\to f_0(1500)\pi, f_0(1500)\to K\overline{K})$ erhält man

$$\frac{\gamma^2(f_0(1500)\to K\overline{K})}{\gamma^2(f_0(1500)\to\pi\pi)} = 0.37\pm 0.10\ . \tag{7.15}$$

Demnach kann das $\mathrm{f}_0(1500)$ als $(s\overline{s})$-Mitglied des 0^{++}-Nonetts ausgeschlossen werden. Abbildung 7.3.2 stellt dieses Ergebnis graphisch dar.

Nun stellt sich die Frage nach der Natur des $\mathrm{f}_0(1370)$. In $\pi\pi$ läßt sich letztere Resonanz nicht von der Produktion von $\mathrm{f}_0(980)$ getrennt beobachten. Daher kann die invariante Kopplung von $\mathrm{f}_0(1370)$ an $\pi\pi$ nicht eindeutig bestimmt werden. Dennoch ist es sehr unwahrscheinlich, daß diese Resonanz das fehlende $s\overline{s}$- Meson darstellt. Damit bleiben als mögliche Kandidaten für das f_0' nur das $\mathrm{f}_0(980)$ und das von seinem Spin zweideutige $f_J(1700)$ (J=0,2).

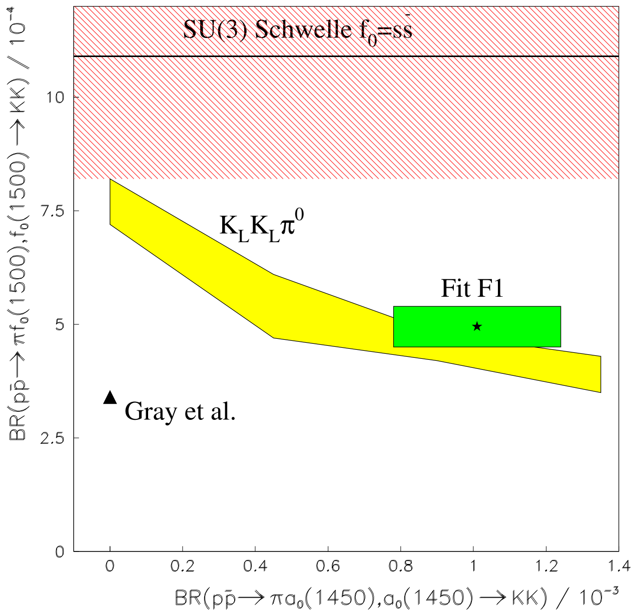

Abbildung 7.9: Das Verzweigungsverhältnis $BR(\overline{p}p \to f_0(1500)\pi, f_0(1500) \to K\overline{K})$ aus der gekoppelten Analyse der vier $\overline{K}K\pi$-Dalitzplots (Fit F1) und die Grenze zur Einordnung des $f_0(1500)$ als $s\overline{s}$-Meson aus [20, 10]. Zum Vergleich ist das Ergebnis aus der Analyse des $K_L K_L \pi^0$-Dalitzplots [59] hellgrau schattiert eingetragen, sowie der Wert von [88] (Gray et al.). Entlang der x-Achse läuft $BR(\overline{p}p \to a_0(1450)\pi, a_0(1450) \to K\overline{K})$ Mit dieser Messung wurde ausgeschlossen, daß $f_0(1500)$ das $s\overline{s}$-Meson des 0^{++}-Nonetts ist.

7.3.3 Die $(K\overline{K})$-P-Welle

In verschiedenen gekoppelten Fits, die zu Testzwecken durchgeführt wurden, zeigen die Pole beider $(K\overline{K})$-P-Wellen oft instabiles Verhalten. Wir können daraus zweierlei schließen. Erstens kann ein Teil dessen, was hier mit ρ und ω parametrisiert ist, auf die vernachlässigte P-Wellenannihilation zurückzuführen sein. Diese ist zu kompliziert, als daß man sie mit vier Polen einer K-Matrix simulieren könnte, was zu Instabilitäten dieser Pole führen kann. Zweitens können die beiden $(K\overline{K})$-P-Wellen selbst mehr als je zwei Resonanzpole enthalten.

An der Existenz einer $(K\overline{K})$-P-Welle in den untersuchten Endzuständen besteht jedoch kein Zweifel, denn selbst in einer Anpassung mit P-Wellenannihilation verbessert die $(K\overline{K})$-P-Welle den Fit sehr deutlich. Wir haben dies in Abschnitt 6.8 gesehen, und finden zusätzlich auch eine indirekte und eine direkte Bestätigung von der OBELIX-Kollaboration. Dort sind Analysen von $K^+K^-\pi^0$ und $K_L K^\pm \pi^\mp$ bei drei verschiedenen Targetdichten in Vorbereitung. Das Verhältnis zwischen S- und P-Wellenannihilation sollte dadurch genauer bestimmt werden. In $K^+K^-\pi^0$ konnte bisher trotz Übergänge aus P-Wellenannihilation nur eine unzureichende Beschreibung der Dalitzplotmitte erreicht werden. Eine $(K\overline{K})$-P-Welle wurde dort nicht eingeführt [47], was die Beschreibung mit sicherheit wesentlich verbessert hätte. Im $K_L K^\pm \pi^\mp$Dalitzplot hatte man eine deutliche Verbesserung des χ^2 erreicht mit dem Zwischenzustand $\rho(1700)\pi$. Masse und Breite der Resonanz wurden mit ≈ 1600 und $\approx 220\,\mathrm{MeV}$ angegeben. Auch dort waren alle Übergänge aus der P-Wellenannihilation in die Anpassung miteinbezogen [85].

Die Parametrisierung mit je zwei K-Matrix-Polen für $i = 0$ und $i = 1$ liefert in der gekoppelten Analyse dieser Dissertation eine akzeptable Beschreibung der vier Dalitzplots. In Tabelle 7.4 sind die entsprechenden T-Matrix-Pole den in [5] aufgeführten Resonanzen gegenübergestellt.

Das $\rho(1450)$ in $K\overline{K}$ hat gewisse Ähnlichkeit mit dem C(1480), welches im $\phi\pi^0$ gesehen wurde [86]. Es tritt besonders stark auf in $K_L K^\pm \pi^\mp$ im Anfangszustand ${}^1\mathrm{S}_0$. Es kann sich jedoch auch um ein Artefakt der Produktion von f_0 und a_0 aus $\overline{p}p$-P-Wellenvernichtung handeln. Der zweite ρ-Pol liegt außerhalb des $K\overline{K}$-Phasenraums und soll daher nicht interpretiert werden. Die Breite von $\omega(1420)$ ist schlecht vereinbar mit dem zitierten Wert. Letzterer ist jedoch auch stark modellabhängig und daher nicht sehr aussagekräftig. Der zweite Pol im $K\overline{K}_P(i = 0)$-Wellenspektrum könnte tatsächlich durch die Existenz zweier nahe beieinander liegender Resonanzen ($\omega(1620)$ und $\phi(1680)$) verbreitert erscheinen.

Resonanz	T-Matrix-Pol	PDG-Position
$\rho(1450)$, bzw. $C(1480)$	$1495^{+9}_{-3} - i96^{+4}_{-5}$	$1465 \pm 25, 310 \pm 60$, bzw. $1480 \pm 40, 130 \pm 60$
$\rho(1700)$	$1797^{+24}_{-7} - i47^{+15}_{-14}$	$1700 \pm 20, 235 \pm 50$
$\omega(1420)$	$1446^{+32}_{-35} - i148^{+23}_{-22}$	$1419 \pm 31, 174 \pm 59$
$\omega(1620)$, bzw. $\phi(1680)$	$1700^{+65}_{-60} - i218^{+83}_{-72}$	$1649 \pm 24, 220 \pm 35$ bzw. $1680 \pm 20, 150 \pm 50$

Tabelle 7.4: Vergleich der T-Matrix-Pole aus Fit F1 mit in [5] aufgeführten Resonanzen. Die Resonanz C(1480) wurde dort unter $\rho(1450)$ eingeordnet.

Die Bestimmung von Verzweigungsverhältnissen erscheint unter diesen Umständen zu vage. Eine gemeinsame Analyse mit Daten aus der Proton-Antiproton-Vernichtung in Wasserstoffgas könnte die Ambiguitäten zwischen P-Wellenannihilation und $(K\overline{K})$-P-Welle aufheben.

7.3.4 Verzweigungsverhältnis von $K_L K_S \pi^0$

In der gekoppelten Analyse wurde das Verzweigungsverhältnis $BR(\overline{p}p \to K_L K_S \pi^0)$ als freier Parameter angepaßt. Seine Bestimmung basiert damit einerseits auf dem als bekannt vorausgesetzten Verhältnis von $BR(\phi{\to}K^+K^-)/BR(\phi{\to}K_L K_S) = 0.71 \pm 0.03$ und andererseits auf der Kopplung der $K^\star$-Amplituden mit denen in $K^+K^-\pi^0$ und $K_L K^\pm \pi^\mp$. Nach Substraktion des inkohärenten Untergrunds, der in Fit F1 16.7% der Gesamtintensität im Dalitzplot ausmacht, erhalten wir mit Gleichung 7.7 eine untere Grenze für

$$BR(\overline{p}p \to K_L K_S \pi^0) = (0.67 \pm 0.04) \cdot 10^{-3} \; . \tag{7.16}$$

Nehmen wir an, daß von $16.8 \pm 1.3\%$ inkohärentem Untergrund nur $4.2 \pm 0.4\%$ auf fremde Kanäle zurückzuführen ist [51], so verbleiben $12.6 \pm 1.4\%$, die wir zu (7.16) hinzufügen können. Damit beträgt die obere Grenze

$$BR(\overline{p}p \to K_L K_S \pi^0) = (0.75 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \; . \tag{7.17}$$

Die Fehler setzen sich zusammen aus den Unsicherheiten im Fit, sowie dem experimentellen Fehler von $BR(\phi{\to}K^+K^-)/BR(\phi{\to}K_L K_S)$. Dieses Ergebnis stimmt mit der (unveröffentlichten) Abschätzung des Verzweigungsverhältnisses in [51] überein:

$$BR(\overline{p}p \to K_L K_S \pi^0) = (0.68 \pm 0.14) \cdot 10^{-3} \; . \tag{7.18}$$

7.3.5 Weitere Tests

Die Signifikanz einzelner Resonanzen in der gekoppelten Analyse wurde untersucht, indem die Produktionsamplituden aller Zwischenzustände, in der eine Resonanz auftritt, bei Null festgehalten wurden und die restlichen Parameter neu angepaßt wurden. Daraus ergibt sich ein überzeugender Beweis für die $(K\overline{K})$-P-Welle. Der Fit war nicht in der Lage, eine akzeptable Lösung ohne $(K\overline{K})$-P-Welle ($i = 0$ und $i = 1$) zu finden und man erhält eine Verschlechterung des $\chi^2_{\mathcal{L}}$ um 2286. Die Signifikanz anderer Resonanzen ist aus Abbildung 7.10 zu entnehmen. Die $\chi^2_{\mathcal{L}}$-Zunahme beträgt zwischen 214 ($a_0(980)$) und 734 ($f_0(1500)$).

Die Einführung einer Isovektor-Resonanz mit Spin 2 und einer Masse von 1620 MeV wird vom Fit abgelehnt. Der Beitrag bleibt unter 0.2% in $K^+K^-\pi^0$ und wir können daher eine obere

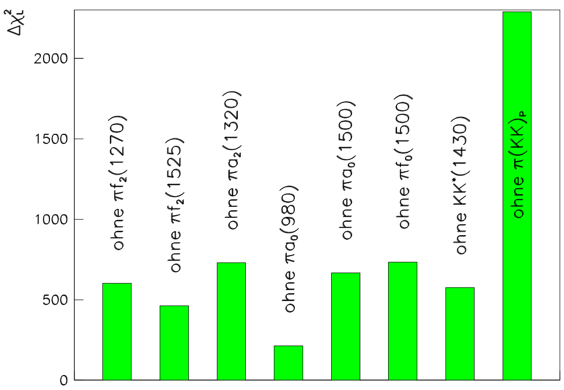

Abbildung 7.10: Zunahme des $\chi^2_{\mathcal{L}}$ bei einer gekoppelten Anpassung ohne die jeweils bezeichnete Resonanz. Im Fall der $(K\overline{K})$-P-Welle wurden die Produktion aller vier Pole ($i = 0$ und $i = 1$) auf Null gesetzt.

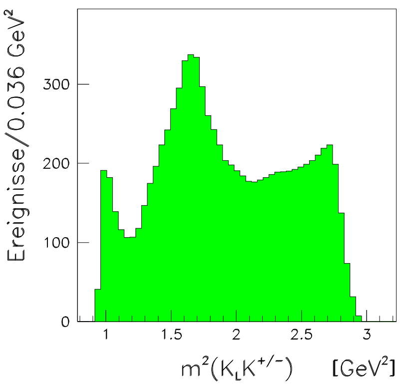

Abbildung 7.11: Projektion des vollständigen theoretischen $K_LK^{\pm}\pi^{\mp}$-Dalitzplots aus Fit F1. Man sieht deutlich das $a_0(980)$-Signal an der $K\overline{K}$-Schwelle.

Schwelle für das Verzweigungsverhältnis angeben:

$$BR(\overline{p}p \to a_2(1620)\pi) \times BR(a_2(1620) \to K\overline{K}) < (2.9 \pm 0.6) \cdot 10^{-5}\ . \tag{7.19}$$

Die Produktion von $a_0(980)$ und $f_0(980)$ ist mit den vorhandenen Daten trotz großer Akzeptanzprobleme an der $K\overline{K}$-Schwelle überraschend gut bestimmbar. In der Projektion des vollständigen theoretischen Dalitzplots von $K_LK^{\pm}\pi^{\mp}$ von Fit F1 (Abb. 7.11) erkennt man eine sehr deutliche Erhebung, die durch den Beitrag von $a_0(980)$ verursacht wird. Das Verhältnis der Zahl der Ereignisse im $a_0(980)$-Bereich zur Zahl der Einträge im Maximum bei $1.64\,\mathrm{GeV}^2$ ist kompatibel mit der Projektion der Blasenkammerdaten [26], sowie mit den Daten der Obelix-Kollaboration [85]. Der Grund für diese gute Bestimmung ist die Interferenz des Ausläufers mit $K^\star(892)$, $K^\star(1430)$, und $a_2(1320)$, die fast vollständig in den angepaßten Bins der Dalitzplots verlaufen und durch die Kopplung eindeutig bestimmbar sind. Das $a_0(980)$ dient sozusagen als Parametrisierung eines flachen, nur wenig von $s = m^2_{K\overline{K}}$ abhängigen Untergrunds. Daß die Intensität dennoch auch im extrapolierten Peak sinnvolle Werte annimmt, zeigt die Stärke der gekoppelten Anpassung, und daß ein zusätzlicher langsam mit s variierender Untergrund zur Beschreibung der Daten nicht notwendig ist. Wir können eine Abschätzung des Verzweigungsverhältnisses mit angemessenem Fehler angeben:

$$BR(\overline{p}p \to a_0(980), a_0(980) \to K\overline{K}) = (3.39 \pm 0.46 \pm 1.0) \cdot 10^{-4} \tag{7.20}$$

Der erste Fehler ermittelt sich aus dem MINUIT-Fehler und den Unsicherheiten der Produktion von $\overline{K}K\pi$, der zweite Fehler berücksichtigt die Tatsache, daß in $K_LK^{\pm}\pi^{\mp}$nur der Ausläufer der Resonanz angepaßt wurde.

Man kann die Resonanzen $f_2(1270)$ und $f_2'(1525)$, sowie $a_0(980)$ und $a_0(1450)$ in jeweils einer K-Matrix parametrisieren. Die Ergebnisse der Anpassung werden dadurch nicht verändert. Dies liegt daran, daß die Resonanzen kaum überlappen und daher in ihrer Form der einfachen Breit-Wigner-, bzw. Flatté-Parametrisierung gerecht werden.

Das Verhältnis von f_2'/f_2 ergibt sich aus dem gekoppelten Fit mit

$$\frac{BR(\overline{p}p \to \pi f_2(1270), f_2(1270) \to K\overline{K})}{BR(\overline{p}p \to \pi f_2'(1525), f_2'(1525) \to K\overline{K})} = 4.9 \pm 0.6\ . \tag{7.21}$$

und ist damit kompatibel mit [29].

Die Verzweigungsverhältnisse von $\mathrm{f}_2(1270)$ und $\mathrm{a}_2(1320)$,

$$BR(\overline{p}p \to \mathrm{a}_2(1320)\pi, \mathrm{a}_2(1320) \to K\overline{K}) = (4.8 \pm 0.6) \cdot 10^{-4} \quad (7.22)$$

$$BR(\overline{p}p \to \mathrm{f}_2(1270)\pi, \mathrm{f}_2(1270) \to K\overline{K}) = (1.5 \pm 0.2) \cdot 10^{-4} \quad (7.23)$$

können mit denen aus der gekoppelten Analyse von $\pi\pi\pi$, $\pi^0\pi^0\eta$ und $\pi^0\eta\eta$ verglichen werden. Dazu verwenden wir die relativen Zerfallsbreiten der beiden Resonanzen nach $\pi\pi$ bzw. $\pi\eta$ und nach $K\overline{K}$ aus [5]:

$$\Gamma(\mathrm{f}_2(1270) \to K\overline{K}) = (4.6 \pm 0.5)\% \quad (7.24)$$

$$\Gamma(\mathrm{f}_2(1270) \to \pi\pi) = (87.7 \pm 2.0)\% \quad (7.25)$$

$$\Gamma(\mathrm{a}_2(1320) \to K\overline{K}) = (4.9 \pm 0.8)\% \quad (7.26)$$

$$\Gamma(\mathrm{a}_2(1320) \to \pi\eta) = (14.5 \pm 1.2)\% \quad (7.27)$$

In [20] erhielt man

$$BR(\overline{p}p \to \mathrm{a}_2(1320)\pi^0, \mathrm{a}_2(1320) \to \pi^0\eta) = (2.05 \pm 0.40) \cdot 10^{-3} \quad (7.28)$$

$$BR(\overline{p}p \to \mathrm{f}_2(1270)\pi^0, \mathrm{f}_2(1270) \to \pi^0\pi^0) = (0.86 \pm 0.30) \cdot 10^{-3} \quad (7.29)$$

Mit dem jeweiligen Zerfallsverhältnis und einem Faktor 3 für die drei verschiedenen Ladungszustände der Pionen kann man folgende Tabelle erstellen:

	aus $\overline{K}K\pi$	aus [20]
$BR(\overline{p}p \to \mathrm{f}_2(1270)\pi)$	$(3.3 \pm 0.6) \cdot 10^{-3}$	$(2.3 \pm 0.8) \cdot 10^{-3}$
$BR(\overline{p}p \to \mathrm{a}_2(1320)\pi)$	$(9.7 \pm 2.0) \cdot 10^{-3}$	$(42.4 \pm 9.0) \cdot 10^{-3}$

Während also die Produktion von $\mathrm{f}_2(1270)\pi$ im Rahmen der Fehler in beiden gekoppelten Analysen übereinstimmt, führt der Vergleich bei $\mathrm{a}_2(1320)\pi$ zu inkompatiblen Werten. Die Gründe dafür können vielfältiger Art sein. Erstens sind in beiden Analysen Beiträge von P-Wellenannihilation vernachlässigt worden. Eine gekoppelte Analyse von $\pi\pi\pi$, $\pi^0\pi^0\eta$ und $\pi^0\eta\eta$ mit P-Wellenannihilation ergibt einen unwesentlich niedrigeres Verweigungsverhältnis von $\overline{p}p \to \mathrm{a}_2(1320)\pi$, dagegen verringert sich das Verzweigungsverhältnis von $\overline{p}p \to \mathrm{f}_2(1270)\pi$ in dieser Analyse um 20% [89]. Ein zweiter Grund kann in der schlechten Akzeptanz an den Rändern der $\overline{K}K\pi$-Dalitzplots liegen, wo die Amplitude von Tensorenmesonen am größten ist. Die Kaonimpulse sind dort klein und die Akzeptanzkorrekturen mit zusätzlichen systematischen Unsicherheiten behaftet, die durch die Simulation langsamer neutrale und geladener Kaonen bedingt sind. Schließlich kann es auch sein, daß man hier an die Grenzen des Isobar-Modells stößt, und die Resonanzen, die man in den Endzuständen sieht, sind nicht unbedingt diejenigen, die bei der Proton-Antiproton-Annihilation erzeugt wurden.

Dennoch hat das verwendete Modell im Rahmen dieser Arbeit sich sehr gut bewährt. Die Kopplung vier verschiedener Dalitzplots, alleine mit Koeffizienten aus der Isospinsymmetrie wäre sonst nicht möglich gewesen.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde die erste gekoppelte Partialwellenanalyse von vier $\overline{K}K\pi$-Dalitzplots mit Daten aus der Proton-Antiproton-Vernichtung durchgeführt. Dabei wurden Isospininvarianz und die Gültigkeit des Isobarenmodells angenommen, und der vollständige Formalismus für die Kopplung entwickelt.

Die gekoppelte Analyse bestätigte den Zerfall des $a_0(1450)$ nach $K\overline{K}$ und legt dessen Masse und Breite mit $m = 1500 \pm 20\,\text{MeV}$ und $\Gamma = 230 \pm 22\,\text{MeV}$ fest. Die Resonanzen $a_0(980)$ und $f_0(980)$ entziehen sich einer genauen Analyse aufgrund von experimentellen Unsicherheiten an der $K\overline{K}$-Schwelle. Dagegen können für die beiden Pole der $(K\overline{K})$-S-Welle bei $(1419^{+7}_{-10})\,\text{MeV}$ und $(1502^{+13}_{-12})\,\text{MeV}$ genaue Verzweigungsverhältnisse angegeben werden. Die Polposition von $f_0(1500)$ ist extrem stabil bei einer Breite von $134^{+8}_{-10}\,\text{MeV}$ in allen Anpassungen, während die wesentlich breitere Resonanz gute Fits bei einer Masse zwischen 1390 und 1420 MeV zuließ.

Die hier gewählte Parametrisierung der $(K\overline{K})$-S-Welle als K-Matrix mit 2 einfachen Polen und einem Flatté-Ansatz für $f_0(980)$ ist nicht unumstritten. In der gekoppelten Analyse von $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\eta$ und $\pi^0\eta\eta$ und wurden 4 Pole eingeführt [20], jeweils mit Kopplung an $\pi\pi$, $\eta\eta$ und KK, soweit diese Kanäle mit dem zur Verfügung stehenden Phasenraum zugänglich sind. Dabei waren statistisch schwache $\pi\pi\to KK$-Streudaten und die Form der Resonanzen die einzigen Anhaltspunkte für die Kopplung an $K\overline{K}$. Im Bereich der $K\overline{K}$-Schwelle führte dies zu der Vorhersage der Kopplungen von $f_0(980)$ und $a_0(980)$ an den Kanal $K\overline{K}$ im Verhältnis zu $\pi\pi$ bzw. $\eta\pi$.

Mit steigender Energie öffenen sich mehr und mehr Zerfallskanäle, die in die gekoppelte Analyse miteinbezogen werden müßten. Die Abhängigkeit der $(K\overline{K})$-S-Welle von neuen, sich öffnenden Phasenräumen, besonders der von 4π konnte im Rahmen dieser Dissertion nicht mehr untersucht werden.

Schon bei der Analyse der Dalitzplots von $K^+K^-\pi^0$, $K_LK_S\pi^0$ und $K_LK^\pm\pi^\mp$ erhielt man Evidenz für die Existenz einer $(K\overline{K})$-P-Welle, sowie das Verzweigungsverhältnis von $\overline{p}p\to\phi\pi^0$.

Dieser Evidenz für $(K\overline{K})$-P-Welle folgend, wurden die radial angeregten Vektormesonen ρ_1, ρ_2 und ω_1, ω_2 in die gekoppelte Partialwellenanalyse eingebracht. Die Positionen der T-Matrix-Pole dieser Teilchen blieben während den Fits in der Nähe der PDG-Werte [5]. Die Parameter der isovektoriellen Resonanz bei 1480 MeV ähneln sehr denen von C(1480), welches von einem einzigen Experiment im $\phi\pi$-Spektrum beobachtet wurde [86]. Sicherlich verlangt die gegenwärtige Situation eine Klärung der Frage nach der $(K\overline{K})$-P-Welle. Man kann sie möglicherweise in Verbindung mit Antiproton-Annihilation in Wasserstoffgas finden, denn dort ist die P-Wellenannihilation wesentlich dominanter. In einer gemeinsamen Analyse von Gas- und Flüssigwaserstoffannihilationen lassen sich die S- und P-Wellen-Anfangszustände voneinander trennen und somit die Ambiguitäten in den Winkelverteilungen einschränken, um quantitativere Aussagen über die Beiträge von Vektormesonen zu erhalten.

Auf dem Sektor der Tensormesonen wird das Verhältnis von $f_2(1270)/f_2'(1525)$-Produktion bestätigt. Aus der Messung folgt, daß die beiden isoskalaren Tensoren ebenso wie ω und ϕ fast ideal mischen [59]. Oberhalb 1525 MeV konnten weder Skalare noch Tensormesonen nachgewiesen werden.

Der Grund für die unerwartet schwache Produktion von $a_2(1320)$ ist ungeklärt. Nach dem früher gemessenen Verzweigungsverhältnis $(a_2(1320)\to\pi\eta)/(a_2(1320)\to K\overline{K})$ müßte der Übergang viermal häufiger auftreten. Es kann durchaus sein, daß man mit dieser gekoppelten Analyse an die Grenzen des Isobarenmodells gestoßen ist. Wenn durch Rückstreuung nach der Zweiteilchenproduktion ein neues Teilchenpaar entsteht, (z.B. $\overline{p}p\to a_2\pi\to K^\star K$), dann können sich sowohl die beobachteten Phasen als auch die Intensitäten der Prozesse ändern. Damit würden sich neue interessante Aspekte in der Analyse von Dreikörperreaktionen auftun. Daten sind ausreichend vorhanden: etwa 10 Millionen Antiprotonvernichtungen am Proton und am Deuteron, die auf Sekundärvertices getriggert wurden, bieten eine reiche Auswahl an $K\overline{K}$-Kanälen. Bald werden also weitere, große Datensätze vom Crystal-Barrel-Experiment von den Endzuständen $K_LK^\pm\pi^\mp$, $K_SK^\pm\pi^\mp$ und $K_SK_S\pi^0$ bereit sein zur Partialwellenanalyse.

Zum Abschluß sollen nocheinmal die wichtigsten Verzweigungsverhältnisse zusammengestellt werden (Tabelle 8.1), und zuletzt möchte ich die vier Dalitzplots vorstellen, wie ein idealer Detektor sie sehen würde (Abbildung 8.1). Dies ist für mich persönlich das schönste Ergebnis der gekoppelten Analyse, und ein wunderbares Beispiel für die Vielfalt und den Reichtum der Natur, wie sie aus den gleichen Bausteinen so verschiedenartige Bilder zeugen kann.

Übergang	Verzweigungsverhältnis
$\overline{p}p\to\pi(K\overline{K})_{S,i=0}$	$(1.60\pm0.09)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi f_0(980)$, $f_0(980)\to K\overline{K}$	$(0.38\pm0.14)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi f_0(1370)$, $f_0(1370)\to K\overline{K}$	$(1.71\pm0.12)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi f_0(1500)$, $f_0(1500)\to K\overline{K}$	$(0.49\pm0.07)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi a_0(1450)$, $a_0(1450)\to K\overline{K}$	$(1.03\pm0.23)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi(K\overline{K})_{P,i=0}$ (ohne $\phi(1020)$)	$(0.24\pm0.04)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi(K\overline{K})_{P,i=1}$ (aus $^1S_0$ und $^3S_1$)	$(1.28\pm0.35)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi f_2(1270)$, $f_2(1270)\to K\overline{K}$	$(0.14\pm0.02)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi f_2'(1525)$, $f_2'(1525)\to K\overline{K}$	$(0.29\pm0.05)\cdot10^{-4}$
$\overline{p}p\to a_2(1320)\pi$, $a_2(1320)\to K\overline{K}$ (aus $^1S_0$ und $^3S_1$)	$(0.54\pm0.07)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to a_2(1620)\pi$, $a_2(1620)\to K\overline{K}$	$<(2.9\pm0.6)\cdot10^{-5}$
$KK^\star_{1^-}(892)_{I=0}$, $K^\star_{1^-}(892)\to K\pi$ ($^1S_0$)	$(0.11\pm0.03)\cdot10^{-3}$
$KK^\star_{1^-}(892)_{I=1}$, $K^\star_{1^-}(892)\to K\pi$ ($^1S_0$)	$(0.76\pm0.04)\cdot10^{-3}$
$KK^\star_{1^-}(892)_{I=0}$, $K^\star_{1^-}(892)\to K\pi$ ($^3S_1$)	$(1.04\pm0.10)\cdot10^{-3}$
$KK^\star_{1^-}(892)_{I=1}$, $K^\star_{1^-}(892)\to K\pi$ ($^3S_1$)	$(1.69\pm0.08)\cdot10^{-3}$
$KK^\star_{0^+}(1430)_{I=0}$, $K^\star_{0^+}(1430)\to K\pi$	$(0.87\pm0.10)\cdot10^{-3}$
$KK^\star_{0^+}(1430)_{I=1}$, $K^\star_{0^+}(1430)\to K\pi$	$(0.16\pm0.04)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to K^+K^-\pi^0$	$(2.37\pm0.15)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to K_LK_S\pi^0$	$(0.71\pm0.10)\cdot10^{-3}$
$\overline{p}p\to\pi\phi(1020)$	$(0.63\pm0.06)\cdot10^{-3}$

Tabelle 8.1: Zusammenstellung der in dieser Arbeit bestimmten Verzweigungsverhältnisse. I bezieht sich auf den Isospin des Anfangszustands, ebenso $J^{PC}={}^1S_0$ und $^3S_1$, während i sich auf den Isospin des $K\overline{K}$-Subsystems bezieht.

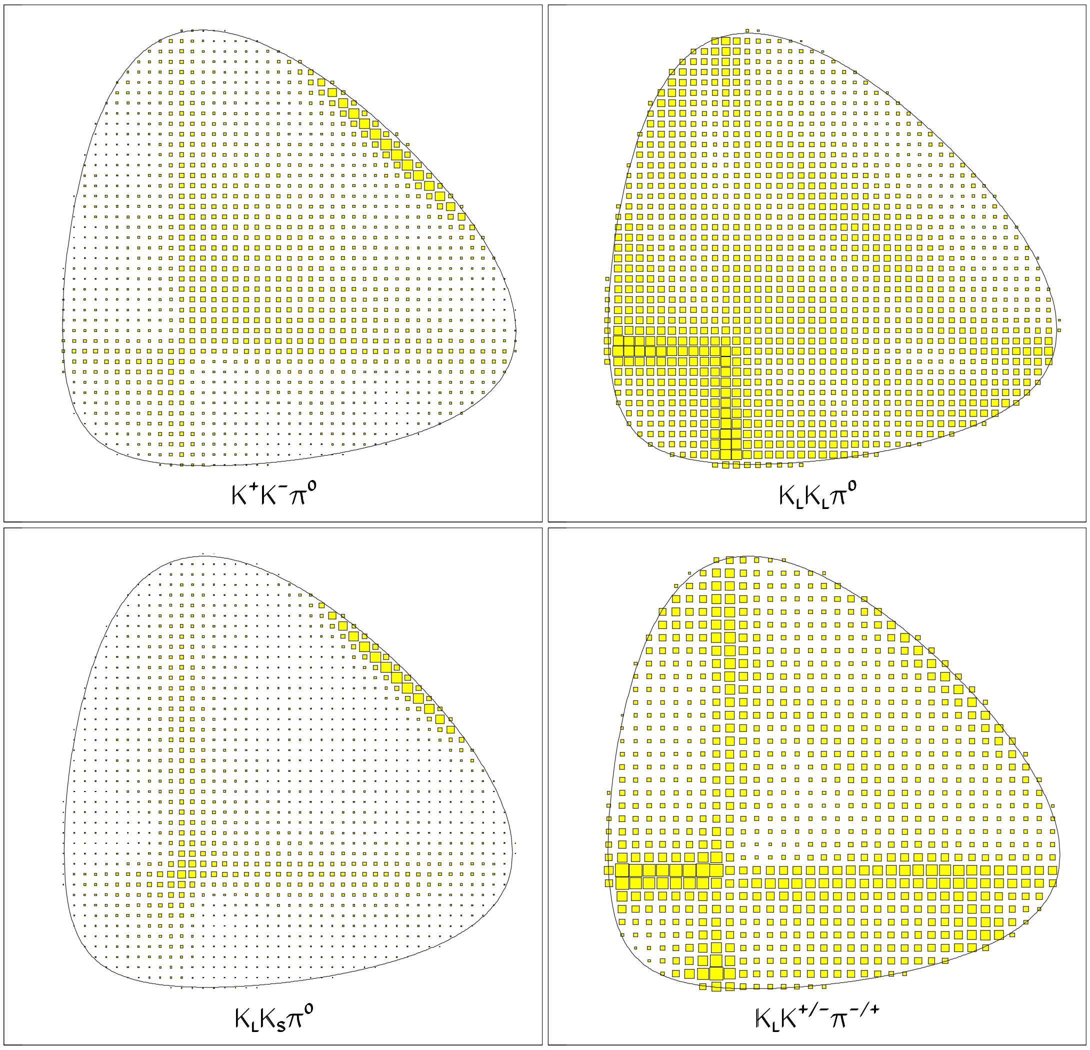

Abbildung 8.1: $\overline{K}K\pi$-Dalitzplots mit den Amplituden aus der gekoppelten Analyse.

Literaturverzeichnis

[1] M. Gell-Mann, Phys. Lett. 8 (1964) 214.

[2] T. Barnes et al., Phys. Rev. Lett. 12 (1964) 204.

[3] F. Abe et al., Phys. Rev. Lett. 73 (1994) 225.,
F. Abe et al., Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 2626,
S. Abachi et al., Phys. Rev. Lett. 73 (1994) 2632.

[4] Alde et al., Phys. Lett. B 314 (1988) 246.

[5] Review of Particle Properties, Phys. Rev. D54, 1 (1996).

[6] J. Weinstein and N. Isgur, Phys. Rev. D 41 (1990) 2236.

[7] D. Morgan and M.R Pennington, Pys. Rev D48 (1993) 1185, 5422.

[8] N.A. Törnqvist, Z. Phys. C 68 (1995) 647.

[9] B.S. Zou and D.V. Bugg, Phys. Rev. D 48 (1993) R3948.

[10] C. Amsler and F. Close, Phys. Rev. D 53 (1996) 295.

[11] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 342 (1995) 433.

[12] M. Teper, Oxford University report OUTP-95-06P (1995).

[13] G. Bali et al., Phys. Lett. B 309 (1993) 378.

[14] Nucl. Phys. B (Proc.Suppl) 34 (1994) 29.

[15] M. Boglione and M.R. Pennington, hep-ph/9703257.

[16] S. Narison, hep-ph/9612448.

[17] A. Donnachie, A.B. Clegg, Z. Phys. C62 (1994) 455.

[18] C. Amsler et al., Phys. Lett. B333 (1994) 277.

[19] B. May et al., Z. Phys. C 46 (1990) 203.

[20] C.Amsler et al., Phys. Lett B355 (1995) 425.

[21] F. Close, P. Page, hep-ph/9701425 und RAL-97-002.

[22] F.E. Close, P.R. Page, Nucl. Phys. B 443 (1995); Phys. Rev. D52 (1995) 1706.

[23] N. Isgur and J. Paton, Phys. Rev D 31 (1985) 2910.

[24] T. Barnes, F.E. Close, P.R. Page, E.S. Swanson, hep-ph/9609339, to be published in Phys. Rev. D.

[25] R. Armenteros, Phys. Lett 17 (1969) 170.

[26] B. Conforto et al., Nucl. Phys. B3 (1967) 469.

[27] N.Barash et al., Phys. Rev. B139 (1965) 1659.

[28] C. Amsler et al., Phys. Lett. B319 (1993) 373.

[29] A. Abele et al., Phys. Lett. B385 (1996) 425.

[30] S. van der Meer, CERN PS AA 80-12 (1980).

[31] S. van der Meer, Stochastic damping of betatron oscillations, CERN/ISR-po/72-31 (1972).

[32] A. H. Sørensen, Introduction to the theory of electron cooling - ECOOL 1984 (Proceedings), Ed. by H Poth - KFK Karlsruhe, 1984, 1-20.

[33] E. Aker et al., Nucl. Instr. Methods A 321 (1992) 69.

[34] M. Kunze, Aufbau und Test eines Triggersystems für das Crystal-Barrel-Experiment' Dissertation an der Universität Karlsruhe (1990).

[35] C. Völcker, Das Kontrollsystem des Crystal-Barrel-Experiments, Diplomarbeit an der Ludwig-Maximilians-Universität, München (1991).

[36] R. Veenhof, GARFIELD user guide, CERN program library W5050(1989).

[37] P.A. Aarnio et al., Fluka users guide. Technical Report TIS-RP-190, CERN(1990).

[38] N.P.Hessey, Split-off recognition with Dolby-C, CB-Note 199 (1992).

[39] M. Benayoun, N. Djaoshvili, P. Hidas, J. Kisiel, R. Landua, L. Montanet and R. Ouared, Split-off recognition in data with charged tracks. The TAXI logics. CB-Note 280 (1995).

[40] R. Bossingham, The Jet Drift Chamber, CB-Note 130 (1990).

[41] W. R. Leo, Techniques for Nuclear und Particle Physics Experiments, Springer-Verlag (1994).

[42] R. Bossingham, Monte Carlo Software CBGEANT CB-Note 169 (1990).

[43] GEANT 3.21, Detector Description and Simulation Tool, CERN program library long writup W5013 (1994).

[44] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 346 (1995) 363-370.

[45] M. Chiba et al., Phys. Rev. D32 (1988) 2021; Phys. Lett. B202 (1988) 447.

[46] J. Reifenröther et al., Phys. Lett. B 267 (1991) 299.

[47] Vortrag von S. Prakhov, Workshop on Strangeness in the Nucleon, CERN, Genf, März 1977.

[48] C. Kolo, Protoniumvernichtung in $K_LK^{\pm}\pi^{\mp}\pi^0$ und $K_LK^{\pm}\pi^{\mp}\pi^0$.
Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München, 1995.

[49] P. Hidas, Kinematic Fitting Software V2.14/00 CB-Note 138 (1993).

[50] P. Nyborg und O. Skjeggestad, Notes on Phase Space; in Relativistic Kinematics, INFN Torino (1969).

[51] H.-P. Dietz, Protoniumvernichtung in $K^0\overline{K}^0\pi$ und $K^0\overline{K}^0\eta$.
Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München, 1994.

[52] O. Cramer, Protoniumvernichtung in K_SK_L, Diplomarbeit an der Universität München, 1993.

[53] M. Heinzelmann, Proto-Antiproton-Annihilation in $K^\pm\pi^\mp K_L$, Diplomarbeit an der Universität Zürich (1996).

[54] C. Amsler et al., Z. Phys. C 58, 175-189 (1993).

[55] C. Amsler and F. Myhrer, Low Energy Antiproton Physics, CERN-PPE/91-29 (1991).

[56] R. Bizzarri et al., Nucl. Phys. B14 (1969) 169.

[57] P. Weidenauer et al., Z. Phys. C47 (1990) 353.

[58] C. Amsler et al., Z. Phys. C58 (1993) 175.

[59] S. v. Dombrowsky, Proton-Antiproton Annihilation at Rest into $\pi^0K_LK_L$, Dissertation, Universität Zürich, 1996.

[60] F.E.Close, An Introduction to Quarks and Leptons, Academic Press, London 1979.

[61] S.J. Lindenbaum und R.M. Sternheimer, Phys,Rev. 105 (1957) 1874.

[62] R.H. Dalitz und D.H. Miller, Phys. Rev. Lett. 6 (1961) 562.

[63] K. Gottfried, J.D. Jackson, Nuovo Cimento 33(1964) 309, phys. Lett. 8 (1964) 144.

[64] C. Zemach, Phys.Rev. B133 (1964) 1201; B140 (1965) 97, 109.

[65] J.M. Blatt and V. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, Wiley, New York (1952).

[66] S.U. Chung et al., Ann. d. Physik 4 (1995) 404.

[67] J. D. Jackson, Nuovo Cimento 34 (1964) 1644.

[68] I. J. R. Aitchison, Nucl. Phys. A189 (1972) 417.

[69] K.M. Watson, Phys. Rev. 88 (1952) 1163.

[70] D. Aston et al., Phys. Lett B149 (1984) 258.

[71] F. James and M. Roos, CERN Program Library D506 (1992).

[72] S. Spanier, Die Beobachtung einer isovektoriellen 0^{++}-Resonanz mit einer Masse von $1470\,\mathrm{MeV}/c^2$ im $\pi^0\pi^0\eta$ -Endzustand der Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe. Dissertation, Universität Mainz, 1994.

[73] z.B. P.G. Hoel, Introduction to Mathematical Statistics, vol. 2. 4th ed. (Wiley, New York, 1971) S. 211.

[74] W.T. Eadie, D. Drijard, F.E. James, M. Roos and B. Sadoulet, Statistical methods in experimental physics (North-Holland, Amsterdam/New York 1971) S. 256.

[75] S. Baker and R.D. Cousins Nucl. Instr. 221 (1984) 437 .

[76] W.E. Cleland et al., Nucl. Phys. B208 (1982) 228.

[77] A. Donnachie, A.B. Clegg, Z. Phys. C34 (1987) 257.

[78] A. Donnachie, A.B. Clegg, Z. Phys. C51 (1991) 689.

[79] B. Pick, Untersuchung der Antiproton-Proton-Annihilation in Ruhe in $K_L K_S \pi^0$. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelm-Univerisität Bonn, 1996.

[80] D. Aston et al., Nucl. Phys. B296 (1988) 493.

[81] C. Amsler et al., Phys. Lett. B 297 (1992) 214.

[82] A. Bettini et al., Nuov. Cim. 63 A4 (1969) 1199.

[83] M. Herz, Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelm-Univerisität Bonn, 1997 (in Vorbereitung).

[84] Christoph Strassburger, Univ. Bonn., private Mitteilung (1997).

[85] Gianluca Usai, INFN -Cagliari, LEAP-Konferenz, Manchester, 1996.

[86] S.I. Bityukov et al., Phys. Lett B188 (1987) 383.

[87] S. Godfrey and N. Isgur, Phys. Rev. D32 (1985) 189.

[88] L. Gray et al., Phys. Rev D27 (1983) 307.

[89] A. Abele et al., Nucl. Phys. A609 (1996) 562.

Persönliche Anmerkungen

Wenn ich zurückblicke auf die letzten Monate vor der Fertigstellung dieser Arbeit, so denke ich zuallererst an meine Tochter Valea, geboren am 29. Januar 1997 in Thoiry. Sie hat mir die anstrengende Zeit durch ihre unermüdliche Fröhlichkeit sehr erleichtert. Ich wünschte, sie könnte mit ihrem Lachen uns Erwachsene noch lange anstecken. Neben Ihr hat auch meine Lebensgefährtin Brigitte mit viel Geduld und Engagement zu Hause zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Mein besonderer Dank geht an meinen Doktorvater, Herrn Prof. M. Faessler (Univ. München), der mir viel Freiheit bei der Wahl und der Durchführung der Analyse ließ, sowie an Dr. Stefan Spanier (Univ. Zürich), der mich ermutigte die gekoppelte Analyse mehrerer $\overline{K}K\pi$-Endzustände trotz vieler Schwierigkeiten zum erfolgreichen Abschluß zu bringen. Die täglichen fruchtbaren Diskussionen mit Stefan über K-Matritzen und Fittechniken waren dabei sehr bereichernd. Unsere Kammermusikabende mit Christine am Klavier brachten die immer wieder nötige Entspannung mit Trios von Haydn und Beethoven, während am CERN die Alphastationen mit 333 MHz nach dem goldenen Fit suchten.

Ich möchte mich auch bei meinen Kollegen Dr. Sven v. Dombrowski (Univ. Zürich), Burkhard Pick (Univ. Bonn) und besonders bei Matthias Heinzelmann (Univ. Zürich) für die vertrauensvolle Bereitstellung der Daten bedanken, die die gekoppelte Analyse erst ermöglichte.

Bei den schwindelerregenden Klettereien durch Isospinräume und am Salève war mir Prof. Dr. C. Zupancic (Univ. München) ein besonders hilfsbereiter Freund und Lehrer.

I cannot forget the instructive getting-started lessons in fitting techniques and the nice accomodation - thanks to Prof. David Bugg (QMC, London).

Im Laufe der Jahre habe ich die freundliche Atmosphäre der Crystal-Barrel-Kollaboration immer wieder zu schätzen gelernt. Neben dem mittäglichen Austausch über die neuesten CERN-Gerüchte, über Weltpolitik und Kinofilme waren auch die gemeinsamen Exkursionen auf den Reculet und ins Vallée Blanche sehr erbauend.

Schließlich möchte ich mich auch bedanken bei den Beschleunigerexperten des LEAR, deren Engangement die einzigartige und hochpräzise Antiprotonenquelle für unser Crystal-Barrel-Experiment so wertvoll machte.

Curriculum Vitae

Allgemeine Daten

Familienname	VÖLCKER
Vorname	Christian
Geburtsdatum	28. Januar 1963
Geburtsort	Erlangen
Staatsangehörigkeit	deutsch
Familienstand	ledig

Schule und Studium

1969-73	Grundschule	Adalbert-Stifter-Schule, Erlangen
1973-82	Gymnasium	Emil-von-Behring-Gymnasium, Spardorf
1982-83	Universität	Physikal. Fakultät, Erlangen (Grundstudium Physik, 1./2. Fachsemester)
1984-85	Zivildienst	Offene Behindertenarbeit der Evang. Jugend München
1985-1986	Universität	Pädagog. Fakultät München Musikpädagogik mit Nebenfach Französisch und Musikwissenschaften
1986-87		Physikal. Fakultät, Erlangen (Grundstudium Physik, 3./4. Fachsemester) Spracheninstitut der Univ. Erlangen Spanisch (1. und 2. Semester)
1987-91		Physikal. Fakultät, München Hauptstudium Physik Nebenfach Digitale Sprachsignalverarbeitung
1991-96		Physikal. Fakultät, München Wiss. Mitarbeiter mit Gelegenheit zur Promotion

Abschlußzeugnisse

1982	Abitur	Emil-von-Behring-Gymnasium, Spardorf
1987	Physik, Vordiplom	Universität Erlangen
1991	Physik, Hauptdiplom	Universität München
1997	Physik, Promotion	Univeristät München

Diplomarbeit

1990-91	CERN	'Das Kontrollsystem des Crystal-Barrel-Experiments'

Doktorarbeit

1991-97	CERN	Untersuchung von $(K\overline{K})_P$-Endzuständen in Proton-Antiproton-Annihilationen