Untersuchung der $\omega\pi^+\pi^-$- und $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustände aus der $\overline{p}p$-Annihilation im Fluge

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN
von der Fakultät für Physik der Universität(TH)
Karlsruhe

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Phys. Stefan Bischoff
aus Heilbronn

Tag der mündlichen Prüfung:	26. November 1999
Referent:	Prof. Dr. D. Engelhardt
Koreferent:	Prof. Dr. M. Feindt

Abstract

This work describes the analysis of $\overline{p}p$-annihilation at an antiproton beam momentum of 1200 MeV/c into the $\omega\pi^0\pi^0$- and $\omega\pi^+\pi^-$-final states. The data were taken with the Crystal Barrel spectrometer at CERN, using the low energy antiproton ring LEAR as source of antiprotons.

The incident antiprotons annihilate in a liquid hydrogen target, giving raise to charged and neutral annihilation products observed in the detector. The major components of the Crystal Barrel spectrometer are a jet drift chamber for the detection of charged pions and kaons, and a barrel-shaped electromagnetic calorimeter for the detection of photons. About five million events were taken with a selective trigger basically on antiproton reaction and on two long charged tracks.

Out of the initial sample, 11000 $\omega\pi^+\pi^-$- and 14000 $\omega\pi^0\pi^0$-events were selected and reconstructed, containing a background fraction of 22 % and 32 %, respectively. Taking the background- and acceptance-distributions into account, the total $\overline{p}p$-annihilation cross section into the two $\omega\pi\pi$-final states could be determined to be:

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega\pi^+\pi^-} &= 4.33 \pm 0.48\, mb \\ \sigma_{\omega\pi^0\pi^0} &= 1.28 \pm 0.11\, mb \end{aligned}$$

The selected data samples were used to perform a partial wave analysis. The amplitude was constructed using helicity- and K-matrix-formalism. A modified likelihood function allowed for the first time to subtract background in a likelihood analysis. The main contributions to the $\omega\pi\pi$-data samples were found to stem from the $\pi\pi_S$-wave, the tensor-meson $f_2(1270)$ and, in case of the $\omega\pi^+\pi^-$-final state additionally from the $\rho(770)$. Both data samples also contained smaller contributions from $b_1(1235)$.

The main result of this work is the first observation of the $b_1(1800)$-meson with quantum numbers 1^+1^{+-}. It's mass, width and D/S-ration were determined to be

$$\begin{aligned} m_{b_1(1800)} &= (1804 \pm 37) MeV/c^2 \\ \Gamma_{b_1(1800)} &= (271 \pm 44) MeV/c^2 \\ D/S &= 1.0 \pm 0.3 \end{aligned}$$

The mass found in this analysis agrees well with the prediction for the first radial excitation of the $b_1(1235)$ within the frame of the Godfrey-Isgur model. The $b_1(1800)$-meson probably is the first particle of the radially excited 1^{+-}-nonett to be observed.

Zusammenfassung

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Analyse der $\omega\pi^+\pi^-$- und $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustände aus der $\overline{p}p$-Annihilation bei einem Antiproton-Strahlimpuls von 1200 MeV/c. Die untersuchten Daten wurden mit dem Crystal Barrel Detektor am Niederenergie-Antiproton-Ring LEAR am europäischen Forschungszentrum für Kern- und Teilchenphysik CERN in Genf aufgezeichnet.

Die vom LEAR kommenden Antiprotonen reagieren mit den Protonen einer flüssigen Wasserstoffprobe. Die dabei entstehenden Reaktionsprodukte werden mit dem Crystal Barrel Detektor nachgewiesen. Die wesentlichen Bestandteile des Detektors sind eine Driftkammer zur Rekonstruktion von Spuren geladener Pionen und Kaonen und ein elektromagnetisches Kalorimeter zum Nachweis von Photonen. Mit einem speziellen Trigger auf Reaktionen mit zwei langen Spuren geladener Teilchen und einer bestimmten Mindestgesamtenergie wurden etwa fünf Millionen Ereignisse aufgezeichnet.

Daraus konnten etwa 11000 $\omega\pi^+\pi^-$- und 14000 $\omega\pi^0\pi^0$-Ereignisse selektiert und rekonstruiert werden. Monte-Carlo-Studien ergaben einen Untergrundanteil von 22 bzw. 32 Prozent, der hauptsächlich Endzuständen mit zwei geladenen ρ-Mesonen zuzuschreiben ist. Unter Berücksichtigung der Untergrund- und Akzeptanzverteilungen ergaben sich für die totalen Wirkungsquerschnitte der $\overline{p}p$-Annihilation in die $\omega\pi^+\pi^-$- und $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustände folgende Werte:

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega\pi^+\pi^-} &= 4.33 \pm 0.48\, mb \\ \sigma_{\omega\pi^0\pi^0} &= 1.28 \pm 0.11\, mb \end{aligned}$$

Zur Beschreibung der experimentellen Spektren wurde eine Partialwellenanalyse der selektierten Datensätze unter Benutzung des Helizitäts- und des K-Matrixformalismus durchgeführt. Dank einer modifizierten Likelihood-Funktion war erstmals eine Likelihood-Analyse mit Untergrundsubtraktion möglich. Als Hauptbestandteile der $\omega\pi\pi$-Datensätze erwiesen sich die $\pi\pi_S$-Welle und das Tensormeson $f_2(1270)$, im Fall des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes zusätzlich das $\rho(770)$-Meson. Beide Datensätze enthalten kleinere Anteile des $b_1(1235)$-Mesons.

Wichtigstes Ergebnis dieser Arbeit ist die erstmalige Beobachtung eines Mesons mit den Quantenzahlen 1^+1^{+-}, das hier als $b_1(1800)$ bezeichnet wird. Für Masse, Breite und das D/S-Verhältnis dieser neuen Resonanz wurden folgende Werte gefunden:

$$\begin{aligned} m_{b_1(1800)} &= (1804 \pm 37) MeV/c^2 \\ \Gamma_{b_1(1800)} &= (271 \pm 44) MeV/c^2 \\ D/S &= 1.0 \pm 0.3 \end{aligned}$$

Die hier gefundene Masse stimmt gut mit der vom Godfrey-Isgur-Modell für die erste radiale Anregung des $b_1(1235)$-Mesons vorhergesagten Masse überein. Das $b_1(1800)$ stellt damit sehr wahrscheinlich das erste beobachtete Teilchen des radial angeregten axialvektoriellen Nonetts dar.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung und Motivation

Das Ziel der Teilchenphysik ist das Verständnis der fundamentalen Gesetzmäßigkeiten in der Natur und deren einheitliche Beschreibung mit Hilfe von Eichtheorien. Nach heutiger Kenntnis gibt es vier fundamentale Kräfte, die die Wechselwirkung zwischen den Bausteinen der Materie vermitteln. Neben der starken und der elektromagnetischen Kraft sind dies die schwache und die Schwerkraft. Lediglich für die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung konnte bisher eine einheitliche Beschreibung im Rahmen des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung gefunden werden [1]. Die Prozesse der starken Wechselwirkung werden durch die Quantenchromodynamik QCD beschrieben, die bisher nur im hochenergetischen Bereich durch störungstheoretische Ansätze anwendbar ist. Für die Schwerkraft konnte bis jetzt keine Beschreibung im Rahmen einer Eichtheorie gefunden werden.

1.1 QCD

Nach der Entdeckung des Neutrons [2] stellte sich bald heraus, daß die Kernkräfte zwischen Nukleonen unabhängig von deren elektrischer Ladung sind. Bezüglich der Kernkraft verhalten sich Proton und Neutron identisch, der geringe Unterschied in der Teilchenmasse kann durch die unterschiedlichen elektrischen Ladungen erklärt werden. Durch dieses Verhalten wird eine innere Symmetrie impliziert, bezüglich der die beiden Teilchen verschiedene Erscheinungsformen desselben Zustandes sind. Zur Beschreibung dieses Sachverhalts wird der beim Elektron eingesetzte Spinformalismus, dem die Symmetriegruppe SU(2) zugrunde liegt, auf die beiden Nukleonzustände übertragen. Man spricht hier vom sogenannten Isotopen- oder Isospin. Nach dem von Heisenberg eingeführten Isospin-Konzept können alle stark wechselwirkenden Teilchen in Multipletts geordnet werden [3]. Die Entdeckung von Hyperonen erforderte die Erweiterung der Symmetrie um eine Dimension und damit die Benutzung der Lie-Gruppe SU(3) mit dem Freiheitsgrad *flavour* [4]. Die Flavour-Ladungen der SU(3) werden von sogenannten *quarks* [5] getragen, deren Flavour als u, d und s (*up, down* und *strange*) bezeichnet werden. Ihr Spin ist 1/2 und sie tragen drittelzahlige elektrische Ladung. Das u- und das d-Quark sind massenentartet und bilden wie zuvor ein Isospin-Duplett. Das schwerere s-Quark trägt die Quantenzahl *strangeness*, die in der starken Wechselwirkung erhalten ist, nicht jedoch in der schwachen. Durch dieses Verhalten werden die langen Lebenszeiten der Λ- und K-Teilchen erklärt. Die Einordnung von Mesonen in Multipletts ist in Abbildung 1.1 exemplarisch für die nicht angeregten pseudoskalaren und vektoriellen Zustände der Flavour-SU(3) dargestellt.

In diesem einfachen Quarkmodell sind mehrere Mängel verborgen. Zum einen ist es nicht in

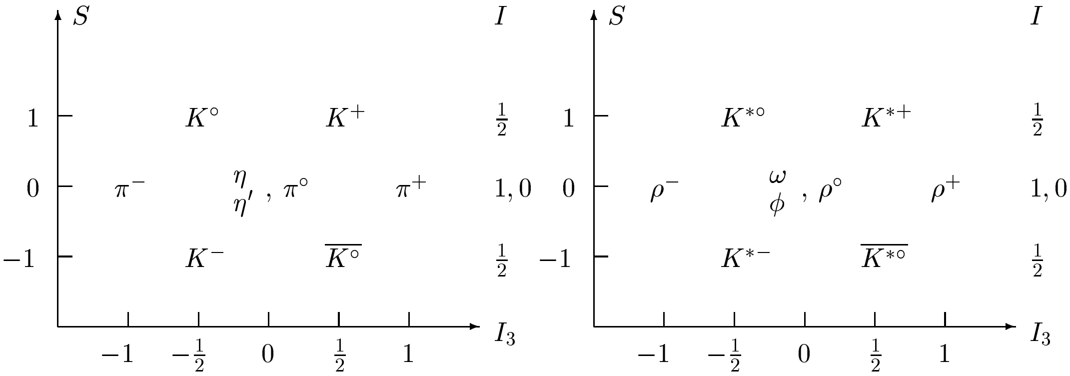

Abbildung 1.1: *Die Nonetts der pseudoskalaren Mesonen (links) und Vektormesonen (rechts)*

der Lage, die Abwesenheit von Teilchen mit nicht ganzzahliger elektrischer Ladung zu erklären. Zum anderen verbietet die Fermi-Dirac-Spinstatistik Teilchen wie das Δ^{++} aus dem $J^P = 3/2^+$ Baryon-Dekuplett, das sich aus drei u-Quarks im selben quantenmechanischen Zustand zusammensetzt. Um diese Probleme zu umgehen, wurde als weitere verborgene Symmetrie die sogenannte Farbe eingeführt, die den Eigenschaften der Lie-Algebra $SU(3)_{Farbe}$ folgt [6]. Mit der Hypothese des Farbeinschlusses (*confinement*), nach der nur Farb-Singulett-Zustände existieren, ergeben sich als einfachste farbneutrale Systeme die Mesonen ($q\overline{q}$) und die Baryonen (qqq). Es sind jedoch weitere Singulett-Zustände wie etwa Multiquark-Systeme ($qq\overline{qq}$) denkbar [7].

Die Symmetrie der $SU(6)_{flavour}$ mit den sechs bekannten Quarkflavours *up*, *down*, *strange*, *charm*, *bottom* und *top* ist aufgrund der sehr unterschiedlichen Quarkmassen stark gebrochen. Im Gegensatz dazu ist die Symmetrie der $SU(3)_{Farbe}$ exakt. Die zunächst willkürlich erscheinende Einführung einer verborgenen Symmetrie kann durch experimentelle Ergebnisse wie etwa die Messung des Verhältnisses R der Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $e^+e^- \to$ *Hadronen* und $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ nachträglich gerechtfertigt werden. Die $SU(3)_{Farbe}$ wird daher als Symmetriegruppe der starken Wechselwirkung angesehen und zur Eichsymmetrie gemacht. Das Verfahren der Eichsymmetrie wurde erstmals in der Theorie der elektromagnetischen Prozesse, der Quantenelektrodynamik QED [8], angewandt. Die klassischen Maxwell-Gleichungen sind invariant unter lokalen Eichtransformationen, für die QED findet man die Symmetriegruppe U(1) als Eichsymmetrie. In diesem Formalismus wird die elektromagnetische Wechselwirkung durch das zugehörige Eichfeld von Austauschbosonen, den Photonen, vermittelt. Das Eichfeld der QCD besteht aus acht masselosen Vektorbosonen, den sogenannten Gluonen, die selbst Farbladung tragen [9]. Diese Tatsache führt dazu, daß die Eichsymmetrie der QCD nicht-abelsch ist. Sie wird benutzt, um die spezielle Energieabhängigkeit der QCD-Kopplungskonstante und den Einschluß von Quarks und Gluonen in Hadronen zu beschreiben [10].

1.2 Gluebälle und Hybride

Durch die Selbstkopplung der QCD-Eichbosonen werden Farb-Singulett-Zustände erlaubt, die nur aus Gluonen bestehen. Wie die Mesonen sollten diese ein ganzes Spektrum von sogenannten Gluebällen [11] bilden. Da die Massen, Breiten und Kopplungen dieser Teilchen nicht störungstheoretisch bestimmt werden können, bedient man sich verschiedener phänomenologischer Modelle [14, 15, 16] zur Vorhersage ihrer Eigenschaften. Von allen Modellen wird der leichteste Glueball mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{++}$ und die nächstschwereren mit den Quantenzahlen 2^{++} und 0^{-+} vorhergesagt. Die vorhergesagten Massen sind stark modellabhängig und variieren etwa im Fall des nicht angeregten skalaren Glueballs in einem Bereich von circa 650 MeV/c^2 [12] bis 1710 MeV/c^2 [13].

Der Nachweis des vorhergesagten Glueballspektrums ist ein wichtiger noch zu erbringender Beweis für die Gültigkeit der QCD. Ganz besonders die zweifelsfreie Identifikation des leichtesten skalaren Glueballs ist ein entscheidender Schritt in diese Richtung, da durch ihn eine Kalibration des gesamten Spektrums und damit eine Verbesserung der Modelle und ihrer Vorhersagen möglich wird. Leider erschwert aber gerade die komplizierte experimentelle Situation im skalaren Sektor mit einer großen Anzahl beobachteter Zustände deren eindeutige Interpretation. Durch die Analyse der Produktions- und Zerfallsmoden der entsprechenden Teilchen kommen die Autoren von [17] zu dem Schluß, daß der leichteste skalare Glueball mit den benachbarten skalaren Mesonen mischt. Demnach wäre das u.a. von Crystal Barrel beobachtete $f_0(1500)$ [60] hauptsächlich ein Glueball, während das $f_0(1370)$ mit dem isoskalaren Mitglied des leichtesten skalaren Oktetts identifiziert wird. Der zugehörige Singulett-Zustand wird im $f_J(1710)$ mit $J = 0$ vermutet. Bis jetzt konnte allerdings ein Spin von $J = 2$ nicht definitiv ausgeschlossen werden. Alle drei Teilchen wurden unter anderem am Crystal Barrel Experiment beobachtet.

Neben den Gluebällen gehören auch die sogenannten Hybride zu den von der QCD vorhergesagten Teilchen. Dabei kann es sich z.B. um normale Mesonen mit einem zusätzlichen Konstituentengluon ($q\overline{q}g$) handeln. Dank des zusätzlichen Bausteins können Hybride exotische Quantenzahlen annehmen, die herkömmlichen Mesonen nicht erlaubt sind. Das $\hat{\rho}(1405)$ [18] mit den Quantenzahlen 1^{-+} gilt als Hybridkandidat.

1.3 Schwerere Resonanzen

Die direkte Beobachtung eines Zustandes mit exotischen Quantenzahlen ist bis jetzt nur in dem oben genannten Fall gelungen. Da sich exotische Teilchen in ihren Quantenzahlen nicht unbedingt von herkömmlichen Mesonen unterscheiden, erfordert die Suche nach Gluebällen und Hybriden eine möglichst gute Kenntnis der Besetzung von Mesonen-Nonetts. Überzählige Zustände im Massenbereich eines voll besetzten Nonetts können dann als exotische Teilchen identifiziert werden. Der Crystal Barrel Detektor hat sich als hervorragendes Mesonenspektrometer bei der Vermessung der $\overline{p}p$-Annihilation in Ruhe bewährt. Diese erlaubt jedoch nur die Beobachtung von Zuständen mit einer Masse bis zu circa 1700 MeV/c^2. Die Vielzahl der von anderen Experimenten, wie etwa dem E760- oder dem GAMS-Experiment, gesehenen Zustände oberhalb dieser Grenze legt nahe, daß sich darunter auch exotische Teilchen befinden. Aus diesem Grund werden nun von der Crystal Barrel Kollaboration vermehrt Analysen der Endzustände aus der $\overline{p}p$-Annihilation im Fluge durchgeführt.

Die in dieser Arbeit untersuchten $\omega\pi\pi$-Datensätze bieten die Möglichkeit, Resonanzen mit

	$I^G J^{PC}$	$N^{(2S+1)}L_J$	m	Γ
$\rho(1450)$	1^+1^{--}	2^3S_1	1465 ± 25	310 ± 60
$\rho(1700)$	1^+1^{--}	1^3D_1	1700 ± 20	240 ± 60
$\rho_3(1690)$	1^+3^{--}	1^3D_3	1691 ± 5	160 ± 10
$b_1(1235)$	1^+1^{+-}	1^1P_1	1229.5 ± 3.2	142 ± 9

Tabelle 1.1: *Einordnung der etablierten $\omega\pi$-Resonanzen in SU(3)$_{flavour}$-Nonetts. Die Massen m und die Breiten Γ sind in MeV/c^2 angegeben.*

einer Masse bis zu knapp 1400 MeV/c^2 im $\pi\pi$-System und bis zu etwa 2000 MeV/c^2 im $\omega\pi$-System zu beobachten. Während die Beobachtung des $\pi\pi$-Systems gegenüber den Analysen in Ruhe also keine neuen Erkenntnisse verspricht, erlaubt das $\omega\pi$-System die Untersuchung eines der Analyse in Ruhe nicht zugänglichen Massenbereiches. Von den laut [46] als etabliert geltenden Resonanzen mit einer Masse von weniger als 2000 MeV/c^2 können das radial angeregte $\rho(1450)$-Meson, die angeregten Mesonen $\rho(1700)$ und $\rho_3(1690)$ sowie der axialvektorielle Zustand $b_1(1235)$ mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 1^{+-}$ in das $\omega\pi$-System zerfallen. Von diesen Teilchen liegen die $\rho(1700)$- und $\rho_3(1690)$-Mesonen in einem bei der $\bar{p}p$-Annihilation in Ruhe nur schlecht oder gar nicht zugänglichen Massenbereich. Die Einordnung der genannten Teilchen in die Nonetts der SU(3)$_{flavour}$ sowie ihre experimentell bestimmten Massen und Breiten sind in Tabelle 1.1 dargestellt.

Neben der Beobachtung schon etablierter Teilchen stellt die Überprüfung der Voraussagen theoretischer Modelle eine besondere Motivation dieser Arbeit dar. Als sehr erfolgreich in der Vorhersage von Mesonen und von deren Massen hat sich das Godfrey-Isgur-Modell erwiesen [19]. Es handelt sich dabei um ein relativistisches Quarkmodell, bei dem die Wechselwirkung der Konstituentenquarks für kurze Abstände durch den Austausch eines Gluons modelliert wird. Der Einschluß der Quarks und Gluonen in Hadronen wird durch einen linearen Anteil am Wechselwirkungspotential beschrieben. Neben verschiedenen relativistischen Effekten berücksichtigt das Godfrey-Isgur-Modell auch die Energieabhängigkeit der starken Kopplungskonstante $\alpha_S(Q^2)$. Für die Vorhersagen der Massen von Mesonen aus den leichten Quarks *up*, *down* und *strange* erwarten die Autoren von [19] eine Genauigkeit von etwa 25 MeV/c^2.

Als besonders interessant für diese Arbeit darf die Vorhersage der ersten radialen Anregung des $b_1(1235)$-Mesons gewertet werden. Dieses neue Teilchen, das hier von jetzt an als $b_1(1800)$ bezeichnet wird, liegt mit einer vorhergesagten Masse von 1780 MeV/c^2 genau in dem bisher unzugänglichen Bereich zwischen 1700 MeV/c^2 und 2000 MeV/c^2. Da sein Grundzustand $b_1(1235)$ dominant in $\omega\pi$ zerfällt, wird trotz der größeren Masse auch für die Zerfälle des $b_1(1800)$ ein großer Anteil dieses Kanals erwartet. Falls das $b_1(1800)$ im vorhergesagten Massenbereich existiert sollte es also in der folgenden Analyse der $\omega\pi\pi$-Endzustände aus der $\bar{p}p$-Annihilation im Fluge gefunden werden. Es wäre damit das erste beobachtete Teilchen des radial angeregten axialvektoriellen Nonetts 2^1P_1.

Kapitel 2

Das Crystal Barrel Experiment

2.1 Erzeugung der Antiprotonen

Zur Erzeugung von Antiprotonen werden zunächst Protonen aus einem Linearbeschleuniger in das CERN-Proton-Synchrotron PS eingespeist und dort auf einen Impuls von 26 GeV/c beschleunigt. Beim Beschuß eines Wolframtargets mit dem Protonenstrahl entstehen Antiproton-Proton-Paare, die aufgrund der unterschiedlichen elektrischen Ladung der beiden Teilchen getrennt werden können [20]. Die Antiprotonen werden mit einem Impuls von 3.5 GeV/c in den Antiproton-Akkumulator ACOL geleitet und dort für etwa einen Tag gespeichert. Aufgrund der langen Speicherzeit verschwinden Verunreinigungen des Strahls durch kurzlebige Mesonen nahezu vollständig. Stochastische Kühlung [21] in longitudinaler und transversaler Richtung reduziert den Phasenraum der Antiprotonen. Stündlich lassen sich bis zu $3 \cdot 10^9$ Antiprotonen aus dem ACOL extrahieren, die dann im PS auf einen Impuls von 600 MeV/c abgebremst und von dort in den Niederenergie-Antiproton-Ring LEAR [22] transferiert werden. Im LEAR wird sowohl stochastische als auch Elektronenkühlung eingesetzt, um Winkeldivergenzen des Strahls und die Streuung des longitudinalen Impulses zu vermindern. LEAR erreicht eine relative Impulsunschärfe von $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-4}$ bei einer horizontalen Winkelemittanz von 2π mm mrad in einem Impulsbereich von 65 MeV/c bis zum maximalen Strahlimpuls von 1.94 GeV/c und kann gleichzeitig mehrere Experimente bedienen. Bei Messungen von Annihilationen im Fluge werden bis zu $3 \cdot 10^5 \overline{p}/s$ durch den Crystal-Barrel-Detektor geschickt, um eine Annihilationsrate von etwa 3000/s und damit die Sättigung der Datennahme zu erreichen.

2.2 Der Detektor

Der folgende Abschnitt gibt einen kurzen Überblick über den Crystal-Barrel-Detektor. Sehr ausführliche Beschreibungen finden sich in [23, 24].

2.2.1 Überblick

An das Detektorsystem werden verschiedene Anforderungen gestellt. Alle geladenen und neutralen Mesonen samt deren Zerfallsprodukte sollen im vollen Raumwinkel bei hoher Orts-, Impuls- und Energieauflösung erfaßt werden können. Die Rekonstruktion der Kinematik von kurzlebigen Mesonen aus der Messung der Zerfallsprodukte muß möglich sein. Die Bestimmung des differentiellen Energieverlustes dE/dx geladener Teilchen soll eine Unterscheidung

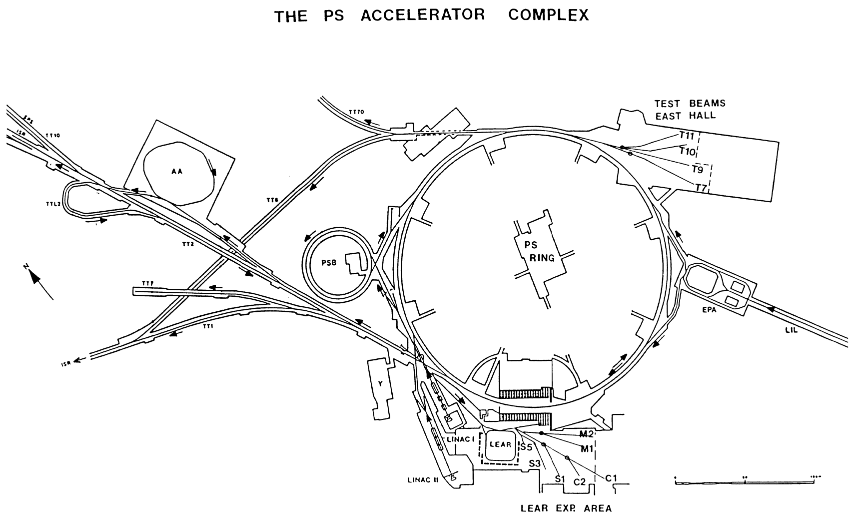

Abbildung 2.1: *Der Antiprotonkomplex am CERN mit den Anlagen PS, ACOL(AC + AA) und LEAR*

von Pionen und Kaonen zulassen. Es sollen Experimente mit flüssigem und gasförmigem Wasserstoff sowie mit Deuterium bei allen vom LEAR zur Verfügung gestellten Strahlimpulsen möglich sein. Außerdem soll das Datenerfassungssystem mit Raten von mehr als 50 Hz arbeiten und damit zusammen mit einem selektiven Trigger die Anreicherung seltener Endzustände ermöglichen. Aus diesen Anforderungen ergab sich der Aufbau des Detektorsystems.

Die Antiprotonen gelangen durch einen Siliziumzähler in das Target, das von zwei zylindrischen Vieldrahtproportionalkammern zur Bestimmung der geladenen Multiplizität eines Ereignisses umgeben ist. Die geladenen Spuren werden von einer Jet-Drift-Kammer aufgezeichnet, an die sich ein segmentiertes elektromagnetisches Kalorimeter zur ortssensitiven Bestimmung von Photonenergien anschließt. Die Bahnen geladener Teilchen werden zur Impulsbestimmung in einem solenoidalen Magnetfeld gekrümmt, das von einem konventionellen Magneten in einem kastenförmigen Eisenjoch erzeugt wird. Zum Nachweis von Teilchen aus der kosmischen Strahlung befindet sich über und unter dem Eisenjoch jeweils ein Szintillatorhodoskop.

2.2.2 Wasserstoffprobe und Zähler

Die Antiprotonen verlassen den LEAR durch ein 100 μm dickes Berylliumfenster, das das Vakuum der Strahlröhre gegenüber der Umgebung abschließt. Der Strahlquerschnitt wird durch einen Szintillationszähler und eine vierfach segmentierte Siliziumdiode kontrolliert. Durch die Diode wird außerdem das Startsignal (Trigger) für die Ausleseelektronik gegeben. Die anschließende Probe hat eine Länge von 44 mm und einen Durchmesser von 17 mm. In Strahlrichtung hinter der Probe befindet sich ein weiterer Szintillationszähler, dessen Signal ein Veto für Antiprotonen liefert, die nicht im Target annihiliert haben. Liefert der Eingangszähler während der Detektortotzeit ein weiteres Signal, so wird das aktuelle Ereignis als *pile-up* markiert.

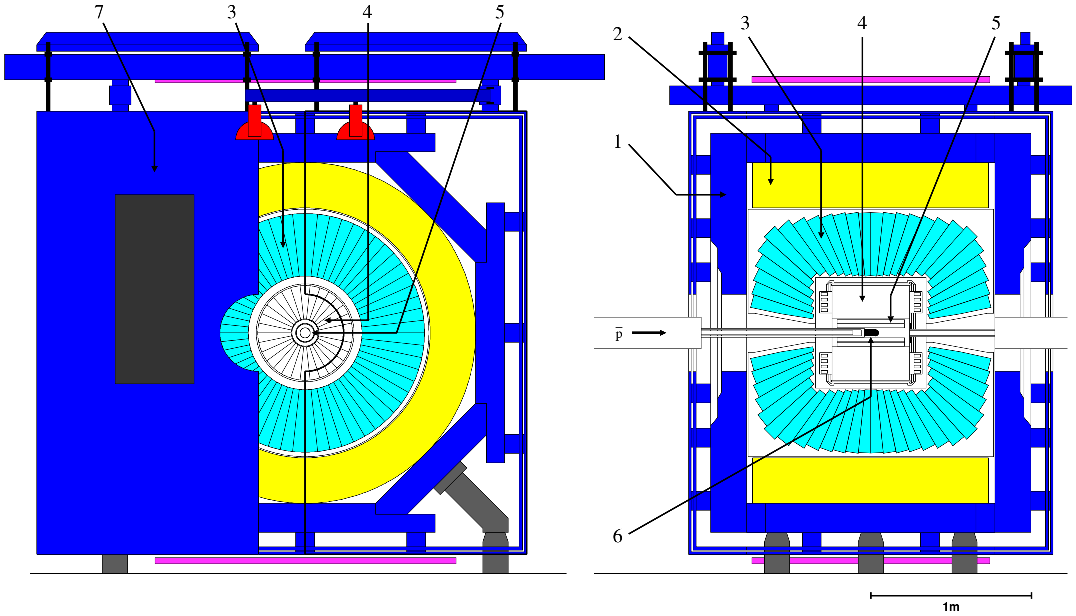

Abbildung 2.2: *Schematische Front- und Seitenansicht des Crystal Barrel Detektors. 1.) Eisenjoch, 2.) Magnetspule, 3.) elektromagnetisches Kalorimeter, 4.) Jet-Driftkammer, 5.) Vieldrahtproportionalkammern, 6.) Wasserstoffprobe.*

2.2.3 Vieldrahtproportionalkammern (PWC)

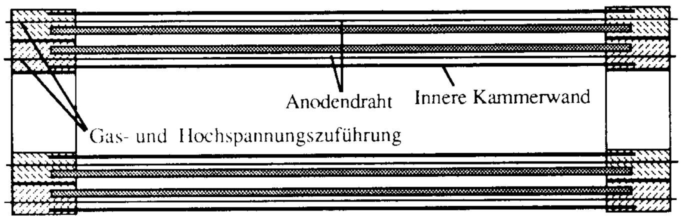

Abbildung 2.3: *Schematische Darstellung der Vieldrahtproportionalkammern*

Durchdringt ein geladenes Teilchen ein Gas oder ein Gasgemisch, so werden entlang der Flugbahn die Gasatome bzw. -moleküle ionisiert. In einem äußeren elektrischen Feld bewegen sich die ionisierten Gasteilchen in Richtung der Kathode, die freigesetzten Elektronen in Richtung Anode. Besteht die Anode aus einem oder mehreren Drähten, so ergibt sich durch den in Drahtnähe anwachsenden Feldgradienten eine Ladungslawine. Die Stärke des elektrischen Feldes wird so eingestellt, daß die Zahl der Elektronen an den Anodendrähten und damit das gemessene Signal proportional zur Zahl der ursprünglich entlang der Teilchenbahn freigesetzten Elektronen ist.

Im Crystal-Barrel-Experiment ist das Target von zwei koaxial angeordneten einlagigen zylindrischen Proportionaldrahtkammern von 35 cm Länge umgeben. Die innere Kammer mit 90 Drähten in einem radialen Abstand von 25.2 mm von der Strahlachse überdeckt einen Raumwinkel von $99\% \cdot 4\pi$, während die äußere Kammer mit ihren 150 Drähten in 43 mm Abstand von der Strahlachse einen Raumwinkel von $97\% \cdot 4\pi$ umschließt. Beide Kammern sind mit einem Gasgemisch aus 69.5% Argon, 30% Ethan und 0.5% Freon gefüllt, das sich durch eine hohe Driftgeschwindigkeit der freigesetzten Elektronen auszeichnet. Dank des schnellen Gasgemisches kann mit Hilfe der Proportionaldrahtkammern auf die geladene Multiplizität eines Ereignisses getriggert werden. Der Abstand der beiden Drahtlagen ist so gewählt, daß bei Ereignissen mit einem K_S, das in zwei geladene Pionen zerfällt, die geladene Multiplizität zwischen den beiden Kammern häufig um zwei zunimmt ($c\tau_{K_S} = 2.675cm$). Durch entsprechende Triggerbedingungen können diese seltenen Ereignisse angereichert werden. Die Ortsauflösung in der $r\phi$-Ebene ist durch den Drahtabstand auf eine Genauigkeit von etwa 2 mm beschränkt, aus Platzgründen wird auf einen zweiten Vorverstärker pro Draht und damit auf die Auswertung der z-Koordinate verzichtet.

2.2.4 Jet-Driftkammer (JDC)

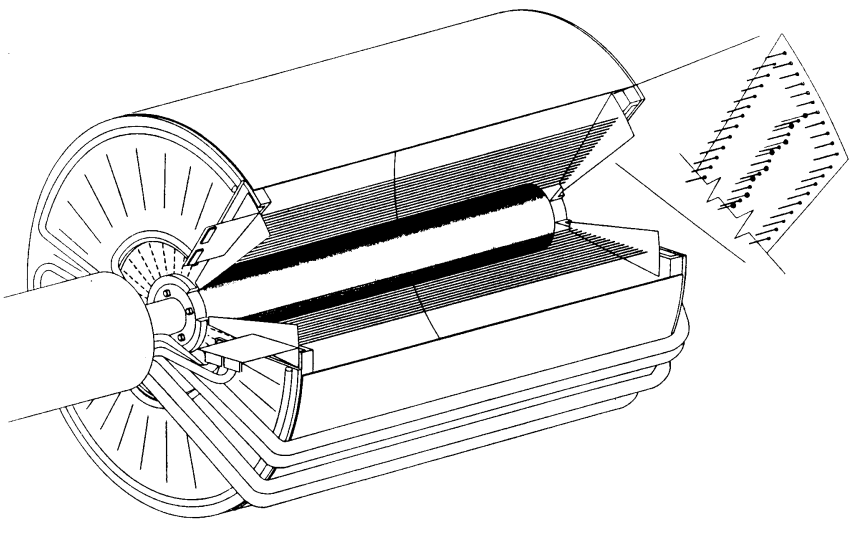

Abbildung 2.4: *Schematische Darstellung der Jet-Driftkammer. Die Vergrößerung eines Sektors zeigt außen die Felddrähte und innen die gegenüber den Feldkorrekturdrähten versetzten Signaldrähte.*

Mit einer Driftkammer soll ein vollständiges dreidimensionales Bild der Flugbahn eines geladenen Teilchens gemessen werden. Zu diesem Zweck wird neben den Amplituden an den Drahtenden auch noch die Driftzeit der entlang der Teilchenbahn freigesetzten Elektronen aufgezeichnet. Aus der Kenntnis der Driftgeschwindigkeit kann auf die Distanz rückgeschlossen werden, in der das ionisierende Teilchen an den Drähten vorbeigeflogen ist. Dabei muß das Driftfeld in der gesamten Kammer möglichst konstant sein, der Verstärkungsbereich mit stark ansteigendem Feldgradienten wird also auf wenige Millimeter in der Nähe der Signaldrähte beschränkt.

Die im Crystal-Barrel-Experiment eingesetzte Jet-Driftkammer (JDC) wurde nach dem Vorbild einer radial angelegten Vieldrahtproportionalkammer mit konstantem Driftfeld des JADE-Experimentes am Deutschen Elektron Synchrotron (DESY) gestaltet. Die radiale Anordnung der Feld- und Signaldrahtebenen erlaubt bei kompakter Bauweise eine große Zahl von Nachweisdrähten und damit eine sehr gute Impulsauflösung. Die zylindrische JDC hat eine Länge von 40 cm und ist in 30 azimutale Sektoren unterteilt. Die Sektoren werden von 46 Felddrähten begrenzt, in der Mittelebene jedes Sektors befinden sich abwechselnd insgesamt 23 Signaldrähte und 22 Feldkorrekturdrähte. An den Felddrähten liegt je nach Abstand zur Mittelebene eine Spannung zwischen 2.8 und 4.5 kV an, die Spannung an den Feldkorrekturdrähten beträgt 2.3 kV. Diese Anordnung sorgt für ein konstantes Driftfeld von 1 kV/cm, durch die Feldkorrekturdrähte wird eine Gasverstärkung von $5 \cdot 10^4$ erreicht. Um entscheiden zu können, durch welche Sektorenhälfte ein Teilchen geflogen ist, sind die Signaldrähte gegenüber der Mittelebene abwechselnd um 0.2 mm nach links oder rechts versetzt (*staggering*).

Das aktive Volumen der JDC ergibt sich aus der Anordnung der Signaldrähte. Innerste und äußerste Anodenlage haben einen Radius von 63 mm und 239 mm, die sensitive Länge der Signaldrähte beträgt 396 mm. Aus der Minimalforderung nach drei getroffenen Drahtlagen zur Bestimmung einer Spur ergibt sich ein maximal abgedeckter Raumwinkel von $93\% \cdot 4\pi$, für lange Spuren verringert sich der abgedeckte Raumwinkelbereich entsprechend der Zahl der geforderten Drahtlagen.

Um trotz der kompakten Abmessungen der JDC eine gute Impulsauflösung zu erhalten, werden die Spuren geladener Teilchen durch ein starkes Magnetfeld von 1.5 T gekrümmt. Damit dadurch die Driftzellen nicht zu sehr verzerrt werden kommt ein langsames Gasgemisch aus 90% Kohlendioxid und 10% Isobutan zum Einsatz. Bei einer Betriebstemperatur von 25 ^{o}C und Normaldruck ergibt sich für die Driftelektronen eine Geschwindigkeit von 0.92 cm/μs und damit ein Lorentzwinkel von $\alpha_L \leq 7.2^o$. Im Interesse einer guten Ortsauflösung wird die Temperatur in der JDC auf $\pm 0.1^o$C konstant gehalten und die Gasmischung mit Massenflußreglern gesteuert. Die Schwankungen des Gasdrucks in der Kammer mit dem Außendruck werden regelmäßig gemessen und aufgezeichnet, damit die Driftzeiten bei der Datenrekonstruktion entsprechend korrigieren werden können.

Die Auslese der Signale an den Drahtenden erfolgt durch direkt auf die Endkappen der JDC montierte Vorverstärker. Die z-Position des Teilchendurchgangs wird aus dem Verhältnis der integrierten Amplituden an den beiden Drahtenden mit einer Auflösung von 7.5 mm bestimmt. Die Position in der $r\phi$-Ebene ergibt sich aus der angesprochenen Drahtlage und der gemessenen Driftzeit, die Auflösung beträgt 0.2 mm. Die Summe der beiden integrierten Amplituden ist proportional zur Zahl der ionisierten Gasteilchen in einer Driftzelle, und damit ein direktes Maß für den differentiellen Energieverlust dE/dx des beobachteten Teilchens. Mit dieser Information lassen sich geladene Kaonen und Pionen bis zu einem Impuls von etwa 500 MeV/c unterscheiden.

Zur Eichung der JDC werden für jeden Datenrun $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignisse selektiert. Aus dem bekannten Strahlimpuls und den gemessenen Impulsen der geladenen Pionen läßt sich das Spektrum des invarianten π^0-Massenquadrates bestimmen. Die Lage des darin sichtbaren π^0-Signals wird durch Variation des Wertes für den Gasdruck in Übereinstimmung mit der nominalen π^0-Masse gebracht [25].

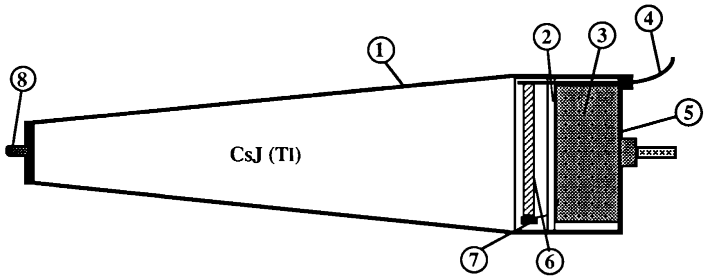

Abbildung 2.5: *Das Schema eines Kristallmoduls. 1.) CsJ-Kristall mit Titanhülle, 2.) Wellenlängenschieber, 3.) Photodiode, 4.) Vorverstärker, 5.) Lichtfaser von der Xenon-Blitzlampe, 6.) Metallabschirmung der Elektronik.*

2.2.5 Kalorimeter

Mit dem elektromagnetischen Kalorimeter werden neutrale Reaktionsprodukte, also hauptsächlich Photonen, in einem Energiebereich von 5 MeV bis 2 GeV nachgewiesen. Beim Eintritt eines Photons in das Kalorimeter bildet sich im Wechselspiel von Bremsstrahlungs- und Paarbildungsprozessen ein elektromagnetischer Schauer aus. Unterschreiten die dabei erzeugten Sekundärteilchen eine gewisse Energie, so treten vornehmlich Compton- und Photo-Effekt sowie Anregung und Ionisation auf und der Schauer stirbt aus. Durch den Einfang der dabei entstandenen Elektron-Lochpaare wird der Thallium-Aktivator angeregt, die Summe des anschließend freigesetzen Szintillationslichtes ist nahezu proportional zur Energie des primären Photons. Die räumliche Ausdehnung eines Schauers wird durch die Energie des primären Photons sowie durch die Strahlungslänge X_0 und den Molière-Radius R_M des verwendeten Materials bestimmt. Die im Crystal-Barrel-Detektor eingesetzten Kristalle bestehen aus thalliumdotierten Cäsiumjodid, das sich durch eine geringe Strahlungslänge von nur $X_0 = 1.86$ cm auszeichnet. Mit einer Länge von 30 cm entsprechen die Kristalle einer Schichtdicke von 16.1 Strahlungslängen, ein Photon mit 2 GeV Energie wird daher nahezu vollständig (>99%) im Kalorimeter absorbiert. Der Molière-Radius R_M beschreibt die transversale Aufweitung des Schauers, innerhalb eines Bereiches von $3{\cdot}R_M$ werden 99% der Schauerenergie deponiert. Für CsJ beträgt der Molière-Radius etwa 3.8 cm.

Das Kalorimeter ist aus 1380 thalliumdotierten CsJ-Einkristallen aufgebaut, deren faßartige Anordnung in 26 Ringen dem Crystal-Barrel-Detektor seinen Namen gegeben hat. Die 20 inneren Ringe bestehen aus jeweils 60 Kristallen, die drei äußeren Ringe auf jeder Seite des Kalorimeters aus je 30 Kristallen. Die Kristalle haben die Form von Pyramidenstümpfen, deren kleinere Deckflächen zum Targetmittelpunkt hin ausgerichtet sind. Durch diese Anordnung wird ein Polarwinkel von 12° bis 168° mit einer Granularität von 6° abgedeckt. Der abgedeckte Azimutwinkel pro Kristall beträgt für die inneren 20 Ringe ebenfalls 6°, für die äußeren sechs Ringe 12°. Somit erstreckt sich der aktive Raumwinkelbereich des Kalorimeters über $97.8\% \cdot 4\pi$. Die Segmentierung wurde so gewählt, daß die Photonen aus dem Zerfall schneller Pionen bei der $\overline{p}p$-Annihilation in Ruhe in die Zerfallskanäle $\pi^0\gamma$ bzw. $\pi^0\pi^0$ noch aufgelöst werden können.

Die Kristalle befinden sich zur Halterung in 100 μm dicken Titanhüllen. Wegen des hohen Magnetfeldes erfolgt die Auslese nicht mit Photomultipliern sondern mit Photodioden. Diese sind durch einen Wellenlängenschieber aus Plexiglas mit der targetabgewandten Kristallseite verbunden. Durch die Wellenlängenschieber wird das Licht der Kristalle ($\lambda = 550$ nm) zu größeren Wellenlängen in den Bereich maximaler Empfindlichkeit der Photodioden verschoben. Auf der Rückseite jedes Kristalles befindet sich ein Vorverstärkermodul, dessen Signale außerhalb des Detektors weiterverarbeitet werden.

Das Szintillationslicht der Kristalle setzt sich aus zwei Komponenten mit einer Abklingzeit von 0.9 μs bzw. 7 μs zusammen. Dieses verhältnismäßig lange Signal wird durch Differenziation und Integration kristallweise in einen kurzen Puls umgewandelt, dessen Integral weiterhin proportional zur ursprünglichen Lichtintensität ist. Um eine gute relative Energieauflösung zu erhalten, wird das Signal auf zwei ADC's (*analog-digital-converter*) unterschiedlicher Empfindlichkeit aufgeteilt. Der Energiebereich unterhalb 400 MeV wird mit einer Auflösung von 0.1 MeV verarbeitet, der gesamte Energiebereich von 0 MeV bis 2 GeV wird von einem zweiten ADC mit einer Auflösung von 1 MeV ausgelesen.

Zur Überwachung des Langzeit- und Ansprechverhaltens der Kalorimetermodule kommt ein Lichtpulsersystem zum Einsatz. In den Strahlpausen des LEAR wird das Licht von Xenonblitzlampen über Glasfasern in die Wellenlängenschieber geleitet. Die Pulsform der Lichtblitze ähnelt der des Szintillationslichtes der Kristalle, zur Überprüfung der Linearität wird die Pulshöhe über drei Größenordnungen variiert.

Die absolute Eichung der Kristallauslese wird mit Hilfe von rein neutrale Ereignissen mit bis zu neun Photonen durchgeführt. Für jeden Kristall werden Spektren erzeugt, in die die invariante $\gamma\gamma$-Masse aller $\gamma\gamma$-Kombinationen mit einem Einschlag in diesem Kristall eingetragen werden. Die Kalibrationskonstanten werden wie bei der Eichung der JDC so gewählt, daß das π^0-Signal in den $\gamma\gamma$-Spektren mit der nominalen π^0-Masse zusammenfällt.

2.2.6 Trigger

Im Crystal Barrel Experiment kommt ein hierarchisches Triggersystem zum Einsatz [26], mit dessen Hilfe schon bei der Datennahme bestimmte Ereignistopologien selektiv angereichert werden können. Zur Minimierung der dabei auftretenden Totzeiten werden komplexe und zeitaufwendige Entscheidungen erst auf hoher Hierarchieebene getroffen. Es werden folgende fünf Triggerstufen mit wachsender Komplexität unterschieden:

Antiproton-Reaktion Signatur für eine Antiprotonreaktion ist ein Signal am Eintrittszähler bei Abwesenheit eines Signals am Vetozähler hinter der Probe. Die Entscheidung auf dieser Ebene kann in 0.1 μs getroffen werden.

Multiplizität geladener Teilchen Die Signale der Vieldrahtproportionalkammern und der Drahtlagen zwei bis fünf sowie 21 und 22 der Jet-Driftkammer werden beim Trigger auf eine bestimmte Anzahl geladener Teilchen mit langen Spuren benutzt. Der Signalmultiplizitätenwechsel zwischen den beiden Vieldrahtproportionalkammern kann zum Anreichern von Ereignissen mit K_s-Mesonen verwendet werden.

Multiplizität im elektromagnetischen Kalorimeter Ein schneller Algorithmus [27] ermittelt in etwa 25 μs die Anzahl der Cluster im Kalorimeter, die wegen überlappender Schauer mindestens gleich der Anzahl der Teilchen im Ereignis ist. Der Trigger auf die Multiplizität im Kalorimeter wird häufig dazu verwandt, Ereignisse ohne Energiedepot im Kalorimeter auszusondern.

Energiesumme des Ereignisses Etwa 50 % aller Reaktionen im Fluge sind elastische $\overline{p}p$-Stöße. Zur Unterdrückung dieser Ereignisse wird eine minimale Gesamtenergie verlangt, die durch die Energiesumme aller Einträge im Kalorimeter abgeschätzt wird.

Neutrale Mesonen Zur Anreicherung von Endzuständen mit einer bestimmten Anzahl von η- oder η'-Mesonen kann ein Softwaretrigger eingesetzt werden, der mittels schneller Methoden die invarianten Massen aller Photon-Photon-Paare berechnet und deren Lage bezüglich entsprechender Massenfenster bestimmt. Dieser Trigger mit einer Entscheidungszeit von mehreren 100 μs wurde u.a. dazu benutzt, die Reaktionen $\overline{p}p \to \pi^0\eta\eta'$ und $\overline{p}p \to \pi^0\eta\eta$ in Ruhe zu selektieren.

Das Triggersystem des Crystal Barrel Experiments wird in drei Ebenen unterteilt. Die Feststellung einer Antiproton-Reaktion stellt Ebene null dar, die Multiplizitätentrigger bilden Ebene eins, und die programmierbaren Trigger auf Energiesumme und invariante Massen entsprechen der Ebene zwei.

2.2.7 Datenerfassung

Das Datenerfassungssystem des Crystal Barrel Experiments ist modular und hierarchisch organisiert [26]. Auf der untersten Ebene werden die Informationen aller Subdetektoren in etwa 4000 Kanälen digitalisiert und von parallel arbeitenden Ereignisprozessoren zusammengefaßt und abgespeichert. Die Synchronisation dieser Prozessoren wird von einem globalen Ereignisprozessor (*event builder*) durchgeführt, der alle Daten sammelt und zu einem vollständigen Ereignis zusammensetzt. Die ursprünglich etwa 500 Kilobyte umfassenden Ereignisse werden dabei auf circa 12 Kilobyte reduziert und im systemunabhängigen ZEBRA-Datenbankformat [28] auf Magnetbänder geschrieben. Die maximale Aufzeichnungsgeschwindigkeit liegt bei etwa 100 Ereignissen pro Sekunde. Neben den Ereignisdaten werden die aktuellen technischen Daten einzelner Detektorkomponenten wie Temperatur, Druck oder Spannung auf den Magnetbändern aufgezeichnet.

Kapitel 3

Präparation der Endzustände

In diesem Kapitel werden die Methoden der Datenrekonstruktion beschrieben. Die Datennahme erfolgte im April und Mai 1993 bei einem Strahlimpuls von 1200 MeV/c. Um den Datensatz mit Ereignissen mit zwei langen geladenen Spuren anzureichern wurde ein spezieller Trigger benutzt. Dieser verlangte zwei Spuren in den Proportionalkammern und in der JDC. Um eine hohe Datenqualität zu erreichen wurde gefordert, daß die Spuren in der JDC spätestens in der dritten Lage beginnen und frühestens in Lage 21 enden. Zusätzlich wurde ein Minimum an deponierter Energie im Kalorimeter verlangt.

Zur Rekonstruktion der vollständigen Kinematik der Ereignisse aus den Meßdaten wurden die experimentspezifischen FORTRAN-Bibliotheken CBOFF [29], LOCATER [30], BCTRAK [31] und GTRACK [32] verwendet. Die eigentliche Selektion wurde in der Programmiersprache C++ [33] geschrieben, als Schnittstelle zwischen FORTRAN und C++ wurde CBoOff++ [34] verwendet. Alle Histogramme wurden mit HBOOK [35] erstellt und mit PAW [36] ausgewertet.

Die zum Verständnis der Detektorakzeptanz und Selektionseffizienz notwendigen Monte-Carlo-Studien wurden mit dem Simulationsprogramm CBGEANT [37] durchgeführt. Es basiert auf dem CERN-Programm GEANT [38] und wurde speziell zur Simulation des Crystal Barrel Detektors entwickelt. Unter Berücksichtigung der Geometrie einzelner Detektorkomponenten, der verwendeten Materialien und deren Wirkungsquerschnitte werden Ereignisse der $\bar{p}p$-Annihilation simuliert und deren Zerfallsprodukte durch den Detektor verfolgt. Die Beschreibung hadronischer Wechselwirkungen erfolgt durch das FLUKA-Paket, elektromagnetische Prozesse werden durch Algorithmen des EGS-Programmes [39] modelliert. Die Selektionsschritte dieser Analyse wurden mit Hilfe von CBGEANT-Simulationen erarbeitet.

In manchen Fällen ist es nicht möglich, ausreichende Ereigniszahlen bei vollständiger Berücksichtigung der Wechselwirkung von Teilchen und Detektor in einer vernünftigen Zeit zu simulieren. Es wurde dann mit Hilfe des CBoOff++-Paketes eine sogenannte *genbod*-Simulation durchgeführt, bei der einzig die Kinematik der simulierten Ereignisse berechnet wird.

3.1 Rekonstruktion von Photonen

Trifft ein Photon auf das Kalorimeter, wird ein elektromagnetischer Schauer ausgelöst, der sich im allgemeinen über mehrere Kristalle erstreckt. Kristalle mit einem Energieeintrag von weniger als 1 MeV werden zur Unterdrückung von Rauschen von der Rekonstruktion ausgeschlossen. Verbleibende benachbarte Kristalle mit deponierter Energie werden zu sogenannten *Clustern* zusammengefaßt. Um der Fehlinterpretation statistischer Schauerfluktuationen

(*Split-Offs*) vorzubeugen, werden Cluster mit Gesamtenergien kleiner als 20 MeV verworfen. Gibt es in einem Cluster ein lokales Maximum deponierter Energie in einem Kristall von mehr als 13 MeV, wird der Cluster als PED (*particle energy deposit*) und damit als Kandidat für ein Photon gekennzeichnet. Enthält der Cluster nur ein PED, so ist die Energie dieses PEDs gleich der Energiesumme aller Kristalle im Cluster. Der Ort des Teilcheneintritts in das Kalorimeter wird aus dem gewichteten Mittel der beitragenden Kristallpositionen berechnet.

Enthält ein Cluster mehrere lokale Maxima deponierter Energie, so wird die vorhandene Gesamtenergie auf eine entsprechende Anzahl von PEDs aufgeteilt:

$$E_{PED} = \frac{E_9}{\sum_{i=1}^{n} E_{9i}} E_{Cluster} \tag{3.1}$$

Hierbei stellt E_9 die Energiesumme des Zentralkristalls und seiner acht Nachbarn dar. Die Summation läuft über alle PEDs im Cluster. Als Position des Teilcheneintritts werden jetzt die Koordinaten des Zentralkristalls genommen, die Ortsauflösung ist also gegenüber dem ersten Fall reduziert.

Die unterschiedliche Form der verschiedenen Kristalltypen sowie die unterschiedliche räumliche Ausdehnung von elektromagnetischen Schauern führt je nach der Energie des Primärteilchens zu energie- und ortsabhängigen Fehlmessungen der deponierten Energie. Durch Vergleich mit Monte-Carlo-Simulationen wurde eine Korrekturfunktion bestimmt, die für eine gemessene PED-Energie die tatsächliche Photonenergie liefert [40]. Für PED-Energien bis 2 GeV, wie sie bei Reaktionen im Fluge auftreten können, wurde diese Funktion nachträglich ergänzt [41]. Um die Ortsauflösung zu verbessern, werden die Energieeinträge mit orts- und energieabhängigen Werten gewichtet. Hierbei wird außerdem die Position eines Kristalls im Cluster berücksichtigt [42]. Auf diese Weise läßt sich die Ortsauflösung auch für PEDs in einem Multi-PED-Cluster deutlich über die Granularität des Kalorimeters hinaus steigern.

Um nun als Photon akzeptiert zu werden, muß das PED einen Mindestabstand zum Auftreffpunkt einer geladenen Spur auf das Kalorimeter haben. Zur weiteren Unterdrückung von Split-Offs wird das neuronale Netz BRAIN angewandt [43].

3.2 Rekonstruktion von geladenen Teilchen

Zur Rekonstruktion der Spuren von geladenen Teilchen werden zunächst die digitalisierten Amplituden der Signaldrähte der JDC in jeweils zwei Ortskoordinatenpaare (r, ϕ_1), (r, ϕ_2) umgewandelt, die die beiden möglichen Lagen eines Signals in der Ebene senkrecht zur Strahlachse kennzeichnen. Um entscheiden zu können, von welcher Seite die Driftelektronen zu den Signaldrähten gelangt sind, wird versucht, die Punkte zu Kreissegmenten zusammenzufassen. Durch die oben erwähnte Versetzung der Signaldrähte kann dabei zwischen den beiden an der Signaldrahtebene gespiegelten Lösungen unterschieden werden. Aus der Krümmung α der so gefundenen Kreise kann mit der Elementarladung e und dem Magnetfeld B für alle gefundenen Spuren der jeweilige Transversalimpuls $p_\perp = eB/\alpha$ berechnet werden. Der Fehler der Messung ergibt sich für jede Spur aus den Abstandsquadraten der einzelnen Punkte von dem einbeschriebenen Kreis.

In einem zweiten Schritt wird mit Hilfe der z-Koordinaten der Punkte und den Signalen aus der Proportionalkammer für jede Spur die beste Helix durch die dreidimensionale Verteilung der Punkte (x_i, y_i, z_i) mit den Azimutwinkeln β_i gesucht:

$$x_i = r_0 \cdot \sin\psi_0 + \frac{1}{\alpha} \cdot (\cos\beta_i + s \cdot \sin\psi_0) \tag{3.2}$$

$$y_i = -r_0 \cdot \cos\psi_0 + \frac{1}{\alpha} \cdot (\sin\beta_i - s \cdot \cos\psi_0) \quad (3.3)$$

$$z_i = z_0 - \frac{s \cdot \tan\lambda}{\alpha} \cdot (\beta_i - \psi_0 - s \cdot \frac{\pi}{2}) \quad (3.4)$$

Dabei werden folgende Variablen als Parameter der Anpassung benutzt:

r_0, z_0 : Koordinaten des Helixpunktes mit minimalem Abstand zum Ursprung
ψ_0 : Azimutwinkel der Tangente an die Helix im Punkt (r_0, z_0)
λ : Steigung der Helix
$1/\alpha$: Radius der Helix
s : Vorzeichen der Teilchenladung

Zur Bestimmung des Annihilationsortes werden die Parameter der verschiedenen Spuren eines Ereignisses solange variiert, bis sie sich in einem Punkt schneiden. Die Anpassung der Parameter erfolgt durch Minimierung der Abstandsquadrate der Meßpunkte zu der jeweiligen Kurve. An das χ^2 der Anpassungen an Kreis und Helix werden bei der Selektion Mindestanforderungen gestellt. Damit eine Ansammlung von Signalen als Spur eines geladenen Teilchens akzeptiert wird, muß sie außerdem mindestens zehn Punkte enthalten. Um für simulierte Ereignisse den Einfluß des Triggers zu simulieren und für alle Spuren geladener Teilchen einheitliche Bedingungen zu schaffen, wurden die oben erwähnten Triggerbedingungen in die Selektion übernommen.

3.3 Vorselektion der Daten

Die Aufgabe der Vorselektion ist es, mit wenigen und einfachen aber effizienten Schnitten die vorhandene Datenmenge auf ein überschaubares Maß zu reduzieren. Hierbei soll, wie bei der gesamten Selektion, die Akzeptanz für erwünschte Ereignisse hoch, die Durchfütterung von Untergrundereignissen möglichst gering sein. Zu diesem Zweck werden drei Schnitte mit folgenden Selektionskriterien durchgeführt:

1. zwei Spuren geladener Teilchen aus der Spurrekonstruktion
2. drei bzw. sechs Photonen im Kalorimeter
3. in der Energie-Impuls-Ebene liegt das Ereignis in einem Kreis mit Radius 400 MeV um die Nominalwerte

Der letzte, sehr weiche Schnitt dient einzig der Reduktion der Datenmenge. Durch ihn verworfene Ereignisse würden auch von der kinematischen Anpassung ausgesondert.

Im Gegensatz zur Analyse in Ruhe werden hier Ereignisse mit PEDs in den äußersten Kristallringen nicht verworfen. Diese decken wegen des Lorentz-Boosts bei Annihilationen im Fluge einen deutlich größeren Raumwinkel im Ruhesystem der Reaktion ab als bei Annihilationen in Ruhe. Im Interesse der Detektorakzeptanz können Ereignisse mit PEDs in den Randkristallen also nicht verworfen werden. Es zeigt sich im Laufe der weiteren Selektion, daß ein Großteil dieser Ereignisse von hoher Qualität ist. Schlecht gemessene Ereignisse werden später ohnehin durch die kinematische Anpassung ausgesondert. Das gleiche gilt für Ereignisse, die während der Datennahme als *pile-ups* gekennzeichnet wurden. Da nicht jedes Antiproton im Target annihiliert, bedeutet ein Signal am Eingangszähler im Zeitfenster eines Ereignisses nicht automatisch, daß zwei Ereignisse gleichzeitig stattfinden und aufgezeichnet werden. Auch hier würden zu Unrecht viele gute Ereignisse verworfen, um wenige schlecht gemessene Ereignisse auszusondern, die die weitere Selektion nicht überstehen würden.

3.4 Kinematische Anpassung

Die vollständige Erfassung der Kinematik aller Reaktionsprodukte führt zu einer Überbestimmung der Meßgrößen und eröffnet die Möglichkeit, die Daten an Randbedingungen anzupassen. Diese Anpassung ist aus mehreren Gründen sinnvoll. Zum einen läßt sich dadurch das Auflösungsvermögen des Detektors erhöhen und damit die Datenqualität steigern. Zum anderen lassen sich physikalische Zwangsbedingungen einführen, die für die weitere Analyse wichtig sein können. Die Güte der kinematischen Anpassung ist außerdem ein sehr wichtiges Selektionskriterium beim Aufspüren eines gewünschten Ereignistyps. Aus diesem Grund soll hier ein Verfahren aus [44] beschrieben werden, das im Softwarepaket CBKFIT [45] der Crystal Barrel Offlinesoftware Verwendung findet.

3.4.1 Bedingte Messung

Ein Ereignis werde durch n gemessene Größen x_i $(i = 1, \ldots, n)$ beschrieben, V sei die dazugehörige Kovarianzmatrix. Außerdem unterliegen die Meßgrößen x_i m Nebenbedingungen (*constraints*) der Form:

$$f_k(\vec{x} + \vec{c}) = 0\,,\; k = 1, \ldots, m \tag{3.5}$$

Die Größen c_i stellen die Korrekturen der gemessenen Werte x_i dar und sind freie Parameter bei der kinematischen Anpassung. Um ihre optimalen Werte zu bestimmen wird die Methode der kleinsten Quadrate mit der Methode der Langrangeschen Multiplikatoren α_k $(k = 1, \ldots, m)$ kombiniert:

$$M = \vec{c}^T V^{-1} \vec{c} + 2\vec{\alpha}^T \vec{f}(\vec{x} + \vec{c}) \tag{3.6}$$

Das Minimum von M findet man wie üblich durch Gleichsetzen der Gradienten mit null:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial c}\right)^T &= 2V^{-1}\vec{c} + 2B^T\vec{\alpha} &&= 0 \\ \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial \alpha}\right) &= \vec{f}(\vec{x} + \vec{c}) &&= 0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

wobei $B = \frac{\partial f}{\partial x}$. Die zweite Zeile der obigen Gleichung enthält die Nebenbedingungen aus Gleichung (3.5). Unter der Annahme, daß diese linear in den Meßgrößen sind, ergibt sich mit $\vec{f}(\vec{x} + \vec{c}) = \vec{f}(\vec{x}) + B\vec{c}$ ein Gleichungssystem für $\vec{c}$ und für die Lagrangeschen Multiplikatoren $\vec{\alpha}$:

$$\begin{bmatrix} V^{-1} & B^T \\ B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\vec{f}(\vec{x}) \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Da die Annahme der Linearität im allgemeinen nicht zutrifft, wird das Gleichungssystem iterativ gelöst. Für B aus der jeweils vorangehenden Iteration nimmt die neue Kovarianzmatrix folgende Form an:

$$V_{x+c} = V - \left(VB^T\right)\left(BVB^T\right)^{-1}(BV) \equiv V + V_c \tag{3.9}$$

Mit Hilfe von V_c werden die Verschiebungen $\vec{p}$ (*pulls*) definiert:

$$p_i = \frac{c_i}{\sqrt{(V_c)_{ii}}} \tag{3.10}$$

Bei korrekter Bestimmung der Meßfehler und gaußverteilten Meßgrößen sind die *pulls* normalverteilt. Die minimierte Größe M folgt einer χ^2-Verteilung zu m Freiheitsgraden f_m, aus der sich die Wahrscheinlichkeit W berechnen läßt, daß die ausgewählte Hypothese zutrifft [46]:

$$W(M) = \int_M^\infty f_m(\chi^2) d\chi^2 \tag{3.11}$$

Die Wahrscheinlichkeit W wird auch als Vertrauensniveau (VN) bezeichnet, und sollte für Ereignisse, die der Hypothese entsprechen, flach verteilt sein. Untergrundereignisse haben große Werte für M und erzeugen damit eine Anhäufung bei kleinen Vertrauensniveaus.

3.4.2 Anwendung auf geladene Endzustände im Fluge

Als Meßgrößen der Photonen werden jeweils die sphärischen Winkel θ und ϕ des Eintrittsorts in das elektromagnetische Kalorimeter sowie die Quadratwurzel der Photonenenergien $\sqrt{E}$ benutzt. Diese Größen werden als weitgehend unkorreliert betrachtet und haben annähernd normalverteilte Fehler. Die geladenen Spuren werden durch den Kehrwert des Transversalimpulses $1/p_\perp$ sowie durch den Azimutwinkel ψ und die Steigung der Helix $\tan\lambda$ beschrieben. Für die beiden untersuchten Kanäle $\omega\pi^0\pi^0$ und $\omega\pi^+\pi^-$ ergeben sich also 24 bzw. 15 Meßvariablen. Die entsprechend dimensionierten Fehlermatrizen enthalten in ihren Diagonalelementen die geschätzten Meßfehler, die Nichtdiagonalelemente werden unter der Annahme unkorrelierter Meßgrößen null gesetzt. Im Gegensatz zu rein neutralen Endzuständen wird hier durch die zwei geladenen Spuren der Annihilationsvertex genau definiert. Die Anpassung des z-Vertex und der damit einhergehende Verlust einer Nebenbedingung entfallen.

Neben der Forderung nach Viererimpulserhaltung ergeben sich weitere Nebenbedingungen für die kinematischen Anpassung aus den bekannten Massen der zerfallenden Mesonen. Tabelle 3.1 enthält eine Zusammenstellung der Hypothesen für die kinematische Anpassung und der dabei auftretenden Anzahlen an Nebenbedingungen.

3.5 Bestimmung der Meßfehler

Für die Durchführung der kinematischen Anpassung ist die Kenntnis der Meßfehler von entscheidender Bedeutung. In diesem Abschnitt wird zunächst die Berechnung der Standardfehler und deren Korrektur mit der Crystal-Barrel-Analysesoftware beschrieben, um dann das Verfahren zur Feinjustierung der Fehler mit Hilfe von globalen Skalierungsfaktoren vorzustellen.

$\omega\pi^0\pi^0$		$\omega\pi^+\pi^-$	
Hypothese	#Nb.	Hypothese	#Nb.
$\pi^+\pi^-6\gamma$	4	$\pi^+\pi^-3\gamma$	4
$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\gamma\gamma$	6	$\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$	5
$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$	7	$\omega\pi^+\pi^-$	6
$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$	7		
$\omega\pi^0\pi^0$	8		
$\omega\pi^0\eta$	8		

Tabelle 3.1: *Hypothesen der kinematischen Anpassung sowie die zugehörigen Anzahlen von Nebenbedingungen*

3.5.1 Berechnung der Standardfehler

Der Fehler in $\sqrt{E}$ für Photonen wird im allgemeinen durch

$$\frac{\sigma_{\sqrt{E}}}{E} = \frac{2.8\%}{\sqrt[4]{E}} \tag{3.12}$$

abgeschätzt (E in GeV), er soll jedoch ein Minimum von 0.35 MeV$^{1/2}$ nicht unterschreiten. Für die Fehler von θ und ϕ wurde in [42] eine Parametrisierung der Form

$$p_1 + p_2\sqrt{E} + p_3 \ln E \tag{3.13}$$

mit E in MeV gewählt. Die Parameter p_i wurden für Ein- und Multi-PED-Cluster sowie für Rand- und Zentralkristalle separat bestimmt. Der Gültigkeitsbereich dieser Parametrisierung beschränkt sich jedoch auf Photonenergien, wie sie bei Annihilationen in Ruhe vorkommen. Eine Extrapolation zu Energien größer als 1 GeV ist nicht möglich [47]. In [47] wurde statt dessen durch Monte-Carlo-Studien eine Parametrisierung der Winkelfehler durch Polynome gefunden, die auch in dieser Arbeit verwendet wird. Diese Parametrisierung ist abhängig von der Zahl der PEDs in einem Cluster, von der Lage des Zentralkristalls und im Fall von Multi-PED-Clustern von der relativen Stärke der einzelnen PEDs. Für PEDs mit Zentralkristall in den äußeren Kristallringen 11-13 wird zusätzlich der rekonstruierte Wert von θ um ca. 10 mrad korrigiert.

Die Berechnung der Fehler der kinematischen Größen von Spuren geladener Teilchen ist ungleich komplizierter. Wie weiter oben beschrieben, werden die Spuren in der Ebene senkrecht zur Strahlachse zunächst durch einen Kreis beschrieben. Danach wird jeweils eine vollständige dreidimensionale Anpassung an eine Helix und an einen gemeinsamen Vertex durchgeführt. Die Fehler der Meßgrößen ergeben sich aus den Kovarianzmatrizen dieser Anpassungen.

3.5.2 Bestimmung der Skalierungsfaktoren

Wie oben beschrieben sollten die *pulls* bei korrekter Wahl der Meßfehler und in Abwesenheit harter Schnitte normalverteilt und das Vetrauensniveau flach sein. Von falsch rekonstruierten Ereignissen oder Untergrund werden flache *pulls* und eine Anhäufung bei niedrigen Vertrauensniveaus erwartet. Um dieses Verhalten sicherzustellen, werden die im vorigen Abschnitt vorgestellten Standardfehler zur Feinjustierung mit globalen Faktoren multipliziert. Bei der üblichen Methode zur Bestimmung der globalen Faktoren werden die *pulls* bei einem geforderten minimalen Vertrauensniveau von null durch die Summe einer Gauß-Funktion und einer Konstanten beschrieben. Die globalen Faktoren werden solange variiert, bis die Breite der Gauß-Funktion gleich eins ist. Monte-Carlo-Studien zeigen aber, daß im vorliegenden Fall auch die Untergrundkanäle gaußförmige *pulls* erzeugen, und daß sich ihre Vertrauensniveauverteilungen bis zu großen Werten erstrecken. Um die dadurch entstehenden Unsicherheiten bei der Bestimmung der *pull*-Breiten mit der üblichen Methode zu umgehen, wurde hier die Tatsache ausgenutzt, daß die Gauß-Breiten der *pulls* in einem weiten Bereich linear vom geforderten minimalen Vertrauensniveau abhängen. Durch Extrapolation des linearen Zusammenhangs zum Vertrauensniveau null erhält man einen stabilen Referenzwert für die Breite der *pulls*.

Neben der Methode zur Bestimmung der *pull*-Breiten stellt auch deren Zeitpunkt einen wichtigen Parameter der Selektion dar. Die vorliegende Analyse hängt stark von einer möglichst exakten Gleichbehandlung der simulierten und der im gemessenen Datensatz enthaltenen $\omega\pi\pi$-Ereignisse ab, da die simulierte Effizienz einzelner Schnitte zur Bestimmung des

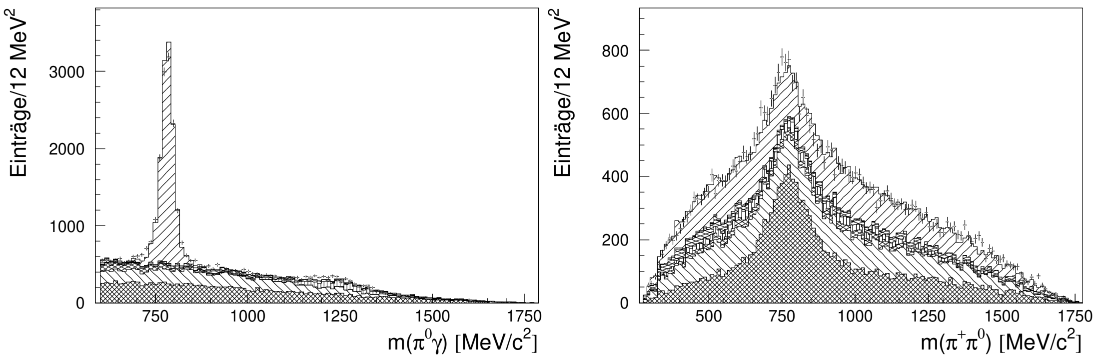

Abbildung 3.1: *Die Abbildung zeigt die Zusammensetzung des $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$-Datensatzes für die invariante $\pi^0\gamma$-Masse (links) und die invariante $\pi^+\pi^0$-Masse (rechts). Die Einzelbeiträge sind in Tabelle 3.2 in umgekehrter Reihenfolge aufgelistet.*

Gesamtuntergrundanteils in den selektierten Datensätzen benutzt wird (Abschnitt 3.7.1). Unterschiede in simulierter und tatsächlicher Effizienz durch falsch gewählte Fehlerfaktoren hätten damit Einfluß sowohl auf die Bestimmung der Wirkungsquerschnitte als auch auf die Partialwellenanalyse. Um also bei der kinematischen Anpassung gleiche Bedingungen für simulierte und gemessene $\omega\pi\pi$-Ereignisse zu schaffen, muß der Zeitpunkt zur Bestimmung der globalen Faktoren so gewählt werden, daß die Zusammensetzung des im gemessenen Datensatz vorhandenen Untergrundanteils und damit dessen Einfluß auf die Form der Daten-*pulls* bestimmt werden kann. Gleichzeitig sollte jedoch schon der Teil des Untergrundes aus den Datenereignissen eliminiert worden sein, der die Selektion ohnehin nicht bis zum Ende übersteht. Um beiden Bedingungen gleichermaßen Rechnung zu tragen, wurden die Fehlerfaktoren nach den in Tabelle 3.4 durch Fettdruck hervorgehobenen Schnitten für die entsprechenden Hypothesen festgelegt.

Die zur Abschätzung des Untergrundeinflusses auf die Daten-*pulls* notwendige Bestimmung der Zusammensetzung der physikalischen Datensätze wurde durch den simultanen χ^2-Vergleich mehrerer gemessener invarianter Massenspektren mit der gewichteten Summe der entsprechenden Massenspektren simulierter Ereignisse der möglichen beitragenden Kanäle durchgeführt. Als freie Parameter dieses Vergleichs wurden die Anteile der einzelnen Beiträge am gemessenen Datensatz benutzt. Die Beschreibung der Dynamik des Untergrundes beschränkt sich hierbei auf die Simulation der Zerfallsspektren von maximal zwei Resonanzen pro Beitrag. Alle weiteren Massenspektren und Winkelverteilungen eines Beitrags sind phasenraumverteilt. Dabei wird davon ausgegangen, daß die dynamischen Feinheiten der Kanäle keinen Einfluß auf die *pulls* und Vertrauensniveauverteilungen haben. In Abbildung 3.1 soll die Summation der simulierten Spektren und ihre gute Übereinstimmung mit den gemessenen Spektren am Beispiel der invarianten $\pi^0\gamma$- und $\pi^+\pi^0$-Massen aus dem $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$-Datensatz veranschaulicht werden. Die Ergebnisse des Vergleichs sind in Tabelle 3.2 zusammengefaßt, neben den gesuchten $\omega\pi\pi$-Ereignissen liefern Endzustände mit einem oder zwei ρ-Mesonen die größten Beiträge.

Mit der weiter oben beschriebenen Methode der linearen Extrapolation wurden zunächst die Skalierungsfaktoren für die simulierten $\omega\pi\pi$-Ereignisse bestimmt. Dabei zeigte sich, daß es

Kanal	$\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$	Kanal	5π
$\rho^+\rho^-$	34.0	$\rho^+\rho^-\pi^0$	76.8
$\rho^0\pi^0\pi^0$	22.8	$\rho^0\pi^0\pi^0\pi^0$	4.6
$f_2\pi^0\pi^0$	4.0	$\eta\pi^+\pi^-$	3.2
$f_2\rho^0$	4.5	$\omega\pi^0\pi^0$	15.4
$\omega\pi^0$	5.1		
$\pi^+\pi^-\eta$	0.5		
$\omega\pi^+\pi^-$	29.0		

Tabelle 3.2: *Anteile verschiedener Kanäle in Prozent an den $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$- (links) und 5π-Datensätzen (rechts) nach der im Text beschriebenen Methode.*

auch mit dieser Methode nicht möglich ist, gleichzeitig eine flache Vertrauensniveauverteilung und Gauß-Breiten von eins zu erhalten. Bei normalverteilten *pulls* ergeben sich für die simulierten $\omega\pi\pi$-Ereignisse abfallende Vertrauensniveauverteilungen, die auf zu kleine Fehlerfaktoren hindeuten. Im Interesse der Effizienz wurden deswegen die globalen Faktoren dieser Ereignisse solange erhöht, bis sich flache Vertrauensniveaus eingestellt hatten: bei der Anpassung der Vertrauensniveauverteilung mit der Summe einer Exponentialfunktion und einer Geraden sollte die Steigung kleiner als ein Prozent des Achsenabschnittes sein. Hierbei wurde darauf geachtet, daß sich die Breiten der einzelnen *pulls* um nicht mehr als ein Prozent voneinander unterscheiden. Abbildung 3.2 zeigt beispielhaft die Vertrauensniveauverteilung der Hypothese 5π zum weiter oben angegebenen Zeitpunkt der Selektion für simulierte $\omega\pi^0\pi^0$-Ereignisse. Die so getroffene Wahl der Skalierungsfaktoren führte auch für die Endzustandshypothesen der simulierten Ereignisse zu den gewünschten flachen Vertrauensniveauverteilungen.

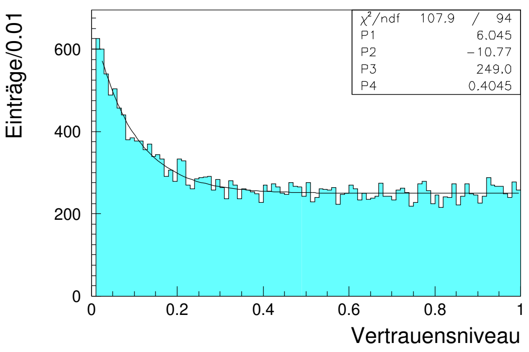

Abbildung 3.2: *Vertrauensniveau der gemessenen Daten für die Hypothese 5π. Die Parameter p3 und p4 stehen für Achsenabschnitt und Steigung der Geraden.*

Um nun die globalen Faktoren der gemessenen Datenereignisse festzulegen, wurden für nach den oben bestimmten Anteilen entsprechend zusammengesetzten simulierten Datensätze die *pulls* und die Vertrauensniveauverteilungen berechnet. Die Bestimmung der globalen Datenfaktoren erfolgte durch Vergleich der simulierten *pulls* mit den Daten-*pulls*. Dieses Vorgehen wurde iterativ solange wiederholt, bis sich die Untergrundanteile und die *pulls* nicht mehr änderten. Die so erhaltenen Daten-*pulls* entsprechen nun nicht mehr unbedingt dem theoretischen Ideal. Durch die hohen Untergrundanteile werden die Verteilungen stark verzerrt, trotzdem ist dies der einzige Weg, sicherzustellen, daß gemessene und simulierte $\omega\pi\pi$-Ereignisse exakt gleich behandelt werden. Tabelle 3.3 zeigt neben den globalen Skalierungsfaktoren für die Standardfehler auch noch die Werte für die maximal meßbaren Impulse (*maximum detectable momentum*). Der skalierte Transversalimpuls $\tilde{p}_\perp$ ergibt sich aus dem gemessenen Transversalimpuls durch:

$$\frac{1}{\tilde{p}_\perp} = \frac{1}{p_\perp} - \frac{1}{p_{mdm}} \tag{3.14}$$

Die Einführung dieser Größe geht auf Blasenkammerexperimente zurück und dient der Zentrierung der *pulls* des Transversalimpulses von Spuren geladener Teilchen auf null.

	$\omega\pi^0\pi^0$		$\omega\pi^+\pi^-$	
	Monte-Carlo	April '93	Monte-Carlo	April '93
σ_ϕ	1.10	1.08	0.90	0.82
σ_θ	1.19	1.13	1.14	1.11
$\sigma_{\sqrt{E}}$	0.87	0.96	0.85	0.95
σ_ψ	0.89	1.21	1.34	1.52
$\sigma_{\tan\lambda}$	1.41	1.53	1.21	1.22
$\sigma_{1/p_\perp}$	1.30	1.87	1.06	1.37
mdm in GeV/c	143.0	32.3	250.0	50.0

Tabelle 3.3: *Skalierungsfaktoren für die Standardmeßfehler und Werte des maximal meßbaren Impulses mdm.*

3.6 Selektion der Endzustände

Mit Hilfe der kinematischen Anpassung wurde eine weitere Datenreduktion durchgeführt. In den folgenden Abschnitten wird die endgültige Selektion für die beiden Kanäle $\omega\pi^0\pi^0$ und $\omega\pi^+\pi^-$ getrennt erläutert und anhand wohlbekannter Teilchenmassen ein Eindruck von der Datenqualität gegeben.

3.6.1 Selektion des Endzustandes $\omega\pi^0\pi^0$

Wie in Tabelle 3.1 gezeigt, wurde die kinematische Anpassung zur Selektion des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes für sechs Hypothesen durchgeführt. Für die Phasenraumhypothese $\pi^+\pi^-6\gamma$ sowie für die Hypothesen $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\gamma\gamma$ und 5π wurde jeweils ein minimales Vertrauensniveau von einem Prozent verlangt. Zur Unterdrückung von kombinatorischem Untergrund wurde gefordert, daß die invariante $\gamma\gamma$-Masse aus der Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\gamma\gamma$ besser als auf 30 MeV/c^2 mit der nominalen π^0-Masse übereinstimmt, und daß diese beiden Photonen in den Hypothesen 5π und $\omega\pi^0\pi^0$ jeweils dem selben Pion zugeordnet werden (*Konsistenz*). Abbildung 3.3 zeigt für die gemessenen Ereignisse die invariante $\gamma\gamma$-Masse aus der Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\gamma\gamma$. Neben dem Signal des Zerfalls $\pi^0 \to \gamma\gamma$ ist auch der entsprechende Zerfall des η-Mesons deutlich zu erkennen. Man sieht jedoch sofort, daß die Anzahl der zu erwartenden $\omega\pi^0\eta$-Ereignisse für eine weitergehende Analyse nicht ausreicht. Die Senke in der Mitte des π^0-Signals ist dadurch zu erklären, daß bei der kinematischen Anpassung der Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\gamma\gamma$ die beiden besten $\gamma\gamma$-Kombinationen für die π^0-Mesonen gewählt werden. Die beiden verbleibenden Photonen stehen also für das potentiell am schlechtesten rekonstruierte Pion.

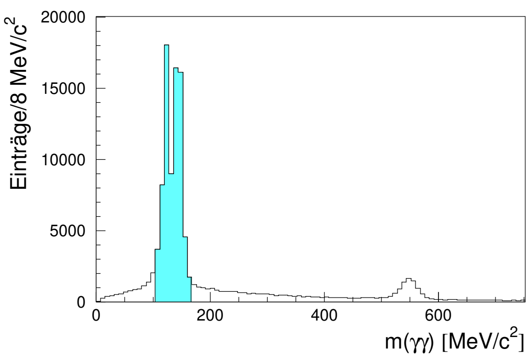

Abbildung 3.3: *Invariante $\gamma\gamma$-Masse der gemessenen Daten zur Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\gamma\gamma$. Die dunkle Fläche markiert den selektierten Massenbereich.*

Selektionsschritt	Monte-Carlo	April '93 2-prong
phys. Ereignisse	848371	5189583
2 Geladene	168523	1917140
6 Photonen	58520	278207
$r_{E-p} < 400MeV$	54217	218251
$VN(PS) > 1\%$	38012	125796
$VN(\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\gamma\gamma) > 1\%$	37652	121580
$\lvert m(\gamma\gamma) - m(\pi^0)\rvert < 30MeV/c^2$	30098	76944
$VN(5\pi) > 1\%$	28793	73318
Konsistenz $\boldsymbol{\pi^0 \to \gamma\gamma}$	**28315**	**71360**
$VN(5\pi) > VN(4\pi\eta)$	28074	70589
$VN(\omega\pi^0\pi^0) > 10\%$	20970	13801
$VN(\omega\pi^0\pi^0) > VN(\omega\pi^0\eta)$	20962	13782
Konsistenz $\pi^0 \to \gamma\gamma$	20882	13710

Tabelle 3.4: *Die Tabelle zeigt für simulierte und 2-prong-getriggerte Daten die Zahl der Ereignisse, die einen bestimmten Selektionsschritt für den Endzustand $\omega\pi^0\pi^0$ überstanden haben. Nach dem durch Fettdruck hervorgehobenen Schnitt wurden die globalen Fehlerfaktoren bestimmt.*

Weiterhin wurde für die Hypothesen 5π und $\omega\pi^0\pi^0$ jeweils ein größeres Vertrauensniveau verlangt als für die entsprechenden Hypothesen mit einem η-Meson an Stelle eines der π^0. Die Endzustandshypothese $\omega\pi^0\pi^0$ sollte ein minimales Vertrauensniveau von zehn Prozent aufweisen. Das Ergebnis der Selektion ist in Tabelle 3.4 zusammengefaßt. Für die niedrige Effizienz von

$$\epsilon_{\omega\pi^0\pi^0} = 2.46\,\% \tag{3.15}$$

ist zum einen der Trigger auf zwei lange Spuren verantwortlich. Zum anderen verdichten sich durch den Lorentz-Boost bei Reaktionen im Fluge die Spuren der Reaktionsprodukte in der strahlabgewandten Detektorhälfte, wodurch es zu Problemen bei der Auflösung eng beieinander liegender Spuren und zum Verlust von Teilchen durch die in Strahlrichtung befindliche Detektoröffnung kommen kann. Abbildung 3.4 zeigt die Auswirkungen dieser Effekte auf die Detektorakzeptanz anhand des Dalitzplots phasenraumgewichteter $\omega\pi^0\pi^0$-Monte-Carlo-Ereignisse. Wäre die Akzeptanz über den ganzen Phasenraum gleich, müßte diese Auftragung einer Konstanten folgen. Tatsächlich findet man aber einen Rückgang der Akzeptanz zu hohen invarianten $\pi^0\pi^0$-Massen und zu den Phasenraumrändern hin. Ein detaillierteres Bild der Detektorakzeptanz anhand einzelner Winkelverteilungen für bestimmte Dalitzplotbereiche wird in Anhang B gegeben.

3.6.2 Selektion des Endzustandes $\omega\pi^+\pi^-$

Für die Selektion des Endzustandes $\omega\pi^+\pi^-$ wurden nur drei Hypothesen der kinematischen Anpassung unterzogen. Für die Hypothesen $\pi^+\pi^-3\gamma$ und $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$ wurde ein minimales Vertrauensniveau von einem Prozent gefordert. Zur Unterdrückung von 3-Pion-Ereignissen vor der Bestimmung der globalen Fehlerfaktoren wurde für die invariante $\pi^0\gamma$-Masse eine untere Grenze von 600 MeV/c^2 und für die invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse eine obere Grenze von

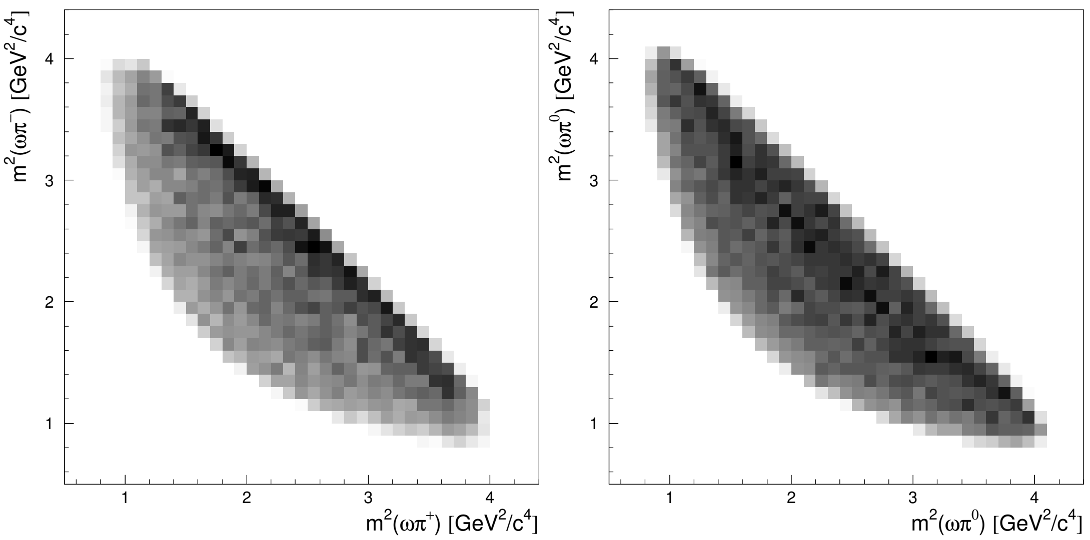

Abbildung 3.4: *Anhand der Dalitzplots selektierter $\omega\pi^+\pi^-$- (links) und $\omega\pi^0\pi^0$-Monte-Carlo-Ereignisse (rechts) kann die Abhängigkeit der Akzeptanz von der Ereigniskinematik bestimmt werden.*

2000 MeV/c^2 eingeführt. Der Zwei-Teilchen-Zerfall des ω-Mesons in π^0 und γ erzeugt ein diskretes Impulsspektrum, so daß das einzelne Photon auch nach Transformation ins Laborsystem in den meisten Fällen einen Impuls größer als 100 MeV/c aufweist. Abbildung 3.5 illustriert die Wirkung der Schnitte auf die Photon-Energie und die invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse. Es werden nahezu ausschließlich Untergrundereignisse verworfen, die Effizienzeinbußen sind minimal. Das gemessene Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse zeigt ein starkes Signal am oberen Ende, das hauptsächlich $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignissen mit einem vorgetäuschten Photon zugeschrieben werden muß, die auch für die Anhäufung am unteren Ende des Spektrums der Photonenergie verantwortlich sind. Die Verteilung der Monte-Carlo-Ereignisse zeigt, daß beide Signale fast vollständig außerhalb des Phasenraums der $\omega\pi^+\pi^-$-Ereignisse liegen und der zugehörige Untergrund leicht ausgesondert werden kann. Am unteren Ende des invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Massenspektrums ist außerdem eine kleine Anhäufung bei der ω-Masse erkennbar, die von $\omega\pi^0$-Ereignisse mit einem nicht rekonstruierten Photon hervorgerufen wird.

Von der Endzustandshypothese wurde auch hier wieder ein minimales Vertrauensniveau von zehn Prozent gefordert. Außerdem sollte das einzelne Photon aus der Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$ dem Photon aus dem ω-Zerfall zugeordnet worden sein (*Konsistenz*). Das Ergebnis der Selektion ist in Tabelle 3.5 zusammengefaßt. Die im Vergleich zu (3.15) deutlich höhere Effizienz von

$$\epsilon_{\omega\pi^+\pi^-} = 6.79\,\% \tag{3.16}$$

bestätigt die oben angesprochene starke Abhängigkeit der Detektorakzeptanz von der Multiplizität des Endzustandes bei Annihilationen im Fluge.

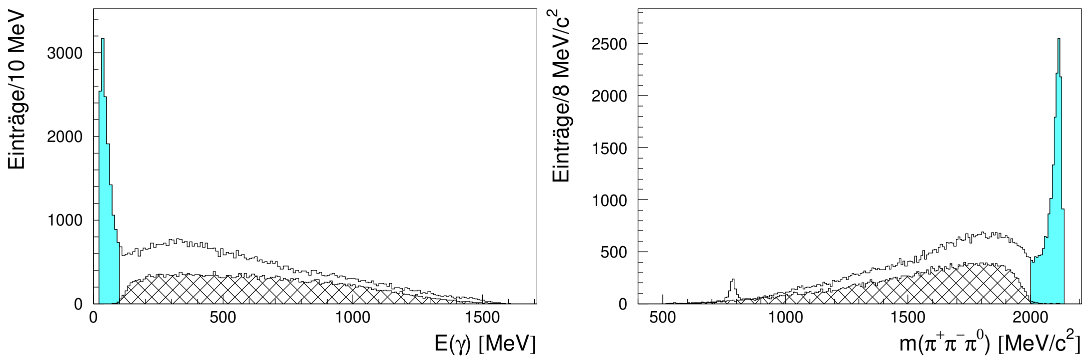

Abbildung 3.5: *Die Abbildung zeigt für die Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$ die Energie des einzelnen Photons (links) sowie die invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse (rechts). Die weißen Flächen stehen für akzeptierte Daten-, die schraffierten für Monte-Carlo- und die grauen für verworfene Datenereignisse.*

Selektionsschritt	Monte-Carlo	April '93 2-prong
phys. Ereignisse	349869	5189583
2 Geladene	80638	1917140
3 Photonen	44091	264124
$r_{E-p} < 400MeV$	41149	157674
$VN(PS) > 1\%$	32861	80399
$VN(\pi^+\pi^-\pi^0\gamma) > 1\%$	31913	71557
$m(\pi^0\gamma) > 600MeV/c^2$	31731	39613
$E(\gamma) > 100MeV$	31707	39436
$\boldsymbol{m(\pi^+\pi^-\pi^0) < 2000MeV/c^2}$	**31678**	**39217**
$VN(\omega\pi^0\pi^0) > 10\%$	23804	10640
Konsistenz $\omega \to \pi^0\gamma$	23741	10611

Tabelle 3.5: *Die Tabelle zeigt für simulierte und 2-prong-getriggerte Daten die Zahl der Ereignisse, die einen bestimmten Selektionsschritt für den Endzustand $\omega\pi^+\pi^-$ überstanden haben. Nach dem durch Fettdruck hervorgehobenen Schnitt wurden die globalen Fehlerfaktoren bestimmt.*

3.6.3 Datenqualität

Ein Maß für die Güte der Daten ist die Übereinstimmung gemessener Mesonenmassen mit den etablierten Werten [46]. Dabei sollten jedoch nur Resonanzen mit geringer Breite benutzt werden. Teilchen mit einer großen Breite, wie etwa das ρ-Meson unterliegen häufig einer Verzerrung der Linienform durch Interferenzen oder durch die Nähe zur Phasenraumgrenze, so daß sie zur Bestimmung der Güte der Messung nicht geeignet erscheinen. Die Phasenraumhypothese der kinematischen Anpassung bietet die Möglichkeit, das π^0- sowie das η-Meson im Zerfall in zwei Photonen zu beobachten. Mit den Hypothesen $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$ und 5π kann die Bestimmung der ω-Massen in den Zerfällen nach $\pi^0\gamma$ und $\pi^+\pi^-\pi^0$ überprüft werden. Die Hypothese 5π enthält mit $\pi^+\pi^-\pi^0$ und $\pi^0\pi^0\pi^0$ (s. Abb. 3.6) zwei weitere Zerfallsmoden des η-Mesons.

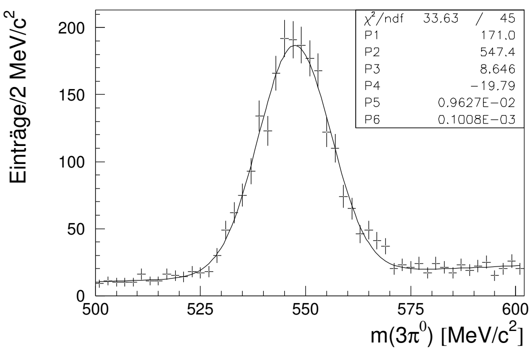

Abbildung 3.6: *Die Abbildung zeigt das invariante $3\pi^0$-Massenspektrum der gemessenen Daten (Fehlerbalken) zur Hypothese 5π und dessen Anpassung durch die im Text angegebene Funktion (durchgezogene Linie). Die Abweichung der gemessenen η-Masse vom etablierten Wert beträgt etwa 0.2 MeV/c^2.*

Tabelle 3.6 zeigt die Ergebnisse der Anpassung der Zerfallsspektren der π^0- und η-Mesonen mit einer Summe aus einem Polynom zweiten Grades und einer Gauß-Funktion. Für die ω -Zerfälle wurde an Stelle der Gauß-Funktion ein Voigt-Profil, d.h. die Faltung einer Breit-Wigner- mit einer Gauß-Funktion, benutzt. In beiden Fällen dient die Breite der Gauß-Funktion zur Beschreibung der experimentellen Auflösung. Im Rahmen der Meßgenauigkeit wird in allen Fällen eine sehr gute Übereinstimmung der gemessenen mit den nominalen Massen der π^0-, η- und ω-Mesonen gefunden. Die Abweichungen sind durchgehend kleiner als ein Prozent der erwarteten Werte, nur der mit einem Stern ($*$) gekennzeichnete Wert der gemessenen η-Masse weicht deutlich vom Nominalwert ab. Dabei ist jedoch zu beachten, daß der $\pi^+\pi^-3\gamma$-Datensatz, der diesem Wert zu Grunde liegt, eigentlich überhaupt kein η-Signal im $\gamma\gamma$-Spektrum zeigen dürfte. Radiative Zerfälle der Art $X \to \eta\gamma$ oder $X \to \pi^\pm\gamma$, die für die Anwesenheit des η-Mesons in diesem Datensatz notwendig wären, sind äußerst selten. Das hier vermessene η-Signal ist also mit Sicherheit dem Untergrundkanal $\pi^+\pi^-\eta$ mit einem vor-

		$\omega\pi^0\pi^0$		$\omega\pi^+\pi^-$	
Zerfall	nom. Masse	Masse	Auflösung	Masse	Auflösung
$\pi^0 \to \gamma\gamma$	134.98	135.92	7.26	136.11	8.03
$\eta \to \gamma\gamma$	547.3	549.55	13.32	551.71*	13.81
$\eta \to \pi^0\pi^0\pi^0$	547.3	547.42	8.65	-	
$\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$	547.3	545.86	6.89	-	
$\omega \to (3\pi)/(\pi^0\gamma)$	781.94	780.01	10.99	781.76	14.83

Tabelle 3.6: *Die Tabelle zeigt die nominalen und gemessenen invarianten Massen der π^0-, η- und ω-Mesonen und die jeweilige Detektorauflösung. Alle Größen sind in MeV/c^2 angegeben.*

getäuschten Photon zuzuschreiben, die beobachtete Verschiebung der Masse kommt demnach durch die Anpassung an eine falsche Hypothese zustande.

Die hier gefundenen Auflösungen von etwa 10 MeV/c^2 für Zerfälle in drei Pionen und von etwa 15 MeV/c^2 für Zerfälle in zwei oder drei Photonen entsprechen den bei diesem Experiment üblichen Werten.

3.7 Untergrundbetrachtungen

Neben der Datenqualität stellt der Anteil von Untergrund am selektierten Datensatz ein entscheidendes Kriterium für die Aussagekraft der weiteren Analyse dar. Als Untergrund werden zum einen Ereignisse eines ungewollten Endzustandes bezeichnet, die fälschlicherweise dem selektierten Endzustand zugeordnet wurden. Man spricht dann von der Durchfütterung eines anderen in den selektierten Kanal. Zum anderen besteht die Möglichkeit, Ereignisse des gesuchten Endzustandes falsch zu rekonstruieren, etwa durch Vertauschen der Zerfallsphotonen verschiedener π^0-Mesonen, oder im Falle des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes durch Zuordnung des falschen π^0- zum ω-Meson. In diesem Fall spricht man von kombinatorischem Untergrund.

Im Gegensatz zu rein pseudoskalaren Endzuständen wie etwa $\pi^+\pi^-\pi^0$, die praktisch untergrundfrei selektiert werden können, ist im vorliegenden Fall durch die große Breite des ω-Mesons und die Nachbarschaft starker und kinematisch verwandter Endzustände mit vier bzw. fünf Pionen eine ausreichende Untergrundunterdrückung mit kinematischen Schnitten nicht möglich. In den folgenden Abschnitten wird zunächst die Abschätzung der Untergrundanteile an den beiden Datensätzen beschrieben, um dann ein Verfahren zur Gewinnung von reinen Untergrundereignissen vorzustellen. Diese werden später zur Subtraktion der Untergrundanteile (*background-subtraction*) von den gemessenen Spektren benutzt.

3.7.1 Abschätzung der Untergrundanteile

Für die Abschätzung der Untergrundanteile in den selektierten Datensätzen wurden nach den in Tabelle 3.4 hervorgehobenen Schnitten, also für die $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$- und 5π-Datensätze, für simulierte und gemessene Daten die invarianten Massenspektren der ω-Zerfallsteilchen $\pi^0\gamma$ bzw. $\pi^+\pi^-\pi^0$ betrachtet. Aus den Spektren der gemessenen Daten ist ersichtlich, daß das Zerfallssignal des ω-Mesons auf einer nur langsam variierenden, aber recht hohen Untergrundverteilung aufsitzt. Die kinematische Anpassung ist nicht in der Lage, die Ereignisse aus dem Signal von denen aus der Untergrundverteilung im Bereich des Signals zu unterscheiden. Die kinematische Ähnlichkeit der beiden kann zur Fehlinterpretation der $\pi^0\gamma$- bzw. $\pi^+\pi^-\pi^0$-Kombinationen aus der Untergrundverteilung im Bereich der ω-Masse als ω-Zerfallsteilchen führen.

Die Anteile des kombinatorischen Untergrundes wurden mit Hilfe der sogenannten *sidebins* abgeschätzt (s.Abb. 3.7). Die *sidebins* sind die dem ω-Signal benachbarten Bereiche im invarianten Massenspektrum der Zerfallsteilchen des ω-Mesons. Für simulierte $\omega\pi\pi$-Ereignisse dürfte es eigentlich keine Ereignisse geben, die einen oder mehrere Einträge in den *sidebins* aufweisen, gleichzeitig aber keinen Eintrag im Bereich der korrekten ω-Masse haben. Eine solche Topologie deutet darauf hin, daß die Zerfallsteilchen der π^0- oder ω-Mesonen vertauscht oder nicht korrekt rekonstruiert wurden. Die Anzahl derartiger Ereignisse stellt ein Maß für den kombinatorischen Untergrund dar. Die so gefundenen Anteile betragen für den $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand etwa drei, für den $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand etwa vier Prozent. Der Vergleich dieser Werte mit den Ergebnissen anderer Methoden zeigt, daß der kombinatorische Untergrund dabei eher über- als unterschätzt wird, für die weiteren Betrachtungen wird sein Anteil deshalb vernachlässigt.

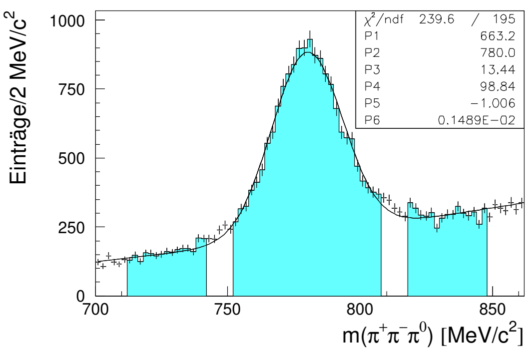

Abbildung 3.7: *Die Abbildung zeigt die invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse der 5π-Hypothese für gemessene Daten (Fehlerbalken). Die durchgezogene Linie ergibt sich aus einer der Gauß-Parametrisierungen (Masse P2, Breite P3). Die dunklen Flächen symbolisieren die im Text eingeführte Unterteilung in sidebins und den zentralen Bereich.*

Zur Bestimmung der Anteile fremder Kanäle wurden die invarianten Massenspektren der ω-Zerfallsteilchen durch die Summe eines Voigt-Profils mit einem Polynom zweiten Grades beschrieben. Aus dieser Beschreibung läßt sich neben Masse und Breite des ω-Mesons auch die Anzahl der zu diesem Zeitpunkt tatsächlich vorhandenen $\omega\pi\pi$-Ereignisse durch Integration des Voigt-Profils bestimmen. Durch Variation des zur Anpassung gewählten Intervalles ergaben sich geringfügig unterschiedliche Werte für die genannten Größen, die zu einem Mittelwert zusammengefaßt wurden. Der systematische Fehler wurde aus der Differenz zwischen maximalem und minimalem Wert der jeweiligen Größe berechnet. Setzt man nun für simulierte Ereignisse die so gefundene Anzahl von $\omega\pi\pi$-Ereignissen ins Verhältnis zur Zahl der Ereignisse, die die Selektion bis zuletzt überstanden haben, so erhält man die Durchfütterungswahrscheinlichkeit von dem besagten Zeitpunkt zum Ende der Selektion. Mit Hilfe dieser Größe kann für gemessene Daten der Anteil von $\omega\pi\pi$-Ereignissen am selektierten Datensatz berechnet werden. Man findet, daß

$$n^{bg}_{\omega\pi^0\pi^0} = 4379 \pm 66_{sys} \pm 120_{stat} \tag{3.17}$$

der 13710 selektierten $\omega\pi^0\pi^0$-Ereignisse dem Untergrund zuzuordnen sind. Dies entspricht einem sehr hohen Anteil von etwa 31.9 %. Von den 10611 selektierten $\omega\pi^+\pi^-$-Ereignissen sind mit

$$n^{bg}_{\omega\pi^+\pi^-} = 2362 \pm 76_{sys} \pm 116_{stat} \tag{3.18}$$

Ereignissen immerhin ungefähr 21.9 % des Datensatzes dem Untergrund zuzuordnen. In beiden Fällen besteht der Untergrund hauptsächlich aus Kanälen mit zwei geladenen ρ-Mesonen, sowie aus Kanälen mit einem neutralen ρ-Meson (siehe Tabelle 3.2).

Zur Kontrolle dieser Ergebnisse wurde dasselbe Verfahren in anderer Parametrisierung, nämlich mit einer Gauß-Funktion an Stelle des Voigt-Profils, durchgeführt. Für den $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung der mit den beiden Parametrisierungen bestimmten Untergrundanteile. Im Falle des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes treten geringfügige Abweichungen zwischen den Anteilen der Gauß- und der Voigt-Parametrisierung auf. Dank der kombinatorischen Eindeutigkeit des neutralen ω-Zerfalls konnte hier jedoch zusätzlich ein Vergleich der Anteile mit den absoluten Anzahlen simulierter Ereignisse vorgenommen werden, der die Ergebnisse der Voigt-Parametrisierung bestätigt. Da diese das ω-Zerfallsspektrum wesentlich besser beschreibt als die Parametrisierung durch die Gauß-Funktion, wurden auch hier die Werte aus der Voigt-Parametrisierung benutzt.

Die gefundenen Massen sind nahezu unabhängig von der Parametrisierung und entsprechen den Werten aus Tabelle 3.6. Wie erwartet unterschätzt die Parametrisierung von Resonanzen mit Hilfe einer Gauß-Funktion die tatsächliche Anzahl von Ereignissen um etwa zehn Prozent. Da hier jedoch nur Verhältnisse von Anzahlen benutzt wurden, spielt dies keine entscheidende Rolle. Die weitgehende Unabhängigkeit der Untergrundanteile von der Parametrisierung des ω-Zerfallsspektrums deutet darauf hin, daß durch die Wahl des Profiles kein nennenswerter zusätzlicher systematische Fehler verursacht wird.

3.7.2 Methode der Untergrundsubtraktion

Um trotz der hohen Untergrundanteile in den beiden $\omega\pi\pi$-Datensätzen die weitere Analyse durchführen zu können, wird hier leicht abgewandelt die Methode der *sidebin-subtraction* aus [48] benutzt. Wie im vorigen Abschnitt beschrieben, können Ereignisse mit einem oder mehreren Einträgen in den *sidebins* bei gleichzeitiger Abwesenheit von Einträgen im Bereich des ω-Signals zweifelsfrei dem Untergrund zugeordnet werden. Umgekehrt werden Ereignisse mit einem oder mehreren Einträgen im zentralen Bereich als $\omega\pi\pi$-Kandidaten angesehen.

Es wird davon ausgegangen, daß der tatsächliche im zentralen Bereich Untergrund dieselbe Zusammensetzung hat, wie die Untergrundereignisse aus den *sidebins*. Die in Abschnitt 3.5.2 gefundene Zusammensetzung der Datensätze unterstützt diese Annahme. Die Verhältnisse der beteiligten Untergrundanteile im Bereich der ω-Masse sind weitgehend konstant. Exemplarisch ist dies für den $\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$-Datensatz in Abbildung 3.1 zu sehen. Weiterhin muß angenommen werden, daß es keine Interferenzen zwischen dem Untergrund und den $\omega\pi\pi$-Ereignissen gibt. Für den $\omega\pi^+\pi^-$-Kanal ist diese Annahme sicherlich richtig, da der Untergrund mit vier Photonen einer anderen Endzustandsklasse angehört und Endzustände mit unterschiedlichen γ-Multiplizitäten nicht interferieren können. Im Fall des $\omega\pi^0\pi^0$-Kanals müssen die Ergebnisse der Untergrundsubtraktion und der daraus resultierenden Partialwellenanalyse mit Vorsicht betrachtet werden, da Untergrund und Signal der selben Endzustandsklasse angehören.

Die Festlegung der Lage der *sidebins* und des zentralen Bereichs des ω-Signals wurde mit Hilfe der im vorigen Abschnitt bestimmten ω-Massen und -Gaußbreiten durchgeführt. In Tabelle 3.7 sind die aus den Daten gewonnenen ω-Massen und -Gaußbreiten sowie die damit bestimmten Bereichsgrenzen und die in den Bereichen enthaltenen Anzahlen von Ereignis-

	$\omega\pi^+\pi^-$	$\omega\pi^0\pi^0$
Masse	781.68	780.02
Breite	17.41	13.28
Unteres *sidebin*	694.63 - 729.45	713.62 - 740.18
Einträge	2007	1544
Zentraler Bereich	746.86 - 816.50	753.46 - 806.58
Einträge	12854	12682
Oberes *sidebin*	833.91 - 868.73	819.86 - 846.42
Einträge	1608	2917

Tabelle 3.7: *Die Tabelle zeigt für die physikalischen Datensätze die Resultate der Gauß-Parametrisierung und die damit festgelegten Grenzen der sidebins und des zentralen Bereiches in MeV/c^2. Die Zahl der Einträge wurde nach den im Text angegebenen Kriterien bestimmt.*

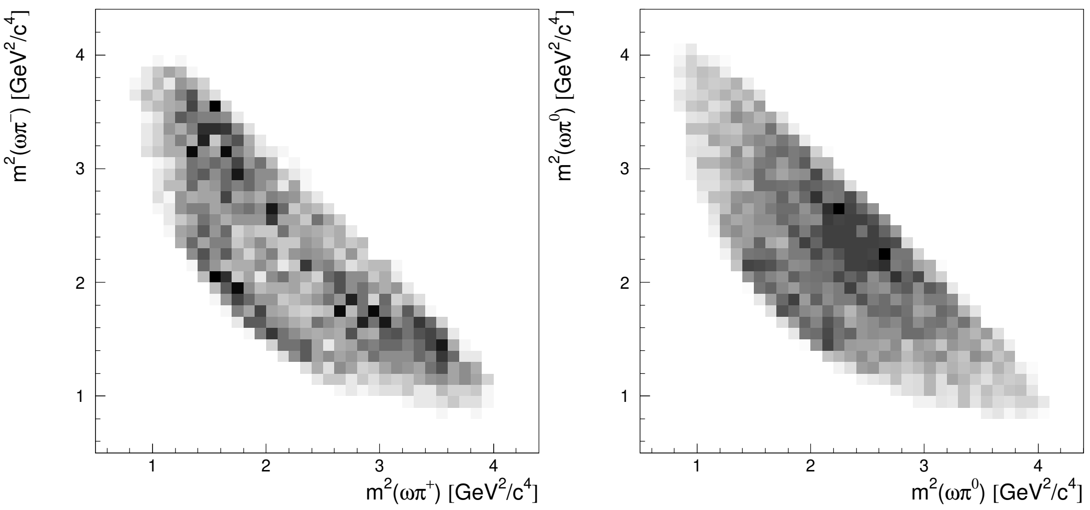

Abbildung 3.8: *Die Abbildung zeigt die transformierten sidebin-Daltizplots, die zur Untergrundsubtraktion beim $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand (links) und beim $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand (rechts) benutzt werden.*

sen der gemessenen Daten zusammengefaßt. Abbildung 3.7 zeigt am Beispiel der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse aus der 5π-Hypothese die Lage der einzelnen Bereiche sowie eine der Anpassungen des Spektrums in der Gauß-Parametrisierung.

Wurde ein *sidebin*-Ereignis als Untergrundereignis identifiziert, so kann es durch Skalierung der Impulsbeträge der beteiligten vier bzw. fünf Teilchen kinematisch in den zentralen Bereich der ω-Masse transformiert werden. Es entspricht dann einem von der kinematischen Anpassung akzeptierten Untergrundereignis, bei dem durch die transformierte $\pi^+\pi^-\pi^0$- bzw. $\pi^0\gamma$-Kombination ein ω-Meson vorgetäuscht wird. Damit das *sidebin*-Ereignis seine ursprüngliche Charakteristik nicht verliert, gleichzeitig aber eine möglichst große Ähnlichkeit mit Untergrundereignissen aus dem Bereich der ω-Masse erreicht, werden an die Transformation verschiedene Bedingungen gestellt:

1. Die invariante Masse der potentiellen ω-Zerfallsteilchen soll gleich der nominalen ω-Masse sein

2. Die Gesamtenergie soll gleich dem Nominalwert sein

3. Die Komponenten des Gesamtimpulses sollen gleich den Nominalwerten sein

4. Die beiden invarianten $\omega\pi$-Massen sollen nicht geändert werden

Die ersten drei Bedingungen entsprechen den Anforderungen, denen normale Ereignisse durch die kinematische Anpassung an die $\omega\pi\pi$-Endzustandshypothese unterliegen. Die vierte Bedingung sorgt dafür, daß die Charakteristik der Untergrundereignisse erhalten bleibt. Die Konkurenz dieser Bedingungen und ihre Gewichtung wird durch eine Art χ^2-Funktion beschrieben:

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \Delta^2_{m_\omega} + \Delta^2_{E_{tot}} + 0.05 \cdot (\Delta^2_{p_x} + \Delta^2_{p_y}) \\ &\quad + \Delta^2_{p_z} + 0.3 \cdot (\Delta^2_{m_{\omega\pi_1}} + \Delta^2_{m_{\omega\pi_2}})\end{aligned} \tag{3.19}$$

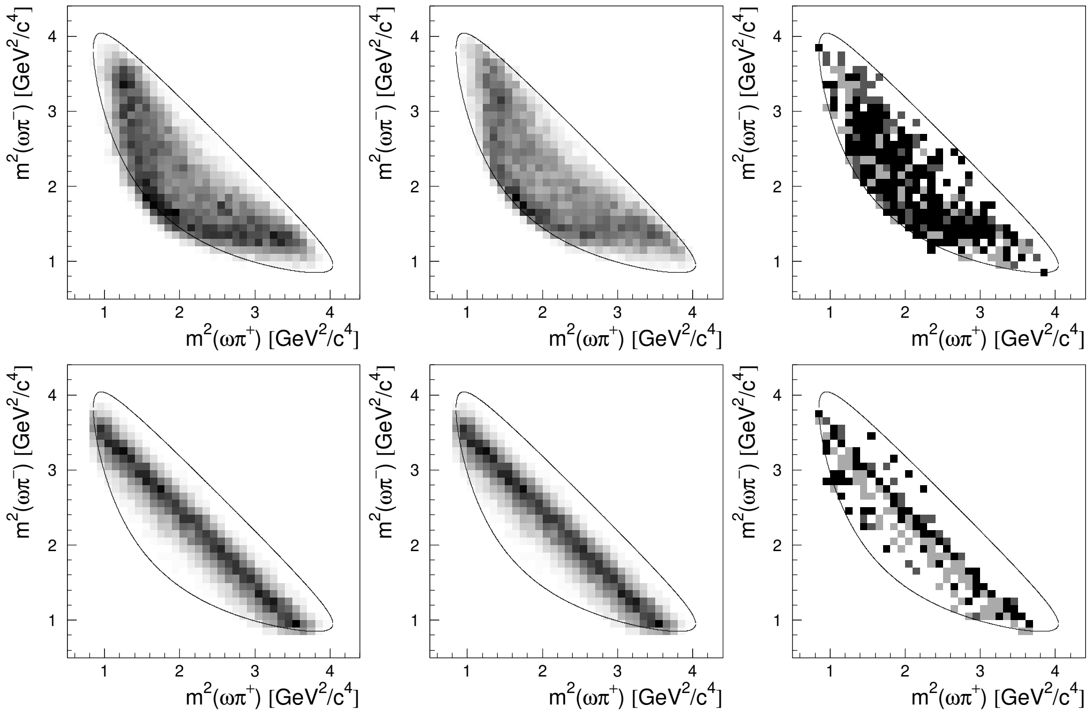

Abbildung 3.9: *Die Abbildung zeigt für die Hauptuntergrundkanäle $\rho^+\rho^-$ (oben) und $\rho^0\pi^0\pi^0$ (unten) des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes die Dalitzplots des zentralen Bereiches (links) und der transformierten sidebins (mitte) sowie die Bereiche guter Übereinstimmung (rechts). Dabei symbolisieren die schwarzen Flächen Übereinstimmung bis auf 20 Prozent, in den hellgrauen Flächen wird der Untergrund um bis zu 40 Prozent unter- und in den dunkelgrauen Flächen um bis zu 40 Prozent überschätzt. In den freigelassenen Abschnitten wird der jeweilige Untergrund schlechter als auf 40 Prozent abgeschätzt, es sind dies jedoch meist Abschnitte geringer Kontamination. Die stark kontaminierten Bereiche werden durch die sidebins insgesamt sehr gut beschrieben. Die durchgezogenen Linien kennzeichnen den Rand des Phasenraumes.*

Die Δ_x^2 stehen für das Quadrat der Differenz zwischen dem gewünschten Wert x_g und dem tatsächlichen Wert x_t der Größe x:

$$\Delta_x^2 = (x_g - x_t)^2 \tag{3.20}$$

Bei der ereignisweisen Minimierung der χ^2-Funktion wurde an die Untergrundereignisse aus den *sidebins* zusätzlich die Bedingung gestellt, daß die Bewegung im Phasenraum einen gewissen Wert nicht übersteigt. Dadurch sollen unnatürliche Anhäufungen an den Phasenraumrändern der transformierten *sidebins* vermieden werden. Nach diesem Kriterium bleiben 4426 transformierte *sidebin*-Ereignisse für den $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand, und 3502 für den $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand übrig. Die Dalitzplots dieser Ereignisse sind in Abbildung 3.8 zu sehen. Man findet, daß sich der Untergrund über den ganzen Phasenraum ausdehnt und ausgeprägte Strukturen aufweist. Ein Vergleich dieser Strukturen mit den *sidebins* von *genbod*-simulierten Untergrundereignissen bestätigt die in Abschnitt 3.5.2 gefundene Dominanz der Untergrundkanäle mit einem oder zwei ρ-Mesonen.

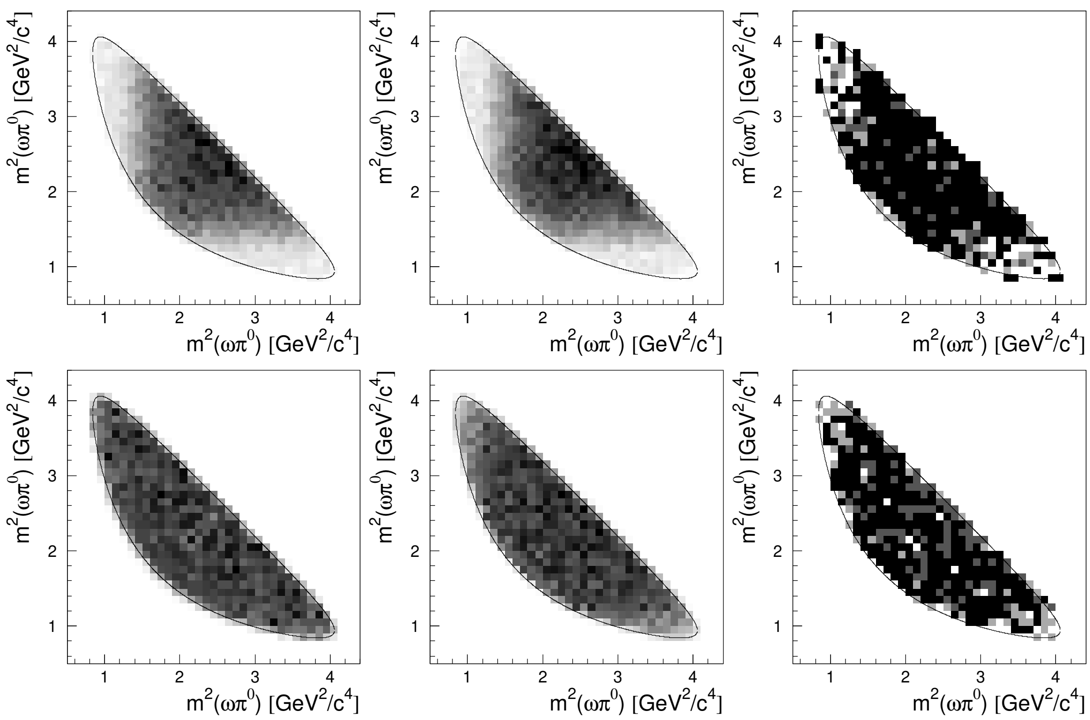

Abbildung 3.10: *Die Abbildung zeigt analog zu Figur 3.9 die Dalitzplots der Hauptuntergrundkanäle $\rho^+\rho^-\pi^0$ (oben) und $\rho^0\pi^0\pi^0\pi^0$ (unten) des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes.*

3.7.3 Güte der Untergrundsubtraktion

Zur Überprüfung der Güte der Untergrundsubtraktion wurden für *genbod*-simulierte Untergrundereignisse die transformierten *sidebin*-Dalitzplots mit den entsprechenden Auftragungen aus dem Bereich der ω-Masse verglichen. Die Abbildungen 3.9 und 3.10 zeigen neben den genannten Diagrammen die Bereiche guter Übereinstimmung. Es zeigt sich, daß der Betrag des nach der Subtraktion verbleibenden Untergrundes in den stark kontaminierten Bereichen in allen Fällen kleiner als 40 Prozent des ursprünglichen Anteils ist, beim $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand wird der Untergrund sogar um mehr als 80 Prozent reduziert. Der verbleibende Untergrundanteil liegt jetzt für beide $\omega\pi\pi$-Endzustände mit weniger als acht Prozent in einzelnen Dalitzplotzellen in einem vertretbaren Rahmen.

Kapitel 4

Vorstellung der Daten

In diesem Kapitel werden die beiden Datensätze vorgestellt, die sich aus der in Kapitel 3 beschriebenen Selektion ergeben haben. Einführend wird zunächst die Darstellung in Form eines Dalitzplots und die kinematische Situation bei Annihilationen im Fluge erklärt.

4.1 Der Dalitzplot

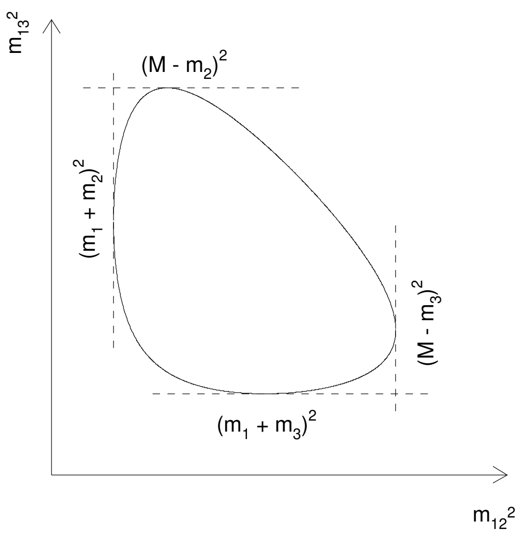

Abbildung 4.1: *Schema eines Dalitzplots und kinematische Grenzen der invarianten Zwei-Teilchen-Massen.*

Für Drei-Körper-Endzustände ist eine vollständige Beschreibung der Kinematik durch nur zwei unabhängige Variablen möglich, wenn die Orientierung der Ereignisse im Raum willkürlich festgelegt werden kann. Bei der Darstellung im Dalitzplot werden als unabhängige Variablen die Quadrate der invarianten Massen von Zwei-Teilchen-Systemen gewählt und gegeneinander aufgetragen. Diese Art der Darstellung hat den Vorteil, daß bei rein phasenraumgewichteten Ereignissen ohne Wechselwirkung zwischen den Endzustandsteilchen die Dalitzplotverteilung nur durch die Akzeptanz der Messung bestimmt ist. Für einen idealen Detektor und bei vollständiger Rekonstruktion aller Ereignisse ergäbe sich innerhalb der kinematisch erlaubten Grenzen eine konstante Ausfüllung des Dalitzplots. Die Beobachtung von Strukturen ist ein direkter Hinweis auf Wechselwirkungen zwischen den Endzustandsteilchen. Das Auftreten von Resonanzen, also kurzlebigen Zwischenzuständen, führt zu Bändern parallel zu den Achsen oder senkrecht zur Hauptdiagonalen. Lage und Ausdehnung dieser Bänder lassen Rückschlüsse auf Masse und Breite der verantwortlichen Resonanz zu. Die Verteilung der Ereignisdichte entlang eines Bandes ist ein direktes Abbild der Winkelverteilung des Zerfalls der Resonanz in deren Ruhesystem. Aus der Winkelverteilung lassen sich bei Kenntnis der Quantenzahlen der Zerfallsteilchen Rückschlüsse auf den Resonanzspin ziehen. In Abbildung 4.1 ist eine schematische Abbildung des Daltizplots zu sehen. Enthält der Endzustand identische Teilchen, so ergibt sich aus der Vertauschungssymmetrie ein entsprechendes Vielfaches an Einträgen pro Ereignis. Für den $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand etwa wird jedes Ereignis zweimal in den Dalitzplot eingetragen.

Die invarianten Massenquadrate zweier Teilchenpaare lassen sich direkt an den Achsen ablesen. Die Masse der dritten Kombination muß mit Hilfe der folgenden Beziehung berechnet werden:

$$m_{12}^2 + m_{23}^2 + m_{13}^2 = s + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 = C \tag{4.1}$$

Dabei steht s für das Quadrat der Gesamtenergie im Schwerpunktsystem der Reaktion. Zur Bestimmung der Masse einer Resonanz, die einer Struktur entlang der Gegendiagonalen zugrundeliegt, werden die Schnittpunkte der Gegendiagonalen mit den Achsen gebildet. Auf der m_{12}^2-Achse etwa ist m_{13}^2 gleich null und man findet:

$$m_{23}^2 = C - m_{12}^2 \tag{4.2}$$

Der Zusammenhang zwischen den invarianten Massenquadraten und dem Zerfallswinkel einer Resonanz im System der Teilchen i und j ist gegeben durch folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\cos\theta &= \frac{2m_{ij} - \left(m_{ijmin}^2 + m_{ijmax}^2\right)}{\left(m_{ijmin}^2 - m_{ijmax}^2\right)} \\
m_{ijmin}^2 &= (E_i + E_j)^2 - \left(\sqrt{E_i^2 - m_i^2} + \sqrt{E_j^2 - m_j^2}\right)^2 \\
m_{ijmax}^2 &= (E_i + E_j)^2 - \left(\sqrt{E_i^2 - m_i^2} - \sqrt{E_j^2 - m_j^2}\right)^2 \\
E_j &= \frac{s - m_{ij}^2 - m_j^2}{2m_{ik}} \\
E_i &= \frac{m_{ik}^2 + m_i^2 - m_k^2}{2m_{ik}}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Für reine Drei-Teilchen-Endzustände aus der $\overline{p}p$-Annihilation in Ruhe ist die Beschreibung der Daten durch die Dalitzplotvariablen m_{12}^2 und m_{13}^2 vollständig.

4.2 Die Kinematik von Annihilationen im Fluge

Bei Annihilationen im Fluge ist durch die Einflugsrichtung des Antiprotons eine Raumrichtung ausgezeichnet, die Ereignisse können also nicht mehr beliebig im Raum orientiert werden. Da weder Proton noch Antiproton polarisiert sind, ist aber weiterhin die freie Rotation um diese Achse möglich. Zur Beschreibung der Ereignisse werden zwei weitere Größen notwendig, der Produktionswinkel einer Resonanz bezüglich der Strahlachse sowie der Azimutwinkel des Resonanzzerfalls bezüglich der durch die Strahlachse und die Resonanzflugrichtung aufgespannten Ebene. Enthält der Drei-Teilchen-Endzustand ein ω-Meson, dessen Zerfall auch noch beschrieben werden soll, so ergeben sich mit dessen Azimut- und Polarwinkel zwei weitere unabhängige Variablen. An Stelle des zweidimensionalen Phasenraumes der Drei-Teilchen-Endzustände in Ruhe tritt jetzt ein multidimensionaler Phasenraum, der nur noch in Projektionen visualisiert werden kann.

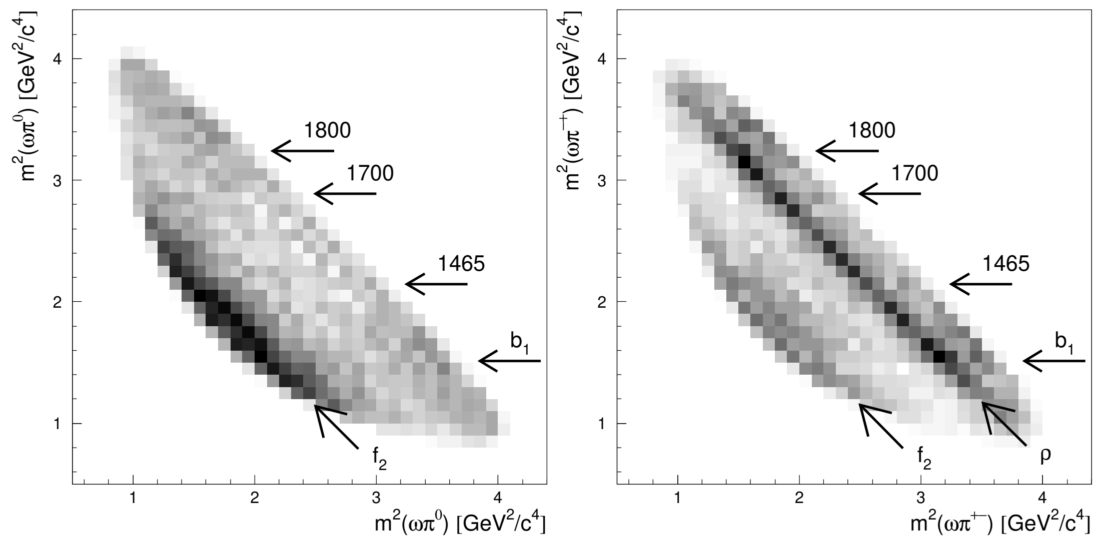

Abbildung 4.2: *Dalitzplots der beiden Endzustände $\omega\pi^0\pi^0$ (links) und $\omega\pi^+\pi^-$ (rechts). Durch die Pfeile werden Position und Richtung möglicher Resonanzen angedeutet.*

4.3 Spektren der $\omega\pi\pi$-Endzustände

Bei der ersten Begutachtung der Daten werden auch hier der Anschaulichkeit halber die untergrundbereinigten Dalitzplots und deren Projektionen benutzt. Auf die genaue Form der verschiedenen Winkelverteilungen wird im Laufe der Partialwellenanalyse weiter unten und in Anhang B eingegangen. Der $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand enthält mit den π^0-Mesonen zwei identische Teilchen. Durch die Vertauschungssymmetrie ergeben sich im Dalitzplot und im invarianten $\omega\pi^0$-Massenspektrum zwei Einträge pro Ereignis. Wegen der geringen Ereigniszahl und aus Gründen der Übersichtlichkeit werden auch die entsprechenden Auftragungen des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes symmetrisiert dargestellt.

Abbildung 4.2 zeigt die Dalitzplots der beiden $\omega\pi\pi$-Endzustände. Als dominante Strukturen findet man das $f_2(1270)$-Band sowie im Endzustand mit zwei geladenen Pionen das $\rho(770)$-Band. Beide Resonanzen zerfallen hauptsächlich in zwei π-Mesonen, wobei für das ρ-Meson der Zerfall in zwei π^0 durch die Auswahlregeln der C-Parität verboten ist. Abgesehen von den deutlich hervortretenden Bändern scheinen die Dalitzplots von der über weite Bereiche langsam variierenden Intensitätsverteilung der $\pi\pi_S$-Welle mit den vier Komponenten σ, $f_0(980)$, $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ geprägt zu sein (siehe Abschnitt 7.1.2). Die Präsenz des $b_1(1235)$-Mesons oder seiner radialen Anregung läßt sich nur anhand kleiner Intensitätsanhäufungen am Dalitzplotrand und eventuell an den Interferenzpunkten mit den Bändern der f_2- oder ρ-Mesonen erahnen. Für die Anwesenheit der isovektoriellen Vektorresonanzen $\rho(1450)$, $\rho(1700)$ und des $\rho_3(1690)$-Mesons findet man keine direkten Hinweise. In den zugehörigen Massenbereichen sind allerdings leichte Intensitätsfluktuationen zu beobachten, die möglicherweise auf Interferenzen der Hauptbeiträge mit kleinen Anteilen eines oder mehrerer der schweren ρ-Mesonen hindeuten.

Die dominanten Strukturen der Dalitzplots finden sich auch in den Projektionen wieder

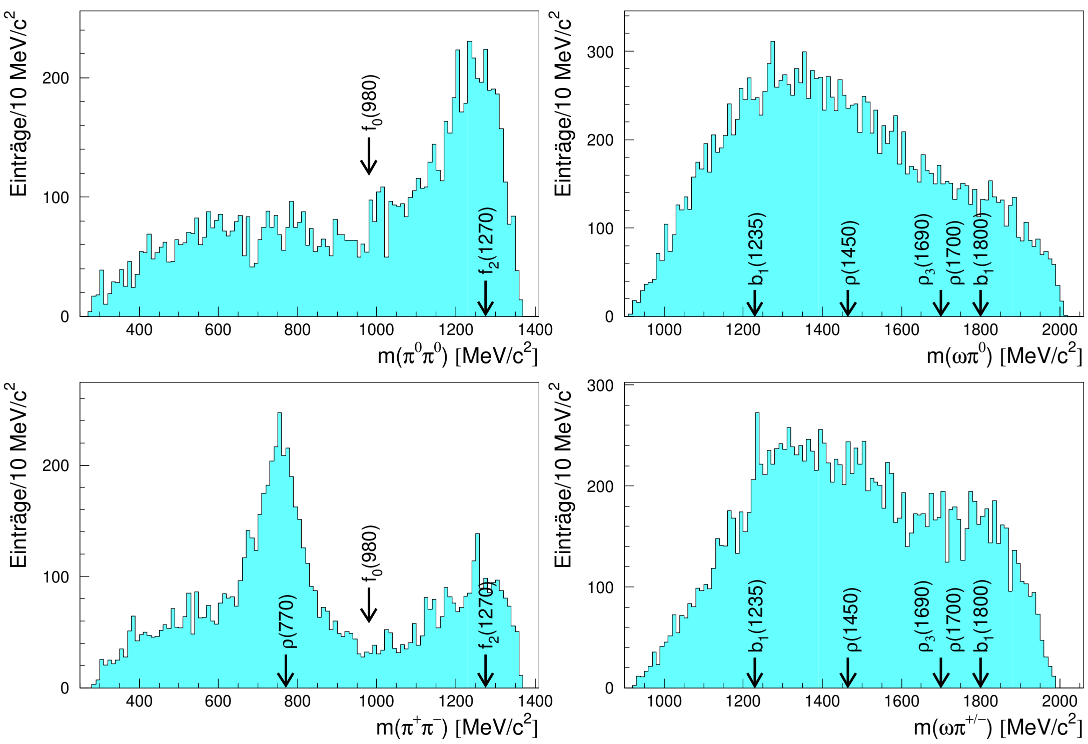

Abbildung 4.3: *Invariante* $\pi\pi$- *(links) und* $\omega\pi$-*Massen (rechts) der* $\omega\pi^0\pi^0$- *(oben) und* $\omega\pi^+\pi^-$-*Endzustände (unten).*

(Abb. 4.3). Die Signale der $f_2(1270)$- und $\rho(770)$-Mesonen sitzen auf einer recht langsam variierenden Verteilung auf, die der $\pi\pi_S$-Welle zugeschrieben wird. Mögliche Ursachen für die leicht asymmetrische Struktur des $\rho(770)$-Signals sind die sogenannte $\rho-\omega$-Interferenz [66] aufgrund des seltenen Zerfall $\omega \to \pi^+\pi^-$ (BR($\omega \to \pi^+\pi^-$) = 2.21 %), oder die Verzerrung der Linienform durch Drehimpulsbarrieren. Die Verteilung der invarianten $\omega\pi$-Masse wird hauptsächlich durch Reflexionen der Strukturen im $\pi\pi$-System bestimmt. Im invarianten $\omega\pi$-Massenspektrum ist die Lage möglicher Resonanzen durch Pfeile gekennzeichnet, ausgeprägte Signale sind aber leider nicht zu sehen.

Die in den Daten enthaltenen Informationen entziehen sich zu einem großen Teil der einfachen Begutachtung. Abgesehen vom $\rho(770)$-Meson lassen sich für keine weiteren Resonanzen Masse und Breite direkt aus den Dalitzplotprojektionen bestimmen, für die schweren ρ-Mesonen und selbst für das $b_1(1235)$ oder seine radiale Anregung kann nicht mit Sicherheit festgestellt werden, ob sie überhaupt in den selektierten Datensätzen vorhanden sind. Um weitergehende Aussagen treffen zu können, muß eine vollständige Partialwellenanalyse durchgeführt werden, mit deren Hilfe neben Massen und Breiten auch die Beiträge einzelner Anfangszustände und Drehimpulse festgestellt werden können. Nur so kann die Zusammensetzung der beiden $\omega\pi\pi$-Endzustände geklärt werden. Im Kapitel 6 werden die dazu notwendigen Formalismen vorgestellt.

Kapitel 5

Die totalen Wirkungsquerschnitte

Mit Hilfe der in den vorigen Abschnitten bestimmten Ereigniszahlen sowie den Akzeptanz- und Untergrundverteilungen können die totalen Wirkungsquerschnitte der beiden Reaktionen $\overline{p}p \to \omega\pi\pi$ bestimmt werden. Für die hierfür nötigen Berechnungen werden folgende Definitionen benutzt:

- n_k^d bezeichnet die mit Hilfe einer bestimmten Zerfallskette rekonstruierte Anzahl von Ereignissen eines mesonischen Endzustandes k aus dem Datensatz d und entspricht den in Tabelle (3.5) und (3.4) angegebenen Werten.

- a_k^d bezeichnet die aus n_k^d berechnete akzeptanz- und untergrundkorrigierte Anzahl von Ereignissen einer Zerfallskette des Endzustandes k aus dem Datensatz d. Die Bestimmung von a_k^d für die $\omega\pi\pi$-Endzustände wird in Abschnitt 5.2 beschrieben.

- N_k^d bezeichnet die a_k^d zugrunde liegende Gesamtzahl von Ereignissen eines Endzustandes k, unabhängig von dessen Zerfallskette. Die Berechnung von N_k^d aus a_k^d erfolgt mit Hilfe der Verzweigungsverhältnisse der beteiligten Mesonen, im Fall der $\omega\pi\pi$-Endzustände ergibt sich:

$$\begin{aligned} N^d_{\omega\pi^0\pi^0} &= \frac{a^d_{\omega\pi^0\pi^0}}{BR(\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0) \cdot BR(\pi^0 \to \gamma\gamma)^3} \\ N^d_{\omega\pi^+\pi^-} &= \frac{a^d_{\omega\pi^+\pi^-}}{BR(\omega \to \pi^0\gamma) \cdot BR(\pi^0 \to \gamma\gamma)} \end{aligned} \tag{5.1}$$

Für die Verzweigungsverhältnisse werden die Werte aus [46] benutzt:

$$\begin{aligned} BR(\pi^0 \to \gamma\gamma) &= 0.98798 \pm 0.00032 \\ BR(\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0) &= 0.888 \pm 0.007 \\ BR(\omega \to \pi^0\gamma) &= 0.085 \pm 0.005 \end{aligned} \tag{5.2}$$

5.1 Normierung mit Hilfe des $\pi^0\pi^0$-Kanals

Bei Kenntnis der Anzahl einfliegender Antiprotonen $N_{\overline{p}}$ ist der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\omega\pi\pi}$ durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$\sigma_{\omega\pi\pi} = \frac{N_{\omega\pi\pi}}{N_{\overline{p}}} \cdot \frac{M}{2\rho_T l_T L_A} \tag{5.3}$$

Die Größe $N_{\omega\pi\pi}$ steht wie oben definiert für die Gesamtzahl von $\omega\pi\pi$-Ereignissen, die einem Datensatz zugrunde liegt. Die Molmasse M und die Dichte ρ_T des Targetmaterials sowie die Länge l_T des Targets und die Avogadrokonstante L_A dienen der Bestimmung des targetspezifischen Anteils des Wirkungsquerschnittes. Da flüssiger Wasserstoff aus zwei Protonen pro Molekül besteht wird der Targetfaktor entsprechend korrigiert.

Für die in dieser Arbeit verwendeten Daten wurden die zur Bestimmung von $N_{\overline{p}}$ notwendigen Größen bei der Datennahme leider nicht aufgezeichnet. Zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte wird deswegen der Vergleich mit dem $\pi^0\pi^0$-Kanal herangezogen, dessen totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\pi^0\pi^0}$ für einen Antiprotonimpuls von 1200 MeV/c mit dem Crystal Barrel Experiment in [49] zu

$$\sigma_{\pi^0\pi^0} = 65.3 \pm 2.8\,\mu b \tag{5.4}$$

bestimmt wurde. Bei bekanntem Wirkungsquerschnitt des Referenzkanals ergibt sich für den gesuchten Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\omega\pi\pi}$:

$$\sigma_{\omega\pi\pi} = \frac{N^{mb}_{\omega\pi\pi}}{N^{mb}_{\pi^0\pi^0}} \cdot \sigma_{\pi^0\pi^0} \tag{5.5}$$

Die Ereigniszahlen $N^{mb}_{\omega\pi\pi}$ und $N^{mb}_{\pi^0\pi^0}$ der beiden Kanäle müssen sich dabei auf denselben Datensatz, in diesem Fall also auf die *minimum-bias*-Daten, beziehen. Die Zahl $N^{mb}_{\pi^0\pi^0}$ der $\pi^0\pi^0$-Ereignisse wurde in [50] unter Verwendung der Ergebnisse aus [49] bestimmt:

$$N^{mb}_{\pi^0\pi^0} = 410 \pm 30 \tag{5.6}$$

Um für $\omega\pi\pi$-Ereignisse die volle Statistik des wesentlich größeren *2-prong*-Datensatzes ausnutzen zu können, wurde ein globaler Trigger-Anreicherungsfaktor f_A bestimmt. Dazu wurden sowohl in den *minimum-bias*- als auch in den *2-prong*-Daten neben den in dieser Arbeit analysierten $\omega\pi\pi$-Endzuständen die Kanäle $\pi^+\pi^-\pi^0$ und $K^+K^-K^0$ selektiert [50]. Der individuelle Anreicherungsfaktor eines Kanales k ergibt sich aus dem Verhältnis der selektierten Ereigniszahlen beider Datensätze:

$$f_A = \frac{n_k^{2pr}}{n_k^{mb}} \tag{5.7}$$

Dabei wird davon ausgegangen, daß sich Untergrund- und Akzeptanzeffekte auf die Selektion eines Kanals in unterschiedlichen Datensätzen in identischer Weise auswirken und bei der Quotientenbildung verschwinden. Aus den vier individuellen Werten des Anreicherungsfaktors wurde ein Mittelwert

$$\overline{f}_A = 13.7 \pm 0.3 \tag{5.8}$$

gebildet, mit dessen Hilfe aus den akzeptanzkorrigierten Ereigniszahlen $a^{2pr}_{\omega\pi\pi}$ im *2-prong*-Datensatz die entsprechenden Ereigniszahlen $a^{mb}_{\omega\pi\pi}$ im *minimum-bias*-Datensatz berechnet werden können:

$$a^{mb}_{\omega\pi\pi} = a^{2pr}_{\omega\pi\pi} \cdot \frac{N^{mb}}{N^{2pr}\overline{f}_A} \tag{5.9}$$

Die Größen N^{mb} und N^{2pr} stehen dabei für den Gesamtumfang der beiden Datensätze. Dank des geringen statistischen Fehlers der Ausgangsgrößen läßt sich so der Fehler von $a^{mb}_{\omega\pi\pi}$ gegenüber der direkten Messung im *minimum-bias*-Datensatz deutlich reduzieren.

5.2 Akzeptanzkorrektur der Daten

Ein Ereignis eines Endzustandes aus der $\overline{p}p$-Annihilation im Fluge wird durch einen Punkt r im multidimensionalen Phasenraum PS repräsentiert. Durch Integration der Differenz der gemessenen Ereignisdichte $\eta(r)$ und der Untergrunddichte $\mu(r)$ über den gesamten Phasenraum bei gleichzeitiger Division durch die Akzeptanz $\epsilon(r)$ kann aus der gemessenen Anzahl von Ereignissen des selektierten Endzustandes auf dessen Häufigkeit a vor der Selektion rückgeschlossen werden:

$$a = \int_{PS} \frac{\eta(r) - \mu(r)}{\epsilon(r)} dr \tag{5.10}$$

Da für die einzelnen Dichteverteilungen und für die Akzeptanzfunktion im allgemeinen keine analytischen Funktionen vorliegen, muß das obige Integral durch eine Summe angenähert werden. Dazu wird der Phasenraum in i Zellen unterteilt, für die jeweils die Besetzung n_j und u_j mit Daten- und Untergrundereignissen sowie die gemittelte Effizienz e_j bestimmt wird. Die untergrundkorrigierte Zahl der Ereignisse in einer Zelle wird dann durch die gemittelte Akzeptanz der Zelle dividiert und ergibt so die ursprüngliche Anzahl des selektierten Ereignistyps in dieser Zelle. Durch Summation über alle Zellen wird die Integration in Gleichung (5.10) angenähert:

$$a = \sum_{j=1}^{i} \frac{n_j - u_j}{e_j} \tag{5.11}$$

Die Wahl der Zelleneinteilung wird wesentlich durch die Anzahl der vorhandenen Daten- und Untergrundereignisse sowie durch die Variation der Akzeptanz in Abhängigkeit einzelner Phasenraumvariablen bestimmt. Bei den vorliegenden Ereigniszahlen von etwa 10000 pro selektiertem Datensatz ergibt sich bei einer geforderten minimalen mittleren Besetzungsdichte von vier Ereignissen pro Zelle und der gleichberechtigten Unterteilung aller sechs Phasenraumdimensionen eine Einteilung in weniger als fünf Bereiche pro Dimension. Trotz der sehr groben Unterteilung enthält dann ein großer Teil der Zellen weniger als vier Einträge, die statistische Signifikanz der akzeptanzkorrigierten Ereigniszahl ist dementsprechend gering. Als sinnvoller Kompromiß zwischen systematischen und statistischen Unsicherheiten erscheint also die Projektion des Phasenraumes auf zwei Dimensionen, die jeweils in bis zu 30 Bereiche unterteilt werden können, wenn eine minimale mittlere Besetzungsdichte mit Datenereignissen von zehn und mit Untergrundereignissen von vier nicht unterschritten werden soll. Für die restlichen Dimensionen wird die Akzeptanz über den gesamten zulässigen Bereich gemittelt. Um systematische Unsicherheiten bei der Berechnung der akzeptanzkorrigierten Ereigniszahlen $a^{2pr}_{\omega\pi^0\pi^0}$ und $a^{2pr}_{\omega\pi^+\pi^-}$ zu minimieren, wurde die Akzeptanzkorrektur für verschiedene zweidimensionale Projektionen des Phasenraums durchgeführt und ein Mittelwert gebildet:

$$\begin{aligned} a^{2pr}_{\omega\pi^0\pi^0} &= 343167 \pm 4182 \\ a^{2pr}_{\omega\pi^+\pi^-} &= 113776 \pm 2061 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Die angegebenen Werte sind um etwa 15 Prozent größer als die Werte, die sich aus simplen Abschätzungen mit Hilfe der globalen Effizienz ergeben würden. Die kleinen relativen Fehler von weniger als zwei Prozent deuten auf eine gute Übereinstimmung zwischen den Werten für unterschiedliche Projektionen und damit auf einen kleinen systematischen Fehler hin.

5.3 Berechnung der Wirkungsquerschnitte

Nach dieser Vorarbeit können jetzt die totalen Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $\overline{p}p \rightarrow \omega\pi\pi$ berechnet werden. Es ergibt sich für den $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand ein Wert von

$$\sigma_{\omega\pi^0\pi^0} = 1.28 \pm 0.11\, mb, \tag{5.13}$$

der $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand hat einen totalen Wirkungsquerschnitt von

$$\sigma_{\omega\pi^+\pi^-} = 4.33 \pm 0.48\, mb. \tag{5.14}$$

Der Fehler der beiden Werte ergibt sich aus der quadratischen Summe der relativen Fehler der beitragenden Größen.

Der totale Annihilationsquerschnitt σ_{ann} der $\overline{p}p$-Wechselwirkung folgt nach [52] folgender Verteilung:

$$\sigma_{ann} = (0.532 \pm 0.210)mb + (63.4 \pm 0.513)mb \cdot p_{\overline{p}}[GeV/c]^{(-0.78 \pm 0.03)}, \tag{5.15}$$

beim vorliegenden Antiprotonimpuls von 1.2 GeV/c erwartet man also einen Wert für σ_{ann} von etwa 55 mb. Es zeigt sich, daß sowohl der $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand mit etwa zwei Prozent als auch der $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand mit etwa acht Prozent einen wichtigen Beitrag zum totalen Annihilationsquerschnitt liefern.

Kapitel 6

Partialwellenanalyse

Aus der Vorstellung der Daten in Kapitel 4 wurde ersichtlich, daß nur wenige Informationen der einfachen Betrachtung der Spektren zugänglich sind. Um die Zusammensetzung des $\omega\pi\pi$-Endzustandes zu klären, muß eine vollständige Partialwellenanalyse durchgeführt werden. In diesem Kapitel sollen die dabei zugrunde liegenden Modelle und Methoden vorgestellt werden.

Mit Hilfe des Helizitäts- und des K-Matrixformalismus (Abschnitt 6.2 und 6.3) wird für alle Ereignisse ein individuelles Gewicht berechnet, das von den interessierenden physikalischen Größen und der Ereignistopologie abhängt. Das Ensemble aller Gewichte wird zu einer Log-Likelihood-Funktion zusammengefaßt (Abschnitt 6.4), die durch Variation der physikalischen Parameter minimiert wird. Der letzte Abschnitt dieses Kapitels gibt einen Überblick über die dabei möglichen Quantenzahlen des $\overline{p}p$-Systems und über dessen in Betracht zu ziehende Zerfälle.

6.1 Das Isobarenmodell

Zur Analyse der vorliegenden Datensätze wurde das Isobarenmodell verwendet. Dabei wird davon ausgegangen, daß ein Vielteilchenendzustand durch aufeinanderfolgende Zweikörperzerfälle eines Anfangszustandes erreicht wird. Der $\omega\pi\pi$-Endzustand wird demnach durch den Zerfall des $\overline{p}p$-Streuzustandes in eine Resonanz und ein Rückstoßmeson sowie durch den Zerfall der Resonanz erreicht. Im Isobarenmodell wird die grundsätzliche Schwierigkeit, daß sich ein direkter Dreikörperzerfall nicht analytisch beschreiben läßt, umgangen. Im Helizitätsformalismus kann der direkte Dreikörperzerfall des ω-Mesons allerdings durch Integration über alle möglichen Zwischenzustände berechnet werden.

Der Ansatz der Zweikörperzerfälle nach Jackson [53], Pisut und Roos [54] ist äquivalent zum Modell der Endzustandswechselwirkung von Watson [55]. Dabei wird von isotroper Erzeugung der drei Endzustandsteilchen ausgegangen, die dann paarweise der Wechselwirkung unterworfen werden. Die Form der dabei auftretenden Amplituden wird in Abschnitt 6.3 beschrieben.

6.2 Der Helizitätsformalismus

Die folgende Beschreibung des Helizitätsformalismus folgt im Wesentlichen der Darstellung von Chung und Klempt [57] sowie den Ausführungen von Chung [56]. Die Herleitung der

Summationsvorschrift beschränkt sich auf den in dieser Arbeit vorliegenden Fall eines Drei-Körper-Endzustandes aus der $\overline{p}p$-Annihilation im Fluge.

6.2.1 Vorbemerkungen

Der Helizitätsformalismus bietet die Möglichkeit, die Winkelabhängigkeit des Zerfalls eines Teilchens in zwei Tochterteilchen in Abhängigkeit der vorkommenden Spins und ihrer Projektionen auf die jeweilige Flugrichtung, den sogenannten Helizitäten, anzugeben. Für den Zerfall einer Resonanz R mit Spin s_R und Helizität λ_R in die Teilchen p_1 und p_2 mit den Spins s_1 und s_2 sowie den Helizitäten λ_1 und λ_2 ergibt sich mit $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ für die Zerfallsamplitude T

$$\begin{aligned} T &= \langle p_1 p_2 s_1 s_2 \lambda_1 \lambda_2 | \mathcal{M} | R s_R \lambda_R \rangle \\ &= \alpha^{R p_1 p_2}_{\lambda_1 \lambda_2} \cdot N^s_D \cdot D^{s_R *}_{\lambda_r \lambda} \end{aligned} \tag{6.1}$$

Die Größe λ stellt die Projektion des Gesamtspins s von p_1 und p_2 auf die Flugrichtung von p_1 im Ruhesystem von R dar. Da sich p_1 und p_2 entgegengesetzt bewegen wird λ durch Differenzenbildung aus λ_1 und λ_2 berechnet. Strenggenommen kann man λ nicht als Helizität bezeichnen, da das Gesamtsystem aus p_1 und p_2 im Ruhesystem von R keine Bewegungsrichtung hat, auf die man seinen Spin projizieren könnte. Der Einfachheit halber wird λ im folgenden trotzdem als Gesamthelizität von p_1 und p_2 bezeichnet.

α wird im allgemeinen als Helizitätsamplitude bezeichnet, auf deren Gestalt später näher eingegangen werden soll. Der Winkelanteil der Zerfallsamplitude wird vollständig durch die Drehfunktionen D mit dem Normierungsfaktor N_D beschrieben. Als Argumente werden den D-Funktionen üblicherweise die drei Euler-Winkel übergeben, zur Beschreibung des Resonanzzerfalls genügen aber die zwei Winkel θ und ϕ zwischen der Flugrichtung der Tochterteilchen und der Flugrichtung bzw. der Produktionsebene der Resonanz. Für spinlose Endzustandsteilchen kann der dritte Winkel an allen Vertices immer null (oder $-\phi$) gesetzt werden. Auf die Besonderheit des Zerfalles des ω-Mesons in ein Photon und ein π^0 und die hierbei nötige Phasenkorrektur wird weiter unten eingegangen.

Zur korrekten Winkelbestimmung müssen die Teilchen einer Zerfallskette von der Primärreaktion ausgehend schrittweise in das Ruhesystem des jeweiligen Mutterteilchens transformiert werden. Wird durch die kinematische Ausgangssituation nur eine Richtung, nicht aber eine Ebene ausgezeichnet, so kann auch ϕ null gesetzt werden. Dies ist für die Behandlung des $\overline{p}p$-Systems der Fall, bei dem die einzig ausgezeichnete Raumrichtung durch den Protonstrahl gegeben ist. Würde man ein polarisiertes Target benutzen, so könnte man mit Hilfe der zweiten ausgezeichneten Raumrichtung auch den Winkel ϕ sinnvoll bestimmen.

Der Normierungsfaktor N_D ergibt sich aus dem Kehrwert des Integrals über das Betragsquadrat der entsprechenden D-Funktion:

$$\begin{aligned} N^s_D &= \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} D^{s*} D^s d\theta d\phi \right)^{-1/2} \\ &= \sqrt{\frac{2s+1}{4\pi}} \end{aligned} \tag{6.2}$$

Aus Gleichung (6.1) läßt sich als wichtiges Merkmal des Helizitätsformalismus die Unabhängigkeit der Zerfallsamplitude T vom Drehimpuls l zwischen den beiden Zerfallsteilchen ablesen. Diese Unabhängigkeit ergibt sich aus der Tatsache, daß im Helizitätsformalismus die Spinbilanz ausschließlich auf die Helizitäten beschränkt wird. Sie reduziert sich damit auf ein eindimensionales Problem, dessen Quantisierungsachse mit der Flugrichtung von p_1 im Ruhesystem von R übereinstimmt. Da der Drehimpuls l senkrecht auf dieser Achse steht findet er keinen Eingang in die Zerfallsamplitude T.

Die ausschließliche Abhängigkeit der Amplituden von den vorkommenden Helizitäten vereinfacht ganz wesentlich die Summationsvorschriften für die Behandlung ganzer Zerfallsketten. Hierbei wird für jeden vorkommenden Vertex über alle möglichen Helizitäten summiert, die Gesamtamplitude ergibt sich als Produkt der Einzelamplituden an den verschiedenen Vertizes.

6.2.2 Der Drei-Körper-Endzustand

Die vorliegende Reaktion kann einer Klasse von Reaktionen mit fünf beteiligten Teilchen zugeordnet werden. Die zwei Teilchen p_1 und p_2 mit den Helizitäten ν_1 und ν_2 und den Spins s_1 und s_2 im Anfangszustand reagieren miteinander und bilden auf zunächst nicht näher festgelegte Art einen Endzustand mit den drei Teilchen p_3, p_4 und p_5:

$$p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4 + p_5 \tag{6.3}$$

Die Teilchen p_1 und p_2 werden mit Proton und Antiproton identifiziert, die bei den hier vorliegenden Reaktionen im Fluge im Gegensatz zur Annihilation in Ruhe kein Protonium mit genau definierten Quantenzahlen J^{PC} bilden. Der Anfangszustand wird also quantenmechanisch nur durch die Spins s_i und die Helizitäten λ_i der beiden Teilchen definiert. Für obigen Übergang wird nun mit Hilfe einer Übergangsmatrix $\mathcal{M}$ für alle $\nu_1\nu_2$ die komplexe Amplitude $T_{\nu_1\nu_2}$ definiert:

$$T_{\nu_1\nu_2} \propto \langle p_3p_4p_5|\mathcal{M}|p_1p_2\nu_1\nu_2\rangle \tag{6.4}$$

Bei korrekter Normierung liefert das Betragsquadrat von $T_{\nu_1\nu_2}$ gerade die Übergangswahrscheinlichkeit für die betrachtete Reaktion und die Helizitäten $\nu_1\nu_2$. Das Gesamtgewicht w eines Ereignisses ergibt sich aus der Summe der Übergangswahrscheinlichkeiten für alle möglichen Helizitäten ν_1 und ν_2 der Anfangszustandsteilchen:

$$w = \sum_{\nu_1,\nu_2} |T_{\nu_1\nu_2}|^2 \tag{6.5}$$

6.2.3 Produktion des atomaren J^{PC} aus $\overline{p}p(\nu_1\nu_2)$

Die im vorigen Abschnitt eingeführte Übergangsmatrix $\mathcal{M}$ dient der Beschreibung des Übergangs vom Anfangs- in den Endzustand. Tatsächlich muß dieser Übergang aber in eine Kette von Produktions- und Zerfallsprozessen zerlegt werden, möchte man Aussagen über das Auftreten von resonanten Zwischenzuständen oder etwa über die Anteile der dabei vorkommenden Drehimpulse machen. In einem ersten Schritt wird $\mathcal{M}$ formal in zwei Teile $\mathcal{M}_p^\dagger$ und $\mathcal{M}_d$ zerlegt, die Produktion und Zerfall eines atomaren Protonium-Zwischenzustandes mit einem Ensemble $a = \{J, P, C, I\}$ von Quantenzahlen beschreiben:

$$\mathcal{M} = \sum_{am} \mathcal{M}_d|am\rangle\langle am|\mathcal{M}_p^\dagger \tag{6.6}$$

Der Index m steht für die möglichen Einstellungen des Gesamtspins s der beiden Teilchen p_1 und p_2 bezüglich einer ausgezeichneten Raumrichtung, die in der Regel entlang der Einflugsrichtung des Protons gewählt wird. Mit Hilfe dieser Entwicklung erhält man für die Amplitude

$T_{\nu_1\nu_2}$ folgenden Ausdruck:

$$T_{\nu_1\nu_2} \propto \sum_{am} \langle p_3 p_4 p_5 | \mathcal{M}_d | am \rangle \langle am | \mathcal{M}_p^\dagger | p_1 p_2 \nu_1 \nu_2 \rangle \tag{6.7}$$

Die Produktion des Zwischenzustandes J^{PC} aus $\overline{p}p$ wird als umgekehrter Zerfall behandelt. Die Produktionsamplitude kann mit $\nu = \nu_1 - \nu_2$ wie in Gleichung (6.1) bestimmt werden, wobei H die Rolle von α übernimmt:

$$\begin{aligned} \langle am | \mathcal{M}_p^\dagger | p_1 p_2 \nu_1 \nu_2 \rangle &= \langle p_1 p_2 \nu_1 \nu_2 \ | \mathcal{M}_p | am \rangle^* \\ &\propto H^{a*}_{\nu_1\nu_2} D^J_{m\nu}(0,0,0) \end{aligned} \tag{6.8}$$

Da für die Produktion alle drei Raumwinkel immer gleich null sind reduziert sich die D-Funktion auf die δ-Funktion. Für die Produktionsamplitude des Protoniumsystems ergibt sich somit:

$$\langle am | \mathcal{M}_p^\dagger | p_1 p_2 \nu_1 \nu_2 \rangle = H^{a*}_{\nu_1\nu_2} \delta_{m\nu} \tag{6.9}$$

Im Gegensatz zur Analyse in Ruhe können für alle J höchstens $m = -1, 0, 1$ vorkommen, da $|\nu| \leq s_1 + s_2 = 1$.

6.2.4 Das Gesamtgewicht

Nach dieser Vorbereitung ist es möglich, das Gesamtgewicht für ein Ereignis nach Gleichung (6.3) mit einer nach p_4 und p_5 zerfallenden Resonanz R anzugeben. In dieser Zerfallskette sind drei Vertizes zu berücksichtigen, jeweils einer für die Produktion des Protoniums, für dessen Zerfall und für den Zerfall der Resonanz. Entsprechend ergibt sich das Gesamtgewicht aus dem Produkt der Amplituden an den drei Vertizes:

$$w = \sum_{\nu_1\nu_2} \left| \sum_{J^{PC}} H^{J^{PC}*}_{\nu_1\nu_2} \sum_{\lambda_R\lambda_3} \alpha^{J^{PC}Rp_3}_{\lambda_R\lambda_3} N^J_D D^{J*}_{\nu\lambda} \sum_{\lambda_4\lambda_5} \alpha^{Rp_4p_5}_{\lambda_4\lambda_5} N^{s_R}_D D^{s_R*}_{\lambda_R,\mu} \right|^2 \tag{6.10}$$

Für die Gesamthelizitäten der beiden Zerfälle gilt wieder $\lambda = \lambda_R - \lambda_3$ und $\mu = \lambda_4 - \lambda_5$. Bei der praktischen Durchführung der Summation muß beachtet werden, daß die Summationsgrenzen für Folgezerfälle von den Summationsindizes vorangestellter Zerfälle abhängen. Das obige Produkt von drei Summen zerfällt also gerade nicht in drei unabhängige Faktoren.

In der vorliegenden Arbeit handelt es sich bei einem der drei Endzustandsteilchen p_3, p_4 und p_5 um ein ω-Meson, aus dessen Zerfallswinkelverteilungen weitere Information geschöpft werden kann. Bei der Erweiterung der Amplitudenfunktion aus Gleichung (6.10) um den Zerfallsvertex des ω-Mesons ergibt sich folgender Ausdruck:

$$w = \sum_{\nu_1\nu_2} \left| \sum_{J^{PC}} H^{J^{PC}*}_{\nu_1\nu_2} \sum_{\lambda_R\lambda_3} \alpha^{J^{PC}Rp_3}_{\lambda_R\lambda_3} N^J_D D^{J*}_{\nu\lambda} \sum_{\lambda_4\lambda_5} \alpha^{Rp_4p_5}_{\lambda_4\lambda_5} N^{s_R}_D D^{s_R*}_{\lambda_R,\mu} \cdot \alpha^{\omega}_{00} N^1_D D^{1*}_{\lambda_\omega,0} \right|^2 \tag{6.11}$$

Hierbei wurde nicht festgelegt, welches der drei Teilchen p_i mit dem ω-Meson identifiziert wird. Auf die Besonderheiten des hier angenommenen Zerfalls $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ wird weiter unten eingegangen.

6.2.5 Symmetrien der Helizitätsamplituden

Wann immer in dem Zerfall einer Resonanz R in die Teilchen p_1 und p_2 die Helizitätsamplitude $\alpha_{\lambda_1\lambda_2}$ auftritt muß auch die Amplitude $\alpha_{-\lambda_1-\lambda_2}$ auftreten. Die beiden Amplituden sind über folgende Beziehung miteinander verknüpft:

$$\alpha_{-\lambda_1-\lambda_2} = P_R P_1 P_2 (-1)^{(s_R+s_1+s_2)} \alpha_{\lambda_1\lambda_2} \tag{6.12}$$

Dank dieser Relation wird die Zahl unabhängiger Amplituden halbiert. Ist für einen Zerfall der Symmetriefaktor negativ verschwinden zusätzlich auch noch die α_{00}. Aus Gleichung (6.12) läßt sich eine vereinfachte Form für die Symmetrierelation der Amplituden H der Protoniumproduktion herleiten:

$$H^{a*}_{-\nu_1-\nu_2} = P(-1)^J H^{a*}_{\nu_1\nu_2} \tag{6.13}$$

Auch hier halbiert sich die Zahl unabhängiger Amplituden.

6.2.6 Die Zerfälle des ω-Mesons

Die beiden in dieser Arbeit betrachteten Zerfälle des ω-Mesons nach $\pi^0\gamma$ und $\pi^+\pi^-\pi^0$ bedürfen einer besonderen Betrachtung.

Im ersten Fall findet sich mit dem Photon γ ein masseloses Teilchen mit Spin eins unter den Zerfallsprodukten. Das Photon kann nur die Helizitäten $\lambda_\gamma = \pm 1$ haben, die Helizität null wird durch die verschwindende Ruhemasse ausgeschlossen. Wie die Helizitäten von Proton und Antiproton wird auch λ_γ als meßbare Größe betrachtet. Tritt ein neutral zerfallendes ω auf, so wird die inkohärente Summation in (6.5) um den Index λ_γ erweitert:

$$w = \sum_{\nu_1,\nu_2,\lambda_\gamma} \left| T_{\nu_1\nu_2\lambda_\gamma} \right|^2 \tag{6.14}$$

Wie weiter oben angedeutet wird nach Giaritta [61] durch den Spin des Photons außerdem eine Phasenkorrektur der Zerfallsamplitude des ω-Mesons nötig. Bei der Analyse des Kanals $\overline{p}p \to \omega\pi^0\pi^0$ in Ruhe mit $\omega \to \pi^0\gamma$ findet Giaritta für die Partialwellen mit $l = 0$ ohne Korrektur destruktive Interferenz im Kreuzungspunkt der b_1-Bänder, man erwartet jedoch für verschwindende Drehimpulse konstruktive Interferenz. Er erklärt dies durch die spezielle Wahl der Koordinatensysteme in den beiden b_1-Zerfallsketten, die zu einer impliziten Verdrehung der jeweiligen Ruhesysteme des ω-Mesons führen. Die Bestimmung des dritten Euler-Winkels und damit der Phasenkorrektur erfolgt durch Einführung eines künstlichen Photons, das im ω-Ruhesystem senkrecht auf dem eigentlichen Zerfallsphoton steht. Transformiert man dieses künstliche Photon durch die beiden kombinatorischen b_1-Ketten, ergibt sich nach Drehung des Zerfallsphotons auf die z-Achse des ω-Ruhesystems der dritte Euler-Winkel aus dem Azimutwinkel des künstlichen Photons.

Im zweiten Fall $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ liegt ein Dreikörperzerfall vor, der im Helizitätsformalismus nicht direkt berechnet werden kann. Durch Integration über alle möglichen Zwischenzustände findet man jedoch, daß eine Behandlung analog zu $\rho \to \pi\pi$ möglich ist. Die Zerfallswinkel θ und ϕ werden aus der Normalen auf die durch $\pi^+\pi^-\pi^0$ definierte Zerfallsebene bestimmt.

6.2.7 Entwicklung der Helizitätsamplituden

Die Helizitätsamplituden $\alpha_{\lambda_1\lambda_2}$ dienen der Beschreibung der Annihilationsdynamik, sie werden im allgemeinen durch komplexe Zahlen parametrisiert. Der Einfachheit der Summation über Helizitäten steht beim Helizitätsformalismus der Nachteil gegenüber, daß die Amplituden $\alpha_{\lambda_1\lambda_2}$ weder über den Drehimpuls l zwischen den Zerfallsteilchen noch über deren Gesamtspin s eine direkte Aussage zulassen. Eine drehimpulsabhängige Parametrisierung des Gesamtgewichts ist mit den $\alpha_{\lambda_1\lambda_2}$ unmöglich. Um die Anteile verschiedener Drehimpulse am Gesamtgewicht bestimmen sowie die mögliche Drehimpulsabhängigkeit der Annihilationsdynamik berücksichtigen zu können, wird ein Basiswechsel von der Helizitäts- in die ls-Basis durchgeführt. Jede einzelne Helizitätsamplitude $\alpha_{\lambda_1\lambda_2}$ wird nach ls-Amplituden A_{ls} entwickelt:

$$\alpha_{\lambda_1\lambda_2} = \sum_{ls} \sqrt{\frac{2l+1}{2s_R+1}} A_{ls}(s_R\lambda|l0s\lambda)(s\lambda|s_1\lambda_1 s_2 - \lambda_2) \tag{6.15}$$

Der Clebsch-Gordan-Koeffizient $(s\lambda|s_1\lambda_1 s_2 - \lambda_2)$ beschreibt die Bildung eines Zustandes mit Gesamtspin s und Gesamthelizität λ aus den Spins und Helizitäten der Zerfallsteilchen p_1 und p_2, während durch $(s_R\lambda|l0s\lambda)$ die Kopplung des Spins dieses Zustandes mit dem Drehimpuls l zwischen p_1 und p_2 zum Gesamtspin s_R der Resonanz R dargestellt wird. Quantisierungsachse ist hierbei die Flugrichtung von p_1 im Ruhesystem von R. Die Gesamthelizität $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ von p_1 und p_2 muß gleich der Projektion des Resonanzspins auf diese Achse sein. Sie ist damit im allgemeinen ungleich der Helizität von R.

6.3 Der *K*-Matrix-Formalismus

Die folgende Beschreibung des K-Matrix-Formalismus folgt im wesentlichen der Darstellung von Chung et al. [58] und Spanier [59]. Der K-Matrix-Formalismus erlaubt eine unitäre und Lorentz-invariante Formulierung der winkelunabhängigen dynamischen Anteile A_{ls} der im vorigen Abschnitt eingeführten Amplitude zur Beschreibung des $\overline{p}p$-Zerfalls. Im folgenden wird davon ausgegangen, daß etwaige Winkelabhängigkeiten separiert und unabhängig von den dynamischen Amplitudeneigenschaften behandelt werden können. Alle weiteren Aussagen und Gleichungen beziehen sich ausschließlich auf die dynamischen Amplitudenanteile.

6.3.1 *S*-, *T*- und *K*-Matrix

Im allgemeinen wird die Übergangswahrscheinlichkeit von einem Anfangszustand $|i\rangle$ in einen Endzustand $|f\rangle$ bei der Reaktion $ab \to cd$ durch die unitäre Streumatrix S dargestellt:

$$S_{fi} = \langle f|S|i\rangle \tag{6.16}$$

Mit Hilfe der Übergangsmatrix T und der Einheitsmatrix I wird S in die Teile mit und ohne Wechselwirkung aufgespalten:

$$S = I + 2i\rho T \tag{6.17}$$

Durch die diagonale Phasenraummatrix ρ wird die Lorentz-Invarianz der Amplitude gewährleistet. Für ihre Elemente findet man $\rho_{ii} = 2q_i/M$, wobei M die gemessene invariante Masse der wechselwirkenden Teilchen darstellt. q_i steht für den Schwellenimpuls des Zerfalls in das i-te Paar von Zerfallsteilchen der Massen m_{i1} und m_{i2} und ist wie folgt definiert:

$$q_i(M) = \frac{\sqrt{(M^2 - (m_{i1}+m_{i2})^2)(M^2 - (m_{i1}-m_{i2})^2)}}{2M} \tag{6.18}$$

Die Übergangsmatrix T wird nun mit Hilfe der K-Matrix dargestellt:

$$T = (I - iK\rho)^{-1}K \tag{6.19}$$

Aus der Forderung nach Unitarität von S ergibt sich die Hermitizität von K. Die Forderung nach Zeitumkehrinvarianz von S bedeutet automatisch, daß K reell und symmetrisch ist.

Für die Produktion und den Zerfall von Resonanzen findet man bei Summation über die Polmassen M_α folgende Parametrisierung der K-Matrixelemente:

$$K_{ij} = \sum_\alpha \frac{g_{\alpha i} g_{\alpha j} B^l_{\alpha i}(q_i, q_{\alpha i}) B^l_{\alpha j}(q_j, q_{\alpha j})}{M^2_\alpha - M^2} + c_{ij} \tag{6.20}$$

Hierbei stehen die Konstanten c_{ij} für die Beiträge von nichtresonantem Untergrund. Die Drehimpulsbarrieren $B^l_{\alpha i}(q_i, q_{\alpha i})$ werden bei gegebenem Drehimpuls l üblicherweise durch Blatt-Weisskopf-Faktoren dargestellt:

$$B^l_{\alpha i}(q_i, q_{\alpha i}) = \frac{F_l(q_i)}{F_l(q_{\alpha i})} \tag{6.21}$$

Mit $q_R = 0.1973 GeV/c$ und $z = (q/q_R)^2$ findet man für die ersten Funktionen $F_l(q)$:

$$\begin{aligned}
F_0(q) &= 1 \\
F_1(q) &= \sqrt{\frac{2z}{z+1}} \\
F_2(q) &= \sqrt{\frac{13z^2}{(z-3)^2 + 9z}} \\
F_3(q) &= \sqrt{\frac{277z^3}{z(z-15)^2 + 9(2z-5)}} \\
F_4(q) &= \sqrt{\frac{12746z^4}{(z^2 - 45z + 105)^2 + 25z(2z-21)^2}}
\end{aligned} \tag{6.22}$$

Die Stärke $g_{\alpha i}$ der Kopplung eines Poles α an den i-ten Zerfallskanal wird mit Hilfe der Partialbreite $\Gamma_{\alpha i}$ folgendermaßen dargestellt:

$$g_{\alpha i} = \sqrt{\frac{M_\alpha \Gamma_{\alpha i}}{\rho_i(M_\alpha)}} \tag{6.23}$$

Im Falle der $\pi\pi_S$-Welle (s.Abs. 7.1.2) wird die K-Matrix zur korrekten Beschreibung der Spektren bei niedrigen invarianten Massen mit dem Faktor $f = (M^2 - 2 \cdot m^2_{\pi^0})/M^2$ multipliziert.

6.3.2 Produktion von Resonanzen im P-Vektoransatz

Nach den bisherigen Erläuterungen wird mit dem K-Matrix-Formalismus die Formation von Resonanzen in der Zwei-Teilchen-Streuung $ab \to cd$ beschrieben. Es ist jedoch möglich, auch die Produktion von Resonanzen in komplizierteren Reaktionen zu beschreiben. Unter der Annahme, daß im Endzustand ein isoliertes Zwei-Teilchen-System enthalten ist und daß diese beiden Teilchen während des Produktionsvorganges nicht gleichzeitig mit den übrigen Endzustandsteilchen wechselwirken, kann T mit Hilfe des Produktionsvektors P durch F ersetzt werden:

$$F = (I - iK\rho)^{-1}P \tag{6.24}$$

Die Dimension der Spaltenvektoren F und P entspricht dabei der Anzahl der Zerfallskanäle. Mit den oben definierten Größen sowie den Produktionsamplituden β_α ergibt sich für die Komponenten von P:

$$P_i = \sum_\alpha \frac{\beta_\alpha g_{\alpha i} B^l_{\alpha i}(q_i, q_{\alpha i})}{M_\alpha^2 - M^2} \tag{6.25}$$

Der Vektor P enthält dieselben Pole wie K. Eine etwaige Drehimpulsabhängigkeit der Produktion der verschiedenen Pole ist in den Produktionsamplituden β_α enthalten.

Der Produktionsvektor P enthält Terme zur Beschreibung sowohl der Polproduktion als auch des Zerfalls. Es hat sich für die numerische Behandlung als vorteilhaft erwiesen, diese Teile zu trennen. Bei n Polen und m Zerfallskanälen definiert man einen n-dimensionalen reinen Produktionsvektor $\tilde{P}$ und eine $m \times n$-dimensionale Zwischenmatrix Z:

$$\tilde{P}_i = \beta_i \tag{6.26}$$

$$Z_{\alpha i} = \frac{g_{\alpha i} B^l_{\alpha i}(q_i, q_{\alpha i})}{M_\alpha^2 - M^2} \tag{6.27}$$

Damit ergibt sich für F mit $P = Z\tilde{P}$:

$$F = \left((I - iK\rho)^{-1} Z\right)\tilde{P} \tag{6.28}$$

Durch die Klammer wird angedeutet, daß dank der Assoziativität von Matrixoperationen die Kopplungskoeffizienten von Produktion und Zerfall nun in separaten Objekten enthalten sind.

6.3.3 *F*-Vektor und Breit-Wigner-Funktion

Im häufigsten Fall nur eines Poles und eines einzelnen Zerfalls reduzieren sich alle obigen Matrizen und Vektoren auf Skalare. Für F_{ls} ergibt sich bis auf den Blatt-Weisskopf-Faktor $B^l(q, q_0)$ und eine komplexe Konstante a_{ls} die gewohnte Breit-Wigner-Funktion Δ

$$\begin{aligned} F_{ls} &= a_{ls}\Delta_l(m_r, q_r)B^l(q, q_0) \\ &= a_{ls}\frac{M_0\Gamma_0/\rho_0}{M_0^2 - M^2 - iM_0\Gamma(M)}B^l(q, q_0) \end{aligned} \tag{6.29}$$

mit der massenabhängigen Breite $\Gamma(M)$

$$\Gamma(M) = \Gamma_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)\left(B^l_0(q, q_0)\right)^2 \tag{6.30}$$

In diesem einfachen Fall entsprechen Masse und Breite des K-Matrix-Poles den beobachteten Werten der Resonanz. Die Konstante a_{ls} dient der Beschreibung der Zerfallsstärke der Resonanz in einen bestimmten Kanal. Um bei der Anpassung der Parameter a_{ls} von der Resonanzbreite Γ_0 zu entkoppeln, werden die Funktionen $\Delta_l(m_r, q_r)$ mit Hilfe von simulierten Ereignissen (MC) normiert. Wie für die Gesamtamplitude wird auch für die einzelnen Zerfälle verlangt, daß das durchschnittliche dynamische MC-Gewicht $\overline{\Delta}_l(m_r, q_r)$ gleich eins ist. Die Normierungsfaktoren n_{ls} ergeben sich für ein Ensemble von M MC-Ereignissen aus:

$$M = n_{ls}^2 \sum_i^M |\Delta_l(m_r, q_r)|^2 \tag{6.31}$$

Für die Amplitude F_{ls} einer Resonanz endlicher Breite findet man schließlich folgende Gestalt:

$$F_{ls} = a_{ls} B^l(q, q_0) n_{ls} \Delta_l(m_r, q_r) \tag{6.32}$$

Durch diese Normierung kann der Faktor $1/\rho_0$ im Zähler von (6.29) weggelassen werden.

Bei der Betrachtung des Zerfalles von Teilchen mit einer verschwindenden Breite wie etwa der $\overline{p}p$-Zwischenzustände oder der kinematisch angepaßten ω-Mesonen reduziert sich F auf den Blatt-Weisskopf-Faktor B^l und eine komplexe Konstante. Für die praktische Durchführung der Partialwellenanalyse hat es sich als vorteilhaft erwiesen, B^l grundsätzlich durch $F_l(q_i)$ zu ersetzen und den nominalmassen- und damit parameterabhängigen Nenner $F_l(q_{\alpha i})$ aus (6.21) den komplexen Konstanten zuzuschlagen. Da die $\overline{p}p$-Zerfälle mit Abstand die meisten Terme der Gesamtamplitude liefern, kann so wertvolle Rechenzeit gespart werden.

6.4 Die Maximum-Likelihood Methode

Mit den oben vorgestellten Methoden kann für alle Ereignisse ein individuelles Gewicht berechnet werden. Dabei enthält die Amplitudenfunktion physikalische Parameter, die durch den Vergleich der gemessenen mit den simulierten Daten bestimmt werden sollen. In den folgenden Abschnitten wird das in dieser Analyse angewandte Verfahren vorgestellt.

Im multidimensionalen Phasenraum des $\omega\pi\pi$-Endzustandes läßt sich keine zufriedenstellende Einteilung der Ereignistopologie in diskrete Zellen (*bins*) finden, mit deren Hilfe ein χ^2-Verfahren durchgeführt werden könnte (siehe Abschnitt 5.2). Für die Beschreibung der vorliegenden geringen Anzahl von Datenereignissen wird deswegen eine Maximum-Likelihood Methode verwendet.

6.4.1 Definition und Bedeutung der Likelihood

Für jedes Ereignis i wird die Wahrscheinlichkeit $p_i(\vec{x_i})$ in Abhängigkeit der Topologie $\vec{x_i}$ bestimmt. Das Produkt aller Wahrscheinlichkeiten $p_i(\vec{x_i})$ ergibt bis auf den kombinatorischen Faktor $N!$ die zu maximierende Gesamtwahrscheinlichkeit $\mathcal{L}$ (Likelihood) des selektierten Datensatzes mit N Ereignissen:

$$\mathcal{L} = N! \prod_{i=1}^N p_i(\vec{x_i}) \tag{6.33}$$

Die Wahrscheinlichkeit $p_i(\vec{x_i})$ für das Auftreten eines Ereignisses mit der Topologie $\vec{x_i}$ wird wie folgt bestimmt:

$$p_i = \frac{w_i \varepsilon_i}{P} \tag{6.34}$$

Das Gewicht w_i wird mit Hilfe des Helizitäts- und des K-Matrixformalismus berechnet. Der hier auftretende Normierungsfaktor P wird durch das Integral des Produktes von Gewicht w und Akzeptanz ε über den gesamten Phasenraum (PS) gegeben:

$$P = \int (w\varepsilon) dPS \tag{6.35}$$

Damit ergibt sich automatisch $\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$. Das Integral über den gesamten Phasenraum wird durch die Summation über die Gewichte w^{mc} einer möglichst großen Anzahl M von simulierten Ereignissen angenähert:

$$\int (w\varepsilon) dPS \approx \frac{N}{M} \sum_{i=1}^{M} w_i^{mc} \tag{6.36}$$

Auf diese Art wird die Detektoreffizienz $\varepsilon(\vec{x_i})$ für alle möglichen Topologien $\vec{x_i}$ in der Berechnung berücksichtigt.

6.4.2 Negative logarithmische Likelihood

Die Likelihood $\mathcal{L}$ kann als Produkt vieler Wahrscheinlichkeiten sehr kleine Werte annehmen. Um den daraus resultierenden Problemen bei der numerischen Behandlung zu entgehen, wird nicht $\mathcal{L}$ maximiert, sondern die negative logarithmische Likelihood NLL minimiert:

$$\begin{aligned} NLL &= -\log \mathcal{L} \\ &= -\log N! - \sum_{i=1}^{N} \log w_i + N \log \left(\frac{N}{M} \sum_{j=1}^{M} w_j^{mc} \right) + f(\varepsilon) \end{aligned} \tag{6.37}$$

Bei der Bildung der NLL wird das Werteintervall $(0, 1]$ auf $[0, \infty)$ abgebildet. Konstante Faktoren werden in konstante Summanden verwandelt, die bei der Berechnung vernachlässigt werden können. Um verschiedene und verschieden große Datensätze vergleichen zu können wird am allgemeinen jedoch nur der Term $f(\varepsilon)$ weggelassen.

6.4.3 Eichung der MC-Gewichte

Multipliziert man die Gewichtsfunktion $w(\vec{x})$ mit einem konstanten Faktor f bleiben $\mathcal{L}$ und NLL unverändert. Bei der Anpassung der in $w(\vec{x})$ enthaltenen Parameter an die Daten stellt f allerdings einen zusätzlichen Freiheitsgrad dar, der leicht zu chaotischem Verhalten führen kann. Um dem vorzubeugen, wird als zusätzliche Bedingung eingeführt, daß das durchschnittliche MC-Gewicht eins sein soll. $\mathcal{L}$ wird wie folgt ergänzt:

$$\mathcal{L} \to \mathcal{L} \cdot e^{-\frac{N}{2}\left(\frac{\Phi}{M}-1\right)^2}, \; \Phi = \sum_{j=1}^{M} w_j^{mc} \tag{6.38}$$

Für NLL erhält man so:

$$NLL = -\log N! - \sum_{i=1}^{N} \log w_i + N \left[\log \left(\frac{N}{M} \Phi \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\Phi}{M} - 1 \right)^2 \right] \tag{6.39}$$

6.4.4 Berücksichtigung von Untergrund

Für stark untergrundbehaftete Datensätze soll hier eine Möglichkeit zur Elimination des Untergrundeinflusses auf $\mathcal{L}$ und NLL vorgestellt werden. Es wird davon ausgegangen, daß zusätzlich zu den kontaminierten Daten und zum simulierten Datensatz noch ein Datensatz mit Untergrundereignissen vorhanden ist.

$\mathcal{L}$ hängt vom Produkt der Datengewichte $w(\vec{x_i})$ ab. Von N Datenereignissen seien N^{bg} dem Untergrund zuzuordnen, das Produkt $\prod_{i=1}^{N} w(\vec{x_i})$ enthalte also N^{bg} Faktoren von unerwünschten Untergrundgewichten. Um diese zu eliminieren wird durch eine entsprechende

Anzahl von Faktoren dividiert, die aus dem Untergrunddatensatz berechnet werden. Dieser enthalte U Ereignisse. U wird i.a. ungleich N^{bg} sein, so daß die Gewichte u_i des Untergrunddatensatzes mit dem Verhältnis $f = N^{bg}/U$ potenziert werden müssen. Durch Potenzieren mit f werden die U Faktoren des Untergrunddatensatzes auf die gewünschten N^{bg} Faktoren des tatsächlichen Untergrundes erweitert. Diese Manipulation erfordert zusätzlich eine Änderung der Normierungskonstanten, es sei $\tilde{N} = (N - f \cdot U)$. $\mathcal{L}$ und NLL nehmen dann folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \tilde{N}! \frac{\prod_{i=1}^{N} w_i \varepsilon_i}{\left(\frac{\tilde{N}}{M}\Phi\right)^{\tilde{N}} \left(\prod_{k=1}^{U} u_k \varepsilon_k\right)^f} \cdot e^{-\frac{N}{2}\left(\frac{\Phi}{M}-1\right)^2} \\ NLL &= -\log \tilde{N}! - \sum_{i=1}^{N} \log w_i + f \cdot \sum_{k=1}^{U} \log u_k + \\ & \quad \tilde{N}\left[\log\left(\frac{\tilde{N}}{M}\Phi\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\Phi}{M} - 1\right)^2\right] \end{aligned} \tag{6.40}$$

6.4.5 Gleichzeitige Anpassung mehrerer Datensätze

Die gleichzeitige Anpassung mehrerer Datensätze bietet bei eng verwandten Zerfallskanälen den Vorteil deutlich erhöhter Gesamtstatistik bei nur geringfügig erhöhter Parameterzahl. Faßt man etwa N Datensätze zusammen, so ergibt sich die Gesamtwahrscheinlichkeit $\tilde{\mathcal{L}}$ als Produkt der einzelnen Wahrscheinlichkeiten $\mathcal{L}_i$:

$$\tilde{\mathcal{L}} = \prod_{i=1}^{N} \mathcal{L}_i \tag{6.41}$$

Bei der Bildung von $N\tilde{L}L$ zerfällt dieses Produkt wieder in eine Summe:

$$N\tilde{L}L = \sum_{i=1}^{N} NLL_i \tag{6.42}$$

Bei der gleichzeitigen Anpassung mehrerer Datensätze werden für verschiedene Ladungsmoden desselben Zerfalls bis auf Isospin-Clebsch-Gordan-Koeffizienten identische komplexe Kopplungskonstanten benutzt.

6.4.6 Die Güte der Anpassung und Fehlerabschätzung

Der Absolutwert der NLL-Funktion an ihrem Minimum ist für die Güte einer Anpassung ohne Bedeutung, die absolute Beurteilung einer Hypothese durch die NLL ist also unmöglich. Hingegen können verschiedene Hypothesen anhand der Änderung der NLL verglichen werden. Im allgemeinen wird davon ausgegangen, daß eine Verbesserung der NLL um 0.5 bei einer Erweiterung der Hypothese um n freie Parameter einer Änderung der Testgröße χ^2 mit n Freiheitsgraden um eins entspricht. Eine Änderung der NLL um 0.5 pro hinzugenommenen Parameter entspricht gerade einer Standardabweichung und kann damit als signifikant angesehen werden. Ganz ähnlich können auch die Fehler der durch eine Anpassung bestimmten Parameter abgeschätzt werden. In der Umgebung ihrer Werte sollte sich die NLL für jeden einzelnen Parameter bei Fixierung aller übrigen Parameter wie eine Parabel verhalten. Im

Abstand einer Standardabweichung σ erhält man auf beiden Seiten des betrachteten Wertes eine um 0.5 erhöhte NLL-Funktion. Diese Abschätzung ist nicht mit der Präzision einer echten Fehleranalyse etwa mit Hilfe der MINOS-Funktion des MINUIT-Paketes [62] vergleichbar. Durch die große Anzahl an Parametern und die Komplexität der in dieser Arbeit verwendeten NLL-Funktionen ist die Durchführung der extrem aufwendigen MINOS-Analyse leider nicht möglich.

Um die absolute Güte einer Anpassung besser beurteilen zu können wurde für alle Hypothesen zusätzlich zur NLL ein reduziertes χ_r^2 berechnet (s.Anh. A). Zur Bestimmung des χ_r^2 wurde sowohl für das $\pi^0\pi^0$- als auch für das $\omega\pi^0$-System der Dalitzplot in Streifen bestimmter Massenbereiche unterteilt. Innerhalb dieser Streifen wurden die Datenverteilungen der Produktions- und der zwei Zerfallswinkel des jeweiligen Zweiteilchensystems sowie der zwei Zerfallswinkel des zugehörigen ω-Mesons mit den aus der Anpassung erhaltenen Verteilungen verglichen. Da das χ_r^2 lediglich der Bewertung der Ergebnisse dient und für die Anpassung einer Hypothese nicht verwendet wird, kann es also durchaus vorkommen, daß sich die NLL bei Erweiterung der angepaßten Hypothese verbessert, während sich das χ_r^2 verschlechtert. Die betrachteten Bereiche der verschiedenen Zweiteilchensysteme können sich außerdem gegenseitig überlappen, die entsprechenden Ausschnitte des Phasenraums werden bei der χ_r^2-Berechnung also mehrfach benutzt. Da der χ^2-Vergleich der Winkelverteilungen aber nur der Veranschaulichung dient wird dem keine Bedeutung beigemessen.

6.5 Numerische Umsetzung

Eine der Hauptaufgaben dieser Arbeit war die Erstellung eines Computerprogrammes zur Durchführung der Partialwellenanalyse mit Hilfe der weiter oben vorgestellten Formalismen. Die Komplexität dieser Aufgabe forderte alleine eine Arbeitszeit von etwa 15 Monaten, sie stellt damit einen erheblichen Teil der vorliegenden Arbeit dar. Deshalb und weil das hier erstellte Programm auch für die Analysen der $K^+K^-\pi^0$- und $\pi^+\pi^-\pi^0$-Endzustände [50] sowie des $\omega\pi^0\eta$-Endzustandes [51] benutzt wurde, sollen nun kurz seine Grundzüge beschrieben werden.

Mit Hilfe von Helizitäts- und K-Matrix-Formalismus werden für alle Ereignisse des simulierten und gemessenen sowie des Untergrunddatensatzes individuelle Gewichte w berechnet, die zu einer Likelihood-Funktion NLL zusammengefaßt werden. Diese enthält physikalische Parameter wie Teilchenmassen und -breiten sowie Kopplungsstärken, die durch Minimierung der NLL bestimmt werden sollen. Die Minimierung wird unter Verwendung des MINUIT-Paketes [62] mit dem MIGRAD-Verfahren durchgeführt. Dabei werden am Startpunkt die ersten und zweiten Ableitungen der NLL nach allen Parametern numerisch bestimmt, um dann die NLL-Funktion durch eine Parabel anzunähern. Das Minimum der Parabel wird als Startpunkt für die nächste Iteration benutzt, bei Nichtexistenz eines Minimums wird die positive Definitheit der Hesse-Matrix durch Erhöhung ihrer Diagonalelemente erzwungen. Das Verfahren wird abgebrochen, wenn der geschätzte Abstand des Parabelminimums vom tatsächlichen Minimum einen bestimmten Wert unterschreitet oder wenn kein Minimum gefunden werden kann.

Die Zahl der zur Bestimmung der zweiten Ableitungen notwendigen Funktionsaufrufe hängt vom Quadrat der Anzahl der beteiligten Parameter ab. In dieser Arbeit wurden Amplitudenfunktionen mit teilweise über 200 freien Parametern benutzt, die bei jedem Funktionsaufruf für jedes der maximal etwa 60000 Ereignisse ausgewertet werden mußten. Von der ersten Berechnung der NLL-Funktion mit willkürlich gewählten Startwerten bis zur vollen Konvergenz waren dabei weit über eine Million Funktionsaufrufe notwendig. Die Durchführbarkeit dieser Arbeit hing also ganz entscheidend von der Effizienz der Berechnung der Gewichtsfunktion w ab. Der Erstellung des Programmes wurden deshalb folgende Prinzipien zugrunde gelegt:

Speicherung von Zwischenergebnissen Beim MIGRAD-Verfahren mit MINUIT werden in der Regel pro Funktionsaufruf nicht mehr als zwei Parameter verändert. Es sollten immer nur die Teile der Amplitudenfunktion neu berechnet werden müssen, die von diesen Parametern abhängen. Um dieses Verhalten zu gewährleisten, müssen auf mehreren Ebenen für alle Ereignisse Zwischenergebnisse aus der Berechnung von Teilausdrücken der Amplitudenfunktion gespeichert werden, die dann beim nächsten NLL-Funktionsaufruf ohne neuerliche Rechnung wiederverwendet werden können.

Einmaligkeit der Berechnung Bei der Bildung der Amplitudenfunktion mit Hilfe von Gleichung (6.10) treten Teilausdrücke mehrmals im Lauf einer Summation auf. Diese Teilausdrücke sollen immer nur einmal ausgewertet und ihr an anderer Stelle benötigtes Ergebnis dann wiederverwendet werden. Um dieses Verhalten zu gewährleisten, muß der Zugriff auf Teilausdrücke von verschiedenen Stellen möglich sein.

Hohe Zugriffsgeschwindigkeit Da bei jedem NLL-Funktionsaufruf für alle Ereignisse mindestens über die Beiträge zu den vier (bzw. acht) inkohärenten Anteilen in Gleichung (6.10) summiert werden muß, sollte der Zugriff auf die Zwischenergebnisse einzelner Beiträge möglichst schnell vonstatten gehen. In dieser Arbeit enthielten die vier inkohärenten Anteile jeweils bis zu 200 (komplexwertige) Beiträge, die für alle etwa 60000 Ereignisse aufsummiert werden müssen. Pro Funktionsaufruf ergeben sich alleine daraus nahezu 50 Millionen Zugriffe auf Zwischenergebnisse und doppelt soviele Additionen!

Die zweifache Forderung nach Speicherung und Wiederverwendung von Zwischenergebnissen auf verschiedenen Ebenen legt die Modularisierung der Amplitudenberechnung und damit die Verwendung einer objektorientierten Programmiersprache wie C++ nahe, bei der Daten und die Funktionen zu ihrer Manipulation und Auswertung in sogenannte Klassen zusammengefaßt werden können. Die wesentlichen (und etwas vereinfachten) Grundzüge des hier verwendeten Klassenkonzepts ergeben sich aus der Betrachtung und Umformung der etwa um den geladenen ω-Zerfall erweiterten Gleichung (6.10):

$$\begin{aligned} w &= \sum_{\nu_1\nu_2}\left|\sum_{J^{PC}} H^{J^{PC}*}_{\nu_1\nu_2}\sum_{\lambda_R\lambda_3}\alpha^{J^{PC}Rp_3}_{\lambda_R\lambda_3}N^J_D D^{J*}_{\nu\lambda}\sum_{\lambda_4\lambda_5}\alpha^{Rp_4p_5}_{\lambda_4\lambda_5}N^{s_R}_D D^{s_R*}_{\lambda_R,\mu}\cdot\alpha^{\omega}_{00}N^1_D D^{1*}_{\lambda_\omega,0}\right|^2 \\ &= \sum_{i=1}^{4}\left|\sum_j \mathcal{A}_j\right|^2 \end{aligned} \tag{6.43}$$

Hierbei wurde nicht festgelegt, ob das ω-Meson Teilchen p_3, p_4 oder p_5 sein soll. Das ursprüngliche Produkt von Summen von Produkten aus Amplituden, Konstanten und D^*-Funktionen wurde ausmultipliziert und die resultierenden Summanden jeweils zu einem Objekt der *AmpProducts*-Klasse zusammengezogen, die damit die Zwischenergebnisse der größten gespeicherten Teilausdrücke enthält:

$$\mathcal{A}_j = \Pi^4_{v=1}N_{jv}\alpha_{jv}D^*_{jv} \tag{6.44}$$

Jedes dieser Objekte steht für eine ganz bestimmte Kombination von Helizitäten an den vier Vertices einer ganz bestimmten Zerfallskette und liefert für alle Ereignisse den entsprechenden Beitrag zur Gesamtamplitude. Auf der nächsten Ebene von Zwischenergebnissen werden in der *HelAmp*-Klasse die Werte der Helizitätsamplituden $\alpha_{\lambda_1\lambda_2}$ gespeichert, durch deren Entwicklung in A_{ls}-Amplituden

$$\alpha = \sum_n c_n \cdot A_n \tag{6.45}$$

mit der *Amplitude*-Klasse schließlich die dritte und letzte Ebene von Zwischenergebnissen dargestellt wird. Im allgemeinen wird ein Objekt einer bestimmten Ebene zur Berechnung der Werte mehrerer Objekte der übergeordneten Ebene benötigt. Um die oben genannten Kriterien zu erfüllen, enthalten die übergeordneten Objekte dann sogenannte Zeiger auf ein und dasselbe untergeordnete Objekt. So muß dessen Wert nur einmal berechnet und gespeichert werden, obwohl von verschiedenen Stellen seine Werte abgerufen werden können.

Die aufwendigsten Berechnungen finden auf der untersten Ebene der *Amplitude*-Objekte statt, in denen die in Abschnitt 6.3 eingeführten Ausdrücke ausgewertet werden. Durch die Speicherung weiterer Zwischenergebnisse innerhalb dieser Ebene kann vermieden werden, daß komplizierte Bereit-Wigner-Funktionen berechnet werden müssen, obwohl sich nur die komplexe Kopplungsstärke eines Zerfalls geändert hat. Auf den beiden übergeordneten Ebenen werden nur noch wenige und einfache Operationen durchgeführt, trotzdem werden auch in der *AmpProducts*-Klasse weitere von den Produktionsamplituden der $\overline{p}p$-Streuzustände unabhängige Zwischenergebnisse angelegt, die für mindestens zwei der inkohärenten Beiträge gleichzeitig verwendet werden können.

Als Folge des massiven Speicherns von Zwischenergebnissen werden bei den meisten Klassenfunkionsaufrufen nur Ergebnisse geliefert, die nicht neu berechnet werden müssen. Um der Bedingung des schnellen Zugriffs zu entsprechen, wurden alle Klassenfunktionen, die nur die gespeicherten Werte liefern durch sogenannte *inline*-Funktionen dargestellt, die zur Laufzeit direkten Zugriff auf den entsprechenden Speicherbereich erlauben und so das unnötige Dereferenzieren einer Funktionsaddresse vermeiden.

Durch *inlining* und Speicherung von Zwischenergebnissen konnte die Geschwindigkeit des Programmes gegenüber einer frühen Version mit umfangreicher Neuberechnung vieler Grössen bei jedem NLL-Aufruf um mehrere hundert Prozent gesteigert werden. Der Preis der größeren Ausführungsgeschwindigkeit ist ein stark erhöhter Hauptspeicherbedarf, so verlangt etwa die gekoppelte Analyse beider $\omega\pi\pi$-Endzustände bei voller Statistik circa vier Gigabyte Hauptspeicher. Da kein Einzelrechner mit entsprechender Ausstattung zur Verfügung stand, wurde das Programm unter Benutzung des MPI-Paketes [63] parallelisiert und auf den Parallelrechner IBM RS/6000 SP des Rechenzentrums der Universität Karlsruhe exportiert. Für das vorliegende Problem kann durch gleichmäßiges Aufteilen aller Ereignisse auf die verfügbaren Prozessoren ein hoher Parallelisierungsgrad von etwa 97 Prozent erreicht werden, so daß nicht nur das Speicherproblem gelöst wurde, sondern auch die Rechengeschwindigkeit gegenüber einem Einzelrechner deutlich gesteigert werden konnte. Die großen Anforderungen, die die vorliegende Analyse an Rechenleistung und Programmkonzeption stellt, werden aus der für diese Arbeit verwandte CPU-Zeit von etwa 12 Jahren ersichtlich.

6.6 Die möglichen Streuzustände und Resonanzen

In den vorangegangenen Abschnitten wurde erklärt, wie für alle Ereignisse des $\omega\pi\pi$-Endzustandes individuelle Gewichte ausgerechnet werden können. Die Gewichtsfunktion enthält die physikalischen Parameter, die durch die Minimierung der NLL bestimmt werden sollen. In diesem Abschnitt soll erläutert werden, welche $\overline{p}p$-Streuzustände und welche Zerfälle in Resonanz und Rückstoßmeson bei der Bildung der Gewichtsfunktion berücksichtigt werden müssen.

6.6.1 Die Streuzustände des $\overline{p}p$-Systems

Bei Annihilationen im Fluge bilden Proton und Antiproton eine Mischung von Fermion-Antifermion-Streuzuständen, die durch die Parität

$$P = (-1)^{L+1} \tag{6.46}$$

und die Ladungskonjugation oder C-Parität

$$C = (-1)^{L+S} \tag{6.47}$$

beschrieben werden. Dabei steht L für den relativen Bahndrehimpuls der beiden Teilchen, S ergibt sich aus der Kopplung ihrer Spins und bildet zusammen mit L den Gesamtspin J des Streuzustandes. Der Isospin I des $\overline{p}p$-Systems kann bei verschwindender dritter Komponente I_3 die Werte null und eins annehmen. Aus den Werten von Isospin und Ladungskonjugation wird die G-Parität berechnet:

$$G = (-1)^I C = (-1)^{I+L+S} \tag{6.48}$$

Da der $\omega\pi\pi$-Endzustand die G-Parität $G = -1$ aufweist, kann hier immer nur eine der beiden möglichen I^G-Kombinationen eines Zustandes J^{PC} vorkommen. Positive C-Parität impliziert automatisch einen isovektoriellen Streuzustand, während negative C-Parität einen isoskalaren Streuzustand bedingt.

In Tabelle 6.2 sind alle möglichen Streuzustände, die in den $\omega\pi\pi$-Endzustand zerfallen können, mit ihren Quantenzahlen $I^G J^{PC}$ zusammengestellt. Neben den genannten Quantenzahlen ist für jeden Zustand auch die atomspektroskopische Notation angegeben. Die obere Grenze des beitragenden Gesamtspins von $J = 4$ ergab sich aus der Analyse reiner Zwei-Teilchen-Endzustände [64] beim vorliegenden Strahlimpuls von 1200 MeV/c.

6.6.2 Resonante Zwischenzustände

Die Parität P eines Systems aus zwei Mesonen mit den Paritäten P_1 und P_2 und mit relativem Drehimpuls l ergibt sich aus:

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot (-1)^l \tag{6.49}$$

Die C-Parität (für neutrale Teilchen) und die G-Parität werden aus dem Produkt der entsprechenden Größen der beiden Mesonen berechnet. Da G, P und C Erhaltungsgrößen der starken Wechselwirkung sind kann ein bestimmter Streuzustand nur in ein Mesonenpaar gleicher Quantenzahlen zerfallen. In Tabelle 6.2 sind die möglichen Zerfälle der Streuzustände in die in Abschnitt 4.3 erwähnten Resonanzen und die dabei erlaubten Drehimpulse l zwischen Resonanz

	p_s [MeV/c]	l_{max}
$\sigma(400-1200)\omega$	≈ 820	≤ 4
$f_0(980)\omega$	613	≤ 3
$f_0(1370)\omega$	< 200	≤ 1
$f_0(1500)\omega$	0	0
$f_2(1270)\omega$	303	≤ 2
$\rho(770)\omega$	743	≤ 3
$b_1(1235)\pi$	714	≤ 3
$\rho(1460)\pi$	567	≤ 3
$\rho_3(1690)\pi$	390	≤ 2
$\rho(1700)\pi$	383	≤ 2
$b_1(1800)\pi$	296	≤ 2

Tabelle 6.1: *Schwellenimpuls p_s und maximaler Drehimpuls l_{max} der betrachteten Resonanzen im $\overline{p}p$-Ruhesystem.*

und Rückstoßmeson angegeben. Die Auswahlregeln der C-Parität erlauben nur Streuzuständen mit negativer C-Parität den Zerfall in den rein neutralen $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand, während der Zerfall in die geladenen Resonanzen des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes aus allen C-Zuständen möglich ist. Mit Ausnahme des $\rho(770)$-Mesons, dessen Zerfall in $\pi^0\pi^0$ durch die Auswahlregeln der C-Parität bzw. des Isospin verboten wird, treten alle genannten Resonanzen in beiden $\omega\pi\pi$-Endzuständen auf, eine simultane Analyse der beiden Datensätze erscheint also sinnvoll. Alle Beiträge zur Gesamtamplitude des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes finden sich auch in der Amplitude des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes wieder, die zusätzlich jedoch die Zerfallsamplituden von Streuzuständen positiver C-Parität in geladene $\omega\pi$-Resonanzen und die Beiträge des $\rho(770)$-Mesons enthält. Dieser Tatbestand impliziert für die Durchführung der Partialwellenanalyse zunächst die alleinige Anpassung des einfacheren $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes und die anschließende Überprüfung der dabei erhaltenen Ergebnisse anhand einer gekoppelten Analyse beider Endzustände, die dann möglicherweise Zugang zu vorher nicht sichtbaren Details verschafft.

In Tabelle 6.2 sind alle theoretisch möglichen Drehimpulse zwischen Resonanz und Rückstoßmeson angegeben. Sinnvollerweise sollte der maximal erlaubte Drehimpuls entsprechend dem im Schwerpunktsystem von Resonanz und Rückstoßmeson zur Verfügung stehenden Schwellenimpuls der beiden Teilchen eingeschränkt werden. Dadurch wird nicht nur der physikalischen Realität Rechnung getragen, es wird zudem vermieden, daß eine Unzahl freier Parameter die Vertrauenswürdigkeit der Resultate in Frage stellt, oder die praktische Durchführung der Partialwellenanalyse ganz vereitelt. Aus vorhergehenden Analysen [65] hat sich ergeben, daß pro Einheit $\hbar$ des Drehimpulses etwa 250 MeV/c Schwellenimpuls erforderlich sind. Tabelle 6.1 faßt die so bestimmten Werte zusammen.

$I^G J^{PC}$	1^-0^{-+}	1^-0^{++}	0^-1^{--}	0^-1^{+-}	1^-1^{++}	0^-2^{--}	1^-2^{-+}
	$^1S_0$	$^3P_0$	$^3S_1, ^3D_1$	$^1P_1$	$^3P_1$	$^3D_2$	$^1D_2$
$f_0\omega$	-	-	0,2	1	-	2	-
$f_2(1270)\omega$	-	-	0,2,4	1,3	-	0,2,4	-
$\rho(770)\omega$	1	0,2	-	-	0,2	-	1,3
$b_1^0\pi^0$	-	-	0,2	1	-	2	-
$\rho^0\pi^0$	-	-	1	0,2	-	1,3	-
$\rho_3^0(1690)\pi^0$	-	-	3	2,4	-	1,3,5	-
$b_1^\pm\pi^\mp$	-	1	0,2	1	1	2	2
$\rho^\pm\pi^\mp$	1	-	1	0,2	0,2	1,3	1,3
$\rho_3^\pm(1690)\pi^\mp$	3	-	3	2,4	2,4	1,3,5	1,3,5

J^{PC}	1^-2^{++}	0^-3^{--}	0^-3^{+-}	1^-3^{++}	0^-4^{--}	1^-4^{-+}	1^-4^{++}
	$^3P_2, ^3F_2$	$^3D_3, ^3G_3$	$^1F_3$	$^3F_3$	$^3G_4$	$^1G_4$	$^3F_4$
$f_0\omega$	-	2,4	3	-	4	-	-
$f_2(1270)\omega$	-	0,2,4,6	1,3,5	-	2,4,6	-	-
$\rho(770)\omega$	0,2,4	-	-	2,4	-	3,5	2,4,6
$b_1^0\pi^0$	-	2,4	3	-	4	-	-
$\rho^0\pi^0$	-	3	2,4	-	3,5	-	-
$\rho_3^0(1690)\pi^0$	-	1,3,5	0,2,4,6	-	1,3,5,7	-	-
$b_1^\pm\pi^\mp$	1,3	2,4	3	3	4	4	3,5
$\rho^\pm\pi^\mp$	2	3	2,4	2,4	3,5	3,5	4
$\rho_3^\pm(1690)\pi^\mp$	2,4	1,3,5	0,2,4,6	0,2,4,6	1,3,5,7	1,3,5,7	2,4,6

Tabelle 6.2: *Zusammenstellung der beitragenden Streuzustände und deren möglicher Zerfälle. Von oben nach unten sind in beiden Blöcken die theoretisch erlaubten Drehimpulse l zwischen möglicherweise auftretenden $\pi\pi$-, $\omega\pi^0$- sowie $\omega\pi^\pm$-Resonanzen und dem Rückstoßmeson aufgelistet. Die Resonanzen f_0, b_1 und ρ repräsentieren jeweils mehrere 0^+0^{++}-, 1^+1^{+-}- bzw. 1^+1^{--}-Zustände und werden deswegen ohne Masse angegeben.*

Kapitel 7

Ergebnisse

Im diesem Kapitel wird die Durchführung der Partialwellenanalyse und deren Ergebnisse beschrieben. Zunächst soll die Anpassung des rein neutralen, und damit aufgrund der C-Parität einfacher zu parametrisierenden $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes vorgestellt werden. Da aufgrund der wesentlich komplizierteren Gesamtamplitude eine individuelle Anpassung des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes nur in sehr wenigen Fällen möglich war, wird später versucht, die Ergebnisse der Anpassung des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes in einer simultanen Analyse beider $\omega\pi\pi$-Datensätze zu bestätigen.

7.1 Anpassung des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes

Ein Überblick über die verschiedenen Anpassungen des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes wird in Tabelle 7.4 am Ende dieses Abschnittes gegeben, die einzelnen Anpassungen werden im Folgenden im Detail vorgestellt. Die zu Grunde liegenden Daten wurden in Kapitel 4, die benutzten Formalismen in Kapitel 6 beschrieben. Von den in Tabelle 6.2 aufgelisteten $\overline{p}p$-Streuzuständen können nur die sechs J^{PC}-Zustände 1^{--}, 1^{+-}, 2^{--}, 3^{--}, 3^{+-} und 4^{--} beitragen, die erlaubten Drehimpulse beim Zerfall des Streuzustandes wurden in Tabelle 6.1 angegeben.

7.1.1 Vorbemerkungen

Für alle getesteten Hypothesen wurde zunächst eine Anpassung mit den bekannten oder geschätzten festen Massen und Breiten aller Teilchen durchgeführt. Dann wurde versucht, die Massen und Breiten der beteiligten Breit-Wigner-Resonanzen frei anzupassen. Wenn dies für ein Teilchen nicht möglich war, wurde ein sogenannter Breiten-*scan* durchgeführt. Dabei wird die Breite des Teilchens in kleinen Schritten verändert, um mit dem aktuellen (konstanten) Wert alle übrigen Parameter einer freien Anpassung zu unterziehen. Durch Auftragen der so erhaltenen Werte der NLL in Abhängigkeit von der entsprechenden Teilchenbreite können auch sehr schwache Minima der NLL-Funktion erkannt werden. Auf die Beschreibung der Anpassungen mit festen Massen und Breiten für alle beteiligten Teilchen wird im folgenden der Übersicht halber verzichtet.

Die in Tabelle 7.4 angegebenen Parameterzahlen entsprechen in vielen Fällen nicht der maximal erlaubten Anzahl einer bestimmten Hypothese. Besonders für Hypothesen mit vielen möglichen Beiträgen mußten sehr kleine Einzelbeiträge auf null fixiert werden, um Konvergenz zu erzielen. Dabei wurden zunächst die Amplituden aller Zerfälle eines bestimmten Streuzustandes mit Anteilen kleiner 0.1 Prozent eliminiert. Wenn danach immer noch keine Konvergenz möglich war wurden zusätzlich die relativen Stärken von Amplituden für unterschiedliche Drehimpulse und Gesamtspins beim Zerfall eines Streuzustandes in einen bestimmten resonanten Zwischenzustand verglichen und alle Beiträge mit einem Betragsquadrat kleiner ein Prozent das maximalen Beitrags zu null gesetzt. Ergab sich weiterhin keine konvergente Anpassung wurde die entsprechende Hypothese verworfen. In den meisten Fällen hätte sich erfahrungsgemäß auch bei schrittweiser Erhöhung der geforderten Mindestbeiträge und relativen Stärken keine Konvergenz ergeben.

Zur Bestimmung der Anteile einzelner Resonanzen am $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand wurde für alle Beiträge das akzeptanzkorrigierte integrierte Dalitzplotgewicht bestimmt und zur Summe aller Gewichte ins Verhältnis gesetzt. Dabei werden Interferenzen zwischen den Zerfällen verschiedener Streuzustände in denselben resonanten Zwischenzustand zugelassenen, Interferenzen zwischen Beiträgen verschiedener Resonanzen werden nicht berücksichtigt. Ganz analog erfolgt die Berechnung der Anteile einzelner Streuzustände. In beiden Fällen wurde die Summe aller Beiträge auf hundert Prozent normiert, eventuell auftretende Abweichungen von diesem Wert sind auf Rundungseffekte zurückzuführen.

Da die Anteile einzelner Beiträge auf sehr komplizierte Art von einer Vielzahl von Parametern abhängen, können ihre Fehler nur sehr ungenau abgeschätzt werden. Auf die methodenbedingte Schwierigkeit der Fehlerabschätzung einzelner Parameter im Rahmen einer NLL-Analyse wurde bereits in Abschnitt 6.4.6 hingewiesen. Grundsätzlich ist die hier durchgeführte Analyse aufgrund des ursprünglich recht hohen Untergrundanteils und der systematischen Unsicherheiten bei der Untergrundsubtraktion sicher nicht in der Lage, einzelne Anteile genauer als auf fünf Prozent anzugeben. Für Beiträge mit einem Anteil von weniger als fünf Prozent sollte der gefundene Wert eher als Obergrenze denn als absolutes Meßergebnis interpretiert werden. Durch die Struktur der Untergrundbeiträge und die kinematische Manipulation der *sidebin*-Ereignisse wird außerdem die Auflösung der Massen- und Breitenbestimmung herabgesetzt. Für die Massen und Breiten der in dieser Arbeit untersuchten sehr breiten Resonanzen wird deswegen je nach Lage bezüglich der Untergrundstrukturen ein systematischer Fehler von mindestens 20 MeV/c^2 angenommen. Die im folgenden angegebenen statistischen Fehler entsprechen nach der in Abschnitt 6.4.6 eingeführten Methode einer Abweichung von einer Standardabweichung oder einer Verschlechterung der NLL um 0.5.

7.1.2 $\pi\pi_S$-Welle und erste Anpassung

Aus den Abbildungen 4.2 und 4.3 wird ersichtlich, daß der $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand zu großen Teilen von der $\pi\pi_S$-Welle und dem Tensormeson $f_2(1270)$ bestimmt wird. Von den in [46] aufgelisteten Komponenten der $\pi\pi_S$-Welle können neben σ und $f_0(980)$ dank ihrer Breite auch die eigentlich außerhalb des Phasenraumes liegenden $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ zum vorliegenden Endzustand beitragen. Da jede der vier Komponenten aus mehreren oder sogar allen zugelassenen Streuzuständen mit einer komplexen Amplitude produziert werden kann und da gleichzeitig mit den hier benutzten Formalismen nur Produkte von komplexen Produktions- und Zerfallsamplituden bestimmt werden können, erscheint es nicht sinnvoll, die genaue Zerfallsstruktur der $\pi\pi_S$-Welle inklusive ihrer komplexen Phasen untersuchen zu wollen. Da die $\pi\pi_S$-Welle aber sicherlich einen erheblichen Teil zur Gesamtamplitude beitragen wird, hängt die Sensitivität der Analyse für kleinere Beiträge, etwa von $\omega\pi$-Resonanzen, stark von einer zuverlässigen Parametrisierung des Zerfallsspektrums der $\pi\pi_S$-Welle ab. Aus diesen Gründen wurde für das weitere Vorgehen die in [59] gefundene Darstellung im P-Vektoransatz mit Hil-

Pol α	m_α $[MeV/c^2]$	$\Gamma_{\alpha\pi\pi}$ $[MeV/c^2]$	$\Gamma_{\alpha K\overline{K}}$ $[MeV/c^2]$	$\Gamma_{\alpha\eta\eta}$ $[MeV/c^2]$
$\sigma(400-1200)$	841	666	0	0
$f_0(980)$	1169	691	0	21
$f_0(1370)$	1240	3	316	13
$f_0(1500)$	1559	226	0	39
	$c_{12} = c_{21} = 1.082$, alle anderen $c_{ij} = 0$.			

Tabelle 7.1: *K-Matrixparameter im P-Vektoransatz zur Darstellung der $\pi\pi_S$-Welle nach [59].*

fe einer vierpoligen K-Matrix und den drei Zerfallskanälen $\pi\pi$, $K\overline{K}$ und $\eta\eta$ gewählt. Dieser Darstellung liegt die Analyse von etwa 700000 $\pi^0\pi^0\pi^0$-, 400000 $\pi^0\pi^0\eta$- und 200000 $\pi^0\eta\eta$-Ereignissen aus der $\overline{p}p$-Annihilation in Ruhe zu Grunde, mit der das $\pi\pi$-Zerfallsspektrum der $\pi\pi_S$-Welle aufgrund der wesentlich größeren Gesamtstatistik und der erheblich einfacheren Produktionsdynamik besser untersucht werden kann als mit den hier zur Verfügung stehenden relativ kleinen $\omega\pi\pi$-Datensätzen. Die in [59] gefundenen und für diese Arbeit benutzten K-Matrixparameter sind in Tabelle 7.1 zusammengestellt.

Die erste Anpassung A1 der Daten mittels $\pi\pi_S$-Welle und $f_2(1270)$ ergab eine NLL von 6178.0 und ein reduziertes χ^2_r von 1.34. Mit einer Masse von $1294 MeV/c^2$ und einer Breite von $155 MeV/c^2$ wurde das Tensormeson $f_2(1270)$ gegenüber den etablierten Werten als etwas zu schwer und zu schmal eingeschätzt. Wie erwartet ergab sich für die $\pi\pi_S$-Welle ein relativ großer Anteil von etwa 53 Prozent. Die Ergebnisse der Anpassung A1 sind in Abbildung 7.1 dargestellt. Der Vergleich des untergrundbereinigten Daten-Dalitzplots mit der angepaßten Intensitätsverteilung ergibt klar sichtbare Abweichungen vor allem im Bereich kleiner invarianter $\pi^0\pi^0$-Massen. Im χ^2-Vergleich der beiden Dalitzplots ist deutlich die abwechselnde Unter- und Überschätzung der Daten durch die Anpassung zu sehen. Da im betroffenen Massenbereich nur skalare $\pi^0\pi^0$-Resonanzen mit einer flachen Winkelverteilung zu erwarten sind, deutet dieses Verhalten auf die Anwesenheit einer oder mehrerer $\omega\pi^0$-Resonanzen hin. Zu einem ähnlichen Schluß führt die Betrachtung der invarianten $\pi^0\pi^0$- und $\omega\pi^0$-Massenspektren. Während das $\pi^0\pi^0$-Spektrum durch die Anpassung recht gut beschrieben wird, sind im Fall des $\omega\pi^0$-Spektrums deutliche Abweichungen zwischen der Datenverteilung und der Summe aus Untergrund- und angepaßter Verteilung zu sehen.

7.1.3 Anpassungen mit einer zusätzlichen Resonanz

Um die Defizite der ersten Anpassung A1 auszugleichen, wurde die angepaßte Hypothese zunächst um eine $\omega\pi^0$-Resonanz X erweitert (Tab. 7.4, Serie B). Für X wurden die gut etablierten Resonanzen $\rho(1450)$, $\rho(1700)$, $\rho_3(1690)$ und $b_1(1235)$ sowie eine mögliche neue Resonanz $b_1(1800)$ eingesetzt.

Die Erweiterung der angepaßten Hypothese um eines der drei schweren ρ-Mesonen mit Nominalwerten für Masse und Breite (Tab. 7.4, Nr. B1, B2 und B3) führte nur zu einer bescheidenen Verbesserung der NLL von weniger als vier pro zusätzlichem Parameter und im Fall der Mesonen $\rho(1700)$ und $\rho_3(1690)$ zum selben Wert des reduzierten χ^2_r wie in Anpassung A1. Für das $\rho(1450)$-Mesonen ergab sich sogar eine minimale Verschlechterung des χ^2_r von 1.34 auf 1.36. Da für keines der ρ-Mesonen Masse und Breite frei angepaßt werden konnten, wurde jeweils ein Breiten-*scan* durchgeführt (Abbildung 7.2 links, Tab. 7.4, Nr. B1S,

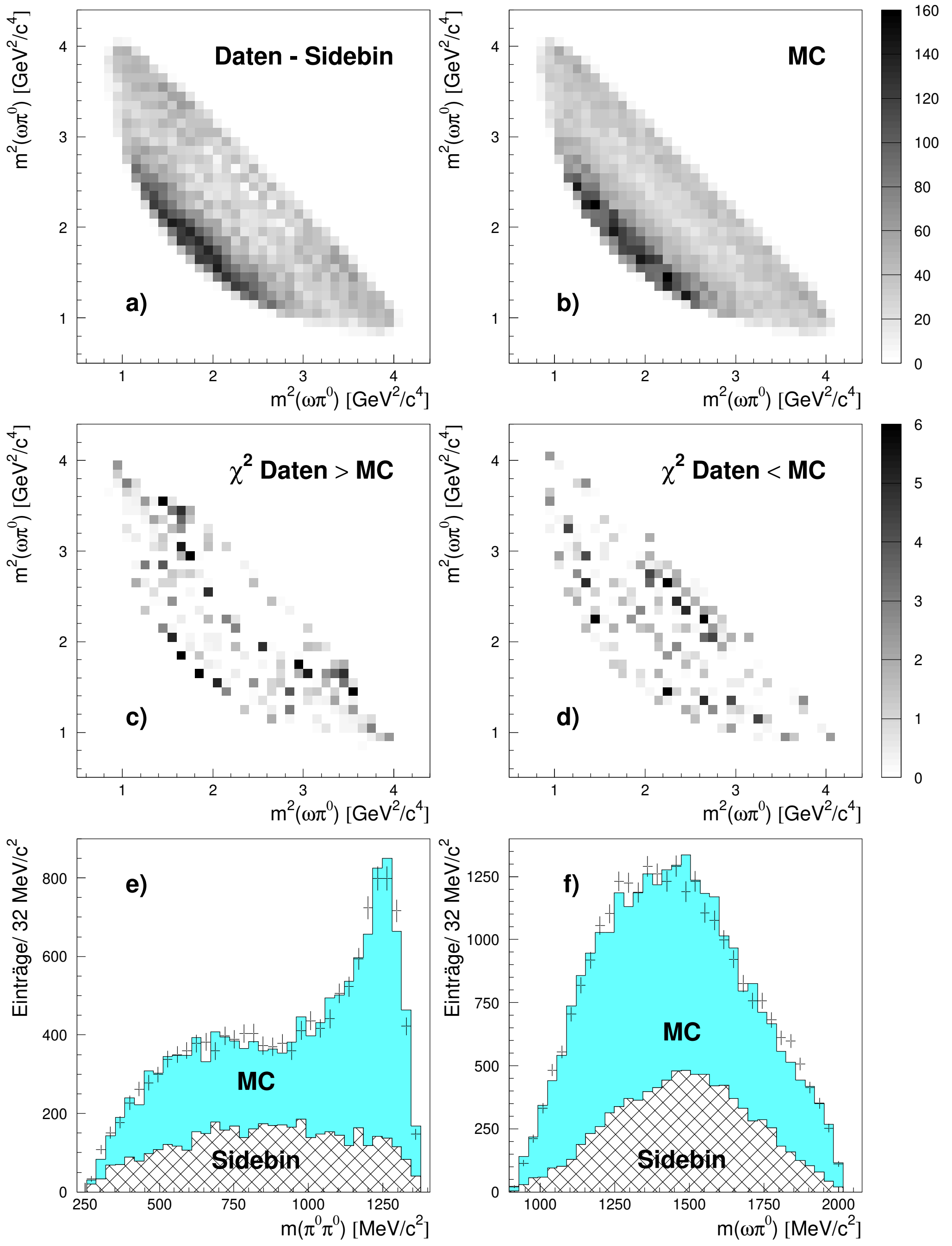

Abbildung 7.1: *Erste Anpassung des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes mit $\pi\pi_S$-Welle und $f_2(1270)$. Aufgetragen sind a) der untergrundbereinigte Daten-Dalitzplot, b) der mit dem Ergebnis der Anpassung gewichtete Monte-Carlo-Dalitzplot, c) und d) ein χ^2-Vergleich der beiden, e) das invariante $\pi^0\pi^0$- und f) das invariante $\omega\pi^0$-Massenspektrum jeweils mit Untergrundanteil (sidebin), dem Ergebnis der Anpassung (MC) und den Daten als Fehlerbalken.*

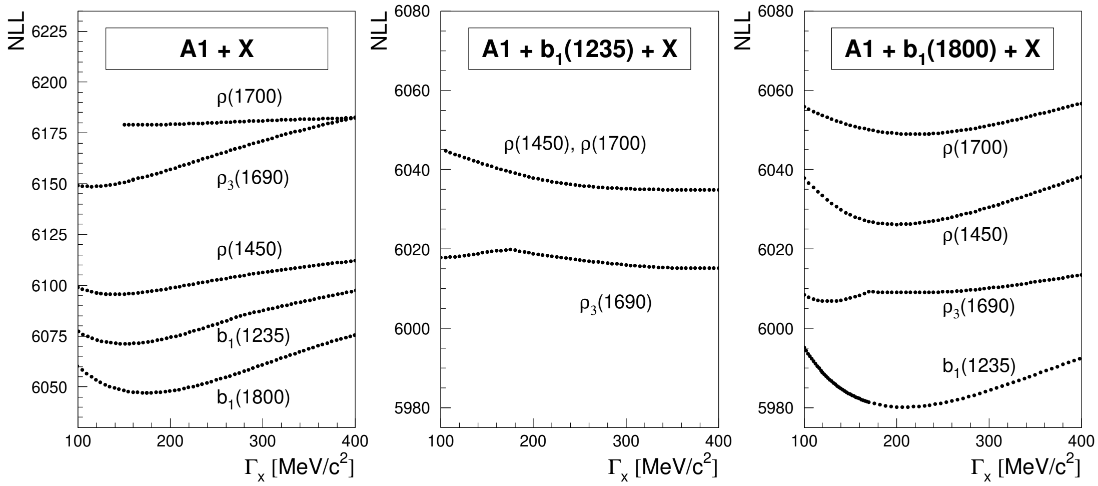

Abbildung 7.2: *Breiten-scans mit einer zusätzlichen Resonanz X (links), mit zwei zusätzlichen Resonanzen $b_1(1235)$ und X (mitte), und mit zwei zusätzlichen Resonanzen $b_1(1800)$ und X (rechts).*

B2S und B3S). Eine freie Anpassung der ρ-Massen war dabei nur bei konstanter Masse und Breite des $f_2(1270)$-Mesons möglich. Für $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ ergaben sich nur sehr schwach ausgeprägte Minima der NLL-Funktion, im Fall des $\rho(1700)$-Mesons konnte für den Bereich kleiner Breiten überhaupt keine Konvergenz erzielt werden. Alle drei ρ-Mesonen zeigten ein Minumum der NLL-Funktion bei Breiten, die deutlich unter den etablierten Werten angesiedelt sind. Die Massen im Minimum der NLL-Funktion lagen entweder wie beim $\rho(1450)$ mit etwa 1240 MeV/c^2 viel zu nieder, oder wie im Fall der $\rho(1700)$- und $\rho_3(1690)$-Mesonen mit etwa 1840 MeV/c^2 viel zu hoch. Sowohl für Massen als auch für Breiten wurden damit in allen drei Fällen Werte gefunden, die stark von den Nominalwerten abweichen, die gleichzeitig aber recht gut mit den Erwartungen für die beiden 1^{+-}-Resonanzen übereinstimmen. An den Minima der Breiten-*scans* scheinen die Beiträge der ρ-Mesonen zur Amplitudenfunktion also fälschlicherweise zur Beschreibung von Strukturen verwendet zu werden, die wahrscheinlich auf 1^{+-}-Mesonen zurückzuführen sind. Die völlige Abwesenheit eines Minimums der NLL-Funktion in der Umgebung der Nominalwerte sowie die nur sehr geringfügige Verbesserung der NLL und des χ^2_r der Anpassungen mit fixierten Massen und Breiten legen den Schluß nahe, daß der vorliegende $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatz keines der schweren ρ-Mesonen in nachweisbarer Menge enthält. Der Bestimmung der Obergrenze zum Gesamtbeitrag werden deswegen die Werte aus den Anpassungen B1, B2 und B3 mit fixierten Massen und Breiten zugrunde gelegt:

$$\begin{aligned} f_{\rho(1450)} &\leq 5\% \\ f_{\rho(1700)} &\leq 1\% \\ f_{\rho_3(1450)} &\leq 2\% \end{aligned} \tag{7.1}$$

Anders als für die schweren ρ-Mesonen konnten für den 1^{+-}-Zustand $b_1(1235)$ Masse und Breite frei angepaßt werden (Nr. B4). Die NLL-Funktion verbesserte sich gegenüber der Anpassung A1 um knapp sieben pro zusätzlichem Parameter, das reduzierte χ^2_r sank von 1.34 auf

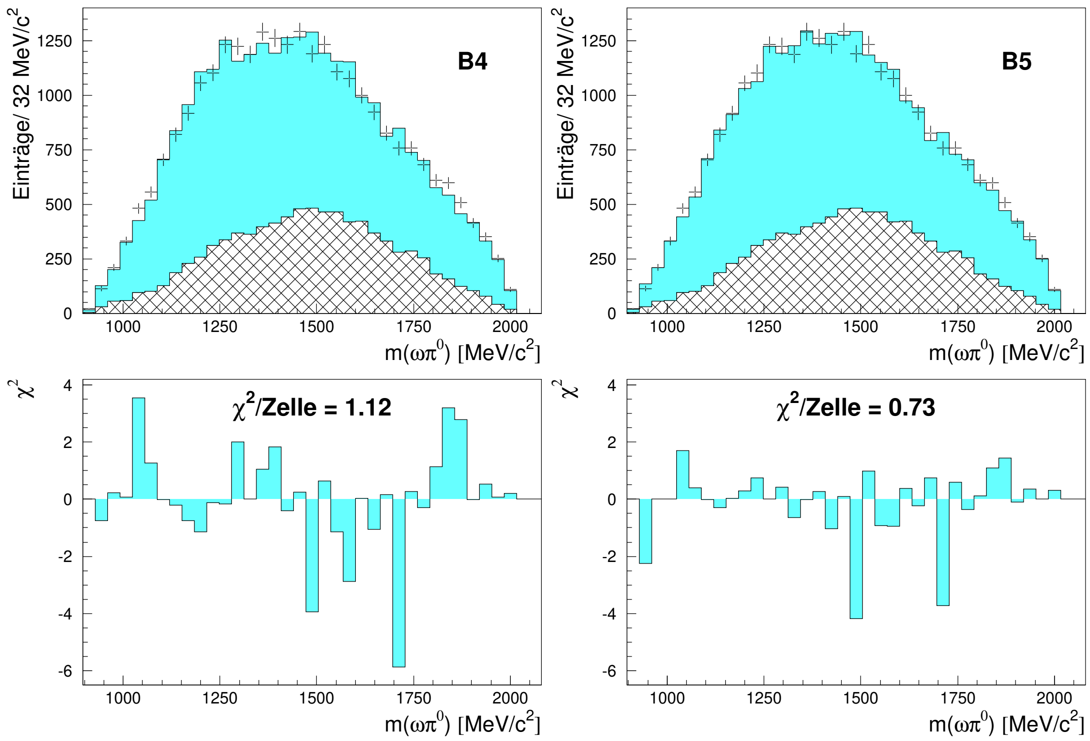

Abbildung 7.3: *Invariante $\omega\pi^0$-Massenspektren und χ^2-Vergleich für die Anpassungen B4 (mit $b_1(1235)$) und B5 (mit $b_1(1800)$).*

1.29. Durch die Erweiterung der angepaßten Hypothese um das $b_1(1235)$-Meson ergibt sich damit erwartungsgemäß eine signifikante Verbesserung. Um die Ergebnisse der vorangegangenen Anpassungen mit einem schweren ρ-Meson besser vergleichen zu können, wurde auch für das $b_1(1235)$ ein *scan* durchgeführt und in Abb. 7.2 eingetragen. Das dabei gefundene Minimum entspricht bis auf minimale Abweichungen bei einzelnen Werten exakt der freien Anpassung und liegt deutlich unter den Minima der Anpassungen B1S, B2S und B3S. Für Masse und Breite sowie für das Verhältnis von D- und S-Welle beim b_1-Zerfall wurden folgende Werte (und statistische Fehler) gefunden:

$$\begin{aligned} m_{b_1(1235)} &= (1229 \pm 6) MeV/c^2 \\ \Gamma_{b_1(1235)} &= (151 \pm 11) MeV/c^2 \\ D/S &= 0.21 \pm 0.02 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Diese stimmen im Rahmen der zu berücksichtigenden Unsicherheiten sehr gut mit den nominalen Werten von (1229.5 ± 3.2) MeV/c^2, (142 ± 9) MeV/c^2 und (0.29 ± 0.04) überein.

Schließlich wurde als zusätzliches Teilchen X die neue Resonanz $b_1(1800)$ eingesetzt (Nr. B5). Diese Änderung der angepaßten Hypothese ergab sowohl die größte absolute Verbesserung der NLL-Funktion aller Anpassungen mit nur einer zusätzlichen Resonanz als auch die größte relative Änderung der NLL um 13 pro zusätzlichem Parameter. Das reduzierte χ^2_r sank von 1.34 auf den bisher tiefsten Wert von 1.22, die Anpassung B5 stellt damit das Optimum aller

	$\pi\pi_S$	$f_2(1270)$	$b_1(1800)$	total
1^{--}	21	15	4	40
1^{+-}	6	4	3	13
2^{--}	6	14	3	23
3^{--}	15	2	0	17
3^{+-}	1	2	0	2
4^{--}	0	5	0	5
total	50	41	9	100

Tabelle 7.2: *Anteile (in Prozent) von Streuzuständen J^{PC} und Resonanzen in der Anpassung B5*

Hypothesen der Serie B dar. Zum besseren Vergleich mit den vorangegangenen Anpassungen wurde auch hier wieder ein *scan* durchgeführt und in Abb. 7.2 eingetragen. Die Überlegenheit der Anpassung B5 gegenüber der Anpassung B4 wird in Abb. 7.3 anhand der invarianten $\omega\pi^0$-Massenspektren belegt. Während in B4 immer noch kleine Abweichungen zwischen Daten und Anpassung zu sehen sind, erscheint die Beschreibung des $\omega\pi^0$-Massenspektrums mit B5 nahezu perfekt. Der visuelle Eindruck wird durch einen χ^2-Vergleich der $\omega\pi^0$-Spektren bestätigt. Die gefundenen Werte des reduzierten χ^2 entsprechen einem Vertrauensniveau von etwa 25 Prozent im Fall der Hypothese B4 und von etwa 85 Prozent im Fall der Hypothese B5.

Für die neue Resonanz $b_1(1800)$ ergaben sich folgende Parameter:

$$\begin{aligned} m_{b_1(1800)} &= (1832 \pm 9) MeV/c^2 \\ \Gamma_{b_1(1800)} &= (174 \pm 11) MeV/c^2 \\ D/S &= 0.89 \pm 0.03 \end{aligned} \tag{7.3}$$

Die angegebene Masse liegt etwa 50 MeV/c^2 über der Vorhersage des Godfrey-Isgur-Modells. Das D/S-Verhältnis ist gegenüber dem $b_1(1235)$-Meson erwartungsgemäß zu höheren Werten verschoben, da den Zerfallsprodukten aufgrund der größeren Resonanzmasse im Schwerpunktsystem ein höherer Schwellenimpuls zur Verfügung steht. Das Tensormeson $f_2(1270)$ wurde in beiden Anpassungen B4 und B5 mit einer Masse von (1292 ± 4) MeV/c^2 und einer Breite von (143 ± 4) MeV/c^2 weiterhin als zu schwer und zu schmal eingeschätzt. Die Anteile einzelner Streuzustände und Resonanzen sind in Tabelle 7.2 detailliert aufgelistet. Abweichungen der Gesamtbeiträge eines Streuzustandes oder einer Resonanz von der Summe der Einzelbeiträge sind auf Interferenzeffekte bei der Bestimmung der Gesamtanteile zurückzuführen. Die größten Einzelbeiträge des Tensormesons $f_2(1270)$ stammen von den Zerfällen der 1^{--}- und 2^{--}-Streuzustände, während die $\pi\pi_S$-Welle hauptsächlich aus den 1^{--}- und 3^{--}-Streuzuständen produziert wird. Erwartungsgemäß wird das recht schwere $b_1(1800)$-Meson aufgrund von Drehimpulsbarrieren ausschließlich aus Anfangszuständen mit einem Gesamtspin kleiner als drei erzeugt. Der Gesamtanteil des 1^{--}-Streuzustandes ist mit 40 Prozent überraschend hoch, da bei Annihilationen im Fluge eher größere Gesamtspins des $\overline{p}p$-Systems erwartet werden. Zum Abschluß dieses Abschnittes sind in Abb. 7.4 die Dalitzplots des untergrundbereinigten Datensatzes, der mit den Ergebnissen der bisher besten Anpassung B5 gewichteten simulierten Ereignisse sowie der dabei vorkommenden Beiträge von Resonanzen und Streuzuständen dargestellt. Die jeweilige Skalierung wird aus der Angabe der maximalen Zellenintensität (max) ersichtlich.

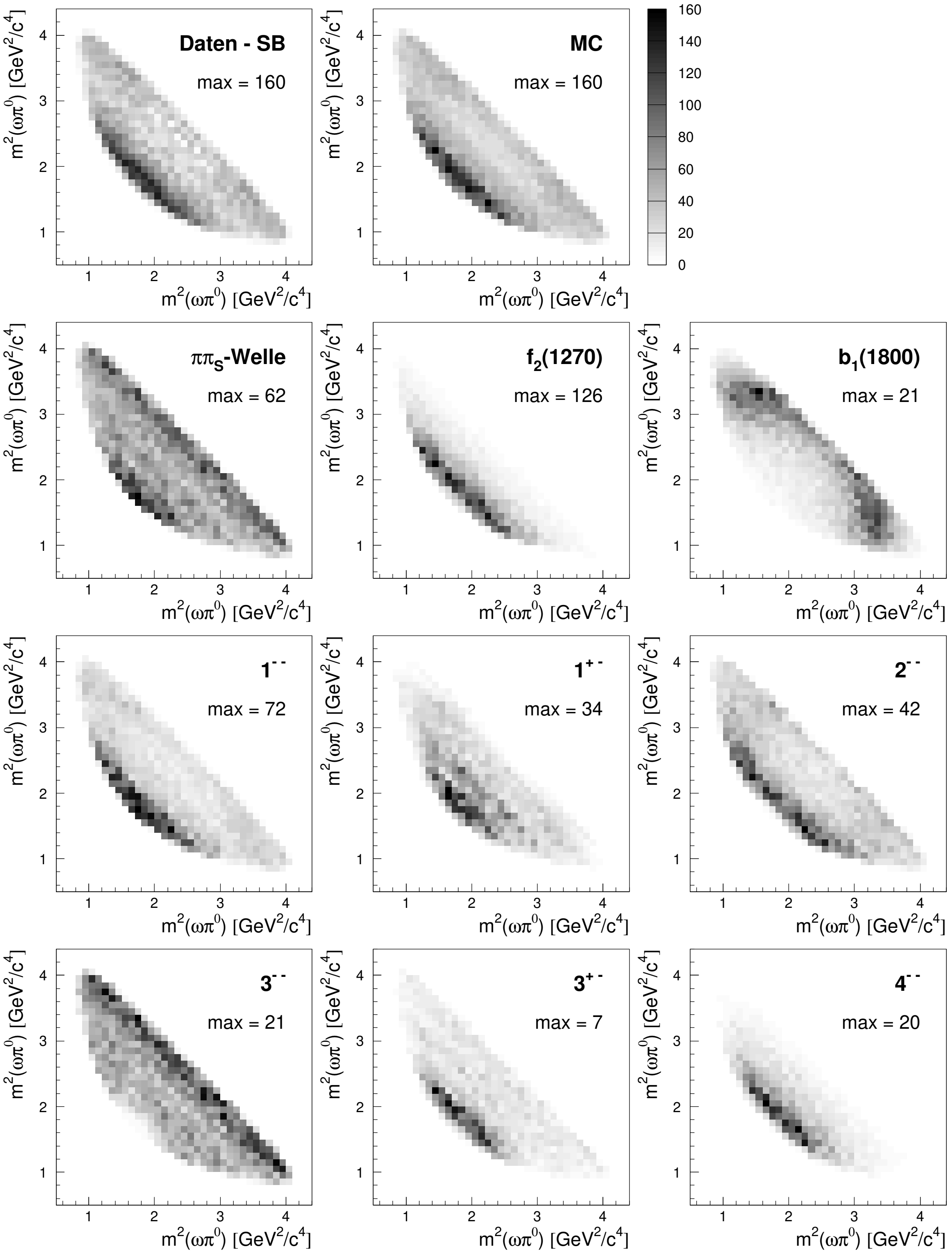

Abbildung 7.4: *Beiträge einzelner Resonanzen und Streuzustände zum $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand in der Anpassung B5*

7.1.4 Anpassungen mit zwei zusätzlichen Resonanzen

Nach den Anpassungen der Serie B mit einer zusätzlichen Resonanz wurde in den Serien C und D die angepaßte Hypothese gegenüber A1 um zwei zusätzliche $\omega\pi^0$-Resonanzen erweitert. In Serie C wurde das $b_1(1235)$-Meson mit den schweren ρ-Mesonen kombiniert, in Serie D wurden neben dem $b_1(1800)$-Meson die schweren ρ-Mesonen und das $b_1(1235)$ eingesetzt. In keiner der Anpassungen konnten Massen und Breiten aller beteiligten Resonanzen frei angepaßt werden, weswegen auch hier wieder in allen Fällen zunächst der Beitrag der schlechter bestimmten Resonanz bei konstanter Masse und Breite untersucht wurde, um anschließend in einem Breiten-*scan* (Abb. 7.2 mitte und rechts) nach einem möglichen Minimum zu suchen.

Wie schon in der Serie B konnte auch in Kombination mit dem $b_1(1235)$-Meson für keines der schweren ρ-Mesonen eine physikalisch sinnvolle Parametrisierung gefunden werden. Im *scan* fielen die beiden Resonanzen $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ trotz unterschiedlicher Startwerte zusammen (Nr. C1/2S) und ergaben ein extrem breites Minimum der NLL-Funktion bei einer Masse von 1828 MeV/c^2 und einer Breite von 365 MeV/c^2. Im *scan* der $\rho_3(1690)$-Breite (Nr. C3S) zeigte die NLL ein ähnlich schlecht definiertes Minimum bei vergleichbaren Werten, was den Schluß nahelegt, daß die Anteile der ρ-Mesonen an der benutzten Amplitudenfunktion wie schon in der Serie B fälschlicherweise zur Beschreibung der durch das $b_1(1800)$-Meson erzeugten Strukturen benutzt werden. Die Unzulänglichkeit der Anpassungen der Serie C wird durch die geringe relative Änderung der NLL von teilweise weniger als sieben pro zusätzlichem Parameter unterstrichen, die absoluten NNL-Werte lagen nur unwesentlich unter dem in Anpassung B5 erzielten Wert. Mit Ausnahme der Anpassung C1 waren außerdem die Werte des reduzierten χ^2_r schlechter als die der besten Anpassung mit nur einer zusätzlichen Resonanz B5. Die Anpassungen mit festen Massen und Breiten ergaben für die schweren ρ-Mesonen ähnlich geringe Anteile und damit Obergrenzen wie in Serie B bestimmt und in Gleichung (7.1) angegeben.

In einer letzten Serie von Anpassungen wurde nun das $b_1(1800)$-Meson mit den schweren ρ-Mesonen und dem $b_1(1235)$ kombiniert (Serie D). Zwar ergaben die *scans* von $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ mit Massen von 1446 MeV/c^2 und 1740 MeV/c^2 sowie Breiten von 200 MeV/c^2 und 220 MeV/c^2 recht vernünftige Werte und damit einen ersten Hinweis auf die Beteiligung der schweren ρ-Mesonen am vorliegenden Datensatz, jedoch wurde das $b_1(1800)$ in beiden Fällen mit einer Masse von mehr als 1950 MeV/c^2 an den oberen Phasenraumrand geschoben und gleichzeitig sehr stark verbreitert. Dadurch erzeugt es eine über den gesamten Dalitzplot ausgedehnte nahezu konstante Verteilung bei einem gegenüber B5 stark erhöhten Gesamtanteil von etwa 26 bzw. 16 Prozent. Ein solches Abgleiten von Resonanzen zu den Phasenraumrändern hin bei gleichzeitiger extremer Verbreiterung ist ein typisches Kennzeichen für die Anpassung unphysikalischer oder überbestimmter Hypothesen. Die tatsächlichen Strukturen werden dabei häufig durch Intereferenzeffekte zwischen Beiträgen der unnatürlich breiten Resonanz und der anderen Teilchen erzeugt, das Auftreten von Minima der NLL-Funktion ist eher zufällig und ergibt im allgemeinen keine physikalisch sinnvolle Lösung. Aus diesem Grund muß davon ausgegangen werden, daß die Anteile der $\rho(1450)$- und $\rho(1700)$-Mesonen am $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatz zu klein sind, als daß deren Parameter gemeinsam mit denen des in Serie B eindeutig bevorzugten $b_1(1800)$ bestimmt werden könnten. Zu einem ganz ähnlichen Schluß führt auch die Anpassung D3S, in der $b_1(1800)$ und $\rho_3(1690)$ kombiniert werden. Zwar werden die Parameter des $b_1(1800)$ wesentlich weniger stark verschoben als zuvor, dafür ergibt sich für das $\rho_3(1690)$ wie schon in den Anpassungen B3S und C3S eine viel zu große Masse von über 1800 MeV/c^2. In allen drei Fällen sind die Verbesserungen der NLL-Funktion und des reduzierten χ^2_r gegenüber den in Anpassung B5 erzielten Werten zu klein und die physikalischen Ergebnisse zu zweifelhaft, als daß die Hinzunahme einer zweiten $\omega\pi^0$-Resonanz gerechtfertigt werden könnte. Als Obergrenzen der Beiträge der schweren ρ-Mesonen werden wieder ihre Anteile aus den Anpassungen mit festen Massen und Breiten benutzt:

$$\begin{aligned} f_{\rho(1450)} &\leq 5\% \\ f_{\rho(1700)} &\leq 6\% \\ f_{\rho_3(1450)} &\leq 2\% \end{aligned} \tag{7.4}$$

Die letzte angepaßte Hypothese der Serie D enthält die beiden in Serie B recht gut bestimmten 1^{+-}-Zustände $b_1(1235)$ und $b_1(1800)$. Sie erzielte sowohl im *scan* des $b_1(1235)$-Mesons als auch in der Anpassung mit fester Masse und Breite die jeweils besten bisher erreichten Werte der NLL-Funktion, denen allerdings eine leichte Verschlechterung des reduzierten χ_r^2 von 1.22 (B5) auf 1.24 (D4 und D4S) gegenübersteht (Tab 7.4, Abb. 7.2). Am Minimum des *scans* ergab sich für das $b_1(1235)$ ein Anteil von etwa acht Prozent, es wurden folgende Werte für Masse, Breite und D/S-Verhältnis ermittelt:

$$\begin{aligned} m_{b_1(1235)} &= (1255 \pm 8) MeV/c^2 \\ \Gamma_{b_1(1235)} &= (205 \pm 17) MeV/c^2 \\ D/S &= 0.41 \pm 0.03 \end{aligned} \tag{7.5}$$

Die dabei frei angepaßten Parameter des $b_1(1800)$-Mesons lauten wie folgt:

$$\begin{aligned} m_{b_1(1800)} &= (1750 \pm 8) MeV/c^2 \\ \Gamma_{b_1(1800)} &= (216 \pm 12) MeV/c^2 \\ D/S &= 1.31 \pm 0.03 \end{aligned} \tag{7.6}$$

Der Anteil des $b_1(1800)$ beträgt etwa 11 Prozent, seine Masse liegt jetzt etwa 30 MeV/c^2 unter der Vorhersage des Godfrey-Isgur-Modells, Breite und D/S-Verhältnis wurden gegenüber der Anpassung B5 zu größeren Werten verschoben. Im Vergleich mit Anpassung B4 stimmen die hier angepaßten Parameter des $b_1(1235)$-Mesons weniger gut mit den etablierten Werten überein. Die Masse und ganz besonders die Breite und das D/S-Verhältnis werden durch die Anpassung D4S deutlich überschätzt. Ursache hierfür ist die gegenüber B4 und B5 vergrößerte Anzahl freier Parameter. Da die Beschreibung der gemessenen Spektren durch die Anpassung B5 schon eine sehr hohe Güte aufweist, besteht die Gefahr, daß beim Hinzufügen einer zweiten $\omega\pi^0$-Resonanz durch die zusätzlichen Parameter die Beschreibung von vorher ausgemittelten Substrukturen ermöglicht wird, bei der die ursprünglich korrekt bestimmten Parameter der einfacheren Hypothese verändert werden. Am Ursprung solcher Substrukturen können sehr kleine Beiträge zusätzlicher Resonanzen stehen, wie sie etwa in den Anpassungen D1S und D2S andeutungsweise gefunden wurden. Als weitere Ursachen sind statistische Fluktuationen oder auch Reste des ursprünglich sehr hohen Untergrundanteils denkbar. Ein Vergleich mit der experimentell bestimmten Untergrundverteilung in Abb. 3.8 zeigt, daß gerade im Bereich der $b_1(1235)$-Bänder aufgrund der Struktur der Untergrundintensität mit systematischen Schwierigkeiten gerechnet werden muß.

In Abb. 7.5 sind die Dalitzplots von Beiträgen einzelner Resonanzen und Streuzustände zur Anpassung D4S aufgetragen, Tabelle 7.3 zeigt detailliert die Anteile einzelner Streuzustände und Resonanzen am $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand. Die auffälligsten Veränderungen gegenüber

	$\pi\pi_S$	$f_2(1270)$	$b_1(1235)$	$b_1(1800)$	total
1^{--}	24	5	3	11	33
1^{+-}	4	4	1	0	10
2^{--}	3	8	0	0	13
3^{--}	2	26	2	0	36
3^{+-}	0	1	1	0	4
4^{--}	1	3	0	0	4
total	35	46	8	11	100

Tabelle 7.3: *Anteile (in Prozent) von Streuzuständen J^{PC} und Resonanzen in der Anpassung D4S*

Anpassung B5 (Abb. 7.4, Tab. 7.2) ergeben sich aus dem Rückgang der $\pi\pi_S$-Wellenintensität bei hohen invarianten $\pi\pi$-Massen sowie aus der Verschiebung der Produktion des $f_2(1270)$-Mesons von den 1^{--}- und 2^{--}-Streuzuständen hin zum 3^{--}-Streuzustand. Dieser avanciert damit mit etwas weniger als vierzig Prozent zum stärksten Streuzustand des $\overline{p}p$-Systems. Im ersten Fall werden offenbar die Anteile von $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ an der $\pi\pi_S$-Welle zu Gunsten des neu hinzugenommenen $b_1(1235)$-Mesons reduziert. Da die beiden skalaren Teilchen außerhalb des Phasenraums liegen erscheint die Verschiebung von Intensität hin zu einem etablierten und im $\omega\pi^0$-System erwarteten Teilchen physikalisch sinnvoll und verleiht der Anpassung D4S zusätzliches Gewicht. Der zweite Fall führt zu ganz ähnlichen Schlußfolgerungen, da Annihilationen im Fluge bevorzugt aus Streuzuständen mit größerem Gesamtspin stattfinden sollten. Als weiteres interessantes Detail der Anpassung D4S ergibt sich die nahezu ausschließliche Produktion des $b_1(1800)$-Meson aus dem 1^{--}-Streuzustand. Zwischen $b_1(1800)$ und dem Rückstoßpion tritt dabei überwiegend Drehimpuls null auf, wodurch die Tabelle 6.1 zugrunde gelegte Annahme aus [65] bestätigt wird.

Insgesamt werden durch die Serien C und D die Ergebnisse der Serie B bekräftigt. Die größten Beiträge zum $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand stammen vom Tensormeson $f_2(1270)$ und von der $\pi\pi_S$-Welle. Für die Anwesenheit der schweren ρ-Mesonen werden nur in zwei Fällen sehr schwache Hinweise gefunden, ihre Anteile liegen auch hier in allen Fällen unter der Nachweisgrenze von etwa fünf Prozent. Die beiden aussichtsreichsten Kandidaten der Serie B, die $b_1(1235)$- und $b_1(1800)$-Mesonen können erfolgreich zur besten Anpassung mit zwei zusätzlichen Teilchen kombiniert werden. Dadurch wird die in Serie B gefundene Notwendigkeit der neuen Resonanz $b_1(1800)$ für eine gute Beschreibung der experimentellen Verteilungen unterstrichen. Die Schwierigkeiten bei der Anpassung von Hypothesen mit zwei und die Unmöglichkeit einer Anpassung von Hypothesen mit drei zusätzlichen Teilchen machen klar, daß sich der maximal erreichbare Erkenntnisgewinn aus der Analyse des vorliegenden $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatzes in den Ergebnissen der Anpassung D4S erschöpft.

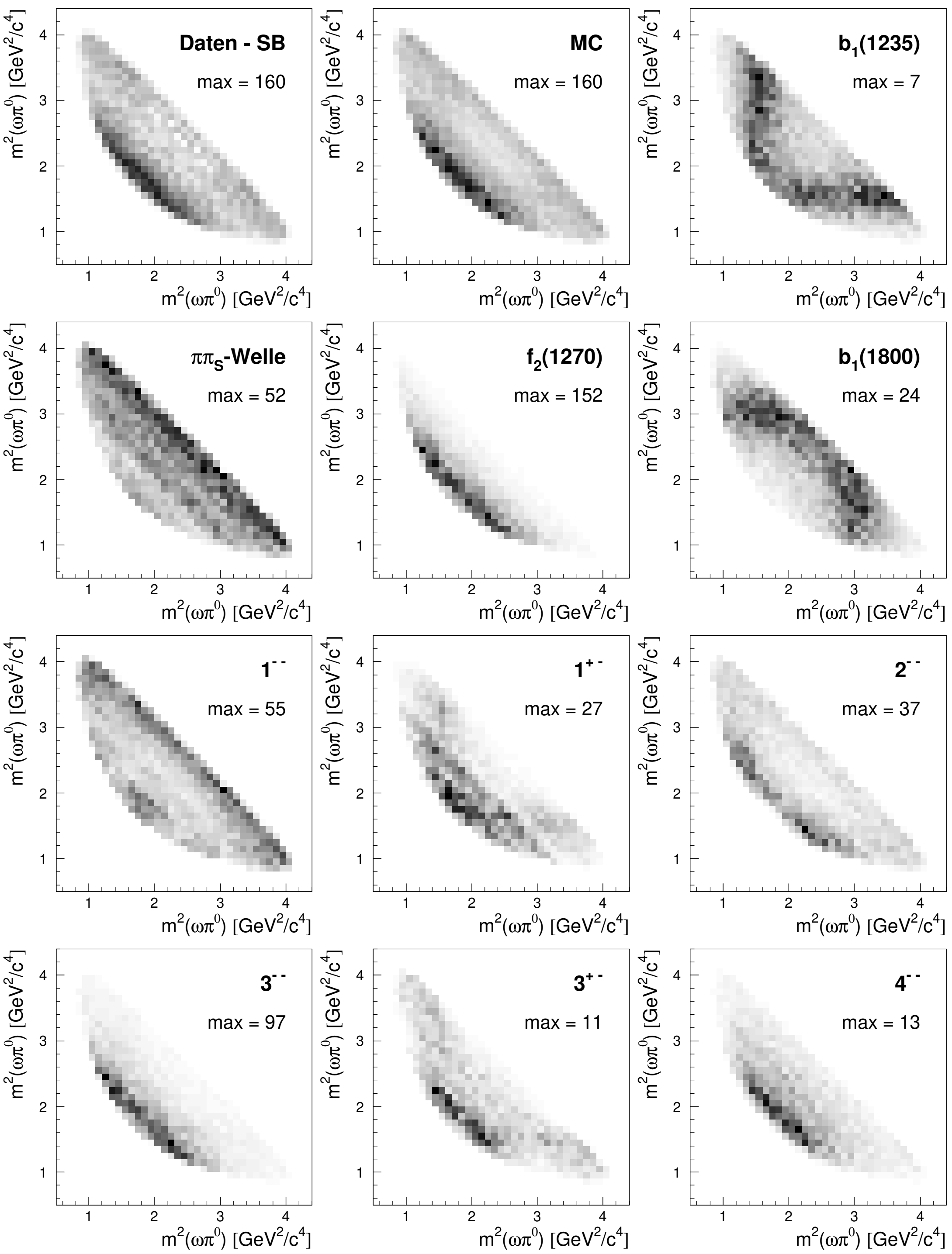

Abbildung 7.5: *Beiträge einzelner Resonanzen und Streuzustände zum $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand in der Anpassung D4S*

Nr.	R_1/R_2	# Par.	$-\Delta_{NLL}$	χ_r^2	m_{f_2}	Γ_{f_2}	m_{R_1}	Γ_{R_1}	m_{R_2}	Γ_{R_2}	$f_{\pi\pi_S}$	f_{f_2}	f_{R_1}	f_{R_2}
A1	- / -	74	0	1.34	1293	155	-	-	-	-	53	47	-	-
B1	$\rho(1450)$/ -	88	40	1.36	1294	146	(1465)	(310)	-	-	49	46	5	-
B1S	$\rho(1450)$/ -	87	82	1.38	(1275)	(186)	1239	140_S			39	52	9	-
B2	$\rho(1700)$/ -	80	23	1.34	1303	138	(1700)	(240)	-	-	51	48	1	-
B2S	$\rho(1700)$/ -	79	-1	1.32	(1275)	(186)	1839	165_S	-	-	57	39	4	-
B3	$\rho_3(1690)$/ -	86	40	1.34	1289	154	(1691)	(160)	-	-	50	47	2	-
B3S	$\rho_3(1690)$/ -	85	29	1.22	(1275)	(186)	1836	115_S	-	-	43	50	6	-
B4	$b_1(1235)$/ -	90	107	1.29	1291	146	1229	151	-	-	43	48	9	-
B5	$b_1(1800)$/ -	84	131	1.22	1292	143	1832	174	-	-	50	41	9	-
C1	$b_1(1235)/\rho(1450)$	96	121	1.19	1293	153	1258	230	(1465)	(310)	36	47	12	5
C2	$b_1(1235)/\rho(1700)$	92	136	1.24	1287	153	1223	156	(1700)	(240)	45	44	9	2
C1/2S	$b_1(1235)/\rho(1700)$	93	143	1.23	1286	155	1223	163	1828	365_S	43	44	9	4
C3	$b_1(1235)/\rho_3(1690)$	96	144	1.26	1290	163	1232	192	(1691)	(160)	42	47	9	2
C3S	$b_1(1235)/\rho_3(1690)$	97	163	1.25	1288	162	1240	222	1874	375_S	40	46	9	4
D1	$b_1(1800)/\rho(1450)$	104	180	1.22	1293	153	1967	444	(1465)	(310)	29	40	26	5
D1S	$b_1(1800)/\rho(1450)$	87	152	1.21	1288	168	1955	392	1446	200_S	30	43	23	4
D2	$b_1(1800)/\rho(1700)$	92	125	1.19	1295	163	1993	579	(1700)	(240)	37	42	16	6
D2S	$b_1(1800)/\rho(1700)$	93	129	1.18	1295	161	1979	557	1740	220_S	36	42	15	6
D3	$b_1(1800)/\rho_3(1690)$	88	162	1.20	1277	164	1808	307	(1690)	(160)	36	46	16	2
D3S	$b_1(1800)/\rho_3(1690)$	89	171	1.17	1277	163	1823	341	1804	130_S	35	44	18	4
D4	$b_1(1800)/b_1(1235)$	92	188	1.24	1295	159	1751	207	(1230)	(142)	35	48	11	6
D4S	$b_1(1800)/b_1(1235)$	93	198	1.24	1298	156	1750	216	1255	205_S	35	46	11	8

Tabelle 7.4: *Ergebnisse der Anpassung des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes. Alle Massen und Breiten sind in MeV/c^2 angegeben, alle Anteile in Prozent. Die in Klammern () eingefaßten Werte wurden nicht angepaßt, mit S gekennzeichnete Werte wurden in einem scan ermittelt und entsprechen der Parametrisierung am Minimum der NLL-Funktion.*

7.2 Gekoppelte Anpassung beider $\omega\pi\pi$-Endzustände

Zur Überprüfung, Bestätigung und möglicherweise auch zur Erweiterung der im vorigen Abschnitt erzielten Ergebnisse soll nun auch der $\omega\pi^+\pi^-$-Datensatz herangezogen werden. Aufgrund der gegenüber der Anpassung des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes wesentlich komplizierteren Amplitudenfunktion des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes bei gleichzeitig geringerer Gesamtstatistik war eine Bestimmung der Parameter mit dem $\omega\pi^+\pi^-$-Datensatz alleine nur in sehr wenigen Fällen möglich. Unter der Annahme perfekter Isospininvarianz der Amplituden verschiedener Ladungsmoden eines Zerfalls- oder Produktionsprozesses wurde deshalb eine gekoppelte Analyse beider Datensätze durchgeführt. Dabei wurde ausgenutzt, daß alle komplexen Kopplungsstärken zur Beschreibung des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes bis auf die entsprechenden Isospin-Clebsch-Gordan-Koeffizienten auch in der Gesamtamplitude des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes auftreten, daß also nur die Anteile von Streuzuständen positiver C-Parität durch $\omega\pi^+\pi^-$-Datensatz allein bestimmt werden. Durch die gegenüber der alleinigen Anpassung des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes erheblich umfangreichere Gesamtamplitude des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes und der etwa doppelt so großen Gesamtzahl zu berücksichtigender Ereignisse waren in der gekoppelten Anpassung ähnlich umfangreiche Untersuchungen wie die in Abschnitt 7.1 beschriebenen nicht möglich. Besonders auf die Durchführung von Breiten-*scans* mußte aus praktischen Gründen verzichtet werden, es werden deswegen nur Hypothesen vorgestellt, für die die freie Anpassung von Massen und Breiten aller beteiligten Breit-Wigner-Resonanzen möglich war. Der weitere Fortgang der Analyse ist in Tabelle 7.7 zusammengefaßt.

7.2.1 Erste Anpassung

Als Bezugspunkt für die Güte der gekoppelten Anpassungen wurde zunächst die Minimalhypothese KA1 angepaßt. Diese entspricht der Hypothese A1, Tab. 7.4 mit dem Tensormeson $f_2(1270)$ und der $\pi\pi_S$-Welle, wurde jedoch im $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand um das deutlich sichtbare $\rho(770)$-Meson erweitert. Es ergab sich ein NLL von 12857 und ein mittleres reduziertes χ_r^2 von 1.87, wobei die Anpassung des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes mit einem reduzierten χ_r^2 von 2.30 weniger gut gelungen war als die Anpassung des $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustandes mit einem Wert von 1.43. Das $f_2(1270)$-Meson wurde mit einer Masse von 1295 MeV/c^2 weiterhin als zu schwer, mit einer Breite von 183 MeV/c^2 jedoch dem etablierten Wert entsprechend eingeschätzt. Für das $\rho(770)$-Meson wurde mit 756 MeV/c^2 eine etwas zu kleine Masse und mit 125 MeV/c^2 eine deutlich zu kleine Breite gefunden.

In den Anpassungen KB4 und KB5 wurde die Minimalhypothese zunächst um eines der beiden zuvor favorisierten b_1-Mesonen erweitert, für deren Massen und Breiten dabei ähnliche Werte wie in den Anpassungen B4 und B5 gefunden wurden. Beide Anpassungen ergaben mit knapp zwei pro zusätzlichem Parameter ähnliche relative Verbesserungen der NLL-Funktion gegenüber der Anpassung KA1. Die Betrachtung des reduzierten χ_r^2 der einzelnen Datensätze zeigt, daß das $b_1(1235)$ offenbar vom $\omega\pi^+\pi^-$-Datensatz stärker gefordert wird als das $b_1(1800)$. Für den $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatz gilt, wie schon in Abschnitt 7.1.3 festgestellt, das Gegenteil.

7.2.2 Anpassung mit zwei b_1-Mesonen

Schließlich wurden beide b_1-Mesonen der Hypothese D4S entsprechend in der Hypothese KD4 gleichzeitig angepaßt. Dabei ergab sich gegenüber der Hypothese KA1 eine relative Änderung der NLL-Funktion von etwa 2.5 pro zusätzlichem Parameter. Das reduzierte χ_r^2 des $\omega\pi^0\pi^0$-

Datensatzes sank auf einen Wert von 1.20, und das reduzierte χ_r^2 des $\omega\pi^+\pi^-$-Datensatzes ergab mit 1.99 erstmals einen Wert unter zwei. Für Masse, Breite und D/S-Verhältnis des $b_1(1235)$-Mesons ergaben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned} m_{b_1(1235)} &= (1269 \pm 6) MeV/c^2 \\ \Gamma_{b_1(1235)} &= (143 \pm 10) MeV/c^2 \\ D/S &= 0.41 \pm 0.03 \end{aligned} \tag{7.7}$$

Während für die Breite eine sehr gute Übereinstimmung mit dem etablierten Wert erzielt werden konnte, wurden sowohl Masse als auch D/S-Verhältnis aus den schon in Abschnitt 7.1.4 angeführten Gründen recht deutlich überschätzt. Für die Parameter des $b_1(1800)$-Mesons wurden folgende Werte bestimmt:

$$\begin{aligned} m_{b_1(1800)} &= (1830 \pm 7) MeV/c^2 \\ \Gamma_{b_1(1800)} &= (311 \pm 12) MeV/c^2 \\ D/S &= 0.75 \pm 0.02 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Damit wurde für die Masse der in Anpassung B5 gefundene Wert bei stark gestiegener Breite reproduziert, während das D/S-Verhältnis etwa gegenüber der Anpassung D4S deutlich absank. Für Masse und Breite des $f_2(1270)$-Mesons ergaben sich mit (1280 ± 3) MeV/c^2 und (171 ± 3) MeV/c^2 recht nahe an den Nominalwerten liegende Ergebnisse, das $\rho(770)$-Meson wurde mit einer Masse von (759 ± 2) MeV/c^2 und einer Breite von (123 ± 4) MeV/c^2 weiterhin als etwas zu leicht und deutlich zu schmal eingeschätzt.

	$\pi\pi_S$		$f_2(1270)$		$b_1(1235)$		$b_1(1800)$		$\rho(770)$		total	
1^{--}	22	14	4	3	1	0	14	7	-	-	31	20
1^{+-}	5	5	3	4	1	1	2	2	-	-	10	9
2^{--}	0	0	4	3	0	0	0	0	-	-	5	4
3^{--}	6	4	32	18	0	0	0	0	-	-	46	24
3^{+-}	0	0	0	0	2	2	0	0	-	-	3	2
4^{--}	1	1	3	2	0	0	0	0	-	-	5	3
0^{-+}	-	-	-	-	-	0	-	0	-	1	-	1
0^{++}	-	-	-	-	-	0	-	1	-	3	-	3
1^{++}	-	-	-	-	-	2	-	0	-	6	-	9
2^{-+}	-	-	-	-	-	1	-	0	-	4	-	5
2^{++}	-	-	-	-	-	1	-	0	-	5	-	8
3^{++}	-	-	-	-	-	0	-	0	-	5	-	7
4^{-+}	-	-	-	-	-	0	-	0	-	2	-	2
4^{++}	-	-	-	-	-	1	-	0	-	0	-	1
total	32	22	47	28	4	9	17	10	-	31	100	

Tabelle 7.5: *Anteile (in Prozent) von Streuzuständen und Resonanzen in der Anpassung KD4. In jeder Spalte wird links der Anteil am $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand und rechts am $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand angegeben.*

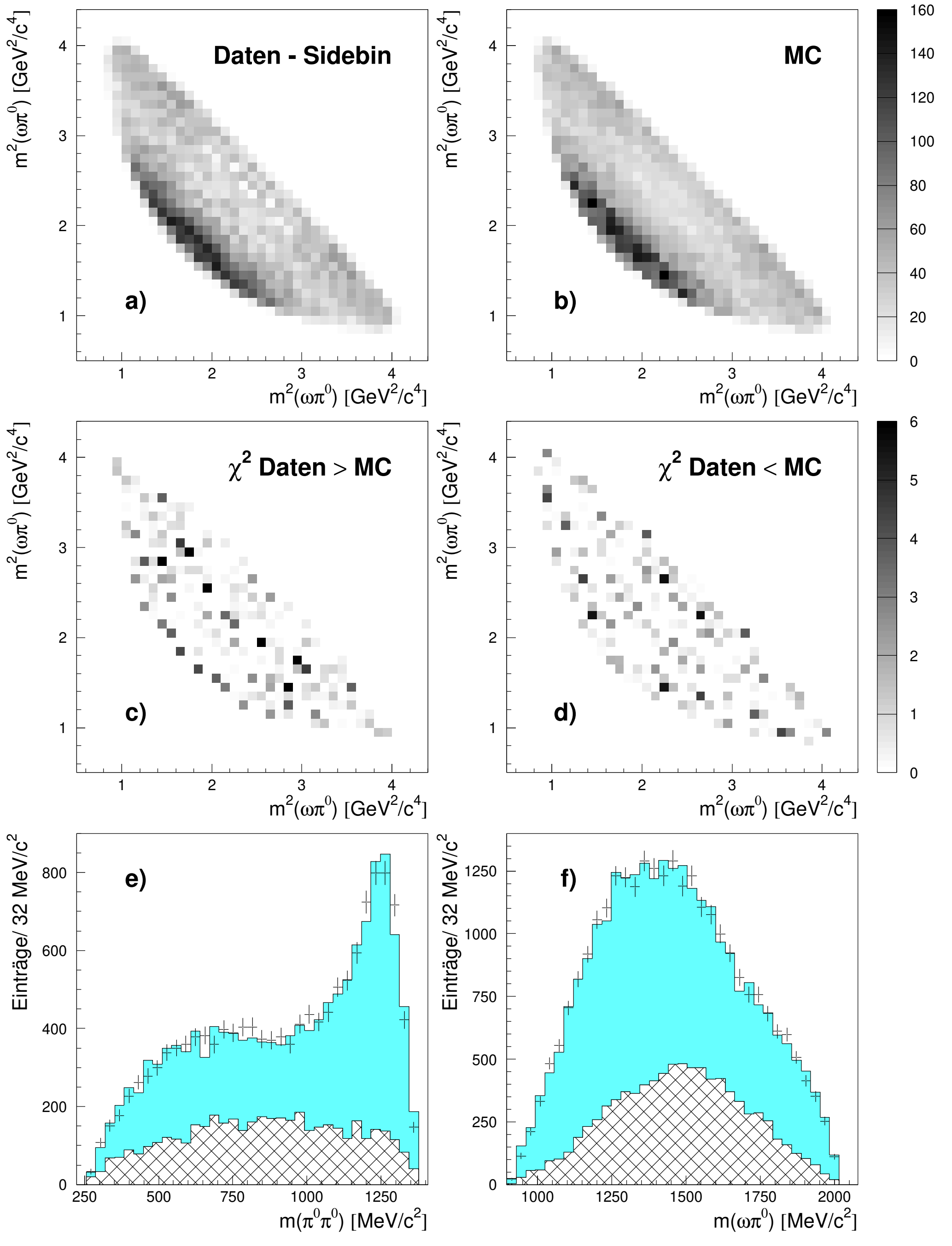

Abbildung 7.6: *Gekoppelte Anpassung KD4 beider $\omega\pi\pi$-Endzustände. Aufgetragen sind a) der untergrundbereinigte $\omega\pi^0\pi^0$-Daten-Dalitzplot, b) der mit dem Ergebnis der Anpassung gewichtete Monte-Carlo-Dalitzplot, c) und d) ein χ^2-Vergleich der beiden, e) das invariante $\pi^0\pi^0$- und f) das invariante $\omega\pi^0$-Massenspektrum.*

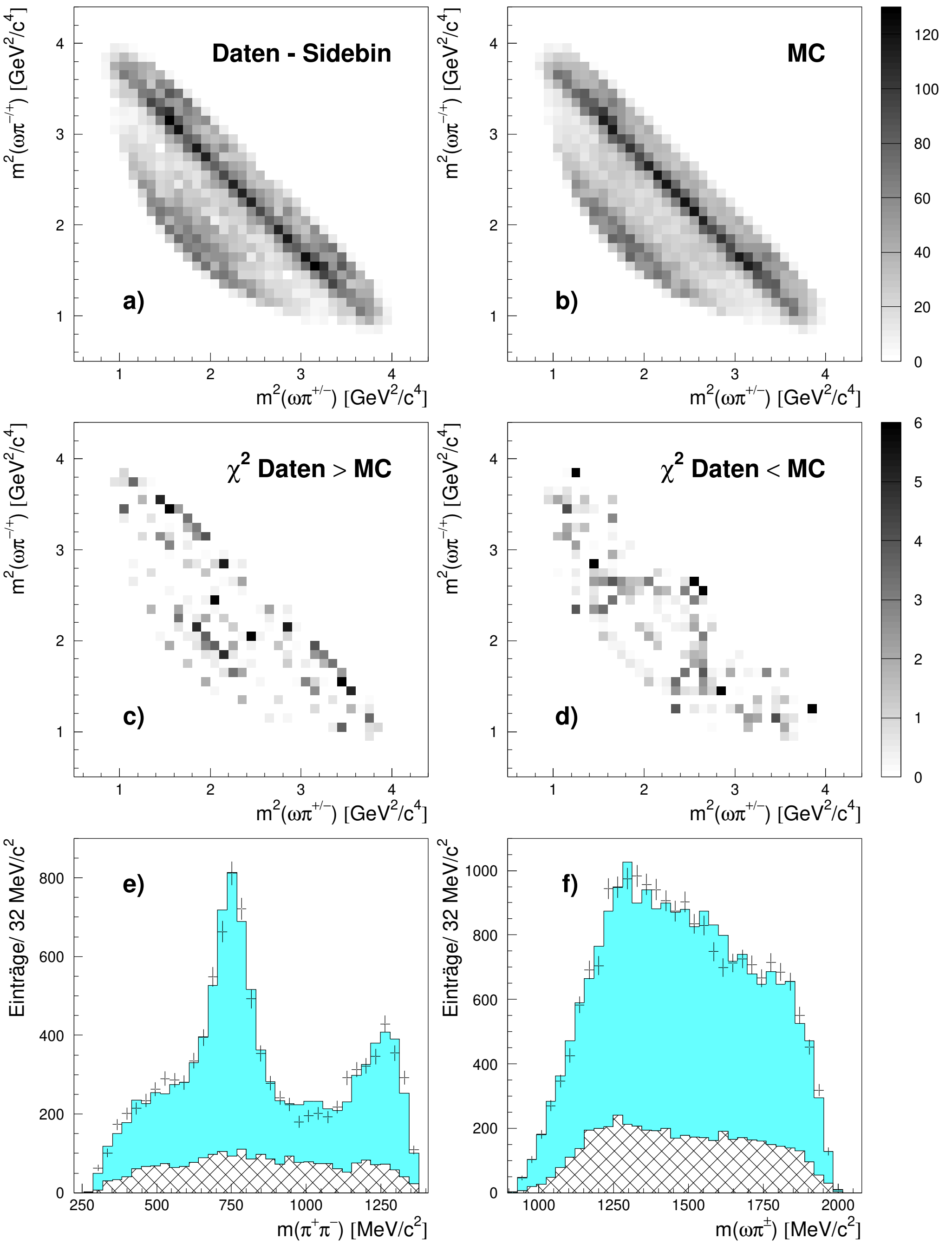

Abbildung 7.7: *Gekoppelte Anpassung KD4 beider $\omega\pi\pi$-Endzustände. Aufgetragen sind a) der untergrundbereinigte $\omega\pi^+\pi^-$-Daten-Dalitzplot, b) der mit dem Ergebnis der Anpassung gewichtete Monte-Carlo-Dalitzplot, c) und d) ein χ^2-Vergleich der beiden, e) das invariante $\pi^+\pi^-$- und f) das invariante $\omega\pi^\pm$-Massenspektrum.*

Eine detaillierte Auflistung der Beiträge einzelner Resonanzen und Streuzustände zu den beiden $\omega\pi\pi$-Endzuständen nach der Anpassung KD4 findet sich in Tabelle 7.5. Erwähnenswert erscheint die Tatsache, daß sowohl die $\pi\pi_S$-Welle als auch das $b_1(1800)$-Meson hauptsächlich aus dem 1^{--}-Streuzustand produziert werden, der damit nach dem 3^{--}-Streuzustand am meisten zur Gesamtintensität beiträgt. Der sehr große Anteil des 3^{--}-Streuzustandes ergibt sich hauptsächlich aus dessen Zerfall in das $f_2\omega$-System, das bei verschwindendem Bahndrehimpuls der beiden Teilchen die entsprechenden Quantenzahlen annimmt. Die Anpassung KD4 bestätigt die in Anpassung D4S gefundenen Anteile einzelner Resonanzen am $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand, die in beiden Fällen gefundene Bevorzugung niedriger bzw. verschwindender Bahndrehimpulse beim Zerfall von Streuzuständen steht in sehr gutem Einklang mit dem Konzept von Drehimpulsbarrieren.

Aus Abbildung 7.6 wird ersichtlich, daß der $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatz durch die Hypothese KD4 sehr gut beschrieben wird. Der χ^2-Vergleich des untergrundkorrigierten Daten-Dalitzplots mit dem den Ergebnissen der Anpassung entsprechend gewichteten simulierten Dalitzplot zeigt keine ausgeprägten Strukturen, noch vorhandene Abweichungen können auf die methodenbedingten Mängel der Untergrundsubtraktion und auf statistische Fluktuationen zurückgeführt werden. Die hohe Güte der Beschreibung des $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatzes wird durch die nahezu perfekte Übereinstimmung der gemessenen invarianten $\pi^0\pi^0$- und $\omega\pi^0$-Massenspektren mit den aus der Anpassung gewonnenen Verteilungen unterstrichen.

Die Betrachtung von Abbildung 7.7 macht klar, daß die Beschreibung des $\omega\pi^+\pi^-$-Datensatzes durch die Hypothese KD4 leider nicht dieselbe Qualität erreicht wie die Beschreibung des $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatzes. Zwar werden die dominanten Strukturen durch die Anpassung recht gut reproduziert, der χ^2-Vergleich des gemessenen mit dem aus der Anpassung gewonnenen Dalitzplot deckt jedoch besonders im Bereich zwischen den Bändern der $f_2(1270)$- und $\rho(770)$-Mesonen und im Bereich der Kreuzungspunkte der $b_1(1235)$- mit den $b_1(1800)$-Bändern systematische Probleme bei der Beschreibung des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes auf. Diese Probleme schlagen sich auch in den Projektionen des Dalitzplots nieder, wo im invarianten $\pi^+\pi^-$-Massenspektrum zwischen den Anhäufungen der $f_2(1270)$- und $\rho(770)$-Mesonen die gemessene Intensität durch die Anpassung ebenso überschätzt wird wie im $\omega\pi^\pm$-Massenspektrum in einem Bereich zwischen 1500 und 1650 MeV/c^2. Als Ursache für die gefundenen Abweichungen sind zum einen wieder die Mängel der Untergrundsubtraktion denkbar, die im Fall des $\omega\pi^+\pi^-$-Datensatzes aufgrund der ausgeprägteren Strukturen der Hauptuntergrundanteile gegenüber dem $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatz größere Schwierigkeiten erwarten lassen. Zum anderen geben die im χ^2-Vergleich der Dalitzplots gefundenen Strukturen möglicherweise aber auch einen Hinweis auf notwendige Erweiterungen der angepaßten Hypothese.

7.2.3 Erweiterte Anpassung mit zwei b_1-Mesonen

Zum Ausgleich der Defizite der Anpassung des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes durch die Hypothese KD4 wurden verschiedene Erweiterungen der angepaßten Hypothese untersucht, wobei einzig für die in Tabelle 7.7 aufgeführten Anpassungen KR1 und KR2 Konvergenz bei freier Bestimmung aller Massen und Breiten der beteiligten Breit-Wigner-Resonanzen erzielt werden konnte. Beide beinhalten eine sehr einfache Parametrisierung der $\rho-\omega$-Interferenz, durch die die leicht asymmetrische Linienform des $\rho(770)$-Mesons und die bisher immer zu klein eingeschätzte Breite erklärt werden soll. Unter der Annahme, daß die Masseneigenzustände $\rho(770)$ und ω nicht exakt mit den entsprechenden Isospineigenzuständen zusammenfallen, kann dem ω-Meson eine kleine isovektorielle Beimischung (mit positiver G-Parität) zugesprochen werden, die dessen Zerfall in zwei geladene Pionen und damit die Interferenz mit dem entsprechenden Zerfallsmodus des $\rho(770)$-Mesons ermöglicht ([66] und die dort angegebenen Referenzen). Da der Untersuchung der Linienform des $\rho(770)$-Mesons bei der begrenzten Auflösung der vorliegenden Analyse nur geringe Bedeutung beigemessen werden kann, wurde anders als in [66] die $\rho-\omega$-Interferenz durch die Einführung einer zusätzlichen Breit-Wigner-Resonanz $\omega' \rightarrow \pi^+\pi^-$ mit den Quantenzahlen 1^+1^{--} parametrisiert. Durch diese Erweiterung der angepaßten Hypothese konnte zwar eine verbesserte Beschreibung der Linienform des $\rho(770)$-Mesons erzielt werden, die gefundenen Werte für Masse und Breite entsprechen jedoch weiterhin den vorher bestimmten.

In der Anpassung KR2 wurde zusätzlich zur $\rho-\omega$-Interferenz der Zerfall der Streuzustände positiver C-Parität in das $\rho^{\mp}(1450)\pi^{\pm}$-System erlaubt. Es ergab sich dadurch im Vergleich mit der Anpassung KA1 eine Verbesserung der NLL um 2.5 pro zusätzlichem Parameter, eine Verbesserung des reduzierten χ^2_r gegenüber KD4 war jedoch nicht möglich. Mit einer Gesamtzahl von 228 freien Parametern ist die Hypothese KR2 die umfangreichste und komplizierteste, für die Konvergenz erzielt werden konnte. Abbildung 7.8 zeigt die Spektren des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes und deren Vergleich mit dem Ergebnis der Anpassung KR2. Im χ^2-Vergleich der Dalitzplots ist ein minimaler Rückgang der in Anpassung KD4 gefundenen Strukturen zu beobachten, das invariante $\pi^+\pi^-$-Massenspektrum zeigt im Bereich der Anhäufung des $\rho(770)$-Mesons eine leicht verbesserte Übereinstimmung zwischen der Daten- und der angepaßten Verteilung. Die hohe Qualität der Beschreibung des $\omega\pi^0\pi^0$- und mit leichten Einschränkungen auch des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes durch die Anpassung KR2 wird aus der guten Übereinstimmung der simulierten mit den gemessenen Winkelverteilungen für einzelne Dalitzplotbereiche ersichtlich (Abb. B.5 bis Abb. B.8).

	$\pi\pi_S$		$f_2(1270)$		$b_1(1235)$		$b_1(1800)$		$\rho(770)$		$\rho-\omega$		$\rho(1450)$		total	
1^{--}	18	9	6	3	1	0	13	3	-	-	-	-	-	-	32	16
1^{+-}	2	2	4	4	2	1	1	0	-	-	-	-	-	-	7	6
2^{--}	1	1	4	3	0	0	1	0	-	-	-	-	-	-	7	5
3^{--}	6	3	31	13	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	42	21
3^{+-}	0	0	0	0	4	1	0	0	-	-	-	-	-	-	5	2
4^{--}	1	1	5	3	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	7	4
0^{-+}	-	-	-	-	-	0	-	0	-	1	-	0	-	1	-	2
0^{++}	-	-	-	-	-	0	-	0	-	4	-	2	-	0	-	3
1^{++}	-	-	-	-	-	4	-	0	-	9	-	3	-	2	-	13
2^{-+}	-	-	-	-	-	0	-	0	-	3	-	2	-	1	-	5
2^{++}	-	-	-	-	-	1	-	1	-	5	-	1	-	1	-	9
3^{++}	-	-	-	-	-	1	-	0	-	4	-	1	-	0	-	5
4^{-+}	-	-	-	-	-	0	-	0	-	3	-	2	-	2	-	6
4^{++}	-	-	-	-	-	1	-	0	-	0	-	0	-	0	-	1
total	28	15	49	24	7	7	15	4	-	32	-	11	-	7	100	

Tabelle 7.6: *Anteile (in Prozent) von Streuzuständen und Resonanzen in der Anpassung KR2. In jeder Spalte wird links der Anteil am $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand und rechts am $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand angegeben.*

Masse und Breite des $\rho(1450)$-Mesons stimmen mit (1500 ± 12) und $(371 \ \pm \ 30)$ MeV/c^2 recht gut mit den etablierten Werten überein. Für dieses Teilchen ergab sich ein Anteil am $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand von etwa sieben Prozent. Mit Ausnahme des Anteils der $\pi\pi_S$-Welle wurden die Parameter aller übrigen Beiträge durch das Hinzufügen der $\rho - \omega$-Interferenz und des $\rho(1450)$-Mesons nur im Rahmen der zuvor schon festgestellten Streuung verändert, die detaillierte Aufschlüsselung der Anteile einzelner Resonanzen und Streuzustände in der Anpassung KR2 ist in Tabelle 7.6 gegeben.

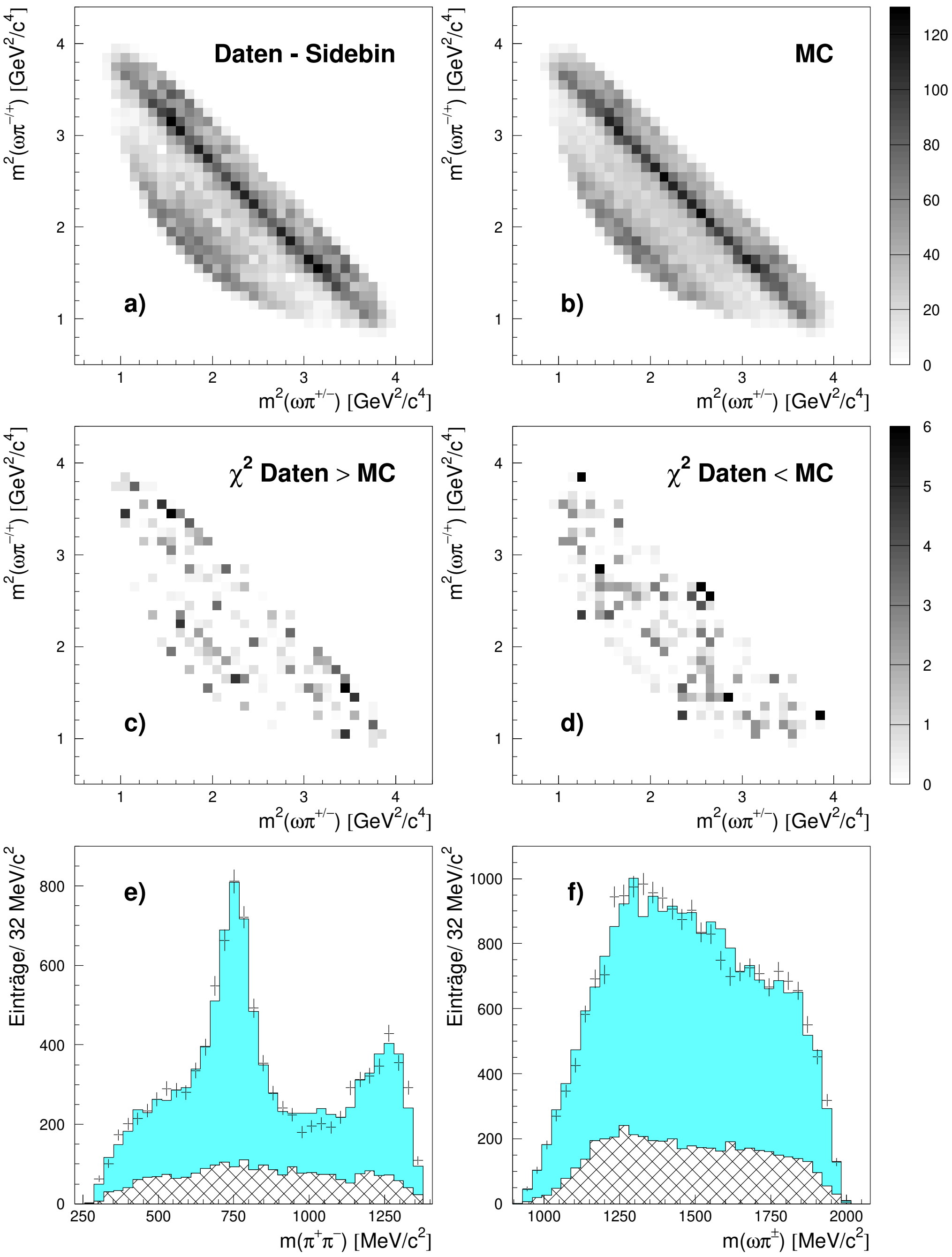

Abbildung 7.8: *Gekoppelte Anpassung KR2 beider $\omega\pi\pi$-Endzustände. Aufgetragen sind a) der untergrundbereinigte $\omega\pi^+\pi^-$-Daten-Dalitzplot, b) der mit dem Ergebnis der Anpassung gewichtete Monte-Carlo-Dalitzplot, c) und d) ein χ^2-Vergleich der beiden, e) das invariante $\pi^+\pi^-$- und f) das invariante $\omega\pi^\pm$-Massenspektrum.*

		KA1	KB4	KB5	KD4	KR1	KR2
Res.	$b_1(1235)$	-	•	-	•	•	•
	$b_1(1800)$	-	-	•	•	•	•
	$\rho(1450)$	-	-	-	-	-	•
	$\rho-\omega$	-	-	-	-	•	•
Güte	# Par.	115	149	127	152	192	228
	$-\Delta_{NLL}$	0	287	222	379	449	574
	$\chi^2_r(\omega\pi^0\pi^0)$	1.43	1.26	1.23	1.20	1.22	1.21
	$\chi^2_r(\omega\pi^+\pi^-)$	2.30	2.08	2.12	1.99	2.04	1.99
	$\overline{\chi}^2_r$	1.87	1.67	1.68	1.56	1.63	1.60
Massen und Breiten, D/S	$m_{f_2(1270)}$	1295	1294	1283	1280	1281	1287
	$\Gamma_{f_2(1270)}$	183	172	179	171	174	172
	$m_{\rho(770)}$	756	758	759	759	760	761
	$\Gamma_{\rho(770)}$	125	117	128	123	135	123
	$\Gamma_{\omega(782)}$	-	-	-	-	12	13
	$m_{b_1(1235)}$	-	1236	-	1269	1284	1263
	$\Gamma_{b_1(1235)}$	-	163	-	143	126	157
	$\mathrm{D/S}_{b_1(1235)}$	-	0.28	-	0.41	0.51	0.45
	$m_{b_1(1800)}$	-	-	1793	1830	1816	1821
	$\Gamma_{b_1(1800)}$	-	-	254	311	301	254
	$\mathrm{D/S}_{b_1(1800)}$	-	-	0.96	0.75	0.82	1.22
	$m_{\rho(1450)}$	-	-	-	-	-	1500
	$\Gamma_{\rho(1450)}$	-	-	-	-	-	371
$\omega\pi^0\pi^0$	$f_{\pi\pi_S}$	47	40	47	32	33	28
	$f_{f_2(1270)}$	53	47	48	47	48	49
	$f_{b_1(1235)}$	-	12	-	4	4	7
	$f_{b_1(1800)}$	-	-	15	17	15	15
$\omega\pi^+\pi^-$	$f_{\pi\pi_S}$	35	28	29	22	21	15
	$f_{f_2(1270)}$	29	26	30	28	26	24
	$f_{\rho(770)}$	36	34	34	31	34	32
	$f_{b_1(1235)}$	-	13	-	9	6	7
	$f_{b_1(1800)}$	-	-	7	10	4	4
	$f_{\rho(1450)}$	-	-	-	-	-	7
	$f_{\omega(782)}$	-	-	-	-	9	11

Tabelle 7.7: *Ergebnisse der gekoppelten Anpassung beider $\omega\pi\pi$-Endzustände.*

Kapitel 8

Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Abschnitt sollen die Einzelergebnisse der weiter oben beschriebenen Anpassungen beider $\omega\pi\pi$-Datensätze zu einem Gesamtbild zusammengefaßt werden. Die in Tabelle 8.1 zusammengestellten Massen, Breiten und Beiträge einzelner Resonanzen ergaben sich durch Mittelwertbildung aus den entsprechenden Größen der besten Anpassungen D4S, KD4, KR1 und KR2. Die zugehörigen Fehler wurden aus der Streuung der Einzelergebnisse bestimmt und sind wesentlich größer als deren individuelle statistische Fehler (s. Abs. 6.4.6). Lediglich für die Parameter des $\rho(1450)$ mußten die angegebenen Fehler frei abgeschätzt werden, da nur eine einzige konvergente Anpassung zur Verfügung stand (KR2) und die dort gefundenen statistischen Fehler als zu klein empfunden wurden. Die Obergrenzen der Beiträge der schweren ρ-Mesonen ergaben sich im Fall des $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatzes aus den Anpassungen B1, D2S und D3, im Fall des $\omega\pi^+\pi^-$-Datensatzes wurden sie mangels konvergenter Anpassung durch die mutmaßliche Nachweisgrenze von etwa fünf Prozent abgeschätzt. Für alle angegebenen Anteile folgt aus den Unsicherheiten der Untergrundsubtraktion ein zusätzlicher systematischer Fehler, der je nach relativer Lage bezüglich der Untergrundstrukturen fünf Prozent oder mehr beträgt.

Als wichtigstes Ergebnis der oben beschriebenen Anpassungen beider $\omega\pi\pi$-Datensätze darf die erstmalige Beobachtung des $b_1(1800)$-Mesons mit den Quantenzahlen 1^+1^{+-} gewertet werden. Diese neue Resonanz hat sich besonders für die Beschreibung des $\omega\pi^0\pi^0$-Datensatzes als unabdingbar herausgestellt, ihre dortige Beobachtung konnte durch die gekoppelte Anpassung beider $\omega\pi\pi$-Datensätze bestätigt werden. Mit Anteilen von etwa 15 Prozent am $\omega\pi^0\pi^0$- und etwa sechs Prozent am $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand erscheint eine Fehlinterpretation von Untergrundresten ausgeschlossen. Die in dieser Arbeit gefundene Masse von (1804 ± 37) MeV/c^2

	$\pi\pi_S$	$f_2(1270)$	$b_1(1235)$	$b_1(1800)$	$\rho(770)$	$\rho(1450)$	$\rho(1700)$	$\rho_3(1690)$
m	-	1287 ± 8	1268 ± 12	1804 ± 37	760 ± 1	1500 ± 50	-	-
Γ	-	168 ± 8	158 ± 34	271 ± 44	127 ± 7	371 ± 50	-	-
D/S	-	-	0.45 ± 0.05	1.0 ± 0.3	-	-	-	-
$f_{\omega\pi^0\pi^0}$	32 ± 3	48 ± 1	6 ± 2	15 ± 3	-	< 5	< 6	< 2
$f_{\omega\pi^+\pi^-}$	19 ± 4	26 ± 2	7 ± 2	6 ± 3	32 ± 2	7 ± 5	< 5	< 5

Tabelle 8.1: *Zusammenstellung der Endergebnisse aller Anpassungen. Massen und Breiten sind in MeV/c^2 angegeben, Anteile in Prozent.*

stimmt im Rahmen der Meßgenauigkeit sehr gut mit der vom Godfrey-Isgur-Modell für die erste radiale Anregung des $b_1(1235)$-Mesons vorhergesagten Masse von 1780 MeV/c^2 überein, die recht große Breite von (271 ± 44) MeV/c^2 entspricht dem von anderen radialen Anregungen wie etwa dem $\rho(1450)$-Meson bekannten Bild. Das $b_1(1800)$-Meson stellt damit sehr wahrscheinlich das erste beobachtete Teilchen des radial angeregten 1^{+-}-Nonetts dar. Sein D/S-Verhältnis liegt mit (1.0 ± 0.3) aufgrund der höheren Masse erwartungsgemäß über dem entsprechenden Wert des $b_1(1235)$-Mesons, es wird in guter Übereinstimmung mit dem Konzept von Drehimpulsbarrieren nahezu ausschließlich mit verschwindendem Bahndrehimpuls aus dem 1^{--}-Streuzustand produziert. Als einigermaßen überraschend darf die Tatsache angesehen werden, daß das $b_1(1800)$-Meson zumindest zum $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand mit etwa 15 Prozent deutlich stärker beiträgt als das $b_1(1235)$-Meson mit einem Anteil von nur etwa sechs Prozent. Wegen seiner großen Masse können beim $b_1(1800)$ im Gegensatz zum $b_1(1235)$ neben dem $\omega\pi$-Zerfallsmodus verstärkt andere Zerfallskanäle wie etwa $b_1(1235)\sigma$ auftreten, so daß selbst bei gleicher Produktionsstärke der beiden b_1-Mesonen der Anteil des $b_1(1800)$ am $\omega\pi\pi$-Endzustand eher kleiner sein sollte als der des $b_1(1235)$-Mesons.

Die größten Anteile an den beiden $\omega\pi\pi$-Endzuständen stammen von der $\pi\pi_S$-Welle, dem Tensormeson $f_2(1270)$ und im Fall des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes vom $\rho(770)$-Meson. Das $f_2(1270)$ wurde mit einer Masse von (1287 ± 8) MeV/c^2 und einer Breite von (168 ± 8) MeV/c^2 gegenüber den etablierten Werten von (1275 ± 1.2) MeV/c^2 und $(185.5^{+3.8}_{-2.7})$ MeV/c^2 als etwas zu schwer und zu schmal eingeschätzt. Im Rahmen der angegebenen Fehler liegen die hier gefundenen Werte jedoch durchaus im Bereich der den etablierten Werten zugrunde gelegten Einzelmessungen, die einen Massenbereich von 1269 bis 1283 MeV/c^2 und einen Breitenbereich von 128 bis 216 MeV/c^2 überspannen [46].

Etwas anders stellt sich die Situation für das $\rho(770)$-Meson dar, das mit einer Masse von (760 ± 1) MeV/c^2 und einer Breite von (127 ± 7) MeV/c^2 gegenüber den etablierten Werten von (770 ± 0.8) MeV/c^2 und (150.7 ± 1.1) MeV/c^2 mit sehr geringen Schwankungen stets als zu leicht und vor allem als deutlich zu schmal angepaßt wurde. Da dieses Verhalten weder durch die $\rho - \omega$-Interferenz noch durch besondere Untergrundstrukturen im Bereich des $\rho(770)$-Bandes im Dalitzplot erklärt werden konnte, liegt hier der Schluß nahe, daß bei der Beschreibung des Zerfalls von $\overline{p}p$-Streuzuständen in das $\rho\omega$-System und bei dessen Folgezerfällen das einfache Isobarenmodell möglicherweise an seine Grenzen stößt, daß die Linienform des ρ-Mesons also zum Beispiel durch die Streuung seiner Zerfallspionen am ω-Meson verzerrt werden könnte.

Neben den genannten Hauptbeiträgen und der neuen Resonanz $b_1(1800)$ wurde zur Beschreibung der $\omega\pi\pi$-Endzustände auch das $b_1(1235)$ benötigt. Die hier bestimmte Masse dieses Teilchens liegt mit (1268 ± 12) MeV/c^2 über dem etablierten Wert von (1229.5 ± 3.2) MeV/c^2, die gemessene Breite von (158 ± 34) MeV/c^2 stimmt im Rahmen der angegebenen Fehler recht gut mit dem erwarteten Wert von (142 ± 9) MeV/c^2 überein. Für das D/S-Verhältnis wurde mit (0.45 ± 0.05) ein gegenüber dem Nominalwert von (0.29 ± 0.04) etwas zu hoher Wert gefunden, der aber exakt mit einem früher mit dem Crystal Barrel Experiment bestimmten Wert zusammenfällt [67]. Interessanterweise ergaben die Anpassungen B4 und KB4, die neben dem $b_1(1235)$-Meson keine weiteren $\omega\pi$-Resonanzen enthalten, gut mit dem Nominalwert übereinstimmende Ergebnisse für die $b_1(1235)$-Masse. Dies deutet möglicherweise darauf hin, daß bei einer Erweiterung der angepaßten Hypothese die ursprünglich richtig bestimmten Parameter des $b_1(1235)$-Meson teilweise zur Beschreibung von Untergrundstrukturen im Bereich der $b_1(1235)$-Bänder benutzt und dabei verfälscht werden (s. Abs. 7.1.4).

Für die Anwesenheit der schweren ρ-Mesonen konnte nur in einem einzigen Fall ein direkter Hinweis gefunden werden (KR2). Dabei wurde der Anteil des $\rho(1450)$-Mesons am $\omega\pi^+\pi^-$-

Endzustand auf (7 ± 5) Prozent bestimmt. Für Masse und Breite ergab sich mit 1500 MeV/c^2 und 371 MeV/c^2 bei einem frei geschätzten Fehler von jeweils 50 MeV/c^2 eine gute Übereinstimmung mit den Nominalwerten von (1465 ± 25) MeV/c^2 und (310 ± 60) MeV/c^2. Für die Anteile der $\rho(1700)$- und $\rho_3(1690)$-Mesonen am $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustand und für die Anteile aller drei schweren ρ-Mesonen am $\omega\pi^0\pi^0$-Endzustand wurden Obergrenzen von sechs Prozent oder weniger gefunden.

Abschließend soll festgestellt werden, daß trotz des ursprünglich sehr hohen Untergrundanteils, der limitierten Gesamtzahl von Ereignissen in beiden $\omega\pi\pi$-Datensätzen und der sehr umfangreichen Amplitudenfunktionen eine erfolgreiche Anpassung des $\omega\pi^0\pi^0$- und mit leichten Einschränkungen auch des $\omega\pi^+\pi^-$-Endzustandes möglich war. Durch die in Abschnitt 6.4, Gleichung 6.40 eingeführte NLL-Funktion konnte im Rahmen dieser Arbeit erstmals eine Likelihood-Anpassung mit Untergrundsubtraktion bei relativ geringer Herabsetzung der experimentellen Auflösung durchgeführt werden. Durch die Benutzung der in Kapitel 6 eingeführten Formalismen zur Erstellung der Amplitudenfunktionen wurde hinsichtlich der notwendigen Rechenkapazität sicherlich die Grenze des derzeit machbaren erreicht. So wurde dann auch der Gedanke, an Stelle der untergrundbelasteten $\omega\pi\pi$-Datensätze doch lieber die 4π- oder 5π-Datensätze zu analysieren mit einem Blick auf die hier schon erreichte Parameterzahl von 228 sehr schnell verworfen.

Anhang A

Definition der χ_r^2-Funktion

Für die verschiedenen im Laufe dieser Arbeit durchgeführten χ^2-Tests ein- und zweidimensionaler Diagramme und insbesondere für die Berechnung des reduzierten χ_r^2 der Anpassungen im Rahmen der Partialwellenanalyse wurde für einzelne Diagramme folgende χ^2-Funktion benutzt:

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{(d_i - f \cdot s_i - \overline{w}_i \cdot m_i)^2}{d_i + f^2 \cdot s_i + \overline{w}_i^2 \cdot m_i} \tag{A.1}$$

Dabei steht N für die Anzahl der Zellen des Diagramms. Die Größen d_i, s_i und m_i geben die Zahl der Einträge von Daten-, *sidebin*- und simulierten Ereignissen in der i-ten Zelle an. Der Faktor f skaliert die Anzahl der *sidebin*-Ereignisse auf die Anzahl der im gemessenen Datensatz tatsächlich enthaltenen Untergrundereignisse. Aus den in Kapitel 3 angegebenen Ereigniszahlen ergaben sich für die beiden $\omega\pi\pi$-Datensätze folgende Werte:

$$\begin{aligned} f_{\omega\pi^+\pi^-} &= 0.6745 \\ f_{\omega\pi^0\pi^0} &= 0.9894 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Die Größe $\overline{w}_i$ steht für das durchschnittliche Gewicht der simulierten Ereignisse in der i-ten Zelle. Der Nenner in Gleichung (A.1) entspricht dem mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung aus den statistischen Fehlern der Einträge bestimmten Gesamtfehler des Vergleichs der Einträge in einer Zelle, wobei die Fehler sämtlicher Skalierungsfaktoren vernachlässigt werden.

Zur Berechnung des reduzierten χ_r^2 einer Anpassung wurde für verschiedene Bereiche des Dalitzplots ein χ^2-Vergleich der relevanten Winkelverteilungen mittels Gleichung (A.1) durchgeführt. Die Lage der einzelnen Bereiche ist in Tabelle A.1 aufgelistet. Für jeden dieser Bereiche wurden für das entsprechende Zwei-Teilchensystem die Diagramme des Produktionswinkels $\cos\theta_{prod}$, der beiden Zerfallswinkel $\cos\theta$ und ϕ sowie der beiden Zerfallswinkel des

	Massenbereiche in MeV/c^2					
$\pi\pi$	$<$ 620	620 – 920	920 – 1100	$>$ 1100		
$\omega\pi$	$<$ 1120	1120 – 1360	1360 – 1530	1530 – 1690	1690 – 1860	$>$ 1860

Tabelle A.1: *Invariante Massenbereiche des $\pi\pi$- und des $\omega\pi$-Systems zur Berechnung des reduzierten χ_r^2.*

ω-Mesons $\cos\theta_\omega$ und ϕ_ω betrachtet. Bei N berücksichtigten Diagrammen ergibt sich χ_r^2 aus dem Mittelwert der einzelnen Testergebnisse χ_i^2:

$$\chi_r^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\chi_i^2 \tag{A.3}$$

Da hierbei Information aus einem bestimmten Phasenraumausschnitt mehrfach benutzt wird sind die statistischen Fehler verschiedener Projektionen nicht unabhängig. Das reduzierte χ_r^2 sollte also nur als Anhaltspunkt für die Güte einer Anpassung genommen werden, es entspricht jedoch nicht dem χ^2, das sich bei gleichzeitiger Unterteilung aller Phasenraumdimensionen in mehrere Zellen ergeben würde. Auf die problembedingte Unmöglichkeit einer solchen Unterteilung wurde in Abschnitt 5.2 eingegangen.

Anhang B

Winkelverteilungen

In diesem Abschnitt werden die Winkelverteilungen für die in Anhang A eingeführten Bereiche des Dalitzplots vorgestellt. Auf den folgenden Seiten sind von oben nach unten für die in Tabelle A.1 angegebenen Massenbereiche der $\pi\pi$- und $\omega\pi$-Systeme jeweils die Verteilungen des Produktionswinkels $\cos\theta_{prod}$, der Zerfallswinkel $\cos\theta$ und ϕ sowie der Zerfallswinkel des zugehörigen ω-Mesons $\cos\theta_\omega$ und ϕ_ω aufgetragen.

Die Abbildungen B.1 bis B.4 zeigen die Akzeptanzverteilungen der beiden $\omega\pi\pi$-Datensätze. Die Abweichungen von einer flachen Verteilung sind hauptsächlich auf die Triggerbedingung von zwei langen Spuren (Produktionswinkel) und auf die Detektoröffnung in Strahlrichtung (Azimutwinkel ϕ) zurückzuführen. In den Abbildungen B.5 bis B.8 wird die Summe der Untergrund- und der aus den Ergebnissen der Anpassung KR2 gewonnenen simulierten Verteilung sowie der gemessenen Verteilung für alle Bereiche dargestellt.

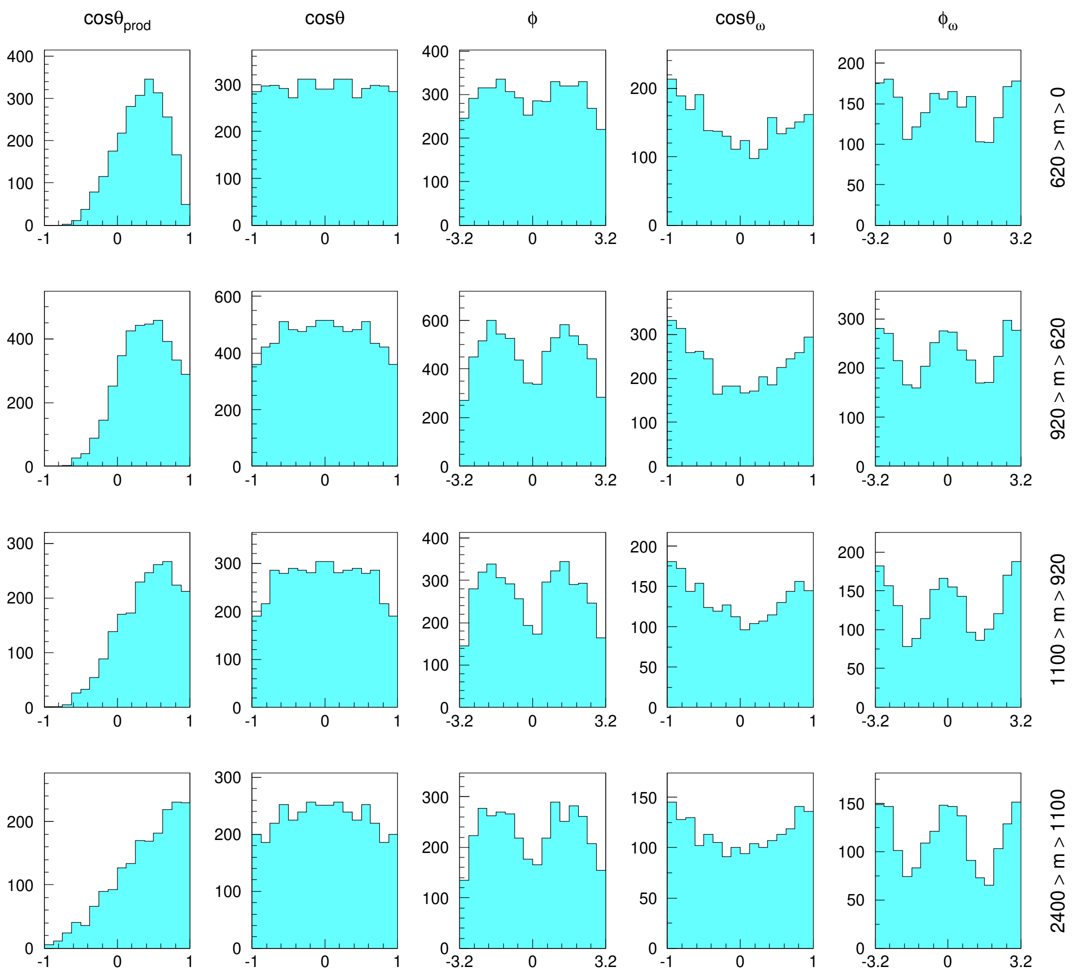

Abbildung B.1: *Akzeptanzverteilungen des $\pi^0\pi^0$-Systems.*

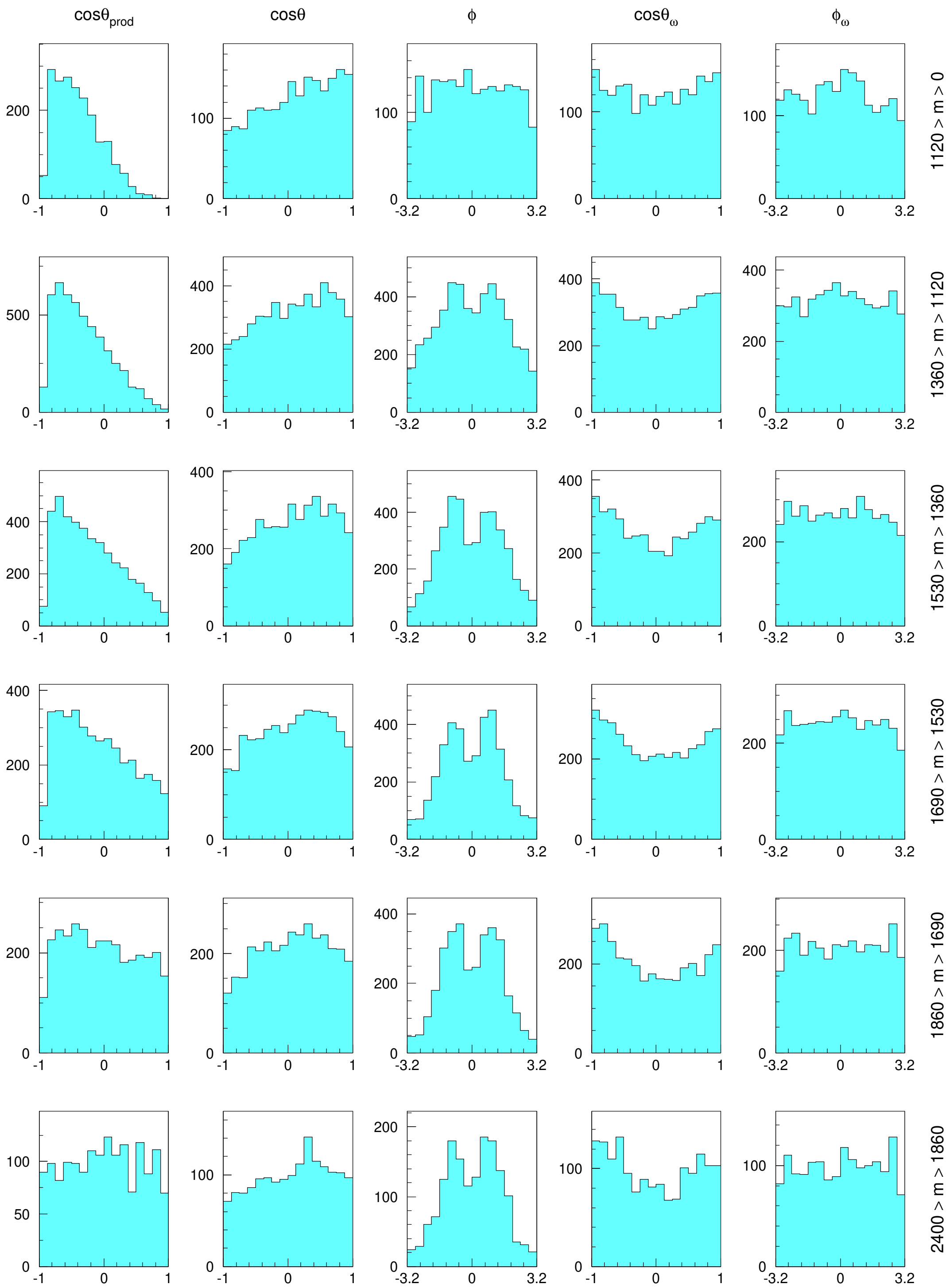

Abbildung B.2: *Akzeptanzverteilungen des $\omega\pi^0$-Systems.*

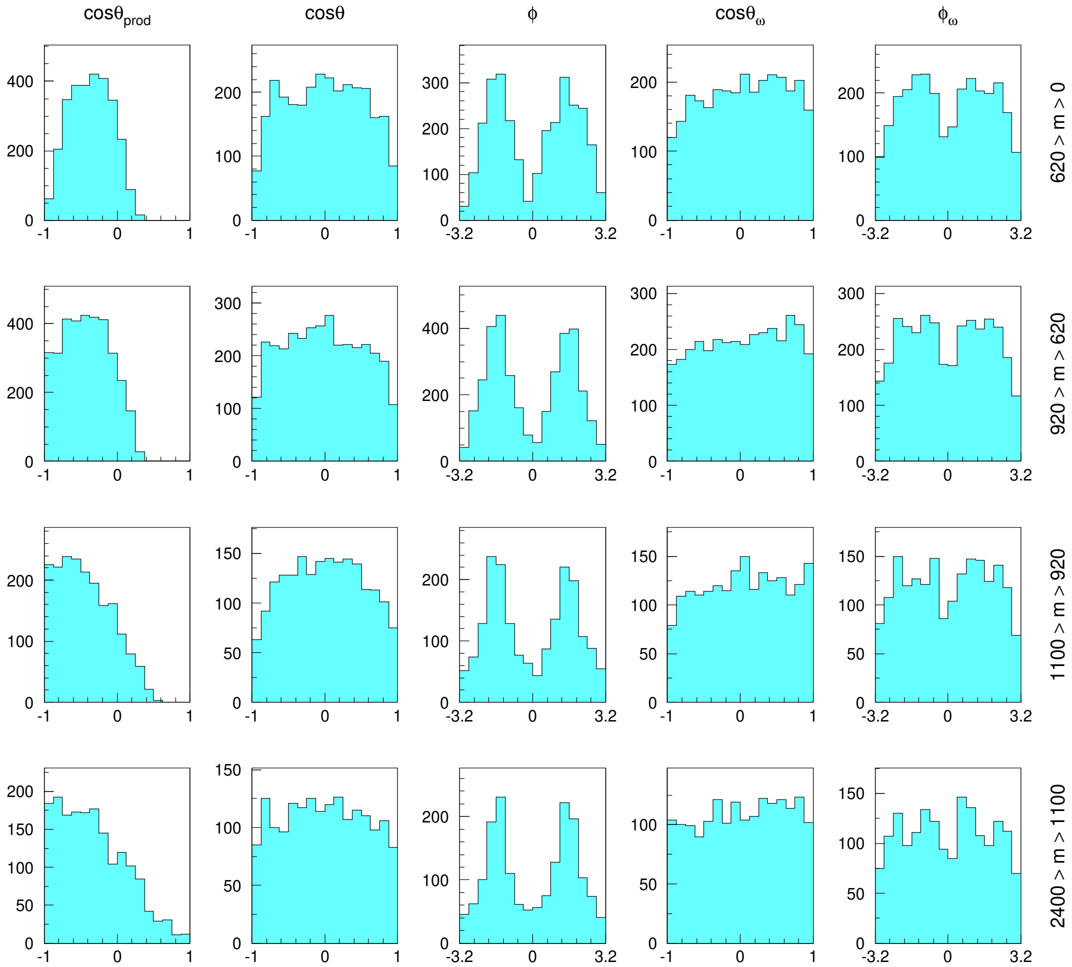

Abbildung B.3: *Akzeptanzverteilungen des $\pi^+\pi^-$-Systems.*

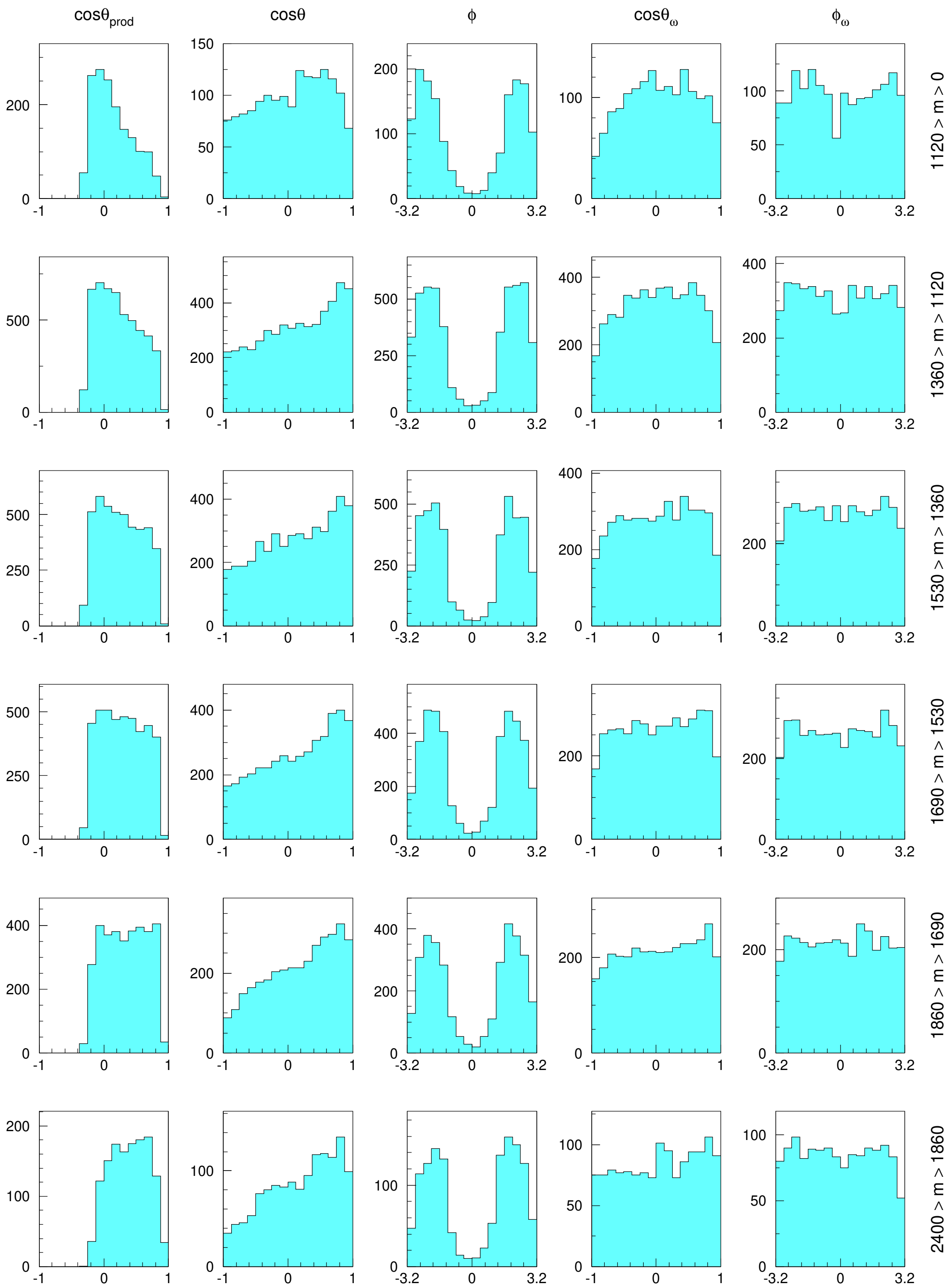

Abbildung B.4: *Akzeptanzverteilungen des $\omega\pi^{\pm}$-Systems.*

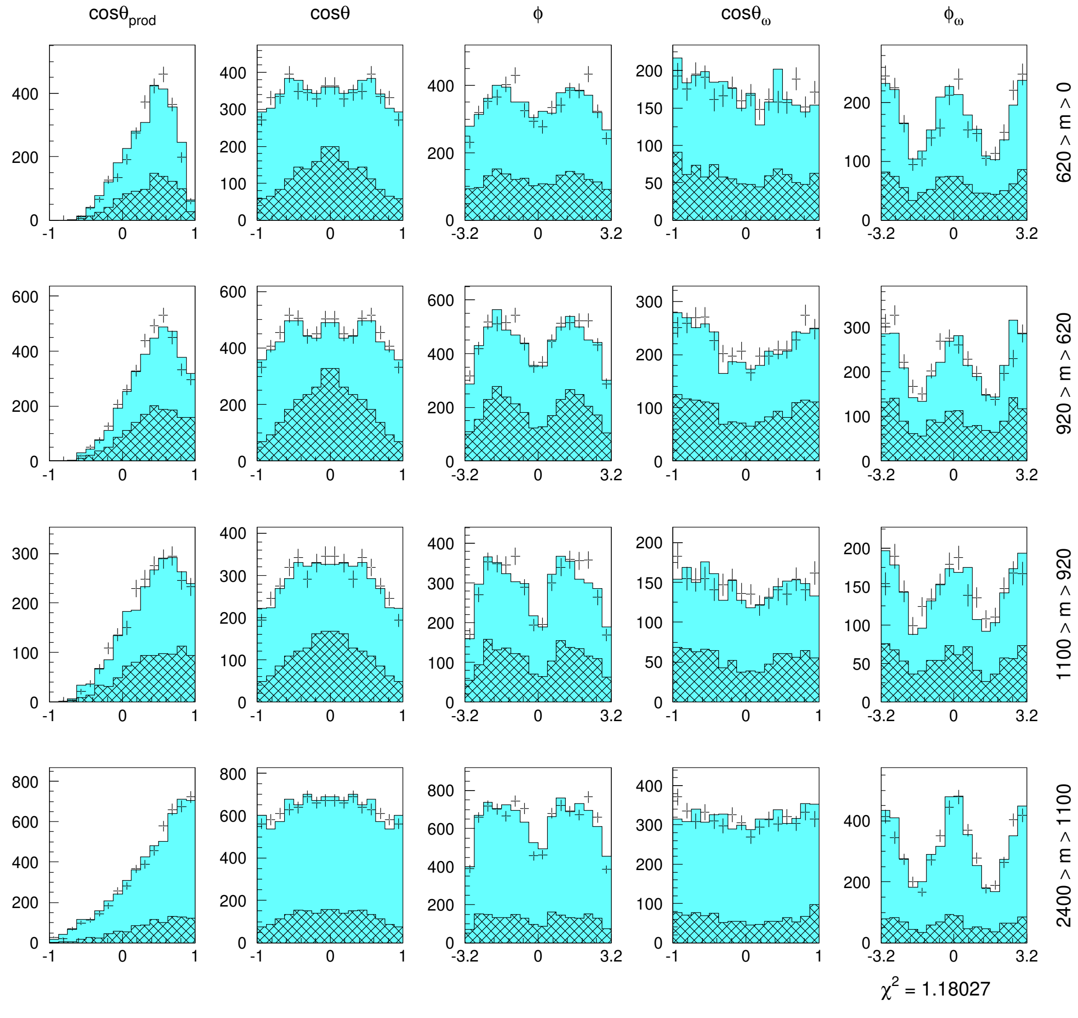

Abbildung B.5: *Winkelverteilungen des $\pi^0\pi^0$-Systems in der Anpassung KR2.*

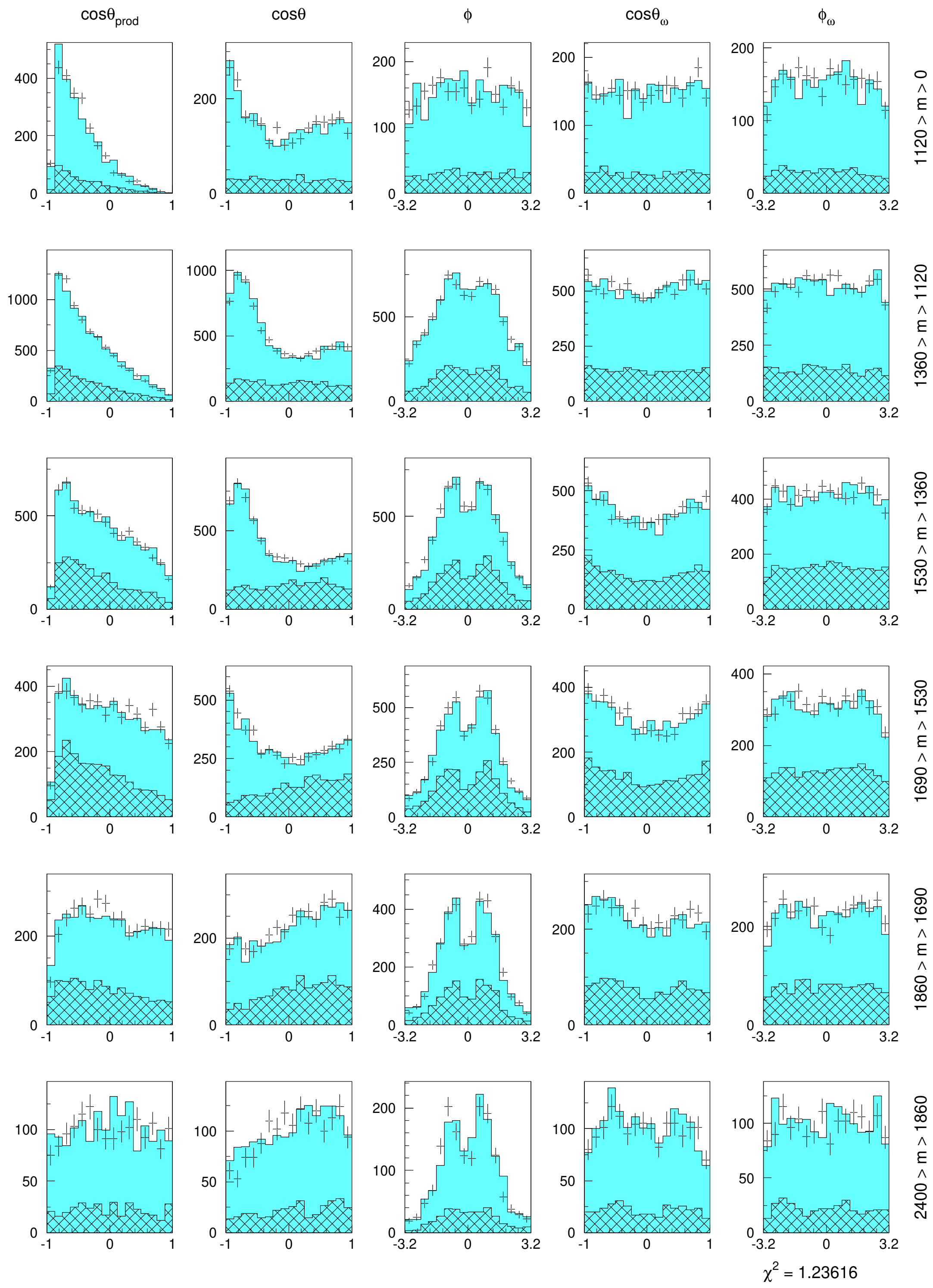

Abbildung B.6: *Winkelverteilungen des $\omega\pi^0$-Systems in der Anpassung KR2.*

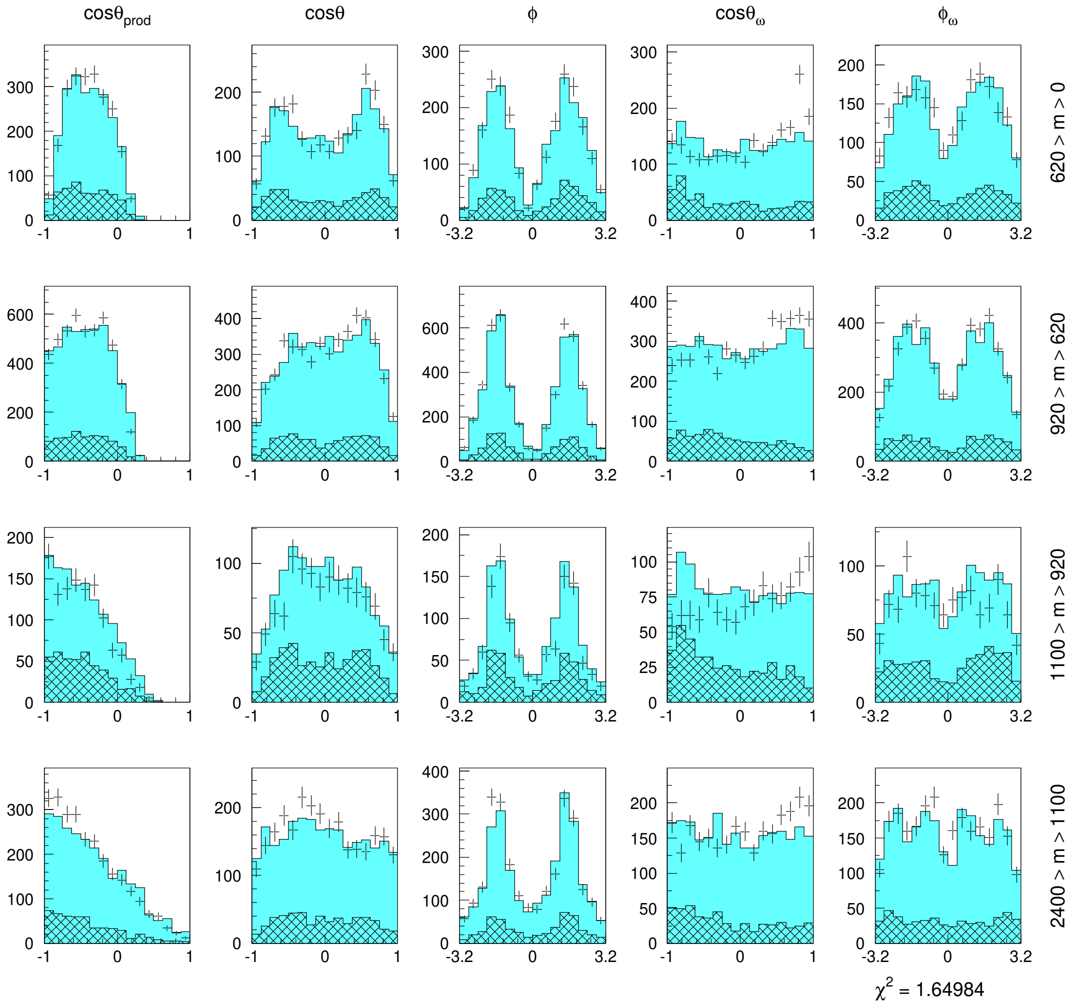

Abbildung B.7: *Winkelverteilungen des $\pi^+\pi^-$-Systems in der Anpassung KR2.*

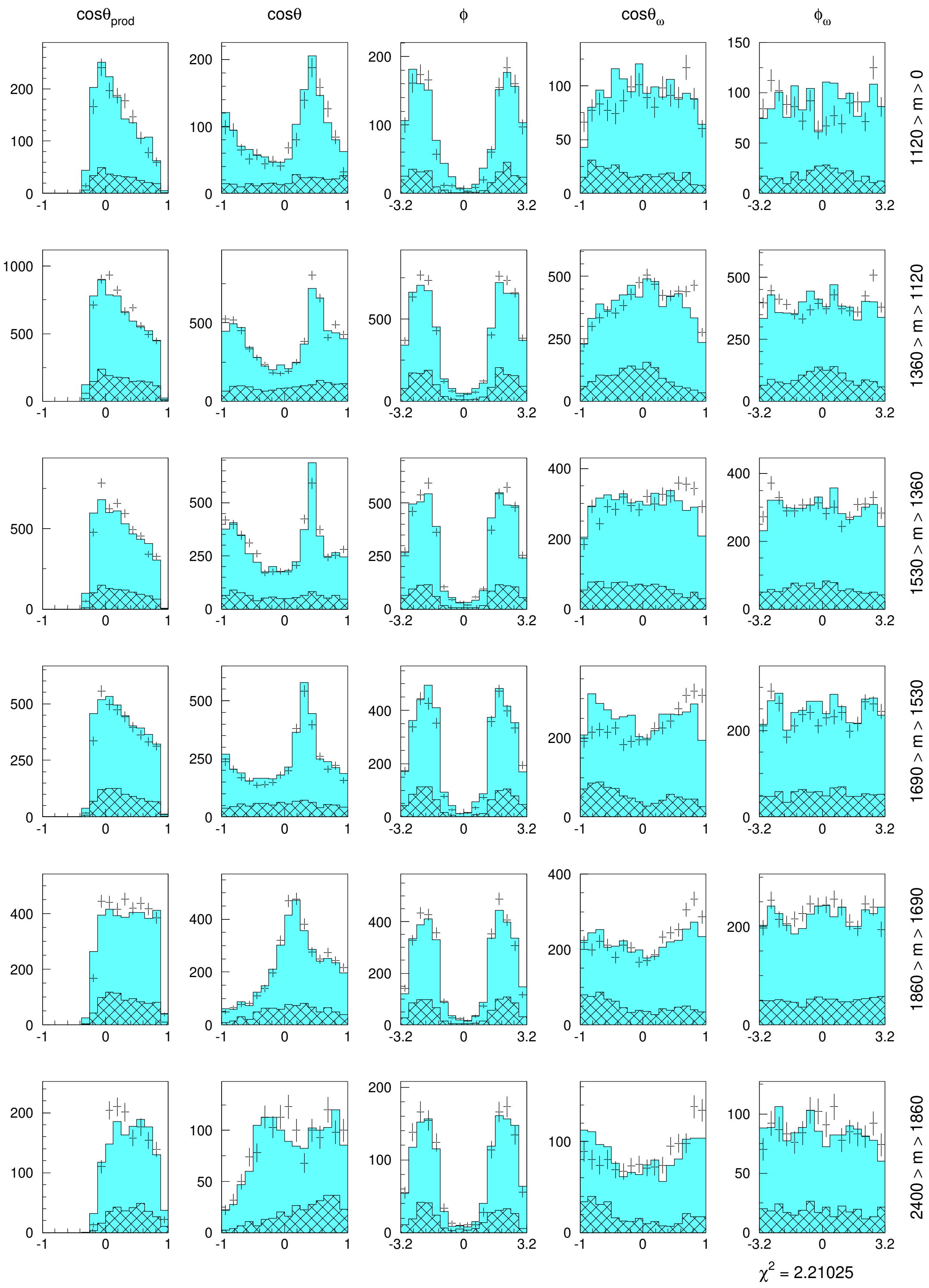

Abbildung B.8: *Winkelverteilungen des $\omega\pi^{\pm}$-Systems in der Anpassung KR2.*

Literaturverzeichnis

[1] S.Weinberg, Phys.Rev.Lett. 19(1967)1264
A.Salam, *Elementary Particle Theory*, ed. N.Svartholm, Almquist and Wiksells, Stockholm, 1969
S.L.Glashow, J.Iliopoulos und L.Maiani, Phys.Rev. D2(1970)1285

[2] G.B.Chadwick et al., Phys.Rev. B47(1973)271

[3] W.Heisenberg, Z.Phys 77(1932)1

[4] M.Gell-Mann und Y.Ne'eman, *The Eightfold Way*, Benjamin, 1964

[5] M.Gell-Mann, Phys.Lett. 8(1964)214

[6] O.W.Greenberg, Phys.Rev.Lett 13(1964)598

[7] R.L.Jaffe, Phys.Rev. D15(1977)267

[8] R.P.Feynman, *Quantum Electrodynamics*, Benjamin, 1961

[9] H.D.Politzer, Phys.Rev. C14(1974)129

[10] D.J.Gross und F.Wilczek, Phys.Rev.Lett 30(1973)1354

[11] H.Fritzsch und M.Gell-Mann, Proceedings der XVI Intern. Konferenz über Hochenergiephysik, Fermilab, 1972, Band 2, S.135

[12] Die Sesam-Kollaboration, *Towards the Glueball-Spectrum of full QCD*, Nucl.Phys. B53(1997)239

[13] J.P.Sexton, A.Vaccarino und D.Weingarten, PhysRev.Lett. 75(1995)4563

[14] J.F.Donoghue, K.Johnson und B.A.Li, Phys.Lett. B99(1981)416

[15] M.Creutz, *Quarks, Gluons and Lattices and MonteCarlo Simulations*, World Scientific, Singapore, 1983

K.Ishikawa, A.Sato, G.Schierholy und M.Treper, Z.Phys. C21(1983)247

[16] N.Isgur und J.Paton, Phys.Lett. B124(183)247

[17] C.Amsler und F.E.Close, *Is $f_0(1500)$ a scalar glueball?*, Phys.Rev. 53(1996)295

[18] A.Abele et al., *Exotic $\eta\pi$ state in $\overline{p}d$ annihilation at rest into $\pi^-\pi^0\eta p_{spectator}$*, Phys.Lett. B423(1998)175

[19] S.Godfrey und N.Isgur, *Mesons in a relativized quark model with chromodynamics*, Phys.Rev D32(1985)189

[20] S.van der Meer, CERN PS AA 80-12, 1980

[21] S.van der Meer, *Stochastic damping of betatron oscillations*, CERN/ISR-po/72-31, 1972

[22] U.Gastaldi und R.Klapisch, *The LEAR Project and Physics with Low Energy Antiprotons*, CERN-EP/81-06, 1981

[23] A.Abele, *Untersuchung der Reaktion $p\overline{p} \to \pi^+\pi^-\gamma$ und $p\overline{p} \to K^+K^-\gamma$ in Ruhe mit dem Crystal Barrel Detektor*, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1998

[24] E.Aker et al., *The Crystal Barrel Spectrometer at LEAR*, Nucl.Instrum.Methods A321(1992)69

[25] H.Stöck, private Mitteilung

[26] H.Kalinowsky und R.Landua, *Crystal Barrel Trigger System*, CB-Note 65, 1987, CB-Note 104,1988 , unveröffentlicht
M.A.Kunze, *Aufbau und Test eines Triggersystems für das Crystal Barrel Experiment*, Doktorarbeit Universität Karlsruhe, 1990

[27] K.Braune, *The Fast Cluster Encoder*, CB-Note 41, 1986, unveröffentlicht

[28] R.Brun und J.Zoll, *ZEBRA User's Guide*, CERN Program Library Q100, CERN, 1987

[29] G.Folger, *Offline Reconstruction Software*, CB-Note 93, 1989, unveröffentlicht

[30] C.Meyer, *Chamber Reconstruction Software, LOCATER*, CB-Note 93, 1988, unveröffentlicht

[31] F.H.Heinsius und Th. Kiel, *Crystal Reconstruction Software*, CB-Note 92, 1990, unveröffentlicht

[32] M.Burchell, *Global Tracking Particle Bank Structure*, CB-Note, 1991, unveröffentlicht

[33] B.Stroustrup, *The C++ Programming Language*, Addison Wesley, 1986

[34] T.Degener, M.Kunze, J.Lüdemann und K.Peters, *Object-Oriented Offline Analysis for C++ Programmers, CBoOff++*, unveröffentlicht

[35] HBOOK, CERN Library Entry Y250

[36] PAW, CERN Library Entry Q21

[37] K.Peters, *The Monte Carlo Programmer's Guide for CB*, CB-Note 96, 1990, unveröffentlicht

[38] R.Brun et al., *GEANT 3 User's Guide*, CERN DD/EE/84-1, rev. 1987

[39] W.R.Nelson, H.Hirayama und D.O.Rogers, *The EGS4 Code System*, SLAC-Report, SLAC-265(1985)1

[40] N.Hessey, CB-Note 161, unveröffentlicht

[41] P.Schmidt, *PED-Energy Correction Function for inflight Data*, CB-Note 161a, 1994, unveröffentlicht

[42] R.Glantz, *Untersuchungen zur Richtungsrekonstruktion für Photonen im Crystal-Barrel-Kalorimeter*, Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1992, unveröffentlicht

[43] T.Degener, *Electromagnetic split-off recognition with Artificial Neuronal Networks*, CB-Note 215, 1992, unveröffentlicht

[44] S.Brandt, *Datenanalyse*, Bibliographisches Institut - Wissenschaftsverlag Mannheim, 1964

[45] P.Hidas, CB-Note 138, 1991, unveröffentlicht

[46] *Review of Particle Physics*, The European Physical Journal C, Volume 3, Number 1-4(1998)171

[47] J.Lüdemann, *Beobachtung von Resonanzen in der Proton-Antiproton-Annihilation im Fluge in drei pseudoskalare Mesonen*, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1995

[48] C.Amsler et al., *Study of $\overline{p}p$ annihilation at rest into $\omega\eta\pi^0$*, Phys.Lett. B327(1994)425

[49] D.V.Bugg, A.V.Sarantsev, *Normalisation of In-Flight Data*, CB-Note 335, 1998

[50] M.Tischhäuser, Dissertaton, Universität Karlsruhe, 1999

[51] A.Herbstrith, Dissertaton, Universität Karlsruhe, voraussichtlich 1999

[52] G.Bendiscioli and D.Kharzeev, *Antinucleon-Nucleon and Antinucleon-Nucleus Interaction. A Review of Experimental Data.*, Rivista Del Nuovo Cimento Vol. 17 N.6(1994)

[53] J.D.Jackson, Nuevo Cimento 34(1964)1644

[54] J.Pisut und M.Roos, Nucl.Phys. B6(1968)325

[55] K.M.Watson, Phys.Rev. 88(1952)1163

[56] S.U.Chung, *Spin Formalisms*, CERN 71-8, 1971

[57] S.U.Chung, E.Klempt, *$\overline{p}p$ annihilations in flight to three pseudoscalars*, CB-Note 210, 1992, unveröffentlicht

[58] S.U.Chung, J.Brose, R.Hackmann, E.Klempt, S.Spanier and C.Strassburger, *Partial wave analysis in K-matrix formalism*, 1995, unveröffentlicht

[59] S.Spanier, *Coupled channel analysis of the $\overline{p}p$-annihilation into $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\eta$ and $\pi^0\eta\eta$ at rest and $\pi^0\pi^0$ scattering data*, CB-Note 274 , unveröffentlicht

[60] C.Amsler et al., *Coupled channel analysis of the $\overline{p}p$-annihilation into $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\eta\eta$ and $\pi^0\pi^0\eta$*, Phys.Lett. B355(1995)425

[61] P.Giaritta, *Phase correction for final states particles with spin*, Minutes des Crystal-Barrel-Jamboree, 1999, unveröffentlicht
P.Giaritta, mündliche Mitteilung

[62] F.James und M.Roos, *MINUIT, Function Minimization and Error Analysis*, CERN DD D506, 1987

[63] N.MacDonald, E.Minty, T.Harding, S.Brown, *Writing Message-Passing Parallel Programs with MPI*, Edinburgh Parallel Computing Centre, The University of Edinburgh

[64] K.Beuchert, *Untersuchungen zur $\overline{p}p$-Annihilation im Fluge am Crystal-Barrel-Detektor*, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1995

[65] D.V.Bugg, *Analysis of $\eta\eta\pi^0$, 600-1350 MeV/c*, Technical Report, CB-Note 331, unveröffentlicht

[66] A.Ehmanns, *$\rho - \omega$-interference in antiproton proton annihilation at rest into $\pi^+\pi^-\eta$*, Phys.Lett. B411(1997)354

[67] C.Amsler et al., *Antiproton-proton annihilation at rest into $\omega\pi^0\pi^0$*, Phys.Lett. B311(1993)362

Danksagung

Die vorliegende Dissertation wurde im Zeitraum von Oktober 1994 bis Oktober 1999 im Arbeitskreis "Crystal Barrel" des Instituts für Experimentelle Kernphysik der Universität Karlsruhe angefertigt. Mein aufrichtiger Dank gilt allen Personen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Ich danke Herrn Prof.Dr. Dieter Engelhardt für die Aufnahme in die Karlsruher Crystal Barrel Gruppe und die Betreuung der Arbeit.

Prof.Dr. Dieter Engelhardt und Prof.Dr. Michael Feindt stellten sich als Gutachter der Dissertation zur Verfügung. Hierfür möchte ich ihnen meinen Dank aussprechen.

Dr. Peter Blüm danke ich für sein Interesse und die Durchsicht des Manuskripts.

Mein Dank gilt der Crystal Barrel Kollaboration für die gute Zusammenarbeit. Ganz besonders hervorheben möchte ich die Gastfreundschaft und Hilfsbereitschaft der Crystal Barrel Gruppe der Universität Bochum unter der Leitung von Professor.Dr. Helmut Koch.

Besondere Hilfe bei der Anfertigung dieser Arbeit erhielt ich von Thomas Degener, Peppino Giarritta und Curtis Meyer. Dafür herzlichen Dank.

Dem Rechenzentrum der Universität Karlsruhe danke ich für die Bereitstellung wertvoller Rechenzeit am Parallelrechner IBM RS 6000 SP.

Auf der Suche nach Rechtschreibfehlern war mir Herr Volker Seifert ein große Hilfe. Ihm gilt mein herzlicher Dank.

Meinen Kollegen in der Karlsruher Arbeitsgruppe danke ich für die freundschaftliche Atmosphäre und die gute Zusammenarbeit. In zahlreichen Diskussionen erwiesen sie sich stets als geduldige und kompetente Ansprechpartner und waren mir dadurch im Verlauf der Promotion eine wertvolle Unterstützung. Namentlich erwähne ich die Doktoranden Andreas Herbstrith und Martin Tischhäuser sowie Dr. Christian Holtzhaußen und Dr. Andreas Abele.