Untersuchung von 5-Pion-Endzuständen in der Antiproton-Nukleon-Vernichtung in Ruhe

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
zu Bonn

vorgelegt von
Ulrike Thoma
aus Würzburg

Bonn, März 1998

Angefertigt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn

Referent:	Prof. Dr. E. Klempt
Koreferent:	Prof. Dr. N. Wermes

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Ziel dieses Kapitels ist es, die vorliegende Arbeit in einen Zusammenhang zum Gesamtgebiet der Physik zu stellen. Dabei soll gezeigt werden, wie der Versuch, in einem speziellen Teilgebiet etwas mehr zu begreifen, ein kleines Stück zum Verständnis des Ganzen beitragen kann.

1.1 Vier Kräfte, um die Welt zu beschreiben ...

Zu verstehen, weshalb die Natur gerade so ist wie sie ist, mit all der Komplexität ihrer Erscheinungsformen, ist eine alte Hoffnung der Menschheit. Eng damit verbunden ist die Suche nach allgemeinen Gesetzen – oder gar einer vereinheitlichten Theorie –, mit deren Hilfe es gelingen könnte, die Natur zu beschreiben.

Von dem Ziel einer vereinheitlichten Theorie ist man heute zwar noch weit entfernt, aber der modernen Physik ist es gelungen, die Vielfalt der physikalischen Erscheinungsformen auf nur vier Grundkräfte zurückzuführen. Dies sind zum einen die Gravitation und die elektromagnetische Kraft, die wegen ihrer großen Reichweite der alltäglichen Erfahrungswelt direkt zugänglich sind. Zum anderen sind dies die starke und schwache Wechselwirkung, die die subatomare Welt beherrschen. Die Teilchenphysik beschreibt die Welt, bestehend aus Elementarteilchen, zwischen denen die vier oben genannten Grundkräfte wirken.

Die Gravititation nimmt, obwohl sie in großen Maßstäben betrachtet einfach zu beobachten ist, in der subatomaren Welt eine Sonderstellung ein. Sie ist zu schwach, um die Elementarteilchen merklich zu beeinflussen und ist zudem, ausgehend von der Quantenmechanik, bisher noch nicht zu verstehen. Für die anderen drei Grundkräfte gibt es allgemein akzeptierte Theorien, die sich zwar unterscheiden, aber durchaus untereinander konsistent sind. Gemeinsam vermitteln sie ein umfassendes Bild der Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen, das im sogenannten *Standard-Modell* beschrieben wird.

1.1.1 Das Standard-Modell

Das Standard-Modell basiert auf der Existenz von drei Generationen elementarer Fermionen. Die Leptonen und Quarks werden dabei als die unteilbaren Bausteine der Materie angesehen,

	1. Generation		2. Generation		3. Generation	
Quarks	u (up)	d (down)	c (charm)	s (strange)	t (top)	b (bottom)
Ladung	$+2/3$	$-1/3$	$+2/3$	$-1/3$	$+2/3$	$-1/3$
Leptonen	e^-	ν_e	μ^-	ν_μ	τ^-	ν_τ
Ladung	-1	0	-1	0	-1	0

Tabelle 1.1: *Die drei Teilchengenerationen des Standard-Modells*

zwischen denen die fundamentalen Kräfte wirken (Tab. 1.1).

Im Standard-Modell werden sowohl die elektromagnetische wie auch die schwache und starke Wechselwirkung durch Eichtheorien beschrieben. Jede Kraft, die ein Teilchen auf ein anderes ausübt, wird dabei wiederum durch Teilchen, den sogenannten Eichbosonen, übermittelt. Dies hat natürlich zur Folge, daß die Eigenschaften der Kräfte durch die der Eichbosonen festgelegt sind. So wird z.B. die große Reichweite der elektromagnetischen Kraft dadurch bedingt, daß das Photon masselos ist, während die schwache Wechselwirkung aufgrund ihrer massiven Eichbosonen ($W^\pm$, Z^0) eine sehr kleine Reichweite hat.

Im folgenden soll kurz auf die Theorie der elektromagetischen Wechselwirkung *QED* , die später von Glashow und Salam zu einer Theorie der elektoschwachen Wechselwirkung erweitert wurde, und auf die der starken Wechselwirkung *QCD* eingegangen werden. Dabei werden einige grundlegende Unterschiede zwischen den Kräften diskutiert, die für das Verständnis der Problematik der QCD im Bereich niedriger Energien wesentlich sind.

QED und QCD

Die Quantenelektrodynamik beschreibt die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Elementarteilchen über den Austausch von Photonen, die an die elektrische Ladung von Teilchen koppeln. Während in der QED nur ein einziges Eichboson – das Photon – existiert, gibt es in der Quantenchromodynamik acht Eichfelder – die Gluonen – welche an die Farbladung der Quarks koppeln.

Die QCD beschreibt die starke Wechselwirkung als eine Quantenfeldtheorie miteinander über den Austausch von Gluonen wechselwirkender Quarks.

Ein bedeutender Unterschied zwischen den beiden Kräften ist, daß die Eichbosonen der QCD im Gegensatz zum Photon selbst Farbladung tragen und somit auch eine Wechselwirkung der Gluonen untereinander möglich ist (nicht abelsche Eichtheorie). Das Auftreten solch einer Selbstkopplung hat dramatische Auswirkungen auf die Eigenschaften der Kraft, dies wird deutlich, wenn man die Effekte des *charge-screening* für QED und QCD betrachtet (Abb. 1.1).

In der Quantenfeldtheorie ist ein Elektron nicht einfach nur ein Elektron, sondern es kann für eine kurze Zeit ein Photon emittieren, welches dann möglicherweise wiederum in ein e^+e^--Paar annihiliert. Das Elektron ist somit von einer Wolke aus Photonen und e^+e^--Paaren

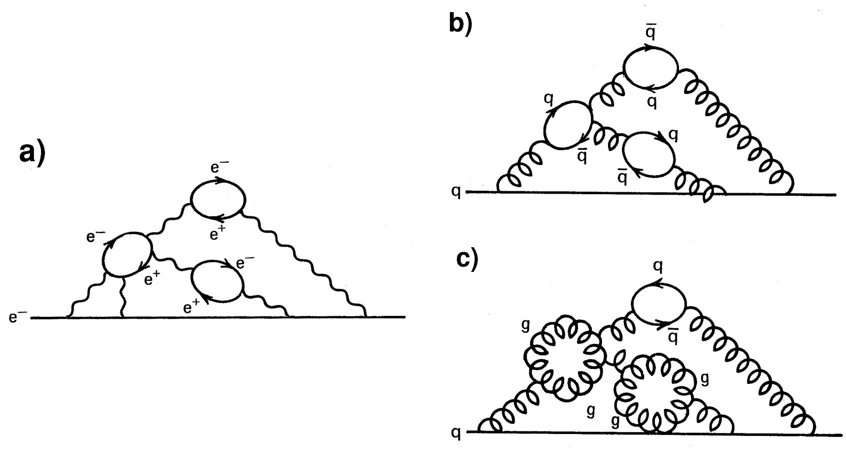

Abbildung 1.1: *Charge-screening für QED (a) und QCD (b,c) [1]*

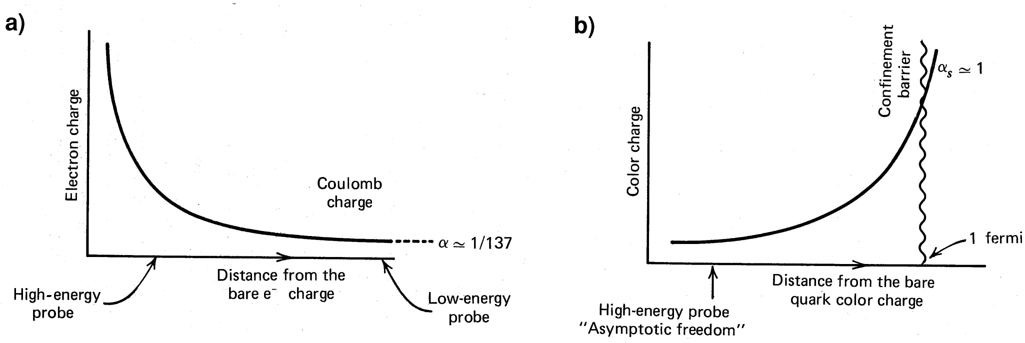

Abbildung 1.2: *Mit einer Testladung gemessenene effektive Ladung beim Annäherung an ein Elektron (a) bzw. Quark (b) [1]*

umgeben, die so polarisiert sind, daß sich die positiven Ladungen näher am Elektron konzentrieren (Vakuumpolarisation). Nähert man sich nun dem Elektron mit einer Testladung, so durchdringt diese zunächst eine Wolke von Positronen, welche die Ladung des Elektrons abschirmen. Die gemessene Ladung ist vom Abstand zum Elektron abhängig und ändert sich in der in Abb. 1.2a dargestellten Art und Weise.

Betrachtet man ein Quark, so ist auch dieses umgeben von einer Wolke aus Gluonen und Quark-Antiquark-Paaren. Würden hierbei nur die in Abb. 1.2b dargestellten Beiträge auftreten, so wäre das *color-screening* eine exakte Kopie des *charge-screening* in der QED. Da aber die Gluonen selbst Farbladung tragen, gibt es zusätzlich die in Abb. 1.2c dargestellten Beiträge. Diese sind, wie QCD-Rechnungen ergeben, dominant, und somit kehrt sich das zuvor beschriebenen Szenario um. Eine rote Ladung ist bevorzugt von roten Ladungen umgeben. Die effektiv gemessene Ladung wird somit immer kleiner, je weiter man sich dem Quark nähert (Abb. 1.2b), bis man letztendlich den Bereich der asymptotischen Freiheit bei sehr kleinen Abständen erreicht. Asymptotisch wechselwirken Quarks durch Farbfelder reduzierter Stärke, und man nähert sich einem Zustand, in dem sie sich im wesentlichen wie freie, d.h. nicht wechselwirkende Teilchen, verhalten.

Anders ausgedrückt hat die Selbstwechselwirkung der Gluonen eine mit zunehmendem Abstand zwischen den Quarks immer größer werdende Kopplungskonstante α_s zur Folge, die Farbladung wird nach außen getragen. α_s läßt sich in erster Ordnung Störungstheorie der QCD wie folgt schreiben,

$$\alpha_s = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f)\log(\frac{Q^2}{\Lambda^2})}$$

wobei n_f die Anzahl der Quarkflavors darstellt. D.h. nur wenn mehr als 16 Quarkflavor existierten, würde die starke Kopplungskonstante ein ähnliches Verhalten zeigen, wie die der QED (α_{QED} wird kleiner mit zunehmendem Abstand).

Ist der Impulsübertrag Q^2 viel größer als der Parameter Λ^2, so ist die effektive Kopplung klein und eine perturbative Beschreibung der dann schwach miteinander wechselwirkenden Quarks und Gluonen möglich. Hat Q^2 jedoch die gleiche Größenordnung wie Λ^2, so zeigt sich die starke Wechselwirkung ganz anders; man befindet sich im Bereich des *Confinements*, in dem sich Quarks und Gluonen zu gebundenen Clustern, den Hadronen, anordnen.

Λ, ein freier nicht von der Theorie vorhersagbarer Parameter, gibt somit gewissermaßen den Übergang von der quasi-freien Welt der Quarks und Gluonen zu der Welt der Pionen und Protonen an. Quantitative Vorhersagen seitens der QCD sind nur im Bereich großer Energien, d.h. kleiner Abstände möglich, da dort die Kopplungskonstanten noch klein genug ist, um eine störungstheoretische Berechnung zu erlauben.

QCD bei kleinen Energien

Nun leben wir jedoch nicht in einer Welt, die von hohen Energien dominiert wird, sondern ganz im Gegenteil. Wir sind umgeben von Atomen, die aus Protonen, Neutronen und Elektronen bestehen. Betrachtet man Bindungszustände von Quarks, wie z.B. die Nukleonen, so befindet man sich automatisch im Bereich kleiner Energien bzw. großer Abstände. Die Quarks sind nicht mehr als quasi-freie Zustände zu betrachten, α_s ist groß, man befindet sich im nicht mehr störungstheoretisch behandelbaren Bereich des Confinements.

Das Confinement-Potential (V_{conf}~r) hat zur Folge, daß freie Farblabungen, und damit auch freie Quarks, in der Natur nicht existieren können. Würde man z.B. versuchen, ein Quark und ein Antiquark voneinander zu trennen, so wäre die dafür eingesetzte Energie irgendwann so groß, daß man ein zusätzliches Quark-Antiquark-Paar aus dem Vakuum erzeugen würde, ohne aber auch dem eigentlichen Ziel nur einen Schritt näher gekommen zu sein. Anders ausgedrückt hat die Existenz des Confinements zur Folge, daß alle existierenden Teilchen Color-Singuletts sein müssen. Dies schränkt die Zahl der physikalisch erlaubten Bindungszustände aus Quarks, Antiquarks und Gluonen erheblich ein. Diese lassen sich mit Hilfe der Gruppentheorie bestimmen.

Physikalisch mögliche Zustände aus Quarks, Antiquarks und Gluonen – Color-Singuletts – :

Quarks transformieren sich entsprechend der fundamentalen Darstellung **3** der SU(3)-Color, Antiquarks entsprechend der konjugiert komplexen Darstellung $\bar{\mathbf{3}}$. Berechnet man die verschiedenen Produktdarstellungen aus Quarks und Antiquarks und berücksichtigt dabei, daß alle reell existierenden Teilchen Color-Singuletts sein müssen, so kann man festlegen, welche Kombinationen als physikalische Zustände möglich sind.

Für zwei Quarks ergibt sich z.B.

$$\mathrm{q} \otimes \mathrm{q} = 3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$$

mit der Konsequenz, daß ein Bindungszustand aus zwei Quarks in der Natur nicht existieren kann, da alle möglichen Produktzustände zweier Quarks Farbe tragen. Für drei Quarks hingegen ergibt sich

$$\mathrm{q} \otimes \mathrm{q} \otimes \mathrm{q} = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus \mathbf{1},$$

Das Singulett entpricht dabei den in der Natur auftretenden konventionellen Baryonen.

Ebenso wie dieses 3-Quark-System ist es natürlich für jedes *Multiquark-System* aus q^{3N} (N>1) möglich, ein Color-Singulett zu bilden. Die gleichen Argumente gelten für ein $\mathrm{q\bar{q}}$ System:

$$\mathrm{q} \otimes \bar{\mathrm{q}} = 3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus \mathbf{1},$$

Wiederum sind auch Zustände wie z.B. $\mathrm{q}^2\bar{\mathrm{q}}^2$ möglich. Gleiches gilt auch für jede Kombination $(\mathrm{q}^3)^m(\mathrm{q\bar{q}})^n$.

Ebenso kann man nach Color-Singuletts in Kombinationen suchen, die Gluonen enthalten. Das Gluon (g) selbst transformiert sich als Oktett-Zustand unter SU(3)-Color. Dies hat zur Folge, daß der erste erlaubte Zustand aus zwei Gluonen besteht:

$$\mathrm{g} \otimes \mathrm{g} = 8 \otimes 8 = 27 \oplus 10 \oplus \overline{10} \oplus 8 \oplus 8 \oplus \mathbf{1}$$

Ebenso sind physikalisch erlaubte Zustände aus drei oder mehr Gluonen möglich. Zustände, die nur aus Gluonen bestehen, werden als *Gluebälle* bezeichnet.

Entsprechend ist es möglich einen Singulett-Zustand aus einem Quark, einem Antiquark und einem Gluon zu bilden.

$$\mathrm{q} \otimes \bar{\mathrm{q}} \otimes \mathrm{g} = 3 \otimes \bar{3} \otimes 8 = (8 \oplus 1) \otimes 8 = 27 \oplus 10 \oplus \overline{10} \oplus 8 \oplus 8 \oplus \mathbf{1} \oplus 8$$

Gleiches gilt auch für (qqqg)-Zustände. $\mathrm{q\bar{q}g}$- Zustände werden hierbei als *Hybride* und (qqqg)-Zustände als *Hybrid-Baryonen* bezeichnet.

Möglicher Test der QCD im nicht-perturbativen Bereich

Betrachtet man nun die Aussagen die man im nicht-perturbativen Bereich ausgehend von der QCD machen kann, so reduzieren sich diese auf die Vorhersage von Nicht-($q\bar{q}$)- oder -(qqq)-Zuständen. So wäre z.B. der zweifelsfreie Nachweis eines

- Glueballs – gg- oder ggg-Zustand –

oder eines

- Hybrids – $q\bar{q}g$-Zustand –

eine der wenigen Möglichkeiten die QCD im Niederenergiebereich zu bestätigen. Der Nachweis eines solchen Teilchens wäre ein experimenteller Hinweis darauf, daß die QCD auch im nicht-perturbativen Bereich, d.h. in Bereich der Bindungszustände aus Quarks und Antiquarks, und damit in der Welt in der wir leben, ihre Gültigkeit hat.

Kapitel 2

Glueballe und Hybride – Motivation dieser Arbeit –

Im vorherigen Kapitel wurde beschrieben, welche Color-Singulett-Zustände aus Quarks, Antiquarks und Gluonen theoretisch denkbar sind. Dies bedeutet jedoch nicht, daß jeder dieser Zustände in der Natur auch tatsächlich realisiert ist. So fällt es z.B. schwer, sich einen $(qqq)^6$-Bindungszustand als Vielquarkzustand vorzustellen. Denn welches Potenial sollte verhindern, daß solch ein Teilchen instantan in Baryonen zerfällt.

Allerdings würde man erwarten, daß z.B. Hybride oder Glueballe existieren. Tragen die Gluonen tatsächlich, wie durch die QCD eindeutig festgelegt, Farbladung, so wäre es völlig unverständlich, weshalb es dann keine Bindungszustände aus Gluonen oder Quarks und Gluonen geben sollte.

Nachdem Vorhersagen der QCD im perturbativen Bereich schon hervorragend bestätigt wurden, wäre der Nachweis solch eines Bindungszustandes eine direkte Bestätigung der QCD im nicht-perturbativen Bereich. Leider ist es bisher noch nicht gelungen, solch einen Glueball- oder Hybrid-Zustand zweifelsfrei nachzuweisen. Dies ist damit zu begründen, daß sich diese in ihren Quantenzahlen nicht unbedingt von den normalen $q\bar{q}$-Zuständen unterscheiden.

Quantenzahlen

Betrachtet man die Quantenzahlen der verschiedenen möglichen Bindungszustände aus Quarks, Antiquarks und Gluonen (Tab. 2.1), so wird sofort deutlich, daß man nicht direkt von den gemessenen Quantenzahlen eines Zustandes auf dessen Natur schließen kann. Ein gutes Verständnis des normalen $q\bar{q}$ Mesonenspektrums ist somit unbedingt notwendig, sobald diese, wie z.B. im skalaren Bereich, die gleichen Quantenzahlen haben, wie der mögliche Glueball, oder Hybrid-Zustand, den es nachzuweisen gilt.

J^{PC}	$q\bar{q}$	$q\bar{q}q\bar{q}$	$q\bar{q}g$	gg	ggg
0^{++}	möglich	möglich	möglich	möglich	möglich
0^{+-}	——	möglich	möglich	——	möglich
0^{-+}	möglich	möglich	möglich	möglich	möglich
0^{--}	——	möglich	möglich	——	möglich
1^{++}	möglich	möglich	möglich	möglich	möglich
1^{-+}	——	möglich	möglich	möglich	möglich
1^{--}	möglich	möglich	möglich	——	möglich
.....					

Tabelle 2.1: *Mögliche Quantenzahlen für verschiedenen Bindungszustände aus Quarks, Antiquarks und Gluonen*

2.1 Glueballe

In diesem Abschnitt wird zunächst auf die Massenvorhersagen für die verschiedenen erwarteten Glueballzustände eingegangen, um dann zu diskutieren, welche Reaktionen für die Suche nach Glueballen geeignet sind. Im Anschluß daran folgt eine zusammenfassende Darstellung der momentanen experimentellen Situation im Bereich der skalaren Mesonen ($J^{PC}=0^{++}$), da dieser für die vorliegende Arbeit von Interesse ist.

2.1.1 Theoretische Massenvorhersagen

Ziel dieses Abschnittes ist es nicht, die verschiedenen theoretischen Modelle zu diskutieren, mittels derer Glueballmassen berechnet wurden, sondern vielmehr sollen nur die relevanten Ergebnisse kurz skizziert werden. Obwohl sich die Vorhersagen bezüglich der Massen der verschiedenen Glueballe in den einzelnen Modellen (Bag- [2], Potential-Modelle [3], Gittereichtheorien [91], [4], QCD-Summenregeln [6], Flux-Tube-Modell [7]) stark unterscheiden, herrscht doch ein allgemeiner Konsens darüber, daß der skalare (gg)-Glueball der leichteste zu erwartende Glueball-Zustand ist. Man erwartet:

$$m(0^{++}) \;<\; m(0^{-+}) \;\lesssim\; m(2^{++}) \;<\; m(2^{-+})$$

Abb.2.1 zeigt verschiedene Massenvorhersagen für den skalaren Glueball. Auffällig sind nicht nur große Unterschiede zwischen den in verschiedenen Modellen berechneten Massenvorhersagen; auch die Schwankungen innerhalb eines Modells betragen mehrere hundert MeV. Dies gilt leider auch für die Gittereichtheorie (1550±95 MeV/c^2 [4], 1740±71 MeV/c^2 [91]), welcher generell ein recht großes Vertrauen entgegengebracht wird, da es sich hierbei um eine Lösung der QCD-Gleichungen, wenn auch auf dem Gitter, handelt.

2.1.2 Reaktionen zur Mesonenproduktion

Möchte man einen Glueball bestimmter Quantenzahlen nachweisen, so ist, wie schon zuvor erwähnt, eine gute Kenntnis des entsprechenden Mesonenspektrums unbedingt notwendig.

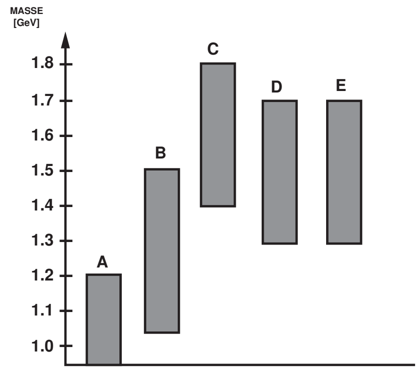

Abbildung 2.1: *Theoretische Massenvorhersagen für den skalaren Glueball, A) Bag Modelle, B) Potential Modelle, C) Gitter-Rechnungen, D) QCD Summen Regeln, E) Flux Tube Model.*

Deshalb soll hier kurz darauf eingegangen werden, welche Reaktionen zur Produktion von Mesonen geeignet sind, und in welchen dieser Reaktionen man Glueballen erwarten würde.

Bei der Entscheidung, ob es sich bei einem bestimmten Teilchen um einen Glueball handelt, kann man sich zunutze machen, daß es Reaktionen gibt in denen man eine bevorzugte Produktion von Glueballen erwarten würde und wiederum andere, in denen zwar Mesonen produziert werden, aber Glueballe nicht auftreten sollten. Ein Produktionsprozeß, bei dem man letzteres erwartet, ist die $\gamma\gamma$–Sreuung.

- Mesonenproduktion in der $\gamma\gamma$–Streuung

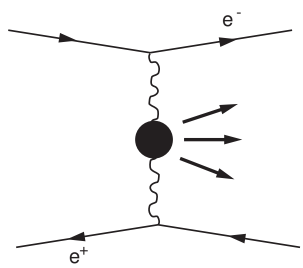

Abbildung 2.2: *Mesonenproduktion in der $\gamma\gamma$–Sreuung wie z.B. bei JADE*

Da Elektronen und Positronen über den Austausch von Photonen miteinander wechselwirken, kann man sich die Elektron-Positron-Streuung zunutze machen, um Reaktionen des Typs $\gamma\gamma \rightarrow X$ zu untersuchen (Abb. 2.2). X steht hierbei für eine beliebige in Mesonen zerfallende Resonanz. Da Photonen an elektrische Ladungen, z.B. von Quarks, koppeln, erwartet man hier zwar die Produktion von Mesonen, nicht aber die von Glueballen, da Gluonen elektrisch neutral sind. Aus diesem Grund wird die $\gamma\gamma$-Physik auch häufig als Anti-Glueball-Filter bezeichnet.

Eine andere Möglichkeit Mesonen zu produzieren ist die

- Mesonenspektroskopie mit Hadronenstrahlen

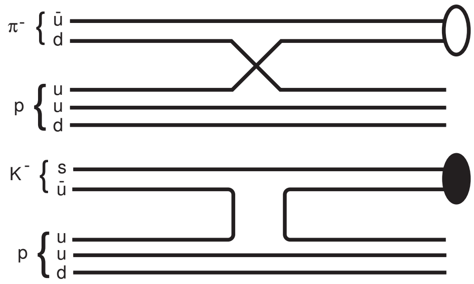

Abbildung 2.3: *Bei der π^-p-Streuung werden bevorzugt non-strange Mesonen erzeugt, bei der K^-p- Streuung bevorzugt Mesonen, die s-Quarks beinhalten. Experimente: GAMS, E852, LASS*

Bei dieser Methode der Mesonenproduktion wird ein Pionen- oder Kaonenstrahl auf ein Target gelenkt, das aus Wasserstoff oder auch aus schwereren Kernen bestehen kann. Gilt hierbei das Interesse Mesonen, die sich aus u- und d-Quarks bzw. Antiquarks zusammensetzen, so werden bevorzugt Pionenstrahlen verwand. Möchte man Mesonen untersuchen, die ein s-Quark enthalten, so wird man Kaonenstrahlen benutzen, da hier bereits ein s-Quark im Anfangszustand vorhanden ist und nicht erst als $s\bar{s}$-Paar aus dem Vakuum erzeugt werden muß (Abb.2.3).

Auch in dieser Reaktion erwartet man keine bevorzugte Produktion von Glueballen, da es sich hierbei um einen quark- und nicht um einen gluonreichen Prozeß handelt. Im Gegensatz zur $\gamma\gamma$-Physik verbietet hier aber auch nichts eine Kopplung an Gluonen.

Eine bevorzugte Produktion von Gluonen erwartet man hingegen in den folgenden drei Reaktionen.

- Zentrale Produktion

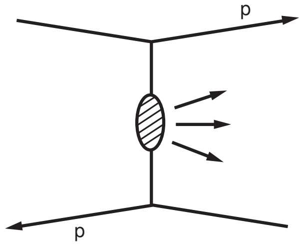

Abbildung 2.4: *Mesonenproduktion in der zentralen Produktion wie z.B. bei WA91*

In der zentralen Produktion fliegen zwei Protonen nahe aneinander vorbei und wechselwirken dabei über den Austausch von Gluonen stark miteinander (*Double-Pomeron*-Austausch). Wechselwirken die ausgetauschten Gluonen miteinander, so ist leicht vorstellbar, daß sie dabei einen Glueball bilden, der dann in Mesonen zerfällt.

Eine weitere Reaktion, bei der man eine bevorzugte Produktion von Gluebällen erwarten würde, ist der

- Radiative J/Ψ-Zerfall

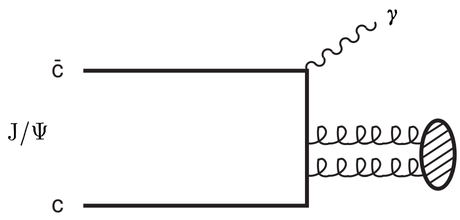

Abbildung 2.5: *Mesonenproduktion in radiative J/Ψ-Zerfällen wie z.B. bei MARK3, DM2*

Das J/Ψ, ein $c\bar{c}$-Zustand, kann aufgrund seiner kleinen Masse nicht in Mesonen zerfallen, die ebenfalls ein c-Quark enthalten, c und $\bar{c}$ annihilieren. In den radiativen Zerfälle entstehen bei der Annihilation ein Photon und zwei Gluonen, die einen gebundenen Zustand bilden können (Abb. 2.5).

Als letztes sei die

- $\bar{p}p$-Annihilation

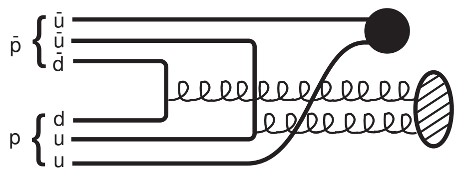

Abbildung 2.6: *Mesonenproduktion in der $\bar{p}p$-Annihilation, wie z.B. bei ASTERIX, OBELIX und CRYSTAL BARREL*

genannt, die durch den Vernichtungsprozeß von Proton und Antiproton ein gluonreicher Prozeß ist, in dem man eine bevorzugte Produktion von Gluebällen erwartet.

Ein Vorteil der $\bar{p}p$-Annihilation gegenüber den beiden oben genannten Reaktionen ist die hohe Statistik der vorliegenden Datensätze. Diese übersteigt momentan die der radiativen J/Ψ-Zerfälle oder die der zentralen Produktion noch um ein Vielfaches.

Die obigen Argumente sind natürlich nur qualitativ: Da Gluebälle in Mesonen zerfallen können, können sie natürlich auch über hadronische Reaktionen oder sogar über $\gamma\gamma$–Streuung erzeugt werden.

2.1.3 Skalare Mesonen, ein experimenteller Überblick

Nachdem im vorherigen Abschnitt über die verschiedenen Möglichkeiten berichtet wurde, Mesonen zu produzieren, sollen hier nun Ergebnisse für den Bereich der skalaren Mesonen, in dem der leichteste Glueball Zustand erwartet wird, kurz zusammengefaßt werden. Ihm gilt u.a. auch das Interesse dieser Arbeit.

In Abb. 2.7 sind zum einen die veröffentlichten Resonanzen und zum anderen diejenigen Resonanzen dargestellt, welche ins PDG'96 [8] aufgenommen wurden. Zur Einordnung ins

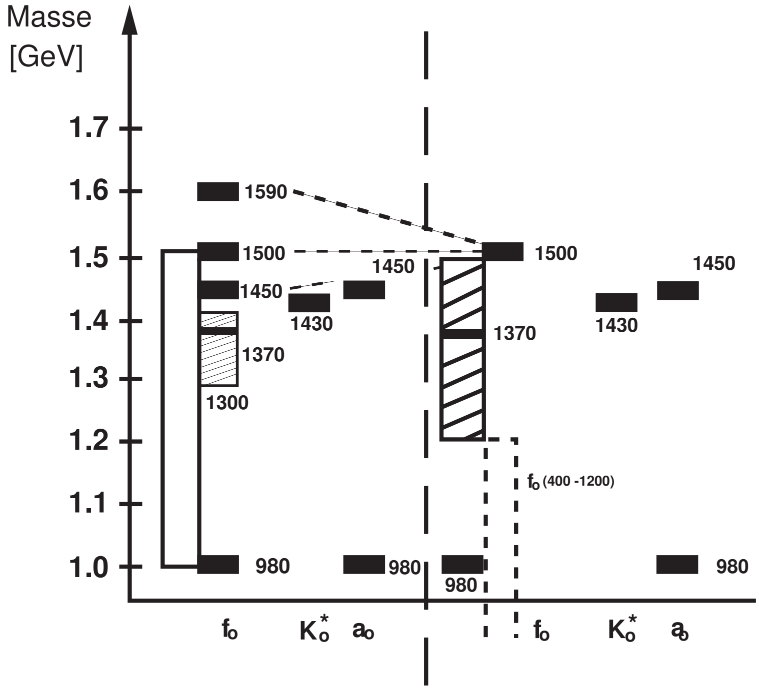

Abbildung 2.7: *Überblick über die veröffentlichen* 0^{++}*-Resonanzen (links) – ohne Anspruch auf Vollständigkeit – und die Resonanzen, die die Particle Data Group im PDG'96 [8] aufgeführt hat (rechts).*

skalare Nonett benötigt man, wie in Abb. 2.8 dargestellt, neun Resonanzen, wobei das a_0 in drei und das K_0^* in vier verschiedenen Ladungskonjugationen auftritt. Bedenkt man dies, so erscheint Abb. 2.7 ziemlich verwirrend. Das gilt insbesondere für die linke Hälfte des Schaubildes, welche die veröffentlichten Resonanzen zeigt. Die einzige Ausnahme bildet der K_0^*-Bereich, der eine klare Einordnung des $K_0^*(1430)$ in das skalare Nonett möglich macht. Betrachtet man den isovektoriellen Bereich, so findet man dort, wo man ein a_0 erwarten würde, zwei Zustände und betrachtet man gar den isoskalaren Bereich, so wurden hier eine Vielzahl von Zuständen beobachtet, obwohl man eigentlich nur zwei erwarten würde.

Dies läßt nur einen Schluß zu: Es kann sich nicht bei allen beobachteten Zuständen um unterschiedliche, wirklich existierende Resonanzen handeln. Denkbar ist, daß es sich bei einigen der beobachteten Zustände tatsächlich um ein und den gleichen Zustand handelt, für den

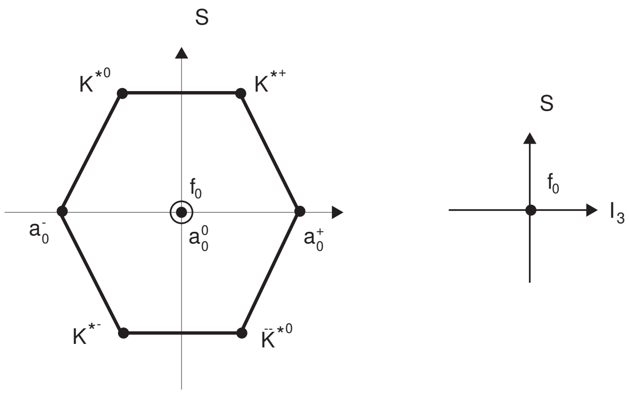

Abbildung 2.8: *Das skalare Nonett*

nur, bedingt durch z.B. Fehlmessungen oder unterschiedliche Analysemethoden, verschiedene Massen und Breiten gemessen wurden.

Gestützt durch Reanalysen verschiedener Datensätze oder auch durch Analysen von Datensätzen höhere Statistik, deren Ergebnissen man mehr Vertrauen entgegenbrachte, entwarf die Particle Data Group (PDG'96 [8]) das auf der rechten Seite von Abb. 2.7 dargestellte Szenario. Anzumerken ist hierbei, daß teilweise auch einfach Zustände verschiedener Massen und Breiten zu einer Resonanz zu geordnet wurden, weil man glaubt, daß es sich dabei um ein und den gleichen Zustand handelt. Somit besteht an dieser Stelle experimenteller Klärungsbedarf.

Zurück bleiben bei dieser Einteilung im isoskalaren Bereich das f_0(400-1200), f_0(980), f_0(1370) und das f_0(1500) und im isovektoriellen a_0(980) und a_0(1450). Die vom PDG vorgeschlagene Einordnung der Resonanzen ins skalare Nonet zeigt Abb. 2.9.

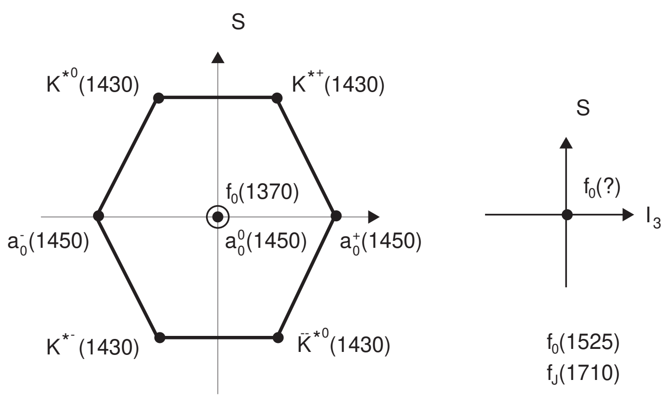

Abbildung 2.9: *Das vom PDG'96 vorgeschlagene skalare Nonett. Der $s\bar{s}$-Zustand gilt als noch nicht nachgewiesen, als Kandidaten werden das von LASS gefundene f_0(1525) und das f_J(1710) genannt, vorausgesetzt, daß letzteres tatsächlich ein Spin–0–Zustand ist. Die Existenz des f_0(1525) gilt als zweifelhaft, da es sich hierbei um einen sehr kleinen 0^{++}-Beitrag handelt, der unter einer dominanten 2^{++}-Welle, dem f_2'(1525), gefunden wurde.*

$a_0(980)$ und $f_0(980)$ werden als K$\bar{\text{K}}$-Moleküle interpretiert, eine Annahme, die weit davon entfernt ist bewiesen zu sein [10] und das f_0(400-1200) als Untergrundstruktur.

Somit bleibt nur noch ein zu interpretierendes Teilchen übrig, das $f_0(1500)$. Die naheliegenste Interpretation ist, das $f_0(1500)$ als den fehlenden s$\bar{\text{s}}$-Zustand zu deuten. Dagegen spricht, daß es nur schwach an K$\bar{\text{K}}$ koppelt. Von einem s$\bar{\text{s}}$-Zustand würde man hingegen erwarten, daß er mit einem großen Verzweigungsverhältnis in Teilchen zerfällt, die ebenfalls s-Quarks beinhalten. Eine andere Erklärung ist, daß es sich bei diesem Teilchen um eine Radialanregung handelt. Dafür allerdings ist das $f_0(1500)$ zum einen zu schmal und zum anderen hat es eine zu geringe Masse.

Aus diesem Grund wird im PDG'96 die Frage aufgeworfen, ob es sich bei diesem Teilchen nicht um den Glueball-Grundzustand handeln könnte. Vergleicht man seine Masse mit den theoretischen Vorhersagen (Abb. 2.1), so findet man eine recht gute Übereinstimmung.

Ohne an dieser Stelle weiter auf Argumente einzugehen, die eher für oder gegen die Interpretation des $f_0(1500)$'s als Glueball sprechen und auch ohne alternative Erklärungen vorzustellen möchte ich mich an dieser Stelle wieder der experimentellen Seite zuwenden. Die Frage der Interpretation wird in Abschnitt 7.2.1 nochmals aufgegriffen.

Wichtig für jeden Interpretationsversuch ist es zunächst, Sicherheit darüber zu gewinnen, welche der skalaren Mesonen tatsächlich existieren und wie sie zerfallen. Erstes, um nicht nach einer Erklärung für Teilchen zu suchen, deren Existenz nicht bewiesen ist und zweites, um die Zerfallsmoden mit den verschiedenen Modellen vergleichen zu können.

2.1.4 Die 4π Zerfälle der skalaren Mesonen

Mit der vorliegenden Arbeit soll geklärt werden, welche und vor allen Dingen wieviele f_0-Zustände in vier Pionen zerfallen. Diese Frage ist eng mit der Frage nach der Existenz des $f_0(1370)$ verbunden. Weshalb es immer noch Zweifel an der Existenz dieses Zustandes bestehen, und weshalb man ausgerechnet erwartet diese Frage abschließend mit der Untersuchung des 4π-Zerfallsmodes beantworten zu können, wird im folgenden erläutert. Des weiteren gilt das Interesse dieser Analyse der Untersuchung der verschiedenen möglichen (4π)-Zerfallsmoden der skalaren Resonanzen, $\sigma\sigma$, $\rho\rho$ und $\pi^*(1300)\pi$.

- Das $f_0(1370)$

Das $f_0(1370)$ gilt eigentlich als experimentell gesichert, da es in vielen Endzuständen beobachtet wurde [8]. Dennoch sind einige Zweifel an der Signifikanz des $f_0(1370)$ angebracht. Zum einen konnte es in der Analyse des $\bar{\text{p}}\text{p}\rightarrow 5\pi^0$-Endzustandes nicht eindeutig identifiziert werden, und zum anderen existieren in allen Arbeiten zu den Endzuständen $\bar{\text{p}}\text{p}\rightarrow 3\pi^0$, $\bar{\text{p}}\text{p}\rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ und $\bar{\text{p}}\text{p}\rightarrow \pi^0\eta\eta$ Parametrisierungen der Amplitude, welche an Stelle eines schmalen $f_0(1370)$ eine breite Resonanz ($\Gamma \approx 600$ - 800 MeV) beinhalten [34][9][68]. In einer Analyse, in der die drei oben genannten Endzustände parallel untersucht wurden, wurde allerdings gezeigt, daß es sich bei bei dem f_0(400-1200), früher $f_0(1300)$, und dem $f_0(1370)$ um zwei getrennte Pole handelt. Dies würde wiederum dafür sprechen, daß das $f_0(1370)$ tatsächlich existiert [64].

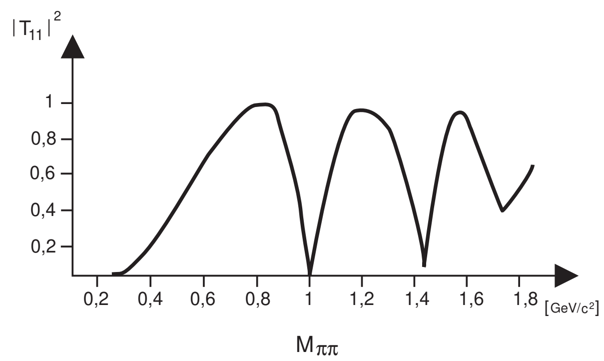

Abbildung 2.10: *Schematische Darstellung der $\pi\pi$-S-Welle. Für die genaue Definition von T_{11} siehe Anhang A.*

Betrachtet man die $\pi\pi$-S-Welle, eine schematische Darstellung ist Abb. 2.10 gezeigt, so wird klar, worin die Problematik in der Beschreibung liegt. Versucht man ihren Verlauf zu interpretieren, so hat man grundsätzlich zwei verschiedene Möglichkeiten. Entweder man interpretiert die Erhöhungen oder die Einbrüche als Resonanzen. Würde man ersteres versuchen, so würde man ein $\sigma(\sim 600)$, ein $\epsilon(1300)$ und ein $f_0(1590)$ erhalten. Interpretiert man die Minima als Resonanzen, so erhält man ein $f_0(980)$, ein $f_0(1500)$ und eventuell bei höheren Massen noch ein $f_0(1750)$. Diese Resonanzen würden dann destruktiv mit einem breiten $f_0(1000)$ (oder f_0(400-1200)) interferieren, so daß sich die vorliegende Struktur ergibt. Aus Analysen anderer Datensätze weiß man heute, daß es richtig ist, hier die Mimima als Resonanzen zu interpretieren. Blickt man zurück, so wird man auch Teilchen wie z.B. das $\sigma(\sim 600)$ oder auch $\epsilon(1300)$ in älteren Ausgaben des PDG finden.

Betrachtet man Abb. 2.10, so kann man sich gut vorstellen, daß sich das Maximum zwischen 1.0 und 1.5 GeV durch das zusätzliches Einführen einer Resonanz mit den Parametern des $f_0(1370)$ besser beschreiben läßt als nur mit einer ganz breiten Resonanz allein. Die Frage, die sich stellt, ist, ob das so gefundene $f_0(1370)$ dann nicht nur ein Artefakt der Analyse sein könnte, das nichts mit der Realität gemeinsam hat. Da nicht davon auszugehen ist, daß sich im 4π-Kanal die gleiche Struktur wie in der $\pi\pi$-S-Welle zeigt, sollte diese Problematik hier nicht auftreten. Existiert das $f_0(1370)$, so würde man aufgrund seiner bisher bekannten Partialbreiten erwarten, es im 4π-Kanal eindeutig nachzuweisen.

Partialbreiten des $f_0(1370)$

Aus der $\pi\pi$-Streuung kann man entnehmen, daß das $f_0(1370)$ kaum an $\pi\pi$ koppelt– es fehlt der entsprechende Phasenanstieg in der Streuphase und die Inelastizität ist klein [11]. Die $\pi\pi$-Partialbreite des Teilchens kann somit nicht groß sein. Aus einer Analyse von Bugg, der die CERN-München-Streudaten gemeinsam mit Crystal Barrel- ($p\bar{p}\to 3\pi^0$, $2\pi^0\eta$, $\pi^0 2\eta$, $\pi^0\eta\eta'$), GAMS- ($\pi^+\pi^-\to\pi^0\pi^0$) und BNL-Daten ($\pi^+\pi^-\to K\bar{K}$) untersucht hat, ergibt sich eine Abschätzung der $\pi\pi$-Partialbreite auf ≤ 30 MeV [12], [13]. Die $\eta\eta$ und $K\bar{K}$ gemessenen Partialbreiten sind eher kleiner als die $\pi\pi$-Partialbreite. Aus der Summe der oben genannten Partialbreiten ergibt sich somit eine Breite, die kleiner als 150 MeV ist. Die Gesamtbreite des Teilchens wird im PDG'96 mit 300-600 MeV angegeben. Geht man davon aus, daß es sich bei dem Teilchen um eine eher schmale Resonanz handelt, deren Breite bei 300 MeV liegt, so wäre der dominante Zerfall des Teilchens bisher noch nicht gemessen worden. Die gilt natürlich erst recht für jede Breite die größer als 300 MeV ist.

Naheliegend ist, daß es sich hierbei um den 4π-Zerfall handelt. Somit wird auch klar, weshalb die $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to 5\pi^0$-Analyse, die diesen Zustand nicht eindeutig nachweisen konnte, direkt Zweifel an der seiner Existenz aufkommen läßt. Die in vorliegenden Arbeit untersuchten Datensätze haben den Vorteil, daß sie sich nicht auf die Untersuchung der rein neutralen Endzustände beschränken. Existiert das $f_0(1370)$ und koppelt wie erwartet an vier Pionen, so muß es in den hier analysierten Datensätzen beobachtbar sein, unabhängig davon, ob es über $\sigma\sigma$, $\rho\rho$ oder auch $\pi^*\pi$ in vier Pionen zerfällt.

Wenn dieses Teilchen existiert, so sollte es mit der Untersuchung der 4π-Zerfallsmoden nicht nur gelingen, dies nachzuweisen, sondern es sollte auch möglich sein, seine Parameter zu bestimmen. Gemeinsam aus diesem und den anderen bekannten Verzweigungsverhältnissen kann man dann bestimmen, mit welchen Partialbreiten dieses Teilchen in seine verschiedenen Zerfallskanäle zerfällt.

- Das $f_0(1500)$

Auch für das $f_0(1500)$, an dessen Existenz es keinerlei Zweifel gibt, handelt es sich doch dabei vermutlich um das am besten untersuchte skalare Meson überhaupt, ist es interessant zu untersuchen, ob dieses Teilchen in vier Pionen zerfällt und wenn ja, über welche resonanten Zwischenzustände. Die Zwischenzustände sind deshalb von besonderem Interesse, da man diese mit den Vorhersagen verschiedener Modelle vergleichen kann. So gibt es z.B. eine natürlich modelabhängige Vorhersage [14], die einen signifikanten Zerfall eines als $\mathrm{q}\bar{\mathrm{q}}$-Meson erklärten $f_0(1500)$ in ein π und seine Radialanregung, das $\pi(1300)$ oder kurz π^*, erwartet. Ebenso wie für das $f_0(1370)$ würde man hier aufgrund der schon bekannten Partialbreiten des Teichens: 45-60 MeV für $\pi\pi$ und eine Partialbreite ≤ 10 MeV für $\eta\eta$, $\eta\eta'$ und $\mathrm{K}\bar{\mathrm{K}}$ [12] davon ausgehen, daß das Teilchen mit einer totalen Breite von ca. 130 MeV stark in vier Pionen zerfällt .

2.2 Hybride

Hybride kann man als q$\bar{\text{q}}$ Zustände kombiniert mit einer gluonischen Anregung verstehen. Daraus ergibt sich, daß auch Zustände mit exotischen Quantenzahlen, d.h. mit Quantenzahlen, die nicht von einem q$\bar{\text{q}}$-Meson zu erreichen sind, existieren sollten. Ein q$\bar{\text{q}}$-Meson kann immer nur einer der beiden Paritätsserien angehören,

$$0^{-+}, 1^{+-}, 2^{-+}, ...,$$
$$0^{++}, 1^{--}, 2^{++}, ...,$$

die sich aus der Kombination von Quark und Antiquark ergeben. Für ein Hybrid sollten auch weitere Quantenzahlen wie z.B. 1^{-+} möglich sein (siehe Tab. 2.1), die damit direkt ihre Natur als Nicht-q$\bar{\text{q}}$-Zustände offenbaren. Von der ersten Evidenz für einen Zustand mit exotischen Quantenzahlen (1^{-+}) wurde auf der HADRON'97 [10] von drei verschiedenen Experimenten berichtet. Die Ergebnisse sind in Tab. 2.2 kurz zusammengefaßt.

	E852	VES	Crystal Barrel
$\eta\pi$	M=$(1370 \pm 16^{+50}_{-30})$ MeV Γ=$(385 \pm 40^{+65}_{-105})$ MeV	M=$(1572 \pm 18 \pm 10)$ MeV Γ=$(550 \pm 57 \pm 20)$ MeV	M= $(1400 \pm 20 \pm 20)$ MeV Γ=$(310 \pm 50^{+50}_{-30})$ MeV
$\eta'\pi$	M= ~1600 MeV	siehe oben	—— ——
$\rho\pi$	M=$(1593 \pm 8 \pm ?)$ MeV Γ=$(168 \pm 20 \pm ?)$ MeV	nicht beobachtet	—— ——
$f_1\pi$	M= ~(1600 - 2000) MeV 0 oder 2 Resonanzen	Signal aber keine Phasenbewegung	—— ——

Tabelle 2.2: *Beobachtung einer exotischen $J^{PC} = 1^{-+}$ Welle [10]*

Neben den Hybriden, die sich bereits durch ihre exotischen Quantenzahlen von den normalen Mesonen unterscheiden, sollte es auch eine Vielzahl von q$\bar{\text{q}}$g-Zuständen mit nicht exotischen Quantenzahlen (Tab. 2.1) geben. Von diesen Hybridzuständen erwartet man, daß sie sich durch ihre Zerfälle von den q$\bar{\text{q}}$-Mesonen unterscheiden.

Die theoretischen Vorhersagen für die Zerfälle eines 1^{--}-Hybridzustandes im Vergleich zu denen eines -q$\bar{\text{q}}$-Mesons gleicher Quantenzahlen sollen im folgenden dargestellt werden. Ihnen gilt neben den skalaren Mesonen das Interesse dieser Arbeit.

2.2.1 Die Vektormesonen, Hybrid oder q$\bar{\text{q}}$?

Seit den Untersuchungen von Donnachie und Mitarbeitern [17] listet die Particle Date Group zwei Resonanzen höherer Masse mit den Quantenzahlen des $\rho(770)$: Das $\rho'(1450)$ und das $\rho'(1700)$. Von Seiten der Theoretiker wird erwartet, daß sich die Natur dieser Zustände über ihre Zerfallsmoden offenbaren sollte. In diesem Kapitel werden zunächst die Vorhersagen aus dem Flux-Tube-Model [15] und dem $^3P_0$-Model [16] vorgestellt, die Aussagen über Zerfallsbreiten in Abhängigkeit von der Natur des jeweiligen Zustands machen. Desweiteren werden Ergebnisse aus einer Analyse von Clegg und Donnachie diskutiert, die von Close und Page [15], als Hinweis auf die Hybrid-Natur des $\rho'(1450)$ gedeutet werden.

Theoretische Vorhersagen

Die hier vorgestellten Vorhersagen (Tab. 2.3, 2.4, 2.5, 2.6) bezüglich der Zerfallsbreiten der verschiedenen 1^{--}-Zustände unterscheiden nicht nur zwischen Hybrid oder q$\bar{\text{q}}$-Meson, sondern auch zwischen den verschiedenen q$\bar{\text{q}}$-Konfigurationen, die ein 1^{--}-Meson bilden können. Zum einen sind dies die verschiedenen Radialanregungen, $n\,^{2s+1}L_J = 2\,^3S_1$, $3\,^3S_1$, eines q$\bar{\text{q}}$- Systems mit parallelen Spins (s=1) und relativen Bahndrehimpuls $L = 0$, zum anderen ist dies z.B. der $^3D_1$-Zustand, bei dem der relative Drehimpuls zwischen Quark und Antiquark $L = 2$ ist.

- $\rho'(1450)$:

$\rho'_{\text{Hybrid}}(\sim 1500)$								
Zerfallsmoden	$\pi\pi$	$\pi\omega$	πa_1	πa_2	πh_1	$\pi^*\pi$	$\rho\rho$	$\rho\eta$
Partialbreiten	0	5-10	140	~ 0	0		0	

Tabelle 2.3: *Zerfallsmoden eines 1^{--}-Hybrides bei einer Masse von etwa 1500 MeV, berechnet entsprechend dem Flux-Tube-Model [15].*

(2^3S_1)–$\rho'(1465)$								
Zerfallsmoden	$\pi\pi$	$\pi\omega$	πa_1	πa_2	πh_1	$\pi^*\pi$	$\rho\rho$	$\rho\eta$
Partialbreiten	74	122	3	0	1	0		25

Tabelle 2.4: *Zerfallsmoden eines (2^3S_1)-q$\bar{\text{q}}$-Mesons berechnet nach dem $^3P_0$-Model [16].*

Die Hybrid-Natur eines Zustands sollte sich somit durch die Abwesenheit eines $h_1\pi$-Zerfalls bei gleichzeitiger Dominanz des $a_1\pi$-Zerfalls zeigen.

- $\rho'(1700)$:

Für das $\rho'(1700)$ gibt es ebenfalls verschiedene Interpretationsmöglichkeiten. Es könnte sich hierbei um den 1^3D_1-Zustand oder um eine weitere Radialanregung des $\rho(770)$, nämlich um den 3^3S_1-Zustand, handeln. Die entsprechenden Vorhersagen sind in den Tabellen 2.5, 2.6 zusammengefaßt.

$(^3\mathrm{D}_1)$–$\rho'(1700)$									
Zerfallsmoden	$\pi\pi$	$\pi\omega$	πa_1	πa_2	πh_1	$\pi^*\pi$	$\omega^*\pi$	$\rho\rho$	$\rho\eta$
Partialbreiten	48	35	134	2	124	0	0	14	8

Tabelle 2.5: *Zerfallsmoden eines $(^3D_1)$-$q\bar{q}$-Mesons berechnet nach dem $^3P_0$-Model [16], wobei die Masse dieses Mesons bei 1700 MeV erwartet wird .*

$(3^3\mathrm{S}_1)$–$\rho'(1900)$									
Zerfallsmoden	$\pi\pi$	$\pi\omega$	πa_1	πa_2	πh_1	$\pi^*\pi$	$\omega^*\pi$	$\rho\rho$	$\rho\eta$
Partialbreiten	1	5	26	46	32	70	50	16	92

Tabelle 2.6: *Zerfallsmoden eines (3^3S_1)-$q\bar{q}$-Mesons berechnet nach dem $^3P_0$-Model [16], wobei die Masse dieses Mesons bei 1900 MeV erwartet wird .*

Vergleicht man diese, so fällt auf, daß für den $^3\mathrm{D}_1$-Zustand πa_1 und πh_1 als dominate Zerfallsmoden auftreten, aber auch gleichzeitig der $\pi\pi$-Zerfall meßbar sein sollte. Für die Radialanregung verschwindet die Kopplung an $\pi\pi$ hingegen fast vollständig, während andere Zerfallsmoden, wie z.B. $\rho\eta$ oder $\pi^*(1300)\pi$, deutlich hervortreten, die für die Radialanregung fast keine Rolle spielen.

Experimentelle Situation

Die ausführlichste Untersuchung von Vektormesonen und ihren Zerfälle wurde von Clegg und Donnachie durchgeführt [17][18]. Dabei wurden e^+e^--Daten, Daten zur Photoproduktion, sowie Daten aus τ-Lepton-Zerfällen analysiert. Da Vektormesonen stark an e^+e^- koppeln, sind diese Reaktionen hervorragend dazu geeignet, die Eigenschaften dieser Teilchen zu untersuchen.

Zunächst ein paar Worte zur Analyse an sich. Während sich die Zweikörperendzustände, wie z.B. $\pi\pi$ und $\pi\omega$, recht einfach beschreiben ließen und in einem freien Fit die unten gelisteten Massen Breiten ergaben, wurde für die Analyse der 4π-Daten zunächst eine von Pais [20] entwickelte Methode benutzt, um für die verschieden geladenen 4π-Endzustände eine Art Isospin Zerlegung vorzunehmen.

$$\begin{aligned}
\pi^+\pi^-\pi^+\pi^- &= \tfrac{4}{5}I_{31}, \\
\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0 &= \tfrac{1}{5}I_{31} + I_{211}, \\
\pi^\pm\pi^+\pi^-\pi^0 &= \tfrac{3}{5}I_{31} + I_{211} \\
\pi^\pm\pi^0\pi^0\pi^0 &= \tfrac{2}{5}I_{31}
\end{aligned}$$

Zusätzlich wurde angenommen, daß sich der Untergrund im (31)-Zustand durch eine $\rho{\to}a_1\pi$-Amplitude und der im (221)-Zustand durch eine $\rho{\to}h_1\pi$-Ampliude beschreiben läßt. Grundlage für diese Annahme bildeten theoretische Berechnungen [21]. In den 4π-Kanälen war es nicht möglich, die Massen und Breiten der Teilchen frei an die Daten anzupassen. Sie wurden bei den aus den anderen Endzuständen extrahierten Parametern festgehalten. Auch die Zerlegung in einzelne Partialwellen ist nicht eindeutig; Close und Page haben eine Aufteilung der Amplituden in die verschiedenen Zerfallskanäle vorgeschlagen, die nicht frei von Willkür ist.

Für die ρ'-Zustände ergaben sich die folgenden Ergebnisse:

- $\rho'(1450)$:

$$\begin{aligned} m &= 1463 \pm 25 \text{ MeV} \\ \Gamma &= 311 \pm 62 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$\rho'(1450)$							
Zerfallsmoden	$\pi\pi$	$\pi\omega$	(31) (πa_1)	πa_2	(211) $(\pi h_1 + \rho\rho)$	$\pi^*\pi$	$\rho\eta$
Partialbreiten	17-25	50-80	190		0-39		

Tabelle 2.7: *Zerfallsmoden des ρ'(1450) [18]. Die in Klammern angegebenen Zerfallsmoden entsprechen der Interpretation von F.Close und P.Page in einer ihrer theoretischen Veröffentlichungen [15]. In einem späteren Papier wurde sowohl dem (31) wie auch dem (221)-Zustand noch zusätzlich der $\rho\sigma$-Zerfallsmode zugeordnet [22]. Laut Donnachie [18] ist dies eine grobe Näherung, da z.B. auch der (31)-Zustand einen Anteil der $h_1\pi$-Amplitude enthält.*

Vergleicht man die von Close und Page gegebene Interpretation der Ergebnisse (Tab. 2.8) mit den theoretischen Vorhersagen, so fällt auf, daß wie vom Flux-Tube-Modell für ein Hybrid vorhergesagt der $\pi\pi$-Zerfallsmode unterdrückt ist, und daß πa_1 dominiert. Der $\pi\omega$-Zerfall ist zwar ebenso wie $\pi\pi$ etwas größer, als man für einen Hybridzustand erwarten würde, aber die Dominanz des $a_1\pi$–Kanals u"ber den $\pi\omega$–Kanal ist im steht im deutlichen Widerspruch zur Interpretation des $\rho'(1450)$ als erste Radialanregung des $\rho(770)$. Deutlich gegen die Interpretation als $q\bar{q}$-Zustand spricht auch die Dominanz des πa_1-Zerfalls bei einer πh_1-Partialbreite, die entweder sehr klein oder sogar null ist.

Somit spricht an dieser Stelle alles dafür, daß es sich bei dem $\rho'(1450)$ um den 1^{--}-Hybridzustand handelt. Natürlich vorausgesetzt, daß die von Close und Page gegebende Interpretation der Ergebnisse zumindest näherungsweise mit der Realität übereinstimmt und daß sich die verschiedenen Zerfallsmoden auch in weiteren Experimenten und Analysen bestätigen lassen.

- $\rho'(1700)$:

$$\begin{aligned} m &= 1730 \pm 30 \text{ MeV} \\ \Gamma &= 400 \pm 100 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$\rho'(1700)$			
Zerfallsmoden	$\pi\pi$	$\pi\omega$	$4\pi + 6\pi$
Partialbreiten	~ 100	~ 0	~ 300

Tabelle 2.8: *Zerfallsmoden des $\rho'(1700)$ [18].*

Das $\rho'(1700)$ erlaubte bei weitem keine so detaillierte Untersuchung wie das $\rho'(1450)$. Donnachie und Clegg geben hier nur die Partialbreite für den 4π- und 6π-Zerfallsmode gemeinsam an, ohne die einzelnen Zerfallskanäle getrennt aufzuschlüsseln, wie es für einen guten Vergleich mit der Theorie vonnöten wäre. Da der $\pi\pi$-Zerfallsmode nicht verschwindet, und die Masse näher an 1700 MeV als 1900 MeV liegt, könnte man zwar die Interpretation wagen, daß es sich bei dem Zustand vermutlich eher um den $^3D_1$ als den 3^3S_1-Zustand handelt, aber mit Sicherheit besteht hier noch ein großer experimenteller Klärungsbedarf. Insbesondere ist eine Trennung der verschiedenen 4π-Zerfallsmoden unbedingt notwendig, möchte man die experimentellen Ergebnisse wirklich mit den theoretischen Vorhersagen vergleichen.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es somit, die verschiedenen möglichen 4π-Zerfallsmoden der Vektormesonen zu untersuchen, um dadurch weitere experimentelle Grundlagen für die Interpretation dieser Zustände zu schaffen.

Kapitel 3

Das Crystal Barrel Experiment am LEAR

Der Crystal Barrel Detektor wurde entwickelt um eine umfassende Spektroskopie des $\bar{p}N$-Systems zu ermöglichen. Die Datennahme begann 1989 mit folgenden Zielsetzungen [23]:

- Die Suche nach Glueballen und Hybridmesonen.
- Die Suche nach gebundenen Nukleon-Antinukleon-Zuständen.
- Die Untersuchung von radiativen und anderen seltenen Mesonenzerfällen.
- Das Studium der $\bar{p}p$-Annihilationsdynamik.

Um diese Ziele zu verwirklichen, müssen zwei Voraussetzungen erfüllt sein. Zum einen benötigt man einen möglichst reinen $\bar{p}$-Strahl mit geringer Impulsunschärfe – dieser wird von LEAR (Low Energy Antiproton Ring) geliefert –, zum anderen werden hohe Anforderungen an das Detektorsystem stellt:

- Gleichzeitiger Nachweis von geladenen und neutralen Teilchen in einem nahezu vollständigen Raumwinkel von 4π.
- Hohe Energie- und Winkelauflösung für Photonen zur Rekonstruktion neutraler Teilchen ($\pi^{\circ}, \eta, \omega$ ...).
- Gute Ort- und Impulsauflösung für geladene Teilchen.
- Die Unterscheidung geladener Pionen und Kaonen.
- Annihilation in unterschiedlichem Targetmaterial (fl.H_2 gasf.H_2, fl.D_2), um verschiedene Anfangszustände des $\bar{p}N$-Systems erreichen zu können.
- Die Verarbeitung hoher Ereignisraten (bis 100 Hz) auch komplexer Ereignisse.
- Anreicherung bestimmter (seltener) Ereignistopologien mit Hilfe schneller selektiver Filter (*online trigger*).

Alle diese Anforderungen werden durch den Crystal Barrel Detektor erfüllt.

3.1 Der Antiprotonen-Speicherring (LEAR)

Der Antiprotonenspeicherring LEAR (Low Energy Antiproton Ring) (Abb. 3.2) ist eine der Endstufen des Antiproton-Beschleunigerkomplexes (Abb. 3.1) am CERN in Genf.

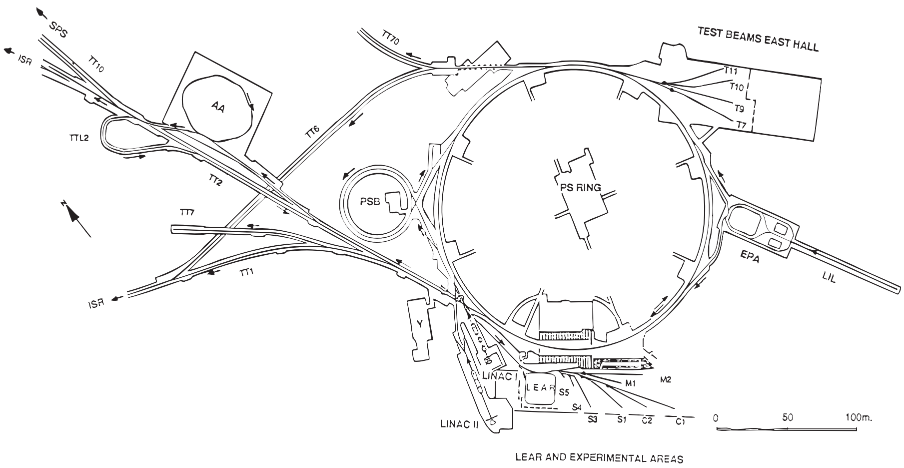

Abbildung 3.1: *Der CERN-Antiprotonen-Komplex.*

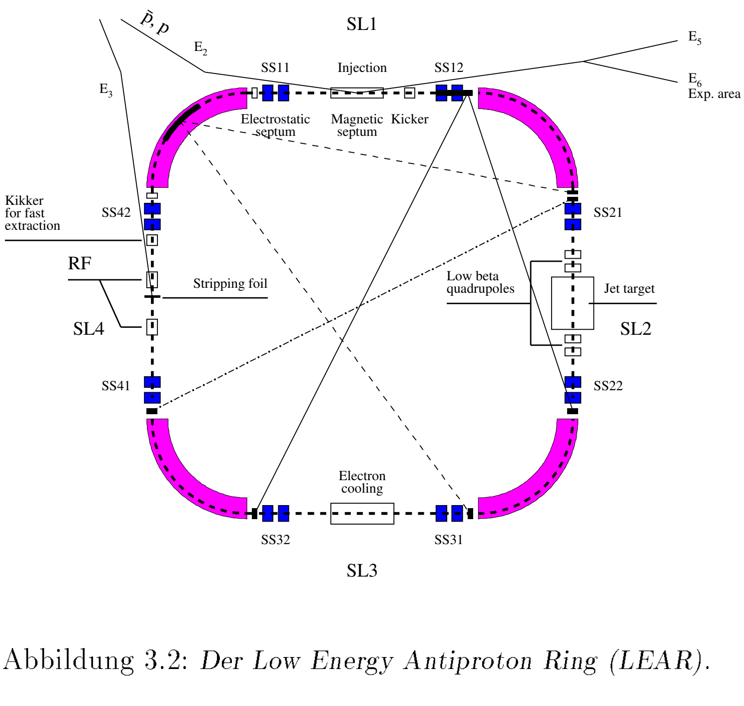

Abbildung 3.2: *Der Low Energy Antiproton Ring (LEAR).*

Die Antiprotonen werden durch Beschuß einer Wolframprobe mit Protonen (Impuls p= 26 GeV/c), die aus dem Protonensynchroton (PS) extrahiert werden, erzeugt. Diese werden im AA[1]-Ring zwischengespeichert und mittels stochastischer Kühlung in ihrem Phasenraum

[1]Antiprotonen-Akkumulator

reduziert. Der Transfer zum LEAR erfolgt über das PS, in dem die Antiprotonen zunächst auf 600 MeV/c abgebremst werden, bevor sie ins LEAR transferiert werden.

Im LEAR-Ring selbst können die Antiprotonen je nach Experiment bis auf 100 MeV/c abgebremst werden oder bis auf 2 GeV/c beschleunigt werden. Das Crystal Barrel Experiment selbst nutzt einen Impuls von 105 MeV/c für die Antiprotonannihilation in gasförmigen Wasserstoff und von 200 MeV/c für die Annihilation in flüssigen Wasserstoff oder Deuterium, vorausgesetzt daß die Antiprotonen in Ruhe annihilieren sollen. Für die Annihliation im Fluge, die deshalb von Interesse ist, weil der höhere Eingangsimpuls zu einer Erweiterung des Phasenraumes führt, werden Antiprotonenimpulse bis 1940 MeV/c verwendet. Bedingt durch stochatische und Elektronenkühlung werden horizontale Strahlemittanzen von $2\pi \cdot$mm$\cdot$m rad und relative Impulsunschärfen von $\Delta p/p \approx 10^{-4}$ erreicht. Zudem zerfallen während der langen Speicherperioden im AA und LEAR alle geladenen Mesonen, die den $\bar{p}$-Strahl verunreinigen könnten. Damit ist also die erste der oben genannten Voraussetzungen, die gute Antiprotonstrahlqualität erfüllt.

3.2 Der Crystal Barrel Detektor

Den Gesamtaufbau des Crystal Barrel Detektors, der sich während der Datennahme an einem externen Strahl des LEAR befand und alle zuvor genannten Anforderungen an den Detektor erfüllt, zeigt Abb. 3.3.

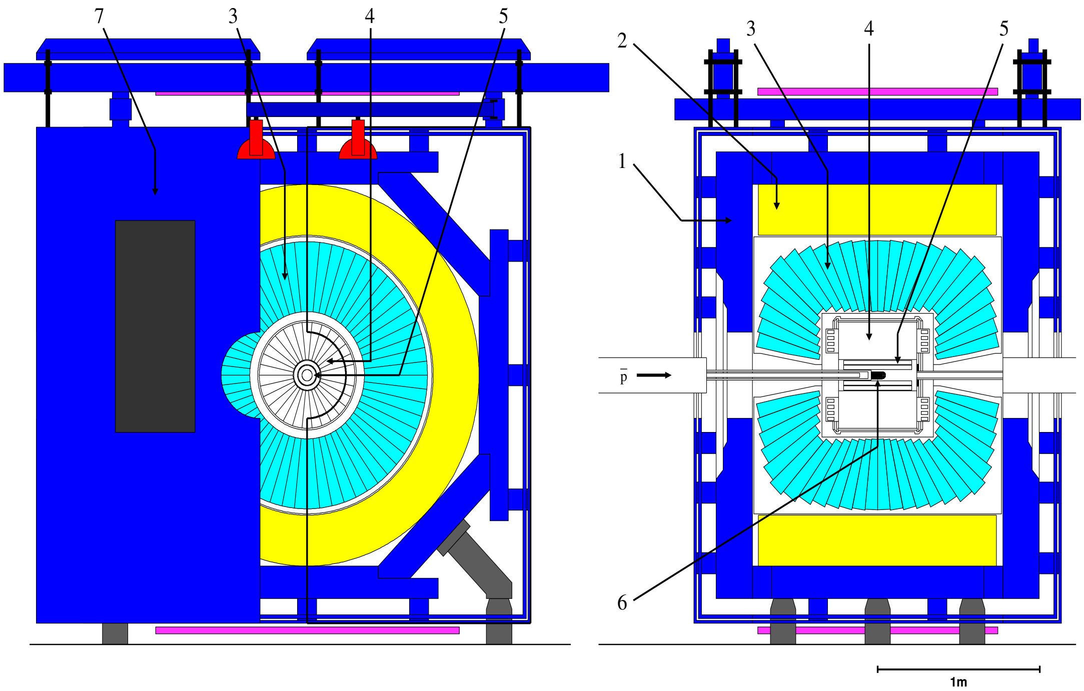

Abbildung 3.3: *Frontal- und Seitenansicht des Crystal Barrel Deterktors mit (1) Eisenjoch, (2) Magnetspule, (3) CsI(Tl)-Kalorimeter, (4) Jet-Driftkammer, (5) Vieldraht-Proportionalkammer, (6) Target und (7) Magnettür.*

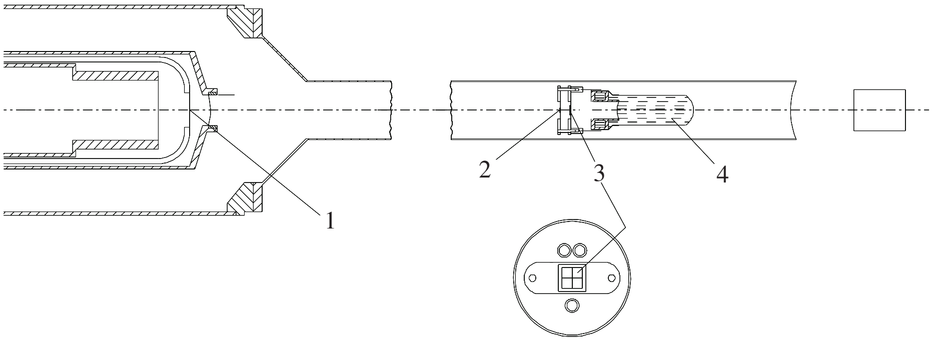

Abbildung 3.4: *Schnittzeichnung des Flüssigwasserstofftargets: (1) Szintillationszähler, (2) Siliziumdiode, (3) segmentierte Siliziumdiode, (4) LH_2–Target*

Die Antiprotonen verlassen das LEAR-Strahlrohr durch ein Beryllium-Fenster (100μm), und passieren einen strahldefinierenden Szintilationszähler (Durchmesser: 18mm, Dicke: 100μm) sowie ein Mylarfenster(50μm). Der Szintilationszähler wurde 1993 durch eine Vieldraht-Proportionalkammer ersetzt. Unmittelbar vor dem Target ist eine in vier Quadranten segmentierte Siliziumdiode angebracht, welche es erlaubt, den Strahlschwerpunkt relativ zum Target festzulegen. Ferner dient diese Diode als Startsignal für die Ausleseelektronik. Das 44 mm lange Targetröhrchen(6) (Durchmesser: 17 mm), Abb. 3.4, das in den für diese Arbeit relevanten Fällen entweder mit Flüssig-Wasserstoff oder Deuterium gefüllt war, schließt sich direkt an die Diode an. Bei einem Eingangsimpuls von 200 MeV/c stoppen die Antiprotonen im Zentrum des Targets mit einer longitudinalen Streuung von $\approx$0.6mm.

Das Target ist zylindrisch von zwei Proportionaldrahtkammern (PWC1/PWC2)(5) umschlossen, die zur Bestimmung der geladenen Multiplizität von Ereignissen dienen. Diese beiden Kammern wurden 1994 durch einen Silizium-Vertex-Detektor ersetzt, dessen Hauptaufgabe es ist, mit hoher Akzeptanz das Triggern auf kaonische Endzustände zu ermöglichen. Zusätzlich erlaubt er durch seinen kleineren Abstand zum Target eine bessere Vertexrekonstruktion und erhöht durch den zusätzlich gemessenen Spurpunkt in Targetnähe die Impulsauflösung geladener Spuren. Der zentrale Detektor zur Messung geladerner Ereignisse ist die Jet-Drift-Kammer (JDC) (4), die wiederum von einem CsI-Calorimeter (3) umschlossen wird, welches aus 1380 Kristalle besteht und zur Messung von Photonen dient.

Die verschiedenen Detektoren befinden sich im Inneren eines Magneten, der aus einer Aluminumspule (2) und einem Eisenjoch (1) besteht. Der konventionel ausgelegte Solenoid erzeugt ein parallel zu Strahlachse gerichtetes Magnetfeld von 1.5 T. Dabei ist die Homogenität im Bereich der JDC besser als 2%.

3.3 Die Vieldraht-Proportionalkammer PWC

Die Proportionaldrahtkammer besteht aus zwei voneinander unabhängigen zylindrischen Kammern (Abb. 3.5). Sie dienen im wesentlichen zur Bestimmung der geladenen Multiplizität eines Ereignisses, können aber auch zur Erkennung und Selektion des $K_s^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$-Zerfalles eingesetzt werden, indem man in der äußeren Kammer zwei Spuren mehr als in der inneren verlangt; die Weglänge des K_s^0 beträgt etwa $(c\tau)_{K_s}= 26.75\,\mathrm{mm}$. Dies ist sowohl auf Trigger- wie auch auf der Rekonstruktionsebene möglich. Hierzu noch besser geeignet ist der im folgenden beschriebene Silizium-Vertex-Detektor.

Zusätzlich liefert sie auch einen (r, ϕ)-Stützpunkt für die Spurrekonstruktion nahe am Vertex. Eine Information über die z-Koordinate steht nicht zur Verfügung, da aus Platzgründen keine Kathodenauslese möglich ist. Der aktive Raumwinkel der inneren Kammer beträgt 99% von 4π, der der äußeren 97%. Weitere technische Daten bzgl. dieser Kammer sind in Tab. 3.5 zusammengefaßt.

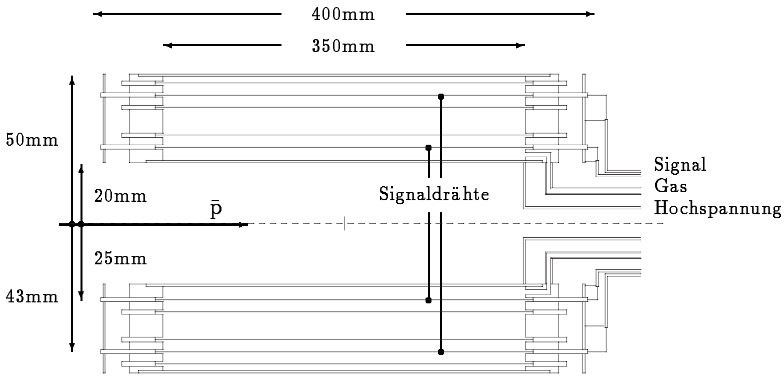

Abbildung 3.5: *Längsschnitt der Proportionalkammern.*

	innere Kammer	äußere Kammer
Gesamtlänge	450 mm	450 mm
sensitive Länge	350 mm	350 mm
Außendurchmesser	60 mm	95 mm
Innendurchmesser	42 mm	77 mm
Radius der Anodenebene	25.5 mm	43 mm
Zahl der Anodendrähte	90	150
Abstand der Anodendrähte	1.8 mm	1.8 mm
Abstand Anode–Kathode	3.5 mm	3.5 mm
Raumwinkel	$99\% \cdot 4\pi$	$97\% \cdot 4\pi$
Gasvolumen	$0.38l$	$0.66l$
Gasgemisch	Argon, Äthan, Freon im Verhältnis 69.5 : 30 : 0.5	

Tabelle 3.1: *Kenndaten der beiden Proportionalkammern.*

3.3.1 Der Silizium-Vertex-Detektor SVX

Die im vorherigen Kapitel beschriebene PWC wurde im Jahre 1994 durch einen Silizium-Vertex-Detektor ersetzt, der der PWC bzgl. der Messung von kaonischen Endzuständen bei weitem überlegen ist. Der Silizium-Vertex-Detektor wurde gebaut, um das Triggern auf Ereignisse mit einem oder zwei K_s^0 im Endzustand zu ermöglichen, die in zwei geladene Pionen zerfallen. Die Anreicherung dieser Ereignisse, deren Produktion in der Annihliation unterdrückt ist, da ein zusätzliches $s\bar{s}$-Paar aus dem Vakuum erzeugt werden muß, wird durch einen kombinierten Trigger aus SVX und JDC erreicht. Außerdem führt der Einsatz des SVX durch die Messung eines zusätzlichen Spurpunktes zu einer Verbesserung der Impulsauflösung und erlaubt zudem eine bessere Vertexrekonstruktion durch die große Nähe des Detektors zum Target. Eine schematische Darstellung des Detektors zeigt Fig. 3.6.

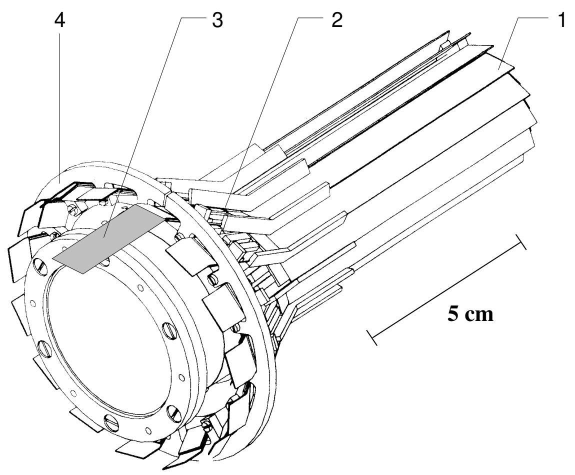

Abbildung 3.6: *Systematische Darstellung des Silizium-Vertex-Detektors. 1: Si-μ- Streifendetektoren, 2: Hybrid, 3: Elektronik und Flachbandkabel, 4: Kühlring.*

Der SVX-Detektor ist modular aus 15 unabhängigen Elementen aufgebaut, die das Target in einem radialen Abstand von 13 mm windmühlenartig umschließen. Durch den Überlapp der Einzelmodule wird erreicht, daß der gesamte Raumwinkel in radialer Richtung vom Detektor überdeckt wird. Die 128 Streifen (370 μm Dicke) pro Modul verlaufen in Strahl- bzw. Magnetfeldrichtung und erlauben eine rϕ Messung des Durchstoßpunktes der Spur durch den Detektor. Die schnelle Auslese der Backplane (0.5μs) ermöglicht das Benutzen des Detektors als Triggereinheit (first level Trigger).

Ist man ausschließlich an Ereignissen interessiert, die sekundäre Vertizes haben, so ist es z.B. gar nicht notwendig auch die einzelnen Streifen des Detektors auszulesen, sondern es reicht ein Nichtansprechen der Backplane plus die entsprechende Anzahl an Spuren in der JDC, um auf das entsprechende z.B. K_sK_s-Ereignis (0$\rightarrow$4) zu triggern. Möchte man hingegen Ereignisse messen, bei denen bereits geladene Teilchen am Primärvertex oder zumindest im Inneren der JDC entstanden sind, so erhält man durch das zusätzliche Auslesen der Streifen einen weiteren Spurpunkt und damit eine verbesserte Auflösung. Eine detailiertere Beschreibung des Silizium-Vertex Detektors befindet sich in [24].

3.3.2 Die Jet-Driftkammer JDC

Zum Nachweis geladener Teilchen wird beim Crystal Barrel Experiment eine zylindrische Jet-Driftkammer (JDC) verwendet (Abb. 3.7), welche trotz ihrer geringen Abmessungen durch die hohe Anzahl ansprechender Signaldrähte pro Teilchenspur für eine gute Impulsauflösung sorgt. Dieser Kammertyp wurde erstmals beim JADE-Experiment zur Untersuchung von e^+e^--Kollisionen eingesetzt [25].

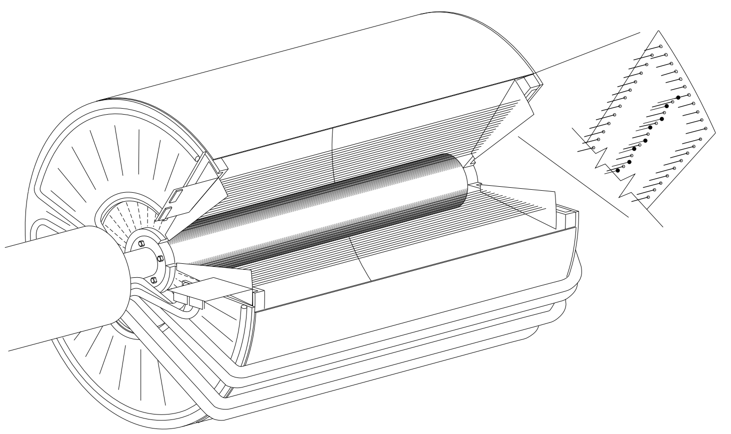

Abbildung 3.7:*Die Jetdriftkammer*

Die Jetdriftkammer (Abb. 3.7) besteht aus azimutal angeordneten Sektoren mit 23 Lagen von Driftzellen, in denen jeweils ein Signaldraht parallel zur Strahlachse eingespannt ist. Eine Ausnahme bildet die sechste Lage, in der sich kein Signaldraht befindet. Sie bildet einen homogenen Übergang von den ersten 5 Lagen der JDC, die in 15 Sektoren unterteilt sind, und den äußeren Lagen, die in 30 Sektoren unterteilt sind (Abb. 3.8).

Die Sektorgrenzen sind durch Felddrähte definiert, die innerhalb einer Sektorhälfte das bis in die Nähe der Signaldrähte konstante elektrische Feld von 1 kV/cm erzeugen. In der Mittelebene jedes Sektors befinden sich abwechselnd Signal- (geerdet) und Feldkorrekturdrähte (-2318 V). Letztere sorgen für die notwendige Gasverstärkung ($5{\cdot}10^4$) an den Signaldrähten und dienen außerdem zur radialen Begrenzung der Driftzellen untereinander.

Die Signaldrähte sind gegenüber der Mittelebene abwechselnd um $\pm 200\mu$m nach rechts und links versetzt, um entscheiden zu können, ob eine Teilchenspur durch die rechte oder linke Hälfte eines Sektors verläuft. Die Kammer wird mit einem langsamen Gasgemisch aus 90% CO_2 und 10% C_4H_{10}(Isobutan) bei 0.96 Atmosphären und 25°C betrieben. Im Magnetfeld von 1.5 T und dem Driftfeld von 1000 V/cm beträgt die Elektronendriftgeschwindigkeit 8.4 μm/ns auf den um den Lorentzwinkel $\alpha = 7.2°$ geneigten Driftlinien. Die Ortsinformation der Primärionisation wird durch Driftzeitmessungen und Ladungstrennung an den Signaldrähten gewonnen. Die Unterscheidung zwischen Pionen und Kaonen erfolgt durch Energieverlustmessung $\frac{dE}{dx}$[26]. Die Eigenschaften der JDC sind in Tab. 3.2 zusammengefaßt.

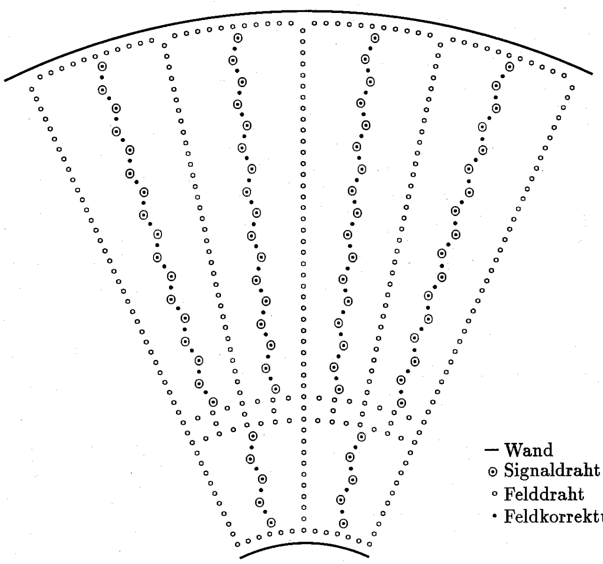

Abbildung 3.8:
Anordnung und Aufbau der Sektoren in der r-ϕ-Ebene der JDC. Die Driftzellen der inneren fünf Lagen sind doppelt so breit wie die der äußeren und gegenüber diesen versetzt. Dieser Aufbau verbessert die Homogenität des elektrischen Feldes in den Zellen nahe der Strahlachse.

Anzahl der Sektoren	30
Anzahl der Signaldrähte pro Sektor	23
Material	Edelstahl, 29.7 Ω/ cm, ø 20 μm
Anzahl der Felddrähte pro Sektor	74
Material	Aluminium, goldbeschichtet, ø 152 μm
Innenradius	49.9 mm
Außenradius	257 mm
sensitive Länge	400 mm
Gasgemisch	CO_2:Isobutan = 90:10
mittleres Driftfeld	1 kV/cm
mittlere Driftgeschwindigkeit	0.92 cm/μs
maximale Driftzeit	3 μs
Lorentzwinkel	7.2° bei 1.5 T
(r, ϕ)–Auflösung	130 μm
z–Auflösung	7.5 mm

Tabelle 3.2: *Technische Daten der Jet–Driftkammer.*

3.3.3 Das elektromagnetische Kalorimeter

Etwa 90% aller p̄p-Annihilationen haben zumindest ein neutrales Meson (meist ein π^0 oder η) im Endzustand, die bevorzugt elektromagnetisch in $\gamma\gamma$ zerfallen. Aus diesem Grund ist es wichtig, Photonen mit hoher Effizienz und guter räumlicher Auflösung zu messen. Dies geschieht im Crystal Barrel Experiment mit einem mit Thallium dotierten CsI-Kalorimeter, welches die Wechselwirkung der Photonen mit den CsI-Kristallen ausnutzt.

Die Wechselwirkung hochenergetischer Photonen mit Materie führt über e^+e^--Paarbildung und Bremsstrahlung zu einer Kaskade (Schauer) von Photonen, Elektronen und Positronen, wobei die Kristallatome angeregt werden. Beim Übergang in den Grundzustand emittieren die Farbzentren der Detektorkristalle Szintillationslicht. Die Lichtausbeute wird von der Zahl der bei der Schauerbildung erzeugten sekundären Teilchen bestimmt und ist somit nahezu proportional zum Energieverlust der primären Photonen im Kristall.

Das elektromagnetische Kalorimeter des Crystal Barrel Experimentes besteht aus 1380 CsI-Kristallen, die 97,8% des 4π-Raumwinkels überdecken und faßartig um die Srahlrichtung angeordnet sind (Abb. 3.9).

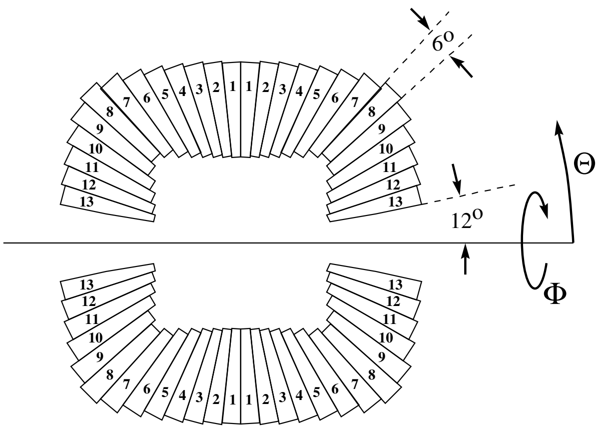

Abbildung 3.9:
Aufbau des Crystal Barrel Kalorimeters. Die Nummern auf den Kristallen geben die verschiedenen Kristalltypen an.

Die mit Thallium dotierten Kristalle haben eine Länge von 30 cm, was 16,1 Strahlungslängen entspricht. Somit können 99% der longitudinalen Schauerenergie von Photonen mit einer Energie von bis zu 2 GeV in den Kristallen deponiert werden. Die Kristalle sind zum mechanischen Schutz und zur Installation im Detektor von einer Titanhülle umgeben. Der Aufbau eines Moduls ist in Abb. 3.10 dargestellt. Die Kristalle sind in 26 Ringen zu je 30 bzw. 60 Kristallen angeordnet, wobei die geringere Segmentierung für die schmalen Kristalle in der Nähe der Strahlachse gewählt wurde. Jeder Kristall erfaßt einen Winkel von 6° in Strahlrichtung und 6° bzw. 12° senkrecht dazu. Die Segmentierung wurde so gewählt, um Photonen aus dem Zerfall eines π^0 mit einer Energie von ca. 1 GeV (z.B. aus der Reaktion p̄p$\rightarrow 2\pi^0$) und einem minimalen Öffnungswinkel von 16° noch auflösen zu können.

Die von den CsI-Kristallen emittierte Strahlung wird durch einen Wellenlängenschieber so gebündelt, daß die Auslese durch eine einzige Photodiode pro Kristall möglich wird. (Photomultiplier sind aufgrund des starken Magnetfeldes nicht einsetzbar.) Die Signale der Dioden werden verstärkt und ihre Impulsform für die Datenerfassung optimiert. Dieses Signal wird durch zwei Analog-Digitalwandler, die in unterschiedlichen dynamischen Bereichen arbeiten, digitalisiert.

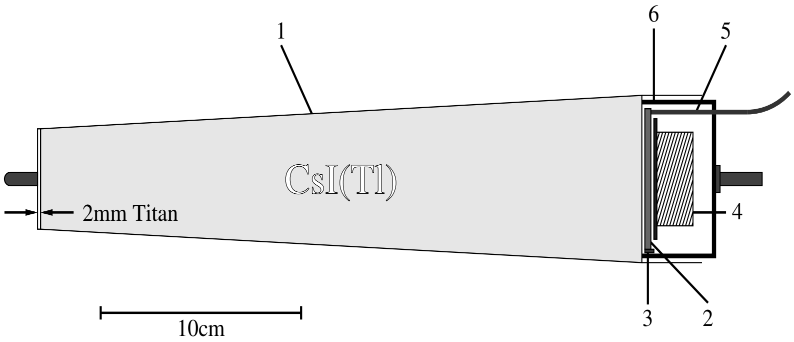

Abbildung 3.10: *Aufbau eines einzelnen Moduls des CsI-Kalorimeters. (1) Titanhülle, (2) Wellenlängenschieber, (3) Photodiode, (4) Vorverstärkermodul, (5) optische Faser für Lichtpulse, (6) Gehäusedeckel.*

Die technischen Daten des Calorimeters sind in Tab. 3.3 zusammengefaßt.

Anzahl der Kristalle	1380
Material	CsI(Tl)
Photonenausbeute	$\approx 4.5 \cdot 10^3$ pro 1 MeV
Strahlungslänge X_0	1.86 cm
Emissionsmaximum	550 nm
Segmentierung in ϕ	60/30 Kristalle, Öffnungswinkel $6°/12°$
Segmentierung in θ	26 Kristalle, Öffnungswinkel $6°$
Länge eines Kristalls	30 cm, entsprechend $16.1 X_0$
Raumwinkel	$97.8\% \cdot 4\pi$
Energieauflösung $\frac{\sigma_E}{E}$	$\frac{2.8\%}{\sqrt[4]{E(\mathrm{GeV})}}$
Rauschsignal pro Kristall	220 keV
Winkelauflösung in θ	
isolierte Schauer	20 mrad
überlappende Schauer	45 mrad
Winkelauflösung in ϕ	(Kristalltyp 1–10)
isolierte Schauer	20 mrad
überlappende Schauer	45 mrad
	(Kristalltyp 11–13)
isolierte Schauer	40 mrad
überlappende Schauer	90 mrad

Tabelle 3.3: *Technische Daten des CsI(Tl)–Kalorimeters.*

Eichung des Kalorimeters

Wichtig für die Eichung des Kalorimeters ist zum einen die Bestimmung des Nullpunktrauschens der Kristalle; zum anderen benötigt man eine absolute Eichung des Kalorimeters. Ersteres wird in den Extraktionspausen des LEAR gemessen. Das Nullpunktrauschen, das um die 220 keV liegt, dient bei der weiteren Analyse der Kalorimeterdaten zur Untergrundsubtraktion. Zur Absoluteichung der digitalen Information, d.h. zu der Zuordnung einer deponierten Energie, dienen zum einen minimal ionisierende Teilchen und zum anderen die bekannte π^0-Masse. Bei der Eichung mittels geladener hochenergetischer Teilchen wird ausgenutzt, daß diese aufgrund ihres geringen spezifischen Energieverlustes die volle Länge der CsI-Kristalle durchqueren und dabei im Mittel 175 MeV verlieren. Um zu gewährleisten, daß sich die Teilchen parallel zu den Kristallachsen bewegen, werden die diesbezüglichen Daten mit abgeschaltetem Magnetfeld genommen. Eine exakte Eichung ist mit dieser Methode jedoch nicht möglich, da sich geladene Teilchen und Photonen in den Kristallen nicht gleich verhalten. Dennoch dient sie als guter Startwert für den anschließenden Abgleich auf die π^0-Masse. Dabei werden die Kalibrationskonstanten so korrigiert, daß die invariante Masse zweier Photonen, die aus einem π^0- Zerfall stammen, exakt die π^0-Masse ergibt. Der Vorteil dieser Methode ist, daß direkt Photonen zur Eichung benutzt werden. Hierzu werden 10^6 rein neutrale Ereignisse mit weniger als acht Photonen verwendet, um die Kombinatorik und damit auch die Anzahl der aus falschen Photonen rekonstruierten Pionen möglichst gering zu halten. Damit wird eine statistische Genauigkeit von 0.5% pro Kristall erreicht.

3.3.4 Das Datenerfassungssystem

Das Datenerfassungssystem des Crystal Barrel Experiments kann Ereignisse mit einer Rate von 50 bis 100 Hz verarbeiten. Die hohe Aufzeichnungsrate wird durch eine weitgehend parallelisierte Auslese von Subdetektoren, durch parallele Vorprozessierung der Rohinformationen und durch eine Zwischenspeicherung der verschiedenen Rekonstruktionsstufen erreicht. Neben der Anforderung, mit möglichst hoher Rate alle für die spätere Weiterverarbeitung notwendigen Informationen zu sammeln und in kompakter Form auf Datenträger zu schreiben, muß auch eine Möglichkeit bestehen, seltene Ereignisse bereits während der Datennahme anzureichern (triggern auf bestimmte Ereignistopologien), um auch hier Datensätze ausreichender Statistik für die spätere Analyse zur Verfügung zu stellen. Die Speicherung, Vorprozessierung und nicht zuletzt die Entscheidungslogik des Triggersystems bildet dann letztendlich eine Limitierung des Datendurchsatzes.

Die Verarbeitung der Information erfolgt hierarchisch in drei aufeinanderfolgenden Stufen. Zunächst werden die von den einzelnen Detektormodulen kommenden Signale mittels ADC-Modulen digitalisiert. Im darauffolgenden Schritt werden diese ca. 4000 digitalen Ausgangssignale durch für bestimmte Detektorkomponenten zuständige Prozessoren synchronisiert, gesammelt und zwischengespeichert. Im letzten Schritt erfolgt mittels eines globalen Prozessors (Eventbuilder), die Zusammenfassung der Einzelinformationen zu einem Ereignis. Dieses wird in den lokalen Speicher geschrieben, von wo aus es dann auf Band oder Festplatte kopiert werden kann. Von dort aus steht es dann auch den verschiedenen Monitorprogrammen zur Verfügung.

3.3.5 Das Triggersystem

Ein Trigger gibt das Startsignal, das der Ausleseelektronik mitteilt, daß Meßergebnisse zur Verarbeitung vorliegen und auf Datenträger geschrieben werden können. Das einfachste Kriterium zum Auslösen eines solchen Signals ist der Stop eines Antiprotons im Target (*minimum-bias*-Daten). Hierzu dient die logische Verknüpfung eines Siliziumzählers im Strahl vor dem Target mit einem Vetozähler in Strahlrichtung hinter dem Target. Möchte man jedoch bestimmte seltene Ereignistopologien anreichern, so müssen zusätzliche Entscheidungskriterien eingeführt werden, die die gewünschten Ereignisse selektieren und alle anderen verwerfen. Wichtig ist hierbei, die Totzeit, d.h. die Zeit, in der der Detektor für die Datennahme nicht zur Verfügung steht, möglichst gering zu halten. Dazu bedarf es schneller Entscheidungskriterien über die Qualität eines jeweiligen Ereignisses (siehe auch Abbildung 3.11).

Die Ereignisrate ist weitgehend durch die Aufzeichnungsgeschwindigkeit der Daten auf Band, die Rechenzeit für Triggerentscheidungen und die Abklingzeit der CsI-Kristalle bestimmt. Um die Totzeit durch Triggerentscheidungen gering zu halten, wurde eine hierarchische Struktur, ausgehend von schnellen Entscheidungen bis hin zu immer komplexeren Anforderungen, aufgebaut. Durch die Reduktion der zur Datennahme geeigneten Ereignisse auf unterster Ebene um eine Größenordnung wird die Totzeit erheblich verringert.

Es werden folgende Stufen verwendet:

- Stop eines Antiprotons im Target (Stufe 0).
- Anzahl der geladenen Spuren,
  Anzahl der Teilchen im Kalorimeter (Stufe 1).
- Rekonstruktion neutraler Mesonen aus den Energiedepositionen im Kalorimeter (Stufe 2).

Für die in dieser Arbeit untersuchten Datensätze wurden nur die ersten beiden Bedingungen verwendet. Dabei wurde jeweils eine bestimmte Anzahl von geladenen Spuren gefordert. Für der beiden analysierten Deuterium-Datensätze $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p_{missing}$ und $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{missing}$ sahen die Triggerbedingungen wie folgt aus:

- 1–Spur–Ereignisse, Juni'94
  PWC 1, PWC 2: jeweils genau ein geladenes Teilchen,
  JDC: genau ein Ansprecher in den beiden äußeren Triggerlagen, Lage 19 und 20, um lange Spuren anzureichern (1-prong-trigger).
- 3–Spur–Ereignisse, Mai'96
  Triggerbedingung: JDC: 1-3 Ansprecher in den mittleren Triggerlagen, Lage 9 und 10 und exakt 3 in den beiden äußeren Triggerlagen. In dieser Runperiode war die PWC bereits durch den Silizium-Vertex-Detektor ersetzt. Die Forderung, daß es sich bei den gemessenen Spuren um lange Spuren handelt, die sowohl Ansprecher in den innersten, wie auch in den äußersten Lagen der JDC aufweisen, wurde hier außer Acht gelassen, da man Ereignisse mit einen Sekundärvertex (K_s-Zerfall) innerhalb der JDC nicht verwerfen wollte (3-prong-trigger).

Das Triggern auf eine ungerade Anzahl von geladenen Spuren ist hierbei nur deswegen möglich, da das Interesse nur Ereignissen mit kleinen Protonimpulsen gilt. Diesen Protonen gelingt es nicht, das Target zu verlassen. Somit erzeugen sie keine zusätzliche Spur in den Kammern und in der Triggerbedingung müssen nur die Mesonen des Endzustandes berücksichtigt werden.

Das Kalorimeter als Triggerstufe

Obwohl bei der Datennahme der hier analysierten Datensatze nicht benutzt, soll kurz auf die Möglichkeiten des Kalorimeters als Triggerstufe eingegangen werden. Ein wichtiges Kriterium hierbei ist die Gesamtanzahl der Schauer, die ungefähr die Summe aus geladenen und ungeladenen Teilchen im Endzustand angibt. Abweichungen hiervon treten auf, da zum einen nicht der gesamte Raumwinkel abgedeckt wird, zum anderen zwei nahe beieinander liegende Schauer nicht mehr getrennt aufgelöst werden können. Zudem können durch geladene Teilchen ausgelöste hadronische Prozesse und statistische Fluktuationen elektromagnetischer Schauer zusätzliche Energiedepositionen erzeugen (*split-offs*), die von normalen Photonschauern schwer zu unterscheiden sind.

Zur Bestimmung der Multiplizität dient der Hardware-Prozessor FACE [27]. Er bildet die Kristalle auf eine 26×60-Matrix ab. Kristalle, die oberhalb einer Energieschwelle von 25 MeV liegen, werden zu zusammenhängenden Strukturen geordnet. Die Anzahl dieser Cluster dient dann als Entscheidungskriterium für der Trigger.

Der Software Trigger

Ein Softwaretrigger, der anhand von Tabellenverzeichnissen invariante Massen aller möglichen Photon–Paar–Kombinationen mit den vorliegenden Energiedepositionen vergleicht, liefert die Anzahl von neutralen Mesonen (π^0, η, η') in einem Ereignis. Diese Triggeroption dient hauptsächlich zur Anreicherung seltener Ereignistoplogien und erfordert Entscheidungszeiten in der Größenordnung von einigen $100\,\mu$s. So gelang es die seltenen Reaktionen $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to\pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ [28], $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to\pi^0\eta\eta$ [68] und $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to\pi^0\eta\eta'$ [29] erheblich anzureichern.

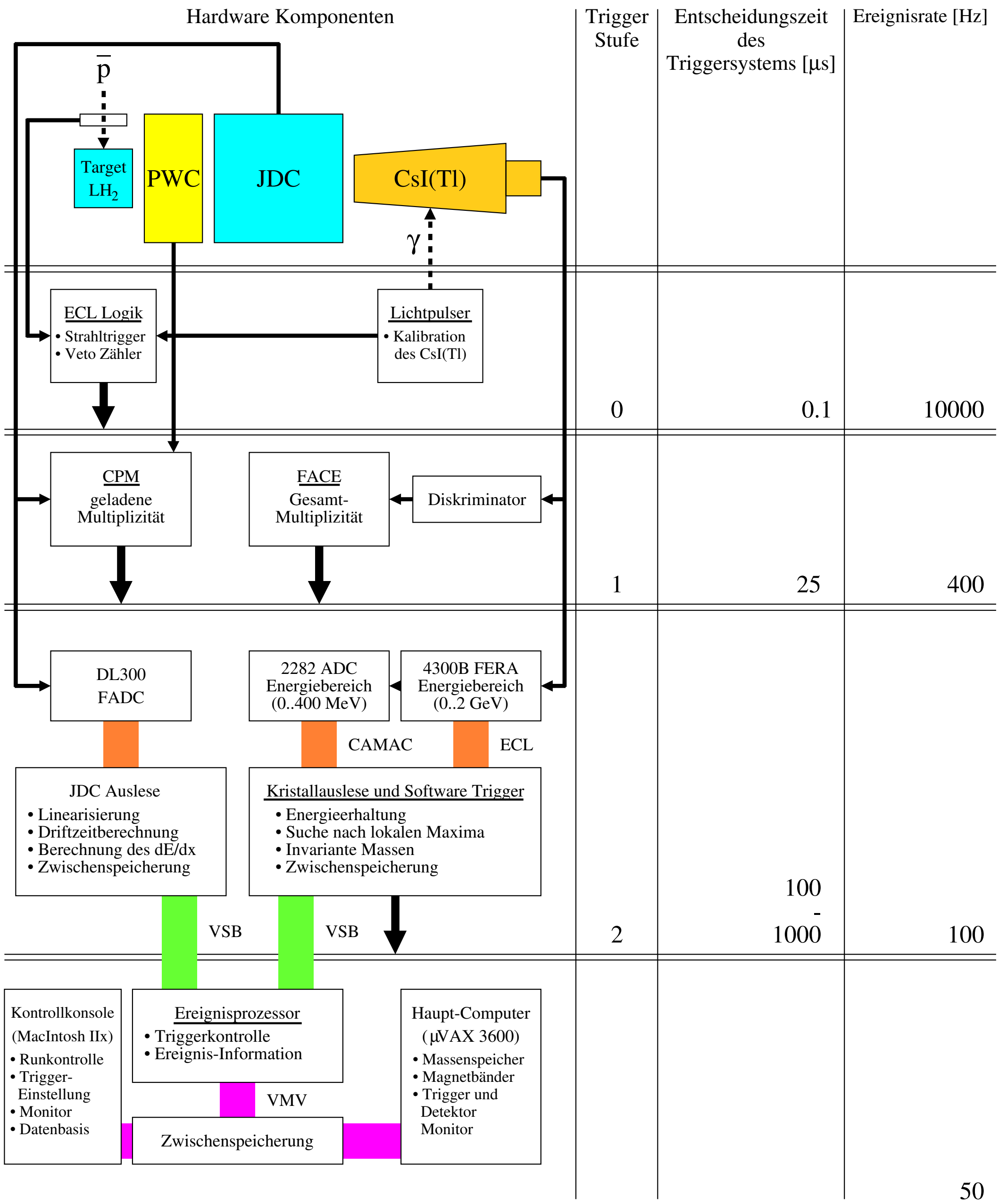

Abbildung 3.11: *Aufbau des Triggers im Crystal Barrel Experiment.*

Kapitel 4

Der Antiproton-Nukleon Anfangszustand

Die aus dem LEAR extrahierten Antiprotonen treffen im Detektor auf das mit flüssigem Wasserstoff oder Deuterium gefüllte Target. Hier werden die Antiprotonen durch Stöße mit dem Targetmaterial so lange abgebremst, bis ihre Energie in etwa der Bindungsenergie der Elektronen entspricht, und sie von einen Wasserstoffmolekül unter Abgabe eines Hüllenelektrons eingefangen werden können (äußerer Augereffekt). Es bildet sich antiprotonischer Wasserstoff, bzw. antiprotonisches Deuterium.

Beim Einfang befindet sich das $\bar{p}$ in einem hochangeregten Zustand mit Hauptquantenzahl $n \approx 30$. Von hier aus beginnt nun das Antiproton seine Kaskade dem Proton, bzw. dem (np)-Kern entgegen. Würde dies im Vakuum geschehen, so würde sich das $\bar{p}$, bevor es in den Bereich der starken Wechselwirkung mit dem Proton gelangt, ausschließlich mittels radiativer Übergänge abregen. Dies führt aufgrund der gültigen Auswahlregeln $\Delta l = \pm 1$ zu einer zirkularen Kaskade (Abb.4.1c). Erreicht das Antiproton das atomare 2P-Niveau, so erfolgt dort zu ca. 99 % die Annihilation mit dem Proton, bzw. Neutron.

In flüssigem Wasserstoff oder Deuterium treten zusätzliche druckabhängige Effekte auf (externer Augereffekt, Starkeffekt, chemische Effekte), die den Abregungsmechanismus entscheident beeinflussen und dazu führen, daß die Annihilation bevorzugt aus einem atomaren S-Niveau erfolgt [32], [30] (siehe Abb.4.1).

Bei der Annihilation in Deuterium muß man zusätzlich berücksichtigen, daß sich das $\bar{p}$ zwar bezüglich des (pn)-Kernes in einem bestimmten Drehimpulszustand befindet, dies aber nicht unbedingt mit dem Drehimpulszustand des Nukleons, an dem die Annihilation stattfindet, gleichzusetzen ist. Bedingt durch die Fermibewegung der Nukleonen kann die Annihilation selbst dann noch aus der P-Welle geschehen, wenn sich das Antiproton bezüglich des Kernes in einer S-Welle befindet; dies gilt auch für den entgegengesetzte Vorgang.

Berechnungen zeigen, daß die Annihilation aus der S- bzw. P-Welle im Zusammenhang mit dem Impuls des nicht an der Reaktion beteiligten Nukleons steht [33]. Bei niedrigen Impulsen dieses Teilchens dominiert die S-Wellenannhilation, bei hohen die Annihilation aus der P-Welle. D.h. durch einen geeigneten Schnitt auf den Impuls des nicht an der Reaktion teilnehmenden Nukleons ($p < 100$ MeV/c) kann man bzgl. der Annihilation an einem der Nukleonen des Deuteriums ganz ähnliche Verhältnisse schaffen wie bei der Annihilation in

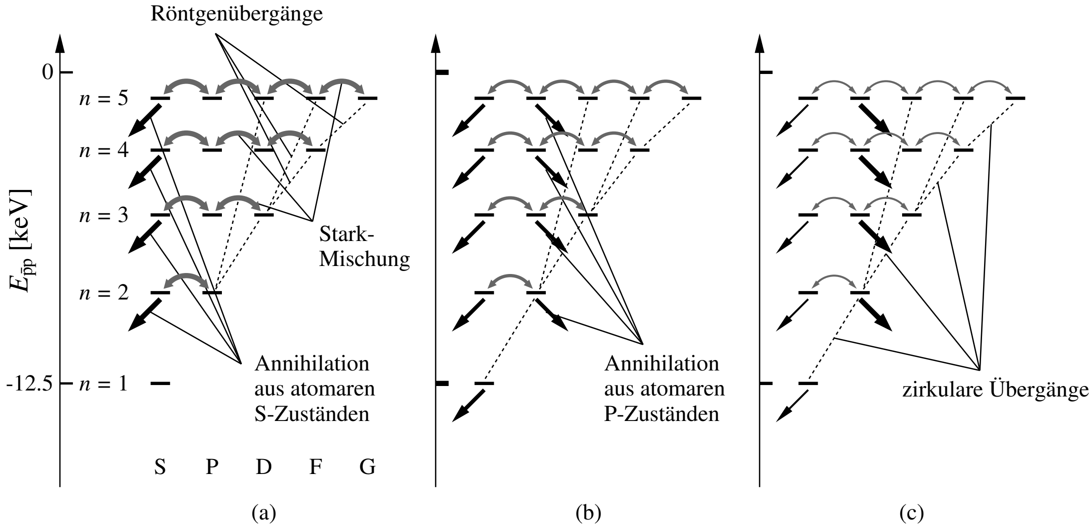

Abbildung 4.1: *Die atomaren Kaskaden des p̄p-Systems in Abhängigkeit von den äußeren Bedingungen. a) Flüssiger Wasserstoff: Stark-Mischung dominiert ⇒ Annihilation hauptsächlich aus dem S-Zustand. b) Gasförmiger Wasserstoff: Zirkuläre Kaskaden werden wichtig ⇒ Annihilation aus S- und P-Zuständen tritt etwa mit gleicher Häufigkeit auf. c) Vakuum: Der Stark-Effekt ist nicht mehr vorhanden ⇒ Annihilation aus P-Zuständen ist dominant.*

flüssigem Wasserstoff. Experimentell ließ sich dies durch den Vergleich des $\bar{p}p \rightarrow 3\pi^0$- mit dem $\bar{p}d \rightarrow 3\pi^0 n$ ($p_{\mathrm{Neutron}} < 100$ MeV/c)-Datensatz bestätigen [34], [35].

4.1 Quantenzahlen des p̄N-Systems

Proton und Neutron bilden bezüglich ihres Isospins ein Dublett (p, n). Der Isospin wird, wie auch der Drehimpuls, durch die Gruppe SU(2) beschrieben. Die fundamentale Darstellung einer Gruppe SU(N) hat die Dimension N und wird durch N^2-1 Generatoren erzeugt. Im Falle einer SU(2) entsprechen diese Generatoren den Pauli-Spinmatrizen, d.h. den Matrixelementen für j=1/2. Die endlichen unitären Transformationen um eine Achse $\vec{n}$ haben die Form

$$U(\Theta) = \mathrm{e}^{\frac{1}{2} i \vec{n} \vec{\sigma} \Theta} \quad .$$

Antiteilchen und ihre Transformationseigenschaften werden durch die konjugiert komplexe Darstellung beschrieben. Im allgemeinen sind die Darstellungen einer SU(N) nicht zu ihren konjugiert komplexen Darstellungen äquivalent. Eine Ausnahme bildet die SU(2): $U = U^{+}$.

Ziel ist es nun, ein Antiteilchen-Dublett zu finden, daß sich in exakt der gleichen Weise transformiert wie das Teilchendublett. Dies ist der Fall für ein Antiteilchen-Dublett der Form: $(-\bar{n}, \bar{p})$, d.h. es ist z.B. möglich Teilchen- und Antiteilchen-Zustände unter Benutzung gleicher Clebsch-Gordan Koeffizienten zu kombinieren.

Für ein Nukleon-Antinukleon-System ergeben sich somit folgende Isospin-Anfangszustände:

$$
\begin{aligned}
\mid I=1, I_3=1\rangle &= -\mid \bar{\mathrm{n}}\mathrm{p}\rangle \\
\mid I=1, I_3=0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}}(\mid \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rangle - \mid \bar{\mathrm{n}}\mathrm{n}\rangle) \\
\mid I=1, I_3=-1\rangle &= \mid \bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}\rangle \\
\mid I=0, I_3=0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}}(\mid \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rangle + \mid \bar{\mathrm{n}}\mathrm{n}\rangle)
\end{aligned}
$$

Daraus ergibt sich für den $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-Anfangszustand folgende Isospinzerlegung:

$$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}_{\mathrm{phys}} = \sqrt{\tfrac{1}{2}}(\mid I=0, I_3=0\rangle + \mid I=1, I_3=0\rangle) \tag{4.1}$$

D.h. der $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-Anfangszustand hat sowohl einen *I=1* wie auch einen *I=0* Anteil. Da außerdem auch Prozesse wie $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow\bar{\mathrm{n}}\mathrm{n}$ auftreten können, gilt Gleichung 4.1 nicht exakt, d.h das Verhältnis von *I=0* zu *I=1* ist nicht mehr durch die Isospin-Relation festlegbar, sondern muß experimentell bestimmt werden. Nach [36] ergeben sich für die beiden S-Zustände $^1\mathrm{S}_0$ und $^3\mathrm{S}_1$ Anteile für den *I=0* und *I=1* Zustand, die in etwa mit Gleichung 4.1 übereinstimmen, was einer Entkopplung des $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$- vom $\bar{\mathrm{n}}\mathrm{n}$-System entspricht. Im Gegensatz zum $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-System hat somit die Antiproton-Neutron-Annihilation einen entscheidenden Vorteil; es liegt ein reiner Isospin *I=1* Zustand vor. Dies schränkt, wie im folgenden erläutert wird, die möglichen Anfangszustände erheblich ein.

Zur eindeutigen Charakterisierung des Anfangszustandes wird in der Teilchenphysik üblicherweise die spektroskopische Notation $I^G(J^{PC})$ verwandt, wobei I den Isospin, J den Gesamtdrehimpuls des Systems und *G,P* und *C* die G-Parität, Parität und C-Parität darstellen.

Für ein System aus Fermion und Antifermion mit relativem Bahndrehimpuls gilt:

- $P = -1 \cdot (-1)^L$
- $C = (-1)^{L+S}$
- $G = G_1 \cdot G_2$

Für Mesonen gilt entsprechend:

- $P = P_1 \cdot P_2 \cdot (-1)^L$
- $C = C_1 \cdot C_2$
- $G = G_1 \cdot G_2$

Dabei ist die C-Parität nur für Zustände definiert, bei denen Teilchen und Antiteilchen identisch sind. Für das Antiproton–Nukleon System ergeben sich somit die in Tab. 4.1 dargestellten möglichen Quantenzahlen.

Alle diese Größen $I^G(J^{PC})$ sind Invarianten der starken Wechselwirkung. Somit muß der mesonische Endzustand in allen diesen Quantenzahlen mit dem Antiproton–Nukleon–System übereinstimmen.

$^{2S+1}L_J$	$I^G(J^{PC})$	
$^1S_0$	$1^-(0^{-+})^*$	$0^+(0^{-+})$
$^3S_1$	$1^+(1^{--})$	$0^-(1^{--})$
$^1P_1$	$1^+(1^{+-})$	$0^-(1^{+-})$
$^3P_0$	$1^-(0^{++})^*$	$0^+(0^{++})$
$^3P_1$	$1^-(1^{++})^*$	$0^+(1^{++})$
$^3P_2$	$1^-(2^{++})^*$	$0^+(2^{++})$

Tabelle 4.1: *Mögliche $\bar{p}$N–Anfangszustände L$\leq$ 1. *: $\bar{p}n \rightarrow 5\pi$ und $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$ erlaubt.*

Dies bedeutet z.B. für die $\bar{p}$n–Annihilation in fünf Pionen, die hier u.a. im folgenden von Interesse ist, eine drastische Einschränkung der möglichen Anfangszustände gegenüber der Gesamtzahl der in Tab. 4.1 aufgelisteten. Zum einen beschränkt die $\bar{p}$-Annihilation am Neutron die Anfangszustände auf diejenigen mit *I=1* und zum anderen legt der mesonische Endzustand, die G-Parität auf -1 fest. Dies reduziert die möglichen Endzustände in Tab. 4.1 auf die mit einem '*' gekennzeichneten.

Neben der $\bar{p}$–Annihilation am Neutron ist auch die $\bar{p}$p–Annihilation in fünf Pionen für die vorliegende Arbeit von Interesse. Hier gilt wiederum die Einschränkung auf Anfangszustände negativer G-Parität, allerdings könnnen nun Anfangszustände mit *I=0* und *I=1* auftreten. Im allgemeinen hat das zur Folge, daß alle der oben genannten Anfangszustände $I^G(J^{PC})$ möglich sind. Eine Ausnahme bildet hierbei der $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$-Endzustand, da hier die Erhaltung der C-Parität zusätzlich zum tragen kommt. Dies führt zu einer Einschränkung auf Anfangszustände positiver C-Parität. Diese sind mit den in der $\bar{p}d \rightarrow 5\pi$–Annihilation erlaubten Anfangszuständen identisch.

Kapitel 5

Datenselektion

Ziel der Datenrekonstruktion und der darauf folgenden Selektion ist in dieser Arbeit die Präparation von zwei Fünf-Pion-Endzuständen, nämlich $\bar{p}d \rightarrow \pi^-4\pi^0p$ und $\bar{p}d \rightarrow \pi^+2\pi^-2\pi^0p$. Wie bereits aus den beiden Reaktionen ersichtlich, gilt das Interesse Reaktionen, bei denen die Antiprotonen an den Neutronen eines Deuteriumtargets annihilieren. Weiterhin soll die Annihilation am quasi-freien Neutron stattfinden, d.h. das Proton soll an der Reaktion nur als Zuschauerteilchen teilnehmen. Dies erreicht man, wie in Abschnitt. 4.1 erläutert, indem man Ereignisse mit Protonen kleiner Impulse auswählt, ($p_{\mathrm{Proton}} <$100MeV/c). Um Reaktionen mit einer bzw. drei Spuren, die von geladenen Mesonen stammen, im Ausgangskanal anzureichern, wurde für beide Datensätze direkt bei der Datennahme die entsprechende Spurmultiplizität gefordert (*triggern*). Das Triggern auf die ungerade Spurmultiplizität ist möglich, weil Protonen kleiner Impulse ($p < 150$ MeV/c) im Target stecken bleiben und somit keine zusätzliche Spur in den Kammern verursachen. Da das Interesse dieser Arbeit, aus den oben genannten Gründen, sowieso nur Ereignissen mit Protonen kleiner Impulse gilt, führt die Triggerbedingung nicht zu einer ungewollten Einschränkung des Datensatzes.

Bevor man jedoch an die Analyse der Datensätze denken kann, müssen zunächst aus der auf Band geschriebenen Rohdateninformation die Vierer-Impulse der geladenen Teilchen und der Photonen rekonstruiert werden. Erst dann ist es möglich, aus den Ereignissen den gewünschten Endzustand zu selektieren Die Rekonstruktion erfolgt hierbei mit dem Crystal Barrel Programmpaket CBOFF [37]

5.1 Datenrekonstruktion

5.1.1 Rekonstruktion geladener Teilchen

Geladene Teilchen werden aus den Daten der Jet-Driftkammer mittels des LOCATER [38] rekonstruiert. Dabei werden zunächst die gemessenen Driftzeiten und die Signalamplituden in eine Ortsinformation (x,y,z) umgerechnet. Ein Mustererkennungsalgorithmus faßt die einzelnen Meßpunkte in der r-z-Ebene zu Spuren zusammen, wobei angenommen wird, daß die Spuren nahe am Annihilationsvertex (0,0,0) vorbeilaufen. Dies gilt natürlich nicht für Ereignisse, die ein K_s enthalten, und in denen ein sekundärer Vertex vorliegt. Diese werden vom LOCATER gesondert behandelt. Bei der Rekonstruktion wird versucht, ausgehend von zwei Punkten, durch linerare Extrapolation einen dritten Punkt vorauszuberechnen. Daher werden mindestens 3 Spurpunkte zur Rekonstruktion benötigt, woraus eine Einschränkung des effektiven Raumwinkels auf $92\% \cdot 4\pi$ resultiert. Identifizierte Spursegmente werden dann zu Teilchenspuren zusammengefaßt, die in der r-z Ebene an Geraden und in der r-ϕ Ebene an Kreisgleichungen angepaßt werden.

Die Kreisgleichung wird dabei wie folgt parametrisiert

$$\frac{r_i}{2QR} + \frac{\zeta^2}{2QRr_i} + \sin(\phi_i - \Psi_0) = 0 \tag{5.1}$$

Als zu bestimmende Parameter treten in dieser Gleichung auf: Der Abstand R des Kreismittelpunktes zum Ursprung, der Winkel Ψ_0 zwischen einer Tangente an die Kreisbahn und der x-Achse im Punkt des geringsten Abstands zum Ursprung , sowie die Größe ζ. Der Kreisradius ρ ergibt sich aus $\rho^2 = R^2 - \zeta^2$. Q ist die Teilchenladung, sie wird über die beiden Größen $\Psi_+ = \Psi_0 + \frac{\pi}{2}$ und $\Psi_- = \Psi_0 - \frac{\pi}{2}$ bestimmt. Je nachdem, ob ob Ψ_+ oder Ψ_- näher am Azimutalwinkel Φ_1 des ersten Spurpunktes liegt wird dem Teilchen eine positive oder negative Ladung zugeordnet [39]. Die Parameter aus dem Kreisfit gehen dann als Startwerte in die Anpassung der Teilchenbahn an eine Helix ein.

$$x_i = r_0 \sin\Psi_0 + \frac{1}{\alpha}(\cos\beta_i + s \cdot \sin\Psi_0) \tag{5.2}$$

$$y_i = -r_0 \cos\Psi_0 + \frac{1}{\alpha}(\sin\beta_i - s \cdot \cos\Psi_0) \tag{5.3}$$

$$z_i = z_0 - \frac{s \cdot \tan\lambda}{\alpha}(\beta_i - \Psi_i - s \cdot \frac{\pi}{2}) \tag{5.4}$$

Als zusätzlich anzupassende Parameter für die Helix treten hierbei die folgenden Größen auf:

r_0, z_0	: (r,z)-Koordinate im Punkt des geringsten Abstandes zum Vertex
λ	: Neigungswinkel der Helix in der r-z-Ebene
$s = \pm 1$	: Vorzeichen der Teilchenladung
β_i	: Azimutalwinkel des i-ten Punktes (x_i, y_i, z_i), relativ zum Helixmittelpunkt
α	: = Krümmung der Helixbahn ($1/\rho$)

Im letzten Schritt der Spurrekonstruktion werden die Teilchenspuren an einen gemeinsamen Vertex angepaßt. Für Bahnsegmente, deren Startpunkte außerhalb der vierten Drahtlänge beginnen, wird zudem nach sekundären Vertizes gesucht. Aus der zusätzlichen Kenntnis des Magnetfeldes B ergeben sich dann der longitudale und transversale Impuls zu

$$p_t = \frac{QB}{\alpha} \quad und \quad p_l = p_t \tan\lambda \tag{5.5}$$

5.1.2 Rekonstruktion von Photonen

Photonen, welche in das CsI-Kalorimeter eintreten, erzeugen dort einen elektromagnetischen Schauer, der sich auf bis zu 20-30 Kristalle ausdehnen kann. In Gegensatz hierzu erzeugen geladene Teilchen weitaus besser lokalisierte Schauer, die sich auf wenige Kristalle beschränken.

Energiedepositionen, die in der Verlängerung von Teilchenspuren aus der Jetdriftkammer auftreten, werden deshalb den geladenen Spuren zugeordnet und entfallen somit als Kandidaten für Photonen.

Um Photonen zu rekonstruieren, wird in einem ersten Schritt nach zusammenhängenden Gruppen von Kristallen (*Cluster*) oberhalb einer Energieschwelle von 1 MeV pro Kristall gesucht. Diese Schwelle dient hierbei zur Unterdrückung des Rauschens. Die Mindestenergie eines Clusters ist frei wählbar und wurde für die vorliegende Arbeit auf 14 MeV gesetzt, d.h. alle Cluster mit einer Energie unterhalb von 14 MeV werden von der Rekonstruktionssoftware direkt verworfen. Hiermit reduziert man zwar einerseits Störeffekte, wie etwa in das Kalorimeter rückgestreute Hadronen, andererseits verliert man aber auch niederenergetische Photonen. Der Wert von 14 MeV stellt einen Kompromiß dar, der aus zahlreichen Tests der CERN-CB-Gruppe hervorging (*golden PED*[1] Definition).

In einem zweiten Schritt sucht die Rekonstruktionssoftware nach lokalen Maxima innerhalb der Cluster, die von einem oder von mehreren Photonen verusacht wurden. Auch hierfür ist eine Mindestenergie frei wählbar, die in dieser Arbeit auf 13 MeV gesetzt wurde (*golden PED* Definition). Mehrere lokale Maxima innerhalb eines Clusters können nicht nur durch mehrere Photonen erzeugt werden, sondern auch durch hochenergetische Photonen, wobei sich durch Schauerfluktuationen ein weiteres Maximum ausbildet und somit ein Photon vorgetäuscht wird. Dieser Effekt, *splitt-off* genannt, kann durch den Schnitt auf die Minimalenergie schon weitgehend unterdrückt werden. Verbleiben trotz Splitoff-Erkennung und dem Schnitt auf die Energie des Clusters noch mehrere Maxima, wird die Gesamtenergie auf eine entsprechende Anzahl von Teilchen mit einer jeweiligen Energiedeposition (PED[1]) von

$$E_{PED} = \frac{E_9}{\sum_{i=1}^{n} E_{9i}} E_{Cluster} \tag{5.6}$$

verteilt. Dabei ist n die Anzahl der PEDs und E_9 die Energiesumme des jeweiligen Zentralkristalls und seiner acht benachbarten Kristalle. Neben der Energie benötigt man noch die Ortsinformation aus dem Polarwinkel θ und dem Azimuthwinkel ϕ. Den Richtungskosinus erhält man aus der Energiegewichtung der Koordinaten der zum Cluster gehörenden Kristalle, wie hier z.B. für die x-Koordinate:

$$\cos\Phi \sin\theta = \frac{\sum_{Kristalle} E_i x_i}{\sqrt{\sum_{r=x,y,z} (\sum_{Kristalle} E_i r_i)}} \tag{5.7}$$

Für die weitere Analyse müssen die PED-Energien noch in Photonenenergien umgewandelt werden. Dies geschieht mit einer Korrekturfunktion, die aus Monte Carlo Studien gewonnen wurde.

$$E_\gamma = E_{PED} \cdot C_m \cdot C_t(\theta) \cdot C_r(E) \tag{5.8}$$

mit

[1]**P**article **E**nergy **D**eposit

$$
\begin{aligned}
C_m(\theta) &= 1.038 \\
C_t(\theta) &= 1.005 \text{ (Kristalltyp 1)} \\
C_t(\theta) &= 1.000 \text{ (Kristalltyp 2 - 10)} \\
C_t(\theta) &= 1.004 \text{ (Kristalltyp 11,12)} \\
C_t(\theta) &= 1.050 \text{ (Kristalltyp 13)} \\
\\
C_r(E) &= 1 + \frac{0.6MeV}{E_{PED}[MeV]}
\end{aligned}
$$

Die daraus resultierenden Energien bilden dann gemeinsam mit den Viererimpulsen der geladenen Teilchen die Grundlage für die weitere Analyse.

5.2 Selektion des $\bar{\mathbf{p}}\mathbf{d}{\to}\pi^-4\pi^0\mathbf{p}_{\mathbf{spectator}}$ und $\bar{\mathbf{p}}\mathbf{d}{\to}\pi^+2\pi^-2\pi^0\mathbf{p}_{\mathbf{spectator}}$ – Datensatzes

Da die bei der Selektion des $\bar{p}d{\to}\pi^-4\pi^0 p_{spectator}$ und des $\bar{p}d{\to}\pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{spectator}$– Datensatzes verwendeten Schnitte im wesentlichen identisch sind, wird deren Selektion hier gemeinsam beschrieben. Die Analyse basiert in beiden Fällen auf getriggerten Daten (Für die Triggerbedingungen, siehe Abschnitt 3.3.5). D.h. direkt bei der Datennahme wurden nur diejenigen Ereignisse aufgezeichnet, welche die gewünschte Anzahl geladener Spuren in den Kammern aufwiesen. Für diese Analyse wurden ausschließlich Daten aus den Strahlperioden Juni'94 (1–prong-trigger), bzw. Mai'96 (3–prong-trigger) benutzt, um nicht Daten mit unterschiedlichem Detektordesign mischen zu müssen. Die Statistik reicht dabei in beiden Fällen aus, um einen zufriedenstellenden Datensatz für die Partialwellenanalyse zu erhalten, zumal die Anzahl der Ereignisse, die für die Analyse (Likelihood-Fit) benutzt werden kann, durch die vorhandene Rechnerleistung, bzw. die Menge des vorhandenen Arbeitsspeichers, limitiert wird. Die Anreicherung von Ereignissen, die durch das Benutzen des 1–prong– bzw. 3–prong–Triggers erreicht wurde, zeigt Abb. 5.1.

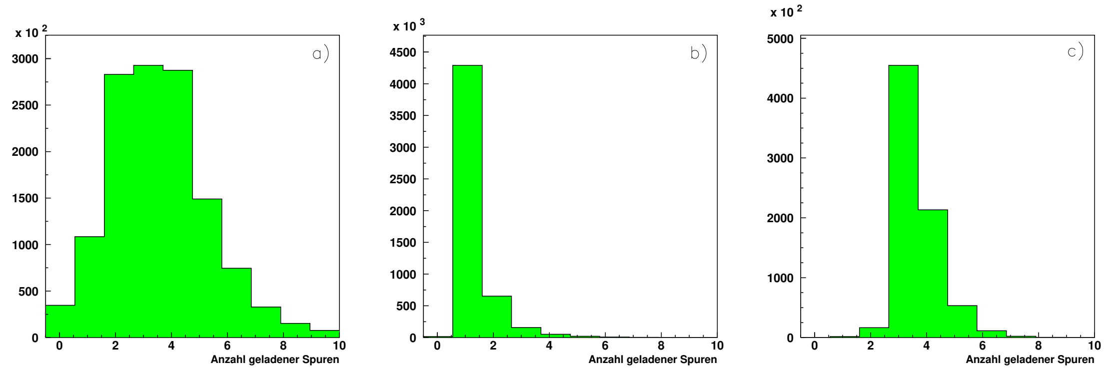

Abbildung 5.1: *a) zeigt die Spurmultiplizität für ungetriggerte Daten, b) für 1–prong– und c) für 3–prong–getriggerte Daten. Deutlich zu sehen ist die Anreicherung von Ereignissen mit der gewünschten Spurmultiplizität. Außerdem zeigt sich hier, daß die Effizienz des Triggers bei größerer Spurzahl deutlich herabgesetzt wird.*

Um die beiden oben genannte Datensätze selektieren zu können, müssen zunächst Ereignisse mit der entsprechenden Anzahl an Spuren und Photonen extrahiert werden. Da die neutralen Mesonen in ihren Zerfall in zwei Photonen nachgewiesen werden und das Proton selbst keine Spur hinterläßt, sind dies Ereignisse mit 1 Spur und 8 Photonen, bzw. Ereignisse mit 3 Spuren und 4 Photonen.

Eine Spur wird dabei als gute Spur und somit als geladenes Teilchen akzeptiert, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Mindestens ein Meßpunkt pro Spur in den ersten drei Lagen der Kammer.
- Letzter Meßpunkt in einer der äußeren drei Lagen der Driftkammer.
- Gute Anpassung des Spurfits an die Meßpunkte

Eine Energiedeposition (PED) im Calorimeter muß folgende Kriterien erfüllen, bevor das PED mit einem Photon identifiziert wird:

- Das Energieverhältnis des Zentralkristalls zu seinen Nachbarn soll kleiner als 0.96 sein ($E1/E9<0.96$), da PEDs mit Energieverhältnissen >0.96 meist durch geladene Teilchen erzeugt werden, die ihre Energie dominant im Zentralkristall deponieren.
- Die Gesamtenergie eines Clusters soll mindestens 14 MeV sein.
- Die Minimalenergie des Zentralkristalls eines PEDs soll mindestens 13 MeV betragen.
- Das PED darf weder als hadronischer noch als elektromagnetischer Split-off (Schauerfluktuation) erkannt werden
- Energiedepositionen im Kalorimeter (Cluster), deren Winkel zum berechneten Einschlagpunkt einer geladenen einer geladenen Spur $\leq 12°$ ist, werden verworfen.

Außerdem wird für ein Photon verlangt, daß

- die Photonenenergie >20 MeV ist
- der Polarwinkel aller Photonen zwischen 18° und 162° liegt, um Leckverluste zu vermeiden, die in den Kristallen (Typ 13) auftreten können, welche das Strahlrohr umschließen.

Selektiert wurden nun für beide Datensätze Ereignisse, bei denen das Proton keine Spur erzeugt und somit nicht nachgewiesen wird. Dies ist bevorzugt bei Protonen kleiner Energien der Fall ($E<150$ MeV), welchen es nicht gelingt das Target zu verlassen. Bild 5.7 zeigt die Impulsverteilung derjenigen Ereignisse, bei denen das Proton keine Spur in den Kammern erzeugt hat. Deutlich sieht man die Dominanz von Ereignissen mit niedrigen Protonimpulsen.

Endsprechend der oben genannten Bedingungen an Spuren und PEDs in Kalorimeter wird nun auf die entsprechenden Mutiplizitäten geschnitten. Die Ergebnisse dieser Vorselektion sind in Tab. 5.1, 5.2 zusammengefaßt.

Run Periode	Juni 1994
1-prong getriggerte Ereignisse	5.2 Mio
1-prong 8γ Ereignisse	199 792

Tabelle 5.1: *Ergebnisse der Vorselektion, 1–prong getriggerte Daten.*

Run Periode	Mai 1996
3-prong getriggerte Ereignisse	6.5 Mio.
3-prong 4γ Ereignisse	319 421

Tabelle 5.2: *Ergebnisse der Vorselektion, 3–prong getriggerte Daten.*

Im nächsten Schritt werden die vorselektierten Daten einer kinematischen Anpassung unterzogen. Die so selektierten Daten erfüllen dann die Energie– und Impulserhaltung exakt. Da das Interesse zudem Ereignissen gilt, bei denen sich jeweils zwei Photonen zu einem π^0 kombinieren lassen, wird im ersten Schritt der Anpassung Energie- und Impulserhaltung gefordert; im zweiten Schritt werden dann die Massen der Teilchen als zusätzliche Nebenbedingungen eingeführt.

Im folgenden wird zuerst im allgemeinen und dann bezogen auf die speziell vorliegenden Datensätze auf die Funktionsweise des kinematischen Fits eingegangen.

5.2.1 Kinematische Anpassung

Das Auflösungsvermögen eines Experimentes wird durch die bei der Messung auftretenden Fehler beschränkt. Im kinematischen Anpassung macht man sich physikalische Bedingungen (*constraints*), wie z.B. Energie- und Impulserhaltung, zunutze, um zu entscheiden, ob jedes einzelne Ereignis im Rahmen der durch die Auflösung bedingten Fehler sinnvoll ist oder nicht. Ist es dies nicht, so wird es verworfen, andernfalls werden die gemessenen Werte innerhalb ihrer Fehlertolernanzen variiert und so ein Satz von korrigierten Werten erzeugt, welcher die physikalischen Gesetze exakt erfüllt. Verlangt man als Randbedingungen Energie- und Impulserhaltung, so ergeben sich 4 Constraints.

$$p_0^\mu = \sum_{i=1}^{n_{\text{Teilchen}}} p_i^\mu \; , \mu = 0, 1, 2, 3 \tag{5.9}$$

Hierbei sind die p_i die Viererimpulse der Teilchen im Endzustand und p_0 ist durch den Anfangsimpuls des $\bar{p}$N-Systems gegeben. Im Falle der Annihilation in Ruhe und am Proton entspricht dieser Vierer-Impuls gerade der Antiproton-Proton-Masse und damit $2m_p$, $\vec{p}_0 = (0, 0, 0)$. Der obige Ausdruck, der die Energie-Impulserhaltung beschreibt, gilt allerdings nur für den Fall, daß alle Teilchen im Ausgangskanal gemessen werden.

Betrachtet man jedoch die Antiproton-Deuterium-Annihilation für den Fall, bei dem eines der Nukleonen nicht nachgewiesen wird, so reduzieren sich die 4 Nebenbedingungen auf nur eine, die bekannte Masse des fehlenden Teilchens. p_0 entspricht dann $m_d + m_p$.

$$p_0^\mu - \sum_{i=1}^{n_{\text{Teilchen}}} p_i^\mu = p_{\text{Proton}}^\mu \;, \quad \mu = 0,1,2,3 \tag{5.10}$$

Die Ausdrücke p_i bezeichnen die Viererimpulse der Pionen und ergeben sich als Summe der Impulse der geladenen Pionen sowie aus den Photonimpulsen, die sich zu den π^0s kombinieren.
Weitere Bedingungen können durch die Forderung nach bestimmten Mesonenmassen in Endzustand eingeführt werden, was auf die folgende Randbedingung führt:

$$(E_i + E_j)^2 - (\vec{p}_i + \vec{p}_j) - m_{\text{Meson}}^2 = 0; \quad i,j \in 1,...,n; \;\; i \neq j \tag{5.11}$$

Dabei stellen E_i, E_j die Energien und p_i, p_j die Impulse der Photonen dar. Dies bedeutet für den $\pi^- 4\pi^0 \mathrm{p}_{\text{missing}}$ -Datensatz vier und für den $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 \mathrm{p}_{\text{missing}}$-Datensatz zwei zusätzliche Constraints. Ziel des kinematischen Fits ist es, die Meßwerte im Rahmen ihrer Fehler an die oben genannten Bedingungen anzupassen, die ja zunächst nicht exakt erfüllt sind. Hierbei wird vorausgesetzt, daß die gemessenen Werte gaußförmig um den wahren Wert verteilt sind. Dies ist für die verschiedenen Meßgrößen, abgesehen von der Energie, recht gut erfüllt ist. Speziell im Falle der Energie ist es weitaus einfacher, Energie zu verlieren als welche hinzuzugewinnen (z.B. bedingt durch die Titanhüllen der Kristalle). Dies führt zu der beobachteten nicht gaußförmigen Verteilung. Aus diesen Grund wird $\sqrt{E}$ statt E angepaßt, da sich diese wesentlich besser durch eine Gaußverteilung annähern läßt. Zu einem Satz normalverteilter Meßwerte x_i gibt es nun einen Satz normalverteilter Korrekturfaktoren Δx_i, so daß die k Randbedingungen exakt erfüllt sind:

$$F_j(x_i + \Delta x_i) \;\; = \;\; 0, \;\; j = 1, ..., k \tag{5.12}$$

Die korrigierten Werte $\tilde{x}_i = x_i + \Delta x_i$, die dann die Nebenbedingungen wie z.B. Energie- und Impulserhaltung exakt erfüllen, gehen dann in die weitere Analyse ein. Zur Bestimmung der Korrekturen wird die folgende Funktion minimiert:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\hat{x}_i - x_i}{\sigma_i} \right)^2 + 2 \sum_{j=1}^{k} \lambda_j F_j(\hat{x}_1, ..., \hat{x}_n) \tag{5.13}$$

indem die $\hat{x}_i$ variiert werden. σ_i sind die Meßfehler der zu fittenden Größen. Bei der Minimierung des χ^2 werden durch die Methode der Lagrange-Multiplikatoren λ_j die Nebenbedingungen mitberücksichtigt. Für das Minimum von χ^2 gelten die n Gleichungen

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \hat{x}_i} \;\; = \;\; 0 \tag{5.14}$$

Gemeinsam mit den k Randbedingungen ergibt sich dann ein Gleichungssystem aus n+k Gleichungen, das es zu lösen gilt. Dazu wird zunächst eine lineare Näherung der Randbedingungen vorgenommen, um dann in einem zweiten Schritt das Gleichungssystem in eine Form zu bringen, in der es iterativ gelöst werden kann. Erfolgreich ist die Anpassung eines Ereignisses dann, wenn eine stablile Lösung gefunden wird, ansonsten wird das Ereignis verworfen (siehe auch [40]). Das aus den modifizierten $\tilde{x}_i$ berechnete χ^2 beschreibt dann die Güte der

Anpassung. Nimmt man nun an, daß die Fitwerte um ihren "wahren"Wert gaußförmig verteilt sind, so kann man aus der χ^2-Verteilung die sogenannte *Confidence-Level-Verteilung* (*CL*) berechnen.

$$Cl(\vec{x}_i) \quad = \quad \int_{\chi^2(\vec{x}_i)}^{\infty} V_{n_f}(\tilde{\chi}^2) d\tilde{\chi}^2 \tag{5.15}$$

Für die Definition der von der Anzahl der Constraints abhängigen Funktion $V_{n_f}(\tilde{\chi}^2)$ siehe [8].

Das Cl gibt an, welcher Prozentsatz an guten Ereignissen mit einem bestimmten Schnitt verworfen werden. Für einen vollständigen, untergrundfreien Datensatz sollte die CL-Verteilung flach sein. Außerdem sollten die Pulls, die gewissermaßen die Korrekturgrößen darstellen und wie folgt berechnet werden,

$$Pl_i \quad = \quad \frac{\tilde{x}_i - x_i}{\sqrt{\sigma^2_{x_i} - \sigma^2_{\tilde{x}_i}}}, \tag{5.16}$$

gaußförmig um 0 mit einer Breite von eins verteilt sein. Dies setzt die genaue Kenntnis der experimentellen Auflösung voraus. Auf der anderen Seite hat man dank des CLs und der Pulls die Möglichkeit zu überprüfen, ob die benutzten Fehler richtig gewählt sind.

5.2.2 Experimentelle Ergebnisse

Die beiden nach der Vorselektion verbliebenen Datensätze wurden einer kinematischen Anpassung unterzogen, welche in einem ersten Schritt benutzt, daß die fehlende invariante Masse gleich der Protonenmasse sein muß (1C-Fit). In einem weiteren Schritt werden dann für alle Ereignisse, die den 1C-Fit mit einem Confidence–Level von größer 1% erfüllen, die Mesonenmassen als zusätzliche Nebenbedingungen hinzugefügt. Grundlage hierfür ist das Programmpaket CBKFIT [41], welches als Teil der Crystal–Barrel–Software zur Verfügung steht.

Dem Fit wurden folgende Hypothesen für die Datensätze angeboten:

- 1–Spur–8γ–Ereignisse

$$\begin{aligned} \bar{\mathrm{p}}\mathrm{d} &\to \pi^- 8\gamma + \mathrm{p_{missing}} \quad && (1C) \\ \bar{\mathrm{p}}\mathrm{d} &\to \pi^- 4\pi^0 + \mathrm{p_{missing}} \quad && (5C) \\ \bar{\mathrm{p}}\mathrm{d} &\to \pi^- 3\pi^0\eta + \mathrm{p_{missing}} \quad && (5C) \end{aligned} \tag{5.17}$$

- 3–Spur–4γ–Ereignisse

$$\begin{aligned} \bar{\mathrm{p}}\mathrm{d} &\to \pi^+ 2\pi^- 4\gamma + \mathrm{p_{missing}} \quad && (1C) \\ \bar{\mathrm{p}}\mathrm{d} &\to \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 + \mathrm{p_{missing}} \quad && (3C) \\ \bar{\mathrm{p}}\mathrm{d} &\to \pi^+ 2\pi^- \pi^0\eta + \mathrm{p_{missing}} \quad && (3C) \end{aligned} \tag{5.18}$$

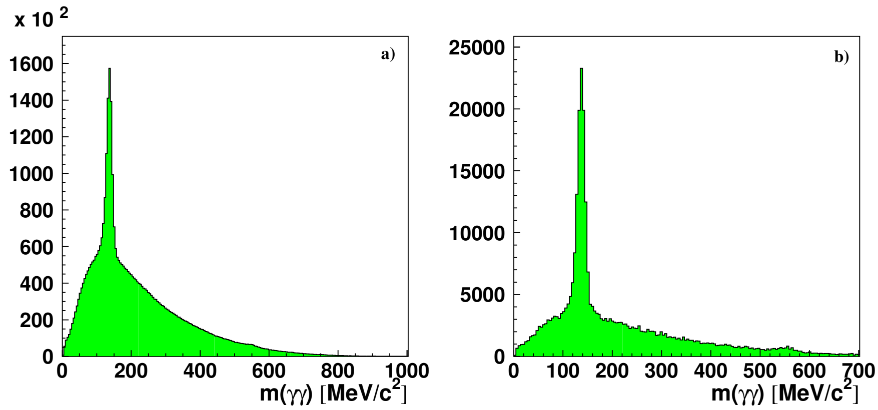

Abbildung 5.2: *$\gamma\gamma$–invariante Massen: a) $\pi^-4\pi^0 p_{missing^-}$, b) $\pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{missing}$-Datensatz.*

Jedes der neutralen Mesonen zerfällt dabei in zwei Photonen. Bild 5.2 zeigt die $\gamma\gamma$–invariante Masse für die beiden Datensätze nach dem 1C-Fit.

Sehr schön sieht man in beiden Verteilungen einen Peak bei der π^0-Masse, wobei der kombinatorischen Untergrund des $\pi^-8\gamma$ p-Datensatzes wesentlich größer ist als der des $\pi^+2\pi^-4\gamma$ p-Datensatzes. Im Bereich der η-Masse (547,45MeV) ist ebenfalls eine kleine Anhäufung von Ereignissen zu erkennen. Die hier gezeigten Ereignisse werden nun einem 5C/3C-Fit unterzogen, der die π^0-Massen, bzw. η-Masse, als zusätzliche Nebenbedingung benutzt.

Aufgrund der kombinatorischen Freiheit innerhalb eines Endzustandes können mehrere Kombinationen der Photonen zu einzelnen Mesonen die gleiche Hypothese erfüllen. Hierbei wurde immer die Kombination mit dem höchsten Confidence-Level als richtig angesehen. Diese Art von Zweideutigkeit entsteht meist durch das Vertauschen von zwei niederenergetischen Photonen und hat nur einen geringen Einfluß auf die Dynamik.

Erfüllt ein Ereignis verschiedene Hypothesen gleichzeitig, so ist es nicht einfach möglich, dieses der Hypothese zuzuordnen, die es mit dem größeren CL erfüllt. Hier muß man zusätzlich die relative Wahrscheinlichkeit (r) berücksichtigen mit der man ein Ereignis des entsprechenden Typs messen würde. Wären die entsprechenden Verzweigungsverhältnisse bekannt, so könnte man r aus den mit der entsprechenden Akzeptanz gewichteten Verzweigungsverhältnissen berechnen. Allerdings sind diese nicht bekannt und somit wurde r wie folgt berechnet (siehe Tab. 5.4):

$$r = \frac{\text{Anzahl}\quad (5\pi) - \text{Ereignisse}\quad \text{CL} > 10\%}{\text{Anzahl}\quad (4\pi\eta) - \text{Ereignisse}\quad \text{CL} > 10\%}$$

Das Verhältnis ergibt sich zu r=4.24 für ($\bar{p}d\rightarrow\pi^-4\pi^0 p$)/ ($\bar{p}d\rightarrow\pi^-3\pi^0\eta p$) und zu r=12.46 für ($\bar{p}d\rightarrow\pi^+2\pi^-2\pi^0 p$)/ ($\bar{p}d\rightarrow\pi^+2\pi^-\pi^0\eta p$).

Die in der kinematischen Anpassung verwendeten Fehlerkorrekturen sind in Tabelle 5.3 für die beiden Strahlperioden angegeben. Diese variieren mit den verschiedenen Strahlzeiten und sind abhängig von den Strahl– und Targetbedingungen, sowie von der Kalibration der Kristallmodule und der JDC. Bild 5.3 zeigt die Confidence-Level–Verteilung des 5C-Fits, für die Hypothese $\pi^-4\pi^0 + p_{\text{missing}}$ und Bild 5.4 die Pulls für die verschiedenen anzupassenden Größen. Entsprechendes zeigt Bild 5.5 und Bild 5.6 für den 3–Spur–Datensatz und die Hypothese $\pi^+2\pi^-2\pi^0 + p_{\text{missing}}$.

	$1/p_{xy}$	ψ	α	λ	$\sigma_E/\sqrt[4]{E}$	θ	ϕ
Juni 1994 1-prong-trigger	15 000	1.6	1.6	1.6	0.038	1.3	1.3
Mai 1996 3-prong-trigger	15 000	1.6	1.6	1.6	0.035	1.35	1.35

Tabelle 5.3: *Faktoren zur Fehlerkorrektur für den kinematisches Fit,* $1/p_{xy}$ *entspricht einer Korrektur der Spurkrümmung um das sogenannte maximum detectable momentum. Daß diese Korrektur notwenig ist, wurde bei der Untersuchung von geladenen Spuren gezeigt [42]. Die anderen Zahlen geben Korrekturen für die Messfehler von* ψ, α, λ, θ, ϕ *an. Für die Definition der Größen siehe Kap. 5.1.1 5.1.2.*

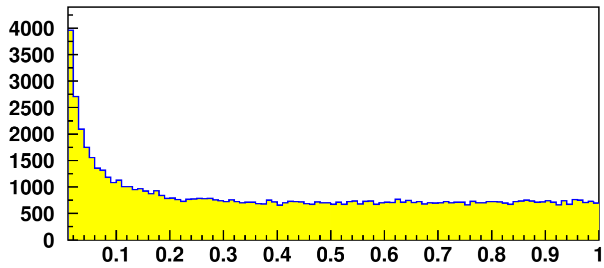

Abbildung 5.3: *Confidence-Level-Verteilung für die Hypothese* $\pi^- 4\pi^0 p$

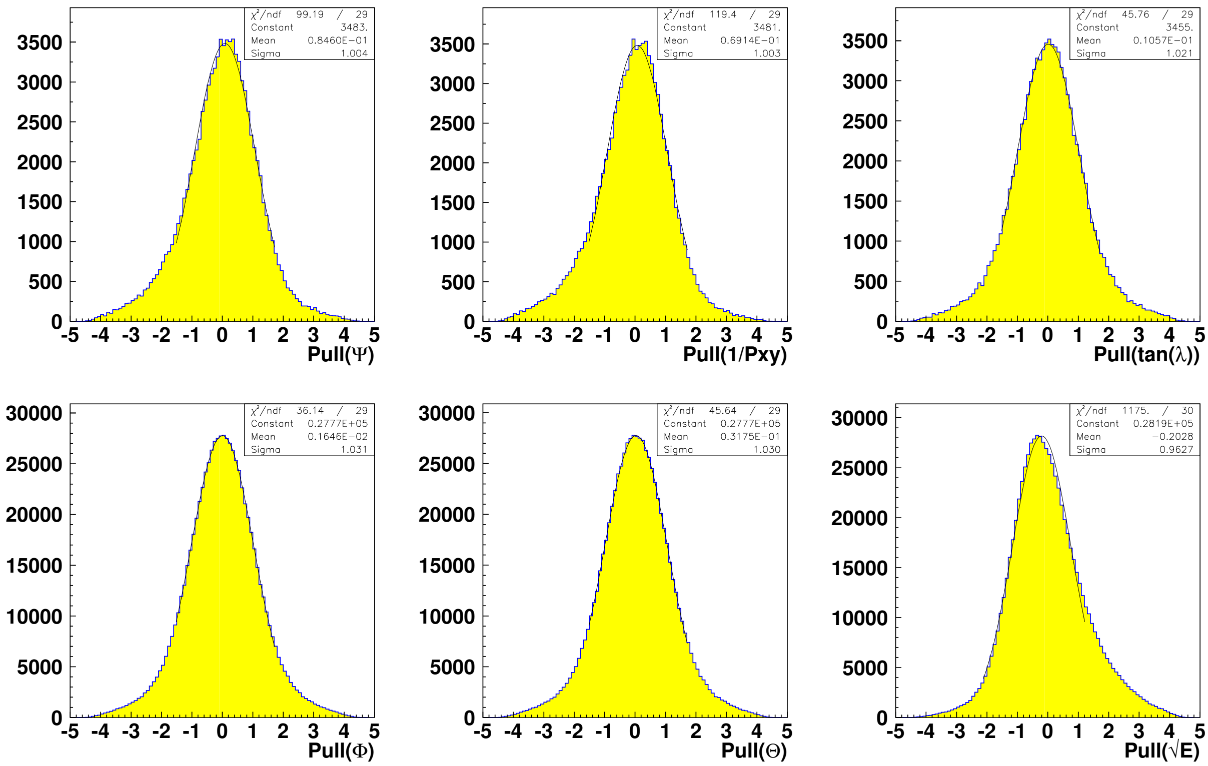

Abbildung 5.4: *Pullverteilungen für die kinematischen Größen* ψ, α, λ, θ, ϕ *und* $\sqrt{E}$ *des* $\pi^- 4\pi^0 + p_{missing}$*-Datensatzes.*

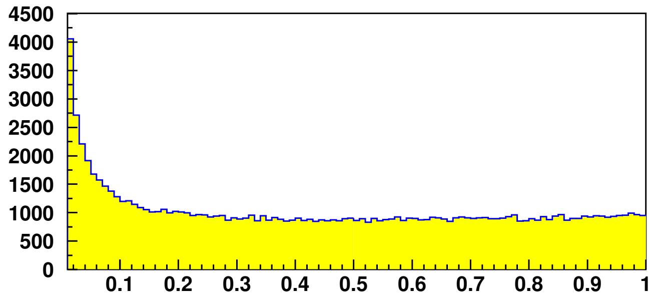

Abbildung 5.5: *Confidence-Level-Verteilung für die Hypothese* $\pi^+2\pi^-2\pi^0 + p$

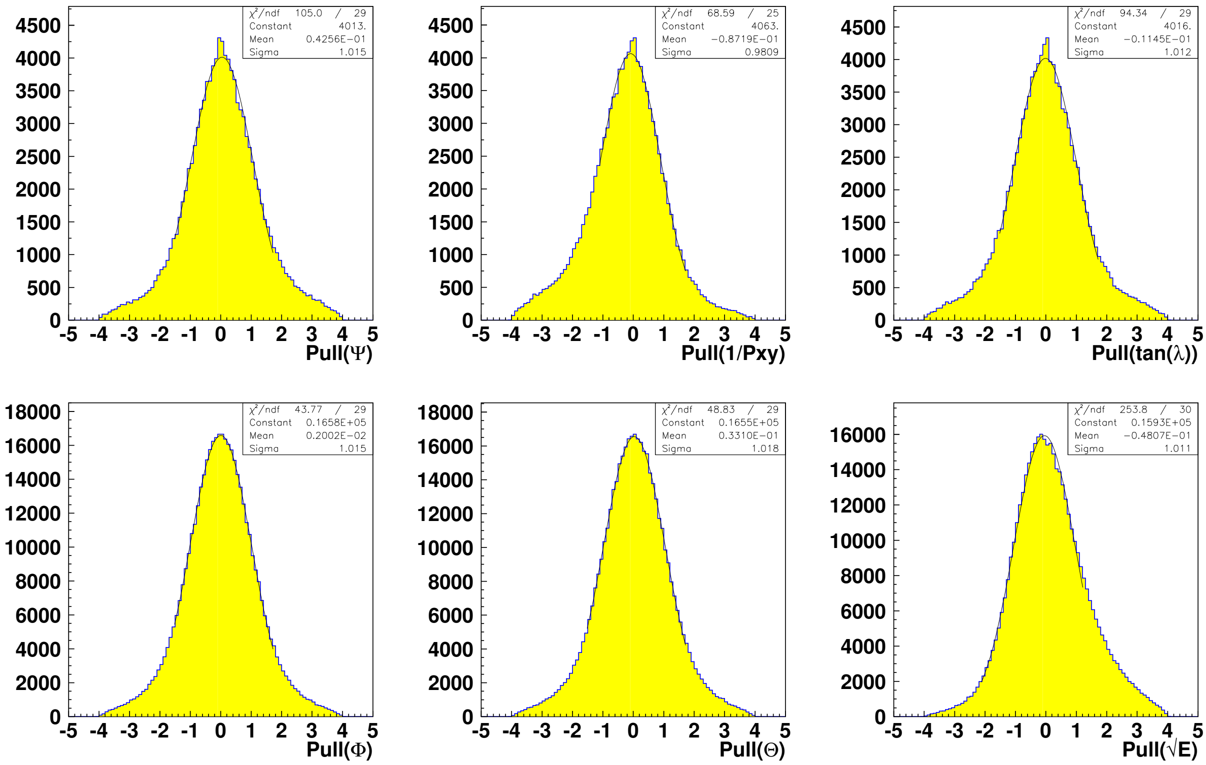

Abbildung 5.6: *Pullverteilungen für die kinematischen Größen* ψ, α, λ, θ, ϕ *und* $\sqrt{E}$ *für die Hypothese* $\pi^+2\pi^-2\pi^0$ $+p$

Bei kleinen Werten weisen die Confidence–Level–Verteilungen einen starken Anstieg auf, der auf die zu erwartende Anhäufung des Untergrundes bei kleinen Werten zurückzuführen ist. Ab ca. 10 % zeigt die Verteilung den gewünschten flachen Verlauf. Demzufolge wird auch dieser Wert als Schnitt für die Datenselektion verwandt. Betrachtet man die Pulls der beiden Datensätze, so können diese gut durch eine Gaußverteilung mit einer Standardabweichung von ~1 und einem Mittelwert von ~0 beschrieben werden. Eine Ausnahme bildet der Pull für $\sqrt{E}$, wie schon zuvor erwähnt (Abschnitt 5.1.2). Tabelle 5.4 zeigt einen Überblick über die Ereignisse, die die jeweiligen Hypothesen mit den geforderten Confidence–Leveln erfüllen.

Fit–Hypothese		#Ereignisse
vorsel. Daten		199 792
$\pi^- 8\gamma$p	CL > 1%	139 873
$\pi^- 4\pi^0$p	CL > 10%	65 947
$\pi^- 3\pi^0 \eta$p	CL > 10%	15 547
$\pi^- 4\pi^0$p	$CL_{5\pi p} > 4.24 \cdot CL_{4\pi\eta p}$	65 847

Tabelle 5.4: *Ergebnisse des kinematischen Fits. Das Proton wurde nicht nachgewiesen.*

Fit–Hypothese		#Ereignisse
Vorselektion		319 421
$\pi^+ 2\pi^- 4\gamma$p	CL > 1%	152 764
$\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$p	CL > 10%	82 173
$\pi^+ 2\pi^- \pi^0 \eta$p	CL > 10%	6 595
$\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$p	$CL_{5\pi p} > 12.46 \cdot CL_{4\pi\eta p}$	82 173

Tabelle 5.5: *Ergebnisse des kinematischen Fits. Das Proton wurde nicht nachgewiesen.*

Von Interesse für diese Arbeit sind ausschließlich die 5π p-Datensätze. Um Reaktionen zu selektieren, die am quasi-freien Neutron stattfinden, wird auf einen Protonimpuls kleiner 100 MeV/c geschnitten. Dies reduziert die Anzahl der verbleibenden Ereignisse nochmals. Tabelle 5.6 faßt diesen und alle nachfolgenden Schnitte zusammen. Abb. 5.7 zeigt den Protonimpuls vor und nach (grau unterlegter Teil des Spektrums) dem Impuls–Schnitt. Abb. 5.11 zeigt im Vergleich hierzu den Neutronimpuls der vergleichbaren Reaktion $\bar{p}d \rightarrow 5\pi^0 n_{missing}$.

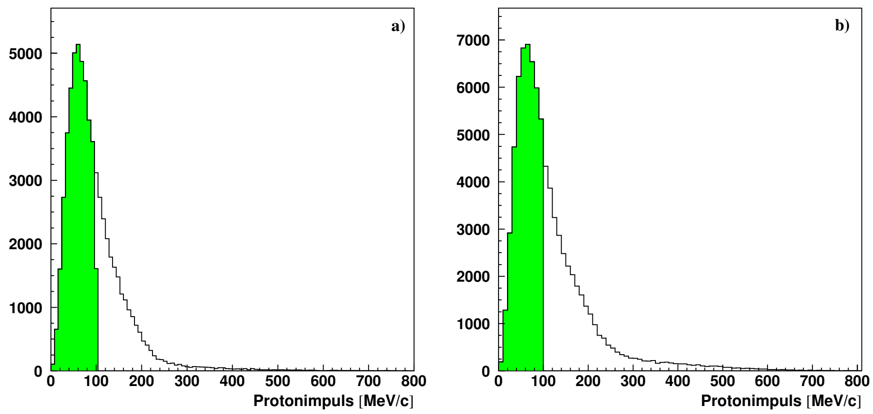

Abbildung 5.7: *Impulsverteilung des gefitteten Protons: a)* $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p_{missing}$, *b)* $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{missing}$. *Die grau unterlegte Fläche entspricht Ereignisse nach dem Impuls-Schnitt.*

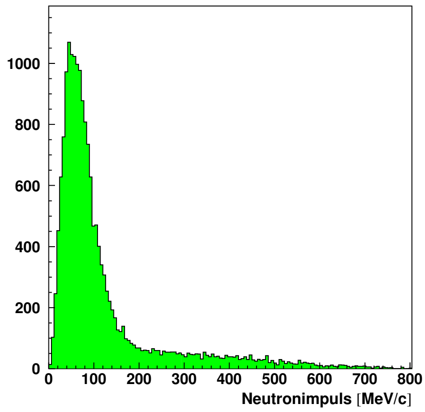

Abbildung 5.8: *Impulsverteilung des gefitteten (nicht nachgewiesenen) Neutrons:* $\bar{p}d \rightarrow 5\pi^0 n$.

Der Vergleich dieser Spektren macht nochmals deutlich, daß der Trigger auf ein oder drei geladene Spuren Ereignisse mit Protonen höherer Impulse verwirft.

Das Neutron-Impulsspekrum der Reaktion $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d} \rightarrow 5\pi^0\mathrm{n}$ wurde auch benutzt, um bei der Monte-Carlo-Simulation der geladenen Endzustände eine möglichst realistische Protonimpulsverteilung implementieren zu können (wobei natürlich auf die Neutronnachweiswahrscheinlichkeit im Calorimeter – bis zu 40% bei Impulsen größer 200 MeV/c – korrigiert werden muß, Abschnitt 5.3.1). Abb. 5.9a zeigt die $3\pi^0$ invarianten Massen des $\pi^- 4\pi^0 \mathrm{p}_{\mathrm{missing}}$-Datensatzes. Deutlich sieht man hier ein $\eta \rightarrow 3\pi^0$-Signal. Da wir aber nur an Pion-Resonanzzuständen interessiert sind, die nicht mit den η identisch sind, wurde ein Anticut auf das η durchgeführt, dessen Auswirkungen in Abb. 5.9b deutlich werden. Das auf das η gesetzte Fenster hat hierbei eine Breite von $m_\eta \pm 30.0$ MeV. Dies entspricht etwas mehr als 3σ, um sicher alle η-Ereignisse zu verwerfen.

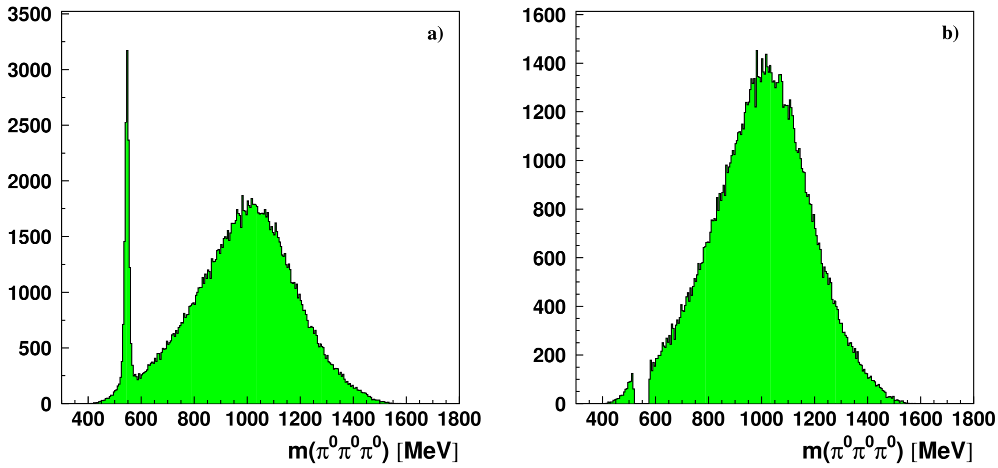

Abbildung 5.9: $3\pi^0$ *invariante Masse (a) vor und (b) nach dem* η*-Schnitt* $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p_{missing}$.

Entsprechend wurde dieser Schnitt auch beim $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 \mathrm{p_{missing}}$-Datensatz durchgeführt, allerdings wird das η hier in seinen Zerfall nach $\pi^+\pi^-\pi^0$ beobachtet. Betrachtet man die $\pi^+\pi^-\pi^0$ invariante Masse dieses Datensatzes (Abb. 5.10a), so tritt neben dem η noch ein dominantes ω-Signal auf, was ebenfalls durch einen Schnitt aus dem Datensatz entfernt wird. Für das gesetzte Fenster wurde eine Breite von $m_\omega \pm 60$ MeV gewählt, um ebenfalls sicher zu sein, daß keine Ereignisse, die ein ω enthalten, im Datensatz zurückbleiben. Natürlich muß dieser Schnitt auch in der Partialwellenanalyse berücksichtigt werden.

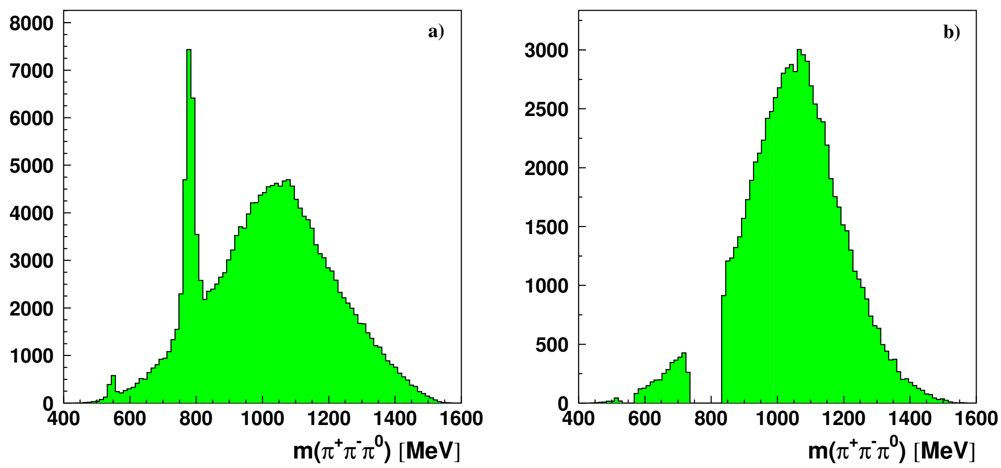

Abbildung 5.10: $\pi^+\pi^-\pi^0$ *invariante Masse (a) vor und (b) nach dem* η*- und* ω*-Schnitt.* $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{missing}$.

	gefittete Ereignisse	Impulsschnitt	ω-Anticut	η-Anticut	
$\pi^- 4\pi^0 \mathrm{p}$	65 847	42 438	——	30 016	30 016
$\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 \mathrm{p}$	82 173	46 629	20 348	19 419	19 419

Tabelle 5.6: *Datenreduktion aufgrund weiterer Selektions-Schnitte, wobei die Breite des* η*-Fensters* ± 30 *MeV und die des* ω*-Fensters* ± 60 *MeV beträgt.*

Die nach den Schnitten verbleibenden Ereignisse (Tab. 5.6) gehen dann gemeinsam mit den entsprechenden MC-Daten, deren Selektion im folgenden beschrieben wird, in die Partialwellenanalyse ein.

5.3 Monte-Carlo-Daten: $\pi^-4\pi^0$p, $\pi^+2\pi^-2\pi^0$p

5.3.1 MC-Simulation der Daten

Um die beiden Datensätze möglichst wahrheitsgetreu simulieren zu können, wurde die Neutronimpulsverteilung aus dem $\bar{p}d \to 5\pi^0 n$ extrahiert. Nach der Wichtung mit der Neutronnachweiswahrscheinlichkeit sollte diese identisch zur Protonimpulsverteilung der $\bar{p}d \to 5\pi p$-Datensätze sein. Allerdings kann auftretende Resonanzproduktion, die für unterschiedliche Kanäle durchaus verschieden sein kann, die Form des vorliegenden Spektrums etwas beeinflussen. Dies ist jedoch für den Bereich kleiner Nukleonimpulse zu vernachlässingen. Die in Abb. 5.11 dargestellte Neutronimpulsverteilung dient somit als Grundlage für die Simulation der Protonenimpulse [43],[44].

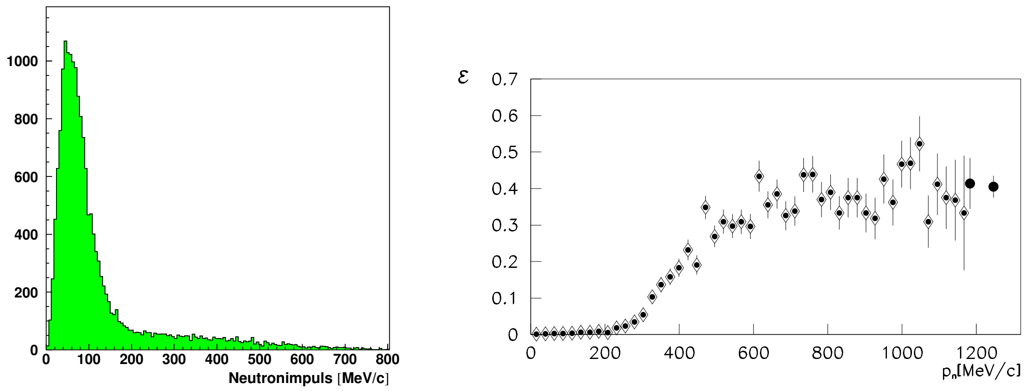

Abbildung 5.11: *Impulsverteilung des gefitteten (nicht nachgewiesenen) Neutrons: $\bar{p}d \to 5\pi^0 n$, Neutronnachweiswahrscheinlichkeit (ε) im Calorimeter. Nach der Korrektur mit der Neutronnachweiswahrscheinlichkeit wurde die Neutronimpulsverteilung als Grundlage für die Simulation der Protonimpulse in den $\bar{p}d \to 5\pi p$-Datensätzen verwendet.*

Da für die Partialwellenanalyse nur Ereignisse mit kleinen Protonimpulsen < 100 MeV/c von Interesse sind, wurden Ereignisse mit Protonimpulsen < 150 MeV erzeugt, um die Anzahl der zu produzierenden Ereignissen möglichst gering zu halten, ohne aber wichtige Informationen zu verlieren. Dies gilt jedoch nicht für die MC-Ereignisse, die zur Berechnung der globalen Verzweigungsverhältnisse benutzt werden, da hier ja die Nachweis-Effizienz aller Ereignisse, gleich welchen Impulses, von Interesse ist.

	p<150 MeV/c	gesamter Protonimpulsbereich
Simulierte $\pi^-4\pi^0$p-Daten	732 374	707 308
Simulierte $\pi^+2\pi^-2\pi^0$p-Daten	4 323 260	1 060 082

Tabelle 5.7: *Produzierte MC-Ereignisse*

5.3.2 Simulation des Hardware-Triggers

Um nicht nur die physikalischen Gegebenheiten –die Protonimpulsverteilung– und den Detektor, sondern auch die Bedingungen bei der Datennahme möglichst genau zu simulieren, wurden die produzierten MC-Ereignisse zunächst Schnitten unterzogen, die den benutzten Triggerbedingungen (Abschnitt 3.3.5) entsprechen. D.h. es wurden in ersten Schritt der Selektion genau wie bei der Datennahme Ansprecher in den entsprechenden Triggerlagen der Kammern gefordert. Der so produzierte Datensatz wurde dann einer mit der Selektion reeller Daten identischen Selektionskette unterzogen.

5.3.3 Selektion

Im folgenden soll die Datenreduktion der simulierten Datensätze beschrieben werden. Die dabei verwendeten Schnitte sind identisch zu den auf die reellen Daten angewendeten. Somit enthält dann der entgültige Datensatz sowohl die Akzeptanz von Trigger und Detektor wie auch die der Selektionskette.

Die Ergebnisse der Vorselektion sind für die beiden Datensätze in Tab. 5.8 und Tab. 5.9 dargestellt.

Schnitte	#MC gesamte Protonimpulsverteilung	p<150 MeV/c
Produzierte Ereignisse	707 308	732 374
Simulation des Hardware-Triggers	297 526	373 929
1-prong 8γ p Ereignisse	70 478	89 352

Tabelle 5.8: *Ergebnis der Vorselektion,* $\pi^- 4\pi^0 p$ *MC-Ereignisse*

Schnitte	#MC gesamte Protonimpulsverteilung	p<150 MeV/c
Produzierte Ereignisse	1 060 082	4 323 260
Simulation des Hardware-Triggers	206 778	898 417
3-prong 4γ p Ereignisse	44 180	217 455

Tabelle 5.9: *Ergebnis der Vorselektion,* $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p$ *MC-Ereignisse*

Die verbleibenden Ereignisse wurden dann wiederum einer kinematischen Anpassung unterzogen. Die verwendeten Skalierungsfaktoren für die Fehler sowie der Korrekturwert $1/P_{xy}$ zeigt Tab. 5.10.

Die daraus resultierende CL- und Pullverteilungen sind in Abb. 5.12, 5.13 für $\pi^- 4\pi^0$p und $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$p in Abb. 5.14, 5.15 für $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$p dargestellt, die Ergebisse des kinematischen Fits selbst in Tab. 5.11, 5.12. Nach den Anticuts auf η und ω verbleiben dann die in Tab. 5.13, 5.14 dagestellten Ereignisse.

	$1/p_{xy}$	ψ	α	λ	$\sigma_E/\sqrt[4]{E}$	θ	ϕ
Simulierte $\pi^-4\pi^0$p-Daten	23 000	1.0	1.0	1.0	0.035	1.25	1.25
Simulierte $\pi^+2\pi^-2\pi^0$p-Daten	42 000	1.05	1.05	1.05	0.035	1.35	1.35

Tabelle 5.10: *Korrektur Faktoren für den kinematisches Fit*

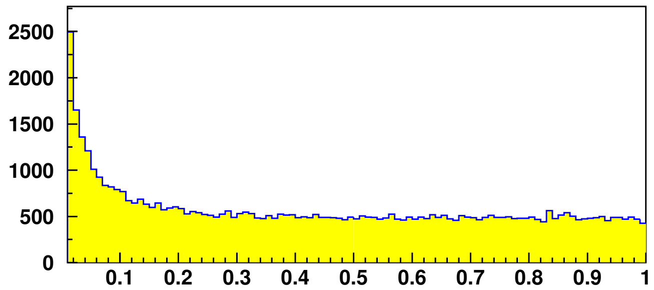

Abbildung 5.12: *Confidence-Level-Verteilung für die Hypothese $\pi^-4\pi^0p_{spectator}$*

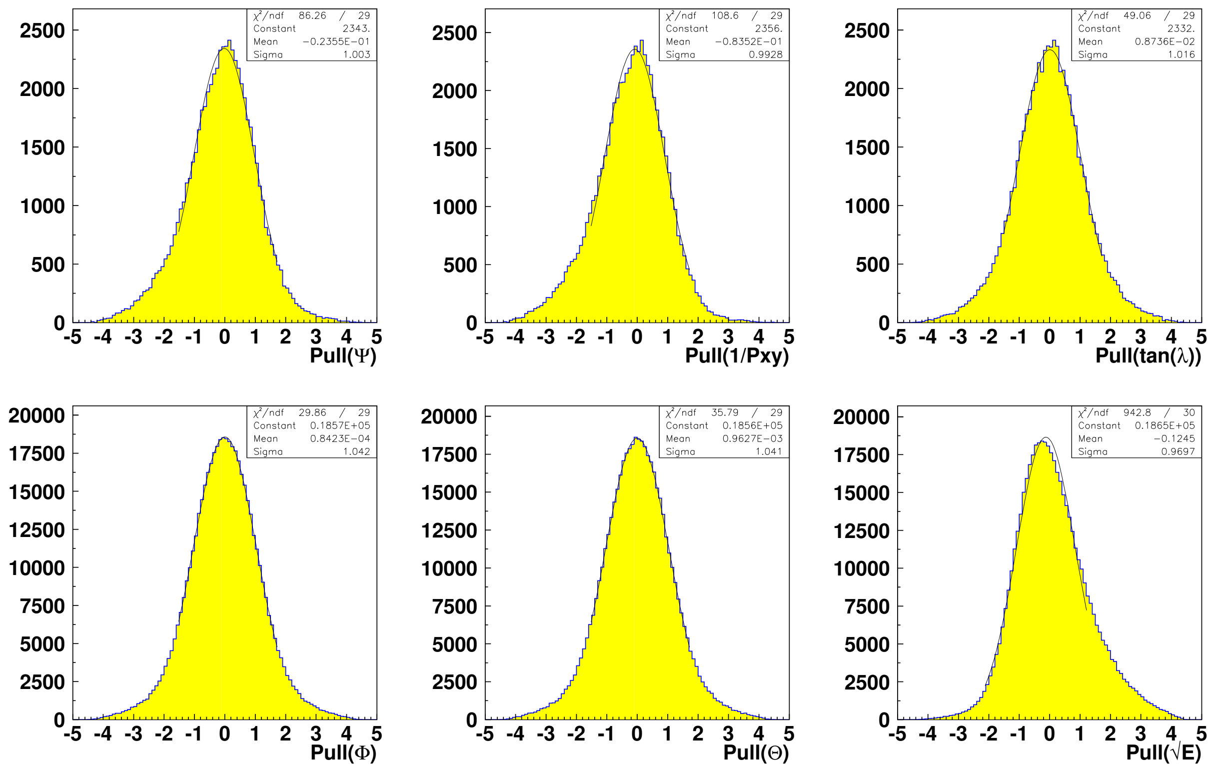

Abbildung 5.13: *Verteilung der Pulls für die kinematischen Größen ψ, α, λ, θ, ϕ und $\sqrt{E}$ des $\pi^-4\pi^0p_{spectator}$-Datensatzes*

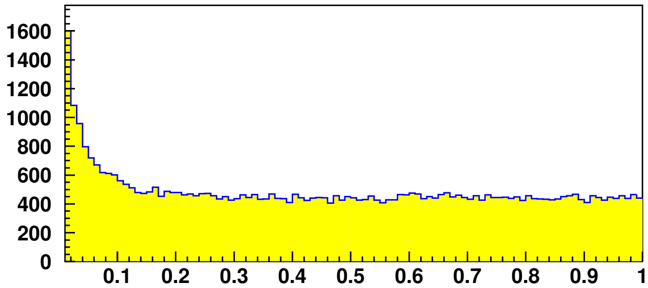

Abbildung 5.14:
Confidence-Level-Verteilung für die Hypothese $\pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{spectator}$

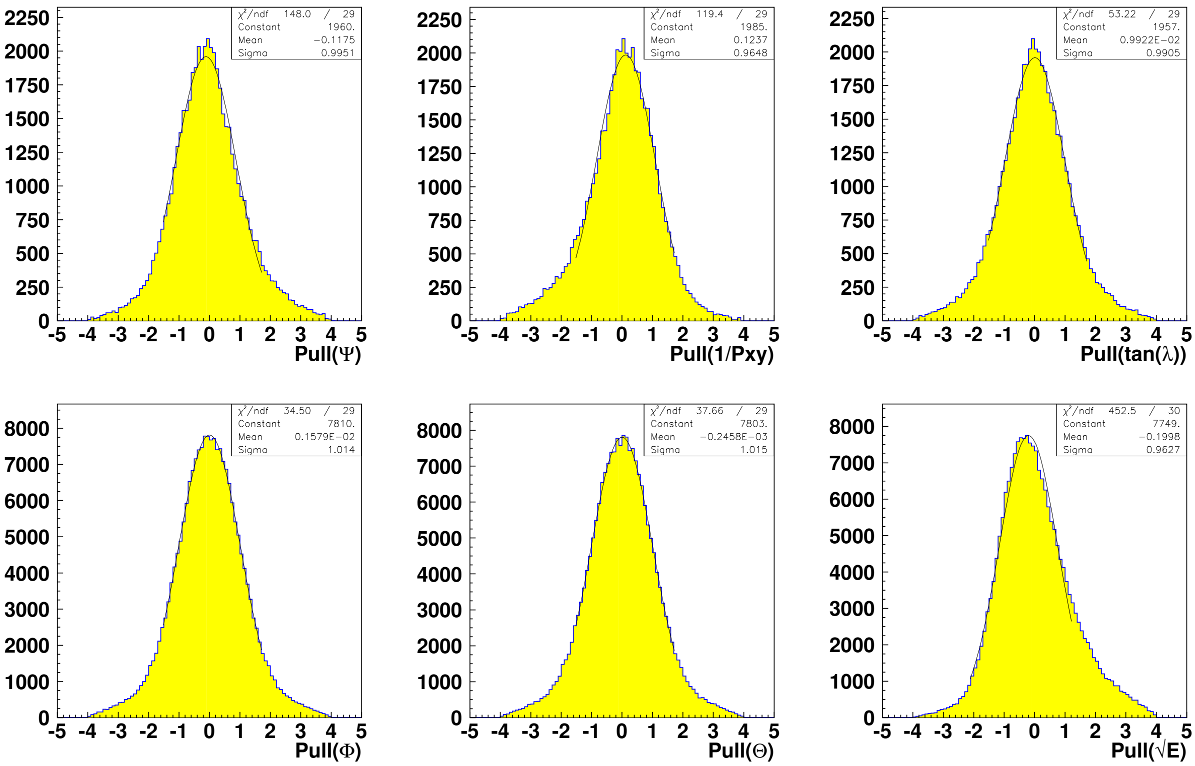

Abbildung 5.15: *Pullverteilungen für die kinematischen Größen* ψ, α, λ, θ, ϕ *und* $\sqrt{E}$ *des* $\pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{spectator}$*-Datensatzes.*

Hypothese	CL-Schnitt	gesamter Protonimpulsbereich	p<150 MeV/c
Vorselektierte Ereignisse		70 478	89 352
$\pi^- 8\gamma \mathrm{p}_{missing}$	CL > 1%	57 091	72 096
$\pi^- 4\pi^0 \mathrm{p}_{missing}$	CL > 10%	35 966	45 468
$\pi^- 4\pi^0 \eta \mathrm{p}_{missing}$	CL > 10%	3 771	4 625
$\pi^- 4\pi^0 \mathrm{p}$	$\mathrm{CL}_{5\pi\mathrm{p}} > 4.24 \cdot \mathrm{CL}_{4\pi\eta\mathrm{p}}$	35 928	45 425

Tabelle 5.11: *Ergebnisse des kinematischen Fits, $\pi^- 4\pi^0 \mathrm{p}_{missing}$-Datensatz.*

Hypothese	CL-Schnitt	gesamter Protonimpulsbereich	p<150 MeV/c
Vorselektierte Ereignisse		44 180	217 455
$\pi^+ 2\pi^- 4\gamma \mathrm{p}_{missing}$	CL > 1%	32 987	162 493
$\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 \mathrm{p}_{missing}$	CL > 10%	22 394	109 557
$\pi^+ 2\pi^- \pi^0 \eta \mathrm{p}_{missing}$	CL > 10%	214	1 043
$\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 \mathrm{p}$	$\mathrm{CL}_{5\pi\mathrm{p}} > 12.46 \cdot \mathrm{CL}_{4\pi\eta\mathrm{p}}$	22 394	109 557

Tabelle 5.12: *Ergebnisse des kinematischen Fits, $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 \mathrm{p}_{missing}$-Datensatz.*

Schnitt	gesamter Protonimpulsbereich	p<150 MeV/c
Protonimpuls p< 100 MeV/c	25 104	33 664
η-Anticut ±30 MeV/c	23 664	31 770

Tabelle 5.13: *Zusätzliche Schnitte nach dem kinematischen Fit, $\pi^- 4\pi^0 \mathrm{p}_{missing}$-Datensatz.*

Schnitt	gesamter Protonimpulsbereich	p<150 MeV/c
Protonimpuls p< 100 MeV/c	15 001	80 639
ω-Anticut ±60 MeV/c	8 558	46 437
η-Anticut ±30 MeV/c	8 090	43 910

Tabelle 5.14: *Zusätzliche Schnitte nach dem kinematischen Fit, $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 \mathrm{p}_{missing}$-Datensatz.*

5.3.4 Simulierte und reele Daten im Vergleich

Der $\pi^- 4\pi^0 \mathbf{p_{spectator}}$-Datensatz

An dieser Stelle würde man erwarten, daß die kinematischen Grenzen, die nur von der Detektorakzeptanz abhängen, für Daten und MC-Ereignisse identisch sind. Das dies nicht der Fall ist zeigt Abb. 5.16, die den $\cos(\theta)$ des π^- relativ zur Strahlachse darstellt. Die verwendete Definition von θ im Laborsystem ist Abb. 5.17 dargestellt. z entspricht der Strahlrichtung.

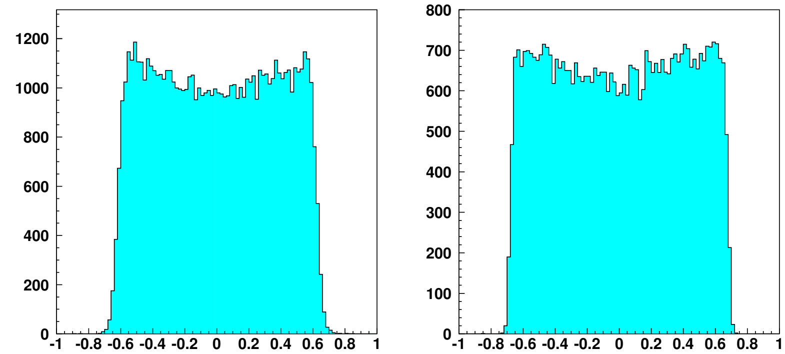

Abbildung 5.16: cos*(θ)-Verteilung für Daten und MC,* $\pi^- 4\pi^0 p_{spectator}$

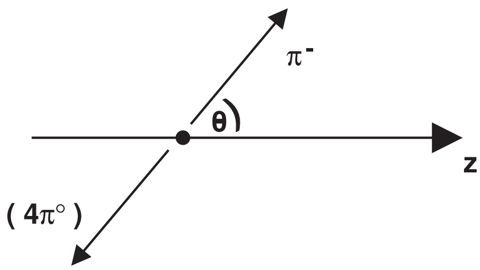

Abbildung 5.17: *Definition von θ im Laborsystem, z entspricht der Strahlrichtung.*

Deutlich kann man in Abb. 5.16 die Akzeptanz der JDC sehen, die den starken Einbruch an den Rändern der Verteilung bedingt. Würde die JDC den Phasenraum zu 100% überdecken wären die Ereignisse über den gesamten Bereich von $\cos(\theta)$ flach verteilt.

Vergleicht man nun die Daten- und die MC-Verteilung etwas sorgfältiger so erkennt man, daß die MC-Verteilung breiter ist als die entsprechende Verteilung in den Daten. Ein Vergleich der z-Verteilungen der Ereignisse über den einzelnen Drahtlagen, Abb. 5.18, zeigt den gleichen Unterschied zwischen reallen und simulierten Daten. Die auffällige Abnahme der Gesamtbreite der z-Verteilung bei Drähten mit geringerem Abstand vom Target ist eine Folge der Triggerbedingung, die fordert, daß Ansprecher in der äußeren Triggerlagen vorhanden sind. Die deutlichen Unterschiede in den Verteilungen der Daten- und MC- Ereignisse sind dabei darauf zurückzuführen, daß die effektive Drahtlänge der JDC in Wirklichkeit kleiner ist als die in der Simulation benutzte (CBGEANT [44]). Um dem Rechnung zu tragen wurde

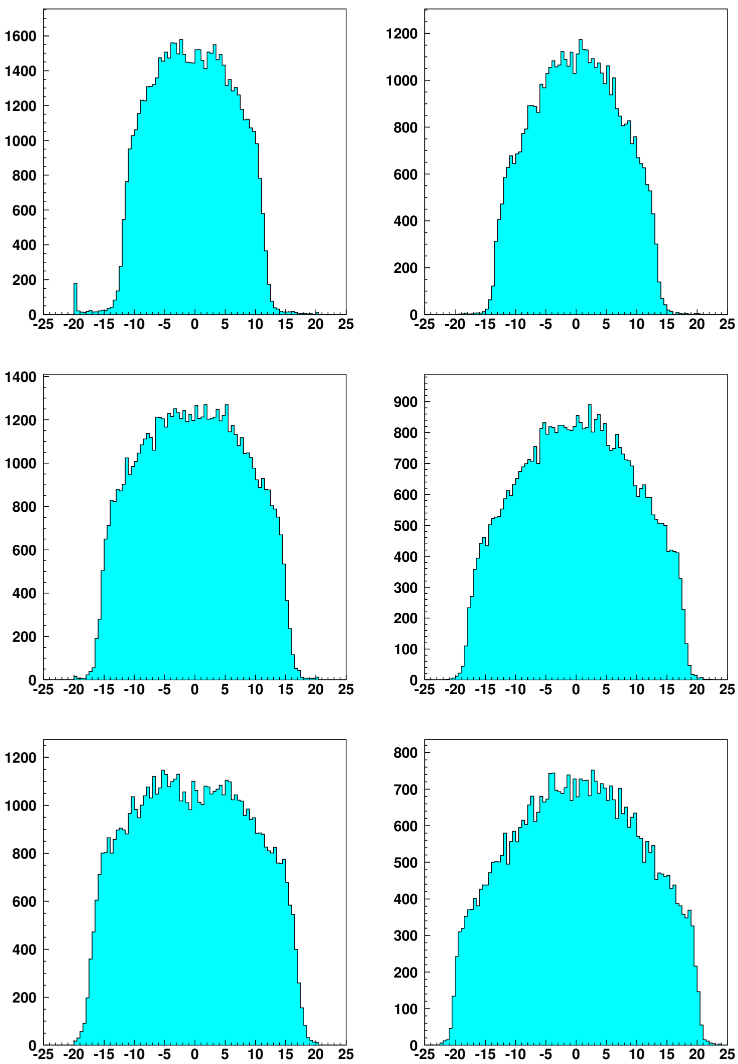

Abbildung 5.18: *z-Verteilung der Ansprecher in den Drahtlagen 11, 17 and 20, links für reale Daten und rechts für die simulierten Ereignisse.*

ein zusätzlicher Schnitt auf die effektive Drahtlänge der Triggerlagen bei z=17.5 cm durchgeführt. Die daraus resultierende $\cos(\theta)$-Verteilung der simulierten Daten zeigt nun einen den Daten entsprechenden Verlauf (Abb. 5.19). Tab. 5.15 zeigt die sich aus diesem Schnitt ergebende Reduktion der Daten.

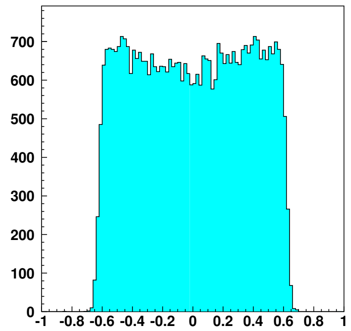

Abbildung 5.19: $\cos(\theta_{\pi^-})$*-Verteilung der MC-Ereignisse nach den im Text beschriebenen Schnitten.*

Schnitt	gesamter Protonimpulsbereich	p<150 MeV/c
Nach allen Schnitten (p< 100 MeV/c, η-Anticut)	23 664	31 770
Schnitt auf die effektive Drahtlänge	21 502	28 274

Tabelle 5.15: *Datenreduktion durch den zusätzlichen Schnitt auf die effektive Drahtlänge*

Der $\pi^+2\pi^-2\pi^0$$\mathbf{p_{spectator}}$-Datensatz

Die Überprüfung des $\pi^+2\pi^-2\pi^0p_{spectator}$-MC-Datensatzes ergab, wie zu erwarten war, das gleiche Ergebnis. Demzufolge wurde auch hier der oben beschriebene Schnitt auf die effektive Drahtlänge durchgeführt. Dies führt wiederum zu einer guten Übereinstimmung von realen und simulierten Daten.

Die Anzahl der verbleibenden Ereignisse ist in Tab. 5.16 aufgeführt.

Schnitt	gesamter Protonimpulsbereich	p<150 MeV/c
Nach allen Schnitten (p< 100 MeV/c, ω- und η-Anticut)	8 090	43 910
Schnitt auf die effektive Drahtlänge	6 552	34 568

Tabelle 5.16: *Datenreduktion durch den zusätzlichen Schnitt auf die effektive Drahtlänge*

5.4 Verzweigungsverhältnisse

An dieser Stelle ist es nun möglich, die Verzweigungsverhältnisse für die beiden Reaktionen $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p$ und $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p$ zu bestimmen.

Da beide Datensätze mit einem speziellen Trigger aufgenommen wurden, muß man diese zunächst auf die Gesamtanzahl der Annihilationen normieren, denen sie ohne Triggerbedingung entsprechen würden.

Für den $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p$-Datensatz geschieht dies unter Benutzung des bekannten $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 2\pi^0 p$-Verzweigungsverhältnisses [45]:

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \pi^- 2\pi^0 p) = (0.68 \pm 0.07) \cdot 10^{-2} \tag{5.19}$$

Für den $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p$-Datensatz wurden neben den getriggerten Daten auch Daten analysiert, bei denen nur der Eingangszähler vor dem Target, sowie der Ausgangszähler zur Ereignisdefinition benutzt wurde. Somit wird jede Ereignistopologie aufgezeichnet (*minimum bias trigger*). Relativ zu diesen Daten ist es dann möglich, die Anzahl der Antiproton-Deuterium-Annihilationen zu bestimmen, die dem getriggerten Datensatz equivalent sind.

$\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p$

In Tab. 5.17 sind die für die Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse relevanten Werte nochmals zusammengefaßt. Dies sind die aus den getriggerten 1-Spur-Daten selektierten $\pi^- 4\pi^0 p$-, sowie die $\pi^- 2\pi^0 p$-Ereignisse und die entsprechend produzierten und rekonstruierten MC-Ereignisse, die zur Bestimmung der Nachweiseffizienzen dienen. Die $\pi^- 2\pi^0 p$-Ereignisse erlauben gemeinsam mit dem Verzweigungsverhältnis (5.19) eine absolute Normierung des Verzeigungsverhältnisses.

Um den möglichen Einfluß des η-Anticuts auf das hier berechnete Verzweigungsverhältnis zu untersuchen, sind in Tab 5.17 nicht nur die Anzahl der Ereignisse für einen η-Anticut von ± 30 MeV angegeben, sondern auch für ± 23.5 MeV und ± 45 MeV.

		Breite des η-Schnittes		
	p_{proton} <100 MeV	$m_\eta \pm 23.5$ MeV	$m_\eta \pm 30$ MeV	$m_\eta \pm 45$ MeV
5 197 959 getriggerte 1-Spur Daten				
$\pi^- 2\pi^0 p$-Ereignisse	95822	——	——	——
$\pi^- 4\pi^0 p$-Ereignisse	42738	30469	30016	29239
345 137 produzierte $\pi^- 2\pi^0 p$-Monte-Carlo-Ereignisse				
$\pi^- 2\pi^0 p$-Ereignisse	64831	——	——	——
707 308 produzierte $\pi^- 4\pi^0 p$-Monte-Carlo-Ereignisse				
$\pi^- 4\pi^0 p$-Ereignisse	25104	21782	21502	20872

Tabelle 5.17: *Anzahl der $\pi^- 4\pi^0 p$-Ereignisse nach verschiedenen Schnitten für getriggerte Daten und MC-Ereignisse. Der $\eta \rightarrow 3\pi^0$–Anticut bezieht sich nur auf den 5π-Datensatz.*

Das Verzweigungsverhältnis berechnet sich aus den in Tab 5.17 angegebenen Zahlenwerten wie folgt:

$$\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}{\to}\pi^-4\pi^0\mathrm{p}) = \frac{N_{5\pi\text{-Events}}}{\varepsilon_{\mathrm{MC}}(\pi^-4\pi^0\mathrm{p})} \cdot \frac{\varepsilon_{\mathrm{MC}}(\pi^-2\pi^0\mathrm{p})}{N_{3\pi\text{-Events}}} \cdot \mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}{\to}\pi^-2\pi^0\mathrm{p})$$

$\varepsilon_{\mathrm{MC}}(\pi^-4\pi^0\mathrm{p})$ bzw. $\varepsilon_{\mathrm{MC}}(\pi^-2\pi^0\mathrm{p})$ entsprechen den Rekonstruktionswahrscheinlichkeiten für den 3πp– bzw. 5πp–Datensatz. Diese werden aus den simulierten Ereignissen bestimmt. Neben dem statistischen Fehler ist für die Rekonstruktionswahrscheinlichkeit noch der durch die Simulation selbst bedingte Fehler zu berücksichtigen. Eine ausführliche Untersuchung der Simulation geladener Spuren sowie von Photonen haben einen zusätzlichen Fehler von 3% pro Spur und von 1% pro Photon ergeben [46].

$$\varepsilon_{\mathrm{MC}}(\pi^-2\pi^0\mathrm{p}) \quad = \quad (18.8 \pm 1.0)\%$$

$\varepsilon_{\mathrm{MC}_{5\pi}}$ unterscheidet sich entsprechend den verschieden gewählten Schnitten auf das η und ist gemeinsam mit den berechneten Verzweigungsverhältnissen in Tab. 5.18 dargestellt.

Breite des η-Anticuts	$\varepsilon_{\mathrm{MC}}(\pi^-4\pi^0\mathrm{p})$	Verzweigungsverhältnis
$\pm$23.5 MeV	$(3.08 \pm 0.28)\%$	$(1.32 \pm 0.20)\%$
$\pm$30 MeV	$(3.04 \pm 0.28)\%$	$(1.32 \pm 0.20)\%$
$\pm$45 MeV	$(2.95 \pm 0.27)\%$	$(1.32 \pm 0.20)\%$

Tabelle 5.18: *Rekonstruktionswahrscheinlichkeiten und Verzweigungsverhältnisse in Abhängigkeit vom gewählten Schnitt auf das η.*

Betrachtet man die in Tab. 5.18 gelisteten Verzweigungsverhältnisse, so stimmen diese innerhalb der Fehler gut miteinander überein. Auch ist nicht zu erkennen, daß bei einem gewählten η-Anticut von $\pm$23.5 MeV noch merklich $\eta[\to 3\pi]\pi\pi$-Ereignisse zum Datensatz beitragen.

Für das Verzweigungsverhältnis ergibt sich somit der folgende Wert:

$$\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}{\to}\pi^-4\pi^0\mathrm{p}) \quad = \quad (1.32 \pm 0.20)\%$$

Der getriggerte Datensatz entspricht $(75.0{\pm}8.7){\cdot}10^6$ Antiproton–Deuterium–Annihilationen.

$\bar{\mathbf{p}}\mathbf{d}{\to}\pi^+2\pi^-2\pi^0\mathbf{p}$

Für diesen Endzustand wurden neben den getriggerten Daten auch Minimum–Bias–Daten analysiert, um die Normierung des Verzweigungsverhältnisses zu ermöglichen. Die Selektion des Minimum–Bias–Datensatzes verläuft analog zur Selektion der getriggerten Daten. Demzufolge werden hier nur die Endergebnisse dargestellt, ohne nochmals detailliert auf die einzelnen Selektionsschritte einzugehen. Die relevanten Zahlen sind gemeinsam mit den Resultaten der Selektion der getriggerten und der simulierten Daten in Tab. 5.19 zusammengefaßt. Da in diesem Datensatz nur sehr wenige $\eta\pi\pi$-Ereignisse auftreten, und zudem der Einfluß des η-Schnittes schon im $\pi^-4\pi^0$-Datensatz zu vernachlässigen war, wird hier nur die Abhängigkeit von ω-Anticut untersucht.

		Breite des ω-Schnittes	
	p_{proton} <100 MeV	$m_\omega \pm 52{,}5$ MeV	$m_\omega \pm 60$ MeV
≈6.5 Mio getriggerte 3-Spur Daten			
$\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$p-Ereignisse	46629	20433	19419
1 293 561 Minimum-Bias-Ereignisse			
$\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$p-Ereignisse	1197	566	549
1 060 079 produzierte $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$p-Monte-Carlo-Ereignisse			
$\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$p-Ereignisse	15001	7072	6552

Tabelle 5.19: *Anzahl der $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$p-Ereignissen nach verschiedenen Schnitten aus das ω für getriggerte Daten und MC-Ereignisse. η-Schnitt: $m_\eta \pm$ 30.0 MeV. Für die MC-Ereignisse wurde zwischen Impuls und ω-Schnitt, noch zusätzlich der in Abschnitt 5.3.4 beschriebene Schnitt auf die effektive Drahtlänge durchgeführt.*

Mit den in Tab. 5.19 angegebenen Werten läßt sich das Verzweigungsverhältnis wie folgt bestimmen:

$$BR(\bar{p}d \to \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p) = \frac{N^{\text{min.bias}}_{5\pi\text{-Ereignisse}}}{\varepsilon_{MC}(\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p) \cdot \varepsilon_1} \cdot (N^{\text{min.bias}}_{\text{alle Ereignisse}})^{-1} \quad (5.20)$$

ε_1 entspricht einer Korrektur auf Ereignisse, außerhalb des Targets geschehen ist [46]. Diese Ereignisse werden zwar bei der Selektion durch den kinematischen Fit verworfen, sind aber Teil des Bezugsdatensatzes (minimum bias Daten).

$$\varepsilon_1 = 0.956 \pm 0.025$$

$\varepsilon_{MC}(\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p)$ entspricht der Rekonstruktionswahrscheinlichkeit eines Ereignisses und ist in Tab. 5.20 in Abhängigkeit von dem Schnitt auf das ω angegeben.

Breite des ω-Anticuts	$\varepsilon_{MC}(\pi^+ 2\pi^- 3\pi^0 p)$	Verzweigungsverhältnis
±52.5 MeV	$(0.67 \pm 0.74)\%$	$(6.9 \pm 0.8)\%$
±60 MeV	$(0.62 \pm 0.69)\%$	$(7.2 \pm 0.9)\%$

Tabelle 5.20: *Rekonstruktionswahrscheinlichkeiten und Verzweigungsverhältnisse in Abhängigkeit vom gewählten Schnitt auf das ω.*

Betrachtet man Tab. 5.20 so fällt auf, daß die Rekonstruktionseffizienz sehr klein ist. Dies wird durch den ω-Schnitt bedingt, durch den eine große Anzahl von Ereignissen verworfen wird.

Die Verzweigungsverhältnisse sind wiederum innerhalb ihrer Fehler gut miteinander kompatibel. Allerdings sind die hier auftretenden Unterschiede in den Verzweigungsverhältnissen für verschiedene Breiten des ω-Anitcuts größer, als die vom η-Anticut im $\pi^- 4\pi^0$-Datensatz.

Würde diese Schwankung im Zusammenhang mit $\omega\pi\pi$-Ereignisse stehen, welche fälschlicherweise nach dem Schnitt im Datensatz verblieben sind, so würde man erwarten, daß das

Verzweigungsverhältnis für den ± 52.5 MeV-Schnitt größer ist als für den ± 60 MeV-Schnitt. Dies ist jedoch nicht der Fall. Der große Fehler des Verzweigungsverhältnisses wird dadurch bedingt, daß sich dieses im wesentlichen aus dem Minimum–Bias–Datensatz mit niedriger Statistik berechnet (Gl. 5.20).

Für das Verzweigungsverhältnis ergibt sich somit der folgende Wert:

$$\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^+2\pi^-2\pi^0\mathrm{p}) \quad = \quad (7.0 \pm 1.1)\%$$

Der getriggerte Datensatz entspricht $(46.3 \pm 2.5)\cdot 10^6$ $\bar{\mathrm{p}}$d-Annihilationen.

$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{N}\to 5\pi$ Verzweigungsverhältnisse

Neben den beiden oben bestimmten Verzweigungsverhältnissen sind noch zwei weitere $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{N}\to 5\pi$ Verzweigungsverhältnisse aus Crystal Barrel Daten bestimmt worden. Diese sind im folgenden mit den beiden zuvor berechneten aufgeführt.

$$\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to 5\pi^0) = (0.71 \pm 0.1)\% \quad [47]$$
$$\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^- 4\pi^0\mathrm{p}) = (1.32 \pm 0.20)\%$$
$$\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to\pi^+\pi^- 3\pi^0) = (7.2 \pm 0.06)\% \quad [48]$$
$$\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^+2\pi^-2\pi^0\mathrm{p}) = (7.0 \pm 1.1)\%$$

All diese Verzweigungsverhältnisse schließen Beiträge von $\eta \to 3\pi^0$ und $\eta,\ \omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ aus.

Kapitel 6

Partialwellenanalyse der 5π-Endzustände

Das Hauptinteresse dieser Arbeit gilt der Analyse von 5π–Endzuständen ohne Berücksichtigung der darin enthaltenen $\omega\pi\pi$– und $\eta\pi\pi$–Datensätze ($\omega\rightarrow\pi^+\pi^-\pi^0$, $\eta\rightarrow 3\pi^0$, $\eta\rightarrow\pi^+\pi^-\pi^0$). Bevor jedoch die Daten vorgestellt werden und auf die Analysemethode eingegangen wird, soll hier zunächst ein teilweise historischer Überblick über die Analysen von 5–Pion–Endzuständen gegeben werden.

6.1 Die experimentelle Situation: $\bar{\mathrm{N}}\mathrm{N}\rightarrow 5\pi$

Bereits 1966 wurden von Bettini et al. 968 Blasenkammerereignisse der Reaktion $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}\rightarrow 2\pi^0 3\pi^-$ (p_{Proton} <250 MeV/c) analysiert [49]. Als Targetmaterial diente flüssiges Deuterium. Es wurde beobachtet, daß sich die Verteilungen der invarianten Massen deutlich von Phasenraumverteilungen unterscheiden. Ein Fit der entsprechenden invarianten Massen– und Winkelverteilungen ergab, daß sich die auftretende Dynamik durch eine I=0, $\mathrm{J}^{\mathrm{PC}}=0^{++}$ Resonanz beschreiben läßt, die in zwei ρ–Mesonen zerfällt (M=1410 MeV, Γ=90 MeV).

20 Jahre später wurden von Bridges et al. [50] abermals 897 Blasenkammerereignisse der oben genannten Reaktion analysiert. Um die Parameter der Resonanz zu bestimmen, wurden Differenzspektren benutzt. Das Ergebnis war eine 2^{++}–Resonanz mit einer etwas höherer Masse und Breite (M=1477 MeV, Γ=116 MeV).

In den Jahren 1993/94 wurden drei unterschiedliche 5π–Datensätze von drei verschiedenen Gruppen mit teilweise unterschiedlichen Methoden analysiert. In einer Reanalyse von Blasenkammerdaten der Rome–Syracuse–Collaboration, $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}\rightarrow 2\pi^+ 3\pi^-$ (1496 Ereignisse), fand M.Gaspero eine zufriedenstellende Fitlösung mittels einer 0^{++}–Resonanz (S_0), M=(1386±10±28) MeV, Γ=(310±17±47) MeV [51]. Neu an dieser Analyse war die zusätzliche Einführung eines $\sigma\sigma$–Zerfallsmodes der Resonanz. Das σ steht hierbei für die $\pi\pi$–S–Welle. Es ergab sich ein Verhältnis von

$$\frac{\mathrm{S}_0\rightarrow\sigma\sigma}{\mathrm{S}_0\rightarrow\rho\rho} = \frac{64\%}{36\%}$$

mit einem Fehler von ±6% für $S_0 \to \rho\rho$.

Wenig später veröffentlichte die OBELIX–Collaboration eine Analyse von im Fluge genommenen $\bar{n}p \to 3\pi^+ 2\pi^-$–Daten. Hier zeigte sich ebenfalls Evidenz für eine 0^{++}–Resonanz mit M=(1345±12) MeV und Γ=(398±26) MeV [52]. Das Verhältnis der beiden Zerfallsmoden wurde hierbei zu

$$\frac{S_0 \to \sigma\sigma}{S_0 \to \rho\rho} = \frac{72\%}{28\%}$$

bestimmt. Der angegebene Fehler des $S_0 \to \rho\rho$–Zerfalls beträgt ±1%.

Die Crystal Barrel Collaboration beobachtete in der Antiproton–Proton–Annihilation in Ruhe, $\bar{p}p \to \pi^+\pi^- 3\pi^0$ ebenfalls eine 0^{++}–Resonanz, M=(1374±38) MeV, Γ=(365±61) MeV [53], allerdings mit einem deutlich anderem Verhältnis der Zerfallsmoden.

$$\frac{S_0 \to \sigma\sigma}{S_0 \to \rho\rho} = \frac{29\%}{61\%}$$

Der Fehler des Quotienten liegt bei ±0.2 Im Unterschied zu den beiden oben genannten Analysen wurden hier nicht nur Projektionen gefittet, sondern mittels eines sogenannten Likelyhood–Fits die vollständige Kinematik jedes einzelnen Ereignisses berücksichtigt.

Nach der Veröffentlichung der drei obigen Analysen standen Spin und Parität der Resonanz ($f_0(1370)$) nicht mehr zur Diskussion und auch dessen Masse und Breite erschien als geklärt. Unverstanden blieben die unterschiedlichen Verzweigungsverhältnisse nach $\rho\rho$ und $\sigma\sigma$. Bezüglich der Vektormesonen sei hier angemerkt, daß keine der zuvor diskutierten Analysen einen ρ'–Zustand in der endgültigen Fitlösung benötigte. Abgesehen von der letzten wurde nicht einmal versucht, solch einen Zustand einzuführen.

Im Jahre 1995 wurde begonnen, den Hochstatistik–Crystal–Barrel–Datensatz $\bar{p}p \to 5\pi^0$ zu analysieren [54], der sehr gut dazu geeignet ist, den $\sigma\sigma$–Zerfall von Resonanzen zu untersuchen. Hier wurde gezeigt, daß eine 0^{++}–Resonanz nicht ausreicht, um den Datensatz zu beschreiben. Ein signifikanter Beitrag des $f_0(1500)$, (12.7±1.6)% [55] wurde zusätzlich zur Beschreibung des Datensatzes benötigt. Allerdings ergab sich eine größere Breite (∼170 MeV [54]) für die Resonanz als erwartet. Zusätzlich zu einem $f_0(1300/1370)$ und dem $f_0(1500)$ wurde eine direkte $\pi^*(1300)\sigma$ Amplitude und ein $f_0(1750)$ eingeführt, letzteres, um eine Schulter im Bereich hoher $4\pi^0$–Massen beschreiben zu können. Dabei ist es nicht möglich, die Masse und Breite dieses Teilchens aus der $\bar{p}p$–Annihilation in Ruhe zu bestimmen, da es hier am Rand des Phasenraumes liegt.

Leider ist es durch die $5\pi^0$–Analyse auch nicht gelungen abschließend zu klären, ob es sich beim $f_0(1300/1370)$ um eine relativ schmale oder um eine sehr breite Resonanz (Γ>1 GeV) handelt. Letzteres würde einem nicht–resonanten Untergrund entsprechen. Wäre dies der Fall, so hinterließe dies direkt Zweifel an der Existenz des $f_0(1370)$, da bekannt ist, daß es kaum an $\pi\pi$ koppelt und auch die Kopplungen an andere Kanäle klein sind. Die Partialbreiten einer Resonanz müssen aufsummiert deren Gesamtbreite ergeben, weshalb in diesem Fall eine große Kopplung an 4π zu erwarten wäre (Abschnitt 2.1.4). Demzufolge müßte man sich dann die Frage stellen, ob nicht vielleicht die gefundenen kleinen Beiträge der Resonanz in anderen Zerfallsmoden als Artefakt der Analyse zu interpretieren sind.

Das $f_0(1500)$ wurde in der $5\pi^0$–Analyse in seinem Zerfall nach $\sigma\sigma$ und $\pi^*(1300)\pi$ beobachtet. Die Anteile der beiden Zerfallskanäle variierten jedoch trotz geringer Schwankungen in der Güte der Anpassung stark, und es war somit nicht möglich, die relative Zerfallsbreite in die beiden Endzustände zu bestimmen. Für das in seinem $\sigma\pi$–Zerfall beobachtete $\pi^*(1300)$ wurde eine Masse von ca. 1100 MeV und eine Breite von ca. 340 MeV bestimmt.

Der $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$–Datensatz hat den Vorteil, daß er sehr gut dazu geeignet ist, den $\sigma\sigma$–Zerfall von Resonanzen zu untersuchen, da hier viel weniger resonante Zwischenzustände möglich sind als in Endzuständen mit geladenen Pionen. Man denke nur an die mögliche Produktion von ρ–Mesonen und an die sich daraus ergebende Vielzahl von möglichen Zerfallskanälen. Der Datensatz hat aber auch einen bedeutenden Nachteil: Die große Anzahl kombinatorischer Möglichkeiten, die mit Sicherheit viele der oben geschilderten Probleme bedingt.

Möchte man nun die Anzahl der kombinatorischen Möglichkeiten für die produzierten 0^{++}–Resonanzen minimieren, um die offengebliebenen Fragen zu beantworten, so ist dies nur durch die Analyse von Endzuständen zu erreichen, welche auch geladenene Pionen enthalten.

Dies ist in der vorliegenden Arbeit geschehen.

6.2 $\bar{p}N \rightarrow 5\pi$ – 4 Hochstatistik-Datensätze –

Mit der Zielsetzung, die offengebliebenen oben geschilderten Fragen zu beantworten und Informationen über weitere Zerfallskanäle der skalaren Mesonen zu gewinnen, sowie die Vektormesonen und ihre 4π–Zerfallsmoden zu untersuchen, wurden vier verschiedene Datensätze unterschiedlicher geladener Multiplizität, parallel analysiert:

- $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p_{\mathrm{spectator}}$
- $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{\mathrm{spectator}}$
- $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$ [54]
- $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^- 3\pi^0$ [56]

Man beachte, daß es im $\pi^- 4\pi^0$- Datensatz nur eine kombinatorische Möglichkeit für das produzierte $f_0\pi^-$–System gibt.

Die gemeinsame Analyse verschiedener Datensätze hat den Vorteil, daß man die Fitergebnisse an verschiedenen Datensätzen auf Konsistenz prüfen kann. Außerdem kann man von der unterschiedlichen Sensitivität der verschiedenen Endzustände bezüglich verschiedener Resonanzen und Zerfallsmoden profitieren. Somit ist es möglich von einem Endzustand zu lernen, was für den nächsten wichtig sein könnte.

Bevor jedoch an dieser Stelle auf die Analyse selbst eingegangen wird, werden zunächst die Datensätze, in Form ihrer invarianten Massenverteilungen, vorgestellt.

6.3 Die 5–Pion–Datensätze

In diesem Abschnitt sollen die vier Datensätze gemeinsam vorgestellt werden. Dies erlaubt einen Vergleich der Spektren und ermöglicht, aus den invarianten Massenverteilungen erste Hinweise auf Resonanzbeiträge zu gewinnen, die später in der Partialwellenanalyse zu berücksichtigen sind.

An dieser Stelle sei zunächst darauf hingewiesen, daß es sich bei jeder invarianten Masse um eine Projektion eines mehrdimensionalen Raumes handelt (siehe auch Kap. 6.5). Da mehr als zwei Pionen – hier wäre nur eine einzelne Kombination von Pionen denkbar – im Endzustand vorhanden sind, weiß man nie, wie z.B. die Bildung einer (3π)–Resonanz eine andere invariante Masse, z.B. eine (4π)– oder eine andere (3π)–invariante Masse beeinflussen könnte. Das bedeutet, daß nicht jeder Peak in einem Spektrum direkt einer Resonanz zuzuordnen ist, da auch Reflektionen anderer Zerfallsketten resonanzähnliche Strukturen in einem Spektrum hervorrufen können. Somit sind an dieser Stelle alle Interpretationsversuche von Überhöhungen in den verschiedenen Spektren als Arbeitshypothese für die anschließende Partialwellenanalyse zu verstehen, und nicht als Interpretation der Daten.

Dennoch ist es sinnvoll, die invarianten Massen zunächst einmal zu betrachten, um ein Gefühl dafür zu bekommen, welche Resonanzen in den vorliegenden Daten eine Rolle spielen könnten und demzufolge auch in den Amplituden für die spätere Anpassung auftreten sollten.

Abb. 6.1 zeigt die neutrale (4π)–invariante Masse der vier verschiedenen Datensätze. Betrachtet man die Verteilungen, so ist in allen vier Datensätzen eine Überhöhung in den Daten relativ zum MC-Spektrum zu beobachten. Das Maximum liegt dabei jeweils in der Massenregion um 1500 MeV. Die deutliche Abweichung vom Phasenraumverhalten weist auf ein starkes dynamisches Verhalten (Resonanzbildung) in den Daten hin. Die Lage des Maximums könnte man als ersten Hinweis auf das mögliche Auftreten des $f_0(1500)$'s deuten.

Ebenso von Interesse wie die neutrale 4-Pion invariante Masse ist die einfach geladene 4π-invariante Masse, (Abb. 6.2). Auch hier ist ein Abweichen der Daten vom Phasenraum zu erkennen, allerdings ist die Peakstruktur im Vergleich zur neutralen (4π)-invarianten Masse weniger ausgeprägt und erscheint breiter. Möglich ist in diesem Fall ein Zusammenhang mit dem $\rho'(1450)$.

Auch ist die Verteilung der $3\pi^0$ invarianten Masse (Abb. 6.3) deutlich vom Phasenraum verschieden. Da sowohl $a_1(1260)$ wie auch $h_1(1170)$ dominant nach $\rho\pi$ zerfallen, sollte man in der $3\pi^0$ invarianten Masse nur das $\pi^*(1300)\rightarrow(\pi\pi)_s\pi$ beobachten, welches in der früheren $\bar{p}p\rightarrow5\pi^0$-Analyse benötigt wurde. Allerdings sind in den invarianten Massen keine Andeutungen für eine Resonanz im entsprechenden Massenbereich zu erkennen. Abgesehen davon ist auffällig, daß sich Abb. 6.3a und Abb. 6.3b stark ähneln, während sich Abb. 6.3c deutlich von den beiden anderen unterscheidet. Dabei ist zu beachten, daß es im $\bar{p}p\rightarrow\pi^+\pi^-3\pi^0$–Datensatz nur eine kombinatorische Möglichkeit zur Bildung einer $3\pi^0$ invariante Masse gibt und außerdem die möglichen $\bar{p}N$ Anfangszustände ebenfalls verschieden sind. Abgesehen davon hat natürlich auch die unterschiedliche geladene Multiplizität der Endzustände Einfluß auf die Form des Spektrums, da in den resonanten Zwischenzuständen unterschiedliche Teilchen auftreten können.

In der $\pi^-2\pi^0$ invarianten Masse (Abb. 6.4) ist in Abb. 6.4b eine Schulter bei ca. 1300 MeV zu beobachten, die andeutungsweise auch im zweiten Deuteriumdatensatz (Abb. 6.4d) sichtbar

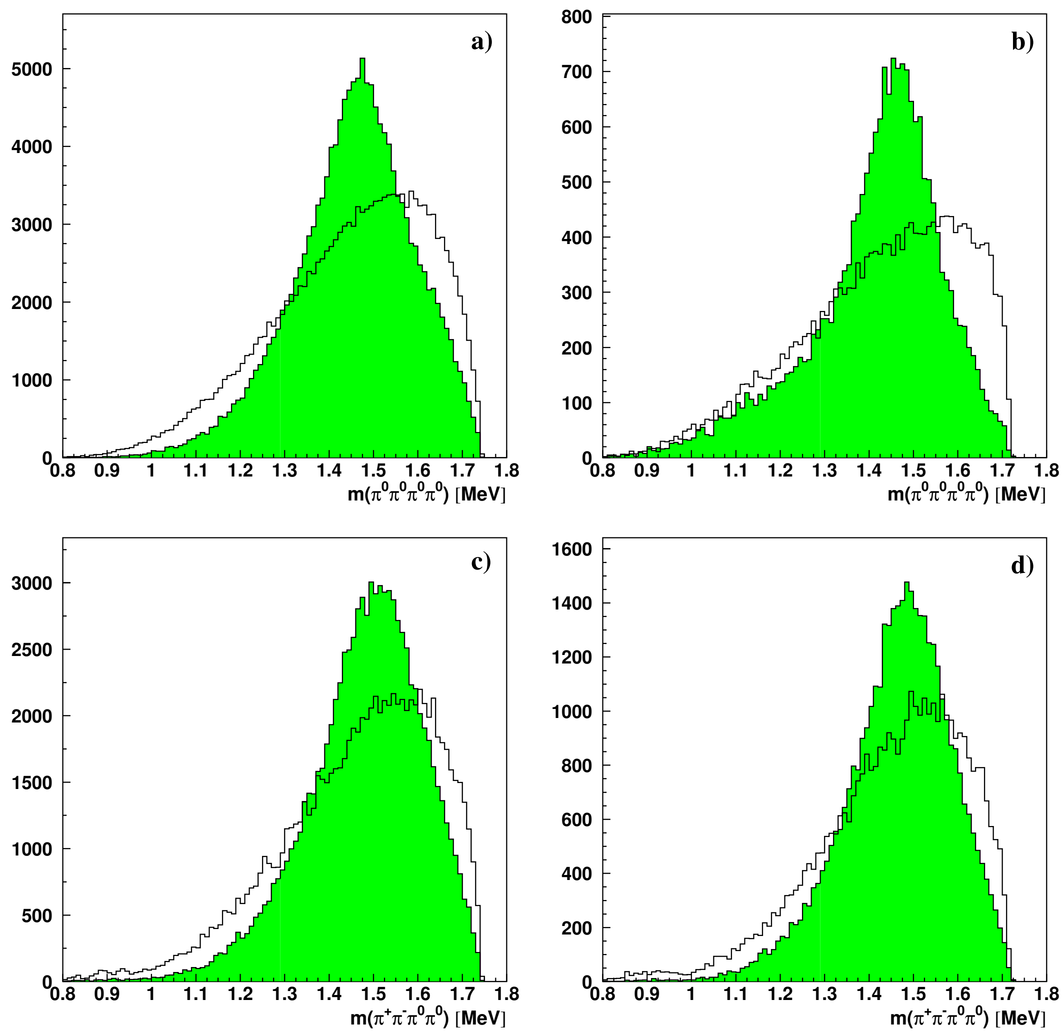

Abbildung 6.1: *Neutrale 4-Pion invariante Masse:*
a) $4\pi^0$-invariante Masse des $\bar{p}p \to 5\pi^0$ -Datensatzes,
b) $4\pi^0$-invariante Masse des $\bar{p}d \to \pi^- 4\pi^0 p_{spectator}$ -Datensatzes,
c) $\pi^+\pi^- 2\pi^0$-invariante Masse des $\bar{p}p \to \pi^+\pi^- 3\pi^0$ -Datensatzes,
d) $\pi^+\pi^- 2\pi^0$-invariante Masse des $\bar{p}d \to \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{spectator}$ -Datensatzes.
Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum aufgetragen für die gleiche Anzahl an Ereignissen.

ist. Dies könnte mit einer nach $\rho\pi$ zerfallenden 3π-Resonanz im Zusammenhang stehen. Daß die Anhäufung von Ereignissen in Abb. 6.4c,d nicht oder nicht so deutlich sichtbar ist, kann daran liegen, daß hier eine größere Anzahl resonanter Zwischenzustände möglich ist. Effekte, die eine einzelne Resonanz im Spektrum erzeugt, können somit überlagert werden. Betrachtet man Abb. 6.5, 6.6, 6.7, so zeigen auch diese eine starke durch die Dynamik bedingte Abweichung vom Phasenraum.

Als letzte Gruppe von invarianten Massen seien die verschiedenen 2π invarianten Massen

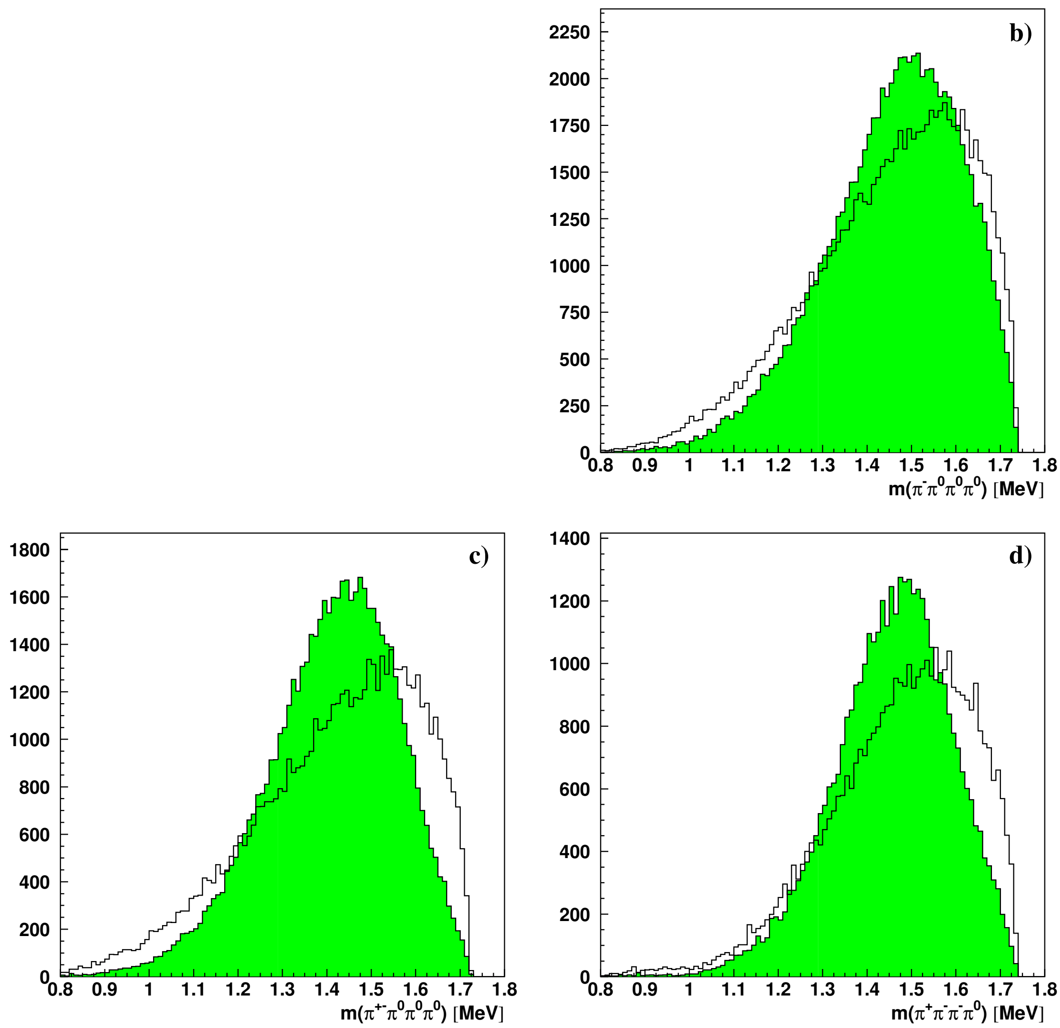

Abbildung 6.2: *Geladene 4-Pion invariante Masse:*
b) $\pi^-3\pi^0$-invariante Masse des $\bar{p}d\to\pi^-4\pi^0 p_{spectator}$ -Datensatzes,
c) $\pi^-3\pi^0$-invariante Masse des $\bar{p}p\to\pi^+\pi^-3\pi^0$ -Datensatzes,
d) $\pi^+2\pi^-\pi^0$-invariante Masse des $\bar{p}d\to\pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{spectator}$ -Datensatzes.
Daten: Grau unterlegte Fläche, Phasenraum: Durchgezogene Kurve.

dargestellt. Betrachtet man die $2\pi^0$- invariante Masse (Abb. 6.8), so ist ein deutlicher Abfall der Intensität bei ca. 1 GeV zu beobachten. Dies entspricht dem typischen Verhalten der $\pi\pi$-S-Welle in der Region des $f_0(980)\to\pi\pi$. In den 2π-Massen (Abb. 6.9, 6.10, 6.11), in denen die Bildung einer ρ-Resonanz möglich ist, ist wie erwartet eine deutliche Anreicherung von Ereignisse bei m($\pi\pi$)=770 MeV zu beobachten. Betrachtet man die $\pi^+\pi^-$ invariante Masse, (Abb. 6.11) so ist auch in der MC-Verteilung ein Peak bei etwa 700 MeV/c^2 sichtbar. Dieser wird künstlich durch den Anticut auf das ω produziert, wie in Abb. 6.12 beweist.

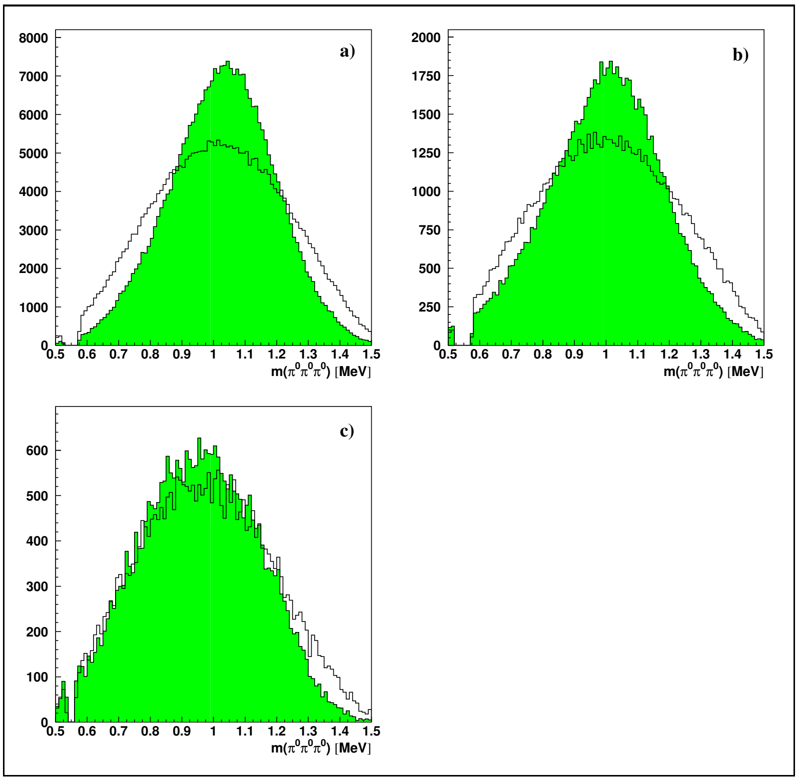

Abbildung 6.3:
$3\pi^0$*-invariante Masse:*
a) $\bar{p}p \to 5\pi^0$*- ,*
b) $\bar{p}d \to \pi^- 4\pi^0 p_{spectator}$*- und*
c) $\bar{p}p \to \pi^+\pi^- 3\pi^0$*- Datensatz.*
Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum.

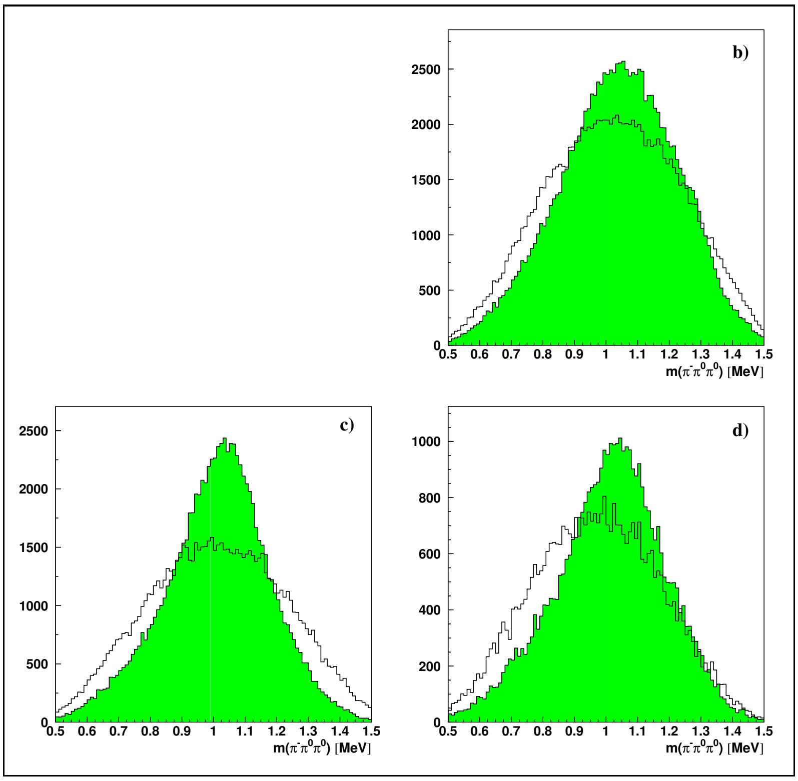

Abbildung 6.4:
$\pi^- 2\pi^0$*-invariante Masse:*
b) $\bar{p}d \to \pi^- 4\pi^0 p_{spectator}$*- ,*
c) $\bar{p}p \to \pi^+\pi^- 3\pi^0$*- und*
d) $\bar{p}d \to \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{spectator}$
Datensatz.
Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum.

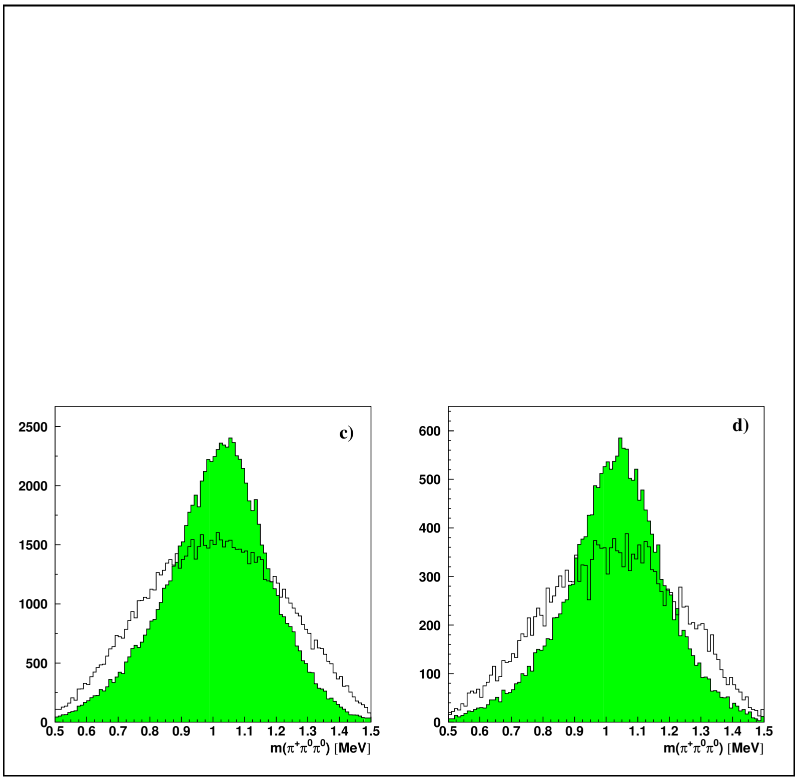

Abbildung 6.5:
*$\pi^+ 2\pi^0$-invariante Masse: $p_{spectator^-}$,
c) $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-3\pi^0$- und
d) $\bar{p}d \rightarrow \pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{spectator}$ Datensatz.
Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum.*

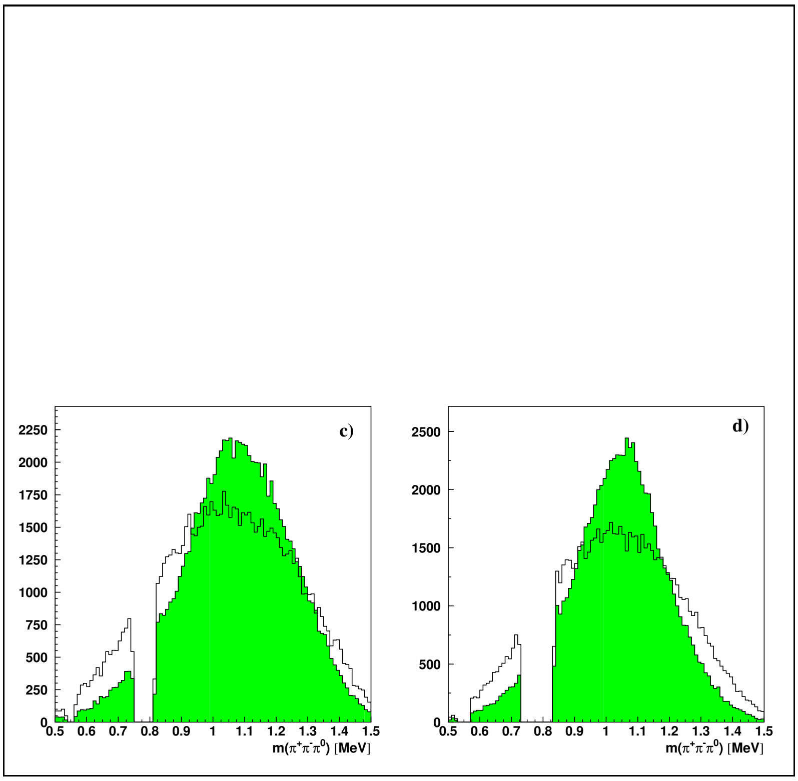

Abbildung 6.6:
*$\pi^+\pi^-\pi^0$-invariante Masse: $p_{spectator^-}$,
c) $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-3\pi^0$- und
d) $\bar{p}d \rightarrow \pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{spectator}$ Datensatz.
Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum. Deutlich zu sehen sind hier die Auswirkungen des η– und ω–Anticuts.*

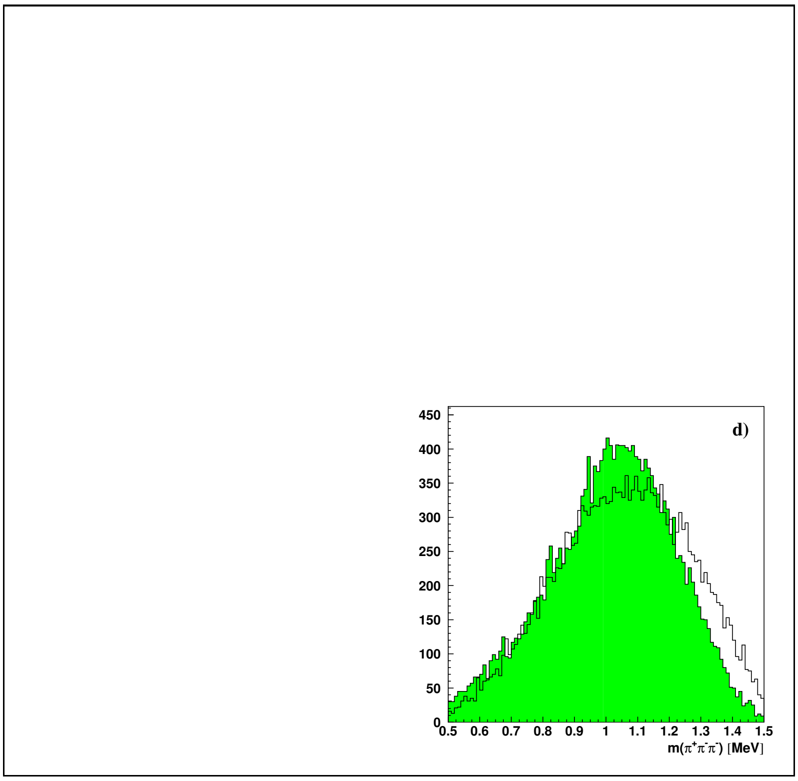

Abbildung 6.7:
$\pi^+2\pi^-$-invariante Masse:
d) $\bar{p}d \rightarrow \pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{spectator}$ Datensatz.
Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum.

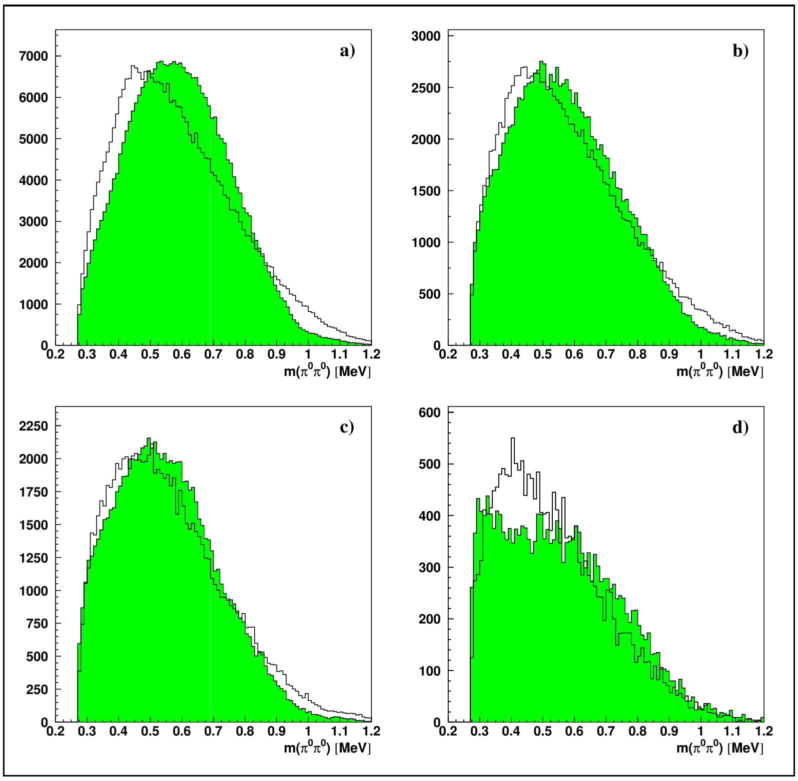

Abbildung 6.8:
$2\pi^0$-invariante Masse:
a) $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$- ,
b) $\bar{p}d \rightarrow \pi^-4\pi^0 p_{spectator^-}$,
c) $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-3\pi^0$- und
d) $\bar{p}d \rightarrow \pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{spectator}$ Datensatz.
Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum.

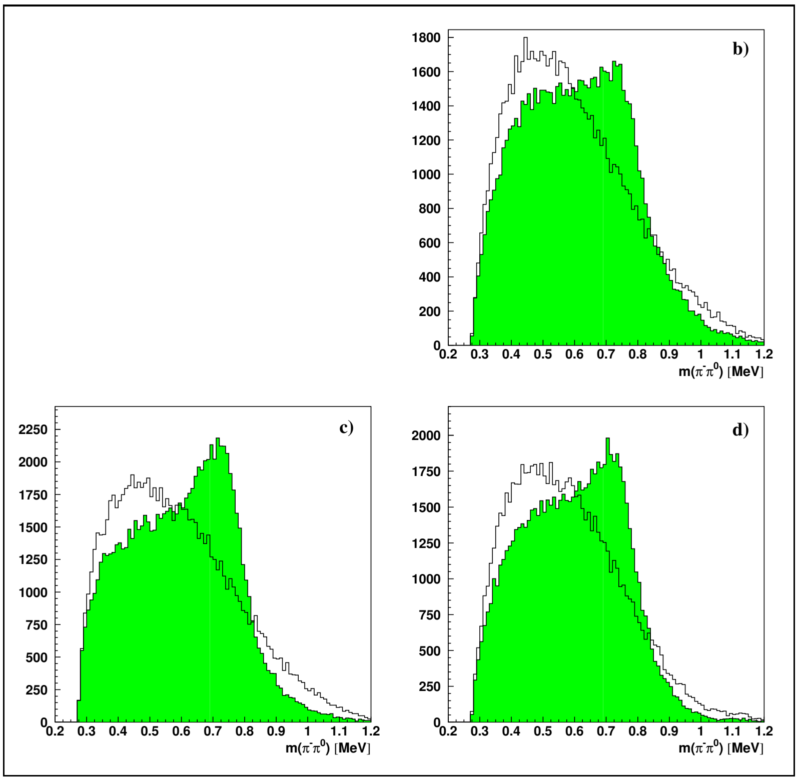

Abbildung 6.9:
$\pi^-\pi^0$-invariante Masse:
b) $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p_{spectator^-}$,
c) $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^- 3\pi^0$- und
d) $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{spectator}$
Datensatz.
Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum.

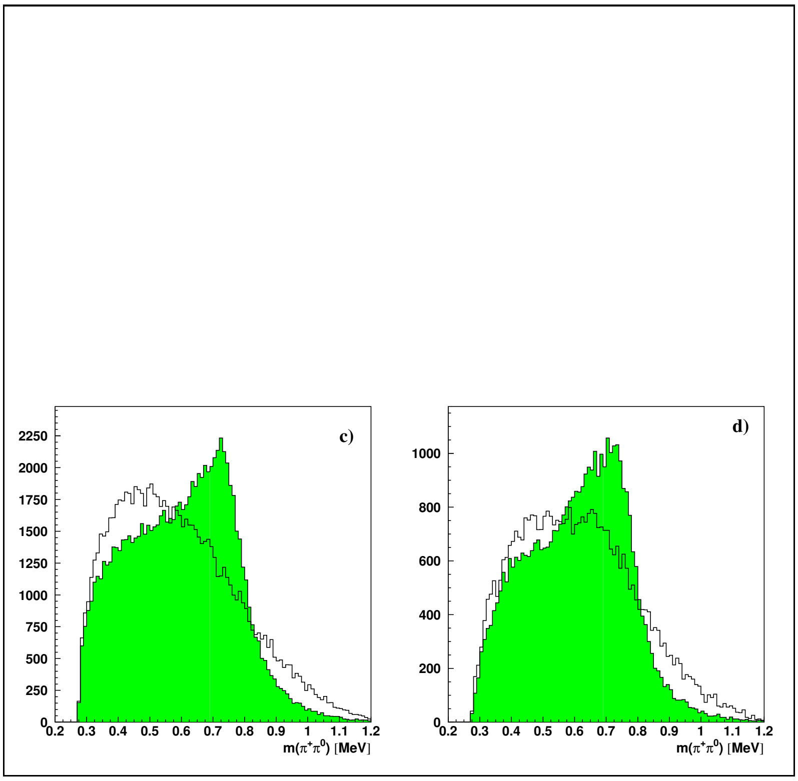

Abbildung 6.10:
$\pi^+\pi^0$-invariante Masse:
$p_{spectator^-}$,
c) $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^- 3\pi^0$- und
d) $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{spectator}$
Datensatz.
Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum.

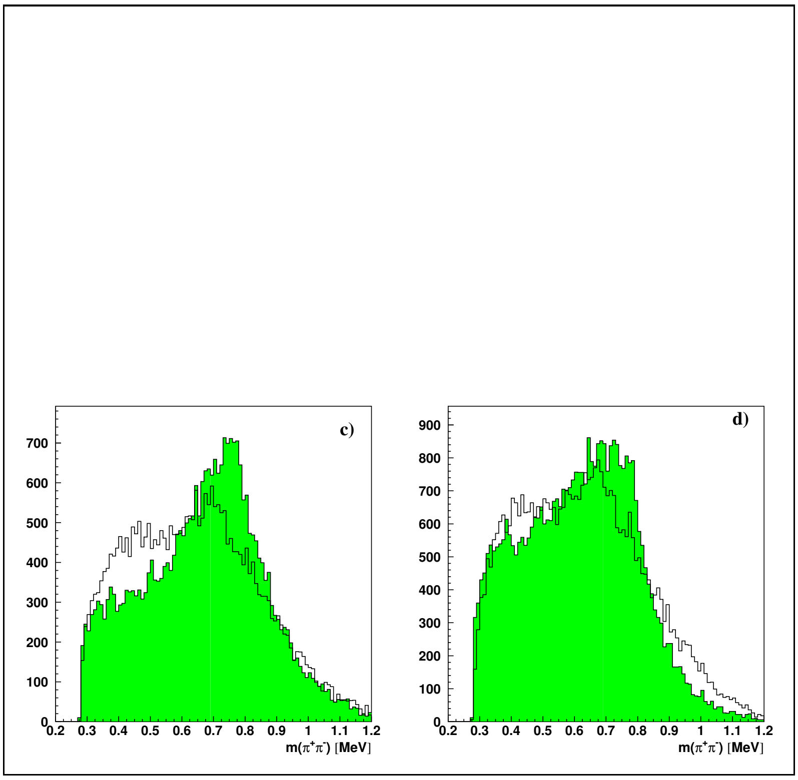

Abbildung 6.11: *$\pi^+\pi^-$-invariante Masse: c) $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^- 3\pi^0$- und d) $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{spectator}$ Datensatz. Die grau unterlegte Fläche zeigt hierbei immer die Daten, die durchgezogene Kurve den Phasenraum.*

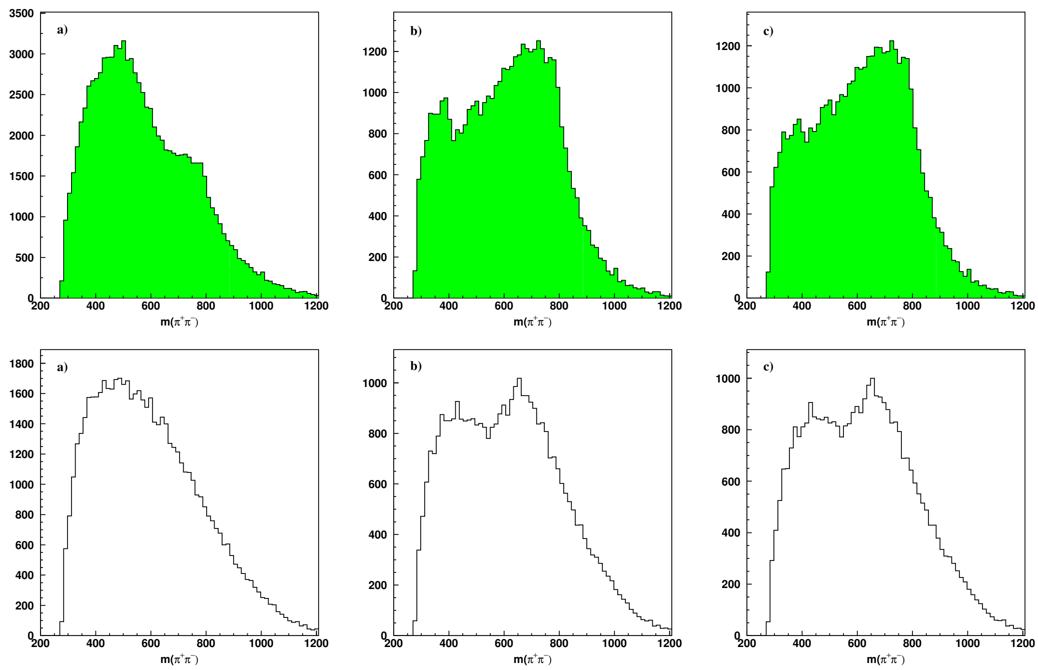

Abbildung 6.12: *Die $\pi^+\pi^-$ invariante Masse des $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p_{spectator}$–Datensatzes für verschiedene bei der Datenselektion durchgeführte Schnitte. Oben: Daten, unten: Simulierte Ereignisse. a) nach dem Impulsschnitt $p_{Proton} < 100 MeV$, b) nach dem ω-Anticut, c) nach dem ω- und η-Anticut.*

Nachdem die Daten vorgestellt wurden, deren Verteilungen deutlich vom Phasenraum abweichen, soll im folgenden auf die Amplitude eingegangen werden mit der diese beschrieben werden sollen.

6.4 Die Amplitude

Bei der Analyse von 3-Körperendzuständen hat sich die Anwendung des Isobarenmodells [57] bewährt. Demzufolge wird es auch in der vorliegenden Analyse wieder eingesetzt. Das Isobarenmodell beschreibt die Annihilation als direkte Resonanzproduktion, der dann sukzessive 2-Körperzerfälle folgen; eine direkte Produktion von fünf nicht wechselwirkenden Teilchen wird nicht berücksichtigt. Allerdings wird i.a. eine direkte Produktion nicht wechselwirkender Mesonen bei der Beschreibung von 3–Teilchenendzuständen auch nicht benötigt.

Im Falle von 5 Teilchen in Endzustand existieren drei innerhalb des Modells mögliche Zerfallsketten.

$$
\begin{array}{llllllllll}
\text{a)} & \bar{\mathrm{p}}\mathrm{N} & \rightarrow & [4\pi]_A\,\pi & \rightarrow & [2\pi]_B[2\pi]_C\,\pi & & & \rightarrow & 5\pi \\
\text{b)} & \bar{\mathrm{p}}\mathrm{N} & \rightarrow & [4\pi]_A\,\pi & \rightarrow & [3\pi]_B\,\pi\pi & \rightarrow & [2\pi]_C\,\pi\,\pi\pi & \rightarrow & 5\pi \\
\text{c)} & \bar{\mathrm{p}}\mathrm{N} & \rightarrow & [3\pi]_A\,[2\pi]_C & \rightarrow & [2\pi]_B\,\pi\,2\pi & & & \rightarrow & 5\pi
\end{array}
$$

Diese sind in Abb. 6.13 nochmals anschaulich dargestellt.

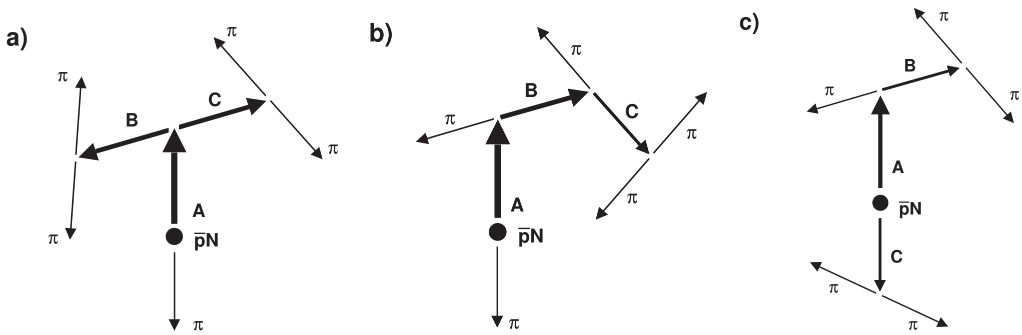

Abbildung 6.13: *Im Isobarenmodell mögliche Zerfallsprozesse*

Entsprechend den zusätzlichen Schritten in der Zerfallskette muß auch die Amplitudenbeschreibung gegenüber der in 3–Körperendzuständen benutzten erweitert werden. Bei der Analyse von 3–Körperendzuständen wird in den aktuelleren Analysen der K-Matrix-Formalismus [60] verwendet. Dieser hat gegenüber einer Beschreibung mit Breit–Wigner–Amplituden den Vorteil, daß er eine unitäre Beschreibung der Daten, und damit die Erhaltung der Wahrscheinlichkeit, gewährleistet.

Eine exakte Übertragung des 5 Teilchenproblems in diesen Formalismus ist jedoch nicht möglich. Hier werden zwar ebenfalls verschiedene Zerfallsmoden betrachtet, wie z.B. für die 0^{++}-Resonanzen $\sigma\sigma$, $\rho\rho$ und $\pi^*\pi$, aber letztendlich zerfällt die Resonanz dann doch in den gleichen Endzustand, in vier Pionen. Deshalb sind die 3 Zerfälle auch nicht als 3x3-K-Matrix zu beschreiben, wie dies z.B. für die Zerfälle nach $\pi\pi$, $\eta\eta$ und K$\bar{\mathrm{K}}$ möglich ist.

In der hier gewählten Bescheibung setzt sich der dynamische Anteil der Amplitude aus drei verschiedenen Teilen zusammen:

$$\mathcal{A} = \hat{F} \cdot \hat{T}_1 \cdot \hat{T}_2, \tag{6.1}$$

$\hat{F}$ beschreibt die Produktion und den Zerfall der Resonnanz A, und $\hat{T}_1, \hat{T}_2$ den Zerfall der beiden Resonanzen B und C. Die Formeln für $\hat{F}$, $\hat{T}_1$ und $\hat{T}_2$, auf die später detalliert eingegangen wird, werden aus dem K-Matrix-Formalismus abgeleitet. Dabei wird als Näherung verwendet, daß in der primären Produktion einzelne separierte Resonanzen erzeugt werden, die in verschiedene Zerfallskanäle zerfallen. Dies bedeutet, daß die Unitarität in dieser Beschreibung nicht mehr unbedingt strikt erhalten ist.

Die allgemeine Struktur der im Fit benutzten Gesamtamplitude sieht wie folgt aus:

$$|\mathcal{A}_{\text{gesamt}}|^2 = \text{a} \cdot |\mathcal{A}_1|^2 + (\text{1-a}) \cdot |\mathcal{A}_2|^2 \ , \tag{6.2}$$

wenn zwei $\bar{\mathrm{p}}$N-Anfangszustände berücksichtigt werden. Tragen mehr Anfangszustände bei, muß die Amplitude entsprechend erweitert werden. a ist der relative Beitrag des ersten Anfangszustands. Die jeweiligen Amplituden der verschiedenen Anfangszustände selbst bestehen aus einer Summe über die Amplituden für die verschiedenen produzierten Resonanzen multipliziert mit ihrer jeweiligen komplexen Produktionsstärke β.

$$\mathcal{A}_{\text{Anfangszustand}i} = \sum_{k=1}^{n\,\text{Amplituden}} \beta_k \mathcal{A}_k \tag{6.3}$$

Die Einzelamplitude $\mathcal{A}_k$, die den Zerfall einer aus der Annihilation produzierten Resonanz in ihren verschiedenen Zerfallsmoden (j) beschreibt, setzt sich dabei wie folgt zusammen:

$$\mathcal{A}_k \quad = \sum_{j=1}^{\text{Zerfallskanäle}} \hat{F}_{A_j} \hat{T}_{B_j} \hat{T}_{C_j} \mathcal{H}_j B_{L_k} \tag{6.4}$$

Dabei stellt $\hat{F}_{A_j} \hat{T}_{B_j} \hat{T}_{C_j}$ den dynamischen Teil der Amplitude dar, $\mathcal{H}_j$ die Helizitätsamplitude, die die Winkelabhängigkeit beschreibt und B_{L_k} den Blatt-Weisskopf–Faktor, der die Drehimpulsbarriere beschreibt, mit der die erste Resonanz produziert wird. Beim Zerfall $\bar{\mathrm{p}}$N(^{1}S$_0$)$\rightarrow f_0\pi$ ist der Blatt-Weisskopf-Faktor z.B. eins, da das $\bar{\mathrm{p}}$N-System mit Drehimpuls null in $f_0\pi$ annihiliert. Für die Definition der Blatt-Weisskopf–Faktoren siehe Anhang A.

In der $f_0\pi$-Produktion mit anschließendem Zerfall der Resonanz nach $\rho\rho$ und $\sigma\sigma$ nimmt die obige Amplitude die folgende Form an:

$$\mathcal{A}_{\bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}\rightarrow f_0\pi} \quad = \quad \hat{F}_{\rho\rho} \hat{T}_\rho \hat{T}_\rho \mathcal{H}_1 + \hat{F}_{\sigma\sigma} \hat{T}_\sigma \hat{T}_\sigma \mathcal{H}_2, \tag{6.5}$$

Auf die Form der Helizitätsamplituden wird in Abschnitt 6.4.3 eingegangen. $\hat{F}$ und $\hat{T}$ wurden aus dem K–Matrix Formalismus [60] abgeleitet. Dies ergibt für den $\hat{F}$-Vektor bei zwei offenen Zerfallskanälen die folgende Form,

$$\hat{F} \quad = \quad \frac{m_0 \cdot \sqrt{\Gamma_0}}{{m_0}^2 - m^2 - i m_0 \cdot [\, \frac{\rho_1(m)}{\rho_1^0} \cdot \Gamma_1 \cdot B_{L1}^2 + \frac{\rho_2(m)}{\rho_2^0} \cdot \Gamma_2 \cdot B_{L2}^2 \,]} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\Gamma_1}{\rho_1^0}} \cdot B_{L1} \\ \sqrt{\frac{\Gamma_2}{\rho_2^0}} \cdot B_{L2} \end{pmatrix} \tag{6.6}$$

wobei m_0 den Resonanzpol darstellt, Γ_0 die totale Breite und Γ_i die Partialbreite des Zerfalls der Resonanz in den entsprechenden Kanal. $\rho_i(m)$ ist gleich dem Phasenraumfaktor $2q_i(m)/m$ ($\rho_i^0 = \rho_i(m_0)$) und $L1$ und $L2$ entsprechen den relativen Bahndrehimpulsen zwischen den jeweiligen Zerfallsteilchen. Wenn mehr als zwei offene Zerfallskanäle auftreten, kann die Formel entsprechend um einen weiteren Term $(\rho_I(m)/\rho_I^0)\Gamma_I B_{LI}^2$ im Nenner und um eine zusätzliche Zeile im Vektor erweitert werden. Die Form von $\hat{T}$ ist dem $\hat{F}$-Vektor sehr ähnlich.

$$\hat{T}_1 \;=\; \frac{m_0 \cdot (\Gamma_1/\rho_1^0) \cdot B_{L1}^2}{{m_0}^2 - m^2 - i m_0 \cdot [\, \frac{\rho_1(m)}{\rho_1^0} \cdot \Gamma_1 \cdot B_{L1}^2 + \frac{\rho_2(m)}{\rho_2^0} \cdot \Gamma_2 \cdot B_{L2}^2 \,]} \tag{6.7}$$

Die Zerfallsimpulse, die zur Berechnung der Phasenraumfaktoren dienen, werden für eine (4π)-Resonanz, die in zwei (2π)-Resonanzen zerfällt, wie folgt berechnet:

$$q(m) = \frac{\sqrt{[m^2 - ((m_\pi + m_\pi) + (m_\pi + m_\pi))^2]\,[m^2 - ((m_\pi + m_\pi) - (m_\pi + m_\pi))^2]}}{2m} \tag{6.8}$$

Für (4π)-Resonanz, die in eine (3π)-Resonanz und ein π zerfällt sehen sie wie folgt aus:

$$q(m) = \frac{\sqrt{[m^2 - ((m_\pi + m_\pi + m_\pi) + (m_\pi))^2]\,[m^2 - ((m_\pi + m_\pi + m_\pi) - (m_\pi))^2]}}{2m} \tag{6.9}$$

Entsprechend hierzu ergeben sich alle anderen Phasenraumfaktoren. Bei der Bechnung der hier verwendeten Phasenraumfaktoren wurde eine Näherung benutzt, die nur solange gültig ist, solange keine sich scharf öffnenden Teilchen–Teilchen–Schwellen zu berücksichtigen sind. Da die in dieser Analyse auftretenden Zerfallsteilchen, wie z.B. σ oder ρ breit sind, ist die angegebene Näherung erlaubt. Tests haben ergeben, daß sich die Ergebnisse der Anpassungen bei exakter Simulation der sich öffnenden Schwellen im Rahmen der Fehler nicht von den Ergebnissen unterscheiden, die mittels der obigen Phasenraumfaktoren bestimmt wurden.

Als Beispiel für eine $\hat{T}$–Matrix sei hier der $\rho(770) \to \pi\pi$- Zerfall gegeben:

$$\hat{T} \;=\; \frac{m_\rho \Gamma_\rho (B^1(q,q_0))^2}{(m_\rho)^2 - m^2 - i m_\rho \Gamma_\rho (2q/m)(B^1(q,q_0))^2}. \tag{6.10}$$

m_ρ und Γ_ρ stellen die Masse und die total Breite des $\rho(770)$'s dar, $B^1(q,q_0)$ den Blatt–Weisskopf- Faktor für das mit $L = 1$ zerfallende Teilchen. q and q_0 sind die Zerfallsimpulse des ρ.

Die $\pi\pi$-S-Welle

Die $\pi\pi$-S-Welle läßt sich im Gegensatz zum ρ nicht durch einen relativistischen Breit-Wigner oder durch einen Flatté–Ansatz [60] beschreiben. Es handelt sich hierbei nicht um eine einzelne isolierte Resonanz, sondern um die Überlagerung mehrerer 0^{++}-Resonanzen, welche das Verhalten zweier Pionen in der S-Welle bestimmen. Diese $\pi\pi$-S-Welle wurde mittels des K-Matrix-Formalismus durch eine Anpassung an die $\bar{p}p \to 3\pi^0$– und die Streudaten der

Pol	m [MeV/c^2]	$\tilde{\Gamma}_{\pi^0\pi^0}$ [MeV/c^2]	$\tilde{\Gamma}_{\bar{K}K}$ [MeV/c^2]
1	855	774	0
2	1268	1311	72
3	1493	14	116
	$c_{11} = 0$, $c_{12} = 0.78$, $c_{22} = 0$		

Tabelle 6.1: *K-Matrix-Parameter der $\pi\pi$-S-Welle [34], für die Definition der Größen siehe Anhang A*

CERN-München-Gruppe [11] bestimmt [63]. Die so gewonnenen Parameter, (Tab. 6.1) wurden in der vorliegenden Analyse zur Parametrisierung der $\pi\pi$-S-Welle benutzt.

Die K–Matrix–Pole sind keineswegs identisch mit den Polen T–Matrix, die eigentliche Resonanzaktivität beschreiben. Aus diesem Grund sei hier erwähnt, das die sich aus der obigen Parametrisierung ergebenden Resonanzen einem $f_0(980)$, einem $f_0(1500)$ sowie einer sehr breiten Struktur (f_0(400-1200)) entsprechen [34].

In der $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$–Analyse [54] wurde die Abhängigkeit der Ergebnisse von den verschiedenen existierenden Parametrisierungen der $(\pi\pi)$–S–Welle getestet. Daraus ergab sich, daß die Ergebnisse nicht von der benutzten $(\pi\pi)$–S-Welle abhängen, solange diese die $(\pi\pi)$–Streudaten beschreiben. Dies ist für alle aus den Crystal–Barrel–Analysen extrahierte $(\pi\pi)$–S–Wellen der Fall. Die verschiedenen existierenden Parametrisierungen unterscheiden sich im wesentlichen im Bereich oberhalb von 1400 MeV. Für die 5π–Analysen spielt jedoch aufgrund des Phasenraums ausschließlich der Bereich unterhalb 1200 MeV eine Rolle (siehe z.B. Abb. 6.8).

6.4.1 Kombinatorik

Sobald mehrere identische Teilchen auftreten, können Resonanzen häufig aus verschiedenen Kombinationen der Pionen gebildet werden. Diese müssen alle bei der Berechnung der Amplitude berücksichtigt werden. Betrachtet man z.B. die $\bar{p}N \rightarrow f_0\pi$-Amplitude des $\bar{p}n \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$-Datensatzes, so gibt es hier zwei kombinatorische Möglichkeiten für das produzierte f_0:

$$\pi^+ \; \pi_1^- \; \pi^0 \; \pi^0$$
$$\pi^+ \; \pi_2^- \; \pi^0 \; \pi^0$$

Berücksichtigt man hingegen nicht nur die Produktion des f_0's sondern auch dessen Zerfall nach $\pi^*\pi$, $\pi^* \rightarrow \rho\pi$, so erhöht sich die Anzahl der kombinatorischen Möglichkeiten:

$$
\begin{array}{ll}
(\,[\pi^+ \pi_1^0\,]_\rho\, \pi_1^-\,)_{\pi^*}\, \pi_2^0 & (\,[\pi^+ \pi_1^0\,]_\rho\, \pi_2^-\,)_{\pi^*}\, \pi_2^0 \\
(\,[\pi^+ \pi_2^0\,]_\rho\, \pi_1^-\,)_{\pi^*}\, \pi_1^0 & (\,[\pi^+ \pi_2^0\,]_\rho\, \pi_2^-\,)_{\pi^*}\, \pi_1^0 \\
(\,[\pi_1^- \pi_1^0\,]_\rho\, \pi^+\,)_{\pi^*}\, \pi_2^0 & (\,[\pi_2^- \pi_1^0\,]_\rho\, \pi^+\,)_{\pi^*}\, \pi_2^0 \\
(\,[\pi_1^- \pi_2^0\,]_\rho\, \pi^+\,)_{\pi^*}\, \pi_1^0 & (\,[\pi_2^- \pi_2^0\,]_\rho\, \pi^+\,)_{\pi^*}\, \pi_1^0 \\
(\,[\pi^+ \pi_1^0\,]_\rho\, \pi_2^0\,)_{\pi^*}\, \pi_1^- & (\,[\pi^+ \pi_1^0\,]_\rho\, \pi_2^0\,)_{\pi^*}\, \pi_2^- \\
(\,[\pi^+ \pi_2^0\,]_\rho\, \pi_1^0\,)_{\pi^*}\, \pi_1^- & (\,[\pi^+ \pi_2^0\,]_\rho\, \pi_1^0\,)_{\pi^*}\, \pi_2^- \\
(\,[\pi_1^- \pi_1^0\,]_\rho\, \pi_2^0\,)_{\pi^*}\, \pi_1^- & (\,[\pi_2^- \pi_1^0\,]_\rho\, \pi_2^0\,)_{\pi^*}\, \pi_2^- \\
(\,[\pi_1^- \pi_2^0\,]_\rho\, \pi_1^0\,)_{\pi^*}\, \pi_1^- & (\,[\pi_2^- \pi_2^0,\,]_\rho\, \pi_1^0\,)_{\pi^*}\, \pi_2^-
\end{array}
$$

Der Zerfall des π^{*0} nach $\rho^0\pi^0$ ist aus Isospingründen nicht möglich, weshalb Kombinationen wie z.B.: $(\ [\pi^+\ \pi_1^-\ ]_\rho\ \pi_1^0\ )_{\pi^*}\ \pi_2^0$ entfallen. All diese verschiedenen Kombinationen müssen auch im Fit berücksichtigt werden. Dies geschieht bei der Berechnung der Amplituden für eine einzelne Zerfallskette. Diese Amplitude ist dann eine Summe über alle kombinatorischen Möglichkeiten und Gl. 6.4 muß entsprechend erweitert werden:

$$\mathcal{A}_k = \sum_{j=1}^{\text{Zerfallskanäle}} \sum_{i=1}^{\#\text{Kombinationen}} \mathrm{CG}_i \cdot \hat{F}_{A_{ij}} \hat{T}_{B_{ij}} \hat{T}_{C_{ij}} \mathcal{H}_j B_{L_k} \tag{6.11}$$

wobei CG_i den Isospin-Clebsch-Gordon-Koeffizienten angibt, der von der Anordnung der geladenen Teilchen in der Kombination i abhängt. Weshalb diese Koeffizienten hier auftreten und wie sie berechnet werden, soll im folgenden Abschnitt erläutert werden.

6.4.2 Isospin-Clebsch-Gordan-Koeffizienten

Beim Isospin handelt es sich um eine in Analogie zum "gewöhnlichen" Drehimpuls definierte Größe, die jedoch nicht im Orts–Raum sondern im Isospin–Raum operiert. Ebenso wie aus der Rotationsinvarianz im Orts–Raum die Drehimpulserhaltung folgt, hat auch die Invarianz der starken Wechselwirkung unter Rotationen im Isospinraum zur Folge, daß der Isospin in Prozessen, die der starken Wechselwirkung unterliegen, eine Erhaltungsgröße ist.

Für die hier vorliegende Analyse bedeutet dies, daß für die einzelnen Zerfallsmoden der Teilchen Isospininvarianz gelten muß. Die Berechnung der Koeffizienten wird im folgenden, am schon zuvor benutzten Beispiel, $\bar{\text{p}}\text{N}\to f_0\pi$, $f_0\to\pi^*\pi$, $[\pi^*\to\rho\pi]$, erläutert. Hierbei ist es vorteilhaft, zunächst die einzelnen Teilzerfälle zu betrachten.

$$\begin{array}{lll}
\bar{p}n\to f_0\pi & \mid I=1, I_3=-1\rangle = & \mid 0,0\rangle \mid 1,-1\rangle \\[6pt]
f_0\to\pi^*\pi & \mid I=0, I_3=0\rangle & = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,(\ \mid 1,+1\rangle \mid 1,-1\rangle - \mid 1,0\rangle \mid 1,0\rangle + \mid 1,-1\rangle \mid 1,+1\rangle\,) \\
 & & = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,(\ \mid \pi^{*+}\rangle \mid \pi^-\rangle - \mid \pi^{*0}\rangle \mid \pi^0\rangle + \mid \pi^{*-}\rangle \mid \pi^+\rangle\,) \\[6pt]
\pi^{*+}\to\rho\pi & \mid I=1, I_3=+1\rangle & = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\ \mid 1,+1\rangle \mid 1,0\rangle - \mid 1,0\rangle \mid 1,+1\rangle\ ) \\
 & & = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\ \mid \rho^+\rangle \mid \pi^0\rangle - \mid \rho^0\rangle \mid \pi^+\rangle\ ) \\
\pi^{*0}\to\rho\pi & \mid I=1, I_3=0\rangle & = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\ \mid \rho^+\rangle \mid \pi^-\rangle - \mid \rho^-\rangle \mid \pi^+\rangle\ ) \\
\pi^{*-}\to\rho\pi & \mid I=1, I_3=-1\rangle & = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\ \mid \rho^0\rangle \mid \pi^-\rangle - \mid \rho^-\rangle \mid \pi^0\rangle\ ) \\[6pt]
\rho^+\to\pi\pi & \mid I=1, I_3=+1\rangle & = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\ \mid \pi^+\rangle \mid \pi^0\rangle - \mid \pi^0\rangle \mid \pi^+\rangle\ ) \\
\rho^0\to\pi\pi & \mid I=1, I_3=0\rangle & = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\ \mid \pi^+\rangle \mid \pi^-\rangle - \mid \pi^-\rangle \mid \pi^+\rangle\ ) \\
\rho^-\to\pi\pi & \mid I=1, I_3=-1\rangle & = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\ \mid \pi^0\rangle \mid \pi^-\rangle - \mid \pi^-\rangle \mid \pi^0\rangle\ )
\end{array}$$

Um die Isospin-Clebsch-Gordon-Koeffizienten für die gesamte Zerfallskette zu erhalten, werden die Zerlegungen ineinander eingesetzt.

$$\bar{p}n \to f_0\pi \to \pi^*\pi\ \pi \qquad |\,1,-1\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\ \left([\pi^{*+}\pi^-]\pi^- - [\pi^{*0}\pi^0]\pi^- + [\pi^{*-}\pi^+]\pi^- \right)$$

$$\begin{aligned}\bar{p}n \to f_0\pi \to \pi^*\pi\pi \to \rho\pi\ \pi\pi \qquad |\,1,-1\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{6}}\ & \left([\rho^+\pi^0\pi^-]\pi^- - [\rho^0\pi^+\pi^-]\pi^- \right.\\ - & [\rho^+\pi^-\pi^0]\pi^- + [\rho^-\pi^+\pi^0]\pi^-\\ + & \left.[\rho^0\pi^-\pi^+]\pi^- - [\rho^-\pi^0\pi^+]\pi^- \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{p}n \to f_0\pi \to \pi^*\pi\pi \to \rho\pi\pi\pi \to 5\pi \qquad |\,1,-1\rangle = \tfrac{1}{2\sqrt{3}}\ & \left([\pi^+\pi^0\pi^0\pi^-]\pi^- - [\pi^0\pi^+\pi^0\pi^-]\pi^- \right.\\ - & [\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-]\pi^- + [\pi^-\pi^+\pi^+\pi^-]\pi^-\\ - & [\pi^+\pi^0\pi^-\pi^0]\pi^- + [\pi^0\pi^+\pi^-\pi^0]\pi^-\\ + & [\pi^0\pi^-\pi^+\pi^0]\pi^- - [\pi^-\pi^0\pi^+\pi^0]\pi^-\\ + & [\pi^+\pi^-\pi^-\pi^+]\pi^- - [\pi^-\pi^+\pi^-\pi^+]\pi^-\\ - & \left.[\pi^0\pi^-\pi^0\pi^+]\pi^- + [\pi^-\pi^0\pi^0\pi^+]\pi^- \right)\end{aligned}$$

Aus der Zerlegung des Anfangszustandes in die fünf Pionen erhält man die Clebsch-Gordon-Koeffizienten für die jeweilige Kombination der Pionen. Im Anhang B befindet sich eine Zusammenstellung aller für diese Arbeit benötigten Zerfallsketten unter Angabe der Kombinatorik und der berechneten Isospin-Koeffizienten für die verschiedenen Kombinationen.

6.4.3 Die Helizitätsamplitude

Die Helizitätsamplitude, welche die Winkelabhängigkeit einer Zerfallskette bestimmt, ist der letzte noch fehlende Baustein zur Amplitudenberechnung.

Ein Standardproblem der Hadronenspektroskopie ist es, Spin und Parität von Resonanzen aus den beobachteten Zerfallswinkelverteilungen zu bestimmen. Dies wird mit zunehmendem Spin und zunehmender Teilchenanzahl im Endzustand immer komplizierter. Bei der Beschreibung von 3-Teilchenendzuständen wird gewöhnlich der Zemach Formalismus [61] benutzt, um die Winkelverteilungen der verschiedenen Zerfallsketten zu berechnen. Der Helizitätsformalismus [62] stellt einen zur Beschreibung von Vielteilchenendzuständen weitaus besser geeigneten Ansatz dar. Bevor jedoch auf die Berechnung der Winkelverteilungen eingegangen wird, zunächst ein paar Worte zum Formalismus.

Der Formalismus

Die Helizität eines Teilchens ist als Projektion seines Gesamtdrehimpulses $\vec{J} = \vec{l} + \vec{s}$ auf seine Flugrichtung definiert.

$$\lambda = \vec{J} \cdot \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} = l \cdot \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} + m_s = m_s \ , \tag{6.12}$$

Da der Bahndrehimpuls hierbei immer senkrecht auf dem Impuls $\vec{p}$ steht, tritt dieser hier nicht mehr explizit auf.

Man stelle sich nun ein Teichen A mit Spin J in seinem Ruhesystem vor, das in zwei Teilchen B und C zerfällt. Das Teilchen B werde nun in eine Richtung emittiert, die sich durch die sphärischen Koordinaten θ, ϕ beschreiben läßt (Abb. 6.14).

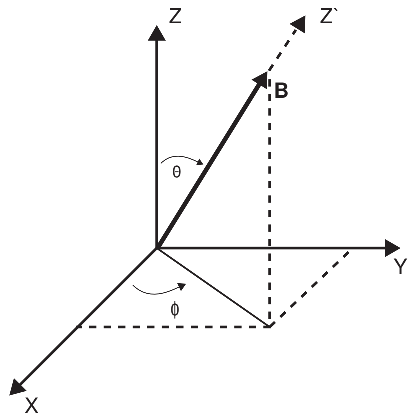

Abbildung 6.14: *Koordinatensystem für den Zerfall A→BC*

In diesem Fall sind die Helizitätszustände in einem Koordinatensystem Σ_3 definiert, welches sich durch zwei aufeinanderfolgende Rotationen aus dem Ausgangssystem Σ_1 ergibt.

$$R(\theta,\phi) = \mathrm{R}_{y2}(\theta)\mathrm{R}_{z1}(\phi) \tag{6.13}$$

Durch die d-Funktionen läßt sich solch eine Drehung wie folgt darstellen:

$$D^J_{mm'}(\theta,\phi) = e^{im'\phi} d^J_{mm'}(\theta) \tag{6.14}$$

Die Übergangsmatrix,

$$f_{\lambda_1\lambda_2,M}(\theta,\phi) = D^J_{\lambda M}(\theta,\phi) T_{\lambda_1\lambda_2}\ , \tag{6.15}$$

auch Helizitätsamplitude genannt, hat $(2s_1{+}1)(2s_2{+}1)$ Zeilen und $(2J{+}1)$ Spalten. $D^J_{\lambda M}(\theta, \phi)$ beschreibt die Geometrie, d.h. die oben beschriebene Drehung des Systems in die Flugrichtung des Teilchens B, welche das neue Koordinatensystem bestimmt, in dem die Helizitätszustände definiert sind. $T_{\lambda_1\lambda_2}$ beschreibt die Dynamik des Zerfallsprozesses, d.h. die Abhängigkeiten von den Spins und Drehimpulsen der am Zerfall beteiligten Teilchen. Die allgemeine Form von $T_{\lambda_1\lambda_2}$ ist gegeben durch:

$$T_{\lambda_1\lambda_2} = \sum_{ls} \alpha_{ls} \langle J\lambda|ls0\lambda\rangle \langle s\lambda|s_1 s_2 \lambda_1, -\lambda_2\rangle \tag{6.16}$$

wobei α_{ls} zunächst unbekannte reelle Parameter sind, die später durch die Datenanalyse bestimmt werden. Sie geben an, mit welcher Drehimpuls- und Spinkonfiguration ein Teilchen anteilmäßig zerfällt. Die Klammern stellen die Clebsch-Gordan-Koeffizienten dar, die die Kopplungen $\vec{J} = \vec{l} + \vec{s}$ und $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ beschreiben. Es wird hierbei über alle möglichen l und s summiert, die unter Erhaltung von Drehimpuls, Parität und C-Parität möglich sind.

Bisher wurde immer nur ein einzelnes Teilchen betrachtet, welches in zwei andere zerfällt. In der vorliegenden Analyse müssen jedoch eine Folge von sukzessiven 2 Körperzerfällen beschrieben werden. Wie dies im Helizitätformalismus möglich ist, wird im folgenden gezeigt.

Die Formel für die Übergangsamplitude $T_{\lambda_1\lambda_2}$ läßt sich auf recht einfache Weise für größere Zerfallsketten erweitern, worin der Vorteil des Helizitätsformalismus gegenüber dem Zemachformalismus liegt. Betrachtet man z.B. jeweils einen weiteren Zerfall der Teilchen B und C der Reaktion $A \rightarrow BC$, $B \rightarrow B_1B_2$, $C \rightarrow C_1C_2$, so nimmt die Gesamt-Helizitätsamplitude die folgende Form an:

$$f_{tot} = [f(B) \otimes f(C)]\, f(A) = \sum_{\lambda(B)\lambda(C)} \left[f_{\lambda(B1)\lambda(B2),\lambda(B)} \otimes f_{\lambda(C1)\lambda(C2),\lambda(C)} \right] f_{\lambda(B)\lambda(C),\lambda(A)} \tag{6.17}$$

wobei $\otimes$ für das Tensorprodukt zweier Matrizen steht. Möchte man die Winkelabhängigkeit für eine beliebige Zerfallskette berechnen, so ist es zunächst notwendig, die verschiedenen Übergangsamplituden $f_{\lambda(x1)\lambda(x2),\lambda(x)}$ der Einzelzerfälle $X \rightarrow X_1X_2$ zu berechnen, die dann in einem zweiten Schritt miteinander verbunden werden. Ob diese als Tensor- oder Skalarprodukt miteinander verbunden werden, läßt sich am einfachsten Abb. 6.15 entnehmen.

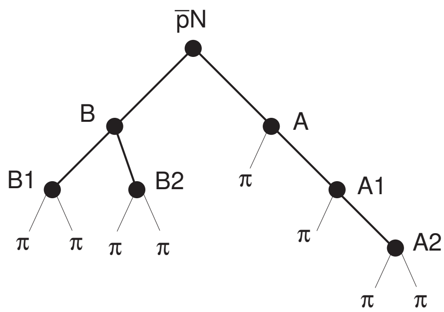

Abbildung 6.15: *Zerfallsketten*

Alle Zerfälle die im Schaubild nebeneinander liegen werden als Tensorprodukt miteinander verknüpft (alle $(J, m_J)_A$ mit allen $(J, m_J)_B$); alle Zerfälle, die untereinander liegen, als Skalarprodukt. Hier sind die $(J, m_J)_{A1}$, anders als in vorherigen Fall direkt von den $(J, m_J)_A$ abhängig. Für die in Abb. 6.15 dargestellte Zerfallskette ergibt sich dann die folgende Formel:

$$f_{tot} = [\ (\ f(A2)f(A1)f(A)\ ) \otimes (\ [\ f(B2) \otimes f(B1)\ ]\ f(B)\ )\ ]\, f(\bar{p}N) \tag{6.18}$$

Nachdem der Formalimus im allgemeinen vorgestellt wurde, wird im folgenden an Hand eines einfachen Beispiels gezeigt, wie man solch eine Winkelverteilung berechnet.

Beispiel: $\bar{\mathbf{p}}\mathbf{n}(^1\mathbf{S}_0) \rightarrow a_1\sigma$, $a_1 \rightarrow \rho\pi$

Abb. 6.16 zeigt eine anschauliche Darstellung dieser Reaktion:

Entsprechend Formel 6.18 ergibt sich:

$$f_{tot} = [\ (\ f(\rho)f(a_1)\ ) \otimes\ f(\sigma)\ ]\, f(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}) \tag{6.19}$$

Um die einzelnen Beiträge berechnen zu können, müssen zunächst die möglichen Drehimpulse und Spins der einzelnen Zerfälle bestimmt werden.

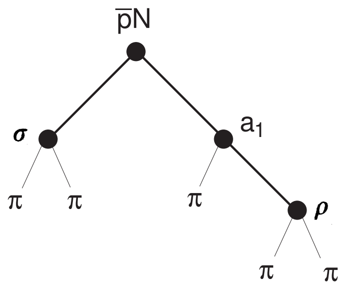

Abbildung 6.16: *Zerfallskette für* $\bar{p}n \rightarrow a_1\sigma$

- f($\bar{p}n$) : $\bar{p}n(^1\mathrm{S}_0) \rightarrow a_1\sigma$

  Aus den Quantenzahlen $I^G(J^{PC})$ – C ist für geladene Teilchen nicht definiert (Teilchen $\neq$ Antiteilchen) – der Reaktion

$$1^-(0^-) \rightarrow 1^-(1^+)\ 0^+(0^{++})$$

ergibt sich aufgrund der Paritätserhaltung ein Bahndrehimpuls von $l = 1$. Der Gesamtspin der beiden Mesonen ist $s = 1$. Nach Einsetzten in Gl. 6.16 und Gl. 6.15 ergibt sich :

$$f_{\lambda_1 0\,,0} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{3}D^0_{00} \\ 0 \end{pmatrix}$$

wobei die Drehmatrix D^0_{00} eins ist.

Entsprechend ist für

- f(a$_1$) : $a_1 \rightarrow \rho\pi$

$$1^-(1^+) \rightarrow 1^+(1^-)\ 1^-(0^-) \qquad \Rightarrow \qquad l = 0(,2), s = 1$$

Aufgrund der Drehimpulsbarriere wird für die Berechnung von $f_{\lambda_1\,\lambda_2\,,M}$ nur *l=0* berücksichtigt.

$$f_{\lambda_1 0\,,M} = \begin{pmatrix} D^1_{11} & D^1_{10} & D^1_{1-1} \\ D^1_{10} & D^1_{00} & D^1_{1-1} \\ D^1_{-11} & D^1_{-10} & D^1_{-1-1} \end{pmatrix}$$

und für den letzten Teilzerfall

- f(σ) : $\sigma \rightarrow \pi\pi$

$$0^+(0^{++}) \rightarrow 1^-(0^-)\ 1^-(0^-) \qquad \Rightarrow \qquad l = 0, s = 0$$

und damit

$$f_{00\,,0} = D^0_{00}$$

Verknüpft man die einzelnen Übergangsamplituden zur Gesamtamplitude entsprechend Gl. 6.19, so erhält man, nach Einsetzen der entsprechenen Drehmatrizen (Gl. 6.14):

$$\mathcal{H} = 1/3\ (\sin\theta_\rho \sin\theta_{a_1} \cos\phi_\rho - 2\cos\theta_\rho \cos\theta_{a_1}\ )$$

Wichtig ist hierbei, daß die Winkel jeweils im Ruhesystem der zerfallenden Resonanz definiert sind. Dies ist in der Formel durch die Indizes angedeutet.

Alle weiteren für die Analyse berechneten Helizitätsamplituden befinden sich im Anhang C.

6.5 Die Fit-Methode

Nachdem die Form der Amplituden, mit denen Daten beschrieben werden sollen, diskutiert wurde, wird nun auf die technische Methode eingegangen, mit der die Amplituden an die Daten angepaßt werden.

Eine Partialwellenanalyse eines 3–Teilchen–Endzustandes in der Antiproton-Proton–Annihilation wird meist mittels eines χ^2-Tests eines gebinnten Dalitzplots durchgeführt. Dabei macht man sich zunutze, daß man durch 2 Variable die komplette Dynamik des Systems beschreiben kann. Dies sei im folgenden kurz erläutert: Ein 3–Teilchen–Endzustand ist durch 12 kinematische Variablen – die Vierervektoren der drei Teilchen – beschreibbar. Nun kann man ausnützen, daß Energie- und Impulserhaltung gelten (die sich hieraus ergebenden Nebenbedingungen haben zur Folge, daß sich die Anzahl der Variablen um 4 reduziert), außerdem die Massen der Mesonen bekannt sind (-3 Variablen) und zudem bei der Annihilation in Ruhe keine Raumrichtung ausgezeichnet ist (-3 Variablen). Somit bleiben zwei unabhängige Variablen übrig, mit denen sich das System vollständig beschreiben läßt. Wählt man nun jeweils die invarianten Massenquadrate zweier Teilchen und trägt diese gegeneinander auf, so erhält man den sogenannten Dalitzplot, der für phasenraumverteilte Ereignisse die Eigenschaft hat, daß die Anzahl der Einträge pro Bin konstant ist. Sobald Resonanzen auftreten beobachtet man Bänder im Dalitzplot.

Diese Methode der Auftragung oder überhaupt ein Binnen der Daten ist für einen Fünf–Körper–Endzustand nicht möglich. Dies liegt daran, daß sich die Dimension des Raumes von 2 auf 8 erhöht (Im Endzustand treten 2 zusätzliche Teilchen auf: $+8$ Variablen, gleichzeitig sind 2 Mesonen-Massen mehr bekannt: -2 Variable, $\Rightarrow +6$ Variablen). Würde man versuchen, die 8 unabhängigen kinematischen Größen in auch nur fünf Bereiche (Bins) aufzuteilen, was um physikalisch sinnvolle Ergebnisse zu erhalten natürlich bei weiten nicht ausreicht, so würde man $5^8 = 390625$ Zellen erhalten. Dies bedeutet, daß man bei 10^6 Ereignissen im Durchschnitt nur etwa 2.5 in einer Zelle finden würde. Hinzu kommt, daß nur 1.7 % der Zellen nicht am Rand des achtdimensionalen Würfels liegen würden. Aus diesem Grund ist eine Fitmethode, welche gebinnte Daten benötigt (z.B. ein χ^2-Test), im Falle eines 5-Teilchen-Endzustandes nicht mehr sinnvoll.

Eine andere Methode, die unabhängig von der Einteilung der Daten in Bins anwendbar ist, ist der Likelihood-Fit, der im folgenden vorgestellt wird.

6.5.1 Der Likelihood-Fit

Allgemeines

Bei einem Likelihood-Fit handelt es sich um eine Methode der Anpassung, die sowohl auf gebinnte, wie auch auf ungebinnte Daten anwendbar ist. Die zu maximierende Likelihood-Funktion ist gegeben durch [58]:

$$\mathcal{L} \;=\; \prod_{i=1}^{N} \omega(\vec{x}_i, \vec{p}). \tag{6.20}$$

Das Produkt erstreckt sich über N Datenpunkte $\vec{x}_i$. ω ist hierbei zunächst eine beliebige Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung, die sich über den gleichen Phasenraum erstreckt, in dem auch die Datenpunkte $(\vec{x})$ liegen. $\vec{p}$ ist ein Parametervektor, von dem die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung abhängt. Veranschaulicht ist $\mathcal{L}$ die Gesamtwahrscheinlichkeit dafür, daß bei einer vorgegebenen Wahrscheinlickeitverteilung $\mathcal{W}= \omega(\vec{x}_i, \vec{p})$ das Datensample $\{\vec{x}_1, ..., \vec{x}_N\}$ gemessen wird. Ist der Parametersatz $\vec{p}$ so gewählt, daß $\mathcal{L}$ ihr Maximum annimmt, so hat man die beste Beschreibung des Datensatzes erreicht. Man kann sich dies so vorstellen, daß gerade dann, wenn $\mathcal{W}$ ihre Maxima an der gleichen Stelle hat, an der auch in den Daten die meisten Einträge befinden, $\mathcal{L}$ maximal wird. Das Produkt der Wahrscheinlichkeiten wird ja an den einzelnen Datenpunkten berechnet. Eine anschauliche Darstellung zeigt Abb. 6.17

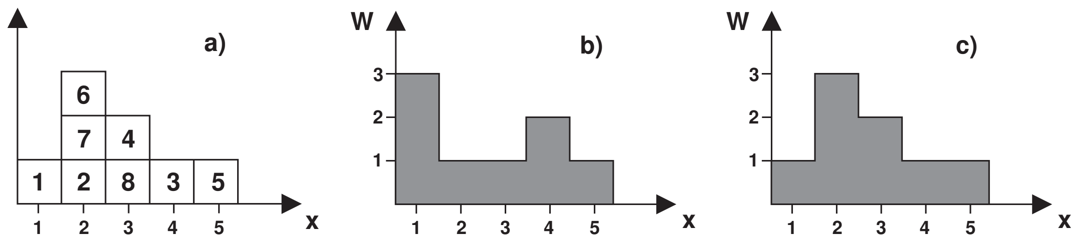

Abbildung 6.17: *Illustration zur Likelihood-Methode: a) Verteilung der Datenpunkte 1-8 (Numerierung in dem Kästchen). b) und c) stellen zwei unterschiedliche, normierte, Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen $\omega(\vec{x}_i, \vec{p}_1)$ und $\omega(\vec{x}_i, \vec{p}_2)$ dar, die zu zwei verschiedenen Parametervektoren $\vec{p}_i$ gehören. Das Likelihood ist nun ein Produkt über die verschiedenen Wahrscheinlichkeitsdichten ausgewertet an den Stellen x_i, die zu den 8 Datenpunkten gehören. D.h. für b) ergibt sich $3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 6$ und für c) entsprechend $1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 108$. Da die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung normiert ist, was einer identischen Fläche in b) und c) entspricht, wird das größte $\mathcal{L}$ immer genau dann erreicht, wenn die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung gerade der Verteilung der Daten entspricht.*

Statt nach einem Maximum von $\mathcal{L}$ zu suchen, kann man auch den negativen natürlichen Logarithmus $-\ln(\mathcal{L})$ minimieren (der Logarithmus ist streng monoton). Dies ist zum einen einfacher zu berechnen und zum anderen ist es auch einfacher, die so gefundenen Ergebnisse zu interpretieren.

Angenommen, man befindet sich am Minimum und die Meßwerte weisen eine Normalverteilung auf, dann entspricht eine Änderung von $\Delta \ln \mathcal{L} = 0.5$ einer 1σ-Umgebung, eine Änderung von $\Delta \ln(\mathcal{L}) = 2.0$ einer 2σ-Umgebung. Mathematisch läßt sich das wie folgt ausdrücken [58] :

$$\chi^2(\vec{p}_1) - \chi^2(\vec{p}_2) \quad = \quad -2\left(\ln \mathcal{L}(\vec{p}_1) - \ln \mathcal{L}(\vec{p}_2)\right) \tag{6.21}$$

Bildet man den negativen Logarithmus von $\mathcal{L}$, so hat die zu minimierende Funktion die Form

$$-\ln \mathcal{L} \quad = \quad -\sum_{i=1}^{N} \ln \omega(\vec{x}_i, \vec{p}). \tag{6.22}$$

Da es sich bei ω um eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung handelt, muß diese normiert sein.

$$\int_X \omega(\vec{x}, \vec{p}) \mathrm{d}X \quad = \quad const. \tag{6.23}$$

X stellt hierbei den Phasenraum dar, in dem alle $\vec{x}$ liegen. An dieser Gleichung sieht man auch direkt, daß sich die Norm mit der Wahl eines jeden neuen Parametersatzes ändert. Um dies zu kompensieren, wird ein $\tilde{\omega}$ definiert durch

$$\tilde{\omega}(\vec{x}_i, \vec{p}) \quad = \quad \frac{\omega(\vec{x}_i, \vec{p})}{\int_X \omega(\vec{x}, \vec{p}) dX}. \tag{6.24}$$

Das Integral im Nenner ist nicht mehr analytisch berechenbar und wird durch eine Summe von M gemäß X gleichverteilter simulierter Ereignisse ersetzt:

$$-\ln \mathcal{L} \quad = \quad -\sum_{i=1}^{N} \ln \omega(\vec{x}_i, \vec{p}) + N \cdot \ln \left(\sum_{j=1}^{M} \omega(\vec{x}_j, \vec{p}) \right) \tag{6.25}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte $\omega(\vec{x}_i, \vec{p})$ in der $\bar{\mathrm{p}}$N- Annihilation

Nachdem im vorherigen Abschnitt die allgemeine Form der Likelihoodfunktion diskutiert wurde, wird hier auf die Form der Wahrscheinlichkeitsdichte $\omega(\vec{x}_i, \vec{p})$ im Falle der Annihilation eingegangen.

In der $\bar{\mathrm{p}}$N-Annihilation läßt sich $\omega(\vec{x}_i, \vec{p})$ als ein Produkt aus Annihilationswahrscheinlichkeit $P_i(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{N}{\rightarrow}5\pi)$ und der Detektionswahrscheinlichkeit ϵ_i des Ereignisses i schreiben. Die Annihilationswahrscheinlichkeit kann man nun zusätzlich in einen dynamischen Anteil ξ_i und den Phasenraumfaktor Φ_i zerlegen. Die Größe ϵ_i enthält sowohl die reine Detektorakzeptanz als auch die Software-Rekonstruktionsakzeptanz mit sämtlichen Schnitten. Damit läßt sich Gl. 6.25 als

$$-\ln \mathcal{L} = -\sum_{i=1}^{N} \ln \xi(\vec{x}_i, \vec{p}) - \sum_{i=1}^{N} \ln \Phi(\vec{x}_i) - \sum_{i=1}^{N} \ln \epsilon(\vec{x}_i) + N \ln \left(\sum_{j=1}^{M} \omega(\vec{x}_j, \vec{p}) \right). \tag{6.26}$$

schreiben. Die zweite und dritte Summe in Gleichung 6.26 sind konstant, vorausgesetzt, daß man jeweils den gleichen Datensatz verwendet. Aus diesem Grund muß man sie im Minimierungsprozeß unter der obigen Bedingung nicht berücksichtigen. Die Summe über die simulierten Ereignisse vereinfacht sich, wenn die ursprünglichen Monte-Carlo-Ereignisse vor der Rekonstruktion phasenraumverteilt generiert werden. Φ ist dann eins. Die Detektionswahrscheinlichkeit ϵ ist gleich 0, wenn das Ereignis von der vollständigen Detektorsimulation und Rekonstruktion verworfen wird, andernfalls gleich 1. Das Normierungsintegral vereinfacht sich daher folgendermaßen:

$$\sum_{j=1}^{M} \omega(\vec{x}_j, \vec{p}) \quad \rightarrow \quad \sum_{j \in \tilde{M}} \xi(\vec{x}_j) \tag{6.27}$$

wobei $\tilde{M}$ jetzt nur noch die erfolgreich rekonstuierten Monte-Carlo-Ereignisse enthält. Die zu minimierende Funktion reduziert sich dann auf den folgenden Ausdruck

$$-\ln \mathcal{L} \quad = \quad -\sum_{i=1}^{N} \ln \xi(\vec{x}_i, \vec{p}) + N \cdot \ln \left(\sum_{j \in \tilde{M}} \xi(\vec{x}_j) \right) \ , \tag{6.28}$$

der zu minimieren ist.

Die Größe ξ_i entspricht nun dem Quadrat der in Abschnitt 6.4 dargestellten Gesamtamplitude (Gl. 6.2).

Zur Minimierung wurde das CERN-Programm MINUIT [59] verwendet. Es erlaubt neben der Wahl verschiedener Minimierungsalgorithmen die Berechnung der Fehler und Parameterkorrelationen über die Hessematrix (Kovarianzmatrix).

6.5.2 Präparation der Daten

Um die Daten unter Benutzung des Helizitätsformalismus beschreiben zu können, müssen diese zunächst in eine dafür geeignete Form gebracht werden. Dies ist notwendig, da alle Winkel im Ruhesystem der jeweils zerfallenden Resonanz definiert sind. Zur Berechnung der Winkelanhängigkeit muß somit für jeden Schritt in der Zerfallskette das Koordinatensystem gewechselt werden. Deshalb wurde für die Anpassung zunächst sowohl für die Daten als auch für die simulierten Ereignisse ein N-Tupel erstellt. In diesem sind die berechneten invarianten Massen und Winkelverteilungen aller im Isobarenmodel möglichen Zerfallsketten (Abb. 6.13) für sämtliche kombinatorische Möglichkeiten abgespeichert. Dazu wird in jeden Zerfallsschritt die z-Achse des Koordinatensystems in die Flugrichtung der zerfallenden Resonanz gedreht und das Ereigniss in das Ruhesystem der Resonanz geboostet. Diese N-Tupel dienen dann als Grundlage für die folgende Anpassung.

6.6 Fitstrategien

Um die Daten beschreiben zu können, müssen sowohl Produktionsstärken und Phasen wie auch die verschiedenen Massen, Breiten und Partialbreiten der Resonanzen an die Daten angepaßt werden. Hierzu wurden zwei verschiedene Methoden verwand, die im folgenden erläutert werden.

Die Scan-Methode

Bei dieser Methode werden die Masse m und Breite Γ eines Teilchens in festgelegten Schritten variiert und an jedem Punkt (m, Γ) die Produktionsstärken und Phasen angepaßt. Für jede Masse und Breite erhält man so einen Wert für $2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$, der in einem Histogramm bei der entsprechenden Masse eingetragen wird. Abb. 6.18 zeigt ein Beispiel für solch einen Scan. Die verschiedenen Kurven entsprechen hierbei den verschiedenen gewählten Breiten

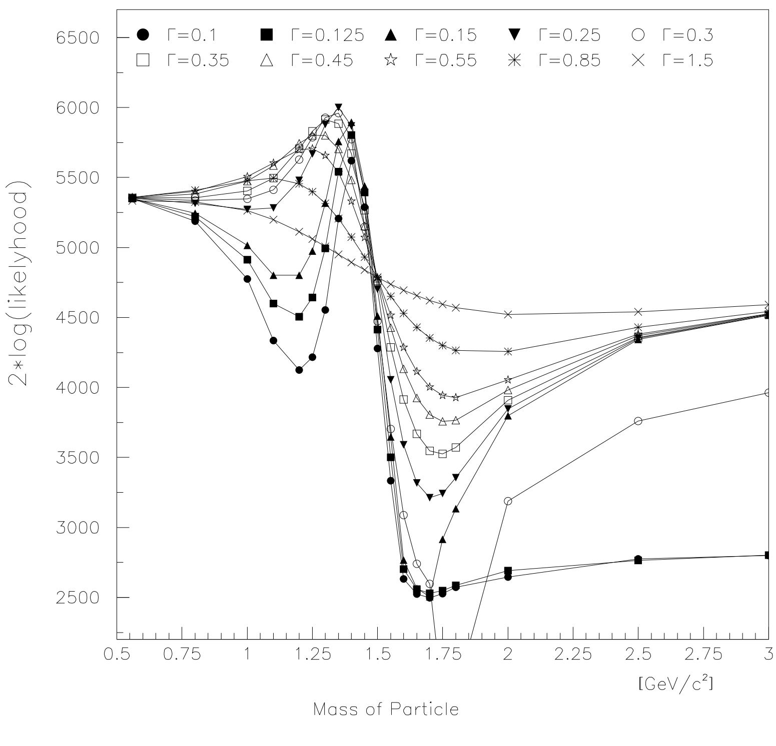

Abbildung 6.18: *Beispiel für den Scan eines Teilchens in Masse und Breite.*

des gescannten Teilchens, dessen Masse entlang der x-Achse variiert. Da in diesen Plots $2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$ aufgetragen wird und nicht der negative Logarithmus, wird die beste Beschreibung der Daten im Maximum erreicht.

Die Scanmethode hat den Vorteil, daß anhand dieser Plots recht gut visualisiert wird, wie sich das $\ln(\mathcal{L})$ mit Variation von Masse und Breite eines Teilchens ändert. Überläßt man hingegen die Suche nach der vermeintlich besten Masse und Breite der Minimierungsroutine selbst, die eigenständig Paramter variiert, so ist es leicht möglich, daß ein Nebenminimum in $-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$ erreicht und nicht mehr verlassen wird, obwohl an anderer Stelle ein noch tiefers Minimum existiert. Solch ein Verhalten erkennt man in einem Scan, da man über einen bestimmten Bereich Werte (m_i, Γ_i) vorgibt, dort die Produktionsstärken und Phasen optimiert und demzufolge Kurven erhält, die sowohl das Nebenminimum wie auch das Minimum zeigen. Allerdings hat diese Methode den Nachteil, daß immer nur die Masse und Breite genau eines Teilchens variiert werden kann, und somit Korrelationen zwischen den Parametern verschiedener Teilchen nicht berücksichtigt werden.

Da die Amplituden bei dieser Methode für ein bestimmtes (m, Γ) nur ein einziges Mal berechnet werden, um dann im weiteren nur noch die Produktionsstärken und Phasen zu variieren, ist sie zum einen recht schnell und hat zum anderen den Vorteil, daß die Daten-N-Tuple nicht im Arbeitsspeicher des Computers gehalten werden müssen. Sie werden nur einmal zur Berechnung der Amplituden zu Begin der Anpassung benötigt. Gleichzeitig ergibt sich daraus aber auch der Nachteil, daß es nicht möglich ist, die Partialbreiten eines einzelnen Teilchens in verschiedene Zerfallskanäle frei anzupassen.

Aus diesem Grunde wird die sehr anschauliche "Scan"–Methode mit einer allgemeineren Fitmethode gekoppelt. Diese sollte es ermöglichen, Massen und Breiten beliebig vieler Teilchen sowie auch deren Partialbreiten parallel anzupassen, um somit Korrelationen zwischen den verschiedenen Parametern korrekt behandeln zu können.

Der freie Fit

Bei dieser Methode handelt es sich um die oben geforderte allgemeinere Fitmethode, die es sowohl erlaubt, Massen und Breiten mehrerer Teilchen gleichzeitig anzupassen als auch die Partialbreiten frei zu fitten. Somit werden hier alle auftretenden Korrelationen zwischen den verschiedenen Parametern berücksichtigt.

Hier wird die zu einer Zerfallskette gehörige Amplitude immer genau dann neu berechnet, wenn die entsprechende Masse, Breite oder auch die Partialbreiten durch die Minimierungsroutine variiert wurden. Demzufolge müssen Daten– und MC–N–Tuple dem Programm permanent zur Verfügung stehen. Um das Programm nicht durch ständiges Laden der Daten von der Festplatte unnötig zu verlangsamen, werden diese während der gesamten Dauer der Anpassung im Arbeitsspeicher gehalten. Der Bedarf liegt bei den hier verwendeten Datensätzen bei ca. 220 MB.

In der hier vorliegenden Arbeit wurden beide Methoden parallel verwand, um von den Vorteilen beider profitieren zu können. Zusätzlich erlaubt das Fitten der Daten mit zwei verschiedenen Methoden, die aufgrund ihrer Methodik dem Fit unterschiedlich definierte Größen zur Minimierung übergeben, ein Abschätzen der systematischen Fehler.

Die Scan-Methode dient im wesentlichen für erste Tests und zur Veranschaulichung und nochmaligen Überprüfung von Ergebnissen, z.B. zur Suche nach Nebenmaxima. Die Methode des "freien Fits" wird zur Bestimmung der endgültigen Ergebnisse benutzt, um alle auftretenden Korrelationen zwischen den verschiedenen Parametern richtig zu behandeln.

6.7 Maximum Likelihood Fits

Um zu einem Endzustand mit fünf Pionen zu gelangen, sind eine Vielzahl von verschiedenen Zerfallsketten denkbar. Bevor auf Anpassungen eingegangen wird, die all diese enthalten, wird hier zunächst das Ergebnis einer Anpassung vorgestellt, bei der nur eine $f_0\pi$- und eine $\rho'\pi$- Amplitude erlaubt wurde. Dabei wurde das f_0 in Masse und Breite gescannt. Das ρ', welches eingeführt wurde, um mögliche Beiträge aus dem vektoriellen Bereich zu berücksichtigen, wurde bei einer Masse von 1411 MeV und einer Breite von 343 MeV festgehalten [45].

Abb. 6.19 zeigt den Scan von Masse und Breite der skalaren Resonanz für die vier zur Verfügung stehenden 5π-Endzustände. Deutlich zu erkennen ist in allen vier Datensätzen ein Maximum in $\ln(\mathcal{L})$. Die sich daraus ergebende Parameter der 0^{++}–Resonanz liegen dabei

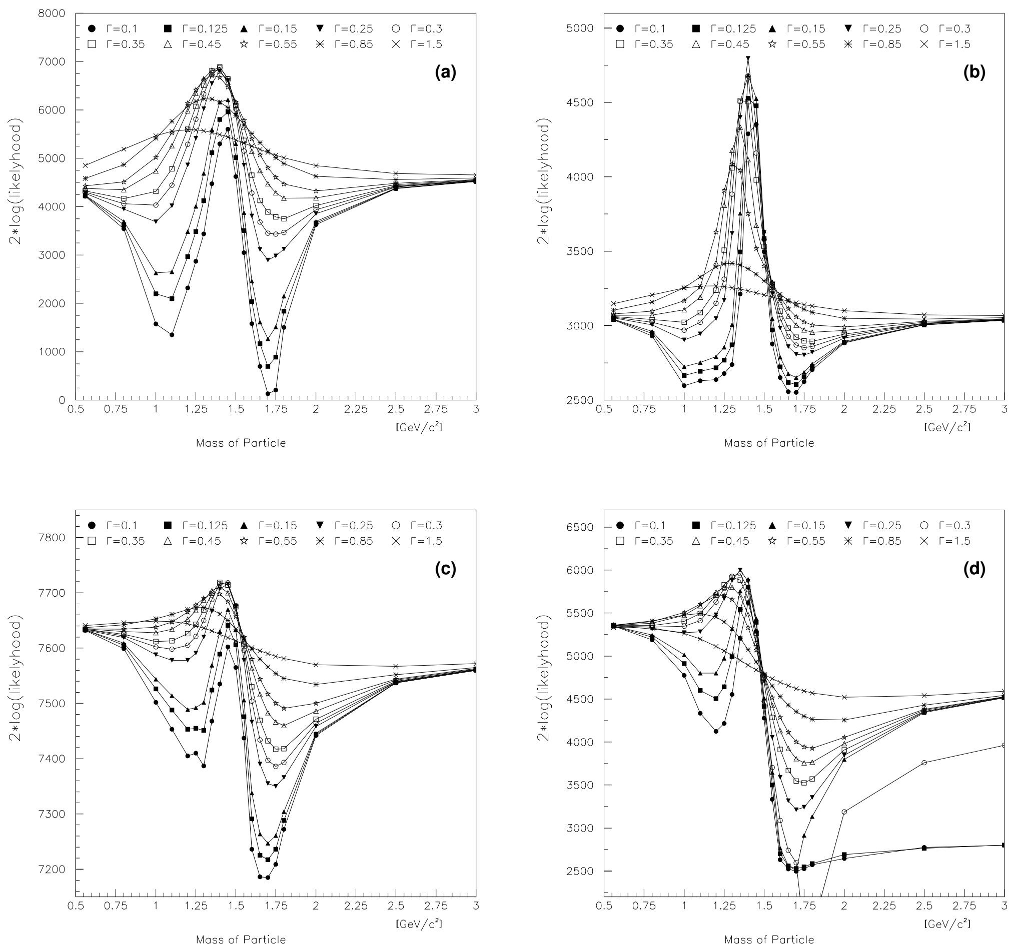

Abbildung 6.19: *Scan der Masse und Breite eines einzelnen f_0's. Zusätzlich wurde noch eine $\rho'(1411{,}343)[\to\rho\sigma]\pi$-Amplitude eingeführt.* a) $5\pi^0$- , b) $\pi^-4\pi^0$- , c) $\pi^+\pi^-3\pi^0$- , d) $\pi^+2\pi^-2\pi^0$-*Datensatz. In den ersten beiden Datensätzen ist nur der Zerfall nach $\sigma\sigma$ erlaubt, in den beiden anderen zusätzlich der nach $\rho\rho$. Aufgrund des rein neutralen Endzustandes ist das Auftreten einer $\rho'\pi$- Amplitude im $5\pi^0$-Datensatz nicht möglich.*

je nach Endzustand in der Masse zwischen 1350 und 1450 MeV und in der Breite zwischen 250 MeV und 350 MeV. Dies stimmt im Rahmen der Fehler und unter Berücksichtigung, daß unterschiedliche Endzustände betrachtet werden – es werden unterschiedliche Beiträge vernachlässigt –, recht gut mit dem früher gefundenen $f_0(1370)$ überein (Abschnitt 6.1). Vergleicht man jedoch das Fitergebnis mit den Daten (Abb. 6.20), so wird deutlich, daß dieser Versuch, die Daten zu beschreiben, scheitert.

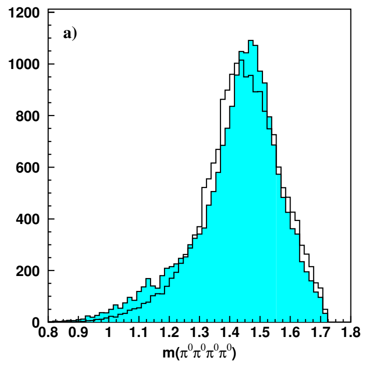

Abbildung 6.20: *Neutrale (4π)-inv. Masse gemeinsam mit dem besten Fit, der sich für die Minimalhypothese ein f_0 und ein $\rho'(1411{,}343)$ erreichen läßt. Das f_0 wurde frei gefittet. a) $\pi^-4\pi^0$- b) $\pi^+2\pi^-2\pi^0$-Datensatz. Die grau unterlegt Fläche zeigt die Daten, die Kurve die Anpassung.*

Insbesondere das Maximum der (4π)-inv. Masse ist schlecht beschrieben. Im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz bleibt die Intensität der angepaßten Amplitude deutlich hinter der der Daten zurück. Hier fehlt offensichtlich noch vermutlich skalare Intensität, und es ist naheliegend ein weiteres f_0 einzuführen. Das Einführen eines zweiten skalaren Zustands könnte ebenso durch Interferenz mit dem ersten die Beschreibung der neutralen (4π)-inv. Masse des $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatzes verbessern. Betrachtet man daraufhin die im Scan gefundenen Maxima für die beiden Endzustände nochmals etwas genauer (Abb. 6.21), so deutet sich hier schon eine Art Doppelstruktur an.

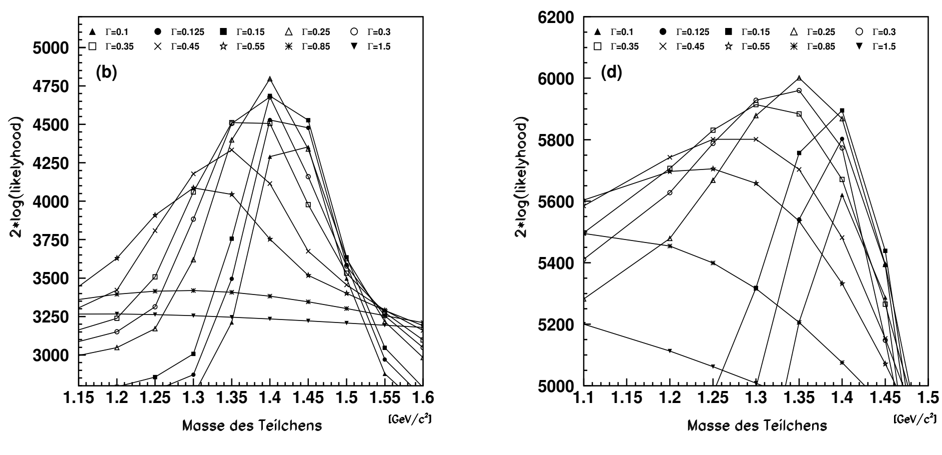

Abbildung 6.21: *Vergrößerte Darstellung des Maximums von Abb. 6.19b, d. b) $\pi^-4\pi^0$- d) $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz.*

Dabei wird eine Struktur bei geringerer Masse mit einer größeren Breite und eine weitere bei höherer Masse mit geringerer Breite sichtbar. Dies könnte ein erster Hinweis darauf sein, daß tatsächlich zwei skalare Zustände existieren. Der $5\pi^0$– und der $\pi^+\pi^-3\pi^0$–Datesatz zeigen ein entsprechendes Verhalten.

Entsprechend der beobachten Doppelstruktur wurden nun beim Scan eines zusätzlich eingeführten skalaren Zustands die Masse und Breite des ersten f_0's bei m=1325 MeV und Γ=325 MeV festgehalten. Der Scan eines zweiten f_0's (Abb. 6.22) zeigt insbesondere im $5\pi^0$– und $\pi^-4\pi^0$–Datensatz ein klares Maximum in der Gegend von 1500 MeV. Die beiden anderen Datensätze zeigen ein dazu kompatibles Maximum, welches jedoch weniger deutlich hervortritt.

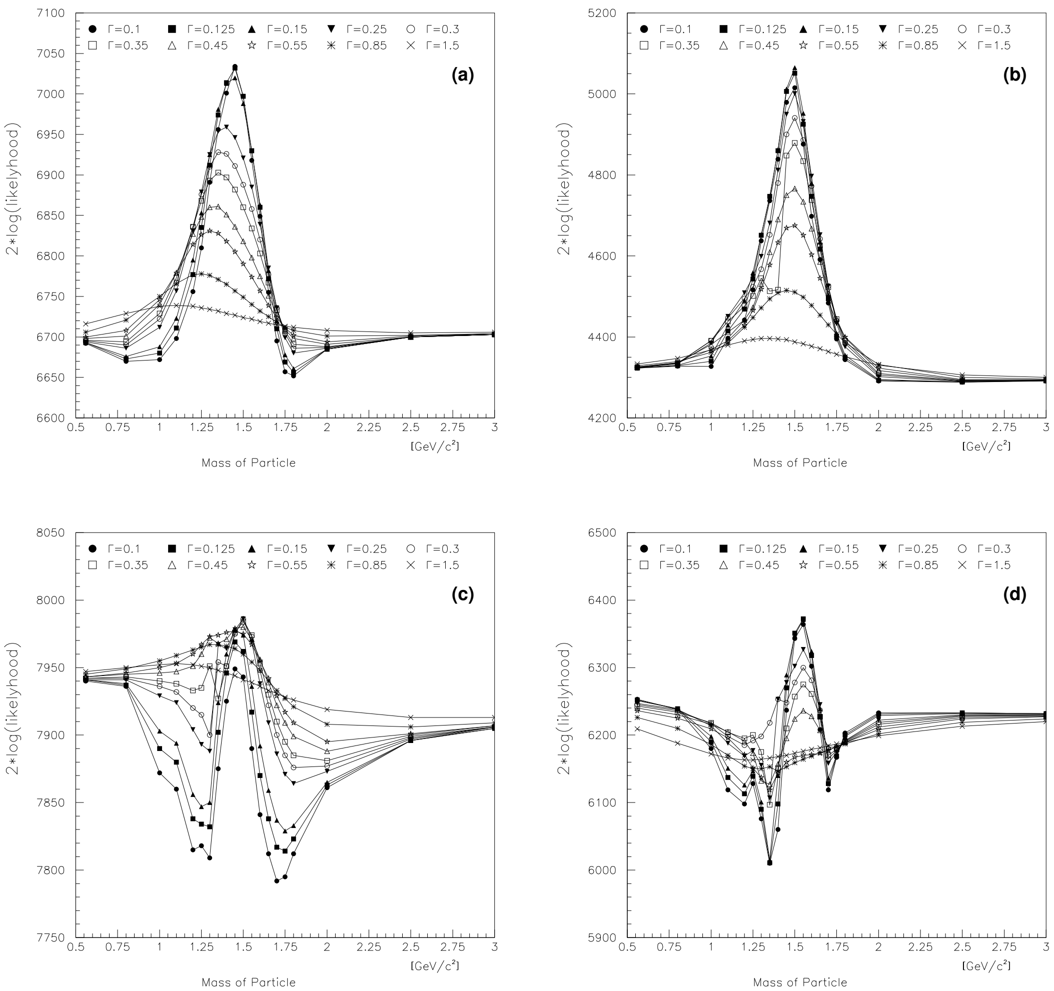

Abbildung 6.22: *Scan der Masse und Breite eines zweiten f_0's. Die Masse und Breite des ersten wurde bei M=1325 MeV und Γ=325 MeV festgehalten. Die Parameter des ρ' sind wiederum M=1411 MeV, Γ=343 MeV. a) $5\pi^0$- , b) $\pi^-4\pi^0$- , c) $\pi^+\pi^-3\pi^0$- , d) $\pi^+2\pi^-2\pi^0$- Datensatz. In den ersten beiden Datensätzen ist nur der Zerfall nach $\sigma\sigma$ erlaubt in den beiden anderen zusätzlich der nach $\rho\rho$.*

Es entspricht der Erwartung, daß gerade diese beiden Datensätze auf skalare Resonanzen besonders sensitiv sind, da die Zahl der möglichen anderen Zwischenzustände gegenüber den Endzuständen größerer geladener Multiplizität deutlich herabgesetzt ist.

Die Breite der Resonanz im Maximum des $\ln(\mathcal{L})$ liegt im Bereich zwischen 100 und 150 MeV. D.h. sobald man ein zweites f_0 im Fit erlaubt, optimieren dessen Masse und Breite nahe den Parametern des aus anderen Zerfällen gut bekannten $f_0(1500)$. Abb. 6.23 zeigt die Beschreibung der neutralen (4π)-inv. Masse für diese Hypothese. Gegenüber Abb. 6.20 ist eine deutliche Verbesserung erkennbar. Die (4π)-inv. Masse ist in beiden Datensätzen recht gut beschrieben. Dies gilt allerdings nicht für alle Projektionen. So läßt z.B. die Beschreibung der $\pi^-\pi^0$–invarianten Masse, insbesondere die des $\pi^-4\pi^0$-Datensatzes, deutlich zu wünschen übrig (Abb. 6.24). Vergleicht man Daten und Fit, so zeigt sich, daß z.B. die ρ^--Intensität

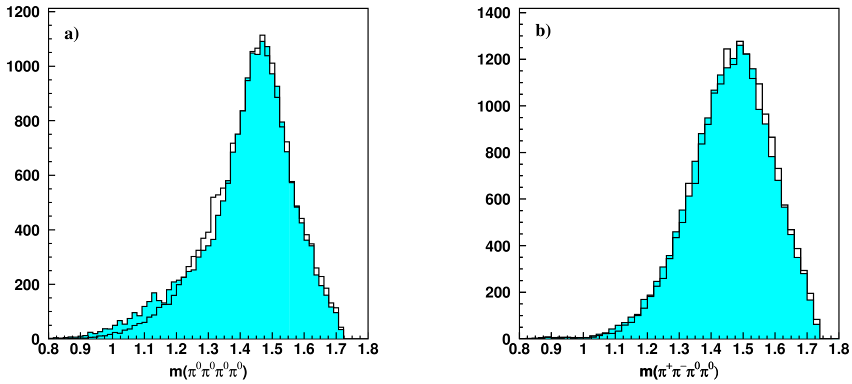

Abbildung 6.23: *Neutrale (4π)-inv. Masse gemeinsam mit dem besten Fit, der sich für die Hypothese: f_0(1325,325) und ein ρ'(1411,343) erreichen läßt, wobei das zweite f_0 frei gefittet wurde, a) $\pi^-4\pi^0$- b) $\pi^+2\pi^-2\pi^0$-Datensatz. Die gewählten Parameter für das festgehaltene f_0 entspricht dem im Fit mit nur einem erlauben f_0 gefundenen Maximum. Die grau unterlegt Fläche zeigt die Daten, die Kurve die Anpassung.*

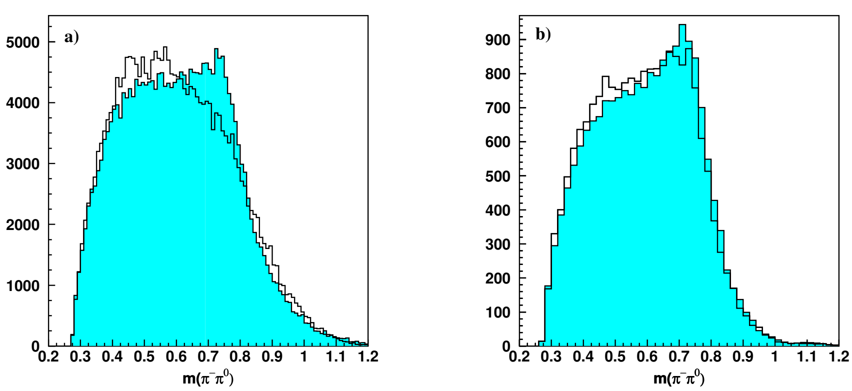

Abbildung 6.24: *$(\pi^-\pi^0)$-inv. Masse gemeinsam mit dem besten Fit, der sich für die Hypothese: f_0(1325,325) und ein ρ'(1411,343) erreichen läßt, wobei das zweite f_0 frei gefittet wurde, a) $\pi^-4\pi^0$- b) $\pi^+2\pi^-2\pi^0$-Datensatz. Die grau unterlegt Fläche zeigt die Daten, die Kurve die Anpassung.*

der eingeführten Amplituden deutlich hinter der der Daten zurückbleibt. Dies weist darauf hin, daß noch nicht alle benötigten Amplituden, die einen Beitrag im ρ^--Bereich liefern, berücksichtigt wurden.

Naheliegend ist an dieser Stelle z.B. das Einführen einer zusätzlichen $\pi^*(1300)\sigma$-, $a_1\sigma$- oder auch $\pi^*(1300)\rho$-Amplitude, wenn man die Anhäufung von Ereignissen in Abb. 6.4b bei $m(\pi^-2\pi^0)\approx 1300\,\mathrm{MeV}$ bedenkt. Neben diesen sind allerdings auch noch eine Vielzahl weiterer Amplituden möglich, die zur Beschreibung der Daten beitragen können.

Einen Überblick über diese Amplituden gibt Tab. 6.2. Aufgrund der unterschiedlich geladenen Multiplizität der Endzustände sind nicht alle Amplituden in jedem Endzustand möglich, wie in der Tabelle angedeutet. So ist z.B. der f_0-Zerfall nach $\rho\rho$ nur in zweien der vier Datensätze beobachtbar.

Amplituden	$5\pi^0$	$\pi^-4\pi^0$	$\pi^+\pi^-3\pi^0$	$\pi^+2\pi^-2\pi^0$	erwartete Resonanzbeiträge
$\bar{p}N\to f_0\pi$; $f_0\to\sigma\sigma$	$\star$	$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to f_0\pi$; $f_0\to\rho\rho$			$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to f_0\pi$; $f_0\to\pi^*\pi$; $\pi^*\to\sigma\pi$	$\star$	$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to f_0\pi$; $f_0\to\pi^*\pi$; $\pi^*\to\rho\pi$			$\star$	$\star$	$f_0(1370), f_0(1500), f_0(1700)$
$\bar{p}N\to\rho'\pi$; $\rho'\to\rho\sigma$;		$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to\rho'\pi$; $\rho'\to a_1\pi$; $a_1\to\rho\pi$		$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to\rho'\pi$; $\rho'\to h_1\pi$; $h_1\to\rho\pi$			$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to\rho'\pi$; $\rho'\to\pi^*\pi$; $\pi^*\to\sigma\pi$		$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to\rho'\pi$; $\rho'\to\pi^*\pi$; $\pi^*\to\rho\pi$		$\star$	$\star$	$\star$	$\rho'(1450), \rho'(1700)$
$\bar{p}N\to\pi^*\sigma$; $\pi^*\to\sigma\pi$		$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to\pi^*\sigma$; $\pi^*\to\rho\pi$		$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to\pi^*\rho$; $\pi^*\to\sigma\pi$		$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to\pi^*\rho$; $\pi^*\to\rho\pi$			$\star$	$\star$	$\pi(1300)$
$\bar{p}N\to a_1\sigma$; $a_1\to\rho\pi$		$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to a_1\rho$; $a_1\to\rho\pi$			$\star$	$\star$	$a_1(1260)$
$\bar{p}N\to f_2\pi$; $f_2\to\sigma\sigma$	$\star$	$\star$	$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to f_2\pi$; $f_2\to\rho\rho$			$\star$	$\star$	
$\bar{p}N\to f_2\pi$; $f_2\to a_2\pi$; $a_2\to\rho\pi$			$\star$	$\star$	$f_2(1270), f_2(1565)$
$\bar{p}N\to h_1\rho$; $h_1\to\rho\pi$				$\star$	$h_1(1170)$
$\bar{p}N\to a_2\rho$; $a_2\to\rho\pi$			$\star$	$\star$	$a_2(1320)$

Tabelle 6.2: *Zusammenfassung der zur Analyse der verschiedenen 5π–Datensätzen getesteten Amplituden. Ist eine Amplitude in einem Enduzustand möglich, so ist sie durch ein '$\star$' gekennzeichnet.*

Die Anzahl der möglichen Amplituden nimmt mit der Erhöhung der geladenen Multiplizität im Endzustand deutlich zu. Nicht berücksichtigt ist hierbei die Abängigkeit von den möglichen $\bar{p}$N-Anfangszuständen. Da im $p\bar{p} \to \pi^+\pi^-3\pi^0$-Datensatz Anfangszustände erlaubt sind, die in den anderen Datensätzen nicht auftreten können, sind hier bei weitem die meisten Amplituden möglich (Abschnitt 4.1).

Nachdem die zuvor beschriebenen Scans erste gemeinsame Strukturen in den vier Datensätzen erkennen ließen, wird mit der Einführung neuer Amplituden zur Methode des "freien Fits" (Abschnitt 6.6) übergegangen, um die auftretenden Korrelationen zwischen den verschiedenen Parametern korrekt zu behandeln. Betrachtet man Tab. 6.2, so erscheint für die weitere Analyse der Datensätze eine sich an der Kompexität der möglichen Amplituden orientierende Vorgehensweise sinnvoll. So sind z.B. alle Amplitude, die im $5\pi^0$-Datensatz auftreten können, ebenfalls im $\pi^-4\pi^0$-Datensatz möglich und wiederum alle Amplituden, die hier auftreten, im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$-Datensatz.

Da der $5\pi^0$-Kanal bereits als Einzelkanal untersucht wurde [47] wurde die Analyse mit dem Datensatz

- $\bar{p}d \to \pi^-4\pi^0 p_{\rm spectator}$

begonnen, der besonders gut dazu geeignet ist, den Bereich der skalaren Mesonen zu untersuchen. Zum einen sind hier weitaus weniger resonante Zwischenzustände möglich als in den Reaktionen $\bar{p}d \to \pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{\rm spectator}$ und $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-3\pi^0$, was die Sensitivität auf die skalaren Resonanzen erhöht, und zum anderen hat dieser Datensatz gegenüber dem $5\pi^0$-Endzustand den Vorteil, daß keinerlei Kombinatorik für die produzierten skalaren Resonanzen auftritt.

Im Anschluß daran wurde der zweite Deuterium-Datensatz

- $\bar{p}d \to \pi^+2\pi^-2\pi^0 p_{\rm spectator}$

untersucht, um weitere Information über die möglichen Zerfallsmoden der Skalar- und Vektormesonen zu erhalten.

Die aus der konsistenten Beschreibung der beiden Deuterium-Datensätze erhaltenen Ergebnisse sollten nun natürlich auch den dritten Datensatz,

- $\bar{p}p \to 5\pi^0$ [54]

beschreiben. Die Annihlation erfolgt hier ebenfalls aus dem $^1S_0$–Anfangszustand, der auch in der $\bar{p}$d-Annihilation als dominater Beitrag erwartet wird.

Der vierte Datensatz,

- $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-3\pi^0$ [56]

hat den Nachteil, daß hier zusätzlich zum $^1S_0$-Anfangszustand auch der $^3S_1$-Anfangszustand beiträgt, der das Einführen einer Vielzahl neuer Amplituden erfordet und somit die Analyse deutlich erschwert. Da er aber im Vergleich zu den beiden Deuteriumdatensätzen keine neuen Informationen über die auftretenden Resonanzen und deren Zerfallsmoden liefert, wird er im folgenden nicht mehr diskutiert.

6.7.1 Der $\bar{p}n \rightarrow \pi^- 4\pi^0$-Datensatz

Da es nicht möglich ist, jede getestete Fithypothese hier gemeinsam mit ihrem Ergebnis im Detail aufzuführen, werden nur die in Tab. 6.3, 6.4, 6.6 und Tab. 6.7 zusammengefaßten Hypothesen diskutiert, die die charkateristischen Merkmale der Anpassungen zeigen.

	Eingeführte Amplituden			Masse [MeV]	Breite [MeV]	$-2\cdot\ln(\mathcal{L})$
1	$\bar{p}n\rightarrow f_0\pi^-$	$f_0\rightarrow\sigma\sigma$		1376	393	
	$\bar{p}n\rightarrow\rho'\pi$	$\rho'\rightarrow\rho\sigma$		$1411^\dagger$	$343^\dagger$	-6101
2	$\bar{p}n\rightarrow f_0\pi^-$	$f_0\rightarrow\sigma\sigma$		$1376^\dagger$	$393^\dagger$	
	$\bar{p}n\rightarrow f_0\pi^-$	$f_0\rightarrow\sigma\sigma$		1480	174	
	$\bar{p}n\rightarrow\rho'\pi$	$\rho'\rightarrow\rho\sigma$		$1411^\dagger$	$343^\dagger$	-6419
3	$\bar{p}n\rightarrow f_0\pi^-$	$f_0\rightarrow\sigma\sigma;\, \pi^*\pi$	$[\pi^*\rightarrow\sigma\pi;\, \rho\pi]$	1399	252	
	$\bar{p}n\rightarrow f_0\pi^-$	$f_0\rightarrow\sigma\sigma;\, \pi^*\pi$	$[\pi^*\rightarrow\sigma\pi;\, \rho\pi]$	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	
	$\bar{p}n\rightarrow\rho'\pi$	$\rho'\rightarrow\rho\sigma$		$1411^\dagger$	$343^\dagger$	
	$\bar{p}n\rightarrow\pi^*\sigma$	$\pi^*\rightarrow\sigma\pi;\, \rho\pi$		1370	240	
	$\bar{p}n\rightarrow\pi^*\rho$	$\pi^*\rightarrow\sigma\pi$		1370	240	-8352
4	$\bar{p}n\rightarrow f_0\pi^-$	$f_0\rightarrow\sigma\sigma;\, \pi^*\pi$	$[\pi^*\rightarrow\sigma\pi;\, \rho\pi]$	1385	255	
	$\bar{p}n\rightarrow f_0\pi^-$	$f_0\rightarrow\sigma\sigma;\, \pi^*\pi$	$[\pi^*\rightarrow\sigma\pi;\, \rho\pi]$	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	
	$\bar{p}n\rightarrow\rho'\pi$	$\rho'\rightarrow\rho\sigma$		$1411^\dagger$	$343^\dagger$	
	$\bar{p}n\rightarrow\rho'\pi$	$\rho'\rightarrow a_1\pi$		$1780^\dagger$	$275^\dagger$	
	$\bar{p}n\rightarrow\pi^*\sigma$	$\pi^*\rightarrow\sigma\pi;\, \rho\pi$		1363	272	
	$\bar{p}n\rightarrow\pi^*\rho$	$\pi^*\rightarrow\sigma\pi$		1363	272	-8431
5	$\bar{p}n\rightarrow f_0\pi^-$;	$f_0\rightarrow\sigma\sigma;\, \pi^*\pi$	$[\pi^*\rightarrow\sigma\pi;\, \rho\pi\ ]$	1370	300	
	$\bar{p}n\rightarrow f_0\pi^-$;	$f_0\rightarrow\sigma\sigma;\, \pi^*\pi$	$[\pi^*\rightarrow\sigma\pi;\, \rho\pi\ ]$	1480	130	
	$\bar{p}n\rightarrow\pi^*\sigma$;	$\pi^*\rightarrow\sigma\pi;\, \rho\pi$		1370	220	
	$\bar{p}n\rightarrow\pi^*\rho$;	$\pi^*\rightarrow\sigma\pi$		1370	220	
	$\bar{p}n\rightarrow\rho'\pi$	$\rho'\rightarrow\rho\sigma;\, a_1\pi;\, \pi^*\pi$		$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n\rightarrow\rho'\pi$	$\rho'\rightarrow\rho\sigma;\, a_1\pi;\, \pi^*\pi$		$1700^\dagger$	$235^\dagger$	
	$\bar{p}n\rightarrow f_2\pi^-$;	$f_2\rightarrow\sigma\sigma$		$1275^\dagger$	$185^\dagger$	
	$\bar{p}n\rightarrow a_1\sigma$;	$a_1\rightarrow\rho\pi$		$1230^\dagger$	$400^\dagger$	-8873

Tabelle 6.3: *Zusammenstellung einiger Fits des $\pi^-4\pi^0$–Datensatzes. Benutzt wurden 19400 Daten- and 22000 Monte Carlo Ereignisse. Werden Massen und Breiten einer Resonanz währen einer Anpassung festgehalten, so sind diese mit einem † gekennzeichnet. Die Partialbreiten der Zerfälle in die angegebenen Kanäle wurden jeweils frei angepaßt. Fortsetzung in Tab. 6.4.*

	Eingeführte Amplituden			Masse [MeV]	Breite [MeV]	$-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$
5a	$\bar{p}n{\to}f_0\pi^-$;	$f_0{\to}\sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^*{\to}\sigma\pi;\ \rho\pi\ ]$	m beliebig, Γ >2GeV		
	$\bar{p}n{\to}f_0\pi^-$;	$f_0{\to}\sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^*{\to}\sigma\pi;\ \rho\pi\ ]$	1450	240	
	$\bar{p}n{\to}\pi^*\sigma$;	$\pi^*{\to}\sigma\pi;\ \rho\pi$		1380	200	
	$\bar{p}n{\to}\pi^*\rho$;	$\pi^*{\to}\sigma\pi$		1380	200	
	$\bar{p}n{\to}\rho'\pi$	$\rho'{\to}\rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}\rho'\pi$	$\rho'{\to}\rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1700^\dagger$	$235^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}f_2\pi^-$;	$f_2{\to}\sigma\sigma$		$1275^\dagger$	$185^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}a_1\sigma$;	$a_1{\to}\rho\pi$		$1230^\dagger$	$400^\dagger$	−9025
5b	$\bar{p}n{\to}f_0\pi^-$;	$f_0{\to}\sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^*{\to}\sigma\pi;\ \rho\pi\ ]$	1385	270	
	$\bar{p}n{\to}f_0\pi^-$;	$f_0{\to}\sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^*{\to}\sigma\pi;\ \rho\pi\ ]$	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}\pi^*\sigma$;	$\pi^*{\to}\sigma\pi;\ \rho\pi$		1370	205	
	$\bar{p}n{\to}\pi^*\rho$;	$\pi^*{\to}\sigma\pi$		1370	205	
	$\bar{p}n{\to}\rho'\pi$	$\rho'{\to}\rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}\rho'\pi$	$\rho'{\to}\rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1700^\dagger$	$235^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}f_2\pi^-$;	$f_2{\to}\sigma\sigma$		$1275^\dagger$	$185^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}a_1\sigma$;	$a_1{\to}\rho\pi$		$1230^\dagger$	$400^\dagger$	−8871
6	$\bar{p}n{\to}f_0\pi^-$;	$f_0{\to}\sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^*{\to}\sigma\pi;\ \rho\pi\ ]$	1410	210	
	$\bar{p}n{\to}\pi^*\sigma$;	$\pi^*{\to}\sigma\pi;\ \rho\pi$		1370	220	
	$\bar{p}n{\to}\pi^*\rho$;	$\pi^*{\to}\sigma\pi$		1370	220	
	$\bar{p}n{\to}\rho'\pi$	$\rho'{\to}\rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}\rho'\pi$	$\rho'{\to}\rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1700^\dagger$	$235^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}f_2\pi^-$;	$f_2{\to}\sigma\sigma$		$1275^\dagger$	$185^\dagger$	
	$\bar{p}n{\to}a_1\sigma$;	$a_1{\to}\rho\pi$		$1230^\dagger$	$400^\dagger$	−8095

Tabelle 6.4: *Fortsetzung von Tab. 6.3.*

- Fit 1 und 2 entsprechen den beiden schon zuvor Form der Scans getesteten Hypothesen und dienen als Referenz für das $\ln(\mathcal{L})$. Die in Tab. 6.3 und Tab. 6.4 gelisteten Ergebnisse wurden mittels freier Fits erzielt. Da hier, anders als bei der Scan-Methode, das $\ln(\mathcal{L})$ nicht nur an bestimmten diskreten Massen und Breiten berechnet wird, sondern jede Masse und Breite erreichbar ist, unterscheiden sich die Ergebnisse auch etwas von den in den Scans gefundenen. Die in Fit 2 für das zweite f_0 gefundenen Parameter entsprechen recht gut der Masse und Breite des $f_0(1500)$ [64]. Allerdings liegt die Masse etwas zu niedrig, und die Breite ist etwas größer als erwartet. Im folgenden wurden die Masse und Breite des zweiten f_0's zunächst bei den Parametern des $f_0(1500)$ festgehalten.
- Fit 3: Die Änderung im $\ln(\mathcal{L})$ mit dem zusätzlichen Einführen einer $\pi^*(1300)\sigma$– und $\pi^*(1300)\rho$–Amplitude, macht deutlich, daß diese Amplituden einen wichtigen Beitrag zu Beschreibung der Daten liefern. Die frei gefitteten Partialbreiten des π^* nach $\rho\pi$ und $\sigma\pi$ ergeben einen dominanten Zerfall des Teilchens nach $\rho\pi$. Die Verbesserung im $\ln(\mathcal{L})$ ist somit im wesentlichen auf das Einführen der $\pi^*(1300)[\to\rho\pi]\sigma$-Amplitude zurückzuführen.

- Fit 4: Das Einführen eines zweiten ρ'-Zustands verbessert das Likelyhood nochmals signifikant. Der Einfluß auf die Parameter des frei gefitteten $f_0^{(1)}$ ist hierbei klein. Die Änderung im $\ln(\mathcal{L})$ ist somit auf die zusätzlich eingeführte $\rho'(1780) \to a_1\pi$–Amplitude zurückzuführen. Benutzt man statt der aus einer Analyse des $\bar{p}d \to \pi^-2\pi^0p$-Datensatzes extrahierten ρ'–Parameter (ρ'(1411,343) und ρ'(1780,275) [45]) die im PDG angegebenen Werte (ρ'(1465,310) und ρ'(1700,235) [8]), so verändern sich die Ergebnisse kaum.

  Die Massen und Breiten der frei gefitteten Parameter unterscheiden sich um wenige MeV, und das $\ln(\mathcal{L})$ wird um 2 besser, was keiner signifikanten Änderung entspricht. Daß die Sensitivität auf Masse und Breite so klein ist, liegt daran, daß die ρ'–Zustände nur mit einen Anteil von wenigen Prozent zum Gesamtdatensatz beitragen, während die skalaren Resonanzen dominieren. Im folgenden werden die PDG-Werte als Parameter für die Vektormesonen benutzt.

- Fit 5: In diesem Fit wurden zusätzlich zu den neu eingeführten $f_2\pi$- und $a_1\sigma$-Amplituden auch alle in diesem Datensatz möglichen ρ'-Zerfälle erlaubt. Die Partialbreiten der verschiedenen Resonanzen, sowie die Massen und Breiten der beiden f_0-Zustände und des π^* wurden frei gefittet. Dabei bestätigte sich die Dominanz der $\pi^*(1300)$-Zerfalls nach $\rho\pi$. Ein $\sigma\pi$-Zerfall wird nicht beobachtet.

  Die beiden nach $\sigma\sigma$ zerfallenden skalaren Resonanzen tragen mit 80% zur Beschreibung des Datensatzes bei. Die eine stimmt hierbei in Masse und Breite recht gut mit dem $f_0(1500)$ überein, während die andere bei einer Masse von 1370 MeV und eine Breite von 300 MeV optimiert. Eine Auflistung der prozentualen Anteile der Einzelamplituden am Gesamtdatensatz befindet sich in Tab. 6.5.

- Fit 5a: Neben der Lösung von Fit 5 gibt es noch eine weitere stabile Lösung, bei der eine der skalaren Resonanzen sehr breit ist, und die andere eine Masse von 1450 MeV und eine Breite von 240 MeV annimmt. Erstere entspricht damit einer quasi nichtresonanten Amplitude, und die zweite entspricht in ihrer Masse und Breite keiner bekannten Resonanz. Somit erscheint diese Lösung trotz des besseren $\ln(\mathcal{L})$ nicht sinnvoll.

- Fit 5b: Hält man die Masse und Breite des $f_0(1500)$ bei m=1490 MeV, Γ=130 MeV fest, so gibt es nur noch eine eindeutige Lösung mit einem schmalen $f_0(1370)$. Vergleicht man die Breite des $f_0(1370)$ mit der in Fit 5 gefundenen, so wird diese etwas kleiner, sobald man die Parameter des $f_0(1500)$ bei den oben genannten Werten festhält. Der Unterschied im $\ln(\mathcal{L})$ von Fit 5 zu 5b ist dabei sehr klein.

- Fit 6: Dieser Fit soll prüfen, ob die Einführung eines zweiten f_0's auch dann noch notwendig ist, wenn alle anderen denkbaren Amplituden eingeführt sind, oder ob es jetzt gelingt, die Daten mit nur einen skalaren Zustand zu beschreiben. Versucht man dies, so ändert sich das $\ln(\mathcal{L})$ dramatisch. Es ist um 800 schlechter als im vergleichbaren Fit 5. Dies zeigt, daß mindestens zwei skalare Resonanzen notwenig sind, um die Daten zu beschreiben. Abb. 6.25 macht dies anhand der Beschreibung des $4\pi^0$-Spektrums durch Fit 5 und 6 nochmals deutlich. Es werden mindestens zwei skalare Resonanzen benötigt, um die Daten zufriedenstellend zu beschreiben.

Bevor auf weitere Anpassungen eingegangen wird, bei denen zusätzlich zu den beiden skalaren $f_0(1500)$, $f_0(1370)$ noch eine weitere eingeführt wird, soll der prozentuale Beitrag der

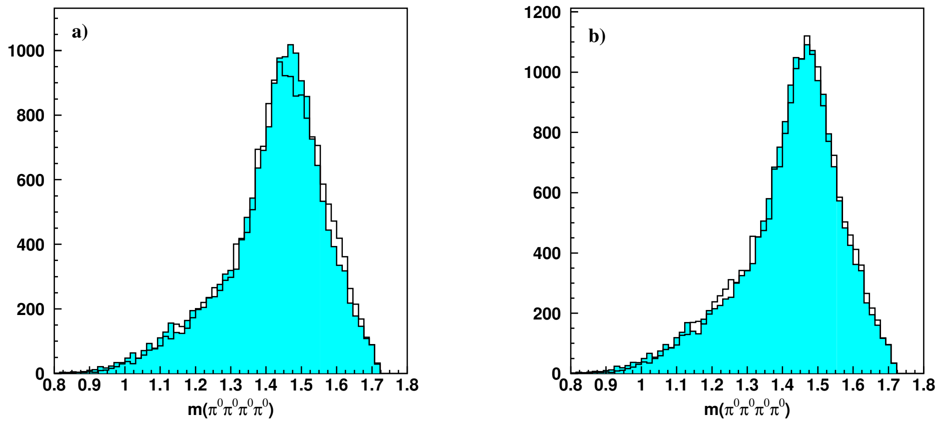

Abbildung 6.25: *a) zeigt das Fitergebnis von Fit 6, bei dem nur ein f_0-Zustand erlaubt wurde gemeinsam mit den Daten, b) das Ergebnis von Fit 5, bei dem zwei skalare Zustände erlaubt wurden.*

einzelnen Resonanzen am Gesamtdatensatz diskutiert werden. Dieser ist ebenso wie die Massen und Breiten der einzelnen Resonanzen von Interesse.

Anteile der einzelnen Amplituden am Gesamtdatensatz

Berechnet man die Amplitude einer bestimmten Zerfallskette, so ist diese eine Summe über alle kombinatorischen Möglichkeiten (Abschnitt 6.4.1). Wird diese quadriert, so berücksichtigt man automatisch alle durch die Kombinatorik bedingten Interferenzen.

Möchte man das Verzweigungsverhältnis z.B. für die Reaktion $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to f_0\,[\to\sigma\sigma]\pi^0\to 5\pi^0$ mit $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to f_0[\to\pi^0\pi^0]\pi^0\to 3\pi^0$ vergleichen, so ist man an einem bestimmten aus vier bzw. zwei definierten Pionen zusammengesetzen f_0 interessiert, welches dann zerfällt. Die Kombinatorik wird hierbei nur mit einem Faktor 5 bzw. 3 berücksichtigt, da man fünf bzw. drei verschiedene Möglichkeiten hat, ein f_0 zu produzieren, was die Wahrscheinlichkeit entsprechend erhöht. Die durch die Kombinatorik bedingten Interferenzen gehen nur in die Berechnung der Gesamtamplitude ein, die zur Normierung der prozentualen Verzweigungsverhältnisse dient. Die in Tab. 6.5 angegebenen Zahlen addieren sich somit auch nicht zu 100%, da für die Berechnung der Einzelamplituden die Interferenzen nicht berücksichtigt werden, für die Normierung hingegen schon.

Der so erhaltene prozentuale Beitrag berücksichtigt die Interferenzen, die sich durch den Zerfall einer Resonanz ergeben, nicht aber die Interferenz mit dem Zuschauerteilchen.

Fit	$f_0^{(1)}\rightarrow\sigma\sigma$	$f_0^{(2)}\rightarrow\sigma\sigma$	$\pi^*[\rightarrow\rho\pi]\sigma$	$\rho'^{(1)}\rightarrow\rho\sigma$	$\rightarrow a_1\pi$	$\rightarrow\pi^*\pi$	$\rho'^{(2)}\rightarrow\rho\sigma$	$\rightarrow a_1\pi$	$\rightarrow\pi^*\pi$	$f_2\rightarrow\sigma\sigma$	$a_1\sigma$
4	(1385,255)	(1490,130)	(1363,272)	(1411,343)			(1780,275)				
	80.3%	3.3%	8.0%	0.5%	—	—	—	0.3%	—	—	—
5	(1370,300)	(1480,130)	(1370,220)	(1465,310)			(1700,235)				
	69.2%	11.3%	7.1%	0.6%	~ 0	0.3%	~ 0	0.6%	1.8%	~ 0	~ 0
5b	(1385,270)	(1490,130)	(1370,205)	(1465,310)			(1700,235)				
	75.6%	6.4%	6.6%	0.5%	~ 0	0.3%	~ 0	0.5%	1.8%	~ 0	~ 0
5a	sehr breit	(1450,240)	(1380,200)	(1465,310)			(1700,235)				
	14.9%	71.2%	5.0%	0.4%	0.1%	0.3%	~ 0	0.7%	1.2%	0.2%	~ 0

Tabelle 6.5: *Prozentualer Anteil der Einzelamplituden an der Gesamtamplitude. Die Zahlen in den Klammern geben die jeweilige Masse und Breite des Teilchens an. Amplituden, die einen π^*(1300)$\rightarrow\sigma\pi$ Zerfall enthalten, tragen nicht zur Beschreibung bei und sind demzufolge hier auch nicht aufgeführt.*

Nachdem gezeigt wurde, daß zur Beschreibung der Daten mindestens zwei skalare Zustände notwendig sind, werden im folgenden noch einige Anpassungen vorgestellt, in denen ein weiterer skalarer Zustand eingeführt wird. Dabei wird zunächst diskutiert, woher die Evidenz für solch einen Zustand stammt.

Ein dritter f_0-Zustand; das $f_0(1750)$

In der früheren Analyse des $\bar{p}p\rightarrow 5\pi^0$-Datensatzes [55] wurde zur Beschreibung der Daten noch ein zusätzliches $f_0(1750)$ benötigt, um insbesondere den Bereich hoher $(4\pi^0)$-invarianter Massen gut beschreiben zu können. Der Datensatz selbst ist jedoch nicht sensitiv auf die Masse und Breite dieses Zustands, da er am Rande des zur Verfügung stehenden Phasenraumes liegt. Deshalb wurden als Parameter für die Resonanz die bei einer Reanalyse von MARK3 Daten ($J/\Psi\rightarrow\gamma\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$) bestimmte Masse und Breite (m=1750 MeV, Γ=160 MeV) verwendet [65]. In dieser Analyse wurde angegeben, daß das Teilchen zu 92% in $\sigma\sigma$ und zu 8% in $\rho\rho$ zerfällt. Ob ein $\pi^*\pi$-Zerfall ebenfalls getestet wurde, läßt sich aus der Veröffentlichung nicht entnehmen. Zusätzlich zu diesem skalaren Zustand wurde ein Tensorzustand, das f_2(1640,140), beobachtet, der dominant nach $\rho\rho$ zerfällt.

Weitere Evidenz für die mögliche Existenz eines skalaren Teilchens im Bereich eines $f_J(1710)$ kommen von BES ($J/\Psi\rightarrow\gamma K^+K^-$) [66]. Auch hier wurde dieser parallel zu einem Tensorzustand beobachtet. Als Parameter für die Resonanzen werden die folgenden Werte angegeben: $m_{f_0} = 1781\pm 8^{+10}_{-31}$, $\Gamma_{f_0} = 85\pm 24^{+22}_{-19}$ und $m_{f_2} = 1696\pm 5^{+9}_{-34}$, $\Gamma_{f_2} = 103\pm 18^{+30}_{-11}$. Auf der Intersections Konferenz 1997 berichtete BES auch über die 4π-Zerfälle dieser Zustände. Hierbei wurden für das $f_0(1750)$ die folgenden Parameter gefunden: $m_{f_0} = 1775\pm 25$, $\Gamma_{f_0} = 190^{+80}_{-60}$, wobei sowohl der $\sigma\sigma$ wie auch der $\pi^*(1300)\pi$-Zerfall als wichtige Zerfallsmoden angegeben wurden [67]. Neben diesem f_0 wurde wiederum ein f_2-Zustand beobachtet.

Demzufolge scheint es Evidenz dafür zu geben, daß solch ein $f_0(1750)$ tatsächlich existiert. Unklar ist, ob dieses in der $\bar{p}$N-Annihilation produziert wird und wenn ja, mit welcher Produktionsstärke. Ein erster Hinweis darauf, daß dieser Zustand möglicherweise zur Beschreibung der vorliegenden Datensätze beiträgen könnte, stammt, wie oben erwähnt, aus der Analyse des $\bar{p}p\rightarrow 5\pi^0$-Datensatzes [55].

Eine für die hier vorliegende Analyse vernünftige Annahme ist, daß der Beitrag des Teilchens zur Beschreibung der 5π–Datensätze nicht groß sein darf. Da die Resonanz außerhalb des zur Verfügnung stehenden Phasenraums liegt, werden nur Lösungen als sinnvoll angesehen, bei denen der prozentuale Beitrag des $f_0(1750)$ kleiner als der des $f_0(1500)$ ist.

Ziel der vorliegenden Analyse ist es nicht, die Existenz dieses Teilchens zu beweisen oder zu wiederlegen, sondern es soll nur getestet werden, ob eine kompatible Beschreibung aller Datensätze mit oder ohne dessen Einführung zu ereichen ist. Die verwendete Masse wurde bei 1770 MeV und die Breite bei 170 MeV festgehalten.

Das $f_0(1750)$ wurde zusätzlich zu den beiden zuvor beobachteten skalaren Resonanzen eingeführt. Dabei wurden die Massen und Breiten des $f_0(1370)$ und des $f_0(1500)$ zunächst festgehalten und später wiederum frei angepaßt. Tab. 6.6, 6.7 und Tab. 6.8 zeigen die entsprechenden Ergebnisse.

	Eingeführte Amplituden			Masse [MeV]	Breite [MeV]	$-2\cdot\ln(\mathcal{L})$
7	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\sigma\sigma;\pi^*\pi$	$[\pi^*\to\rho\pi]$	$1370^\dagger$	$300^\dagger$	
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\sigma\sigma;\pi^*\pi$	$[\pi^*\to\rho\pi]$	$1480^\dagger$	$130^\dagger$	
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\sigma\sigma;\pi^*\pi$	$[\pi^*\to\rho\pi]$	$1700^\dagger$	$170^\dagger$	
	$\bar{p}n\to\pi^*\sigma$;	$\pi^*\to\rho\pi$		$1370^\dagger$	$220^\dagger$	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$\rho'\to\rho\sigma;a_1\pi;\pi^*\pi$		$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$\rho'\to\rho\sigma;a_1\pi;\pi^*\pi$		$1700^\dagger$	$235^\dagger$	
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$;	$f_2\to\sigma\sigma$		$1275^\dagger$	$185^\dagger$	
	$\bar{p}n\to a_1\sigma$;	$a_1\to\rho\pi$		$1230^\dagger$	$400^\dagger$	−8897
7a	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\sigma\sigma;\pi^*\pi$	$[\pi^*\to\rho\pi]$	$1385^\dagger$	$270^\dagger$	
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\sigma\sigma;\pi^*\pi$	$[\pi^*\to\rho\pi]$	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\sigma\sigma;\pi^*\pi$	$[\pi^*\to\rho\pi]$	$1700^\dagger$	$170^\dagger$	
	$\bar{p}n\to\pi^*\sigma$;	$\pi^*\to\rho\pi$		$1370^\dagger$	$220^\dagger$	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$\rho'\to\rho\sigma;a_1\pi;\pi^*\pi$		$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$\rho'\to\rho\sigma;a_1\pi;\pi^*\pi$		$1700^\dagger$	$235^\dagger$	
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$;	$f_2\to\sigma\sigma$		$1275^\dagger$	$185^\dagger$	
	$\bar{p}n\to a_1\sigma$;	$a_1\to\rho\pi$		$1230^\dagger$	$400^\dagger$	−8903
8a	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\sigma\sigma;\pi^*\pi$	$[\pi^*\to\rho\pi]$	1420	430	
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\sigma\sigma;\pi^*\pi$	$[\pi^*\to\rho\pi]$	1460	145	
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\sigma\sigma;\pi^*\pi$	$[\pi^*\to\rho\pi]$	$1700^\dagger$	$170^\dagger$	
	$\bar{p}n\to\pi^*\sigma$;	$\pi^*\to\rho\pi$		1380	205	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$\rho'\to\rho\sigma;a_1\pi;\pi^*\pi$		$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$\rho'\to\rho\sigma;a_1\pi;\pi^*\pi$		$1700^\dagger$	$235^\dagger$	
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$;	$f_2\to\sigma\sigma$		$1275^\dagger$	$185^\dagger$	
	$\bar{p}n\to a_1\sigma$;	$a_1\to\rho\pi$		$1230^\dagger$	$400^\dagger$	−8941

Tabelle 6.6: *Zusammenstellung einiger Fits des $\pi^-4\pi^0$-Datensatzes. Benutzt wurden 19400 Daten- and 22000 Monte–Carlo–Ereignisse. Fortsetzung in Tab. 6.7*

	Eingeführte Amplituden			Masse [MeV]	Breite[MeV]	$-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$
8b	$\bar{p}n \to f_0\pi^-$;	$f_0 \to \sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^* \to \rho\pi\ ]$	m beliebig, Γ >2GeV		
	$\bar{p}n \to f_0\pi^-$;	$f_0 \to \sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^* \to \rho\pi\ ]$	1455	230	
	$\bar{p}n \to f_0\pi^-$;	$f_0 \to \sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^* \to \rho\pi\ ]$	$1700^\dagger$	$170^\dagger$	
	$\bar{p}n \to \pi^*\sigma$;	$\pi^* \to \rho\pi$		1375	175	
	$\bar{p}n \to \rho'\pi$	$\rho' \to \rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n \to \rho'\pi$	$\rho' \to \rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1700^\dagger$	$235^\dagger$	
	$\bar{p}n \to f_2\pi^-$;	$f_2 \to \sigma\sigma$		$1275^\dagger$	$185^\dagger$	
	$\bar{p}n \to a_1\sigma$;	$a_1 \to \rho\pi$		$1230^\dagger$	$400^\dagger$	-9040
9	$\bar{p}n \to f_0\pi^-$;	$f_0 \to \sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^* \to \rho\pi\ ]$	1400	260	
	$\bar{p}n \to f_0\pi^-$;	$f_0 \to \sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^* \to \rho\pi\ ]$	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	
	$\bar{p}n \to f_0\pi^-$;	$f_0 \to \sigma\sigma;\ \pi^*\pi$	$[\pi^* \to \rho\pi\ ]$	$1700^\dagger$	$170^\dagger$	
	$\bar{p}n \to \pi^*\sigma$;	$\pi^* \to \rho\pi$		$1370^\dagger$	$220^\dagger$	
	$\bar{p}n \to \rho'\pi$	$\rho' \to \rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n \to \rho'\pi$	$\rho' \to \rho\sigma;\ a_1\pi;\ \pi^*\pi$		$1700^\dagger$	$235^\dagger$	
	$\bar{p}n \to f_2\pi^-$;	$f_2 \to \sigma\sigma$		$1275^\dagger$	$185^\dagger$	
	$\bar{p}n \to a_1\sigma$;	$a_1 \to \rho\pi$		$1230^\dagger$	$400^\dagger$	-8918

Tabelle 6.7: *Fortsetzung von Tab. 6.6*

Fit	$f_0^{(1)} \to \sigma\sigma$	$f_0^{(2)} \to \sigma\sigma$	$f_0^{(3)} \to \sigma\sigma$	$\pi^*[\to\rho\pi]\sigma$	$\rho'^{(1)} \to \rho\sigma$	$\to a_1\pi$	$\to \pi^*\pi$	$\rho'^{(2)} \to \rho\sigma$	$\to a_1\pi$	$\to \pi^*\pi$	$f_2 \to \sigma\sigma$
7	(1370,300)	(1480,130)	(1770,170)	(1370,220)	(1465,310)			(1700,235)			(1275,185)
	70.5%	8.8%	1.2%	7.0%	0.6%	0.2%	0.3%	~ 0	1.0%	1.6%	0.3%
7a	(1385,270)	(1490,130)	(1770,170)	(1370,220)	(1465,310)			(1700,235)			(1275,185)
	73.9%	5.9%	1.7%	7.0%	0.5%	0.1%	0.2%	~ 0	0.8%	1.4%	0.2%
8a	(1420,430)	(1460,145)	(1770,170)	(1380,205)	(1465,310)			(1700,235)			(1275,185)
	76.4%	4.7%	6.5%	4.6%	0.5%	0.1	~ 0	$\sim$	1.1%	0.4%	0.2%
9	(1400,260)	(1490,130)	(1770,170)	(1370,220)	(1465,310)			(1700,235)			(1275,185)
	79.2 %	2.0%	3.6%	6.0%	3.5%	1.3%	1.5%	~ 0	0.6%	0.9%	0.2%
8b	sehr breit	(1455,230)	(1770,170)	(1380,180)	(1465,310)			(1700,235)			(1275,185)
	51.0%	33.6%	3.4%	3.8%	1.4%	0.2%	0.2%	0.3%	1.1%	0.3%	0.2%

Tabelle 6.8: *Prozentualer Anteil der Einzelamplituden an der Gesamtamplitude. Da der Beitrag der $a_1\sigma$-Amplitude für alle Anpassungen vernachlässigbar ist, ist sie hier nicht explitzit aufgeführt. Dies gilt ebenfalls für alle Zerfallsketten, die einen $\pi^*(1300) \to \sigma\pi$-Zerfall enthalten.*

- Fit 7: In dieser Anpassung wurden alle Massen und Breiten der beteiligten Resonanzen bei den in Fit 5 bestimmten Parametern festgehalten. Neu hinzugenommen wurde das $f_0(1750)$. Das $\ln(\mathcal{L})$ verbessert sich gegenüber Fit 5 um 24 und die neu eingeführte skalare Resonanz trägt mit 1.2% zum Datensatz bei. Der Beitrag des $f_0(1500)$ beträgt im Vergleich hierzu 8.8%.

- Fit 7a: Hält man man die Parameter der skalaren Resonanzen stattdessen bei den in Fit 5b gefundenen Werten fest, so ist das $\ln(\mathcal{L})$ etwas besser als das in Fit 7 gefundene. Der Anteil des $f_0(1500)$ ist hier etwas kleiner, und der Beitrag des $f_0(1750)$ liegt bei 1.7%.

- Fit 8a: Läßt man nun wiederum die Massen und Breiten der beiden ersten skalaren Zustände sowie des $\pi^*(1300)$ frei, so erhält man ein $f_0(1500)$ mit einer Masse, die deutlich zu tief liegt und verglichen mit Fit 5 eine größere Breite hat. Gleichzeitig trägt das $f_0(1750)$ mit 6.5% zur Beschreibung des Datensatzes bei, während der Beitrag des $f_0(1500)$ bei 4.7% liegt. Dies erscheint nicht glaubhaft.

- Fit 8b: Auch hier gibt es eine zweite stabile Lösung, bei der das erste f_0 sehr breit wird, und das $f_0(1500)$ eine Masse von 1455 MeV bei einer Breite von 220 MeV annimmt. Diese Lösung erscheint ebenso wie Fit 5a nicht sinnvoll.

- Fit 9: Hält man nun wieder das $f_0(1500)$ bei einer Masse von 1490 MeV und einer Breite von 130 MeV fest, so existiert nur noch eine stabile Lösung, und das $f_0(1370)$ ist wiederum schmal. Die Masse liegt bei 1400 MeV und die Breite bei 260 MeV. Ähnlich wie schon in Fit 5b beobachtet nimmt die Breite des $f_0(1370)$ ab, sobald man das $f_0(1500)$ bei seinen Nominalwerten festhält. Die relativen Anteile des $f_0(1750)$ und des $f_0(1500)$ liegen beide im Bereich von 3.5%, d.h. hier trägt wiederum das $f_0(1750)$ stärker bei als man es für ein Teilchen an der Phasenraumgrenze erwarten würde.

Die Ergebnisse der verschiedenen hier vorgestellten Anpassungen werden im folgenden in Bezug auf die verschiedenen Resonanzen diskutiert.

Das $\pi^*(1300)$

Ein unerwartetes Ergebnis der Anpassungen an die Daten ist die Dominanz des $\rho\pi$-Zerfalls des $\pi^*(1300)$ gegenüber dem $\sigma\pi$-Zerfall. Beiträge von Amplituden, die ein nach $\sigma\pi$ zerfallendes $\pi^*(1300)$ enthalten, sind vernachlässigbar. Unerwartet ist dieses Ergebnis deshalb, weil das Teilchen laut PDG [8] stärker nach $\sigma\pi$ als nach $\rho\pi$ zerfällt. Es sei vorweggenommen, daß die Dominanz des $\rho\pi$-Zerfalls durch die Analyse des $\pi^+2\pi^-2\pi^0$p –Datensatzes bestätigt wird.

Geht man davon aus, daß die Anpassung auf Beiträge von Amplituden im Bereich von 1% sensitiv ist, so kann man abschätzen, daß der hier unbeobachtete Zerfall des Teilchens $\pi^*(1300)\rightarrow\sigma\pi$ im Bereich von kleiner als 15% liegt. Abb. 6.26 veranschaulicht dies nochmals mittels zweier Scans. Die erlaubten Amplituden entsprechen dabei den in Fit 5 eingeführten. Das π^* spielt hierbei zum einen im $\pi^*\pi$-Zerfall der skalaren und der Vektormesonen eine Rolle und zum anderen in der direkten Produktion mit einem σ oder einem ρ.

Im Scan Abb. 6.26a ist nur der Zerfall des Teilchens nach $\rho\pi$ erlaubt, in Abb. 6.26b dagegen nur der nach $\sigma\pi$. Deutlich zu sehen ist ein ausgeprägtes Maximum in Abb. 6.26a. Masse und Breite des π^* stimmen hierbei gut mit den Ergebnissen des freien Fits überein. Betrachtet man hingegen Abb. 6.26b, so ist hier keine klare Peakstruktur erkennbar, vielleicht ein kleiner Hinweis auf Resonanzproduktion in einer Massengegend um 1350 MeV. Dies kann

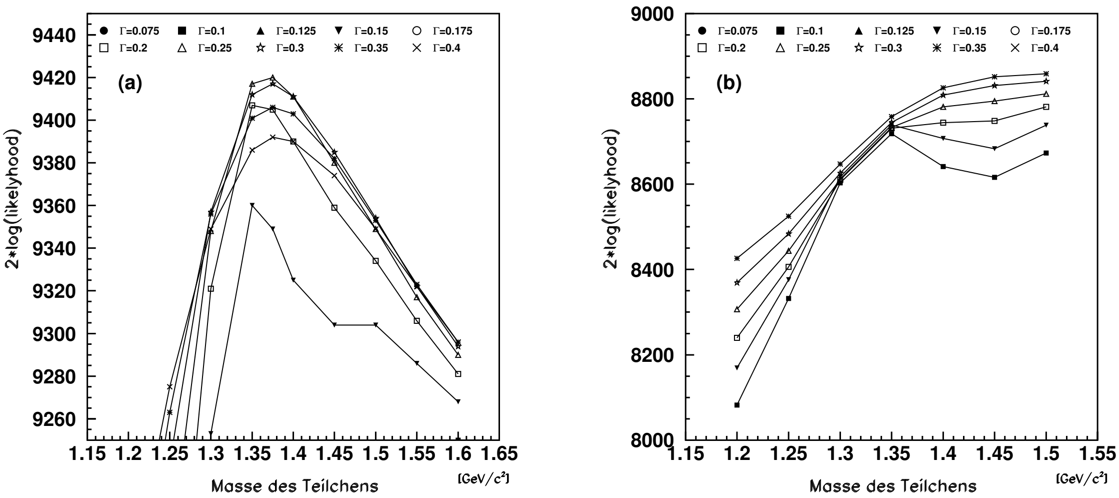

Abbildung 6.26: *Scan der Masse und Breite des π^*, a) nur der Zerfall nach $\rho\pi$ erlaubt, b) nur der nach $\sigma\pi$. Massen und Breiten aller anderen Resonanzen entprechen den in Fit 5 angegebenen.*

jedoch nicht als eindeutiges Indiz für eine Beobachtung des $\pi^* \to \sigma\pi$-Zerfalls gewertet werden, während die $\pi^* \to \rho\pi$-Zerfall klar zu beobachten ist. Vergleicht man den $\ln(\mathcal{L})$ der beiden Scans, so fällt auf, daß der Maximalwert des erreicheten $\ln(\mathcal{L})$ in Scan (b) um 600 hinter dem des Scans (a) zurückbleibt. Dies verdeutlicht ebenfalls die Relevanz der beiden Zerfallsmoden zur Beschreibung der Daten.

Die f_0-Zustände

Die Tatsache, daß das $\pi^*(1300)$ fast nicht nach $\sigma\pi$ zerfällt, hat die offensichtliche Konsequenz, daß sowohl im $\pi^-4\pi^0$- als auch im $5\pi^0$-Datensatz kein $\pi^*\pi$-Zerfall der skalaren Resonanzen beobachtbar sein kann. Dieser Zerfall kann nur in Endzuständen mit mindestens zwei geladenen Pionen auftreten. Hier kann das π^* über seinen $\rho\pi$-Mode zerfallen. Der einzige im $\pi^-4\pi^0$–Endzustand beobachtbare Zerfallskanal der skalaren Resonanzen ist somit $\sigma\sigma$.

In diesem Abschnitt werden zunächst die Ergebnisse der Anpassungen mit zwei erlaubten skalaren Zuständen diskutiert, um dann im weiteren auf die Effekte des zusätzlich eingeführten $f_0(1750)$ einzugehen.

Anpassungen mit zwei erlaubten skalaren Zuständen

Der Vergleich von Fit 5 und Fit 6 zeigt, daß mindestens zwei skalare Resonanzen notwendig sind um die Daten zu beschreiben. In einem freien Fit der Massen und Breiten ergeben sich die folgenden Werte für die skalaren Resonanzen:

$$m = 1370\,\text{MeV} \qquad \Gamma = 300\,\text{MeV}$$
$$m = 1480\,\text{MeV} \qquad \Gamma = 130\,\text{MeV}$$

wobei die Parameter der zweiten Resonanz gut mit dem aus anderen Zerfällen bekanntem $f_0(1500)$ übereinstimmen [8],[63],[64],[68].

Abb. 6.27 zeigt die Form der gefundenen Maxima im $\ln(\mathcal{L})$ für die beiden skalaren Zustände. In beiden Abbildungen ist ein klares gut definiertes Maximum erkennbar.

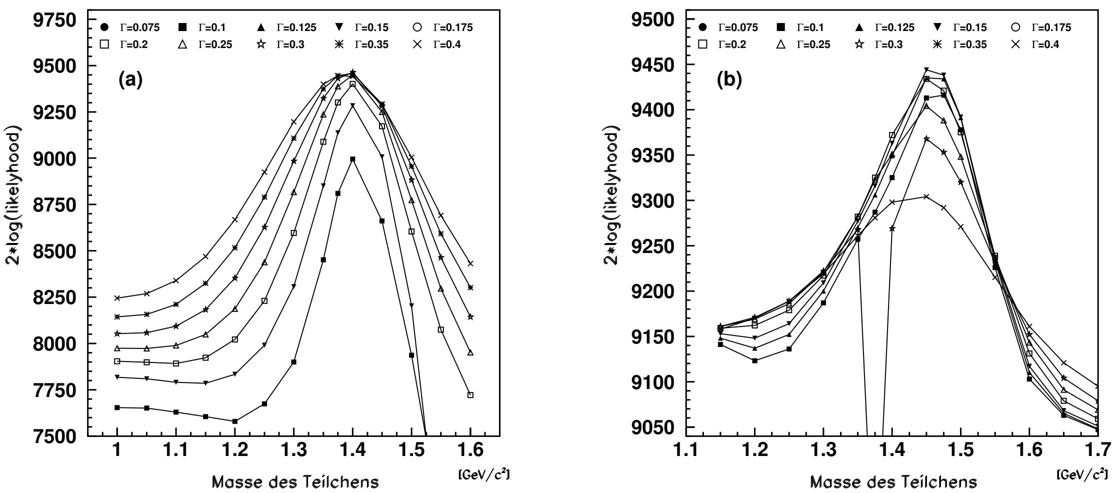

Abbildung 6.27: *Scan der Masse und Breite des f_0(1370) (a) und der f_0(1500) (b), alle anderen Parameter sind entsprechend den Ergebnissen von Fit 5, Tab. 6.4 festgehalten. Durchläuft der Scan die Masse und Breite der jeweils anderen festgehaltenen skalaren Resonanz, so entsteht bei der Anpassung von Produktionsstärke und Phase eine Ambiguität. Es ist nicht eindeutig, welcher der beiden Resonanzen mit jetzt identischer Masse und Breite welche Produktionsstärke zugeordnet werden soll. Dies hat dann die in der Abbildung auftretenden Ausreißer zur Folge.*

Hält man die Parameter des $f_0(1500)$ bei m=1490 MeV und Γ=130 MeV fest, so verringert sich die Breite des $f_0(1370)$, und die Masse liegt etwas höher. Gleichzeitig wird die Breite des $\pi^*(1300)$ etwas kleiner (Fit 5b).

$$\begin{aligned} m &= 1385\,\mathrm{MeV}, & \Gamma &= 270\,\mathrm{MeV} \\ m &= 1490^\dagger\,\mathrm{MeV}, & \Gamma &= 130^\dagger\,\mathrm{MeV} \\ m_{\pi^*} &= 1370\,\mathrm{MeV}, & \Gamma &= 205\,\mathrm{MeV} \end{aligned}$$

Da sich die Güte dieser Beschreibung nicht signifikant von der des freien Fits unterscheidet, die Masse des $f_0(1500)$ jedoch noch etwas besser mit den veröffentlichten Werten übereinstimmt, wird diese Anpassung im folgenden diskutiert. Eine Möglichkeit, den Fehler in Masse und Breite für diese Anpassung abzuschätzen, bildet Abb. 6.28. Dabei wird deutlich, daß die Masse des $f_0(1370)$ weitaus besser definiert ist als dessen Breite. Betrachtet man eine Abweichung vom Maximum um $\Delta(2{\cdot}\ln(\mathcal{L}))$=9 als signifikante Änderung im $\ln(\mathcal{L})$, was entsprechend Gl. (6.21) einem 3σ-Effekt entspricht, so liegt die Masse des Teilchens zwischen 1370 und 1395 MeV und dessen Breite zwischen 230 und 310 MeV. Der durch die Anpassung selbst bedingte Fehler liegt in der Masse bei ca. $\pm$15 MeV und in der Breite bei $\pm$20 MeV.

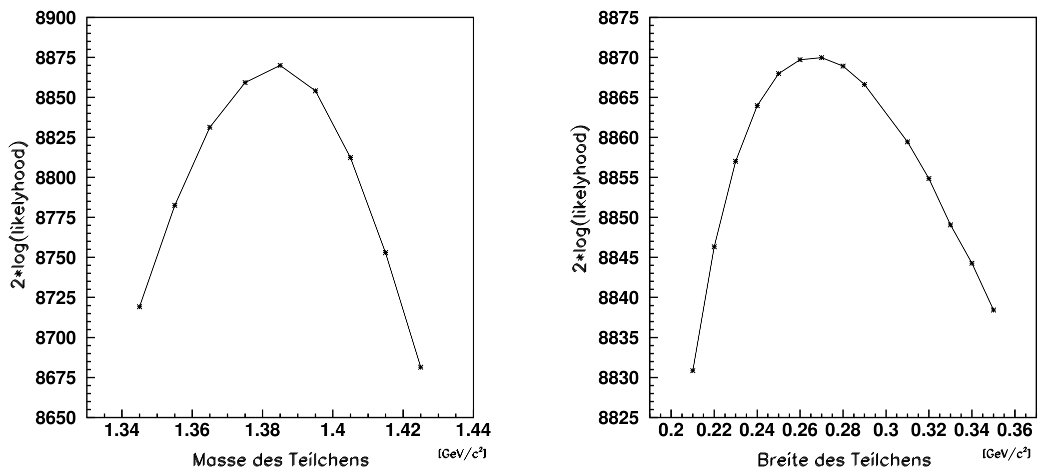

Abbildung 6.28: *Verhalten des $\ln(\mathcal{L})$ bei Variation von der Masse bzw. Breite des $f_0(1370)$. Die jeweils andere Größe wird im zuvor gefundenen Optimum $f_0(1385{,}270)$ festgehalten. Dies gilt ebenfalls für die Massen und Breiten aller anderen Resonanzen. In jedem Punkt werden Produktionsstärken und Phasen angepaßt.*

Abb. 6.29 ermöglicht eine Abschätzung der systematischen Unsicherheiten der Fitmethode. Aufgrund der unterschiedlichen Vorgehensweise in der "Scan Methode", bei der etwas andere Größen angepaßt werden, ergibt sich eine kleine systematsche Abweichung von der im "freien Fit" gefundenen Lösung.

Zunächst fällt auf, daß das Maximum in der Masse zwischen 5 und 10 MeV höher liegt als im freien Fit. Die Breite hingegen stimmt hervorragend mit den im "freien Fit" gefundenen Werten überein. Allerdings liegen diese Abweichungen innerhalb der durch die Anpassung

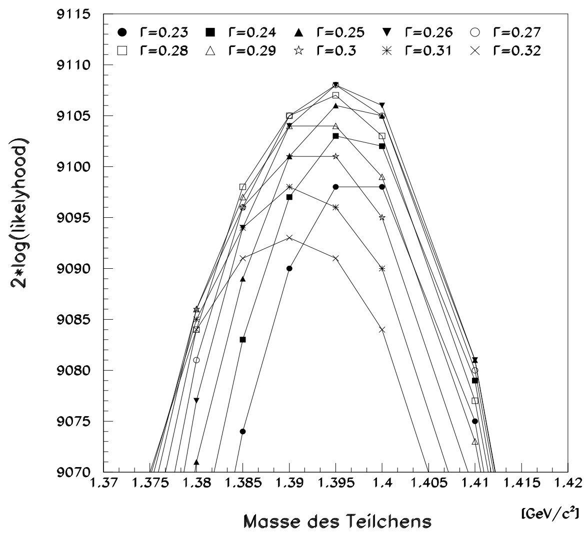

Abbildung 6.29: *Scan von Masse und Breite des $f_0(1370)$. Alle anderen Werte wurden entsprechend Fit 5b festgehalten. Bei diesem Scan wurde in Gegensatz zum freien Fit nur der Zerfall der ρ'-Zustände nach $\rho\sigma$ und $a_1\pi$ erlaubt.*

bedingten Fehler. Außerdem sieht man hier sehr schön, daß das $\ln(\mathcal{L})$ mit zunehmender Breite zunächst besser, dann aber wieder schlechter wird. Dies spricht klar dagegen, daß das schmale $f_0(1370)$ durch ein breites $f_0(400\text{-}1200)$ ersetzbar ist. Betrachtet man hier wiederum Schwankungen um 9 in $2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$, so liegt die Masse des f_0's zwischen 1385 MeV und 1400 MeV und die Breite in Bereich zwischen 240 und 300 MeV.

Unter Berücksichtigung der verschiedenen diskutierten Fehler ergeben sich für die Masse und Breite des $f_0(1370)$ bei festgehaltenen $f_0(1490{,}130)$ die folgenden Werte:

$$m = 1385 \pm 35\,\text{MeV} \quad , \qquad \Gamma = 270 \pm 65\,\text{MeV} \tag{6.29}$$

Im folgenden wird die Abhängigkeit der Parameter des $f_0(1370)$, sowie des $\pi^*(1300)$ von der Masse und Breite des $f_0(1500)$ untersucht (Tab. 6.9). Die Paramter des $f_0(1500)$ wurden hierbei im Rahmen der bisher veröffentlichten Werte variiert; $f_0(1500{\pm}10,\ 120{\pm}25)$ [63], $f_0(1500{\pm}10,\ 154{\pm}30)$ [64], $f_0(1505{\pm}15,\ 120{\pm}30)$ [68]. In den Anpassungen wurden sowohl die Masse und Breite des $f_0(1370)$ und des $\pi^*(1370)$ sowie auch die Produktionsstärken und Phasen frei gefittet.

	$f_0(1500)$			$f_0(1370)$			$\pi^*(1300)\sigma$			$-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$
	m [MeV]	Γ [MeV]	Beitrag	m [MeV]	Γ [MeV]	Beitrag	m [MeV]	Γ [MeV]	Beitrag	
1	1480	130	11.3%	1370	300	69.2%	1368	221	7.1%	−8873
2	1490	160	10.9%	1385	300	72.7%	1370	201	6.0%	−8870
3	1490	140	8.3%	1385	281	74.3%	1370	206	6.4%	−8871
4	1490	130	6.4%	1385	270	75.6%	1370	207	6.6%	−8871
5	1490	120	4.8%	1387	255	77.0%	1370	208	6.8%	−8869
6	1500	160	8.6%	1390	293	76.8%	1370	200	5.4%	−8862
7	1500	130	4.8%	1390	262	78.6%	1370	205	6.2%	−8861
8	1500	120	3.9%	1390	253	79.1%	1370	205	6.3%	−8860
9	1500	110	3.1%	1390	246	79.5%	1370	205	6.5%	−8858
9	1510	160	7.3%	1400	296	80.0%	1366	200	4.7%	−8855

Tabelle 6.9: *Abhängigkeit von Masse und Breite des f_0(1370) sowie des π^*(1300) von den gewählen Parametern des f_0(1500). Mit Ausnahme der ersten Anpassung, die das Ergebnis des freien Anpassung entspricht, liegen alle für das f_0(1500) gewählten Massen und Breiten im Bereich der in anderen Zerfallskanälen gemessenen Werten [63], [64], [68].*

Betrachtet man die Anpassungen 2-5, so fällt auf, daß sich diese im $\ln(\mathcal{L})$ kaum von der im freien Fit gefundenen Lösung (1) unterscheiden. D.h. sie beschreiben die Daten mit vergleichbarer Güte wie Fit 1. (Erst eine Änderung um $\approx$9 in $2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$ ist als significant zu betrachten.) Dies weißt auf die bestehende Unsicherheit in der Bestimmung der Resonanzparameter hin. Allerdings liegen alle für das $f_0(1370)$ bestimmten Massen und Breiten innerhalb der in Gl.(6.29) angebenen Fehler. Deutlich wird auch, daß f_0–Massen unterhalb von 1500 MeV bevorzugt werden, wobei jedoch die Breite sehr schlecht bestimmt ist.

Gleichzeitig zeigen sich in Tab. 6.9 auch Abhängigkeiten zwischen den Parametern der skalaren Resonanzen. Wird die Breite des $f_0(1500)$ größer, so wird das $f_0(1370)$ ebenfalls breiter. Erhöht sich die Masse des $f_0(1500)$, so gilt dies auch für die Masse des $f_0(1370)$.

Im Gegensatz hierzu bleiben die Parameter des $\pi^*(1300)$ weitgehend konstant, wenn man die Fehler der Anpassung selbst bedenkt (± 10 MeV in der Masse und ± 15 MeV in der Breite).

Durch die merklichen Variationen in den Massen und Breiten der skalaren Resonanzen, die nicht zu einer signifikanten Änderung im $\ln(\mathcal{L})$ führen, schwanken auch die prozentualen Anteile der Resonanzen am Gesamtdatensatz deutlich. Lassen sich die Parameter der Resonanzen nicht durch die Analyse der anderen Endzustände genauer eingrenzen, so bedingt dies einen großen Fehler im Verzweigungsverhältnis.

Anpassungen mit drei erlaubten skalaren Zuständen

Geht man davon aus, daß das außerhalb des zur Verfügung stehenden Phasenraumes liegende $f_0(1750)$ in nur geringem Maße zur Beschreibung des Datensatzes beitragen kann, so sind nur Fit 7 und 7a (Tab. 6.8) sinnvoll. Sobald man die Masse und Breite des $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ oder auch nur des $f_0(1370)$ frei anpaßt, liegt der prozentuale Beitrag des $f_0(1750)$ über dem des $f_0(1500)$. Dies erscheint nicht glaubhaft. Somit ist davon auszugehen, daß durch die $f_0(1750)\pi$–Amplitude Beiträge beschrieben werden, die nicht mit diesem Teilchen im Zusammenhang stehen. Daß dies möglich ist, liegt zum einem an der Vielzahl der freien Parameter und zum anderen an der hohen Dimension des Raumes, den es zu beschreiben gilt.

Abb. 6.30 veranschaulicht nochmals anhand zweier Scans den Effekt, den die Einführung des $f_0(1750)$ hat. In Abb. 6.30a wurden neben dem gescannten $f_0(1370)$ zwei weitere skalare Zustände eingeführt, das $f_0(1490{,}130)$ und das $f_0(1750)$, in Abb. 6.30b hingegen nur das $f_0(1490{,}130)$.

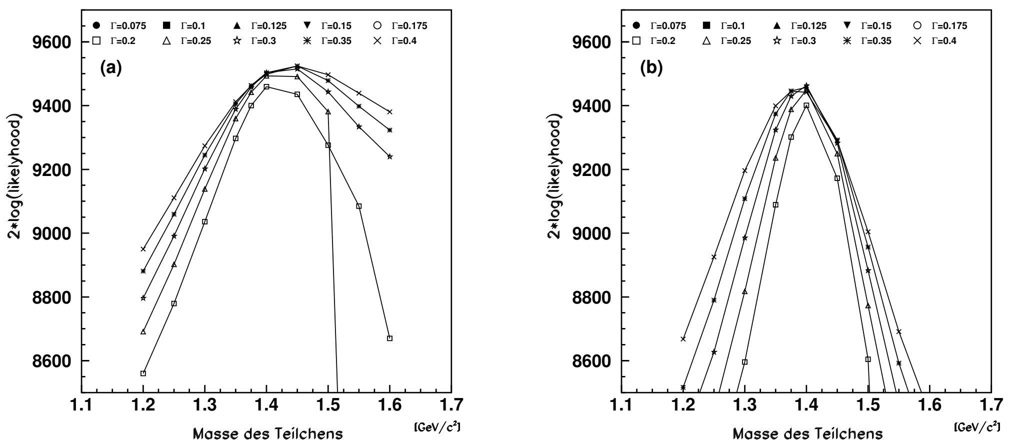

Abbildung 6.30: *Scan der Masse und Breite des $f_0(1370)$. In (a) wurde zwei weitere skalare Zustände $f_0(1490{,}130)$ und $f_0(1770{,}170)$ und in (b) nur ein weiterer f_0-Zustand, $f_0(1490{,}130)$, erlaubt. Das $\pi^*(1300)$ wurde in beiden Scans mit bei einer Masse von 1380 und einer Breite von 225 MeV festgehalten.*

Deutlich zu sehen ist, daß das Maximum im $\ln(\mathcal{L})$ ohne zusätzlich eingeführtes $f_0(1750)$ wesentlich besser definiert ist als als mit ihm, auch wenn sich die Lage des Maximums nicht bedeutend verschiebt (siehe auch Fit 9, Tab. 6.6). Der gleiche Effekt ist auch für das $\pi^*(1300)$ zu beobachten.

Das Einführen des $f_0(1750)$ hat somit eine weniger gute Definition der Massen und Breiten der verschiedenen Teilchen und damit auch Fitlösungen mit kleinerer Stabilität zur Folge.

Zusammenfassend bedeutet dies für die skalare Resonanzen, daß zwei skalare Resonanzen, ein $f_0(1370)$ und ein $f_0(1500)$, benötigt werden um den $\pi^-4\pi^0$–Datensatz zu beschreiben. Ein Beitrag des $f_0(1750)$ ($< 2\%$) verbessert die Beschreibung der Daten insbesondere im Bereich großer $(4\pi^0)$–invarianter Massen. Dabei muß das $f_0(1750)$ jedoch bei festgehaltenen Parametern der anderen Resonanzen eingeführt werden, da ansonsten die Lösungen instabil werden, und das $f_0(1750)$ in nicht glaubwürdigem Maße beiträgt.

Die ρ'–Zustände

Die beiden ρ'–Zustände tragen zwar nur im Bereich weniger Prozent zur Beschreibung des Datensatzes bei, aber ihre Einführung verbessert das $\ln(\mathcal{L})$ dennoch signifikant (siehe z.B. Fit 4). Dies zeigt, daß die Zustände zur Beschreibung des Datensatzes benötigt werden. Aufgrund des kleinen Beitrags der ρ'–Amplituden am Gesamtdatensatz ist es nicht möglich, die Massen und Breiten der Teilchen aus der Anpassung zu extrahieren. Sie wurden entweder bei den aus der Analyse des $\bar{p}d \rightarrow \pi^-2\pi^0$–Datensatzes bestimmten Werten ($\rho'(1411{,}343)$ und $\rho'(1780{,}275)$ [45]) oder bei den im PDG'96 [8] angegebenen Werten ($\rho'(1465{,}310)$ und $\rho'(1700{,}235)$) festgehalten. Die Unterschiede in der Anpassung, die sich durch die Wahl der ρ'–Parameter ergeben, sind zu vernachlässigen.

Im $\pi^-4\pi^0$-Endzustand wurden drei Zerfallsmoden der ρ'-Zustände getestet, $\rho\sigma$, $a_1\pi$ und $\pi^*\pi$. Die Beobachtung eines $h_1\pi$–Zerfalls ist hier aufgrund der geladenen Multiplizität des Endzustandes nicht möglich. Welche Zerfallsmoden auftreten, ist im folgenden zusammengefaßt.

- Das $\rho'(1450)$

  Betrachtet man Fit 5 und Fit 5b, so fällt zunächst auf, daß der Beitrag der $\rho'(1450) \rightarrow a_1\pi$–Amplitude vernachlässigbar ist. Die $\rho'(1450) \rightarrow \rho\sigma$–Amplitude trägt mit ca. 0.5% und die $\rho'(1450) \rightarrow \pi^*\pi$–Amplitude mit ca. 0.3% bei. Da das Teilchen mit einer bestimmten, von der späteren Zerfallskette unabhängigen Produktionsstärke erzeugt wird, bedeutet dies, daß die Resonanz hier nur in ihrem Zerfall nach $\rho\sigma$ und $\pi^*\pi$ nicht aber nach $a_1\pi$ beobachtet wird.

- Das $\rho'(1700)$

  Das $\rho'(1700)$ hingegen zerfällt nicht nach $\rho\sigma$, aber es wird in seinem $a_1\pi$– und $\pi^*\pi$–Zerfall beobachtet.

Weitere Amplituden

Neben den zuvor diskutierten Zuständen wurden auch eine $a_1\sigma$– und eine $f_2\pi$–Amplitude eingeführt. Der Beitrag beider Amplituden ist vernachlässigbar ($< 0.01\%$), solange kein dritter skalarer Zustand eingeführt wurde. Sobald ein $f_0(1750)$ erlaubt wird, trägt die $f_2\pi$–Amplitude im geringem Maße ($\approx 0.2\%$) zur Beschreibung der Daten bei. Der Beitrag $a_1\sigma$–Amplitude ist nach wie vor vernachlässigbar.

Qualität der Fits

Nachdem die verschiedenen, zur Beschreibung der Daten beitragenden Resonanzen sowie ihre Zerfälle diskutiert wurden, ist nun interessant, mit welcher Güte die Daten beschrieben werden. Abb. 6.31 zeigt die invarianten Massen und einige Winkelverteilungen der Daten gemeinsam mit in der Anpassung gefundenen Beschreibung. Aus Gründen der Darstellung wurden die Fehlerbalken nur für die Datenpunkte nicht aber für die Anpassung eingezeichnet. Berücksichtigt man dies, so liegen alle in den Abbildungen sichbaren Abweichungen innerhalb der Fehler.

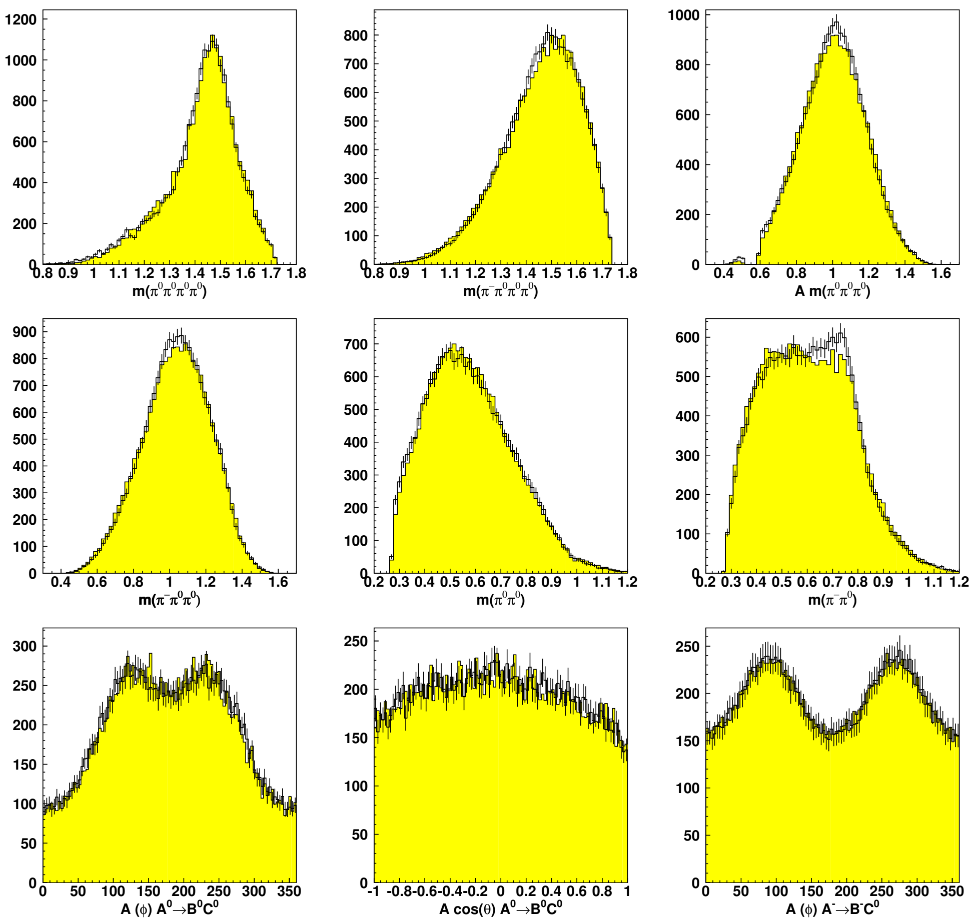

Abbildung 6.31: *Qualität des Fits an die $\pi^-4\pi^0$-Daten, Fit 5b Tab.6.3. Daten: schwarze Kurve mit Fehlerbalken, Fit: Grau unterlegte Fläche. Deutlich zu sehen ist der Effekt des η–Anticuts in der $3\pi^0$–invarianten Masse.*

Auffällig ist jedoch die Abweichung in der $\pi^-\pi^0$ invariante Masse. In Bereich des ρ^- werden die Daten verglichen den anderen Projektionen wesentlich schlechter beschrieben. Selbst wenn dies innerhalb der Fehler keine dramatische Abweichung von den Daten darstellt, so sollen doch nochmals mögliche zusätzliche Amplituden diskutiert werden.

Weitere Tests

P–Wellen Amplituden

Naheliegend ist, daß die beobachteten Abweichungen im Zusammenhang mit den bisher vernachlässigten P–Wellen–Amplituden stehen. In den bisher vorgestellten Anpassungen wurde ja ausschließlich die Antiproton–Proton–Annihilation aus der S–Welle berücksichtigt.

In der Tat kann man durch ein inkohärentes Aufaddieren einer zusätzlichen Amplitude, welche einen ρ^--Beitrag liefert (z.B. einer $\rho' \to a_1\pi$–P–Wellen–Amplitude), erreichen, daß die invariante $\pi^-\pi^0$ Masse besser beschrieben wird. Ebenso wie im ρ^-–Bereich sind auch in einigen Winkelverteilungen, die mit dem produzierten ρ^- in Verbindung stehen, kleinere Abweichungen zu beobachten. Diese Winkelverteilungen werden jedoch trotz der neu eingeführten Amplitude nicht besser beschrieben, obwohl man dies eigentlich erwarten würde. Somit wird das Problem mit der Einführung einzelner P–Wellen–Amplituden nicht gelöst. Führt man weitere P–Wellenamplituden ein, wie z.B. die $f_0\pi^-$ und $\pi^*\sigma$-Amplituden, so wird die Anpassung bedingt durch die Vielzahl neuer Parameter instabil. Es werden z.B. unglaubwürdig große Anteile der skalaren Resonanzen von der P–Welle absorbiert, und die Fits ergeben keine Konvergenz. Dies zeigt, daß das Ende der Aussagekraft der Daten erreicht ist. Tests mit verschiedenen P–Wellen–Beiträgen, ohne jedoch alle möglichen Amplituden aus den verschiedenen Anfangszuständen zu erlauben, haben gezeigt, daß der Datensatz mit einem P–Wellen–Anteil von bis zu 20% kompatibel ist.

Eine andere Möglichkeit zu testen, ob ein Zusammenhang zwischen den vernachlässigten P–Wellen–Amplituden und dem schlecht beschriebenen ρ^- besteht, ist ein Vergleich der invarianten Massen für verschiedene Protonimpulse. Bei der Annihilation in Deuterium erwartet man, daß für zunehmenden Impuls des Spektatorteilchens der Anteil an P-Welle ebenfalls zunimmt (Kap. 4). Betrachtet man Abb. 6.32, welche die $\pi^-\pi^0$ invariante Masse für verschiedene Schnitte auf den Protonimpuls zeigt, so sieht man, daß das Gegenteil der Fall ist. Gerade im Bereich größerer Protonimpulse wir der ρ^--Beitrag geringer, was in direktem Widerspuch zu der Annahme steht, daß diese Anhäufung durch Amplituden der P-Welle erzeugt wird.

Entsprechend den durchgeführten Untersuchungen erscheint eine Einführung von P–Wellen–Amplituden aus den oben geschilderten Gründen nicht sinnvoll, demzufolge wird sowohl hier wie auch beim $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz darauf verzichtet.

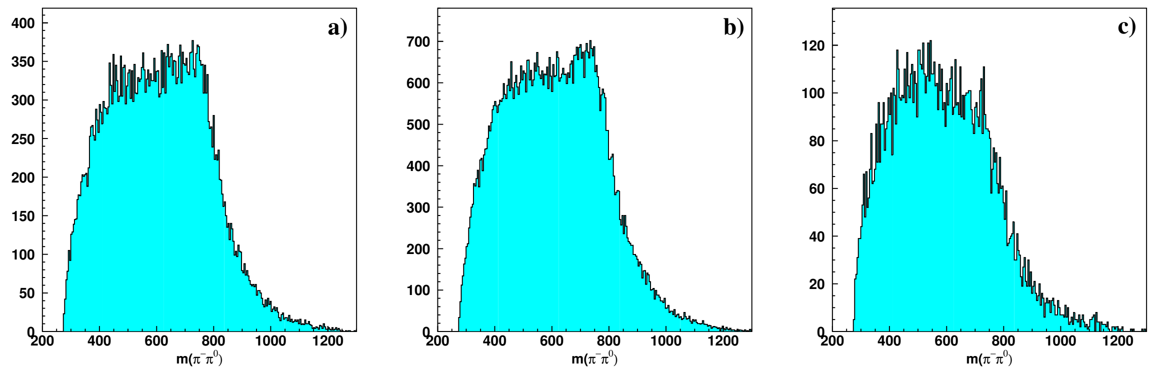

Abbildung 6.32: *$\pi^-\pi^0$-invariante Masse für verschiedene Proton-Impulsschnitte:*
a) $p_{Proton} < 50MeV/c$, b) $50MeV/c < p_{Proton} < 100MeV/c$, c) $p_{Proton} > 200MeV/c$.

6.7.2 Der $\bar{p}n \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$-Datensatz

Für die Beschreibung des $\bar{p}n \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$–Datensatzes ist zu erwarten, daß alle Amplituden, die im $\pi^- 4\pi^0$-Datensatz einen Beitrag geliefert haben, hier wiederum auftreten. Gleichzeitig sind in diesem Endzustand aber auch eine Vielzahl weiterer Amplituden möglich (Tab. 6.2).

Ausgehend von der im $\pi^- 4\pi^0$–Datensatz gefundenen Lösung werden nun Schritt für Schritt weitere Amplituden hinzugefügt, um die im diesem Endzustand zusätzlich möglichen Zerfallsketten zu beschreiben. Die Änderung im $-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$ zeigt hierbei gut die Bedeutung der neu eingeführten Zerfallsketten für die Beschreibung der Daten (Tab. 6.11).

In Fit 1, Tab. 6.10 wurden nur die im $\pi^- 4\pi^0$–Datensatz ebenfalls erlaubten Amplituden eingeführt. Die Massen und Breiten entsprechen den Ergebnissen von Fit 5b (Tab. 6.4). Der Wert für $-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$ dieser Anpassung dient als Referenz für die in Tab. 6.11 angegebene Änderung im $-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$.

	Eingeführte Amplituden		Masse [MeV]	Breite [MeV]	$-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$
1	$\bar{p}n \rightarrow f_0 \pi^-$;	$f_0 \rightarrow \sigma\sigma$	$1385^\dagger$	$270^\dagger$	
	$\bar{p}n \rightarrow f_0 \pi^-$;	$f_0 \rightarrow \sigma\sigma$	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	
	$\bar{p}n \rightarrow \pi^* \sigma$;	$\pi^* \rightarrow \rho\pi$	$1370^\dagger$	$205^\dagger$	
	$\bar{p}n \rightarrow \rho' \pi$	$\rho' \rightarrow \rho\sigma; a_1\pi; \pi^*\pi$	$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
	$\bar{p}n \rightarrow \rho' \pi$	$\rho' \rightarrow \rho\sigma; a_1\pi; \pi^*\pi$	$1700^\dagger$	$235^\dagger$	-5264

Tabelle 6.10: *Anpassungen an den $\bar{p}n \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$-Datensatz. Erlaubt wurden nur die Amplituden, die auch im $\pi^- 4\pi^0$–Datensatz einen Beitrag geliefert haben. Massen und Breiten der Resonanzen entsprechen den Ergebnissen von Fit 5b (Tab. 6.4) . Benutzt wurden 19400 Daten- und 34560 Monte Carlo Ereignisse.*

Die im $\pi^-4\pi^0$-Datensatz vernachlässigbaren $f_2\pi\to\sigma\sigma\pi$– und $a_1\sigma$–Amplituden werden nicht berücksichtigt. Aus den Beiträgen dieser Resonanzen zum $\pi^-4\pi^0$–Datensatz kann man mittels der globalen Verzweigungsverhältnisse und unter Berücksichtigung der Isospinrelationen schließen, daß diese auch hier weniger als 0.5% zu den Daten beitragen dürfen.

Zusätzliche Amplituden		Masse [MeV]	Breite [MeV]	$\Delta(-2{\cdot}\ln(\mathcal{L}))$
$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\rho\rho$	$1385^\dagger$	$270^\dagger$	
$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\rho\rho$	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	-6740
$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\pi^*\pi$	$1385^\dagger$	$270^\dagger$	
$\bar{p}n\to f_0\pi^-$;	$f_0\to\pi^*\pi$	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	-179
$\bar{p}n\to\pi^*\rho$;	$\pi^*\to\rho\pi$	$1370^\dagger$	$205^\dagger$	-1078
$\bar{p}n\to a_1\rho$;	$a_1\to\rho\pi$	$1230^\dagger$	$400^\dagger$	-613
$\bar{p}n\to\rho'\pi$;	$\rho'\to h_1\pi$	$1465^\dagger$	$310^\dagger$	
$\bar{p}n\to\rho'\pi$;	$\rho'\to h_1\pi$	$1700^\dagger$	$235^\dagger$	-357
$\bar{p}n\to h_1\rho$;	$h_1\to\rho\pi$	$1170^\dagger$	$360^\dagger$	
$\bar{p}n\to a_2\rho$;	$a_2\to\rho\pi$	$1320^\dagger$	$105^\dagger$	-42
$\bar{p}n\to f_2\pi$;	$f_2\to\rho\rho;\ l=0;l=2$	$1270^\dagger$	$185^\dagger$	
$\bar{p}n\to f_2\pi$;	$f_2\to\rho\rho;\ l=0;l=2$	$1560^\dagger$	$255^\dagger$	
$\bar{p}n\to f_2\pi$;	$f_2\to a_2\pi;\ a_2\to\rho\pi$	$1560^\dagger$	$255^\dagger$	-314

Tabelle 6.11: *Fits an den $\bar{p}n\to\pi^+2\pi^-2\pi^0$-Datensatz. Die erste angegebende Änderung im $-2{\cdot}ln(\mathcal{L})$ bezieht sich auf Fit 1 (Tab. 6.10). Alle anderen geben die relative Änderung zum vorhergehenden den Fit an, relativ zu dem auch die weiteren Amplituden eingeführt werden. Benutzt wurden 19400 Daten- und 34560 Monte Carlo Ereignisse.*

Wie die relative Änderung im $\ln(\mathcal{L})$ zeigt, liefert insbesondere der $\rho\rho$–Zerfall der skalaren Zustände einen wichtigen Beitrag zur Beschreibung des Datensatzes. Auch die Einführung einer $\pi^*\rho$– und einer $a_1\rho$–Amplitude verbessern das $\ln(\mathcal{L})$ entscheidend. Einen nicht unwesentlichen Beitrag liefern der neu eingeführte $h_1\pi$–Zerfall der ρ'–Zustände, die $f_2\pi$–Amplituden sowie auch in geringerem Maße der $\pi^*\pi$–Zerfall der skalaren Mesonen. Kaum eine Rolle spielen hingegen die $h_1\rho$– und $a_2\rho$–Amplituden.

Erlaubt man zusätzlich zum $\rho\pi$–Zerfall des π^*'s auch den $\sigma\pi$–Zerfall und führt alle entsprechenden Amplituden ein, so sind deren Beiträge zur Beschreibung des Datensatzes wiederum vernachlässigbar ($\pi^*\to\sigma\pi<15\%$).

Tab. 6.12 zeigt das Ergebnis zweier Anpassungen, in denen alle zuvor diskutierten Amplituden erlaubt wurden. Die festgehaltenen durch ein † gekennzeichneten Massen und Breiten sind entweder der Analyse des $\pi^-4\pi^0$–Datesatzes entnommen, oder sie entsprechen der PDG–Werten. Die Partialbreiten sowie Produktionsstärken und Phasen werden frei angepaßt.

	Amplitude	Masse	Breite					$-2\cdot\ln(\mathcal{L})$
1	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$	$1385^\dagger$	$270^\dagger$	$f_0\to\sigma\sigma$ 18.4%	$f_0\to\rho\rho$ 37.6%	$f_0\to\pi^*\pi$ 0.2%		
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	$f_0\to\sigma\sigma$ 1.9%	$f_0\to\rho\rho$ 0.3%	$f_0\to\pi^*\pi$ 1.7%		
	$\bar{p}n\to\pi^*\sigma$	$1370^\dagger$	$205^\dagger$	$\pi^*\to\rho\pi$ 4.6%				
	$\bar{p}n\to\pi^*\rho$	$1370^\dagger$	$205^\dagger$	$\pi^*\to\rho\pi$ 4.6%				
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$1465^\dagger$	$310^\dagger$	$\rho'\to\rho\sigma$ 1.9%	$\rho'\to a_1\pi$ ∼0%	$\rho'\to\pi^*\pi$ 0.5%	$\rho'\to h_1\pi$ 0.9%	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$1700^\dagger$	$235^\dagger$	$\rho'\to\rho\sigma$ ∼0%	$\rho'\to a_1\pi$ 1.5%	$\rho'\to\pi^*\pi$ ∼0%	$\rho'\to h_1\pi$ 3.4%	
	$\bar{p}n\to a_1\rho$	$1230^\dagger$	$400^\dagger$	$a_1\to\rho\pi$ 9.4%				
	$\bar{p}n\to h_1\rho$	$1170^\dagger$	$360^\dagger$	$h_1\to\rho\pi$ 0.1%				
	$\bar{p}n\to a_2\rho$	$1320^\dagger$	$105^\dagger$	$a_2\to\rho\pi$ ∼0%				
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$	$1275^\dagger$	$185^\dagger$	$f_2\to\rho\rho,$ 1.1%	$f_2\to\rho\rho,$ ∼0%			
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$	$1560^\dagger$	$255^\dagger$	$f_2\to\rho\rho,$ ∼0%	$f_2\to\rho\rho,$ ∼0%	$f_2\to a_2\pi$ 0.8%		−14587
2	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$	$1370^\dagger$	$300^\dagger$	$f_0\to\sigma\sigma$ 19.5%	$f_0\to\rho\rho$ 35.0%	$f_0\to\pi^*\pi$ ∼0%		
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$	$1480^\dagger$	$130^\dagger$	$f_0\to\sigma\sigma$ 1.6%	$f_0\to\rho\rho$ ∼0%	$f_0\to\pi^*\pi$ 2.7%		
	$\bar{p}n\to\pi^*\sigma$	$1370^\dagger$	$205^\dagger$	$\pi^*\to\rho\pi$ 4.8%				
	$\bar{p}n\to\pi^*\rho$	$1370^\dagger$	$205^\dagger$	$\pi^*\to\rho\pi$ 4.8%				
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$1465^\dagger$	$310^\dagger$	$\rho'\to\rho\sigma$ 1.7%	$\rho'\to a_1\pi$ 0.6%	$\rho'\to\pi^*\pi$ 0.5%	$\rho'\to h_1\pi$ 1.1%	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	$1700^\dagger$	$235^\dagger$	$\rho'\to\rho\sigma$ ∼0%	$\rho'\to a_1\pi$ 1.6%	$\rho'\to\pi^*\pi$ ∼0%	$\rho'\to h_1\pi$ 3.5%	
	$\bar{p}n\to a_1\rho$	$1230^\dagger$	$400^\dagger$	$a_1\to\rho\pi$ 9.1%				
	$\bar{p}n\to h_1\rho$	$1170^\dagger$	$360^\dagger$	$h_1\to\rho\pi$ 0.2%				
	$\bar{p}n\to a_2\rho$	$1320^\dagger$	$105^\dagger$	$a_2\to\rho\pi$ ∼0%				
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$	$1275^\dagger$	$185^\dagger$	$f_2\to\rho\rho,$ 0.9%	$f_2\to\rho\rho,$ ∼0%			
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$	$1560^\dagger$	$255^\dagger$	$f_2\to\rho\rho,$ ∼0%	$f_2\to\rho\rho,$ ∼0%	$f_2\to a_2\pi$ 0.8%		−14708

Tabelle 6.12: *Fits an den $\bar{p}n\to\pi^+2\pi^-2\pi^0$-Datensatz. Die Massen und Breiten der Teilchen wurden entsprechend den Ergebnissen aus dem $\pi^-4\pi^0$–Datensatz oder bei den PDG-Werten festgehalten. Produktionsstärken und Phasen sowie die Partialbreiten der verschiedenen Resonanzen wurden frei angepaßt. Amplituden, welche einen $\pi^*\to\sigma\pi$–Zerfall enthalten, sind hier nicht explizit aufgeführt, da diese nicht zur Beschreibung des Datensatzes beitragen. Im Falle der $f_2\to\rho\rho$–Zerfälle steht die erste Spalte für den Zerfall mit relativem Drehimpuls null zwischen den beiden ρ–Mesonen, die zweite für l=2. Benutzt wurden 19400 Daten- und 34560 Monte Carlo Ereignisse.*

- Fit 1,2: In diesen beiden Anpassungen wurden die Werte für die Massen und Breiten der Resonanzen bei den in der Analyse des $\pi^-4\pi^0$–Daten gewonnenen Werten festgehalten. Die Massen und Breiten der Resonanzen in Fit 1 entsprechen dem Ergebnis von Fit 5b (Tab. 6.4), die von Fit 2 dem von Fit 5 (Tab. 6.3) Die Partialbreiten der Resonanzen in ihre verschiedenen Zerfallskanäle wurden neben den Produktionsstärken und Phasen frei angepaßt.

  Wie es sich auch schon durch die große Änderung im $\ln(\mathcal{L})$ angedeutet hatte, spielt der eingeführte $\rho\rho$–Zerfall der skalaren Resonanzen eine wichtige Rolle bei der Beschreibung der Daten. Unter Berücksichtigung aller Interferenzen trägt die $f_0(1370)\pi^-\to\rho\rho\pi^-$–Amplitude mit 42% zur Beschreibung der Daten bei. Schließt man wiederum die Interferenzen mit dem π^- aus, so ergeben sich die in Tab. 6.12 angegebenen prozentualen Beiträge. Interessant ist hierbei auch, daß nur das $f_0(1370)$ nicht aber das $f_0(1500)$ nach $\rho\rho$ zerfällt. Auffällig ist auch, daß die $a_1\rho$–Amplitude deutlich zur Beschreibung der Daten beiträgt, während der Beitrag der $a_1\sigma$–Amplitude zu vernachlässigen ist.

Versucht man, die Parameter der Resonanzen frei anzupassen, so hat das in den meisten Fällen ein nicht–konvergentes Verhalten des Fits zur Folge. Dies wird durch die große Anzahl der Parameter sowie durch die hohe Dimension des zu beschreibenden Raumes bedingt. Eine Ausnahme bildet das $\pi^*(1300)$. Dadurch, daß das Teilchen zum einen in der direkten Produktion mit einem σ und ρ und zum anderen auch im $\pi^*\pi$–Zerfall des $f_0(1500)$ eine Rolle spielt, existieren genug Bedingungen an die Masse und Breite des Teilchens, daß Fits an einer mit den Ergebnissen des $\pi^-4\pi^0$–Datensatz kompatiblen Stelle konvergieren (m=1370 MeV, Γ=245 MeV). Der Wert für $-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$ verbessert sich dabei in Fit 1 um 10. Die kleine Änderung zeigt direkt, daß man mit der im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz (Fit 5b, Tab. 6.4) gefundenen Masse und Breite des π^*'s konsistent ist.

Für alle anderen Resonanzen ist eine freie Anpassung der Massen und Breiten nicht möglich. Demzufolge werden die Parameter der skalaren Resonanzen bei den in der Analyse der $\pi^-4\pi^0$–Datensatzes gewonnenen Werten festgehalten. Dies ist schon allein deswegen sinnvoll, weil sich der $\pi^-4\pi^0$–Datensatz durch die höchste Sensitivität auf die skalaren Resonanzen auszeichnet. Für alle anderen Resonanzen werden die PDG–Werte verwendet. Die Ergebnisse der Anpassung mit freiem $\pi^*(1300)$ unterscheiden sich, wie in Tab. 6.13 gezeigt, nur geringfügig von den in Tab. 6.12 dargestellten. Dies gilt ebenfalls, wenn man statt der hier benutzten Massen und Breiten für die skalaren Zustände (Fit 1) die in Fit 2 benutzten Massen und Breiten für die Resonanzen wählt. Die Parameter des $\pi^*(1300)$ optimieren in diesem Fall bei m=1370 MeV, Γ=238 MeV, und die prozentualen Anteile der verschiedenen Zerfallsketten zur Beschreibung der Daten weichen wiederum nur geringfügig von den in Fit 2 (Tab. 6.12) angegebenen ab.

	Amplitude	Masse	Breite									$-2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$
1b	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$	1385†	270†	$f_0\to\sigma\sigma$	18.4%	$f_0\to\rho\rho$	37.5%	$f_0\to\pi^*\pi$	0.3%			
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$	1490†	130†	$f_0\to\sigma\sigma$	1.8%	$f_0\to\rho\rho$	0.3%	$f_0\to\pi^*\pi$	2.2%			
	$\bar{p}n\to\pi^*\sigma$	1370	245	$\pi^*\to\rho\pi$	4.9%							
	$\bar{p}n\to\pi^*\rho$	1370	245	$\pi^*\to\rho\pi$	4.6%							
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	1465†	310†	$\rho'\to\rho\sigma$	1.8%	$\rho'\to a_1\pi$	~0%	$\rho'\to\pi^*\pi$	0.6%	$\rho'\to h_1\pi$	0.8%	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	1700†	235†	$\rho'\to\rho\sigma$	~0%	$\rho'\to a_1\pi$	1.4%	$\rho'\to\pi^*\pi$	~0%	$\rho'\to h_1\pi$	3.2%	
	$\bar{p}n\to a_1\rho$	1230†	400†	$a_1\to\rho\pi$	9.4%							
	$\bar{p}n\to h_1\rho$	1170†	360†	$h_1\to\rho\pi$	~0%							
	$\bar{p}n\to a_2\rho$	1320†	105†	$a_2\to\rho\pi$	~0%							
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$	1275†	185†	$f_2\to\rho\rho,$	0.9%	$f_2\to\rho\rho,$	~0%					
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$	1560†	255†	$f_2\to\rho\rho,$	~0%	$f_2\to\rho\rho,$	~0%	$f_2\to a_2\pi$	0.6%			−14597

Tabelle 6.13: *Fits an den $\bar{p}n\to\pi^+2\pi^-2\pi^0$-Datensatz. Neben den Partialbreiten, Produktionsstärken und Phasen wurden hier auch die Masse und Breite des $\pi^*(1300)$ frei angepaßt. Im Falle der $f_2\to\rho\rho$–Zerfälle steht die erste Spalte für den Zerfall mit relativem Drehimpuls null zwischen den beiden ρ–Mesonen, die zweite für relativen Drehimpuls zwei. Benutzt wurden 19400 Daten- und 34560 Monte Carlo Ereignisse.*

Anpassungen mit einem dritten erlaubten Zustand

Zusätzlich zu den beiden skalaren Zuständen wurde nun auch ein $f_0(1750)$ mit seinen möglichen Zerfallsmoden nach $\sigma\sigma$, $\rho\rho$ und $\pi^*\pi$ erlaubt.

Paßt man nun in einem Fit neben den Produktionsstärken und Phasen auch die Partialbreiten aller Resonanzen frei an, so erhält man eine Lösung, bei der das $f_0(1750)$ mit mehr als 10% zur Beschreibung des Datensatzes beiträgt. Dies ist für ein außerhalb des Phasenraums liegendes Teilchen nicht glaubhaft. Durch diese Amplitude wird somit Intensität beschrieben, die anderen Ursprungs ist.

Tab. 6.14 zeigt das Ergebnis einer Anpassung, bei der nur die Partialbreiten des $f_0(1750)$ frei gefittet wurden. Alle anderen Partialbreiten wurden bei den in Fit 1 erhaltenen Werten festgehalten. Hier trägt das $f_0(1750)$ nur noch mit knapp über 3% zur Beschreibung des Datensatzes bei, aber auch dieser Wert liegt höher als erwartet. Das Einführen dieses Zustands ist somit in diesem Datensatz nicht sinnvoll. Es mag zwar einen geringen Beitrag zur Beschreibung der Daten liefern, dieser ist jedoch hier nicht festlegbar.

	Amplitude	Masse	Breite					$-2\cdot\ln(\mathcal{L})$
2	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$	1385†	270†	$f_0\to\sigma\sigma$ 16.2%	$f_0\to\rho\rho$ 33.1%	$f_0\to\pi^*\pi$ 0.1%		
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$	1490†	130†	$f_0\to\sigma\sigma$ 2.7%	$f_0\to\rho\rho$ 0.4%	$f_0\to\pi^*\pi$ 2.5%		
	$\bar{p}n\to f_0\pi^-$	1770†	170†	$f_0\to\sigma\sigma$ 0.2%	$f_0\to\rho\rho$ 0.9%	$f_0\to\pi^*\pi$ 2.1%		
	$\bar{p}n\to\pi^*\sigma$	1370†	205†	$\pi^*\to\rho\pi$ 5.1%				
	$\bar{p}n\to\pi^*\rho$	1370†	205†	$\pi^*\to\rho\pi$ 5.0%				
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	1465†	310†	$\rho'\to\rho\sigma$ 2.5%	$\rho'\to a_1\pi$ ~0%	$\rho'\to\pi^*\pi$ 0.7%	$\rho'\to h_1\pi$ 1.2%	
	$\bar{p}n\to\rho'\pi$	1700†	235†	$\rho'\to\rho\sigma$ ~0%	$\rho'\to a_1\pi$ 1.7%	$\rho'\to\pi^*\pi$ ~0%	$\rho'\to h_1\pi$ 3.9%	
	$\bar{p}n\to a_1\rho$	1230†	400†	$a_1\to\rho\pi$ 6.5%				
	$\bar{p}n\to h_1\rho$	1170†	360†	$h_1\to\rho\pi$ 0.3%				
	$\bar{p}n\to a_2\rho$	1320†	105†	$a_2\to\rho\pi$ ~0%				
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$	1275†	185†	$f_2\to\rho\rho$, 0.8%	$f_2\to\rho\rho$, ~0%			
	$\bar{p}n\to f_2\pi^-$	1560†	255†	$f_2\to\rho\rho$, ~0%	$f_2\to\rho\rho$, ~0%	$f_2\to a_2\pi$ 0.9%		-14895

Tabelle 6.14: *Anpassung an den $\bar{p}n\to\pi^+2\pi^-2\pi^0$-Datensatz mit drei erlaubten skalaren Zuständen. Die Massen, Breiten und Partialbreiten wurden bei den in Fit 1 angegebenen Werten festgehalten. Einzige Ausnahme bilden die Partialbreiten des f_0(1770,170). Diese wurden gemeinsam mit den Produktionsstärken und Phasen frei gefittet. In Falle der $f_2\to\rho\rho$–Zerfälle steht die erste Spalte für den Zerfall mit relativem Drehimpuls null zwischen den beiden ρ–Mesonen, die zweite für relativen Drehimpuls zwei. Benutzt wurden 19400 Daten- und 34560 Monte Carlo Ereignisse.*

Im folgenden werden die Ergebnisse der Anpassungen an diesen Datensatz anhand der verschiedenen Teilchen diskutiert. Dabei werden die Ergebnisse sowie dies möglich ist mit den zuvor in der Analyse des $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatzes gefundenen Resultaten verglichen.

Das π^*(1300)

Ebenso wie im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz sind auch hier Beiträge von Amplituden vernachlässigbar, die einen $\pi^*\to\sigma\pi$–Zerfall enthalten. Der $\pi^*(1300)\to\sigma\pi$–Zerfall liegt wiederum unter 15%. Wird das $\pi^*(1300)$ frei angepaßt, so erhält man eine Masse von 1370 MeV und eine Breite von 245 MeV.

Abb. 6.33 zeigt die Variation des $\ln(\mathcal{L})$ mit der Masse bzw. Breite des Teilchens. Betrachtet man nun eine Änderung von 9 im $2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$ als signifikant, so liegen die Masse des Teilchens zwischen 1345 und 1390 MeV und die Breite zwischen 200 und 300 MeV. Da das $\pi^*(1300)$ auch schon im zuvor diskutierten $\pi^-4\pi^0$–Datensatz beobachtet wurde, sollen die dort gefundenen Ergebnisse kurz im Vergleich zu den hier gefundenen Resultaten dargestellt werden. Abb. 6.34 zeigt die Abb. 6.33 entsprechenden Scans für die $\pi^*(1300)$–Masse und Breite. Die Parameter aller anderen Resonanzen wurden bei identischen Werten festgehalten. Die aus der Anpassung an den $\pi^-4\pi^0$–Datensatz resultierende Masse des π^*'s stimmt gut mit der im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz gefundenen überein. Eine Schwankung von 9 in $2{\cdot}\ln(\mathcal{L})$ entspricht hier einem Massenbereich zwischen 1350 und 1395 MeV. Die Breite hingegen ist gegenüber der Anpassung an den $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz etwas zu kleineren Werten hin verschoben und liegt zwischen 180 und 240 MeV.

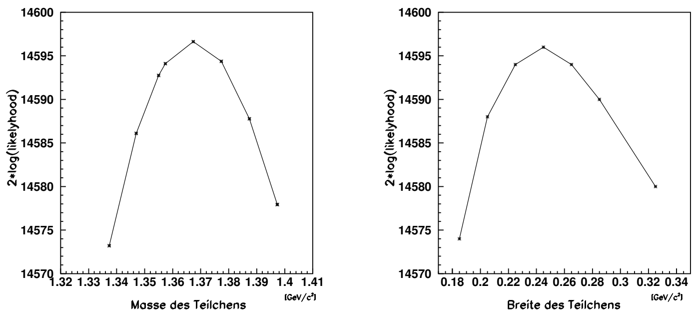

Abbildung 6.33: $\pi^+2\pi^-2\pi^0$*–Datensatz: Verhalten des* $2{\cdot}ln(\mathcal{L})$ *bei Variation von der Masse bzw. Breite des* π^**(1300). Die jeweils andere Größe, sowie die Massen, Breiten und Partialbreiten werden bei den in Fit 1b (Tab. 6.13) gefundenen Werten festgehalten. In jedem Punkt werden Produktionsstärken und Phasen angepaßt.*

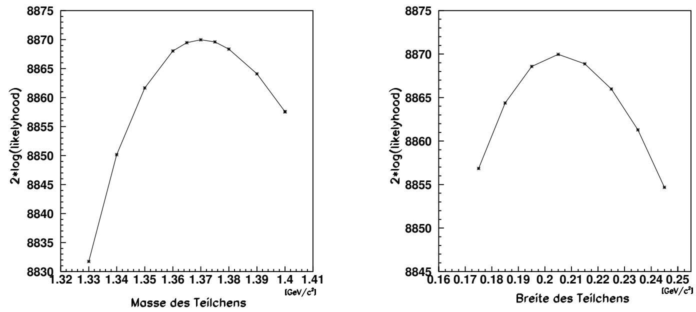

Abbildung 6.34: $\pi^-4\pi^0$*–Datensatz: Verhalten des* $2{\cdot}ln(\mathcal{L})$ *bei Variation von der Masse bzw. Breite des* π^**(1300). Alle anderen Resonanzparameter wurden bei den in Fit 5b (Tab. 6.4) gefundenen Werten festgehalten.*

Berücksichtigt man die in den beiden Datensätzen gefundenen Werte gemeinsam mit den Fehlern der Anpassungen selbst, so ergeben sich für das $\pi^*(1300)$ die folgenden Parameter:

$$m = 1370 \pm 25\,\mathrm{MeV} \quad , \qquad \Gamma = 230^{+80}_{-60}\,\mathrm{MeV}$$

Die f_0-Zustände

Obwohl im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz wesentlich mehr Resonanzen und Zerfallsmoden auftreten können, als im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz, wird auch dieser Endzustand von den skalaren Resonanzen dominiert. Unter Berücksichtigung aller auftretenden Interferenzen wird über 70% der Intensität durch die skalaren Resonanzen beschrieben. Auch in diesem Datensatz werden mindestens zwei skalare Resonanzen benötigt, um die Daten beschreiben zu können, wie Abb. 6.35 beweist.

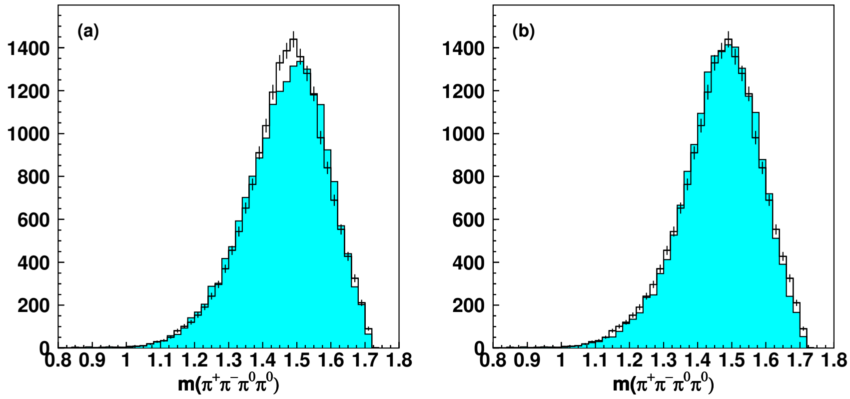

Abbildung 6.35: *Anpassung an die Daten; bei der in a) nur ein f_0-Zustand, in b) zwei skalare Zustände erlaubt wurden. Die Kurve mit den Fehlerbalken entspricht den Daten, die grau unterlegte Fläche dem Ergebnis der Anpassung.*

<u>Zerfallsmoden</u>

Anders als im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz ist hier nicht nur der Zerfall der Resonanzen nach $\sigma\sigma$, sondern auch der nach $\rho\rho$ und $\pi^*\pi$ erlaubt. Beoachtet werden die folgenden Zerfälle:

- Das $f_0(1370)$

  zerfällt dominant nach $\rho\rho$ und $\sigma\sigma$. Der $\pi^*\pi$–Zerfall ist demgegenüber vernachlässigbar.

- Das $f_0(1500)$

  zerfällt nach $\sigma\sigma$ und $\pi^*\pi$. Der $\rho\rho$–Zerfall ist vernachlässigbar.

Die ρ'–Zustände

Ebenso wie im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz führt auch hier die Einführung der ρ'–Zustände zu einer signifkanten Verbesserung im $\ln(\mathcal{L})$. Neben dem $\rho\sigma$–, $a_1\pi$– und $\pi^*\pi$– Zerfallsmode spielt hier ebenfalls der $h_1\pi$–Zerfall eine wichtige Rolle (Tab. 6.12).

- Das $\rho'(1450)$

  wird in seinem Zerfall nach $\rho\sigma$, $h_1\pi$ und $\pi^*\pi$ beobachtet. Der $a_1\pi$–Zerfall trägt wiederum nicht bei. Die $\rho'\to\rho\sigma$–Amplitude liefert hierbei wie auch schon zuvor im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz den größten Beitrag zur Beschreibung der Daten.

- Das $\rho'(1700)$

  hingegen zerfällt nicht nach $\rho\sigma$, aber es wird in seinem $h_1\pi$– und $a_1\pi$–Zerfallsmode beobachtet. Der Zerfall nach $\pi^*\pi$, welcher im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz beobachtet wurde, tritt hier nicht auf.

Während die hier beobachteten Zerfälle des $\rho'(1450)$ mit den im $\pi^-4\pi^0$ beobachteten übereinstimmen, ist dies für das $\rho'(1700)$ nicht der Fall. Zwar wird der $a_1\pi$ Zerfall des Teilchens hier wiederum beobachtet, nicht aber der $\pi^*\pi$–Zerfall.

Tests ergaben, daß dieser Widerspruch in der Anpassung selbst nicht auflösbar ist. Verbietet man den $\pi^*\pi$–Zerfall im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz, so verschlechtert sich das $\ln(\mathcal{L})$ merklich. Versucht man im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz denselben zu erzwingen, so leidet auch hier die Güte der Beschreibung.

Allerdings gibt es gute Gründe, dem in der Analyse $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz gewonnenen Ergebnis zu vertrauen. Der $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz erlaubt sowohl die Produktion eines neutralen als auch eines negativ geladenen ρ'–Zustands, deren Verhältnis fest über Isospinrelationen gekoppelt ist. Im Gegensatz hierzu ist im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz nur die Beoachtung eines negativ geladenen ρ''s möglich. Zudem gibt es in der Gesamtreaktion $\bar{p}n\to\rho'\pi^0\to\pi^{*-}\pi^0\pi^0\to\rho^-\pi^0\to\pi^-4\pi^0$ 24 kombinatorische Möglichkeiten, diese Zerfallskette zu bilden. All diese Kombinationen gehen in die Amplitudenberechnung ein und können demzufolge miteinander interferieren. Im Gegensatz hierzu gibt es im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz fünf verschiedene Zerfallsketten mit jeweils vier kombinatorischen Möglichkeiten (bzgl. der Kombinatorik siehe auch Anhang B). Da diese über unterschiedlich geladene Resonanzen zerfallen, stehen dem Fit mehr Strukturen zur Anpassung der Amplitude zur Verfügung. Die Kopplung über Isospinfaktoren schränkt dabei die Freiheiten der Anpassung ein.

Abb. 6.2 zeigt außerdem daß im Bereich des $\rho'(1700)$, welches am Rande des Phasenraums liegt, nur noch relativ wenige Ereignisse vorhanden sind. Da aus anderen Analysen nicht bekannt ist, welche Beiträge möglicherweise Resonanzen zuzuordnen sind, welche außerhalb des Phasenraums liegen, ist es durchaus möglich, daß diese im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz eine der $\rho'\to\pi^*\pi$–Amplitude ähnliche Struktur erzeugen. Somit könnte ein Teil der Intensität, die von außerhalb des Phasenraums liegenden Resonanzen erzeugt wird, fälschlicherweise durch die $\rho'\to\pi^*\pi$–Amplitude beschrieben werden. Dies muß nun nicht gezwungenermaßen auch für den $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz gelten, da hier die Daten klarere Strukturen aufweisen.

Als mögliche Kandidaten für die außerhalb des Phasenraumes liegenden Resonanzen kommen z.B. der u.a. von BES beobachtete skalare oder Tensorzustand im Bereich des $f_J(1710)$ in Betracht. Da deren Existenz in der $\bar{p}N$–Annihilation bisher noch nicht geklärt ist und auch deren Masse und Breite nicht gut bekannt sind, ist es nicht möglich, diese hier mit fester Produktionsstärke einzuführen, um den eventuell durch sie erzeugten Untergrund korrekt zu beschreiben. Tests mit einem $f_0(1770,170)$ haben gezeigt, daß dieses zwar die Beschreibung in geringem Maße verbessert, aber die Anpassung destabilisiert. Der prozentuale Anteil der $\rho'\to\pi^*\pi$ Amplitude wird mit der Einführung dieses Zustands etwas reduziert.

Qualität der Fits

Abb. 6.36 zeigt die Beschreibung der Daten durch die Anpassung anhand einiger ausgewählter invarianter Massen– und Winkelverteilungen. Aus Gründen der Darstellung sind

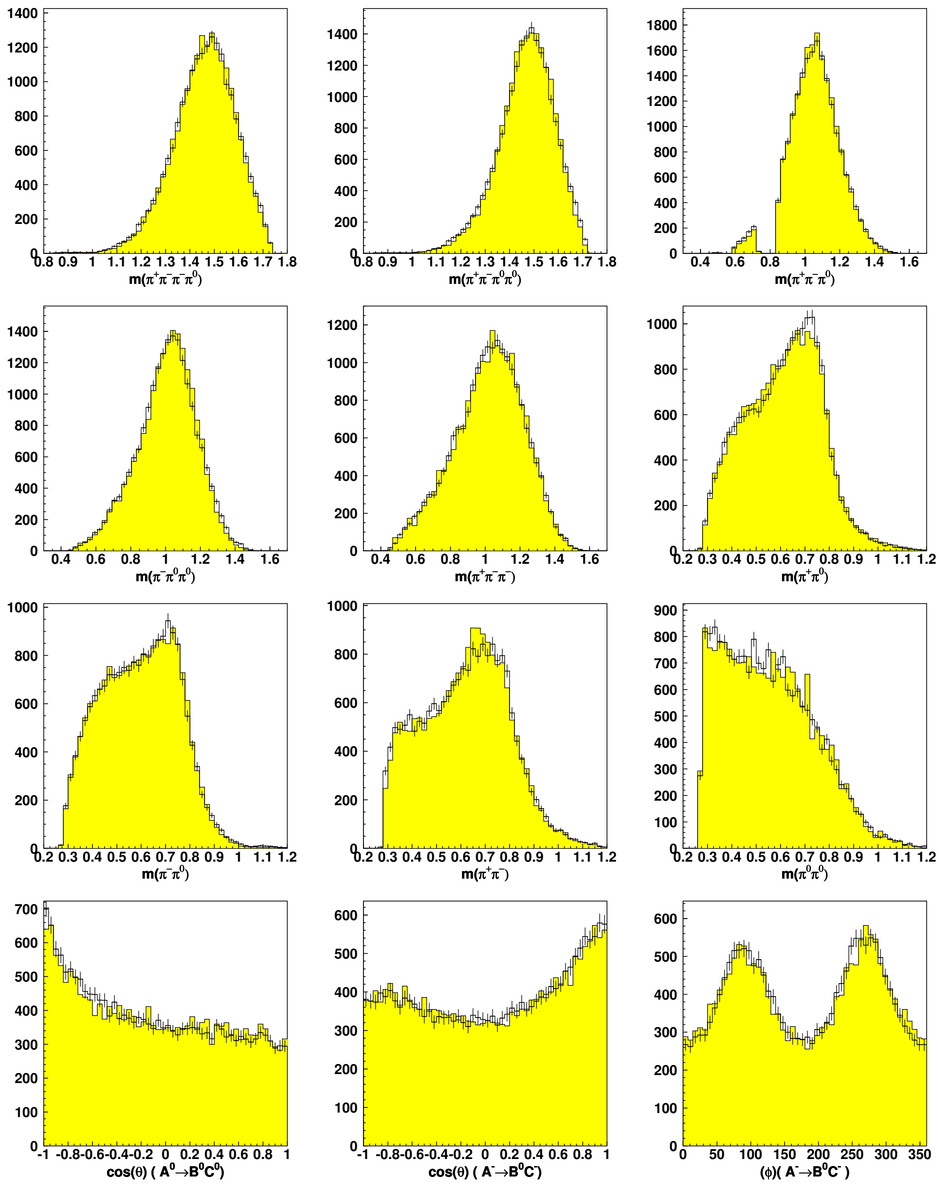

Abbildung 6.36: *Qualität des Fits an die $\pi^+2\pi^-2\pi^0$-Daten, Fit 1 Tab. 6.13. Daten: schwarze Kurve mit Fehlerbalken, Fit: grau unterlegte Fläche.*

hier wiederum nur die Fehler der Daten, nicht aber die der Anpassung eingetragen. Berücksichtigt man auch den Fehler der Anpassung so stimmen Anpassung und Daten gut überein. Auffällig ist daß hier, wie auch schon im $\pi^-4\pi^0$–Datensatz beobachtet, die Daten im Bereich der ρ–Mesonen nicht ganz so gut beschrieben werden wie das in den anderen Projektionen der Fall ist. Allerdings liegt diese Abweichung im Rahmen der Fehler.

6.7.3 Der $\bar{p}p \to 5\pi^0$-Datensatz

Zur Beschreibung der beiden Deuteriumdatensätze wurde nur die Annihlation aus der S–Welle ($^1S_0$–Anfangszustand) berücksichtigt. Mögliche P–Wellen–Beiträge wurden – wie zuvor erläutert – vernachlässigt (Kap. 4.1, Abschnitt 6.7.1). Ist diese Näherung gerechtfertigt, so würde man erwarten, mit den bei der Analyse der Deuteriumdatensätze gefundenen Ergebnissen ebenfalls den $\bar{p}p \to 5\pi^0$-Datensatz beschreiben zu können. Hier trägt ebenfalls unter Vernachlässigung kleiner P–Wellen–Beiträge nur der $^1S_0$–Anfangszustand bei.

Die für diesen Endzustand möglichen Zerfallsketten (Tab. 6.2) reduzieren sich unter Berücksichtigung des aus der Analyse der beiden Deuteriumdatensätzen gewonnenen Ergebnisses, daß Amplituden, welche einen $\pi^*(1300) \to \sigma\pi$–Zerfall enthalten, hier zu vernachlässigen sind, auf vier mögliche Beiträge:

$$\begin{aligned}
&\bar{p}p \to f_0(1370)[\to \sigma\sigma]\pi^0 \\
&\bar{p}p \to f_0(1500)[\to \sigma\sigma]\pi^0 \\
&\bar{p}p \to f_0(1750)[\to \sigma\sigma]\pi^0 \\
&\bar{p}p \to f_2(1270)[\to \sigma\sigma]\pi^0
\end{aligned}$$

Die Massen und Breiten der Resonanzen müssen hierbei natürlich zu den zuvor gewonnenen Ergebnissen identisch sein. Da der $5\pi^0$–Endzustandes durch die Vielzahl der Photonen, die man zu den Pionen koppeln kann, einen kombinatorischen Untergrund enthält, wurde eine zusätzliche Amplitude eingeführt, welche den flach verteilten Untergrund beschreibt. Bei der Selektion des Datensatzes wurde bestimmt, daß dieser 4% beträgt [54].

Tab. 6.15 zeigt die Ergebnisse einiger Anpassungen an die $5\pi^0$-Daten. Die Massen und Breiten der Resonanzen entsprechen den aus der Analyse der Deuteriumdaten gewonnenen Werten. Die Produktionsstärken und Phasen wurden frei angepaßt.

Fit	$f_0^{(1)} \to \sigma\sigma$					$f_0^{(2)} \to \sigma\sigma$					$f_0^{(3)} \to \sigma\sigma$					$f_2 \to \sigma\sigma$					$-2\cdot\ln(\mathcal{L})$
	m	Γ	$\lvert\beta\rvert$	φ	%	m	Γ	$\lvert\beta\rvert$	φ	%	m	Γ	$\lvert\beta\rvert$	φ	%	m	Γ	$\lvert\beta\rvert$	φ	%	
1	1370	300	2.9	0.2	37.1	1480	130	1	0	3.1						1275	185	4.0	2.5	0.4	−11011
2	1370	300	1.5	0.1	28.9	1480	130	1	0	9.8	1770	170	0.8	0.0	2.9	1275	185	2.0	2.0	0.3	−11274
3	1385	270	3.4	0.4	39.5	1490	130	1	0	2.5						1275	185	4.6	2.7	0.3	−10848
3a	1385	270	1.6	0.	29.9	1490	130	1	0	9.0	1770	170	1.0	0.	3.8	1275	185	2.2	1.9	0.3	−11215
4	1405	260	1.9	0.	31.0	1490	130	1	0	6.1	1770	170	1.3	0.	4.3	1275	185	2.8	1.8	0.3	−11195

Tabelle 6.15: *Fits an den $5\pi^0$-Datensatz. Massen und Breiten der Resonanzen, entsprechen den Ergebnissen des $\pi^-4\pi^0$-Datensatzes (Tab. 6.3 Fit 5; Tab.6.6 Fit 7, 7a; Tab.6.4 Fit 5b; Tab.6.7 Fit 9). Die Produktionsstärken und Phasen wurden frei gefittet.*

Vergleicht man die Reaktion $\bar{p}p \to 5\pi^0$ mit der Reaktion $\bar{p}n \to 4\pi^0\pi^-$, so ist in beiden Endzuständen nur der Zerfall einer neutralen (4π)–Resonanz nach $\sigma\sigma$ möglich. Der $\pi^*\pi$–Zerfall tritt nicht auf, da der π^*–Zerfall nach $\sigma\pi$ zu vernachlässigen ist. Aus der Isospinsymmetrie läßt sich nun folgern, daß das Verhältnis der Produktionsstärken

$$|\beta(f_0(1370))| : |\beta(f_0(1500))| : |\beta(f_0(1750))| : |\beta(f_2(1270))|$$

für beide Endzustände identisch sein sollte, da die folgenden Reaktionen verglichen werden:

$$\begin{array}{lll} \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0\pi^0 & \text{bzw.} & \bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_2\pi^0 \quad \text{mit} \\ \bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}\rightarrow f_0\pi^- & \text{bzw.} & \bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}\rightarrow f_2\pi^- \end{array}$$

Die relativen Phasen zwischen den verschiedenen Amplituden sind hierbei nach wie vor frei, da das Interferenzverhalten aufgrund der unterschiedlichen Kombinatorik durchaus verschieden sein kann.

Führt man dies als zusätzliche Bedingung an die Anpassung ein, indem nicht nur die Massen und Breiten, sondern auch die Beträge der relativen Produktionsstärken bei den aus dem $\pi^-4\pi^0$ extrahierten Werten festgehalten werden, so ergeben sich die in Tab. 6.16 zusammengefaßten Ergebnisse.

Fit	$f_0^{(1)}\rightarrow\sigma\sigma$					$f_0^{(2)}\rightarrow\sigma\sigma$					$f_0^{(3)}\rightarrow\sigma\sigma$					$f_2\rightarrow\sigma\sigma$					$-2\cdot ln(\mathcal{L})$
	m	Γ	$\|\beta\|$	φ	%	m	Γ	$\|\beta\|$	φ	%	m	Γ	$\|\beta\|$	φ	%	m	Γ	$\|\beta\|$	φ	%	
1	1370	300	2.07	0.23	35.2	1480	130	1	0	5.9						1275	185	1.74	2.8	0.1	-10957
2	1370	300	2.33	0.12	35.2	1480	130	1	0	4.7	1770	170	0.55	2.25	0.6	1275	185	2.32	2.3	0.2	-11198
3	1385	270	2.94	0.1	39.0	1490	130	1	0	3.4						1275	185	2.12	2.95	0.1	-10820
3a	1385	270	3.03	0.14	37.8	1490	130	1	0	3.1	1770	170	0.82	0.25	0.9	1275	185	2.39	2.32	0.1	-11116
4	1405	260	4.03	0.00	38.6	1490	130	1	0	1.7	1770	170	1.48	0.17	1.7	1275	185	2.43	2.2	0.1	-11117

Tabelle 6.16: *Fits an den $5\pi^0$-Datensatz. Massen und Breiten der Resonanzen, sowie die Beträge der Produktionsstärke der skalaren Resonanzen wurden von $\pi^-4\pi^0$-Datensatz übernommen.*

Trotz der strengen Bedingungen, unter denen als einzige freie Parameter die Phasen in die Anpassung eingehen, werden die Daten sehr gut beschrieben (Abb. 6.37). Dies zeigt, daß der Beitrag von P–Wellen–Amplituden bei der Antiproton–Deuterium–Annihilation in fünf Pionen ($p<100\,\mathrm{MeV}$) nicht viel größer sein kann als in der $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$–Annihilation in Flüssig-Wasserstoff, oder zumindest der Einfluß auf die skalaren Mesonen vernachlässigbar ist.

Vergleicht man die frei gefitteten Produktionsstärken $|\beta|$ der skalaren Zustände mit den festgehaltenen, so fällt auf, daß sich diese für Fit 3 kaum unterscheiden. D.h. hier wird die beste Übereinstimmung mit dem $\pi^-4\pi^0$–Datensatz erreicht. Der durch die Anpassung bedingte Fehler für die Produktionsstärken liegt im Bereich von ca. 15%.

Dies gilt nicht für das $f_2(1270)$, welches nur in geringem Maße zur Beschreibung des Datensatzes beiträgt. Hier wird die Produktionsstärke um einen Faktor von ca. zwei größer, wenn man diese frei läßt. Anhand einer Abschätzung Gl. (6.30) kann man zeigen, daß der Beitrag des $f_2(1270)$ im Bereich von 1% zu erwarten ist. Dies stimmt gut mit dem Wert von Fit 3, Tab. 6.16 überein. Demzufolge wird bei freigelassenen Produktionsstärken durch die $f_2\pi$–Amplitude Intensität beschrieben, die anderen Ursprungs ist.

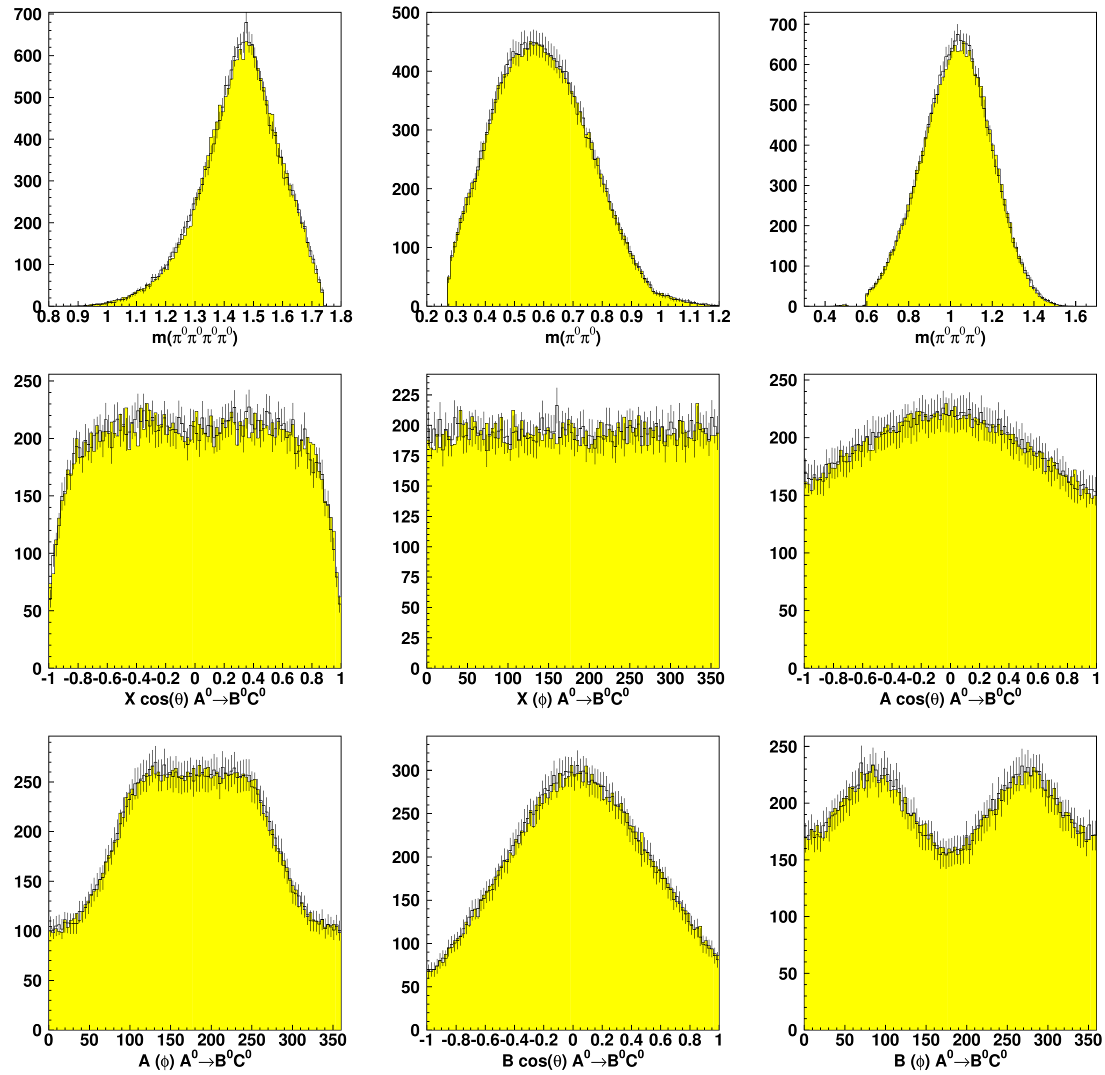

Abbildung 6.37: *Qualität des Fits an die $5\pi^0$-Daten. Massen und Breiten, sowie die Beträge der Produktionsstärken wurden aus dem $\pi^-4\pi^0$-Datensatz entnommen (Fit 2, Tab. 6.16). Daten: schwarze Kurve mit Fehlerbalken, Fit: grau unterlegte Fläche.*

Entsprechend dem PDG [8] zerfällt das $f_2(1270)$ zu $(0.3\pm0.1)\%$ in $4\pi^0$. Mit Hilfe des Verzweigungsverhältnisses $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to f_2\pi^0\to 3\pi^0$ [64] kann den erwarteten prozentualen Beitrag der $f_2\pi^0$-Amplitude im $5\pi^0$ ableiten:

$$\frac{\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to f_2\pi^0\to 5\pi^0)}{\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to 5\pi^0)} = \frac{\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to f_2\pi^0\to 3\pi^0)}{\mathrm{BR}(f_2\to 2\pi^0)} \cdot \frac{\mathrm{BR}(f_2\to 4\pi^0)}{\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\to 5\pi^0)} = 0.09\% \tag{6.30}$$

Der Beitrag mit dem das $f_0(1750)$ in Tab. 6.15 zur Beschreibung der Daten beiträgt, ist wesentlich größer, als es für ein außerhalb des Phasenraums liegendes Teilchen zu erwarten ist. Hält man hingegen die Produktionsstärken bei den aus dem $\pi^-4\pi^0$–Datensatz extrahierten Werten fest (Tab. 6.16), so trägt das $f_0(1750)$ mit weniger als 2% bei, was vernünftig erscheint.

Den Effekt der Einführung dieses Teilchens zeigt Abb. 6.38 anhand der Beschreibung der $4\pi^0$–invarianten Masse durch Fit 3 bzw. Fit 3a. Obwohl der prozentuale Anteil der $f_0(1750)\pi$–Amplitude bei nur 1% liegt, sieht man, daß insbesondere der Bereich hoher $4\pi^0$ invarianter Massen mit dessen Einführung besser beschrieben ist.

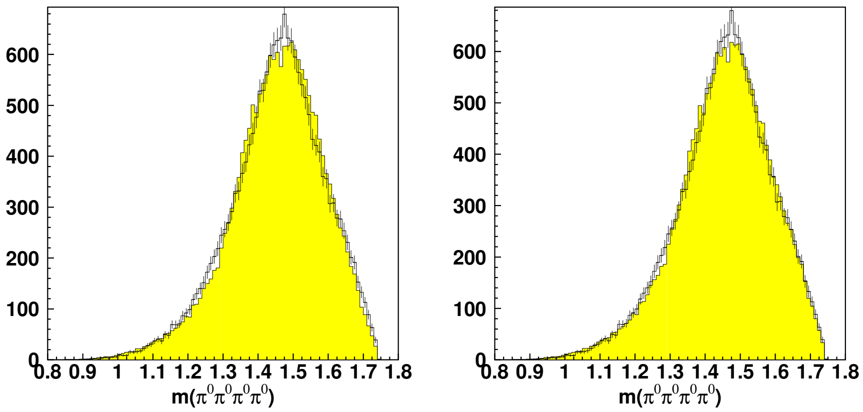

Abbildung 6.38: *Verbesserung der Beschreibung der $4\pi^0$–invariante Masse durch die Eingeführung der f_0(1750) Die Massen und Breiten, sowie die Beträge der Produktionsstärken wurden aus dem $\pi^-4\pi^0$-Datensatz entnommen. a) Zwei erlaubte skalare Zustände, Fit 3 , b) Drei erlaubte skalare Zustände, Fit 3a. Daten: schwarze Kurve mit Fehlerbalken, Fit: grau unterlegte Fläche.*

Tab. 6.17 zeigt die prozentualen Anteile der verschiedenen Resonanzen in Abhängigkeit von den gewählten Parametern für das $f_0(1500)$. Die Masse und Breite des $f_0(1370)$ wurden dabei der entsprechenden Anpassung an den $\pi^-4\pi^0$–Datensatz entnommen. Der jeweils erste Fit (a) zeigt eine Anpassung mit zwei erlaubten skalaren Zuständen und festgehaltenen Produktionsstärken. Im zweiten werden die Produktionstärken frei angepaßt (b). Aus dem Vergleich dieser beiden Anpassungen kann man entnehmen, wie gut die Übereinstimmung der angepaßten Produktionsstärken für den $\pi^-4\pi^0$– und den $5\pi^0$–Datensatz ist. Die jeweils dritte Anpassung erlaubt zusätzlich ein $f_0(1750)$ (c). Hier werden alle relativen Produktionsstärken festgehalten, da der Beitrag des $f_0(1750)$ ansonsten unglaubwürdig hohe Werte annimmt.

Vergleicht man die festgehaltenen Produktionsstärken mit denen des freien Fits, so erhält man für Fit 2, 4 und 5 eine Abweichung von weniger als 15 %, d.h. innerhalb des Fehlers stimmen diese miteinander überein. Da das $\ln(\mathcal{L})$ zudem für Fit 2 den besten Wert erreicht, wird diese Anpassung für die spätere Berechnung der Verzweigungsverhältnisse verwendet.

Diese Anpassung stellt eine mit den aus den Deuteriumdatensätzen gewonnenen Ergebnissen kompatible Beschreibung der Daten dar, welche die Daten mit hoher Güte beschreibt (entsprechend der Beschreibung in Abb. 6.37). Summiert man die in Tab. 6.17 angegebenen prozentualen Anteile der verschiedenen Beiträge, so erhält man einen Wert der unterhalb von 50% liegt. Dies zeigt, daß etwas mehr als die Hälfte der Gesamtintensität in diesem Datensatz durch konstruktive Interferenz erzeugt wird.

	$f_0^{(1)}\to\sigma\sigma$					$f_0^{(2)}\to\sigma\sigma$					$f_0^{(3)}\to\sigma\sigma$					$f_2\to\sigma\sigma$					$-2\ln(\mathcal{L})$
	m	Γ	$\vert\beta\vert$	φ	%	m	Γ	$\vert\beta\vert$	φ	%	m	Γ	$\vert\beta\vert$	φ	%	m	Γ	$\vert\beta\vert$	φ	%	
1a	$1370^\dagger$	$300^\dagger$	$2.1^\dagger$	0.2	35.2	$1480^\dagger$	$130^\dagger$	$1^\dagger$	0	5.9						$1275^\dagger$	$185^\dagger$	$1.7^\dagger$	2.8	0.1	-10957
b			2.9	0.2	37.1			$1^\dagger$	0	3.1								4.0	2.5	0.4	-11011
c			$2.3^\dagger$	0.1	35.2			$1^\dagger$	0	4.7	$1770^\dagger$	$170^\dagger$	$0.55^\dagger$	2.3	0.6			$2.3^\dagger$	2.3	0.2	-11198
2a	$1385^\dagger$	$270^\dagger$	$2.9^\dagger$	0.73	39.0	$1490^\dagger$	$130^\dagger$	$1^\dagger$	0	3.4						$1275^\dagger$	$185^\dagger$	$2.1^\dagger$	3.0	0.2	-10820
b			3.4	0.4	39.5			$1^\dagger$	0	2.5								4.6	2.7	0.3	-10848
c			$3.0^\dagger$	0.14	37.8			$1^\dagger$	0	3.1	$1770^\dagger$	$170^\dagger$	$0.8^\dagger$	0.3	0.9			$2.4^\dagger$	2.3	0.1	-11116
3a	$1385^\dagger$	$281^\dagger$	$2.6^\dagger$	0.4	37.5	$1490^\dagger$	$140^\dagger$	$1^\dagger$	0	4.3						$1275^\dagger$	$185^\dagger$	$1.9^\dagger$	2.9	0.1	-10845
b			3.8	0.3	39.0			$1^\dagger$	0	2.0								5.1	2.6	0.3	-10901
4a	$1387^\dagger$	$255^\dagger$	$3.4^\dagger$	0.5	40.4	$1490^\dagger$	$120^\dagger$	$1^\dagger$	0	2.6						$1275^\dagger$	$185^\dagger$	$2.4^\dagger$	3.0	0.1	-10770
b			3.2	0.4	40.0			$1^\dagger$	0	4.8								4.3	2.7	0.4	-10793
5a	$1390^\dagger$	$262^\dagger$	$3.5^\dagger$	2.3	40.0	$1500^\dagger$	$130^\dagger$	$1^\dagger$	0	2.5						$1275^\dagger$	$185^\dagger$	5.1	2.6	0.3	-10760
b			4.1	0.3	40.3			$1^\dagger$	0	1.9								5.4	2.6	0.3	-10791

Tabelle 6.17: *Abhängigkeit des prozentualen Beitrags der Einzelamplituden am Gesamtdatensatz von den gewählten Parametern für das f_0(1500). Massen und Breiten der Resonanzen, sowie die Beträge der festgehaltenen (†) Produktionsstärken der Resonanzen wurden aus den Ergebnissen der Anpassungen an den $\pi^-4\pi^0$–Datensatz übernommen. Alle Phasen und die nicht festgehaltenen Produktionsstärken wurden angepaßt.*

6.7.4 Verzweigungsverhältnisse

Aus den prozentualen Beiträgen der einzelnen Resonanzen zu den verschiedenen Datensätzen lassen sich gemeinsam mit den in Abschnitt 5.4 berechneten globalen Verzweigungsverhältnissen die Verzweigungsverhältnisse der einzelnen Kanäle berechnen. Im folgenden werden zunächst die beiden Deuteriumdatensätze und dann der $\bar{p}p\to5\pi^0$–Datensatz diskutiert.

Die Deuteriumdatensätze

In den Analysen von $\bar{p}d$–Daten, die der Mesonenspektroskopie dienen, gilt das Interesse meist Ereignissen, bei denen das Nukleon des Endzustandes nur als Zuschauerteilchen an der Reaktion teilnimmt. D.h. es wird wie auch in dieser Arbeit auf den Impuls dieses Nukleons geschnitten.

Ein Verzweigungsverhältnis bezieht sich jedoch immer auf die Gesamtanzahl an Annihilationen, die zum entsprechenden Endzustand z.B. $\pi^-4\pi^0p$ geführt haben. Gibt man nun ein Verzweigungsverhältnis z.B. für $\bar{p}d\to f_0\pi^-p\to4\pi^0\pi^-p$ an, so macht man die Annahme, daß das f_0 für Protonimpulse größer 100 MeV im gleichen Maße produziert wird wie für Impulse kleiner 100 MeV. Dies ist nur näherungsweise erfüllt. Wie Abb. 6.32 zeigt, können sich die Spektren für verschiedene Protonimpulse und damit auch die darin enthaltenen Resonanzbeiträge durchaus unterschieden. In jedem Fall ist aber der Vergleich der Verzeigungsverhältnisse in die beiden untersuchten Endzustände $\pi^-4\pi^0p$ und $\pi^+2\pi^-2\pi^0p$ sinnvoll. Die relativen Verzweigungsverhältnisse in die verschiedenen Endzustände sind unabhängig von der oben beschriebenen Näherung.

Mit Hilfe der globalen Verzeigungsverhältnisse $\bar{p}d\to\pi^-4\pi^0$ und $\bar{p}d\to\pi^+2\pi^-2\pi^0$, sowie den zuvor bestimmten prozentualen Beiträgen der verschiedenen Zerfallsketten lassen sich die folgenden Verzweigungsverhältnisse bestimmen:

$$\begin{aligned}
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to f_0(1370)\pi^-\,\mathrm{p}\to\sigma\sigma\pi^-\,\mathrm{p}\to 4\pi^0\pi^-\,\mathrm{p}) &= 100\cdot 10^{-4}\\
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to f_0(1370)\pi^-\,\mathrm{p}\to\sigma\sigma\pi^-\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) &= 130\cdot 10^{-4}\\
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to f_0(1370)\pi^-\,\mathrm{p}\to\rho^+\rho^-\pi^-\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) &= 260\cdot 10^{-4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to f_0(1500)\pi^-\,\mathrm{p}\to\sigma\sigma\pi^-\,\mathrm{p}\to 4\pi^0\pi^-\,\mathrm{p}) &= 8\cdot 10^{-4}\\
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to f_0(1500)\pi^-\,\mathrm{p}\to\sigma\sigma\pi^-\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) &= 13\cdot 10^{-4}\\
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to f_0(1500)\pi^-\,\mathrm{p}\to\pi^*\pi\pi^-\,\mathrm{p}\to\rho\pi\pi\pi^-\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) &= 12\cdot 10^{-4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\rho'(1450)\pi\,\mathrm{p}\to\rho\sigma\pi\,\mathrm{p}\to 4\pi^0\pi^-\,\mathrm{p}) &= 0.7\cdot 10^{-4}\\
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\rho'(1450)\pi\,\mathrm{p}\to\rho\sigma\pi\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) &= 13\cdot 10^{-4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\rho'(1700)\pi\,\mathrm{p}\to a_1\pi\pi\,\mathrm{p}\to\rho\pi\pi\pi\,\mathrm{p}\to 4\pi^0\pi^-\,\mathrm{p}) &= 0.9\cdot 10^{-4}\\
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\rho'(1700)\pi\,\mathrm{p}\to a_1\pi\pi\,\mathrm{p}\to\rho\pi\pi\pi\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) &= 11\cdot 10^{-4}\\
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\rho'(1700)\pi\,\mathrm{p}\to h_1\pi\pi\,\mathrm{p}\to\rho\pi\pi\pi\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) &= 24\cdot 10^{-4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^*(1300)\sigma\,\mathrm{p}\to\rho\ \pi\pi\pi\,\mathrm{p}\to 4\pi^0\pi^-\,\mathrm{p}) &= 9\cdot 10^{-4}\\
\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^*(1300)\sigma\,\mathrm{p}\to\rho\ \pi\pi\pi\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) &= 32\cdot 10^{-4}
\end{aligned}$$

$$\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^*(1300)\rho\,\mathrm{p}\to\rho\ \pi\pi\pi\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) = 32\cdot 10^{-4}$$

$$\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to a_1(1260)\rho\,\mathrm{p}\to\rho\ \pi\pi\pi\,\mathrm{p}\to \pi^+2\pi^-2\pi^0\,\mathrm{p}) = 66\cdot 10^{-4}$$

Alle oben und auch im folgenden Abschnitt berechneten Verzweigungsverhältnisse ergeben sich aus Anpassungen, bei denen identische Parameter für die Resonanzen verwendet wurden. Für das $f_0(1370)$ sind dies m=1385 MeV, Γ=270 MeV, für das $f_0(1500)$ m=1490 MeV, Γ=130 MeV und für das $\pi^*(1300)$ m=1370 MeV, Γ=205 MeV. Die Massen und Breiten aller anderen Resonanzen entsprechen den PDG–Werten [8]. Aufgrund der oben erläuterten Problematik wurden für die angegebenen Verzweigungsverhältnisse keine Fehler angegeben. Hat die durchgeführte Näherung ihre Gültigkeit, so liegen diese im Bereich zwischen 20 und 30%. Angemerkt sei an dieser Stelle ebenfalls, daß die Berechnung von Verzweigungsverhältnissen an sich nicht unproblematisch ist: Interferenzen innerhalb der Zerfallskanäle eines Mesons und Interferenzen zwischen den Pionen aus dem Zerfall einer Resonanz mit den Rückstoßpion können das Ergebnis wesentlich beeinflussen. Zudem werden Verweigungsverhältnisse häufig auf unterschiedliche Art und Weise berechnet. So werden z.B. teilweise die Interferenzen mit dem Rückstoßteilchen berücksichtigt oder auch nicht. Ebenso kann man das Verzweigungverhältnis einer Einzelamplitude auf die Gesamtamplitude einschließlich aller Interferenz normieren oder nur auf die Summe der Einzelamplitudenbetragsquadrate. Die hier angegebenen Verzweigungsverhältnisse wurden über die Beziehung

$$\frac{\mathrm{BR}(X_I)}{\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{N}\to 5\pi)} = \frac{|A_{X_I}|^2}{\sum_{i=1}^{n}|A_i|^2}$$

berechnet. Die Größen A entsprechen hierbei jeweils der Gesamtamplitude der betrachteten Zerfallskette. In A_{X_I} gehen hierbei die Interferenzen mit den Rückstoßpion nicht ein. Die auftretende Kombinatorik wurde nur mittels eines entsprechenden multiplikativen Faktors berücksichtigt. Der Nenner enthält die Summe der Amplitudenquadrate. Diese enthält die Interferenzen mit dem Spektatorteilchen, nicht aber die der verschiedenen Amplituden untereinander.

Für das Verhältnis zweier identischer Zerfallsketten, die in zwei unterschiedlichen Endzuständen gemessen wurden, wie z.B.

$$\frac{\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to f_0(1370)\pi^-\to\sigma\sigma\pi^-\to\pi^+2\pi^-2\pi^0)}{\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to f_0(1370)\pi^-\to\sigma\sigma\pi^-\to 4\pi^0\pi^-)} \quad = \quad \frac{130\cdot 10^{-4}}{100\cdot 10^{-4}} = 1.3$$

erwartet man zunächst einmal naiv dieses Verhältnis direkt aus den Isospin–Clesch–Gordan Koeffizienten ablesen zu können. Für das Beispiel wäre dann entsprechend der dargestellten Isospin–Clebsch–Gordan–Zerlegung ein Verhältnis von 4:1 zu erwarten:

$$\begin{aligned}\bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}\to f_0(1370)\pi^-\to\sigma\sigma\to 5\pi = \tfrac{1}{3}\cdot[&\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^- - \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^- + \pi^+\pi^-\pi^-\pi^+\pi^- -\\ &\pi^0\pi^0\pi^+\pi^-\pi^- + \pi^0\pi^0\pi^0\pi^0\pi^- - \pi^0\pi^0\pi^-\pi^+\pi^- +\\ &\pi^-\pi^+\pi^+\pi^-\pi^- - \pi^-\pi^+\pi^0\pi^0\pi^- + \pi^-\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\ ]\end{aligned}$$

Vergleicht man das Verhältnis von 4:1 mit dem gemessenen Wert, so zeigt sich, daß die Verhältnisse komplizierter sind. Dies wird durch die auftretenden Interferenzen in den Subzerfällen bedingt, die im obigen Beispiel das Verhältnis erheblich reduzieren. Je weniger Interferenzen in den Subzerfällen einer Resonanz auftreten, desto mehr nähert sich das Verhältnis der Verzweigungsverhältnisse dem sich aus den Quadraten der jeweiligen Isospin–Koeffizienten ergebendem Wert.

Betrachtet man z.B. die $\pi^*[\to\rho\pi]\sigma$–Amplitude, so ist das π^* sowohl im $\pi^-4\pi^0$– wie auch im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Endzustand negativ geladen. Im $\pi^-4\pi^0$–Endzustand gibt es zwei mögliche Anordnungen der unterschiedlich geladenen Pionen im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Endzustand sechs.

Das Verhältnis

$$\frac{\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^*\sigma\to\rho\pi\pi\to\pi^+2\pi^-2\pi^0)}{\mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^*\sigma\to\rho\pi\pi\to 4\pi^0\pi^-)} \quad = \quad \frac{32\cdot 10^{-4}}{9\cdot 10^{-4}} = 3.6$$

entspricht schon wesentlich besser dem Faktor von 3:1, der sich aus quadrierten Isospinfaktoren ergibt. Dies kann daran liegen, daß das gemeinsam mit einem σ produzierte π^* im Gegensatz zum f_0 nur in eine und nicht in zwei Resonanzen zerfällt, die im Anschluß daran wiederum zerfallen, und somit weniger Interferenzen auftreten.

Betonen möchte ich an dieser Stelle, daß natürlich auf der Ebene der Amplitudenberechnung die Isospinsymmetrie zwischen den verschiedenen geladenen Kombinationen der zerfallenden Teilchen strikt erhalten ist (Abschnitt 6.4.2). Die erläuterte Problematik tritt erst im Vergleich von Verzweigungsverhältnissen von sukzessiv über mehrere Schritte zerfallende Resonanzen auf.

Vergleicht man das Verzweigungsverhältnis für $f_0(1370)\to\sigma\sigma\to\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ mit dem für $f_0(1370)\to\rho\rho\to\pi^+\pi^0\pi^-\pi^0$, so fällt auf, daß das zweite trotz des kleineren zur Verfügung stehenden Phasenraumes um einen Faktor von ca. zwei größer ist. Dies zeigt, daß das $f_0(1370)$ stark an $\rho\rho$ koppelt. Das $f_0(1500)$ zerfällt hingegen mit fast identischen Verzweigungsverhältnissen über $\sigma\sigma$ und $\pi^*\pi$ nach $\pi^+\pi^-2\pi^0$. Der Zerfall nach $\rho\rho$ ist unterdrückt.

$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow 5\pi^0$

In der $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$–Annihilation tritt die durch das zusätzliche Nukleon erzeugte Problematik nicht auf. Hier ist es möglich, die Verzweigungsverhältnisse ohne einschränkende Näherung aus dem globalen Verzweigungsverhältnis $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow 5\pi^0$, sowie dem prozentualen Anteil der Einzelresonanzen an der Beschreibung des Datensatzes zu bestimmen. Die grundsätzliche Schwierigkeit, daß bei interferierenden Amplituden für Einzelreaktionen nur schwer Verzweigungsverhältnisse zu definieren sind, bleibt natürlich bestehen.

Zur Bestimmung des Verzweigungsverhältnisses werden, wie schon zuvor diskutiert, die Ergebnisse von Fit 3 bzw. 3a (Tab. 6.16) verwendet. Daraus ergeben sich die folgenden Werte für die verschiedenen Verzweigungsverhältnisse:

$$\begin{aligned} \mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1370)\pi^0\rightarrow\sigma\sigma\pi^0\rightarrow 5\pi^0) &= (27\pm 6)\cdot 10^{-4} \\ \mathrm{BR}(\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1500)\pi^0\rightarrow\sigma\sigma\pi^0\rightarrow 5\pi^0) &= (1.5-5.5)\cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

Die Fehler wurden aus den Ergebnissen verschiedener Anpassungen abgeschätzt.

Tab. 6.18 zeigt im Vergleich zu den hier bestimmten Verzweigungsverhältnissen die in anderen Endzuständen gemessenen Verzweigungsverhältnisse für die beiden skalaren Resonanzen.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1370)\pi^0\rightarrow\sigma\sigma\,\pi^0\rightarrow 5\pi^0$	27±6				
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1370)\pi^0\rightarrow\pi^0\pi^0\,\pi^0$				6.4±2.4	
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1370)\pi^0\rightarrow\eta\eta\,\pi^0$				0.36±0.22	
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1370)\pi^0\rightarrow\mathrm{K}\bar{\mathrm{K}}\,\pi^0$		7.0 - 18.8			
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1500)\pi^0\rightarrow\sigma\sigma\,\pi^0\rightarrow 5\pi^0$	1.5 - 5.5	8.4± 2			
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1500)\pi^0\rightarrow\pi^0\pi^0\,\pi^0$		8.1±2.8	12.7±3.3	8.2±0.9	
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1500)\pi^0\rightarrow\eta\eta\,\pi^0$			6.0±1.7	1.91±0.24	
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1500)\pi^0\rightarrow\eta\eta'\,\pi^0$		1.6±0.4		1.61±0.06	
$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}\rightarrow f_0(1500)\pi^0\rightarrow\mathrm{K}\bar{\mathrm{K}}\,\pi^0$		3.9 - 7.7			4.52±0.6

Tabelle 6.18: *Gemessene Verzweigungsverhältnisse für die skalaren Resonanzen in der $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$-Annihilation. Jede der angegebenen Zahlen ist mit einem Faktor 10^{-4} zu multiplizieren. (1): Ergebnisse der vorliegenden Analyse, (2): Ergebnisse aus Analysen verschiedener Crystal–Barrel–Datensätze [54], [63], [68], [69]. (3): Gekoppelte Analyse des $3\pi^0$–, $2\pi^0\eta$– und $\pi^0 2\eta$–Crystal–Barrel–Datensatzes [64], (4): Gekoppelte Analyse von D.Bugg [12], (5): Aus der Analyse des $K_sK^\pm\pi^\pm$–Datesatzes [70] abgeleitet.*

Auffällig ist hierbei, daß der $4\pi^0$–Zerfallsmode des $f_0(1370)$ gegenüber allen bisher gemessenen Zerfallsmoden eindeutig dominiert.

Relativ zum $\pi^0\pi^0$–Zerfallsmode ergibt sich:

$$\frac{BR(f_0(1370)\to\sigma\sigma\to 4\pi^0)}{BR(f_0(1370)\to\pi^0\pi^0)} = 4.2 \pm 1.8$$

Bedenkt man nun zusätzlich den starken Zerfall des Teilchens nach $\rho\rho$, der im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Endzustand nachgewiesen wurde, so wird deutlich, daß alle bisher untersuchten Zerfallskanäle des $f_0(1370)$ gegenüber dem 4π–Zerfallsmode relativ klein sind.

Das aus der vorliegenden Analyse gewonnene Verzweigungsverhältnis für $f_0(1500)\to\sigma\sigma\to 4\pi^0$ unterscheidet sich etwas vom Ergebnis der früheren Analyse. In der vorliegenden Arbeit wird der $5\pi^0$–Datensatz konsistent zum $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}\to\pi^-4\pi^0$– und $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{n}\to\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datesatz im wesentlichen durch zwei skalare Zustände, das $f_0(1500)$ und ein schmales $f_0(1370)$ beschrieben, in der früheren Analyse spielte eine direkte $\pi^*\sigma$–Amplitude sowie der $\pi^*\pi$–Zerfall des $f_0(1500)$ eine wichtige Rolle. Die beste Beschreibung der Daten wurde damals durch ein $f_0(1500)$ mit einer Breite von 170 MeV und eine sehr breite skalare Resonanz (f_0(400-1200)) erreicht. Die zusätzliche aus der Analyse des $\pi^-4\pi^0$– und des $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatzes stammende Information, daß der $\pi^*\to\sigma\pi$–Zerfall relativ klein ist, schließt jedoch eine Lösung mit starken Beiträge von Amplituden aus, die einen $\pi^*\to\sigma\pi$–Zerfall enthalten. Damit ändert sich die Beschreibung des Datensatzes grundsätzlich. Dies hat dann natürlich nicht nur andere Massen und Breiten der Resonanzen zur Folge, sondern auch deren Beiträge zur Beschreibung des Datensatzes ändern sich.

Kapitel 7

Ergebnisse und Diskussion

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der vorliegenden Analyse bezüglich der verschiedenen Resonanzen diskutiert und mit Ergebnissen anderer Experimente sowie mit theoretischen Vorhersagen verglichen.

7.1 Das $\pi^*(1300)$

In der Analyse des $\pi^-4\pi^0$– und des $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatzes wurde ein dominant nach $\rho\pi$ zerfallendes $\pi^*(1300)$ beobachtet. Der $\sigma\pi$–Zerfall liegt im Bereich von weniger als 15%. Für die Masse und Breite der Resonanz ergeben sich die folgenden Werte:

$$m = 1370 \pm 25\,\text{MeV} \quad , \qquad \Gamma = 230^{+80}_{-60}\,\text{MeV} \tag{7.1}$$

Die angegebenen Fehler berücksichtigen hierbei die durch die Anpassung bedingte Unsicherheit, die Schwankungen in Masse und Breite innerhalb eines 3σ–Bereichs um das vom Fit gefundene Minimum sowie die Abhängigkeiten von den Parametern des $f_0(1500)$. In die Bestimmung der Masse und Breite und in die Abschätzung der Fehler gehen sowohl die Ergebnisse der Analyse des $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^-4\pi^0\mathrm{p}_{\mathrm{spectator}}$– als auch die des $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d}\to\pi^+2\pi^-2\pi^0\mathrm{p}_{\mathrm{spectator}}$–Datensatzes ein.

Die in dieser Arbeit für das $\pi^*(1300)$ gefundenen Ergebnisse entsprechen zwar recht gut theoretischen Vorhersagen [14][16] sind aber im Widerspruch zu verschiedenen früheren Messungen, die in Tab. 7.1 zusammengefaßt sind. Betrachtet man die bei anderen Experimenten gemessenen Massen und Breiten für das $\pi^*(1300)$ so fällt auf, daß diese einen weiten Bereich abdecken und untereinander nicht konsistent sind. Diese Ergebnisse werden im folgenden anhand von Messung (2) und (3) diskutiert.

Abb. 7.1a,b und 7.1c,d zeigen die zu den beiden Messungen gehörenden Daten. In Abb. 7.1a,b ist trotz der großen Fehler eine deutliche Resonanzstruktur sichtbar, die sich durch eine Breit–Wigner–Amplitude mit einer Masse von 1342 MeV und einer Breite von 220 MeV beschreiben läßt. Zwar stimmen die Masse und Breite recht gut mit den in der vorliegenden Analyse gefundenen Werten überein, aber das Maximum wurde in der $\varepsilon\pi$–Welle beobachtet. Diese entspricht einem $\sigma\pi$–Zerfall des Teilchens, der entsprechend der vorliegenden Analyse kleiner als 15% sein sollte.

	Masse [MeV]	Breite [MeV]	Zerfallsmoden	gemessener Prozeß	Referenz	
1	≈ 1400	≈ 600		$\pi^- p$	C. Daum et al. [72]	1981
2	1342 ± 20	220 ± 70	$\varepsilon\pi$	$\pi^- p \to p 3\pi$	M. Bonesini et al. [73]	1981
3	1240 ± 30	360 ± 120	$\varepsilon\pi$	$\pi^- A \to A 3\pi$	G. Bellini et al. [74]	1982
4	1190 ± 30	440 ± 80	$\varepsilon\pi$	$\pi^+ A \to A 3\pi$	M. Zielinski et al. [75]	1984

Tabelle 7.1: *Bisherige Messungen zum $\pi^*(1300)$, wobei ε entweder eine $(\pi\pi)$–S–Wellen–Resonanz mit fester Masse und Breite oder eine aus dem Fit von Streudaten stammende Parametrisierung der $(\pi\pi)$–S–Welle darstellt.*

Abbildung 7.1: *a),b) Ergebnisse der Messung 2 [73]: Massenabhängigkeit der $\varepsilon\pi$–Welle ($0^- S0^+$). ε entspricht hier einer Parametrisierung der $\pi\pi$–Streudaten [76]. Die durchgezogene Linie zeigt einen Fit mit einem relativistischen Breit-Wigner m=1342 MeV, Γ=220 MeV. Als Untergrundbeschreibung wurden ein Polynom zweiter Ordnung verwandt. a) $0.2 \leq -t \leq 0.3$ GeV^2, b) $0.3 \leq -t \leq 0.4$ GeV^2. c),d) Ergebnisse von Messung 3 [74]: Massenabhängigkeit der c) $0^- S$ ($\varepsilon\pi$)– d) $0^- P$ ($\rho\pi$)–Welle. Die verschiedenen Symbole entsprechen unterschiedlichen Parametrisierungen der $\pi\pi$–S–Welle.*

Abb. 7.1c zeigt ebenfalls ein sehr auffällige Peakstruktur in der $\varepsilon\pi$-Welle. Allerdings liegt das Maximum der Verteilung verglichen mit Messung (2) deutlich tiefer, und die Breite der Resonanz ist größer. Die in Abb. 7.1d dargestellte $\rho\pi$–Welle weist in der Massenregion zwischen 1.2 und 1.4 GeV ebenfalls ein Maximum auf, dessen Lage sich verschiebt, je nachdem ob ε einer Parametrisierung der $\pi^0\pi^0$ oder $\pi^+\pi^-$–Streudaten oder mit Resonanz-Parametrisierung (m=770 MeV, Γ=400 MeV) entspricht. Dieses Maximum wird in der Veröffentlichung nicht als Resonanzaktivität interpretiert. Ein Vergleich der beiden Messungen (Tab. 7.1) zeigt, daß sich die beobachteten Strukturen deutlich voneinander unterscheiden, obwohl sie eigentlich die gleiche Physik zeigen sollten.

Dies könnte mit dem sogenannten Deck-Effekt [79] im Zusammenhang stehen, der bei der Pion-Streuung an Kernen oder Nukleonen auftritt. Dabei dissoziiert ein Pion in ein Rho-Meson und ein Pion, welches dann diffraktiv am Kern oder Nukleon streut und somit Untergrund produziert (Abb. 7.2).

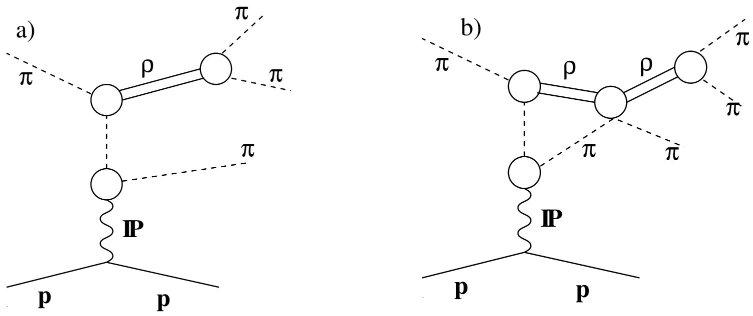

Abbildung 7.2: *a) Ein–Pion–Austausch–Deck–Mechanismus, b) Ein–Pion–Austausch–Deck–Mechanismus mit Rückstreuung [79], (Abb. aus [54]).*

Die Experimente der 80er Jahre waren jedoch überzeugt davon, den durch den Deck-Effekt erzeugten Untergrund verstanden zu haben und ihn in ihren Analysen richtig zu berücksichtigen. Nicht zu verstehen sind dann allerdings die großen Unterschiede in den entsprechenden Messungen (Abb. 7.1).

Bei neueren Messungen, die sich durch ein Vielfaches an Statistik auszeichen, ist man indessen längst nicht mehr so sicher, den Untergrund wirklich verstanden zu haben. Es wurden sogar Widersprüche zwischen den theoretischen Berechnungen des durch den Deck-Effekt erzeugten Untergrunds und den gemessenen Daten beobachtet [77]. So interpretiert z.B. die VES-Kollaboration nur den zweiten in der 3π–invarianten Masse auftretenden Peak, das $\pi(1800)$ (Abb. 7.3a). Der erste wird nur mit der Bemerkung kommentiert, daß dieser früher häufig als $\pi^*(1300)$ interpretiert worden sei. Die VES–Kollaboration selbst ist sich jedoch erst in den höheren Massenregionen sicher, den durch den Deck–Effekt erzeugten Untergrund zu verstehen. Im Bereich des $\pi^*(1800)$ sollte dieser, entsprechend Abb. 7.3b, zu vernachlässigen sein. Die Masse und Breite eines π^* kleinerer Masse wäre hingegen extrem empfindlich auf die Form des durch den Deck-Effekt erzeugten Untergrunds, der in diesem Bereich einen deutlichen Beitrag liefert. Das Maximum des berechneten Untergrunds liegt dabei genau in dem Bereich der (3π)–invarianten Massen, in dem man das $\pi^*(1300)$ erwarten würde. Auch wenn die früheren Experimente gegenteiliger Meinung waren, ist anzunehmen, daß der durch den Deck-Effekt erzeugte Untergrund die großen Unterschiede in den an verschiedenartigen Targets durchgeführten Messungen bedingt. Eine derartige Problematik tritt in der Antiproton–Nukleon–Annihilation nicht auf. Demzufolge ist sie den oben beschriebenen Messungen in den Bereichen überlegen, in denen großer Untergrundbeiträge durch den Deck-Effekt zu erwarten sind.

Betrachtet man theoretische Vorhersagen, so wird für das $\pi^*(1300)$ als Radialanregung des π–Mesons ein starker $\rho\pi$–Zerfallsmode erwartet [16]. Die berechnete $\rho\pi$–Partialbreite beträgt 209 MeV. Allerdings muß angemerkt werden, daß es bisher noch nicht gelungen ist, die $(\pi\pi)$–S–Welle mit in die Berechnungen einzubeziehen. Demzufolge konnte bisher auch noch

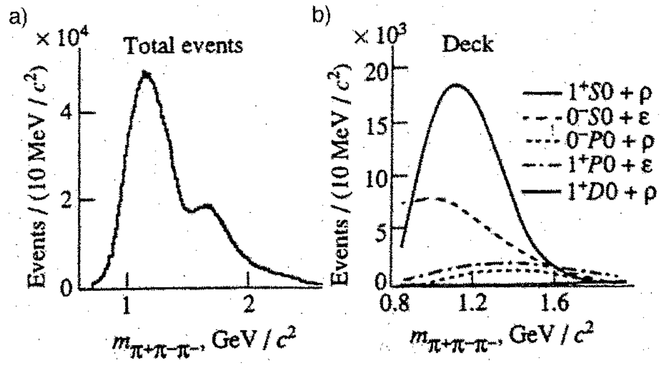

Abbildung 7.3: a) *Effektive 3–Pion–Massenverteilung (Akzeptanz korrigiert). [77], b) Vorhersagen des Deck-Modells für einige Partialwellen. Obwohl sich diese Messung verglichen mit den Messungen der 80er Jahren durch eine große Statistik auszeichnet, wird von der VES-Kollaboration nur der zweite Peak im Massenspektrum als Resonanz interpretiert. Der berechnete über den Deck-Mechanismus erzeugte Untergrund steht in gewissen Massenbereichen im Widerspruch zu den Daten, weshalb er als noch nicht verstanden eingeordnet werden muß.*

keine $\sigma\pi$–Partialbreite berechnet werden. Die $\rho\pi$–Breite wird dann entsprechend mit der Gesamtbreite gleichgesetzt.

Ist der $\sigma\pi$–Zerfall klein oder gar zu vernachlaßsigen, wie es sich aus der hier vorliegenden Analyse ergibt, so entspricht die $\rho\pi$–Partialbreite tatsächlich annähernd der Gesamtbreite. Vergleicht man nun das Ergebnis der Analyse $\Gamma = 230^{+80}_{-60}$ MeV mit der theoretischen Vorhersage von Γ=209 MeV, so stimmen diese sehr gut miteinander überein.

In der vorliegenden Arbeit wurde somit zum ersten Mal der von theoretischer Seite für eine Radialanregung des Pions erwartete starke Zerfall nach $\rho\pi$ beobachtet. Zuvor wurde entweder daran gezweifelt, daß es sich beim $\pi^*(1300)$ um die Radialanregung des Pions handelt, oder daran, daß man das Spektrum der pseudoskalaren Resonanzen verstanden hat.

In der Gruppe von B.Metsch und H.Petry wurden mittels relativistischer Bethe–Salpeter–Amplituden und unter Berücksichtigung der t'Hooft Kraft Massenspektren von Resonanzen der verschiedensten Quantenzahlen berechnet [14]. Diese berechneten Massen entsprechen in weiten Bereichen gut den gemessenen Werten, was für die Güte des Modells spricht. Die für das $\pi^*(1300)$ berechnete Masse liegt bei 1357 MeV und stimmt ebenfalls gut mit der in dieser Analyse bestimmten Masse von m=1370±25 MeV überein.

7.2 Die skalaren Resonanzen

In der vorliegenden Analyse wurde gezeigt, daß sowohl der $\bar{p}p \to 5\pi^0$– als auch der $\bar{p}n \to \pi^-4\pi^0$– und $\bar{p}n \to \pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz durch skalare (4π)–Resonanzen dominiert werden. Die Struktur der skalaren Intensität ist dabei wesentlich komplizierter als man bis ins Jahr 1994 angenommen hatte (Abschnitt 6.1, [51][52][48]). Die Notwendigkeit, zwei skalare Zustände zur Beschreibung eines 5–Pion–Endzustandes einzuführen wurde erstmals in der früheren Analyse des Crystal–Barrel–Datensatzes $\bar{p}p \to 5\pi^0$ erkannt. Allerdings erwies sich die Beschreibung des Datensatzes durch eine $\pi^*\sigma$–Amplitude, ein sehr breites $f_0(1300)[\to\sigma\sigma]$, das $f_0(1500)[\to\sigma\sigma, \pi^*\pi]$ und ein $f_0(1750)[\to\sigma\sigma, \pi^*\pi]$ in der vorliegenden Arbeit als nicht gerechtfertigt. Wenn der $\pi^* \to \sigma\pi$–Zerfall relativ klein ist, dann können weder ein $\pi^*\pi$–Zerfall der skalaren Mesonen noch eine $\pi^*\sigma$–Amplitude wesentlich zur Beschreibung des $5\pi^0$–Datensatzes beitragen. In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, daß der $\bar{p}p \to 5\pi^0$–Datensatz auch sehr gut beschrieben werden kann, wenn man auf Amplituden welche ein π^* enthalten gänzlich verzichtet. Die frühere $5\pi^0$–Analyse wird am Ende des Abschnitts nochmals etwas ausführlicher diskutiert.

In dieser Arbeit wurde gezeigt, daß sich der $\bar{p}p \to 5\pi^0$-, der $\bar{p}n \to \pi^- 4\pi^0$- und der $\bar{p}n \to \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$-Datensatz konsistent durch zwei skalare Zustände beschreiben lassen, ein schmales $f_0(1370)$ und das $f_0(1500)$. Ein zusätzlich eingeführter dritter Zustand, das $f_0(1750)$, verbessert die Beschreibung im Bereich hoher 4π–invarianter Massen. Da er jedoch außerhalb des bei der Annihilation in Ruhe erlaubten Phasenraums liegt, ist es nicht möglich, seine Masse und Breite zu extrahieren. Ebensowenig kann die vorliegende Analyse die Existenz des $f_0(1750)$ beweisen, auch wenn es die Beschreibung der Daten positiv beeinflußt. Dies sollte mittels der Analyse von "im Fluge"–Daten möglich sein. Hier wird durch den größeren Eingangsimpuls der Antiprotonen (bis zu 1940 MeV/c bei Verlassen des LEAR-Vakuums) eine Erweiterung des zur Verfügung stehenden Phasenraums erreicht.

Die Anpassungen an den $\pi^- 4\pi^0$–Datensatz, der sich durch die größte Sensitivität auf die skalare Zustände auszeichnet, ergeben die folgenden Massen und Breiten für skalaren Resonanzen:

$$\begin{aligned} m &= 1385 \pm 35\,\mathrm{MeV} \quad , \qquad \Gamma = 270 \pm 65\,\mathrm{MeV} \\ m &= 1490 \pm 30\,\mathrm{MeV} \quad , \qquad \Gamma = 130^{+70}_{-30}\,\mathrm{MeV} \end{aligned}$$

Mittels dieser Werte ist es möglich, die drei Datensätze konsistent zu beschreiben. Eine konsistente Beschreibung der drei Datensätze durch ein $f_0(1500)$ und ein breites $f_0(1370)$ mit $\Gamma \gtrsim 600\,\mathrm{MeV}$ existiert nicht.

Für die Resonanzen wurden die folgenden Zerfallsmoden beobachtet:

- $\mathrm{f}_0(1370)$: $\rho\rho$, $\sigma\sigma$

  Das Verzweigungsverhältnis für $f_0(1370) \to \rho\rho \to \pi^+\pi^0\pi^-\pi^0$ ist dabei um etwa einen Faktor zwei größer das das Verzweigungsverhältnis für $f_0(1370) \to \sigma\sigma \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$.

- $\mathrm{f}_0(1500)$: $\sigma\sigma$, $\pi^*(1300)[\to \rho\pi]\pi$

  Die im $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$–Datensatz gemessenen Verzweigungsverhältnisse für die beiden Zerfallsmoden haben in etwa die gleiche Größe.

Der stärkste Zerfallsmode des eingeführten $f_0(1750)$ ist $\pi^*\pi$. Dieser wird neben dem $\sigma\sigma$–Zerfall auch von BES [67] als wichtiger Zerfallsmode des $f_0(1750)$ angegeben.

In der vorliegenden Analyse wurde zum ersten Mal zweifelsfrei nachgewiesen, daß es sich beim $f_0(1370)$ tatsächlich um eine schmale Resonanz handelt, die dominant in vier Pionen zerfällt und nicht mit einem breiten $f_0(400$–$1200)$ gleichzusetzen ist. Im Gegensatz zu den meisten anderen Analysen ($\bar{p}p \to 3\pi^0$, $\bar{p}p \to 2\pi^0\eta$, $\bar{p}p \to \pi^0 2\eta$ [34][9][68]) existiert hier keine weitere Beschreibung der Daten, die es erlaubt, das $f_0(1370)$ durch einen breiten Zustand zu ersetzen.

Somit gibt es im isoskalaren Bereich der 0^{++}–Mesonen auf jeden Fall drei Resonanzen, welche es zu erklären gilt: Das $f_0(980)$, das $f_0(1370)$, und das $f_0(1500)$. Hinzu kommen das breite $f_0(400–1200)$, sowie möglicherweise ein $f_0(1750)$ Wie bereits in Abbschnitt 2.7 erläutert, finden diese Resonanzen nicht alle Platz im skalaren Nonett. Bevor jedoch verschiedene Interpretationsmöglichkeiten der skalaren Mesonen diskutiert werden, wird im folgenden zunächst noch einmal auf die frühere Analyses des $\bar{p}p \to 5\pi^0$–Datensatzes eingegangen. Ziel ist es hierbei zu verstehen wie es damals zu der, wie wir jetzt wissen, falschen Beschreibung der Daten kommen konnte.

In der früheren $\bar{p}p \to 5\pi^0$–Analyse wurde zusätzlich zu dem $\sigma\sigma$–Zerfall der skalaren Resonanzen auch ein $\pi^*\pi$–Zerfall erlaubt und außerdem eine direkte $\pi^*\sigma$–Amplitude eingeführt. Die beste Beschreibung der Daten wurde dabei durch den in Tab. 7.2 zusammengefaßten Fit erreicht.

π^*			$f_0(1300)\pi$				$f_0(1500)\pi$				$f_0(1750)\pi$	
m	Γ	$\sigma\pi^*$	m	Γ	$\sigma\sigma$	$\pi\pi^*$	m	Γ	$\sigma\sigma$	$\pi\pi^*$	$\sigma\sigma$	$\pi\pi^*$
1114	340	8%	1250	1168	64%	0%	1505	169	12%	9%	0%	3%

Tabelle 7.2: *Resultate der früheren Anpassung an den $5\pi^0$-Endzustand [54]. Die angegebenen prozentualen Beiträge der verschiedenen Amplituden zur Beschreibung der Daten berücksichtigen auch die Interferenz mit den Spektatorteilchen. Auffällig ist die kleine Masse und relativ große Breite des π^*(1300) sowie die große Breite des f_0(1300). Dieser Zustand würde im PDG [8] dem f_0(400-1200) entsprechen.*

Sowohl die direkte $\pi^*\sigma$–Amplitude als auch der $\pi^*\pi$–Zerfall der skalaren Resonanzen tragen stark zur Beschreibung der Daten bei. Ein in der Analyse auftretendens Problem war, daß sich die relative Stärke der beiden Zerfallsmoden des $f_0(1500)$ nicht festgelegen ließ. Bei Anpassungen mit nahezu gleichem $\ln(\mathcal{L})$ schwankte diese stark.

Dank der zusätzlichen Information aus dem $\pi^-4\pi^0$– und dem $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Endzustand, die aufgrund der geladenen Pionen nicht nur auf den $\sigma\pi$– sondern auch auf den $\rho\pi$–Zerfall des π^*'s sensitiv sind, konnte in der vorliegenden Analyse gezeigt werden, daß Beiträge von Amplituden welche einen $\sigma\pi$–Zerfall des $\pi^*(1300)$ enthalten, vernachlässigbar sind. Demzufolge kann im $5\pi^0$–Enzustand weder eine direkte $\pi^*\sigma$–Amplitude noch ein $\pi^*\pi$–Zerfall der skalaren Resonanzen einen nicht vernachlässigbaren Beitrag liefern. Dies erklärt ebenfalls, weshalb das Verhältnis zwischen $\sigma\sigma$– und $\pi^*\pi$–Zerfall für das $f_0(1500)$ in der früheren Analyse nicht festgelegt werden konnte. Weshalb die Einführung π^*–Amplituden zu einer Verbesserung im $\ln(\mathcal{L})$ geführt hat, wird im folgenden kurz erläutert.

Sowohl die $\bar{p}p \to f_0\pi \to \sigma\sigma\pi$– und $\bar{p}p \to f_0\pi \to \pi^*\pi\pi \to \sigma\pi\pi\pi$– als auch die $\pi^*\sigma \to \sigma\pi\pi\pi$–Amplitude haben eine flache Winkelverteilung. Da das π^* zudem relativ breit ist (Tab. 7.2) und eine kleine Masse hat, unterscheiden sich die Amplituden für die beiden Zerfallsmoden des f_0's sowie auch die $\pi^*\sigma$–Amplitude kaum. Die kleinen Unterschiede zwischen den einander ohnehin schon sehr ähnlichen Amplituden werden zudem noch durch die große Kombinatorik des Endzustands verwischt. Durch das Einführen der zusätzlichen π^*–Amplituden erhöht sich jedoch Zahl der freien Parameter, und zudem erlauben die hinzugekommen Phasen weitere

Interferenzen. Dies führte vermutlich zu der beobachteten Verbesserung im $\ln(\mathcal{L})$. In der früheren Analyse kam man demzufolge zu dem Schluß, daß diese Amplituden signifikant zur Beschreibung der Daten beitragen. Gleichzeitig erklärt dies, weshalb das relative Verzweigungsverhältnis zwischen dem $f_0 \to \sigma\sigma$– und $f_0 \to \pi^*\pi$–Zerfall in der früheren Analyse nicht festgelegt werden konnte. Es handelt sich einfach nicht um zwei wirklich vorhandene Zerfallsmoden der Resonanz, sondern nur um zwei fast identische Amplituden, mittels derer man versucht, die Daten möglichst gut zu beschreiben. Deshalb schwanken auch die Verhältnisse stark.

Dies zeigt gleichzeitig den Vorteil einer kombinierten Analyse von mehreren Datensätzen. Hier kann man von der unterschiedlichen Sensitivität der verschiedenen Endzustände auf Resonanzen und deren Zerfallsmoden profitieren und hat zusätzlich die Möglichkeit, die in einem Datensatz gefundenen Ergebnisse anhand eines anderen Datensatzes zu überprüfen. Die oben beschriebene Ambiguität tritt z.B. im $\pi^-4\pi^0$– oder auch im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz nicht auf, da beide sowohl auf den $\sigma\pi$– als auch auf den $\rho\pi$–Zerfall der π^*'s sensitiv sind.

7.2.1 Das skalare Nonett

Nachdem die Frage nach der Existenz des $f_0(1370)$ geklärt ist, soll in diesem Kapitel die Natur der verschiedenen skalaren Mesonen sowie deren mögliche Einordnung in das skalare Nonett diskutiert werden. Wirklich eindeutig ist diese Einordnung jedoch nur für das $K_0^*(1430)$ (siehe auch Abschnitt 2.7).

Für die in Abb. 7.4 noch fehlenden isoskalaren sowie isovektoriellen Zustände stehen die folgenden Kandidaten zur Verfügung:

- $f_0(980)$, $a_0(980)$
- $f_0(1370)$, $a_0(1450)$
- $f_0(1500)$
- $f_0(400\text{-}1200)$
- $f_0(1750)$ (?)

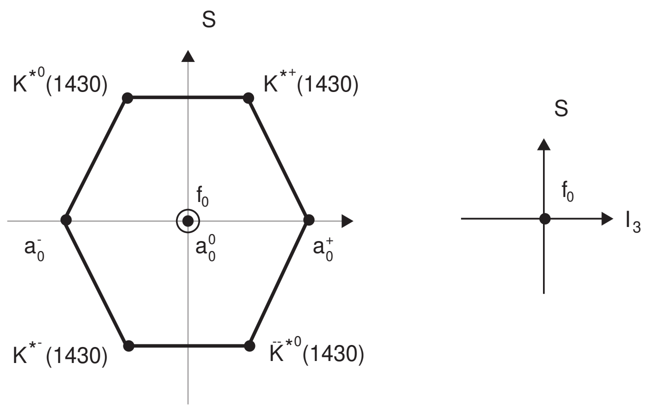

Abbildung 7.4: *Das skalare Nonett*

Die verschiedenen Kandidaten werden im folgenden zunächst in Bezug auf ihre Natur diskutiert, um somit experimentellen, sowie theoretischen Hintergrund für die Beurteilung zweier Modelle zur Einordnung der skalaren Mesonen ins Nonett zu schaffen. Diese werden am Ende des Abschnitts diskutiert.

- $f_0(980)$ und $a_0(980)$

Wahrscheinlich existieren für kein anderes Teilchen soviele verschiedene Interpretationen wie für das $f_0(980)$. Es könnte ebenso ein normales $q\bar{q}$–Meson als auch ein $q\bar{q}q\bar{q}$– oder ein $K\bar{K}$–Zustand sein, früher wurde es sogar schon als Glueball vorgeschlagen. Während eine Glueballinterpretation schon lange nicht mehr diskutiert wird, ist die Frage, ob das Teilchen ein $q\bar{q}$–, $q\bar{q}q\bar{q}$– oder ein $K\bar{K}$–Zustand ist, noch immer nicht geklärt.

Die Massenentartung des $f_0(980)$ mit dem $a_0(980)$ legt eine gleiche Natur der beiden Zustände nahe. Daß dies nicht unbedingt seine Gültigkeit haben muß, zeigt z.B. eine theoretische Berechnung, die das $f_0(980)$ als $K\bar{K}$–Molekül, das $a_0(980)$ jedoch als dynamisch erzeugten Schwelleneffekt erklärt [82].

Die Nähe der Mesonen zur $K\bar{K}$–Schwelle legt insbesondere eine Interpretation der Teilchen als $K\bar{K}$–Moleküle nahe. Ein Argument, welches diese Interpretation unterstützt, ist die kleine gemessene $\gamma\gamma$–Breite der Teilchen [83].

$$\begin{array}{ll} \gamma\gamma \to f_0(980);\, f_0(980) \to \pi\pi & 0.36\text{keV} \\ \gamma\gamma \to a_0(980);\, a_0(980) \to \pi\eta & 0.32\text{keV} \end{array}$$

Ist das $f_0(980)$ ein $q\bar{q}$–Zustand, so liegt die theoretisch berechnete 2–Photon–Breite bei 2.5 keV, ist es ein $K\bar{K}$–Molekül nur bei 0.6 keV [84]. Diese Berechnungen basieren jedoch auf dem nichtrelativistischen Quarkmodell und die obigen Ergebnisse wurden mittels Konstituenten–Quarkmassen berechnet. Im Grenzfall verschwindender Konstituenten–Quarkmassen ergibt sich ebenfalls null für die 2–Photon–Breite. Somit sind Zweifel an der Aussagekraft der theoretischen Berechnungen durchaus berechtigt.

Experimente der OPAL–Collaboration, die die Produktion von Mesonen ($f_0(980)$, $f_2(1270)$, $\phi(1020)$) in Z^0–Zerfällen untersucht haben, ergaben, daß sich das $f_0(980)$ völlig analog zu einem $q\bar{q}$–Meson verhält. Es gibt keinerlei signifikante Abweichungen der Messungen von Modellvorhersagen, die darauf basieren, daß das $f_0(980)$ ein normales $q\bar{q}$–Meson ist [85].

Die Untersuchung von radiativen Φ–Zerfällen ergab wiederum Verzweigungsverhältnisse, die konsistent mit Vorhersagen sind, die eine $q\bar{q}q\bar{q}$–Natur der beiden Mesonen voraussetzen.

$$\begin{array}{ll} \phi(1020) \to \gamma f_0(980);\, f_0(980) \to \pi\pi & (4.7 \pm 1.0) \cdot 10^{-4} \\ \phi(1020) \to \gamma a_0(980);\, a_0(980) \to \pi\eta & (1.3 \pm 0.7) \cdot 10^{-4} \end{array}$$

Eine andere Untersuchung, die Hinweise auf den Flavor–Inhalt des $f_0(980)$ gibt, sind die Zerfälle des D_s in drei Pionen. In den D_s–Zerfällen geht ein c-Quark schwach in ein s-Quark über. Demzufolge dominieren Zerfälle des Teilchens, die ein $K\bar{K}$–Paar im Endzustand enthalten. Zerfälle in Endzuständen ohne Strangeness sind hierbei selten. In diesen jedoch liefert das $f_0(980)$ den größten Beitrag. Er liegt über eine Größenordnung über dem des $f_2(1270)$ [86]. Offensichtlich dient das $f_0(980)$ hier als Verbindung zwischen dem $s\bar{s}$ des Anfangszustands und dem $(u\bar{u} + d\bar{d})$ im Endzustand [10]. Eine ähnliche Beobachtung wurde ebenfalls in J/Ψ Zerfällen nach $\phi\pi\pi$ gemacht [87]. Aufgrund des Produktionsprozesses würde man hier einen gegen das ϕ zurückstoßenden $s\bar{s}$–Zustand erwarten. Beobachtet wird aber auch hier das $f_0(980)$. Wiederum scheint es die Verbindung zwischen dem $s\bar{s}$ des Anfangszustands und dem $(u\bar{u} + d\bar{d})$ des Endzustands zu schaffen. Dies deutet sowohl auf $s\bar{s}$ als auch auf $(u\bar{u}$

+ d$\bar{\text{d}}$)–Anteile in der Wellenfunktion des $f_0(980)$ und damit auf ein nicht ideal gemischtes skalares Nonett hin, vorausgesetzt, das $f_0(980)$ ist als q$\bar{\text{q}}$–Meson zu interpretieren. Demzufolge ist eine Massenentartung zwischen $a_0(980)$ und $f_0(980)$ nicht unbedingt zu erwarten. Die nahegelegene K$\bar{\text{K}}$–Schwelle könnte jedoch einen großen Einfluß auf die Massen der Teilchen haben und so eine Massenentartung erzeugen.

Die beiden Resonanzen wurden in dieser Ausführlichkeit diskutiert, da sie, wenn es um die Einordnung der Mesonen in das skalare Nonett geht, allzu häufig ganz selbstverständlich als K$\bar{\text{K}}$–Moleküle interpretiert werden. Es gibt zwar Argumente, die dies unterstützen, aber ebenso gibt es Experimente (Z^0-Zerfälle), die auf eine q$\bar{\text{q}}$–Natur zumindest des $f_0(980)$ hinweisen. Entsprechende Untersuchungen für das $a_0(980)$ wurden leider bisher noch nicht durchgeführt. Eine Aussage, die man aufgrund der oben diskutierten Beobachtungen mit Sicherheit treffen kann ist, daß das skalare Nonett, falls es das $f_0(980)$ enthalten sollte, nicht ideal gemischt sein kann.

- $a_0(1450)$

Ist das $a_0(980)$ ein Nicht–q$\bar{\text{q}}$–Zustand so bedeutet dies direkt, daß das $a_0(1450)$ den Platz des Isovektor–Grundzustands im skalaren Nonett einnehmen könnte. Diese Teilchen wurde von der Crystal–Barrel–Kollaboration bisher in seinem Zerfall nach $\eta\pi$, $\eta'\pi$ und K$\bar{\text{K}}$ beobachtet. Seine Existenz wurde ebenfalls von der OBELIX–Kollaboration in seinem K$\bar{\text{K}}$–Zerfall bestätigt, allerdings unterscheiden sich Masse und Breite deutlich von den im Crystal–Barrel–Experiment gefundenen Werten (CB: m=1474±19, Γ=265±13 MeV, OBELIX: m=1290±10, Γ=94±12 MeV). Diese großen Unterschiede lassen die Frage aufkommen, wie vertrauenserweckend die Methoden sind mittels derer Massen und Breiten von Resonanzen aus den Daten extrahiert werden, die nicht direkt als klare Struktur in den Daten hervortreten. Da es jedoch in beiden Experimenten Evidenz für solch einen Zustand gibt soll dessen Existenz an dieser Stelle nicht in Zweifel gezogen werden. Eine Interpretation des $a_0(1450)$ als q$\bar{\text{q}}$–Zustand wird z.B. durch die Kompatibilität seiner Zerfälle mit SU(3)–Vorhersagen unterstützt [88].

- $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$

Nachdem die Existenz des $f_0(1370)$, an der immer noch Zweifel bestanden hatten (Abschnitt 2.7), mit der vorliegenden Analyse als bewiesen gelten dürfte, besteht nun ein Erklärungsbedarf für zwei skalare Mesonen, deren Massen sich um weniger als 200 MeV unterscheiden. Die Massen der beiden sind mit Sicherheit zu ähnlich, als daß sie dem gleichen Nonett angehören können. Zudem koppeln auch beide Mesonen stärker an non–strange– als an strange–Mesonen. Dies schließt aus, daß beide dem gleichen Nonett zuzuordenen sind. Dies legt nahe, eines der beiden Teilchen als einen Nicht–q$\bar{\text{q}}$–Zustand zu interpretieren. Dies wird später in Zusammenhang mit der möglichen Struktur des skalaren Nonetts nochmals diskutiert.

- f_0(400-1200)

Dieses Teilchen wurde zur Beschreibung der $\pi\pi$–S-Welle eingeführt und beschreibt hier eine sehr breite Resonanz. In einer Arbeit von B.Zou und D.Bugg wird diese sehr breite Struktur durch den Austausch von Mesonen im t–Kanal erklärt.

Interessant ist im Zusammenhang mit diesem Teilchen eine Messung der Reaktion $\pi^- p \to \pi^0 \pi^0 n$ für verschiedene Impulsüberträge (GAMS–Kollaboration). Für kleine Impulsüberträge ($|t| < 0.2\,\mathrm{GeV}^2$) wurde hierbei ein mit einem sehr starken Untergrund destruktiv interferierendes $f_0(980)$ beobachtet. Für große Impulsüberträge ($|t| > 0.3\,\mathrm{GeV}^2$) hingegen verschwindet der Untergrund und das $f_0(980)$ tritt als klare Peakstruktur hervor. Dies läßt vermuten, daß es sich bei dem Untergrund, der wahrscheinlich mit dem f_0(400-1200) gleichzusetzen ist, um eine sehr weiche Struktur handelt, möglicherweise um eine Art Pionwolke, die bei höheren Impulsüberträgen verschwindet und die Resonanzzustände deutlich hervortreten läßt.

Das f_0(400-1200) ist daher, wie auch im PDG [8] vorgeschlagen, vermutlich als Untergrundstruktur, nicht aber als s-Kanal-Resonanz zu interpretieren ist. Somit ist diese für die folgende Diskussion des skalaren Nonetts nicht weiter von Interesse.

- $f_0(1750)$

Wie schon zuvor diskutiert (Abschnitt 6.7.1) scheint es Evidenz für skalare Intensität im Bereich des $f_J(1710)$ zu geben [66][67][65]. Allerdings sind weder die Masse noch die Breite dieses Teilchens bisher eindeutig geklärt. Der von BES beobachtete Zerfall der Resonanz nach K^+K^- könnte ein Hinweis darauf sein, daß es sich hierbei um den eventuell noch im Nonett fehlenden Zustand mit einer starken $s\bar{s}$–Komponente handelt.

Im folgenden werden nun unterschiedliche Interpretationen des Mesonenspektrums diskutiert.

Das $f_0(1500)$ als Glueball (PDG'96)

In diesem Abschnitt wird zunächt die im PDG'96 [8] vorgeschlagene Einordnung der Mesonen in das skalare Nonett nochmals aufgegriffen (siehe auch Abschnitt 2.7), um dann die mit dieser Zuordnung verbundenen Probleme zu diskutieren.

Im PDG'96 werden das $a_0(980)$ und das $f_0(980)$ als $K\bar{K}$–Moleküle interpretiert, und das f_0(400-1200) als Untergrundstruktur. Ins Nonett werden das $a_0(1450)$ und das $f_0(1370)$ eingeordnet und der $s\bar{s}$–Zustand gilt als noch nicht eindeutig identifiziert. Das $f_J(1710)$ wird hierfür als möglicher Kandidat genannt. Der beoachtete K^+K^-–Zerfall weist auf eine $s\bar{s}$–Komponente in der Wellenfunktion hin. Somit erscheint diese Zuordnung vernünftig. Das $f_0(1500)$ wird in dieser Zuordnung das Glueball interpretiert. Für einen reinen Glueball würde man erwarten, daß er *flavor-blind* zerfällt. Dies bedeutet, daß sich an die Kopplungen (SU(3)) an die verschiedenen Endzustände wie folgt verhalten sollten:

$$\begin{array}{ccccccc} \pi\pi & : & \eta\eta & : & \eta\eta' & : & K\bar{K} \\ 3 & : & 1 & : & 0 & : & 4 \end{array}$$

Die Kopplung an $\eta\eta'$ ist hierbei null da die Wellenfunktionen von η und η' zueinander orthogonal sind. Aus den bei Crystal–Barrel gemessenen Verzweigungsverhältnissen ergeben sich die folgenden Kopplungen:

$$\begin{array}{ccccccc} \pi\pi & : & \eta\eta & : & \eta\eta' & : & \mathrm{K\bar{K}} \\ 3 & : & \approx 0.4 & : & \approx 1.5 & : & \approx 0.7 \end{array}$$

Dies zeigt deutlich, daß das $f_0(1500)$ nicht flavor-blind zerfällt. Die gemessenen Kopplung des $f_0(1500)$ an $\eta\eta'$ ist viel zu groß, die an $\mathrm{K\bar{K}}$ hingegen viel zu klein. Demzufolge kann es sich bei diesem Teilchen nicht um einen reinen Glueballzustand handeln. Bis zu diesem Punkt wurde allerdings auch ein wichtiger Aspekt außer acht gelassen. Ein Glueball kann wie von Amsler und Close vorgeschlagen, mit Mesonen gleicher Quantenzahlen mischen [89]. Auf die Mischung sowie auf die sich daraus ergebenden Konsequenzen für den möglichen Glueanteil des $f_0(1500)$ wird im folgenden eingegangen.

Glueball–Meson–Mischung

Bei der Analyse der gemessenen $f_0(1500)$–Zerfälle ergab sich, daß diese mit einer Interpretation des $f_0(1500)$ als reiner Glueballzustand nicht zu vereinbaren sind. Eine weitere Aussage von Close und Amsler [90] getroffene Aussage war, daß sich das Zerfallsmuster auch nicht mit den Zerfällen eines $\mathrm{q\bar{q}}$–Zustands vereinbaren läßt. Diese Aussage gilt nicht mehr strikt, seit man weiß, daß das $f_0(1500) \rightarrow \mathrm{K\bar{K}}$–Verzweigungsverhältnis größer ist als der von der Blasenkammer angegebene Grenzwert. Die beobachteten Zerfälle des $f_0(1500)$ ergeben sich, wenn im isoskalaren Sektor ein $(\mathrm{u\bar{u}} + \mathrm{d\bar{d}})$– mit einen $\mathrm{s\bar{s}}$–Zustand und einem in der Masse zwischen den beiden $\mathrm{q\bar{q}}$–Zuständen liegenden Glueball zu den physikalisch beobachteten Zuständen mischen [90]. Das $f_0(1370)$ wird dabei als ein haupsächlich aus $\mathrm{u\bar{u}}$ und $\mathrm{d\bar{d}}$ aufgebauter Zustand gedeutet und das $f_0(1500)$ besteht im wesentlichen aus Gluonen. Hinzu kommt ein dominant aus $\mathrm{s\bar{s}}$ bestehendes $f_0(1710)$.

Dies ist jedoch nicht das einzige mögliche Mischungsschema, welches die Zerfälle des $f_0(1500)$ zu erklären vermag. Von Weingarten wurde z.B. ein Schema vorgeschlagen, in dem sich der reine Glueball in der Masse oberhalb des $\mathrm{n\bar{n}}$ und $\mathrm{s\bar{s}}$–Zustands befindet. Hier ist der Glueanteil des $f_0(1710)$ größer als der des $f_0(1500)$ [91].

Unabhängig davon welche der isoskalaren Resonanzen den größten Glueanteil trägt, läßt sich das skalare Spektrum durch zwei $\mathrm{q\bar{q}}$–Resonanzen erklären, die mit einem Glueballzustand zu den drei Resonanzen $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ und $f_0(1710)$ mischen. $a_0(980)$ und $f_0(980)$ werden hierbei weiterhin als $\mathrm{K\bar{K}}$–Moleküle interpretiert.

Ein ganz andere Interpretation des skalaren Nonetts wird hingegen in [92] diskutiert.

Das $f_0(1500)$ als reiner $q\bar{q}$–Zustand

Hier sollen die Ergebnisse eines relativistischen Modells diskutiert werden, dem es gelingt mit dem gleichen Satz von Parametern nicht nur das Spekrum der pseudoskalaren Mesonen einschließlich der $\eta\eta'$–Aufspaltung zu beschreiben, sondern auch ein Massenspektrum der skalaren Mesonen zu entwerfen, welches eine sehr gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten zeigt. Zusätzlich zu einem Confinement–Potential wird in diesem Modell auch die t'Hooft–Kraft [81] berücksichtigt, die eine Mischung von $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ und $s\bar{s}$ Komponenten in der Wellenfunktion erlaubt. Durch das Einführen dieser Kraft ist es z.B. möglich, die η–η'–Mischung zu beschreiben. Die Auswirkungen dieser Kraft, die man auch als Multigluonaustausch interpretieren kann, zeigt Abb. 7.5. Berücksichtigt man nur das Confinement

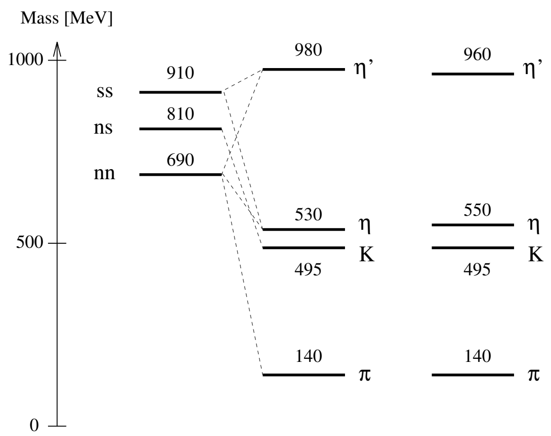

Abbildung 7.5: *Schematische Aufspaltung der pseudoskalaren Flavor Nonetts: Nur Confinement–Wechselwirkung (links), Confinement und Instanton–induzierte Kraft (mitte), Vergleich mit den PDG–Werten. Abb. aus [92]*

Potential, so ergibt sich das links dargestellte Spektrum. Schaltet man nun die t'Hooft–Kraft bzw. die Instantonwechselwirkung ein, so mischen die verschiedenen Zustände und es ergibt sich die dargestellte Aufspaltung. Der Singlett–Zustand rutscht in der Masse nach oben und die Oktett–Zustände nach unten. Wendet man nun die gleiche Wechselwirkung auf die skalaren Zustände an, so entsteht das in Abb. 7.6 dargestellte Szenario. Es sei an dieser Stelle nochmals betont, daß hier keine zusätzlichen Parameter angepaßt wurden. Es wurden exakt die Parameter verwendet, die zuvor für die Beschreibung des pseudoskalare Nonetts gedient haben. Auffällig ist, daß hier die Oktettzustände höher und der Singlettzustand tiefer in der Masse liegen. Dies liegt daran, daß die t'Hooft-Kraft beim Übergang von den pseudoskalaren Zuständen zu den skalaren Zuständen ihr Vorzeichen wechselt.

Es zeigt sich, daß der skalare Isovektor–Zustand eine Masse von 1350 MeV erhält, wohingegen die beiden isoskalaren Zustände mischen und bei 980 und 1470 MeV liegen. Die berechnete Masse des Isovektors liegt zwar für das von Crystal–Barrel gemessene $a_0(1450)$ etwas zu tief, dafür aber für den von OBELIX gemessenen Zustand etwas zu hoch. Da man annimmt, daß

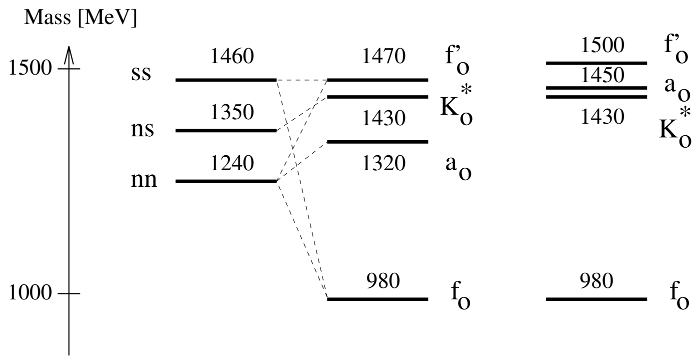

Abbildung 7.6: *Schematische Aufspaltung des skalaren Flavor Nonetts: Nur Confinement–Wechselwirkung (links), Confinement und Instanton–induzierte Kraft (mitte), Vergleich mit den PDG–Werten. Abb. aus [92]*

es sich bei den beiden gemessenen Zuständen um die gleiche Resonanz handelt befindet sich hier das Modell Übereinstimmung mit dem Experiment. Die Masse der berechneten $f_0(1470)$ stimmt wiederum gut mit dem $f_0(1500)$ überein. Interessant ist in diesem Zusammenhang auch, daß für das $f_0(1500)$ ein deutlicher Zerfall nach $\pi^*\pi$ vorhergesagt wurde. Dies konnte durch die vorliegende Analyse bestätigt werden.

Für das $f_0(980)$ sagt das Modell eine s$\bar{\text{s}}$–Komponente von etwa 25% voraus. Dies würde die Kopplung des Teilchens an K$\bar{\text{K}}$ und dessen starkes Auftreten in den $D_s \to 3\pi$– und in den $J/\Psi \to \phi\pi\pi$–Zerfällen erklären. Das $a_0(980)$ hingegen tritt in dem Modell nicht auf, es müßte demzufolge als Nicht–q$\bar{\text{q}}$–Zustand erklärt werden. Wie schon zuvor erläutert ist eine identische Natur von $f_0(980)$ und $a_0(980)$ nicht zwingend notwendig. Bei der Interpretation der Zustände ist u.a. zu berücksichtigen, daß die K$\bar{\text{K}}$–Wechselwirkung für I=1 und I=0 extrem unterschiedlich ist. Während die stark attraktive I=0 Kraft keinen schwach gebundenen K$\bar{\text{K}}$–Zustand erwarten läßt, kann die schwächere I=1 Wechselwirkung eventuell eher ein K$\bar{\text{K}}$–Molekül zur Folge haben.

Da auch das $f_0(1370)$ nicht durch das Modell erklärt wird, müßte auch dieses eine exotische Natur haben. Aufgrund der starken Kopplung des Zustands an $\rho\rho$ könnte man hier spekulieren, daß es sich möglicherweise um ein $\rho\rho$–Molekül handeln könnte. Aber es ist nicht einsichtig, weshalb solch ein Molekül an Endzustände wie z.B. $\eta\eta$ koppeln sollte. Das $f_0(1370)$ ist innerhalb dieses Modells nicht zu verstehen und wurde meineswissens bisher auch noch nie als exotischer Zustand interpretiert. Das $f_0(1710)$ würde in diesem Modell recht gut der ersten radialen Anregung entsprechen, die bei 1776 MeV erwartet wird.

Die Diskussion hat gezeigt, daß keine der Interpretationen alle offenen Fragen zu beantworten vermag. Das erste interpretiert $a_0(980)$ und $f_0(980)$ als K$\bar{\text{K}}$–Moleküle und erzeugt die beobachteten skalaren Zustände durch Mischung mit einen Glueball. Die Resultate selbst unterliegen jedoch wiederum einer gewissen Willkür, gelingt es doch mittels unterschiedlicher Annahmen und Mischungen (F.Close, Weingarten) die gleichen Daten zu beschreiben.

Das relativistische Modell, welches das Spektrum $f_0(1500)$ als normales q$\bar{\text{q}}$–Meson interpretiert, überzeugt dadurch, daß mittels des gleichen Formalismus Mesonenspektren aller Quantenzahlen recht gut beschrieben werden. Es ergibt sich ein skalares Spektrum, welches recht gut mit der Natur übereinstimmt, geradezu zufällig aus den Informationen, die man durch Anpassungen von Parametern an Mesonen–Spektren anderer Quantenzahlen gewonnen hat. Allerdings bleibt das $f_0(1370)$ in diesem Modell unverstanden.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß nicht alle beobachteten Resonanzen $q\bar{q}$–Mesonen sein können. Es gibt mit sehr großer Wahrscheinlichkeit Zustände exotischer Natur unterhalb von 1800 MeV. Wie diese jedoch zu interpretieren sind, ist meiner Ansicht nach noch immer ungeklärt. Welcher der verschiedenen Interpretation man den Vorzug gibt, hängt stark davon ab, welcher Interpretation von $a_0(980)$ und $f_0(980)$ man Glauben schenkt.

Zusätzliche Hinweise auf die Natur der verschiedenen Mesonen könnte eine genaue Messung ihrer Photon–Photon–Breiten liefern. Dies setzt natürlich ebenfalls eine glaubwürdige Berechnung der 2–Photon–Breiten voraus, mittels derer dann eine Interpretation der gemessenen Werte möglich sein solte. Auch ist es wichtig abschließend zu klären, ob tatsächlich eine skalare Resonanz in Bereich des $f_J(1710)$ exisiert und in welcher Form diese zerfällt. Wären nicht nur die Kopplungen des $f_0(1500)$, sondern auch des $f_0(1370)$ und $f_0(1710)$ an die verschiedenen Endzustände bekannt, so hätte man z.B. die Möglichkeit zu überprüfen, ob eines der Modelle in der Lage ist, die Zerfälle aller drei beobachteten Mesonen konsistent zu beschreiben. Eine andere interessante Frage ist, ob es möglicherweise Hinweise theoretischer Art auf die exotische Natur eines stark in vier Pionen zerfallenden $f_0(1370)$ gibt.

7.3 Die Vektormesonen

Die Einführung des $\rho'(1450)$ und des $\rho'(1700)$ verbessert sowohl im $\pi^-4\pi^0$ als auch im $\pi^+2\pi^-2\pi^0$–Datensatz die Qualität der Anpassung signifikant. Da die Vektormesonen jedoch nur im Bereich von wenigen Prozent zur Beschreibung der Datensätze beitragen, konnten die Massen und Breiten der Zustände nicht aus den Daten bestimmt werden. Sie wurden entsprechend den PDG–Werten festgehalten [8]. Die beobachteten Zerfallsmoden für die beiden ρ'–Zustände sind in Tab. 7.3 und 7.4 gemeinsam mit den theoretischen Vorhersagen dargestellt.

- $\rho'(1450)$:

Vergleicht man die beobachteten Zerfallsmoden mit den theoretischen Vorhersagen, so widersprechen diese einer Interpretation des Teilchens als Hybrid–Zustand. Als entscheidender Test für die Hybrid–Natur eines Zustands gilt die Dominanz des $a_1\pi$–Zerfalls bei gleichzeitiger Abwesenheit des $h_1\pi$–Zerfalls. Das $\rho'(1450)$ zerfällt jedoch dominant nach $\rho\sigma$ und ein $a_1\pi$–Zerfall wurde im Gegensatz zum $h_1\pi$–Zerfall nicht beobachtet. Dies widerspricht klar einer Interpretation dieses Zustands als Hybrid. Weiterhin wurde ein $\pi\pi$–Zerfall des Teilchens beobachtet, welcher für ein Hybrid ebenfalls nicht auftreten sollte.

Vergleicht man nun die Messung mit den für eine Radialanregung (2^3S_1–Zustand) berechneten Partialbreiten, so ist die Übereinstimmung hier zwar auch nicht perfekt, aber durchaus besser. Der $\pi\pi$–Zerfall wurde wie erwartet beobachtet und weder $a_1\pi$ noch $h_1\pi$ tragen stark

Zerfallsmoden	$\pi\pi$	$\pi\omega$	πa_1	πa_2	πh_1	$\pi^*\pi$	$\rho\rho$	$\rho\eta$	$\rho\sigma$
Partialbreiten $\rho'_{\mathrm{Hybrid}}(\sim 1500)$	0	5-10	140	$\sim$0	0		0		
Partialbreiten $2^3\mathrm{S}_1$–$\rho'(1465)$	74	122	3	0	1	0		25	
Partialbreiten Crystal Barrel	$\surd$		$\sim$0		klein	klein			$\surd$

Tabelle 7.3: *ρ'(1450), Theoretische Vorhersagen [15], [16] und experimentelle Ergebnisse im Vergleich. Die angegebenen Zahlen entsprechen den berechneten Partialbreiten in MeV. Der $\pi\pi$–Zerfall wurde in der Analyse $\bar{p}n \to \pi^-2\pi^0$ [45] beobachtet. Alle anderen Zerfallsmoden wurden in der vorliegenden Analyse untersucht. Beobachtete Zerfälle sind mit einem $\surd$ gekennzeichnet. Die Angabe von Partialbreiten ist hier nicht möglich, weil der vermutlich starke $\pi\omega$–Zerfallsmodus noch nicht gefunden wurde.*

bei. Unerwartet für eine Radialanregung ist die Beobachtung eines $\pi^*\pi$–Zerfalls. Dieser trägt allerdings nur in geringem Maße zur Beschreibung der Daten bei. Unbefriedigend ist auch, daß keine theoretische Vorhersage für den Zerfall des Teilchens nach $\rho\sigma$ exisiert, da sich dieser von experimenteller Seite als dominant erweist.

Die hier vorliegende Analyse steht somit im klaren Widerspruch zu der Interpretation der Analyse von Donnachie und Clegg durch Close und Page (siehe Abschnitt 2.2.1), nicht jedoch mit der Analyse selbst [19].

- $\rho'(1700)$:

In der vorliegenden Analyse wurde gezeigt, daß das $\rho'(1700)$ dominant nach $h_1\pi$ und $a_1\pi$ zerfällt. Ein $\rho\sigma$–Zerfall wurde hier im Gegensatz zu den Zerfällen des $\rho'(1465)$ nicht beobachtet. Das mögliche Auftreten eines $\pi^*\pi$-Zerfalls wurde ausführlich in Abschnitt 6.7.2 mit dem Ergebnis diskutiert, daß der $\pi^*\pi$–Zerfall mit großer Wahrscheinlichkeit nicht bobachtet wurde. Daher soll dieser Zerfall im folgenden von der Diskussion ausgeschlossen werden.

Zerfallsmoden	$\pi\pi$	$\pi\omega$	πa_1	πa_2	πh_1	$\pi^*\pi$	$\omega^*\pi$	$\rho\rho$	$\rho\eta$	$\rho\sigma$
Partialbreiten ${}^3\mathrm{D}_1$–$\rho'(1700)$	48	35	134	2	124	0	0	14	8	
Partialbreiten $3^3\mathrm{S}_1$–$\rho'(1900)$	1	5	26	46	32	70	50	16	92	
Partialbreiten Crystal Barrel	$\surd$		$\surd$		$\surd$	$\sim$0 (?)				$\sim$0

Tabelle 7.4: *ρ'(1700/1900), Theoretische Vorhersagen für die Partialbreiten der Resonanzen in MeV [16] und experimentelle Ergebnisse im Vergleich. Der $\pi\pi$–Zerfall wurde in der Analyse $\bar{p}n \to \pi^-2\pi^0$ [45] beobachtet. Alle anderen Zerfallsmoden wurden in der vorliegenden Analyse untersucht. Beobachtete Zerfälle sind mit $\surd$ gekennzeichnet.*

Vergleicht man die gemessenen Zerfallsmoden mit den theoretischen vorhergesagten Partialbreiten für einen $3^3\mathrm{S}_1$– bzw. ${}^3\mathrm{D}_1$–Zustand, so entspricht die Messung dem ${}^3\mathrm{D}_1$–Zustand besser als der Radialanregung. Gemessen wurden $\pi\pi$, $a_1\pi$ und $h_1\pi$ und somit gerade die drei Zerfallsmoden, für die auch die größten Partialbreiten berechnet wurden.

7.3.1 Das Spektrum der Vektormesonen

Nachdem die Hybridinterpretation des $\rho'(1450)$ durch die vorliegenden Analyse widerlegt werden konnte, erscheint das Spektrum der Vektormesonen zumindest im Bereich der Isovektoren unterhalb einer Masse von 1800 MeV als geklärt. Ordnet man die bekannten ω– und ϕ–Zustände den ρ–Zuständen entsprechend den Massendifferenzen zu, so ergibt sich das in Abb. 7.7 dargestellte Spektrum der Vektormesonen:

		1^3D_1	$\rho'(1700)$ $\omega(1600)$, $\phi(?)$
2^3S_1	$\rho'(1450)$ $\omega(1420)$, $\phi(1680)$		
1^3S_1	$\rho(700)$ $\omega(782)$, $\phi(1020)$		
	$l_{q\bar{q}}=0$		$l_{q\bar{q}}=2$

Abbildung 7.7: *Das Spektrum der Vektormesonen. Die Isovektoren wurden entsprechend den Ergebnissen der vorliegenden Analyse in das Spektrum eingeordnet. Entsprechend den Massendifferenzen zwischen Grundzustand und radialer Anregung bzw. $^3D_1$–Zustand wurde dann eine Zuordnung der ω– und ϕ–Zustände zu den verschiedenen ρ–Zuständen vorgenommen. Die linke Hälfte der Abbildung zeigt den Grundzustand sowie die erste radiale Anregung, hier ist der relative Drehimpuls ($l_{q\bar{q}}$) zwischen Quark und Antiquark null. Die rechte Hälfte zeigt den $^3D_1$–Zustand, hier ist $l_{q\bar{q}}$=2.*

Die Massendifferenz zwischen dem Grundzustand und der ersten radialen Anregung beträgt dabei im Mittel 660 MeV, die zwischen Grundzustand und dem $^3D_1$–Zustand ca. 900 MeV. D.h. hier würde man ein ϕ mit einer Masse von ca. 1900 MeV erwarten.

Eine weitere interessante Beobachtung im Zusammenhang mit den Zerfällen der Vektormesonen ist, daß das $\rho'(1450)$ dominant nach $\rho\sigma$ zerfällt. D.h. die erste radiale Anregung des ρ's zerfällt bevorzugt in den Grundzustand plus ein Teilchen mit Vakuumquantenzahlen. Ein identisches Verhalten deutet sich in der Analyse des $\omega\pi^+\pi^-\pi^0$–Datensatzes für das $\omega(1420)$ an [93]. Auch dieses scheint bevorzugt nach $\omega\sigma$ zu zerfallen.

Dieses Verhalten setzt sich möglicherweise bis in den Bereich der $c\bar{c}$ oder gar der $b\bar{b}$–Zustände fort, die ebenfalls 1^{--}–Quantenzahlen tragen. So findet man z.B. im PDG für das $J/\Psi(2S)$ einen starken Zerfall nach $J/\Psi(1S)\pi^+\pi^-$ (32.4%) und nach $J/\Psi(1S)\pi^0\pi^0$ (18.4%). Ebenso sind die beiden stärksten bekannten Zerfälle des $\Upsilon(2S)$ die nach $\Upsilon(1S)\pi^+\pi^-$ (18.5%) und $\Upsilon(1S)\pi^0\pi^0$ (8.8%). Dies deutet auf eine gewisse Systematik in den Zerfällen der ersten radialen Anregung der Vektormesonen hin. Diese scheinen bevorzugt in den Grundzustand und ein Teilchen mit Vakuumquantenzahlen zu zerfallen. Eine Ausnahme bilden die bisher beobachteten Zerfälle des $\phi(1680)$. Es ist allerdings durchaus möglich, daß ein Zerfall nach $\phi\sigma$ in den entsprechenden Analysen nicht getestet wurde.

Kapitel 8

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Analyse von 5–Pion–Endzuständen der Antiproton–Nukleon–Annihilation in Ruhe. Als Target diente hierbei entweder Flüssig–Wasserstoff oder –Deuterium. Die Datensätze $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p$, $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p$ und $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$ wurden mit den Crystal–Barrel–Detektor an europäischen Laboratorium für Teilchenphysik CERN in Genf gemessen und aufgezeichnet. Die beiden bisher noch unbekannten Verzweigungsverhältnisse der Deuteriumdatensätze wurden zu BR($\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p$) = (1.32 $\pm$ 0.20)% und BR($\bar{p}d \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0 p$) = (7.0 $\pm$ 1.1)% bestimmt. Die Verzweigungsverhältnisse schließen Ereignisse des Typs $\eta\pi\pi$, $\eta \rightarrow 3\pi$ und $\omega\pi\pi$, $\omega \rightarrow 3\pi$ aus.

Die invarianten Massen der Datensätze zeigen eine deutlich von Phasenraum abweichende Struktur, die auf starke Resonanzbildung in den verschiedenen Datensätzen hindeutet. Dominant tragen in allen drei Datensätzen die skalaren 4π–Resonanzen bei. Erstmals konnte in dieser Analyse das $f_0(1370)$ eindeutig in seinem Zerfall nach vier Pionen nachgewiesen werden. Neben diesem Zustand liefert das ebenfalls aus anderen Endzuständen bekannte $f_0(1500)$ einen wichtigen Beitrag zur Beschreibung der Daten.

Aus dem $\pi^- 4\pi^0$–Datensatz, der sich durch die größte Sensitivität auf die skalaren Zustände auszeichnet, ergeben sich die folgenden Massen und Breiten für die skalaren Zustände:

$$\begin{array}{llcl} f_0(1370): & m = 1385 \pm 35\,\mathrm{MeV} & , & \Gamma = 270 \pm 65\,\mathrm{MeV} \\ f_0(1500): & m = 1490 \pm 30\,\mathrm{MeV} & , & \Gamma = 130^{+70}_{-30}\,\mathrm{MeV} \end{array}$$

Mittels dieser Werte können alle drei Datensätze konsistent beschrieben werden. Eine konsistente Beschreibung der drei Datensätze durch ein breites $f_0(1300)/f_0(400\text{-}1200)$ und ein $f_0(1500)$ existiert nicht. Das $f_0(1500)$ wurde sowohl in seinen Zerfall nach $\sigma\sigma$ als auch nach $\pi^*[\rightarrow\rho\pi]\pi$ beobachtet. Vergleicht man deren Verzweigungverhältnisse im $\pi^+ 2\pi^- 2\pi^0$–Endzustand, so sind diese fast identisch. Das $f_0(1370)$ wurde in seinem Zerfall nach $\rho\rho$ und $\sigma\sigma$ beobachtet. Das Verzweigungsverhältnis $\mathrm{Br}(\bar{p}n \rightarrow f_0(1370)\pi^- \rightarrow \rho\rho\pi^- \rightarrow \pi^+ 2\pi^- 2\pi^0)$ ist hierbei um etwa einen Faktor zwei größer als der entsprechende Zerfall über $\sigma\sigma$. Im $5\pi^0$–Datensatz ergaben sich die folgenden Verzweigungsverhältnisse für die skalaren Resonanzen:

$$\begin{array}{lcl} \mathrm{BR}(\bar{p}p \rightarrow f_0(1370)\pi^0 \rightarrow \sigma\sigma\pi^0 \rightarrow 5\pi^0) & = & (27 \pm 6) \cdot 10^{-4} \\ \mathrm{BR}(\bar{p}p \rightarrow f_0(1500)\pi^0 \rightarrow \sigma\sigma\pi^0 \rightarrow 5\pi^0) & = & (1.5 - 5.5) \cdot 10^{-4} \end{array}$$

Vergleicht man das Verzeigungsverhältnis des $f_0(1370)\to 4\pi^0$ mit dem in $2\pi^0$, so ergibt sich:

$$\frac{BR(f_0(1370)\to\sigma\sigma\to 4\pi^0)}{BR(f_0(1370)\to\pi^0\pi^0)} = 4.3 \pm 1.7$$

Berücksichtigt man zudem den starken Zerfall des Teilchens nach $\rho\rho$, so ist der Zerfall des Teichens in vier Pionen gegenüber alle anderen bisher gemessenen Zerfallsmoden dominant.

Des weiteren wurde in der Analyse ein dominant nach $\rho\pi$ zerfallendes $\pi^*(1300)$ beobachtet. Der $\sigma\pi$–Zerfall liegt im Bereich von weniger als 15%. Für die Masse und Breite der Resonanz ergeben sich die folgenden Werte:

$$m = 1370 \pm 25\,\mathrm{MeV} \quad , \qquad \Gamma = 230^{+80}_{-60}\,\mathrm{MeV} \tag{8.1}$$

Dieses Teilchen spielt zum einen in der direkten Produktion mit einem σ oder ρ und im $\pi^*\pi$–Zerfall der skalaren und Vektormesonen eine Rolle. Die Beobachtung einer großen $\rho\pi$–Partialbreite entspricht dem für eine Radialanregung des Pions erwartetem Verhalten.

Als letzte untersuchte Teilchengruppe sind die Vektormesonen zu nennen. Da der prozentualer Anteil der ρ' in den verschiedenen Datensätzen klein ist, konnten die Massen und Breiten der Teilchen nicht aus den Daten extrahiert werden, wohl aber deren Zerfälle. Für das $\rho'(1450)$ wurde ein dominanter Zerfall nach $\rho\sigma$ beobachtet, der $h_1\pi$– und $\pi^*\pi$–Zerfall tragen geringfügig bei und ein $a_1\pi$–Zerfall wurde nicht beobachtet. Die gemessenen Zerfallsmoden sprechen klar gegen eine Interpretation des Teilchens als Hybrid. Das $\rho'(1450)$ entspricht der ersten radialen Anregung des $\rho(770)$. Für das $\rho'(1700)$ wurden Zerfallsmoden beobachtet die dessen Interpretation als $^3D_1$–Zustand nahelegen. Somit erscheint das Spektrum der Vektormesonen unterhalb von 1800 MeV zumindest im Bereich der Isovektoren geklärt.

Anhang A

Die dynamische Amplitude im K-Matrix-Formalismus

Das Zustandekommen von Resonanzen in der $\bar{p}p$-Annihilation wird im wesentlichen durch zwei unterschiedliche Modelle beschrieben. Im Modell von Watson [94] werden die Teilchen zunächst phasenraumverteilt erzeugt, wechselwirken dann miteinander und bilden Resonanzen. Diese Wechselwirkung entspricht einer Streuung von Teilchen. Im Isobarenmodell von Jackson [95] werden die Resonanzen direkt bei der Annihilation produziert und alle weiteren Zerfälle werden als sequentielle Zweikörperzerfälle beschrieben. Die Verbindung zum Watson-Modell wird in [95] gezeigt.

Bevor auf die Formulierung der eigentlichen Produktionsprozeß eingegangen wird, wird zunächst ein Blick auf die Formulierung von Streuprozessen geworfen. Aus fundamentalen Eigenschaften wie der Erhaltung der Gesamtintensität bei der Streuung lassen sich nämlich wichtige Forderungen an die spätere Formulierung ableiten.

In einem Streuprozeß zweier Teilchen $ab \rightarrow cd$ läßt sich die Übergangsamplitude, die Anfangszustand $|i\rangle$ und eine Endzustand $|f\rangle$ miteinander verknüpft, allgemein durch die Streumatrix S ausdrücken.

$$S_{fi} \quad = \quad \langle f|S|i\rangle \tag{A.1}$$

Bei einem Streuprozeß muß die einlaufende Intensität nun immer gleich der auslaufenden sein. Ist $|f\rangle = S|i\rangle$ der durch Streuung aus $|i\rangle$ hervorgegangene Zustand, so bedeutet dies, daß die Norm des Zustands vor und nach der Streuung identisch sei muß. Es gilt:

$$\langle i|i\rangle = N = \langle i|S^\dagger S|i\rangle = \langle f|f\rangle \tag{A.2}$$

und somit müs S unitär sein:

$$SS^\dagger = S^\dagger S = I \tag{A.3}$$

Zerlegt man die S-Matrix in einen wechselwirkenden, T (T-Matrix) und einen nichtwechselwirkenden Anteil I

$$S \quad = \quad I + 2iT, \tag{A.4}$$

so folgt aus der Unitarität von S:

$$\mathrm{Im}T \;=\; T^{\dagger}T. \tag{A.5}$$

Um eine einfache unitäre Parametrisierung der S-Matrix zu erhalten, wird die sogenannte K-Matrix eingeführt:

$$K^{-1} \;=\; T^{-1} + iI. \tag{A.6}$$

Aus der Unitarität von S ergibt sich, daß K hermitisch ist und aus der Zeitumkehrinvarianz von S und T folgt gleichzeitig, daß der K-Operator reel und symmetrisch ist. Um eine Lorentz-invariante Amplitude aus T zu gewinnen, wird der Streuprozeß im Schwerpunktsystem betrachtet, und die entsprechenden Phasenraumfaktoren ρ werden absepariert:

$$T \;=\; \{\rho^{\dagger}\}^{1/2}\hat{T}\{\rho\}^{1/2} \tag{A.7}$$

Bei n offenen Kanälen hat ρ die Form einer Diagonalmatrix:

$$\rho \;=\; \begin{pmatrix} \rho_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \rho_n \end{pmatrix} \tag{A.8}$$

Die ρ_i ergeben sich dabei aus dem Relativimpuls $q_i$des Zweikörperzustandes durch

$$\rho_i(m) \;=\; \frac{2q_i}{m} \quad , i = 1, ..., n, \tag{A.9}$$

$$\rho_i(m) \;=\; \sqrt{\left[1 - \left(\frac{m_1 + m_2}{m}\right)^2\right] \cdot \left[1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{m}\right)^2\right]}, \tag{A.10}$$

m ist hierbei die Masse des in m_1 und m_2 zerfallenden Teilchens. Die Normierung wird hierbei so gewählt, daß für unendlich große Schwerpunktsenergien $m = \sqrt{s}$ die Phasenraumfaktoren gegen eins konvergieren.

Analog zu $\hat{T}$ wird auch die lorentzinvariante K-Matrix $\hat{K}$ definiert:

$$K \;=\; \{\rho^{\dagger}\}^{1/2}\hat{K}\{\rho\}^{1/2} \tag{A.11}$$

$$\Rightarrow \hat{T} \;=\; \frac{\hat{K}}{1 - i\rho\hat{K}} \tag{A.12}$$

Resonanzen treten in der K-Martix als Summe von Polen α an den Stellen m_α auf. Zudem ist es möglich in den einzelnen K-Matrixtermen einen nicht–resonanten Untergrund hinzuzufügen ohne die Unitarität dabei zu verletzen. Ist hierbei $i \neq j$, die Indizes i und j bezeichnen die verschiedenen Kanäle des Anfangs- und Endzustandes, so entspricht dies einer nichtresonanten Streuung bei der Intensität von einem Kanal in einen anderen verloren geht (z.B. $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$) und somit einer zusätzlichen Inelastizität im Ausgangskanal.

$$\hat{K}_{ij} \;=\; \sum_{\alpha} \frac{g^0_{\alpha i} g^0_{\alpha j} B^l_{\alpha i}(q_i, q_{\alpha_i}) B^l_{\alpha j}(q_j, q_{\alpha_j})}{m^2_\alpha - m^2} + c_{ij} \tag{A.13}$$

Die Kopplungsstärke $g^0_{\alpha i}$ des Pols α an den Kanal i ist gegeben durch

$$g^0_{\alpha i} = \sqrt{\frac{m_\alpha \tilde{\Gamma}_{\alpha i}}{\rho_i(m_\alpha)}}. \quad (A.14)$$

Die Drehimpulsbarrieren B^l werden als Quotient aus Blatt-Weiskopf-Faktoren D^l parametrisiert [96].

$$B^l_{\alpha i} = \frac{D^l(q_i)}{D^l(q_{\alpha i})} \quad (A.15)$$

Für $l = 0$, 1 und 2 sehen die Blatt-Weiskopf-Faktoren wie folgt aus:

$$D^0(q) = 1, \quad (A.16)$$

$$D^1(q) = \sqrt{\frac{2(q/q_R)^2}{(q/q_R)^2 + 1}}, \quad (A.17)$$

$$D^2(q) = \sqrt{\frac{13(q/q_R)^4}{((q/q_R)^2 - 3)^2 + 9(q/q_R)^2}}. \quad (A.18)$$

Der Impuls q_R entspricht dem Annihilationsradius und wird im allgemeinen gleich 1 fm gewählt, was einem q_R von 197.3 MeV/c entspricht. Bei nur einer Resonanz, die an nur einen offenen Kanal koppeln kann, reduziert sich die T-Matrix auf einen relativistischen Breit-Wigner:

$$\hat{T} = \frac{m_0 \Gamma^0}{m_0^2 - m^2 - i m_0 \Gamma(m)} (B^l(q, q_0))^2 \quad (A.19)$$

mit

$$\Gamma^0 = \frac{\tilde{\Gamma}}{\rho(m_0)} \quad \text{und} \quad \Gamma(m) = \Gamma^0 \cdot \left(\rho(m) \cdot (B^l(q, q_0))^2\right). \quad (A.20)$$

Hierbei sind $\tilde{\Gamma}$ die totale Breite und m_0 die Masse der Resonanz. Wie zu erkennen ist, variiert die Breite $\Gamma(m)$ im Nenner mit der Schwerpunktenergie m.

Bisher wurden nur die Resonanzproduktion in einer Zweikörperstreuung berücksichtigt, nicht aber die Produktion von Resonanzen, wie sie in der $\bar{p}p$-Annihilation geschieht. Der K-Matrix-Formalismus kann nun aber erweitert werden auf den Fall in dem Resonanzen produziert werden.

Der entsprechende Formalismus wurde von Aitchison vorgeschlagen [97]. Die Streuamplitude $\hat{T}$ wird dabei durch die Lorentz–invariante Übergangsamplitude $\hat{F}$ mit

$$\hat{F} = (I - i\rho\hat{K})^{-1}\hat{P} \quad (A.21)$$

und dem Produktionsvektor

$$\hat{P} = \sum_\alpha \frac{\beta^0_\alpha g^0_{\alpha i} B^l_{\alpha i}(q, q_{\alpha_i})}{m^2_\alpha - m^2}, \quad \beta^0_\alpha = \beta_\alpha \sqrt{m_\alpha \Gamma^0_\alpha}. \quad (A.22)$$

ersetzt. β_α ist eine komplexwertige, dimensionslose Kopplung, die an die Daten angepaßt werden muß. Ihr Betrag beschreibt die Stärke mit der eine bestimmte Resonanz produziert wird. Die dynamische Amplitude $F_l(q)$ aus Gleichung A.21 entspricht der Lorentz-invarianten Übergangsamplitude $\hat{F}$. Pro Anfangszustand kann ein β rein reell gewählt werden, da nur relative Phasen meßbar sind.

Das Besondere dieses Ansatzes ist die Verknüpfung von T-Matrix und F-Vektor über die K-Matrix. Dies führt dazu daß bedingt durch die Unitaritätsrelation auch der Produktionsmechanismus Einschränkungen unterliegt.

Anhang B

Zerfallskanäle

In diesem Kapitel werden alle in der Analyse berücksichtigten Zerfallskanäle gemeinsam mit der Zahl der kombinatorischen Möglichkeiten sowie den zur der jeweiligen Kombination gehörigen Isospin-Clebsch-Gordan-Koeffizienten zusammengefaßt.

- $\bar{p}n \to \pi^- 4\pi^0$

Amplituden des $^1S_0$-p̄n-Anfangszustandes

Zerfallskanal	L_{ini}	L_A	l_B	l_C	CG	Komb.
$^1S_0 \quad \bar{p}n \to \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0$						
$(\bar{p}n) \to A\pi \to B\,C\pi \to (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$						
$(\bar{p}n) \to f_0\pi^- \to \sigma\sigma\pi^- \to (\pi^0\pi^0)(\pi^0\pi^0)\pi^-$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	3
$(\bar{p}n) \to \rho'^-\pi^0 \to \rho^-\sigma\pi^0 \to (\pi^-\pi^0)(\pi^0\pi^0)\pi^0$	1	0	1	0	$-\frac{1}{\sqrt{12}}$	12
$(\bar{p}n) \to A\pi \to B\,\pi\,\pi \to C\,\pi\,\pi\pi \to (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}n) \to f_0\pi^- \to \pi^0(1300)\pi^0\pi^- \to \sigma\pi^0\,\pi^0\pi^- \to \pi^0\pi^0\pi^0\pi^0\pi^-$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	12
$(\bar{p}n) \to \rho'^-\pi^0 \to (a_1^-(1260)\pi^0)\pi^0 \to (\rho^-\pi^0)\,\pi^0\pi^0 \to \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0$	1	0	0	1	$\frac{1}{4}$	24
$(\bar{p}n) \to \rho'^-\pi^0 \to \pi^-(1300)\pi^0\pi^0 \to \sigma\pi^-\,\pi^0\pi^0 \to \pi^0\pi^0\pi^-\pi^0\pi^0$	1	1	0	0	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	12
$(\bar{p}n) \to \rho'^-\pi^0 \to \pi^0(1300)\pi^-\pi^0 \to \sigma\pi^0\,\pi^-\pi^0 \to \pi^0\pi^0\pi^0\pi^-\pi^0$	1	1	0	0	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	12
$(\bar{p}n) \to \rho'^-\pi^0 \to \pi^-(1300)\pi^0\pi^0 \to \rho^-\pi^0\,\pi^0\pi^0 \to \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0$	1	1	1	1	$\frac{1}{4}$	24
$(\bar{p}n) \to A\,C \to B\,\pi\,(\pi\pi) \to (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}n) \to \pi^-(1300)\sigma \to \sigma\pi^-(\pi^0\pi^0) \to \pi^0\pi^0\pi^-\pi^0\pi^0$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	6
$(\bar{p}n) \to \pi^-(1300)\sigma \to \rho^-\pi^0(\pi^0\pi^0) \to \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0$	0	1	1	0	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	12
$(\bar{p}n) \to \pi^0(1300)\rho^- \to \sigma\pi^0(\pi^-\pi^0) \to \pi^0\pi^0\pi^0\pi^-\pi^0$	1	0	0	1	$\frac{1}{\sqrt{12}}$	12
$(\bar{p}n) \to a_1^-(1260)\sigma \to (\rho^-\pi^0)(\pi^0\pi^0) \to \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0$	1	0	1	0	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	12

Tabelle B.1: $(^1S_0)\bar{p}n \to \pi^-4\pi^0$: *An der Reaktion beteiligte Drehimpulse, benötigte Isospin-Faktoren (CG) und Zahl der kombinatorischen Möglichkeiten.*

Getestete Amplituden des $^3P_1$-$\bar{\text{p}}$n-Anfangszustandes

Zerfallskanal	L_{ini}	L_A	l_B	l_C	CG	Komb.
$^3P_1$ $\bar{p}n \to \pi^-\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$						
$(\bar{p}n) \to A\pi \to B\,C\pi \to (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$						
$(\bar{p}n) \to f_0\pi^- \to \sigma\sigma\pi^- \to (\pi^\circ\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^-$	1	0	0	0	$\frac{1}{3}$	3
$(\bar{p}n) \to \rho'^-\pi^\circ \to (\rho^-\sigma)\pi^\circ \to (\pi^-\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\circ$	0	0	1	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	12
$(\bar{p}n) \to \rho'^-\pi^\circ \to (\rho^-\sigma)\pi^\circ \to (\pi^-\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\circ$	0	2	1	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	12
$(\bar{p}n) \to A\pi \to B\,\pi\,\pi \to C\,\pi\,\pi\pi \to (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}n) \to f_0\pi^- \to (\pi^\circ(1300)\pi^\circ)\pi^- \to (\sigma\pi^\circ)\pi^\circ\pi^- \to (\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\circ\pi^\circ\pi^-$	1	0	0	0	$\frac{1}{3}$	12
$(\bar{p}n) \to \rho'^-\pi^\circ \to (a_1^-(1260)\pi^\circ) \to (\rho^-\pi^\circ)\pi^\circ\pi^\circ \to (\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0	0	0	1	$\frac{1}{4}$	24
$(\bar{p}n) \to A\,C \to B\,\pi\,(\pi\pi) \to (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}n) \to a_1^-(1260)\sigma \to (\rho^-\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ) \to (\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)$	1	0	1	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	12
$(\bar{p}n) \to \pi^-(1300)\sigma \to (\rho^-\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ) \to (\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)$	1	1	1	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	12

Tabelle B.2: $(^3P_1)\bar{\text{p}}n \to \pi^-4\pi^\circ$: *An der Reaktion beteiligte Drehimpulse, benötigte Isospin-Faktoren (CG)und Zahl der kombinatorischen Möglichkeiten.*

- $\bar{p}n \to \pi^+2\pi^-2\pi^\circ$

Bei den Fits dieses Anfangszustandes wurden nur Amplituden des $^1S_0$ Anfangszustandes getestet, nachdem sich die Einführung von P-Wellen- Amplituden schon bei dem einfacher zu beschreibenden $\pi^-4\pi^0$-Anfangszustand nicht bewährt hat.

Zerfallskanal	L_i	L_A	l_B	l_C	CG	*Komb..*
$^1S_0$ $\bar{p}n \to \pi^+\pi^-\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$						
$(\bar{p}n) \to A\pi \to B\,C\pi \to (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$						
$(\bar{p}n) \to f_0\pi^- \to \sigma\sigma\pi^- \to (\pi^+\pi^-)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^-$	0	0	0	0	$\frac{-1}{3}$	2
$(\bar{p}n) \to f_0\pi^- \to \rho^+\rho^-\pi^- \to (\pi^+\pi^\circ)(\pi^-\pi^\circ)\pi^-$	0	0	1	1	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \to \rho'^-\pi^\circ \to \sigma\rho^-\pi^\circ \to (\pi^+\pi^-)(\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ$	1	0	1	0	$\frac{+1}{\sqrt{12}}$	4
$(\bar{p}n) \to \rho'^\circ\pi^- \to \rho^\circ\sigma\pi^- \to (\pi^+\pi^-)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^-$	1	0	1	0	$\frac{-1}{\sqrt{12}}$	2

Tabelle B.3: $(^1S_0)\bar{p}n \to \pi^+\pi^-\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$: *An der Reaktion beteiligte Drehimpulse, Isospinfaktoren (CG) und Zahl der kombinatorischen Möglichkeiten. Fortsetzung in B.4 und B.5.*

Zerfallskanal	L_i	L_A	l_B	l_C	CG	$Komb.$.
$^1S_0$ $\bar{p}n \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$						
$(\bar{p}n) \rightarrow A\pi \rightarrow B\,\pi\,\pi \rightarrow C\,\pi\,\pi\pi \rightarrow (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow \pi^\circ(1300)\pi^\circ\pi^- \rightarrow \sigma\pi^\circ\,\pi^\circ\pi^- \rightarrow (\pi^+\pi^-)\pi^\circ\pi^\circ\pi^-$	0	0	0	0	-1/3	4
$(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow \pi^+(1300)\pi^-\pi^- \rightarrow \sigma\pi^+\,\pi^-\pi^- \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)\pi^+\pi^-\pi^-$	0	0	0	0	-1/3	2
$(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow \pi^-(1300)\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\pi^-\,\pi^+\pi^- \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)\pi^-\pi^+\pi^-$	0	0	0	0	-1/3	2
$(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow \pi^+(1300)\pi^-\pi^- \rightarrow \rho^+\pi^\circ\,\pi^-\pi^- \rightarrow (\pi^+\pi^\circ)\pi^\circ\pi^-\pi^-$	0	0	1	1	$\frac{+1}{\sqrt{12}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow \pi^-(1300)\pi^+\pi^- \rightarrow \rho^-\pi^\circ\,\pi^+\pi^- \rightarrow (\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ\pi^+\pi^-$	0	0	1	1	$\frac{+1}{\sqrt{12}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow \pi^\circ(1300)\pi^\circ\pi^- \rightarrow \rho^+\pi^-\,\pi^\circ\pi^- \rightarrow (\pi^+\pi^\circ)\pi^-\pi^\circ\pi^-$	0	0	1	1	$\frac{-1}{\sqrt{12}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow \pi^\circ(1300)\pi^\circ\pi^- \rightarrow \rho^-\pi^+\,\pi^\circ\pi^- \rightarrow (\pi^-\pi^\circ)\pi^+\pi^\circ\pi^-$	0	0	1	1	$\frac{-1}{\sqrt{12}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow a_1^-(1260)\pi^+\pi^- \rightarrow (\rho^-\pi^\circ)\,\pi^+\pi^- \rightarrow (\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ\pi^+\pi^-$	1	0	0	1	$\frac{-1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow a_1^+(1260)\pi^-\pi^- \rightarrow (\rho^+\pi^\circ)\,\pi^-\pi^- \rightarrow (\pi^+\pi^\circ)\pi^\circ\pi^-\pi^-$	1	0	0	1	$\frac{+1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow a_1^-(1260)\pi^\circ\pi^\circ \rightarrow (\rho^\circ\pi^-)\,\pi^\circ\pi^\circ \rightarrow (\pi^+\pi^-)\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$	1	0	0	1	$\frac{+1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow a_1^\circ(1260)\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\rho^-\pi^+)\,\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\pi^-\pi^\circ)\pi^+\pi^-\pi^\circ$	1	0	0	1	$\frac{-1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow a_1^\circ(1260)\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\rho^+\pi^-)\,\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\pi^+\pi^\circ)\pi^-\pi^-\pi^\circ$	1	0	0	1	$\frac{-1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow h_1(1170)\pi^\circ\pi^- \rightarrow (\rho^+\pi^-)\,\pi^\circ\pi^- \rightarrow (\pi^+\pi^\circ)\pi^-\pi^\circ\pi^-$	1	0	0	1	$\frac{+1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow h_1(1170)\pi^\circ\pi^- \rightarrow (\rho^\circ\pi^\circ)\,\pi^\circ\pi^- \rightarrow (\pi^+\pi^-)\pi^\circ\pi^\circ\pi^-$	1	0	0	1	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow h_1(1170)\pi^\circ\pi^- \rightarrow (\rho^-\pi^+)\,\pi^\circ\pi^- \rightarrow (\pi^-\pi^\circ)\pi^+\pi^\circ\pi^-$	1	0	0	1	$\frac{+1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow h_1(1170)\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\rho^+\pi^-)\,\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\pi^+\pi^\circ)\pi^-\pi^-\pi^\circ$	1	0	0	1	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow h_1(1170)\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\rho^\circ\pi^\circ)\,\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\pi^+\pi^-)\pi^\circ\pi^-\pi^\circ$	1	0	0	1	$\frac{+1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow h_1(1170)\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\rho^-\pi^+)\,\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\pi^-\pi^\circ)\pi^+\pi^-\pi^\circ$	1	0	0	1	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow \pi^+(1300)\pi^-\pi^- \rightarrow \sigma\pi^+\,\pi^-\pi^- \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)\pi^+\pi^-\pi^-$	1	1	1	1	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	2
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow \pi^-(1300)\pi^+\pi^- \rightarrow \sigma\pi^-\,\pi^+\pi^- \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)\pi^-\pi^+\pi^-$	1	1	1	1	$\frac{+1}{2\sqrt{3}}$	2
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow \pi^-(1300)\pi^\circ\pi^\circ \rightarrow \sigma\pi^-\,\pi^\circ\pi^\circ \rightarrow (\pi^+\pi^-)\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$	1	1	1	1	$\frac{+1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow \pi^+(1300)\pi^-\pi^- \rightarrow \sigma\pi^+\,\pi^-\pi^- \rightarrow (\pi^+\pi^-)\pi^\circ\pi^-\pi^\circ$	1	1	1	1	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow \pi^-(1300)\pi^+\pi^- \rightarrow \rho^-\pi^\circ\,\pi^+\pi^- \rightarrow (\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ\pi^+\pi^-$	1	1	1	1	$\frac{-1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^\circ\pi^- \rightarrow \pi^+(1300)\pi^-\pi^- \rightarrow \rho^+\pi^\circ\,\pi^-\pi^- \rightarrow (\pi^+\pi^\circ)\pi^\circ\pi^-\pi^-$	1	1	1	1	$\frac{+1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow \pi^-(1300)\pi^\circ\pi^\circ \rightarrow \rho^\circ\pi^-\,\pi^\circ\pi^\circ \rightarrow (\pi^+\pi^-)\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$	1	1	1	1	$\frac{+1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ(1300)\pi^-\pi^\circ \rightarrow \rho^-\pi^+\,\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\pi^-\pi^\circ)\pi^+\pi^-\pi^\circ$	1	1	1	1	$\frac{-1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \rightarrow \rho'^-\pi^\circ \rightarrow \pi^\circ(1300)\pi^-\pi^\circ \rightarrow \rho^+\pi^-\,\pi^-\pi^\circ \rightarrow (\pi^+\pi^\circ)\pi^-\pi^-\pi^\circ$	1	1	1	1	$\frac{-1}{4}$	4

Tabelle B.4: $(^1S_0)\bar{p}n \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$: *Fortsetzung von Tabelle B.3, weitere Beiträge sind in B.5 aufgeführt.*

Zerfallskanal	L_i	L_A	l_B	l_C	CG	$Komb.$.
$^1S_0$ $\bar{p}n \to \pi^+\pi^-\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$						
$(\bar{p}n) \to A\,C \to B\,\pi\,(\pi\pi) \to (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}n) \to \pi^-(1300)\sigma \to \sigma\pi^-(\pi^\circ\pi^\circ) \to \pi^+\pi^-\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	2
$(\bar{p}n) \to \pi^-(1300)\sigma \to \sigma\pi^-(\pi^+\pi^-) \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^-\pi^+\pi^-$	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	2
$(\bar{p}n) \to \pi^-(1300)\sigma \to \rho^0\pi^-(\pi^\circ\pi^\circ) \to \pi^+\pi^-\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$	0	1	1	0	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	2
$(\bar{p}n) \to \pi^-(1300)\sigma \to \rho^-\pi^\circ(\pi^+\pi^-) \to \pi^-\pi^\circ\pi^\circ\pi^+\pi^-$	0	1	1	0	$\frac{+1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \to \pi^\circ(1300)\rho^- \to \sigma\pi^\circ(\pi^-\pi^\circ) \to \pi^+\pi^-\pi^\circ\pi^-\pi^\circ$	1	0	0	1	$\frac{-1}{\sqrt{12}}$	4
$(\bar{p}n) \to \pi^-(1300)\rho^\circ \to \sigma\pi^-(\pi^+\pi^-) \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^-\pi^+\pi^-$	1	0	0	1	$\frac{+1}{\sqrt{12}}$	2
$(\bar{p}n) \to \pi^\circ(1300)\rho^- \to \rho^+\pi^-(\pi^-\pi^\circ) \to \pi^+\pi^\circ\pi^-\pi^-\pi^\circ$	1	1	1	1	$\frac{-1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \to \pi^\circ(1300)\rho^- \to \rho^-\pi^+(\pi^-\pi^\circ) \to \pi^-\pi^\circ\pi^+\pi^-\pi^\circ$	1	1	1	1	$\frac{-1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \to \pi^-(1300)\rho^\circ \to \rho^-\pi^\circ(\pi^+\pi^-) \to \pi^-\pi^\circ\pi^\circ\pi^+\pi^-$	1	1	1	1	$\frac{-1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \to a_1^-(1260)\sigma \to (\rho^-\pi^\circ)(\pi^+\pi^-) \to \pi^-\pi^\circ\pi^\circ\pi^+\pi^-$	1	0	1	0	$\frac{+1}{2\sqrt{3}}$	4
$(\bar{p}n) \to a_1^-(1260)\sigma \to (\rho^\circ\pi^-)(\pi^\circ\pi^\circ) \to \pi^+\pi^-\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$	1	0	1	0	$\frac{-1}{2\sqrt{3}}$	2
$(\bar{p}n) \to a_1^-(1260)\rho^\circ \to (\rho^-\pi^\circ)(\pi^+\pi^-) \to \pi^-\pi^\circ\pi^\circ\pi^+\pi^-$	0	0	1	1	$\frac{1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \to a_1^\circ(1260)\rho^- \to (\rho^+\pi^-)(\pi^-\pi^\circ) \to \pi^+\pi^\circ\pi^-\pi^-\pi^\circ$	0	0	1	1	$-\frac{1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \to a_1^\circ(1260)\rho^- \to (\rho^-\pi^+)(\pi^-\pi^\circ) \to \pi^-\pi^\circ\pi^+\pi^-\pi^\circ$	0	0	1	1	$-\frac{1}{4}$	4
$(\bar{p}n) \to h_1(1170)\rho^- \to (\rho^+\pi^-)(\pi^-\pi^\circ) \to \pi^+\pi^\circ\pi^-\pi^-\pi^\circ$	0	0	1	1	$-\frac{1}{\sqrt{12}}$	4
$(\bar{p}n) \to h_1(1170)\rho^- \to (\rho^\circ\pi^0)(\pi^-\pi^\circ) \to \pi^+\pi^-\pi^\circ\pi^-\pi^\circ$	0	0	1	1	$\frac{1}{\sqrt{12}}$	4
$(\bar{p}n) \to h_1(1170)\rho^- \to (\rho^-\pi^+)(\pi^-\pi^\circ) \to \pi^-\pi^\circ\pi^+\pi^-\pi^\circ$	0	0	1	1	$\frac{1}{\sqrt{12}}$	4

Tabelle B.5: $(^1S_0)\bar{p}n \to \pi^+\pi^-\pi^-\pi^\circ\pi^\circ$: *Fortsetzung von Tabelle B.4*

- $\bar{p}p \to 5\pi^\circ$

Zerfallskanal	L_i	L_A	l_B	l_C	CG	$Komb.$.
$^1S_0$ $\bar{p}p \to \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$						
$(\bar{p}p) \to A\pi \to B\,C\pi \to (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$						
$(\bar{p}p) \to f_0\pi^\circ \to \sigma\sigma\pi^\circ \to (\pi^\circ\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\circ$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	15
$(\bar{p}p) \to f_2\pi^\circ \to \sigma\sigma\pi^\circ \to (\pi^\circ\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\circ$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	15
$(\bar{p}p) \to A\pi \to B\,\pi\,\pi \to C\,\pi\,\pi\pi \to (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}p) \to f_0\pi^\circ \to \pi^\circ(1300)\pi^\circ\pi^\circ \to \sigma\pi^\circ\,\pi^\circ\pi^\circ \to (\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	60
$(\bar{p}p) \to A\,C \to B\,\pi\,(\pi\pi) \to (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}p) \to \pi(1300)\sigma \to (\sigma\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ) \to (\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\circ(\pi^\circ\pi^\circ)$	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	30

Tabelle B.6: $(^1S_0)\bar{p}p \to 5\pi^\circ$: *An der Reaktion beteiligte Drehimpulse, benötigte Isospin-Faktoren (CG) und Zahl der kombinatorischen Möglichkeiten.*

- $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-3\pi^\circ$

In dieser Reaktion ist außer dem $^1S_0$-auch der $^3S_1$- Anfangszustand möglich. Beiträge aus der P-Welle werden hier wiederum nicht berücksichtigt.

Amplituden des $^1S_0$-p̄p-Anfangszustandes

Zerfallskanal	L_i	L_A	l_B	l_C	CG	Komb..
$^1S_0$ $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$						
$(\bar{p}p) \to A\pi \to B\,C\pi \to (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$						
$(\bar{p}p) \to f_0\pi^\circ \to \sigma\sigma\pi^\circ \to (\pi^+\pi^-)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\circ$	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	3
$(\bar{p}p) \to f_0\pi^\circ \to \rho^+\rho^-\pi^\circ \to (\pi^+\pi^\circ)(\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ$	0	0	1	1	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	6
$(\bar{p}p) \to f_2\pi^\circ \to \sigma\sigma\pi^\circ \to (\pi^+\pi^-)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\circ$	2	2	0	0	$-\frac{1}{3}$	3
$(\bar{p}p) \to f_2\pi^\circ \to \rho^+\rho^-\pi^\circ \to (\pi^+\pi^\circ)(\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ$	2	0	1	1	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	6
$(\bar{p}p) \to f_2\pi^\circ \to \rho^+\rho^-\pi^\circ \to (\pi^+\pi^\circ)(\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ$	2	2	1	1	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	6
$(\bar{p}p) \to \rho'^\pm\pi^\mp \to \rho^\pm\sigma\pi^\mp \to (\pi^\pm\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\mp$	1	0	1	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	6
$(\bar{p}p) \to \rho'^\pm\pi^\mp \to \rho^\pm\sigma\pi^\mp \to (\pi^\pm\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\mp$	1	2	1	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	6
$(\bar{p}p) \to A\pi \to B\,\pi\,\pi \to C\,\pi\,\pi\pi \to (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}p) \to f_0\pi^\circ \to \pi(1300)\pi\pi^\circ \to (\rho^\pm\pi)\pi^\circ \to (\pi^\pm\pi^\circ)\pi\pi\pi^\circ$	0	0	1	1	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	24
$(\bar{p}p) \to f_0\pi^\circ \to (\pi(1300)\pi)\pi^\circ \to (\sigma\pi)\pi\pi^\circ$	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	18
$(\bar{p}p) \to f_2\pi^\circ \to (a_2(1320)\pi)\pi^\circ \to (\rho^\pm\pi)\pi\pi^\circ \to (\pi^\pm\pi)\pi\pi^\circ$	2	0	1	1	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	24
$(\bar{p}p) \to \rho'^\pm\pi^\mp \to (a_1^\pm(1260)\pi^\circ)\pi^\mp \to (\rho^\pm\pi^\circ)\pi^\circ\pi^\mp \to (\pi^\pm\pi^\circ)\pi^\circ\pi^\circ\pi^\mp$	1	0	1	1	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	24
$(\bar{p}p) \to AC \to B\,\pi(\pi\pi) \to (\pi\pi)\pi(\pi\pi)$						
$(\bar{p}p) \to \pi^\pm(1300)\rho^\mp \to (\rho^\pm\pi^\circ)(\pi^\mp\pi^\circ) \to (\pi^\pm\pi^\circ)\pi^\circ(\pi^\mp\pi^\pm)$	1	1	1	1	$-\frac{1}{4}$	12
$(\bar{p}p) \to \pi^\pm(1300)\rho^\mp \to (\sigma\pi^\pm)(\pi^\mp\pi^\circ) \to (\pi^\circ\pi^\circ)\pi^\pm(\pi^\mp\pi^\pm)$	1	0	1	0	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	6
$(\bar{p}p) \to \pi^\circ(1300)\sigma \to (\rho^\pm\pi^\mp)(\pi^\circ\pi^\circ) \to (\pi^\pm\pi^\circ)\pi^\mp(\pi^\circ\pi^\circ)$	0	0	1	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	6
$(\bar{p}p) \to \pi^\circ(1300)\sigma \to (\sigma\pi^\circ)(\pi\pi) \to (\pi\pi)\pi^\circ(\pi\pi)$	0	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	6
$(\bar{p}p) \to a_1^\pm(1260)\rho^\mp \to (\rho^\pm\pi^\circ)(\pi^\mp\pi^\circ) \to (\pi^\pm\pi^\circ)\pi^\circ(\pi^\mp\pi^\pm)$	0	0	1	1	$-\frac{1}{4}$	12
$(\bar{p}p) \to a_1^\circ(1260)\sigma \to (\rho^\pm\pi^\mp)(\pi^\circ\pi^\circ) \to (\pi^\pm\pi^\circ)\pi^\mp(\pi^\circ\pi^\circ)$	1	0	1	0	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	6

Tabelle B.7: $(^1S_0)\bar{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$:*An der Reaktion beteiligte Drehimpulse, benötigte Isospin-Faktoren und Zahl der kombinatorischen Möglichkeiten.*

Amplituden des $^3S_1$-p̄p-Anfangszustandes

Zerfallskanal	L_i	L_A	l_B	l_C	CG	Komb..
$^3S_1$ $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$						
$(\bar{p}p) \to A\pi \to B\,C\pi \to (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$						
$(\bar{p}p) \to \rho'\pi \to \rho\sigma\pi \to (\pi\pi)(\pi^\circ\pi)\pi^\circ$	1	0	1	0	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$	9
$(\bar{p}p) \to \rho'\pi \to \rho\sigma\pi \to (\pi\pi)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi$	1	2	1	0	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$	9
$(\bar{p}p) \to \rho'\pi^\circ \to \rho^+\rho^-\pi^\circ \to (\pi^+\pi^\circ)(\pi^-\pi^\circ)\pi^\circ$	1	1	1	1	$\frac{1}{2\sqrt{6}}$	6
$(\bar{p}p) \to A\pi \to B\,\pi\,\pi \to C\,\pi\,\pi\pi \to (\pi\pi)\,\pi\pi\pi$						
$(\bar{p}p) \to \rho'\pi{\to}(a_1(1260)\pi)\pi{\to}(\rho\pi)\pi\pi{\to}(\pi\pi)\pi\pi\pi$	1	0	0	1	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	24
$(\bar{p}p) \to AC \to B\,\pi(\pi\pi) \to (\pi\pi)\pi(\pi\pi)$						
$(\bar{p}p) \to \pi(1300)\rho{\to}(\rho\pi)(\pi\pi){\to}(\pi\pi)\pi(\pi\pi)$	1	1	1	1	$\frac{1}{2\sqrt{6}}$	12
$(\bar{p}p) \to \pi(1300)\rho{\to}(\sigma\pi)(\pi\pi){\to}(\pi^\circ\pi^\circ)\pi(\pi\pi)$	1	0	0	0	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$	9

Tabelle B.8: $(^3S_1)$p̄p$\to\pi^+\pi^-\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$: *An der Reaktion beteiligte Drehimpulse, benötigte Isospin-Faktoren und Zahl der kombinatorischen Möglichkeiten.*

Anhang C

Helizitätsamplituden

In diesen Kapitel wird eine Zusammenstellung der Helizitätsamplituden gegeben, die für die Berechnung der Amplituden benötigt wurden. Dabei wird davon ausgegangen, daß sich das $(\bar{p}n)$ System im ${}^1S_0$ Anfangszustand befindet. Dies gilt ebenfalls für den $\bar{p}p \rightarrow 5\pi^0$-Anfangszustand. Die Quantenzahlen des jeweiligen Anfangszustandes sind somit : $I^G\,(J^{PC})$ $= 1^-\,(0^{-+})$. Betrachten wir zunächst die Reaktion:

$$(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow \sigma\sigma\pi^- \rightarrow (\pi^\circ\pi^\circ)(\pi^\circ\pi^\circ)\pi^-$$

Die zugehörigen Quantenzahlen sehen dann wie folgt aus:

$$1^-\,(0^{-+}) \rightarrow 0^+\,(0^{++})1^-\,(0^{-+}) \rightarrow 0^+\,(0^{++})0^+\,(0^{++})1^-\,(0^{-+})$$

Dies hat eine konstante Helizitätsamplitude zur Folge. Im folgenden wird jeweils der Zerfallskananl, die dazugehörigen Quantenzahlen und die berechnete Helizitätsamplitude gelistet. Für die obige Reaktion gilt:

$$\mathcal{H} = 1.$$

- $(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi \rightarrow \rho\rho\pi$

  $\mathcal{H} = 1/\sqrt{3}(\,\cos(\phi_{\rho_1} + \phi_{\rho_2})\,\sin\theta_{\rho_1}\sin\theta_{\rho_2} - \cos\theta_{\rho_1}\cos\theta_{\rho_2}\,)$

- $(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi \rightarrow \pi^*\pi\pi \rightarrow \sigma\pi\pi\pi$

  $\mathcal{H} = 1.$

- $(\bar{p}n) \rightarrow f_0\pi \rightarrow \pi^*\pi\pi \rightarrow \rho\pi\pi\pi$

  $\mathcal{H} = -1/3\cos\theta_\rho$

$\triangleright$ $(\bar{p}n)\rightarrow\rho'\pi\rightarrow\rho\sigma\pi$

$$\mathcal{H} = 1/\sqrt{3}(\cos\phi_\rho \ \sin\theta_\rho \sin\theta_{\rho'} - \cos\theta_\rho \cos\theta_{\rho'})$$

$\triangleright$ $(\bar{p}n)\rightarrow\rho'\pi\rightarrow a_1\pi\pi\rightarrow\rho\pi\pi\pi$

$$\begin{aligned}\mathcal{H} = \ & 1/\sqrt{3}\ [\cos\theta_\rho \sin\theta_{\rho'} \sin\theta_{a_1} \cos\phi_{a_1} - \cos\theta_\rho \cos\theta_{\rho'} \cos\theta_{a_1} \\ & + \sin\theta_\rho \cos\phi_\rho \sin\theta_{a_1} \cos\theta_{\rho'} + \sin\theta_\rho \cos\phi_\rho \sin\theta_{\rho'} \cos\theta_{a_1} \cos\phi_{a_1} \\ & - \sin\theta_\rho \sin\phi_\rho \sin\theta_{\rho'} \sin\phi_{a_1}\ ]\end{aligned}$$

$\triangleright$ $(\bar{p}n)\rightarrow\rho'^-\pi\rightarrow\pi^*\pi\pi\rightarrow\sigma\pi\pi\pi$

$$\mathcal{H} = -1/\sqrt{3}\cos\theta_{\rho'}$$

$\triangleright$ $(\bar{p}n)\rightarrow\rho'^-\pi\rightarrow\pi^*\pi\pi\rightarrow\rho\pi\pi\pi$

$$\mathcal{H} = 1/3\cos\theta_{\rho'}\cos\theta_\rho$$

$\triangleright$ $(\bar{p}n)\rightarrow\pi^*\sigma\rightarrow\sigma\pi\pi\pi$

$$\mathcal{H} = 1.$$

$\triangleright$ $(\bar{p}n)\rightarrow\pi^*\sigma\rightarrow\rho\pi\pi\pi$

$$\mathcal{H} = -1/\sqrt{3}\cos\theta_\rho$$

$\triangleright$ $(\bar{p}n)\rightarrow\pi^*\rho\rightarrow\sigma\pi\pi\pi$

$$\mathcal{H} = -1/3\cos\theta_\rho$$

$\triangleright$ $(\bar{p}n)\rightarrow\pi^*\rho\rightarrow\rho\pi\pi\pi$

$$\mathcal{H} = 1/3\cos\theta_{\rho_1}\cos\theta_{\rho_2}$$

$\triangleright$ $(\bar{p}n)\rightarrow a_1\sigma\rightarrow\rho\pi\pi\pi$

$$\mathcal{H} = 1/3\ (\sin\theta_\rho \sin\theta_{a_1} \cos\phi_\rho - 2\cos\theta_\rho \cos\theta_{a_1}\ )$$

▷ $(\bar{p}n)\to a_1\rho\to\rho\pi\pi\pi$

$$\begin{aligned}\mathcal{H} = \; & const\ [\ \sin\theta_{\rho_C}\sin\theta_{\rho_B}[-\sin(\phi_{a_1}+\phi_{\rho_C})\sin\phi_{\rho_B}+\cos(\phi_{a_1}+\phi_{\rho_c})\cos\theta_{a_1}\cos\phi_{\rho_B}] \\ & +\sin\theta_{\rho_C}\sin\theta_{\rho_B}\cos\theta_{a_1}\cos(\phi_{a_1}+\phi_{\rho_C})+\cos\theta_{\rho_C}[\sin\theta_{\rho_B}\sin\theta_{a_1}cos\phi_{\rho_B}-\cos\theta_{\rho_B}\cos\theta_{a_1}]\ ]\end{aligned}$$

▷ $(\bar{p}n)\to f_2\pi\to\sigma\sigma\pi$

$$\mathcal{H} = \tfrac{1}{\sqrt{20}}(3\cos^2\theta_{f_2}-1)$$

▷ $(\bar{p}n)\to f_2\pi\to\rho\rho\pi$

In dieser Reaktion haben f_2 und π einen relativen Drehimpuls von 2. Die beiden ρ's können entweder $l=0$, $s=2$ oder $l=2$, $s=0,1,2$ haben. Für den zweiten Fall wird nur $s=0$ berücksichtigt. Dementsprechend ergeben sich zwei Helizitätsamplituden:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{l=0} = \; & \tfrac{1}{\sqrt{120}}(3\cos^2\theta_{f_2}-1)\,[\sin\theta_{\rho_1}\sin\theta_{\rho_2}\cos(\phi_{\rho_1}-\phi_{\rho_2})+2\cos\theta_{\rho_1}\cos\theta_{\rho_2}] \\ & -\tfrac{3}{\sqrt{120}}\left[\sin^2\theta_{f_2}\sin\theta_{\rho_1}\sin\theta_{\rho_2}\cos(\phi_{\rho_1}-\phi_{\rho_2})+\tfrac{3}{\sqrt{30}}\sin\theta_{f_2}\cos\theta_{f_2}\right]\end{aligned}$$

$$\mathrm{H}_{l=2} = \tfrac{1}{2\sqrt{15}}(3\cos\theta_{f_2}-1)\,[\sin\theta_{\rho_1}\sin\theta_{\rho_2}\cos(\phi_{\rho_1}+\phi_{\rho_2})-\cos\theta_{\rho_1}\cos\theta_{\rho_2}]$$

▷ $(\bar{p}n)\to f_2\pi\to a_2\pi\pi\to\rho\pi\pi\pi$

$$\begin{aligned}\mathcal{H} = \; & \tfrac{1}{2\sqrt{5}}\sin\theta_\rho\Big\{-\sin^2\theta_{f_2}\sin\theta_{a_2}\,[\cos 2\phi_{a_2}\cos\phi_\rho-\cos\theta_{a_2}\sin 2\phi_{a_2}\sin\phi_\rho] \\ & +\sin\theta_{f_2}\cos\theta_{f_2}\,[\cos\theta_{a_2}\cos\phi_{a_2}\cos\phi_\rho-(2\cos^2\theta_{a_2}-1)\sin\phi_{a_2}\sin\phi_\rho]\Big\}\end{aligned}$$

▷ $(\bar{p}n)\to h_1\rho\to\rho\pi\pi\pi$

$$\begin{aligned}\mathcal{H} = \; & const\ [\ \sin\theta_{\rho_C}\sin\theta_{\rho_B}[-\sin(\phi_{h_1}+\phi_{\rho_C})\sin\phi_{\rho_B}+\cos(\phi_{h_1}+\phi_{\rho_c})\cos\theta_{h_1}\cos\phi_{\rho_B}] \\ & +\sin\theta_{\rho_C}\sin\theta_{\rho_B}\cos\theta_{h_1}\cos(\phi_{h_1}+\phi_{\rho_C})+\cos\theta_{\rho_C}[\sin\theta_{\rho_B}\sin\theta_{h_1}cos\phi_{\rho_B} \\ & -\cos\theta_{\rho_B}\cos\theta_{h_1}]\ ]\end{aligned}$$

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] F.Halzen, A.Martin, Quarks and Leptons, Wiley Verlag

[2] F.E.Close, Rep. Prog. Phys. **51** (1988) 833

[3] J.M.Cornwall, A.Soni, Phys. Lett. **B120** (1983) 431

[4] G. Bali et al., Phys. Lett. **B309** (1993) 378

[5] D. Weingarten, Nucl. Phys. **B34** (1994) 29

[6] V. A. Novikov et al., Nucl. Phys. **B191** (1981) 301
S. Narison, Z. Phys. **C26** (1984) 209.

[7] C. Amsler, F. Close, Phys. Lett. **B353** (1995) 385

[8] Review of Particle Physics, Phys. Rev. **D54** (1996)

[9] S. Spanier, Dissertation, Universität Mainz (1994)
Die Beobachtung einer isoskalare 0^{++}*–Resonanz mit einer Masse von 1470 MeV/*c^2 *im* $\pi^0\pi^0\eta$*–Endzustand der Proton–Antiproton–Vernichtung in Ruhe*

[10] E.Klempt, Proceedings HADRON'97
Glueballs, Hybrids and the Standard Model

[11] G.Grayer et al., Nucl. Phys. **B7554** (1974) 189

[12] A. Abele et al., Nucl. Phys. **A609** (1996) 562.

[13] D.Bugg, private Mitteilung

[14] C.Ritter, B.Metsch, C. Mnz, H. Petry, Phys. Lett. **B380** (1996) 431

[15] F.Close, P.Page, Nucl. Phys. **B443** (1995) 233

[16] T.Barnes, F.Close, P.Page, E.Swanson, Phys. Rev. **D55** (1997) 4157

[17] A.Clegg, A.Donnachie, Z. Phys. **C33** (1987) 407

[18] A.Clegg, A.Donnachie, Z. Phys. **C62** (1994) 455

[19] A.Donnachie, private Mitteilung

[20] A.Pais, Ann. Phys. (N.Y.) **9** (1960) 548

[21] G.Kramer, T.Walsh, Z.Phys. **263** (1973) 361

[22] F.Close, P.Page, Phys. Rev. **D56** (1997) 1584

[23] E.Aker at al., Crystal Barrel Proposal, CERN/PSCC/85-86, PSCC/P90 (1985)

[24] C.Regenfus, Nucl. Instr. Meth. **A386** (1997) 60

[25] H.Drumm et al., Nucl. Instr. Meth. **176** (1980) 333

[26] E. Aker et al., Nucl. Instr. Meth. **A321** (1992) 69

[27] K.Braune, Fast Cluser Encoder, CB-note 41, Universität München, 1986

[28] Crystal Barrel Collaboration, C. Amsler et al., Phys. Lett. **B358** (1995) 389

[29] Crystal Barrel Collaboration, C. Amsler et al., Phys. Lett. **B340** (1994) 259

[30] C.J.Batty, Rep. Prog. Phys. **52** (1989) 1165

[31] C.J. Batty, Nucl. Phys. **A601** (1996) 425

[32] G. Reifenröther, Dissertation, Universität Mainz (1989)
Leichte antiprotonische Atome

[33] Bizarri et al., Nucl. Phys. **B69** (1974) 298

[34] J. Brose, Dissertation, Universität Mainz (1994)
Beobachtung einer neuen J^{PC}=0^{++}*–Resonanz in der Antiproton–Proton–Vernichtung in* $\pi^0\pi^0\pi^0$

[35] J.Kuhn, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 1993
Untersuchung der Annihilationsreaktionen $\bar{p}D\to 3\pi^0+n$ *und* $\bar{p}D\to 2\pi^0\eta+n$ *in Ruhe mit dem Crystal–Barrel–Detektor*

[36] Carbonell, G. Ihle, J.M. Richard, Z. Phys. **A334** (1989) 329

[37] G.Folger, Offline Rekonstruction Software, CB-Note 121, CERN, 1990

[38] C. A. Meyer, Chamber Rekonstruction Software, CB-Note 93, Universität Zürich

[39] S.Spanier, Diplomarbeit Universität Mainz, 1991
Kalibration der Jetdriftkammer des Crystal–Barrel–Experiments

[40] L. Lyons, Statistics for nuclear and particle physicists, Cambridge University Press 1986

[41] P. Hidas, Kinematic Fitting Software, KFKI Budapest, 1992.

[42] M.Lakata, A New Multi-Vertex Fitter and Updated Vertex–Locater Information, unpublished

[43] C. Strassburger, Event–Generator for p̄d–Annihilations, unpublished

[44] R. Bossingham, Monte carlo Software CBGEANT, CB-Note 169, University of California

[45] Crystal Barrel Collaboration, A. Abele et al., Phys. Lett. **B391** (1996) 191

[46] Crystal Barrel Collaboration, C. Amsler et al. Zeit. f. Physik **C58**, (1993), 175

[47] Crystal Barrel Collaboration, C. Amsler et al., Phys. Lett. **B380** (1996) 453

[48] Crystal Barrel Collaboration, C. Amsler et al., Phys. Lett. **B322** (1994)431

[49] A. Bettini et al., Nuovo Cimento **A42** (1966) 695

[50] D. Bridges, I. Daftari, T.E. Kalogeropoulos, Phys. Rev. Lett. **57** Nr. 13 (1986) 1534

[51] M. Gaspero, Nucl. Pys. **A562** (1993) 407

[52] A. Adamo et al., Nucl. Phys. **A558** (1993) 13c

[53] Crystal Barrel Collaboration, C. Amsler et al., Phys. Lett. **B 322** (1994) 431

[54] S.Resag, Dissertation, Universität Bonn (1996)
Untersuchung des 10–Photon–Endzustandes in der Antiproton–Proton–Annihilatin in Ruhe

[55] C.Amsler et al., Phys. Lett. **B 380** (1996)453

[56] C.A. Meyer, CB-note 221, Carnegie Mellon Universität (1993), unpublished
The analysis of $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-3\pi^0$ *in the* $\pi^+\pi^-6\gamma$ *final state (Part 2)*

[57] J.D.Jackson, Nuovo Comento **34** (1964) 1644

[58] R. Barlow, Statistics, John Wiley & Sons (1995) ISBN 0 471 92294 3

[59] F. James et al., MINUIT Function Minimization and Error Analysis, CERN-D506, CERN 1994

[60] S.U. Chung et al., Ann. Phys. **4** (1995) 404

[61] C. Zemach, Phys. Rev. **133** (1964) 1201

[62] C.Amsler, J.Bizot, Computer Physics Communications 30 (1983) 21

[63] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B 342**, (1995), 433

[64] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B355** (1995) 425

[65] D.V. Bugg et al., Phys. Lett. **B353** (1995) 378

[66] BES Collaboration, J.Z.Bai et al., Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 3959

[67] BES Collaboration, Intersections Conference'97

[68] Crystal Barrel Collaboration, C. Amsler et al., Phys. Lett. **B353** (1995) 571

[69] Crystal Barrel Collaboration, A. Abele et al., Phys. Lett. **B385** (1996) 425

[70] M. Heinzelmann, Proceedings HADRON'97

[71] D.Bugg, private Mitteilung, Berechnungen von B.Zou

[72] C. Daum et al., Nucl. Phys. **B182** (1981) 269

[73] Bonesini et al., Phys. Lett. **B103** (1981) 75

[74] G. Bellini et al., Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 1697

[75] M. Zielinski et al., Phys. Rev. **D30** (1984) 1855

[76] B.Hyams et al., Nucl. Phys. **B64** (1973) 134

[77] B. Berdnikov et al., VES Collaboration, Phys. of Atomic Nucl., Vol.57 No.9 (1994) 1536

[78] D.V. Amelin et al., Phys. Lett. **B356** (1995) 595

[79] R.T. Deck, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 169

[80] B.Metsch, H.Petry, Acta Phys. Polonica B Vol.27 (1996) 3307

[81] G. 't Hooft, Phys. Rev. **14** (1976) 3432

[82] G.Janssen, B.Pearce, K.Holine, J.Speth, Phys. Rev. **D52** (1995) 2690

[83] O.Berber, Proceedings HADRON'97

[84] T.Barnes, Phys. Lett. **165** (1985) 434

[85] Lafferty, Proceedings HADRON'97

[86] G. Lebrun, W. Dunnwoodie, Proceedings HADRON'97

[87] A.Falvard et al., Phys. Rev. **D38** (1988) 2706

[88] C.Amsler, hep-ex/9708025 (1997)

[89] F.Close, Proceedings LEAP'96, Nucl. Phys.B (Proc. Suppl.)57A (1997) 248

[90] C.Amsler, F.Close, Phys. Lett. **B353** (1995) 385, Phys. Rev. **D53** (1996) 295

[91] J.Sexton et al., Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 4563

[92] E. Klempt, B.C. Metsch, C.R. Münz, H.R. Petry, Phys. Lett. **B361** (1995)

[93] C.Meyer, private Mitteilung, Analyse von R.McCrady

[94] K.M. Watson, Phys. Rev. **88** (1952) 1163

[95] J.D. Jackson, Nuovo Cimento **34** (1964) 1644

[96] F. V. Hippel, C. Quigg, Phys. Rev. **5** (1972) 624

[97] I. Aitchison, Nucl. Phys. **A189** (1972) 417

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. E.Klempt für die interessante Aufgabenstellung und Betreuung. Sein stetes Interesse und seine ständige Bereitschaft zur Diskussion haben wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Insbesondere möchte ich Prof. C.Meyer (Carnegie Mellon University, Pittsburgh) für die hervorragende Zusammenarbeit danken. Von seinen Erfahrungen auf dem Gebiet der Antiproton–Proton–Annihilation in fünf Pionen hat diese Arbeit sehr profitiert. Prof. C.Meyer und ebenso auch Prof. D.Bugg (Queen Mary and Westfield College London) erwiesen sich stets als geduldige Ansprechpartner für Probleme, die sich bei der Analyse ergaben. F.Close, P.Page, S.Donnachie, M. Pennigton sowie S.U.Chung gilt mein Dank für viele interessante Diskussionen.

Den Mitgliedern der Crystal–Barrel–Collaboration möchte ich für die gute Zusammenarbeit danken. Inbesondere seien hier diejenigen erwähnt, die am Aufbau und der Instandhaltung des Detektors, an der Datennahme sowie an der Wartung der Software beteiligt waren.

Für eine nette Arbeitsatmosphäre und eine gute Zusammenarbeit möchte ich der Bonner Arbeitsgruppe danken.

Für das Erstellen einiger Graphiken bedanke ich mich bei meinen Bruder Markus. Bei Burkhard, Thomas und Harald möchte ich mich ganz besonders für das Korrekturlesen meiner Arbeit bedanken.

Nicht zuletzt und ganz besonders herzlich möchte ich meinen Eltern danken, ohne deren Unterstützung all dies erst garnicht möglich gewesen wäre.

Lebenslauf

Name	Ulrike Thoma
Geburtsdatum	18. April 1969
Geburtsort	Würzburg

Schulausbildung:

- Silcher-Grundschule,
  Stuttgart. (1975-1977).
- Zähringer-Grundschule,
  Neuenburg. (1977-1979).
- Markgräfler Gymnasium Müllheim, (1979-1988)
  Abitur May 1988.

Studium:

- Universität Karlsruhe (TU) (1988-1994),
  Vordiplom, Oktober 1990
  Diplom, Juli 1994.
  Titel der Diplom-Arbeit: Untersuchung der Annihilationsreaktionen
  $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d} \rightarrow 2\pi^{\circ} + \mathrm{n}$ und $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{d} \rightarrow \pi^{\circ}\eta + \mathrm{n}$ in Ruhe mit dem Crystal Barrel Detektor.
- Promotionsstudium in Experimentalphysik am Institut für Strahlen- und Kernphysik der Universität Bonn bei Prof. Dr. E. Klempt (seit Sept.1994).