RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Analyse von Dreiteilchen Endzuständen in der Proton-Antiproton Annihilation

Dissertation zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
am Fachbereich Experimentalphysik I
der Ruhr-Universität Bochum

vorgelegt von **Holger Stöck**
geb. in Gelsenkirchen

Bochum, im Mai 1998

RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

CONSEIL EUROPÉENNE POUR LA RECHERCHE NUCLÉAIRE

Analyse von Dreiteilchen Endzuständen in der Proton-Antiproton Annihilation

Dissertation zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
am Fachbereich Experimentalphysik I
der Ruhr-Universität Bochum

vorgelegt von **Holger Stöck**
geb. in Gelsenkirchen

Bochum, im Mai 1998

1. Gutachter : Prof. Dr. H. Koch (Institut für Experimentalphysik I, RUB)
2. Gutachter : HD Dr. K. Peters (Institut für Experimentalphysik I, RUB)

Tag der Disputation : 24. Juni 1998

If I have seen farther than others,
it has been by standing on the shoulders of giants

-Isaac Newton

Zusammenfassung

Am Speicherring LEAR im europäischen Kernforschungszentrum CERN wurden im Zeitraum von 1989 bis 1996 mit dem Crystal Barrel-Detektorsystem Annihilationen von Antiprotonen in Wasserstoff und Deuterium untersucht. Die Geometrie des Detektorsystems, sowie die Kombination von Spurdetektoren und einem Kristallkalorimeter, ermöglichte die vollständige Rekonstruktion neutraler und geladener Teilchen.

Die vorliegende Arbeit diskutiert die Antiproton-Proton Annihilation in 3 pseudoskalare Mesonen. Dazu wurden 6 Photon- und 10 Photon-Ereignisse bei einem Antiprotonenstrahlimpuls von 1940 MeV/c aus drei Strahlzeiten (Juli 1992, August 1994 und September 1995) rekonstruiert und selektiert. Für die Analyse der Zwischenzustände der Annihilation in $2\pi^0\eta$, $2\eta\pi^0$ und 3η wurde der Helizitätsformalismus mit kanonischer Formulierung der Winkelverteilungen herangezogen. Nach Integration über die Produktionsterme sind dadurch weniger freie Parameter anzupassen als im vollständigen Helizitätsformalismus. Ein Nachteil dieser Formulierung ist der Verlust an Informationen über den Anfangszustand des Proton-Antiprotonsystems.

Bei der Analyse des Zerfallskanals $p\bar{p}\to 2\eta\pi^0$ wurden neben vier bekannten Resonanzen ein neuer Isovektorzustand bei 1660 MeV/c^2 und ein schwerer Tensor bei 2130 MeV/c^2 gefunden. Beide Zustände sind zwingend notwendig um die Daten auf befriedigende Weise zu beschreiben. Die Analyse des Endzustandes 3η erwies sich aufgrund mangelnder Statistik als schwierig. Nach Kombination des 6 Photon- und 10 Photon-Datensatzes konnte jedoch eine der Statistik angemessene Beschreibung gefunden werden. Dazu wurde u. a. ein Tensorzustand bei 1650 MeV/c^2 benötigt, welcher bereits im $\pi^0\eta$-Zerfallskanal beobachtet worden ist. Der $2\pi^0\eta$-Endzustand ließ sich mit bekannten Resonanzen sowie mit dem neuen Isovektorzustand bei 1660 MeV/c^2 beschreiben.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Physikalische Motivation

Schon in der antiken Welt stellten sich die Philosophen die Fragen: *Woher kommen wir? Woher kommt die Welt?* Bis heute sind dies weitgehend ungeklärte Fragen. Um sie zu beantworten, muß man sich weit zurück in die Vergangenheit begeben, bis zu den Anfängen unseres Universums. Der Theorie des Urknalls zufolge bestand das Universum kurz nach seiner Entstehung nur aus einer Sorte Elementarteilchen von höchster Energie zwischen denen eine Wechselwirkung herrschte. Durch Expansion und Abkühlung entwickelten sich aus diesen Ur-Teilchen nach und nach Teilchensorten niedrigerer Energie die nun von verschiedenen Wechselwirkungen beherrscht wurden. So sind drei Familien von Elementarteilchen und vier Wechselwirkungen ausgebildet worden, welche noch heute sichtbar sind. Das Verständnis dieses Systems von Elementarteilchen und Wechselwirkungen mittels geeigneter Theorien führt uns somit zurück auf die Ursprünge des Universums.

Zur Erklärung und Beschreibung der heutigen Form der Materie wurde in den letzten Jahrzehnten das Standardmodell entwickelt, welches sich aus der elektroschwachen Theorie (QED) und der Quantenchromodynamik (QCD) zusammensetzt. Mit diesen Modellen sind Prognosen über das Verhalten der Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen möglich um noch nicht beobachtete, neue Eigenschaften wie z. B. gebundene Systeme vorherzusagen. Zudem ist es wichtig, diese Prognosen genauer auf ihre Richtigkeit zu überprüfen um den nächsten Schritt vorzubereiten: Die Vereinheitlichung zu einem übergeordneten Modell, aus welchem die QED und QCD im Grenzfall niedriger Energie hervorgehen. Mittels solch einer "supersymmetrischen Theorie" käme man dann wieder ein Stück näher an den Beginn unseres Universums heran und somit auch der Antworten eingangs gestellter Fragen.

Um bestimmte Aspekte der Vorhersagen des Standardmodells testen zu können, wurde das Crystal Barrel Experiment am internationalen Forschungszentrum CERN* in Genf ins Leben gerufen. Als Studienobjekt dienen dabei Mesonen, gebundene Zustände aus Quarks, Antiquarks und Gluonen, welche mit Hilfe von Proton-Antiproton Annihilationen erzeugt wurden. Die Auswertung und Analyse eines Teils dieser Annihilationsdaten ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

---

*Conseil Européenne pour la Recherche Nucléaire, Genf

1.2 Quantenfeldtheoretische Modelle

Um die starke Wechselwirkung zwischen den Quarks und Antiquarks zu beschreiben, wurde die Quantenchromodynamik (QCD) entwickelt. Sie ist analog zur Quantenelektrodynamik (QED) aufgebaut, welche die Wechselwirkung zwischen elektrisch geladenen Teilchen mittels Austausch virtueller Photonen beschreibt. Der Ansatz der QED besteht in der Invarianz bezüglich lokaler Phasentransformation der Wellenfunktion geladener Teilchen.

Das Prinzip der Eichinvarianz läßt sich auch auf die schwache Wechselwirkung anwenden und führt dort auf die intermediären Vektorbosonen W^+, W^- und Z^0. In den sechziger Jahren wurde daraus zusammen mit der QED das elektroschwache Standardmodell entwickelt [1]. Im Rahmen dieses Modells stellen die Leptonen und die Quarks Elementarteilchen dar.

Für die QCD wurde der gleiche Ansatz wie für die QED gewählt, um eine Feldtheorie für die starke Wechselwirkung zu entwickeln. Jedoch wird bei der QCD die Phasentransformation durch die nicht-abelsche $SU(3)_{Color}$-Gruppe beschrieben, wodurch nun die Existenz von 8 massenlosen Feldquanten (Gluonen) gefordert wird [2]. Diese Eichbosonen können untereinander in Wechselwirkung treten und so selbst ein Teilchenspektrum bilden (Gluonenball-Spektrum). Diese Zustände sind gebundene Systeme, bestehend aus zwei oder mehreren konstituierenden Gluonen. Analog zu den Mesonen erwartet man auch hier Grund- und angeregte Zustände. Deren Massen und Breiten lassen sich jedoch nicht mit der Methode der pertubativen QCD vorhersagen. Allerdings kann man mit Hilfe phänomenologischer Modelle Zugang dazu erhalten.

In der Praxis haben sich Modelle etabliert, welche häufig gleiche qualitative Aussagen machen. Drei davon sollen an dieser Stelle im Hinblick auf das Gluonenball-Spektrum kurz vorgestellt werden.

Bag-Modell
Mit dem Bag-Modell wurde der erste erfolgreiche Versuch unternommen Aussagen über Teilchen im nicht-pertubativen Bereich der QCD zu machen [3]. Um einen Gluonenball zu erzeugen werden dort Gluon-Felder in einer statischen, sphärischen Hülle unter der Bedingung eingeschlossen, daß kein gluonischer Fluß durch die Oberfläche tritt. In Analogie zur Elektrodynamik existieren dabei zwei gluonische Moden: transversal elektrische (TE) und transversal magnetische (TM), wobei die TE-Mode die energetisch günstigere ist. Damit bestehen die leichtesten Guonbälle aus zwei TE-Gluonen und haben die Quantenzahlen $J^{PC}=0^{++}$ und 2^{++}. Dieses Modell weist jedoch auch große Unsicherheiten beruhend auf den unbekannten Selbstenergien der beteiligten Gluonen auf. Dies führt zu erheblichen Unterschieden in den Massenvorhersagen für die Gluonenbälle. Der leichteste Zustand wird bei 1 GeV/c^2 erwartet [4], was nach dem Kenntnisstand von heutigen Experimenten und neuerer Theorie zu niedrig erscheint.

Gitter-QCD
In der Gitter-QCD wird das Raum-Zeit-Kontinuum durch ein Gitter diskretisiert, wobei auf den Gitterpunkten Quarks und auf den Verbindungen Gluonen sitzen. Dabei hängt die Genauigkeit der Rechnungen im wesentlichen nur von dem Abstand der Gitterpunkte, sowie dem betrachteten Raum-Zeit-Volumen ab. Bei einigen Rechnungen ist es gelungen den Gitterabstand stark zu verringern, so daß für diese Ergebnisse zum Kontinuum hin extrapoliert werden kann (Abbildung 1.1). Die Voraussagen dieser Rechnungen liegen für den 0^{++} Gluonenball bei 1500 MeV/c^2 und für den 2^{++} Zustand bei 2200 MeV/c^2[5].

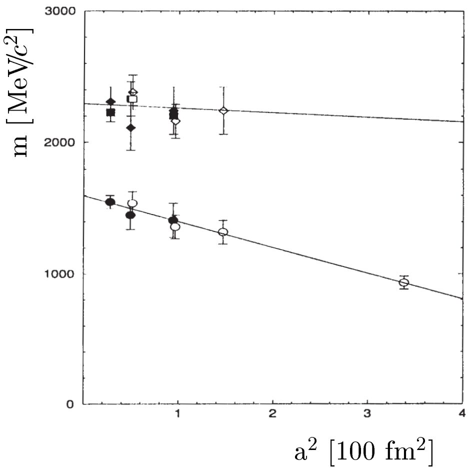

Abbildung 1.1: **Vorhersagen der Gitter-QCD.** *Aufgetragen sind die Berechnungen der Massen für den 0^{++} und 2^{++} Gluonenball in Abhängigkeit von dem Gitterabstand a. Die Extrapolation zum Kontinuum hin führt auf die Massen der beiden leichtesten Gluonenbälle bei 1500 bzw. 2200 MeV/c^2 (aus [5]).*

Flux-Tube Modell
Im Flux-Tube Modell ist das Raum-Zeit-Kontinuum ebenfalls durch ein Gitter approximiert. Der wesentliche Unterschied zur Gitter-QCD ist, daß die Farbwechselwirkung durch farbelektrische Flußlinien repräsentiert wird. Auch in diesem Modell des wird der Grundzustand des Gluonenball-Spektrums unter 2 GeV/c^2 vorhergesagt.

1.3 Heutiger Stand der Spektroskopie leichter Mesonen

Im Laufe der Jahre haben sich das Erscheinungsbild der Mesonen und die Ziele der Mesonspektroskopie stark geändert. Kannte man noch zu Mitte der sechziger Jahre nur wenige Zustände, so wurden in rascher Folge weitere gefunden. Damit entstand sehr bald ein reichhaltiger Mesonenzoo. Aufgrund der $SU(3)_{Flavour}$-Symmetrie wurden diese neuen Zustände zu Nonetts geordnet. Inzwischen sind jedoch mehr Mesonen gefunden worden als die einzelnen Nonetts aufnehmen können. Damit stellt sich die Frage nach der Natur dieser Mesonen. Die oben erwähnten quantenfeldtheoretischen Modelle machen über das reine Mesonenspektrum hinaus auch Aussagen über exotische Zustände wie Hybride, also Quark-Antiquark Zustände mit Gluonenbeimischung, Mesonmoleküle und Gluonenbälle. Um die Existenz dieser Zustände zu manifestieren, wird verstärkt in gluonenreichen Prozessen nach exotischer Materie gesucht. Zu diesen Prozessen gehört u. a. der radiative J/Ψ-Zerfall, die zentrale Produktion und die Proton-Antiproton Annihilation. Die in diesen Prozessen gefundenen neuen Resonanzen sind teilweise in Masse und Breite, sowie Quantenzahlen nicht eindeutig, da die Ergebnisse stark von der Meßmethodik und der Datenstatistik abhängen. Somit bedarf es noch mindestens einer weiteren Generation von Experimenten um die offenen Fragen zu beantworten. Abbildung 1.2 zeigt den heutigen Stand der bekannten mesonischen Zustände und eine mögliche Interpretation. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß diese Zuordnung modell- und interpretationsabhängig ist.

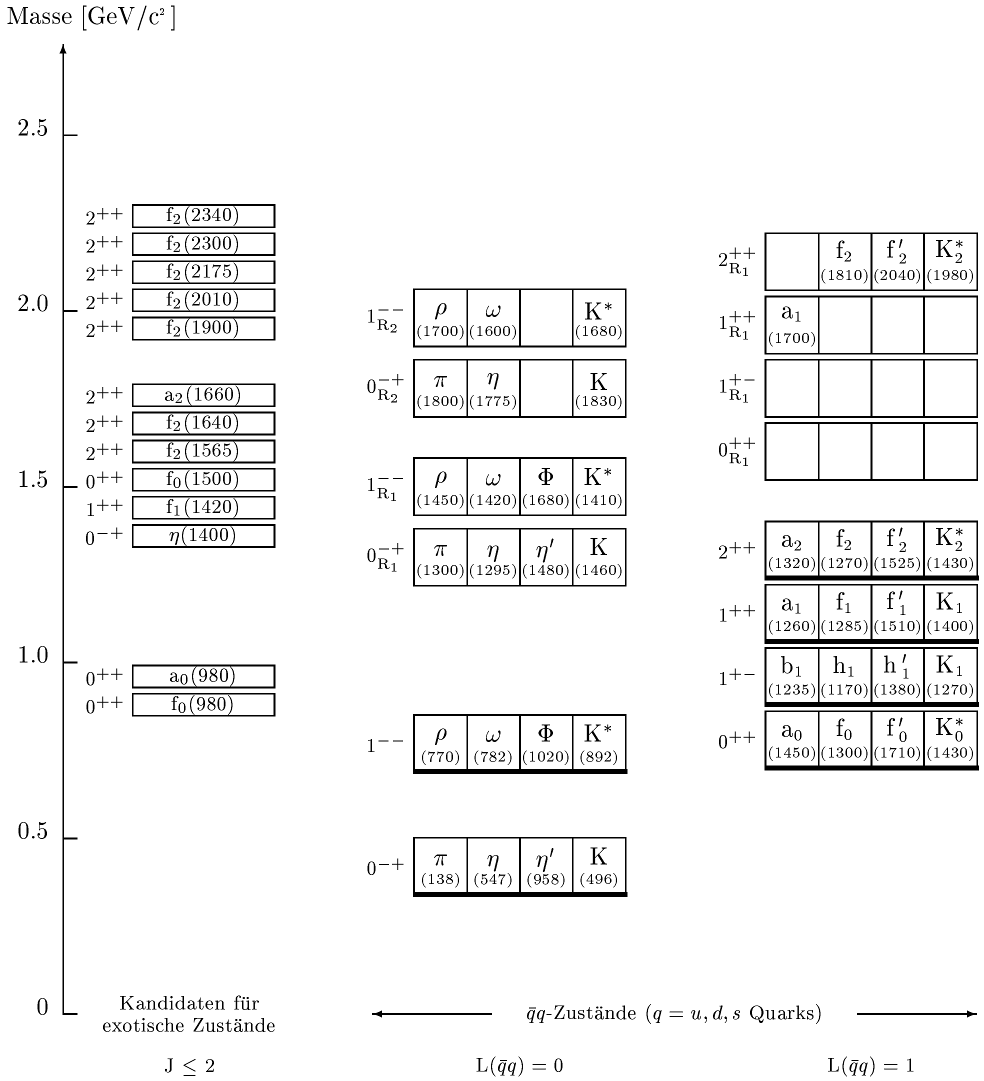

Abbildung 1.2: **Das Spektrum leichter Mesonen aus heutiger Sicht.** *Dargestellt sind die nach J^{PC} geordneten Nonetts und nicht zugeordnete Zustände (Exoten-Kandidaten). Die Mesonen sind mit der mittleren Masse ihres Nonetts gegenüber ihrem Bahndrehimpuls aufgetragen. Die Grundzustände sind durch dicke Balken gekennzeichnet. Darüber liegen die einfach (R_1) bzw. zweifach (R_2) radial angeregten Zustände. Für Zustände ohne Eintrag ist bislang noch kein geeigneter Kandidat gefunden worden (aus [6]).*

Im weiteren sollen die unterschiedlichen Arten von exotischen Zuständen und ihre Eigenschaften im Hinblick auf ihre Klassifizierung näher beleuchtet werden.

1.4 Exotische Zustände

Mesonische Zustände werden als exotisch bezeichnet, wenn sie mehr als ein Quark-Antiquark Paar enthalten und/oder eine Gluonenbeimischung aufweisen. Nach einer Einteilung von Close und Lipkin [7] wird zwischen Exoten der 1., 2. und 3. Art unterschieden. Exotische Zustände der 1. Art tragen Quantenzahlen, welche von einfachen q$\bar{\text{q}}$-Paaren nicht erzeugt werden können. Solche Exoten tragen z. B. einen Isospin, der größer als eins ist. Die Bedingung an exotische Zustände der 2. Art ist dagegen abgeschwächter. Fermion-Antifermionsysteme können nur mit bestimmten Kombinationen der Quantenzahlen J (Bahndrehimpuls), P (Parität) und C (Ladungskonjugation) existieren. Für ein q$\bar{\text{q}}$-Paar mit relativem Bahndrehimpuls L und Gesamtspin S ergibt sich die Gesamtparität zu:

$$P = (-1)^{L+1} \tag{1.1}$$

und die Ladungskonjugation zu:

$$C = (-1)^{L+S} \tag{1.2}$$

Damit lassen sich nur bestimmte Kombinationen von $\text{J}^{PC} = 0^{-+}$, 1^{--}, 1^{++}, ... bilden. Exotische Systeme der 2. Art können hingegen auch andere Quantenzahl-Kombinationen wie 0^{--}, 1^{-+}, 2^{+-} annehmen. Tabelle 1.1 gibt einen Überblick über exotische Quantenzahlen und mögliche Zerfallskanäle für exotische Zustände der 2. Art.

J^{PC}	Zerfallskanäle
0^{--}	$\eta\omega$, $\pi\omega$, $\eta\phi$, $\pi\phi$
0^{+-}	$b_1\pi$, $h_1\pi$, $\pi\eta\omega$, $\rho\pi$
1^{-+}	$\pi\eta$, $\pi\eta'$, $\eta\eta'$, $f_1\pi$
2^{+-}	$b_1\pi$, $h_1\pi$, $\pi\eta\omega$, $\rho\pi$
3^{-+}	$\pi\eta$, $\pi\eta'$, $\eta\eta'$, $f_1\pi$

Tabelle 1.1: **Exotische Quantenzahl-Kombinationen und Zerfallskanäle.**

Exotische Zustände der 3. Art haben dagegen keine äußerlich erkennbaren Anzeichen für ihre exotische Struktur. Sie sind nur über ihre Zerfallscharakteristik von q$\bar{\text{q}}$-Zuständen zu unterscheiden und bieten daher Raum für Spekulationen.

Mittels der Bestimmung von Quantenzahlen, Verzweigungsverhältnissen und Linienformen können somit unbekannte Zustände klassifiziert und zugeordnet werden. Exotische Mesonen lassen sich in drei Gruppen unterteilen: Multiquark-Zustände, Hybrid-Zustände und Gluonenbälle.

Multiquark-Zustände
In Multiquark-Zuständen findet man zwei oder mehrere konstituierende Quark-Antiquark Paare, welche ein farbneutrales System bilden, wobei auch exotische J^{PC}-Kombinationen erlaubt sind. Ein Beispiel für ein Multiquarkzustand wäre das Baryonium. Es besteht aus drei Quarks und ihren Antiquarks, also einem Baryon und einem Antibaryon. In den letzten 20 Jahren wurden viele Versuche unternommen, diesen Vertreter der exotischen Materie zu beobachten. Als Ergebnis konnte jedoch nur eine Obergrenze für seine Existenz festgelegt werden [8].

Hybrid-Zustände
Hybrid-Zustände sind gebundene Systeme bestehend aus einem Quark-Antiquark Paar, sowie einem oder mehreren Gluonen. Es sind hier ebenfalls exotische Quantenzahl-Kombina-

tionen erlaubt. Ein Kandidat für einen solchen Zustand ist das $\hat{\rho}(1400)$, welches in Brookhaven am E852-Experiment [9] und in der Reaktion $\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\eta p$ im $\pi^o\eta$-Zerfallskanal am Crystal Barrel-Experiment [10] beobachtet wurde. Es trägt die Quantenzahlen $I^G(J^{PC}) = 1^-(1^{-+})$.

Gluonenbälle

Im Rahmen der QCD ist es nicht ausgeschlossen, daß zwei oder mehr Gluonen durch ihre Farbladung miteinander wechselwirken und ein gebundenes System bilden können. Diese Gluonenbälle besitzen keinen Quarkanteil und haben im einfachsten Fall (2 Gluonen) mesonische Quantenzahl-Kombinationen. Dies erschwert ihre Identifikation. Die quantenfeldtheoretischen Modelle machen jedoch neben der Massenvorhersage auch eine Aussage über die Breite der Gluonenbälle, sowie deren Verzweigungsverhältnisse in verschiedene Zerfallskanäle. Diese Kriterien erlauben zwar keine eindeutige Zuordnung, jedoch eröffnen sie Interpretationsmöglichkeiten. So ist beispielsweise das $f_0(1500)$ durch seine geringe Breite von 100 MeV/c^2 und anhand der gemessenen Verzweigungsverhältnisse ein guter Kandidat für den Grundzustand des Gluonenballspektrums. Zudem ist das Nonett der skalaren Mesonen bereits vollständig gefüllt, was die Interpretation des nun überzählig vorhandenen $f_0(1500)$ als Gluonenball weiter unterstützt.

Die Suche nach exotischen Zuständen ist neben der Bestätigung bereits bekannter Mesonen das wichtigste Ziel des Crystal Barrel-Experiments. Als Kandidat für den leichtesten skalaren Gluonenball wurde bereits das $f_0(1500)$ gut etabliert. Das $\hat{\rho}(1400)$ konnte über seine exotischen Quantenzahlen als Hybrid-Kandidat identifiziert werden und für die Existenz des Baryoniums ist eine Obergrenze bestimmt worden. Um den schweren Tensorgrundzustand des Gluonenballspektrums zu finden, ist jedoch ein größerer Phasenraum notwendig. Dieser ist mittels der Proton-Antiproton Annihilation im Fluge bis zu einem Massenbereich von 2.2 GeV/c^2 zugänglich. In der vorliegenden Arbeit soll die Analyse eines Teils dieser "inflight" Meßdaten vorgestellt werden. Sie soll helfen den Bereich schwererer Resonanzen besser zu verstehen und den tensoriellen Gluonenballgrundzustand zu identifizieren.

Kapitel 2

Der experimentelle Aufbau

2.1 Erzeugung und Bereitstellung der Antiprotonen

Jegliche Form von Antimaterie auf unserer Erde, d. h. auch Antiprotonen, muß in einem aufwendigen Verfahren künstlich hergestellt werden. Dazu dient ein Beschleunigerkomplex bestehend aus vier Maschinen, mit deren Hilfe die Erzeugung der Antiprotonen in sechs Stufen abläuft (vgl. Abbildung 2.1).

Zuerst durchlaufen Protonen einen Linearbeschleuniger (LINAC II), um anschließend im Protonensynchrotron-Booster die erste Vorbeschleunigungsphase abzuschließen. Danach werden sie in das Protonensynchrotron (PS) geleitet und auf 26 GeV/c hochbeschleunigt.

Um die Antiprotonen zu erzeugen, wird der hochenergetische Protonenstrahl auf ein Wolframtarget geschossen, wobei unter anderem Proton-Antiproton Paare entstehen. In einem anschließendem Selektionsprozeß separiert man die Antiprotonen und sammelt sie im Antiprotonenakkumulator (AA-AC). Dort werden sie zunächst gespeichert und ihr Phasenraum durch stochastische Kühlung [11] verringert. Ist eine befriedigende Strahlqualität erreicht, kehren die Antiprotonen wieder in das PS zurück und werden dort auf 600 MeV/c abgebremst.

Nun können sie vom Antiprotonen-Speicherring (LEAR) [12] aufgenommen werden. Hier wird die Qualität des Antiprotonenstrahls durch stochastische Kühlung und Elektronenkühlung nochmals verbessert. Nachdem der Strahl auf die gewünschte Energie gebracht wurde, können die Antiprotonen kontinuierlich aus dem Speicherring extrahiert und auf die Wasserstoffprobe des Crystal Barrel-Detektors fokussiert werden. Der Stahlimpuls ist dabei stufenlos von 65 MeV/c bis 1940 MeV/c einstellbar und weist bei einer horizontalen Strahlemittanz von 2π mm mrad eine relative Impulsunschärfe von nur $5 \cdot 10^{-4}$ auf [13].

2.2 Das Crystal Barrel-Detektorsystem

Das Hauptziel des Experiments ist eine explorative Untersuchung der Vorhersagen der QCD im mesonischen Sektor. Dabei wird besonders Wert auf die Entdeckung exotischer Systeme, sowie eine noch genauere Vermessung bereits bekannter Zustände gelegt. Durch

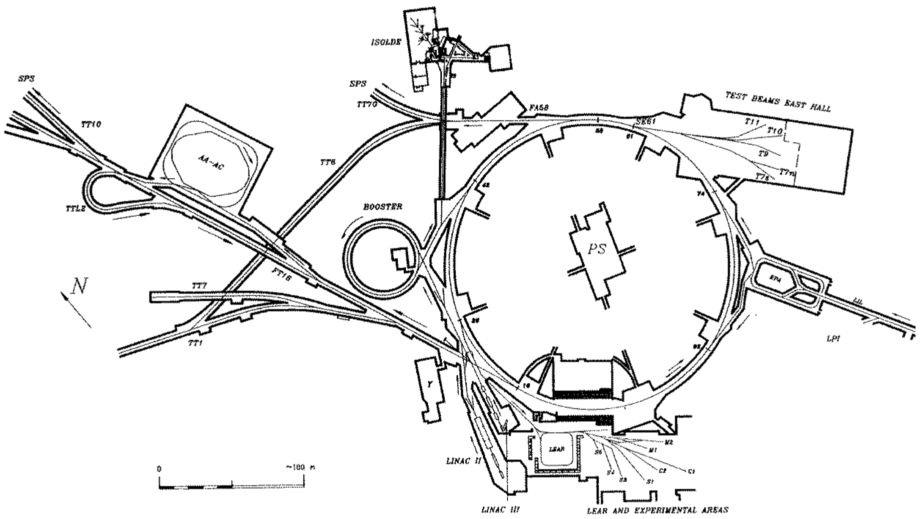

Abbildung 2.1: **Ein Ausschnitt des Beschleunigersystems des CERN.** *Man erkennt den Linearbeschleuniger (LINAC II), das Protonensynchrotron (PS), den Antiprotonen-Accumulator (AA-AC) und den LEAR.*

die Verwendung von Proton-Antiproton Annihilationen als Quelle der mesonischen Materie ist auch ein Studium des Annihilationsmechanismus möglich.
Aus all diesen Fragestellungen resultiert ein Katalog von Forderungen an das Detektordesign [14]:

- Gleichzeitiger Nachweis aller neutralen und geladenen Teilchen über den gesamten Raumwinkel.
- Hohe Energie- und Impulsauflösung von neutralen und geladenen Teilchen.
- Eindeutige Trennung von geladenen Pionen und Kaonen.
- Geringes Eigenrauschen des Detektors.
- Schneller Trigger für die Datenerfassung zur Erhöhung der Statistik von seltenen Zerfallskanälen.
- Geringe Totzeit der Datenerfassung und des Triggersystems.

Diese vielfältigen Forderungen können nicht von einer Detektorkomponenten allein erfüllt werden. Als Folge davon ist der Crystal Barrel-Detektor als ein System von Einzeldetektoren realisiert, welche eng miteinander verzahnt und gut aufeinander abgestimmt sind.
Im Zentrum des Crystal Barrel-Detektors befindet sich eine Probe aus flüssigem Wasserstoff. Sie wird von Spurdetektoren und einem elektromagnetischen Kalorimeter umschlossen. Den äusseren Abschluß bildet ein Magnet, dessen Feld für die Impulsbestimmung der geladenen Teilchen benötigt wird. Abbildung 2.2 zeigt eine schematische Gesamtübersicht des Detektorsystems [15].

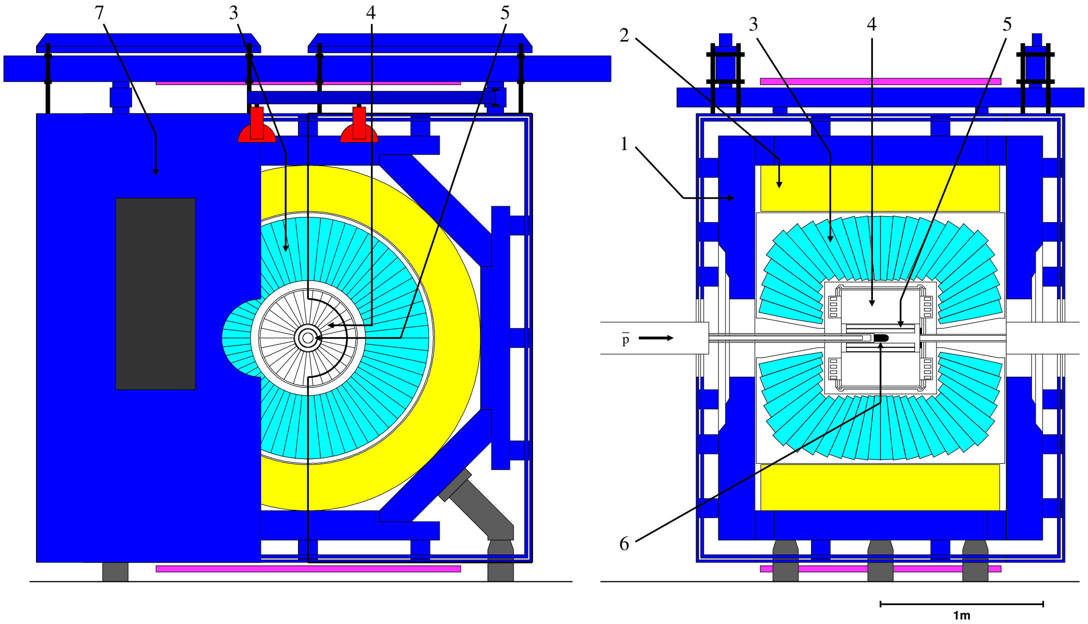

Abbildung 2.2: **Darstellung des Crystal Barrel-Detektorsystem im Längs- und Querschnitt.** *1) Eisenjoch, 2) Magnetfeldspule, 3) CsI(Tl)-Kalorimeter, 4) Jet-Driftkammer, 5) Vieldraht-Proportionalkammern, 6) Target, 7) Abschirmung aus Eisen.*

Obwohl der Detektor während der langjährigen Datennahme ausschließlich im Fixed-Target-Mode betrieben wurde, ist er symmetrisch in Bezug auf das Target für einen möglichen Collider-Betrieb konzipiert und gebaut worden, welcher bisher jedoch nicht realisiert wurde.
Nachfolgend sollen nun die einzelnen Detektorkomponenten in Aufbau und Funktion kurz erläutert werden.

Vieldraht-Proportionalkammern

Die Flüssig-Wasserstoffprobe ist von zwei Vieldraht-Proportionalkammern (PWC) umgeben. Sie bestehen jeweils aus einer konzentrischen Lage von 90, bzw. 120 Wolframdrähten, deren Abstände zu 25.2 mm und 43 mm von der Mittellinie des Detektors ausgehend gewählt wurden [16]. Dies ermöglicht den Nachweis von K_S-Teilchen, welche nach einer mittleren Flugstrecke von 27 mm in ein $\pi^+\pi^-$ Paar zerfallen. Als Kammergas wurde ein Gemisch aus Argon, Ethan und Freon gewählt, welches sich durch eine hohe Driftgeschwindigkeit für Elektronen auszeichnet. Damit erhält man einen schnellen Trigger zur Bestimmung der Multiplizität von geladenen Teilchen.

Silizium-Vertex-Detektor

Im Juli 1995 wurden die PWCs durch einen Silizum-Vertex-Detektor ersetzt [17]. Er ist aus 15 SiO_2-Platten aufgebaut, welche fächerförmig angeordnet sind und dabei einen Zylinder bilden. Alle Platten sind nochmals in 128 Streifen mit einem Abstand von 50 μm unterteilt. Dieser Detektor ist durch seine hervorragende Ortsauflösung in der r-φ-Ebene ausgezeichnet. Man erhält damit einen Meßpunkt pro geladenem Teilchen mit sehr geringem Fehler, wodurch eine verbesserte Berechnung des Impulses, sowie eine genauere Bestimmung des Annihilationspunktes ermöglicht wird.

Jet-Driftkammer

Die zweite Komponente zur Detektion geladener Teilchen besteht aus einer Jet-Driftkammer (JDC*). Sie umgibt die äußere PWC, bzw. den Silizium-Vertex-Detektor und umfaßt 30 Sektoren mit jeweils 23 Signaldrähten. Diese sind alternierend mit Feldkorrekturdrähten in der Sektormitte montiert, wobei die Korrekturdrähte zur Einstellung der Gasverstärkung, sowie der Isochronenkorrektur dienen [18]. Man erhält damit bis zu 23 Meßpunkte für eine Teilchenspur in radialer Richtung. Dabei beträgt die Auflösung (σ) in der r - φ - Ebene 200 μm und 8 mm in z-Richtung. Bedingt durch eine Bahnlänge von 176 mm bei 23 Lagen und einem Magnetfeld von 1.5 Tesla ergibt sich für die relative Impulsauflösung [19]:

$$\frac{\sigma_{p_t}}{p_t} = 3.7\% \cdot \frac{p_t}{\mathrm{GeV}/c} \tag{2.1}$$

Um die durch die Lorentzkraft hervorgerufene Richtungsabweichung der driftenden Elektronen gering zu halten, wird ein Kammergas benötigt, welches eine kleine Driftgeschwindigkeit für Elektronen besitzt. Im Crystal Barrel-Detektor findet hierfür ein Kohlendioxyd-Isobutan-Gemisch mit einer Zusammensetzung von 90% CO_2 und 10% Iso-C_4H_{10} Verwendung. Damit wird bei einem mittleren elektrischen Feld von 1 kV/cm eine Driftgeschwindigkeit von 8 cm/μs erreicht. Mit einem Magnetfeld von 1.5 Tesla läßt sich so der Lorentzwinkel auf 7.2° minimieren.

Bei der Auswertung eines Signaldrahtpulses ist es nicht möglich festzustellen, an welcher Seite des Drahtes das Teilchen vorbei geflogen ist. Um diese Mehrdeutigkeit der Teilchenspuren aufzulösen, wurden die Signaldrähte abwechselnd um 200 μm nach rechts und links versetzt angeordnet (Staggering). So ist es möglich bei der anschließenden Rekonstruktion der Teilchenspur durch Vergleich der Driftzeiten von drei aufeinanderfolgenden Drähten den Bereich des Sektors festzulegen, durch den das Teilchen geflogen ist [20].

Um auch eine Information über die z-Koordinate zu erhalten, werden die Pulshöhen an beiden Drahtenden gemessen. Aus ihrem Verhältnis kann auf die Position der Spur in z-Richtung geschlossen werden. Weiterhin liefern die Signalhöhen Informationen über die spezifische Ionisation (dE/dx) der geladenen Teilchen, womit eine Separation von Pionen und Kaonen möglich ist [21, 22].

CsI(Tl)-Kalorimeter

Um neutrale Mesonen zu detektieren ist um die Spurkammern herum ein elektromagnetisches Kalorimeter, bestehend aus 1380 CsI(Tl)-Kristallen, angeordnet. Alle Kristallmodule sind auf das Zentrum des Detektors, den Annihilationsvertex, ausgerichtet und bilden gemeinsam die Form eines Fasses (Crystal Barrel) [23]. Dieser Aufbau erfordert insgesamt 13 verschiedene Kristallformen [24],welche in 26 Ringen zu je 60 Modulen, bzw. 30 an den Kalorimeterseiten, angeordnet sind. Damit erhält man einen Winkelbereich von 6° in

*__J__et __D__rift __C__hamber

azimutaler Richtung und 6°, bzw. 12° für die Randkristalle, in polarer Richtung für jeden Kristall. Bedingt durch die Öffnungen für den Strahlein- und Austritt wird so insgesamt ein Raumwinkel von 95.1% - 97.8%$\cdot 4\pi$, abhängig vom Strahlimpuls der Antiprotonen, abgedeckt. Durch die Segmentierung ist die Ortsauflösung auf 20 mrad in der Θ- und Φ-Richtung begrenzt und erlaubt so eine Trennung zweier Photonen aus einem π^0-Zerfall bei einem Impuls von bis zu 1 GeV/c[25].

Die einzelnen Kristallmodule haben eine Länge von 300 mm, was 16.1 Strahlungslängen entspricht, und sind damit in der Lage Photonen mit einer maximalen Energie von 2 GeV effizient nachzuweisen. Alle Module sind aus Stabilitätsgründen von einer 100 μm dicken Titanfolie umgeben, welche zugleich als elektrische Abschirmung dient. Da eine Auslese des Szintillationslichtes mittels eines Photomultipliers, bedingt durch den Magneten, ausgeschlossen ist, finden Photodioden Verwendung. Da jedoch die Dioden in einem Wellenlängenbereich empfindlich sind, der jenseits des Maximums des Emmissionsspektrums der CsI(Tl)-Kristalle liegt, muß eine Anpassung durch einen Wellenlängenschieber vorgenommen werden. Hierzu dient 3 mm dickes und mit dem Farbstoff Rubrene versetztes Plexiglas, welches Licht im Bereich zwischen 520 nm und 570 nm absorbiert und zu höheren Wellenlängen hin verschiebt. Um das Signalrauschen so gering wie möglich zu halten, ist zusätzlich der Vorverstärker direkt auf das Kristallmodul montiert.

Um die einzelnen Kristalle in regelmäßigen Abständen auf ihre Funktionsfähigkeit zu kontrollieren, ist an jedem Modul eine optische Faser befestigt, welche mit einer Xenon-Blitzlampe verbunden ist (Lichtpulser) [26]. Zudem kann damit eine Vorkalibration der Kristalle während einer Strahlzeit vorgenommen werden. Die endgültige Kalibration wird nach Beendigung der Datennahme über die Minimierung der π^0-Masse durchgeführt [27].

Magnet

Um mit der Jet-Driftkammer eine Impuls-Bestimmung vornehmen zu können, ist es notwendig, daß die geladenen Teilchen durch ein Magnetfeld laufen, welches längs der Flugrichtung der einlaufenden Antiprotonen gerichtet ist. Dadurch wird eine Krümmung ihrer Trajektorie erreicht, die dann zur Impulsbestimmung benutzt wird. Hierzu dient ein Magnet von solenoidaler Form. Das bedeutet: die radiale und $\Phi-$Komponente des Magnetfelds verschwindet, während ein konstantes Feld in z-Richtung besteht. Der Magnet ist in der Lage eine maximale Feldstärke von 1.5 Tesla bei einer Anschlußleistung von ca. 2.5 MW zu erzeugen.

Triggersystem und Datenerfassung

Aufgrund der großen Datenmenge, welche die einzelnen Subdetektoren zusammen liefern, ist es nicht möglich, jedes detektierte Ereignis vollständig und dauerhaft zu speichern. Daher ist es notwendig, ein schnelles und zuverlässiges Triggersystem zu verwenden, um einerseits schnell auf physikalisch interessante Ereignisse zu reagieren und andererseits die Statistik von seltenen Zerfallskanälen zu erhöhen. Dies kann nur mit einem mehrstufigen Triggersystem erreicht werden.

Das Crystal Barrel Triggersystem ist aus drei Stufen aufgebaut. Die unterste Triggerstufe (Level 0) hat die Aufgabe ein Startsignal zu setzen. Hierfür werden die Signale von Zählern vor und hinter dem Target ausgelesen und verglichen. Wenn ein Antiproton den vorderen

Zähler passiert, aber das Target nicht durch den hinteren Zähler verlassen hat, wird mit der Auslese des Detektors begonnen.

Die nächste Triggerstufe (Level 1) berücksichtigt zusätzlich die Informationen der beiden PWCs, bzw. des Silizium-Vertex-Detektors, und der JDC. Damit ist es möglich, z. B. geladene oder neutrale Ereignisse zu selektieren. Da auch die Multiplizität der Ereignisse bestimmt wird, kann an dieser Stelle bereits auf einen bestimmten Ereignistyp getriggert werden [28].
Zusätzlich dient eine Anordnung zur schnellen Cluster*-Erkennung (FACE**) zur raschen Bestimmung der Gesamtmultiplizität des Ereignisses im Kalorimeter, so daß auch einzelne Ereignisstopologien herausgefiltert werden können [29].

Die Trigger der Stufen 0 und 1 stellen reine Hardware-Trigger dar. Die letzte und oberste Stufe (Level 2) ist dagegen als Software-Trigger realisiert. Sie berücksichtigt zusätzlich die Energieinformation in den Kristallen des Kalorimeters und ist somit für die Auswahl einzelner Zerfälle, bestehend aus einer vorgegebenen Anzahl von neutralen und geladenen Teilchen, geeignet.

Damit reduziert das Triggersystem die Ereignisrate von anfänglich 10 kHz (Level 0) über 400 Hz (Level 1) auf 100 Hz (Level 2). Die damit verbundene Datenmenge ist vollständig von der Datenerfassung verarbeitbar und kann ohne Probleme gespeichert werden [30]. Dazu werden IBM 3480 Cartridge und DEC Digital Linear Tape Magnetbänder mit einer Speicherkapazität von 200 MByte, bzw. 10 GByte verwendet.

*Zusammenhängende Bereiche von Kristallen mit Energieeinträgen
****FA**st **C**luster **E**ncoder

Kapitel 3

Datenrekonstruktion und Selektion der Endzustände

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Proton-Antiproton Annihilationen in drei pseudoskalare Teilchen untersucht. Dazu fanden Datensätze mit jeweils 6 und 10 Photonen im Endzustand Verwendung. Die Daten lagen bereits rekonstruiert und selektiert vor und sind in [31] (6γ) und [32] (10γ) ausführlich beschrieben. Aus diesem Grund wird der Selektionsverlauf hier nur grob skizziert. Die verwendete Software ist in Tabelle 3.1 zusammengestellt. Dieselbe Software fand auch bei der Rekonstruktion von Monte-Carlo simulierten Ereignissen Verwendung. Da die Selektion des 10 Photon-Endzustandes zu einem späteren Zeitpunkt stattfand als die der 6 Photon-Daten, hat sich die verwendete Software leicht geändert.

Bibliothek	**Version**		**Zweck**
	6γ	10γ	
CBOFF	1.27/05	1.30/00	Steuerung der Datenrekonstruktion [33]
LOCATER	1.97/04	2.01/00	Auswertung der Spurkammerdaten [34]
BCTRAK	2.03/00	2.04/00	Auswertung der Kalorimeterdaten [35]
GTRACK	1.34/01	1.36/00	Rekonstruktion des Gesamtereignisses [36]
CBKFIT		3.09/00	Kinematische Anpassung [37]
CBGEANT	4.06/07	5.05/01	Monte-Carlo Simulationsrechnungen [38]
GEANT	3.15/90	3.21/05	CERN Monte-Carlo Paket [39]
CBoOFF++	1.60/a	1.60/a	C++-Interface zu CBOFF [40]
BRAIN		3.03	Neuronales Netzwerk [41]

Tabelle 3.1: **Verwendete Programmbibliotheken.** *Aufgeführt sind die Software-Pakete, welche zur Rekonstruktion und Selektion der 6 und 10 Photon-Datensätze benutzt wurden.*

3.1 6 Photon-Endzustand

Die rekonstruierten Daten wurden im Juli 1992 und August 1994 bei einem $\bar{p}$ Strahlimpuls von 1.94 GeV/c aufgezeichnet, wobei nur Annihilationen mit 0 oder 2 geladenen Teilchen im

Endzustand bei der Datennahme von Interesse waren. Verlangt wurde zusätzlich, im Falle von rein neutralen Ereignissen, eine deponierte Mindestenergie im Kalorimeter. Für die Reaktionen $p\bar{p}\rightarrow 3\pi^0$, $p\bar{p}\rightarrow 2\pi^0\eta$, $p\bar{p}\rightarrow 2\eta\pi^0$ und $p\bar{p}\rightarrow 3\eta$ wurden nur Pionen und η-Mesonen selektiert, welche aus einem Zerfall in zwei Photonen stammen.
Der Selektionsablauf ist unterteilt in eine Vorselektion der rekonstruierten Ereignisse und eine Hauptselektion mittels kinematischer Anpassung.

3.1.1 Vorselektion

Zur Auswertung standen zwei Datensätze vom Juli 1992 und August 1994 mit rein neutralen Ereignissen zur Verfügung. Zusätzlich wurde ein Datensatz vom August 1994 verwendet, in dem keine oder zwei geladene Teilchen gemessen wurden. Auf diese Daten fanden folgende Selektionskriterien Anwendung:

- Keine Spuren geladener Teilchen nach Auswertung der Driftkammerdaten.
- Genau sechs Photonen im Kalorimeter. Nur Kristallenergieeinträge über 20 MeV werden berücksichtigt und als rekonstruierte Photonen betrachtet.

Abbildung 3.1 zeigt Charakteristika der Datensätze. In (a) ist die Verteilung der Mulipliztät der geladenen Teilchen in den als rein neutrale Ereignisse aufgezeichneten Daten dargestellt. Die Verteilung der Photonen in rein neutralen, selektierten Ereignissen ist in (b) gezeigt. Ereignisse mit sechs oder acht Photonen leisten dabei den größten Beitrag.

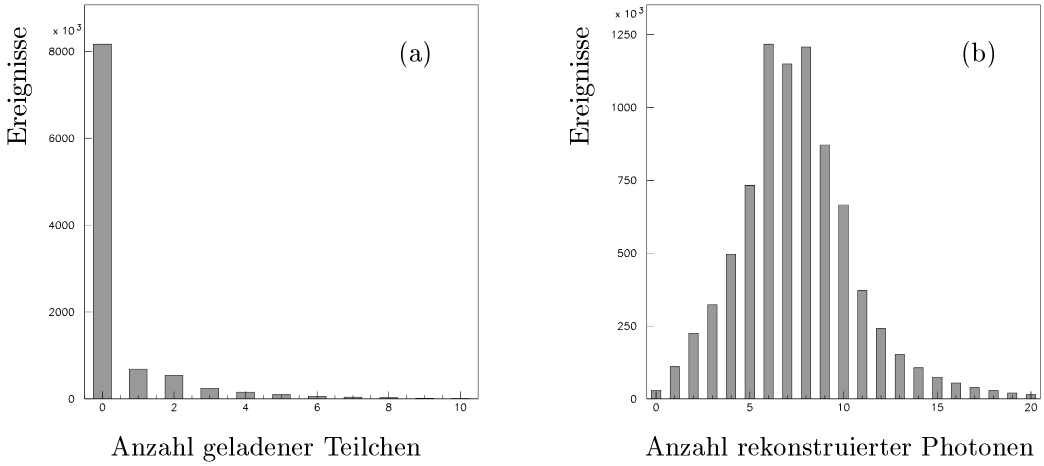

Abbildung 3.1: **Multiplizitäten vor der Vorselektion.** *In (a) ist die Multiplizitätsverteilung für Spuren geladener Teilchen gezeigt, welche während der Rekonstruktion gefunden wurden. Spektrum (b) stellt die Häufigkeitsverteilung von rekonstruierten Photonen für Ereignisse ohne geladene Teilchen dar.*

Eine Vorselektion auf die Gesamtenergie und den Gesamtimpuls wurde nicht durchgeführt. Eine effektivere Auswahl wurde mittels Anpassung der kinematischen Größen an Randbedingungen erreicht. In Abbildung 3.2 ist die Gesamtenergie rein neutraler Ereignisse gegenüber dem Betrag des Gesamtimpulses dargestellt. Die Anzahl der Einträge ist logarithmisch aufgetragen um schwache Strukturen besser hervorzuheben. Bedingt durch die Geometrie des Detektors und die zusätzliche Forderung nach einer deponierten Mindestenergie in den Kristallen, erfüllen die meisten Ereignisse innerhalb ihrer Fehler die Energie- und Impulserhaltung.

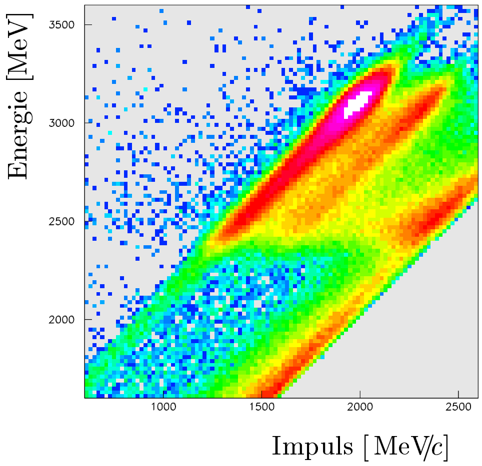

Abbildung 3.2: **Energie-Impuls-Verteilung.** *Erkennbar ist eine starke Anhäufung von vollständig rekonstruierten Ereignissen bei einer Energie von 3093 MeV und einem Impuls von 1940 MeV/c. Daneben gibt es Ereignisse, wo ein Photon nicht rekonstruiert wurde. Diese sind als diagonal verlaufende Verschmierung ausgehend vom Sollwert sichtbar.*

3.1.2 Kinematische Anpassung

Die gleichzeitige Erfassung aller Reaktionsprodukte und die vollständige Vermessung der Kinematik führen zu einer Überbestimmung der Messung. Dadurch lassen sich die Meßdaten an Randbedingungen anpassen und die Genauigkeit der Messung wird erhöht. Darüber hinaus kann die Güte der kinematischen Anpassung als Test der Endzustandshypothesen verwendet werden.

In diesem Fall sind die eingehenden Meßgrößen die Winkel φ und ϑ des Auftreffortes eines jeden der sechs Photonen im Kalorimeter, sowie die Quadratwurzeln der Photonenenergien $\sqrt{E}$. Diese Größen sind nur gering korreliert und weisen in guter Näherung normalverteilte Fehler auf. Die dazugehörige 18×18 Fehlermatrix wird auf der Diagonalen mit abgeschätzen Fehlern besetzt. Alle Nebendiagonalelemente verschwinden.

Zusätzlich zu den Nebenbedingungen die sich aus der Energie- und Impulserhaltung ergeben, wurden weitere Bedingungen basierend auf den invarianten Massen der Photonenpaare von π^0's und η's angenommen. Es wurden folgende Hypothesen getestet:

(1) $p\bar{p}\longrightarrow 6\gamma$,

(2) $p\bar{p}\longrightarrow \pi^0\pi^0\gamma\gamma$,

(3) $p\bar{p}\longrightarrow \pi^0\eta\gamma\gamma$,

(4) $p\bar{p}\longrightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$,

(5) $p\bar{p}\longrightarrow \pi^0\pi^0\eta$,

(6) $p\bar{p}\longrightarrow \pi^0\eta\eta$ und

(7) $p\bar{p}\longrightarrow \eta\eta\eta$

Zu den Hypothesen (2), (5) und (6) wurden jeweils 45 Permutationen der Reihenfolge der Photonen getestet, zu Hypothese (3) 90 Permutationen und zu den Hypothesen (4) und (7) je 15 Permutationen. Da der Rechenaufwand mit jeder Permutation ansteigt, wurde vorher

eine Auswahl der Photonkombinationen getroffen, welche in ein Fenster der invarianten Massen für π^0 und η fallen. Diese Fenster wurden zu 70 - 200 MeV/c^2 für Pionen und 450 - 650 MeV/c^2 für η-Mesonen gewählt.
Für das Gelingen der kinematischen Anpassung ist es entscheidend, die Fehler richtig abzuschätzen. Der Fehler in $\sqrt{E}$ wurde zu

$$\sigma(\sqrt{E})/E = 2.8\%/\sqrt{E}\ , \quad E\ in\ GeV \tag{3.1}$$

angenommen. Als untere Grenze wurde $\sigma(\sqrt{E}) > 0.35\ \mathrm{MeV}^{1/2}$ angesetzt. Die Bestimmung der Fehler in φ und ϑ wurde in [42] bis zu Energien von 1 GeV für die Kristalltypen 1 bis 12 durchgeführt.
Sie sind durch eine Parametrisierung der folgenden Form ausgedrückt:

$$\sigma = p_1 + p_2\sqrt{E} + p_3\ ln(E)\ , \quad E\ in\ MeV \tag{3.2}$$

Die Parameter p_1, p_2 und p_3 sind dabei getrennt für die Fälle von einem oder mehreren Energieeinträgen (PED) in zusammenhängenden Kristallclustern, sowie für Rand- und Zentralkristalltypen bestimmt worden. Tabelle 3.2 führt die verschiedenen Werte auf.

	Anzahl PEDs	**Kristall-typ**		**σ/mrad (E/GeV)**	**E_0/GeV**
φ	1	1 - 10		27.26 - 35.68 E + 30.38 E^2 - 9.28 E^3	1.4
		11 - 13		53.89 - 65.15 E + 48.15 E^2 - 12.8 E^3	1.6
	2	1 - 10	hi	24.36 - 23.92 E + 17.79 E^2 - 4.99 E^3	1.5
			lo	= hi / 0.93	
		11 - 13	hi	47.98 - 48.3 E + 35.85 E^2 - 9.76 E^3	1.8
			lo	= hi / 0.88	
ϑ	1	1 - 10		27.3 - 49.69 E + 67.16 E^2 - 43 E^3 + 10 E^4	1.5
		11		10 + 7(1 - E/1.5)	1.5
		12		10 + 13(1 - E/1.5)	
		13		9 + 6(1 - E/1.5)	
	2	1 - 10	hi	25 - 39.67 E + 58.28 E^2 - 41.18 E^3 + 10.32 E^4	1.5
			lo	= hi / 0.91	
		11 - 13		23 - 32.26 E - 23.16 E^2 + 30.16 E^3 - 11.32 E^4	1.4

Tabelle 3.2: **Abschätzung der Fehler für φ und ϑ.** *Das verwendete Polynom zur Fehlerbestimmung hängt von der Anzahl der Energieeinträgen pro Cluster und dem Typ des Zentralkristalls des Energieeintrages ab. Bei zwei oder mehr Energieeinträgen wird zudem noch unterschieden, ob es sich um das höchstenergetische (hi) oder nicht (lo) handelt. Die letzte Spalte zeigt die Photonenergie bis zu welcher diese Fehlerparametrisierung noch akzeptabel ist.*

Um systematische Schwierigkeiten, wie z. B. die nicht gaussförmige Verteilung der Fehler auszugleichen, mußte die obige Fehlerabschätzung skaliert werden. Diese Faktoren (vgl. Tabelle 3.3) wurden für Meßdaten und Monte-Carlo simulierte Ereignisse getrennt bestimmt. Dafür wurden kinematische Anpassungen mit verschiedenen Faktoren durchgeführt und die Breite der Verteilungen der Pulls* aus der Anpassung miteinander verglichen. Eine

*Differenz zwischen gemessenem Wert und angepaßtem Wert gute Abschätzung der Meßfehler läßt sich auch in einer flachen Verteilung des Vertrauensniveaus ersehen (vgl. Abbildung 3.3).

	σ^2_φ	σ^2_ϑ	$\sigma^2_{\sqrt{E}}$
Monte-Carlo	1.57	1.20	1.02
Juli 1992	1.18	1.00	0.97
August 1994	1.40	1.10	1.00

Tabelle 3.3: **Skalierungsfaktoren für die Meßfehler bei der 6 Photon-Selektion.** *Diese Faktoren skalieren das Quadrat der Meßfehler.*

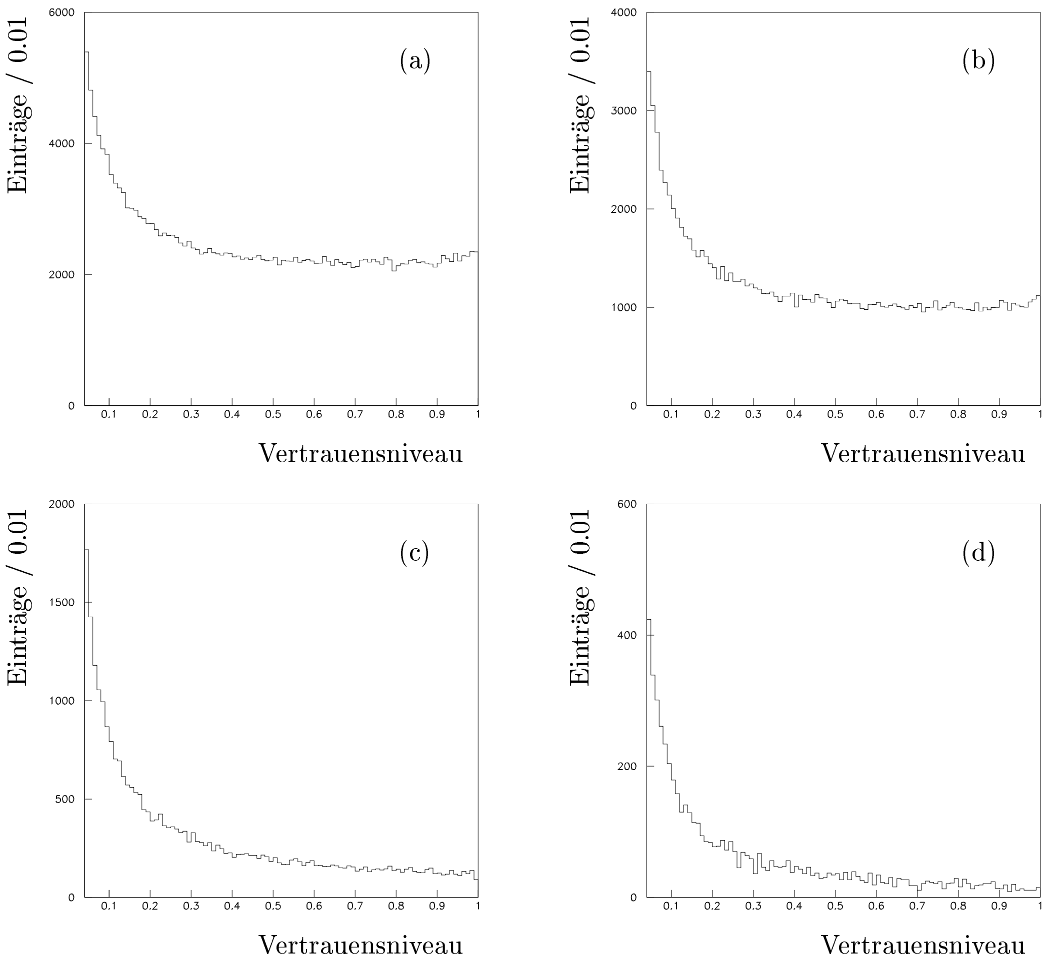

Abbildung 3.3: **Vertrauensniveaus für verschiedene Hypothesen.** *(a) Hypothese* $p\bar{p}\to 3\pi^0$, *(b)* $p\bar{p}\to 2\pi^0\eta$, *(c)* $p\bar{p}\to 2\eta\pi^0$ *und (d)* $p\bar{p}\to 3\eta$. *Die Verteilung des Vertrauensniveaus sollte flach sein. Der Anstieg zu kleineren Werten hin rührt von Ereignissen anderer Reaktionen her, welche nur mit einem schlechten Vertrauensniveau die Hypothese erfüllen.*

3.1.3 Selektion der Endzustände

Nach der kinematischen Anpassung wurden alle Ereignisse verworfen, welche keine der Endzustandshypothesen $3\pi^0$, $2\pi^0\eta$, $2\eta\pi^0$ und 3η mit mindestens 10% Wahrscheinlichkeit erfüllte. Die nichtverworfenen Ereignisse wurden dem Endzustand mit dem höchsten Vertrauensniveau zugerechnet. Um Fehlzuordnungen so gering wie möglich zu halten, wurden außerdem Gegenschnitte auf Vertrauensniveaus anderer Endzustände durchgeführt. Diese Gegenschnitte sind in Tabelle 3.4 angegeben.

	Vertrauensniveau der Hypothese			
zugeordnet	$3\pi^0$	$2\pi^0\eta$	$2\eta\pi^0$	3η
$3\pi^0$	$> 10\%$	$<\mathbf{10^{-3}}$	-	-
$2\pi^0\eta$	$< 10^{-5}$	$> 10\%$	-	-
$2\eta\pi^0$	$< 10^{-5}$	$< 10^{-5}$	$> 10\%$	$< 10\%$
3η	$< 10^{-5}$	$< 10^{-5}$	$< 10^{-5}$	$> 10\%$

Tabelle 3.4: **Trennung und Zuordnung der Endzustände in der 6 Photon-Selektion.** *Die Tabelle zeigt die oberen und unteren Schwellenwerte für das Vertrauensniveau der getesteten Hypothese.*

Die Rekonstruktionseffizienz wurde mittels Monte-Carlo Ereignissen abgeschätzt, welche die gleiche Rekonstruktion- und Selektion-Routinen wie die Daten durchlaufen. Tabelle 3.5 gibt die Werte für Rekonstruktionseffizienzen und Fehlzuordnungen an. Aus [43] ist bekannt, daß die Endzustände $\pi^0\omega$ und $\eta\omega$ mit $\omega\to\pi^0\gamma$ dominant zum Untergrund aus statistischen Fluktuationen der elektromagnetischen Schauer von Photonen beitragen. Da diese Art von Untergrundereignissen hinreichend gut von der kinematischen Anpassung verworfen wird, war keine weitere Behandlung notwendig. Das ist im Falle des 10 Photon-Endzustandes anders (vgl. Kap. 3.2.3).

zugeordnet	**simulierter Endzustand (Monte-Carlo)**				
	$3\pi^0$	$2\pi^0\eta$	$2\eta\pi^0$	3η	$\pi^0\omega$
$3\pi^0$	**26.6%**	$6{\cdot}10^{-5}$	$2{\cdot}10^{-4}$	$3{\cdot}10^{-5}$	$4{\cdot}10^{-3}$
$2\pi^0\eta$	$6{\cdot}10^{-4}$	**29.5%**	$1{\cdot}10^{-3}$	$6{\cdot}10^{-4}$	$1{\cdot}10^{-3}$
$2\eta\pi^0$	$3{\cdot}10^{-5}$	$4{\cdot}10^{-5}$	**23.5%**	$1{\cdot}10^{-3}$	$3{\cdot}10^{-5}$
3η	$<1{\cdot}10^{-5}$	$1{\cdot}10^{-5}$	$1{\cdot}10^{-4}$	**25.2%**	$<1{\cdot}10^{-5}$

zugeordnet	**simulierter Endzustand (Monte-Carlo)**				
	$\eta\omega$	$\omega\omega$	$4\pi^0$	$2\pi^0\omega$	$\pi^0\eta\omega$
$3\pi^0$	$3{\cdot}10^{-5}$	$5{\cdot}10^{-3}$	$5{\cdot}10^{-4}$	$1{\cdot}10^{-3}$	$4{\cdot}10^{-5}$
$2\pi^0\eta$	$4{\cdot}10^{-3}$	$2{\cdot}10^{-2}$	$1{\cdot}10^{-3}$	$3{\cdot}10^{-3}$	$8{\cdot}10^{-4}$
$2\eta\pi^0$	$6{\cdot}10^{-4}$	$3{\cdot}10^{-4}$	$<1{\cdot}10^{-5}$	$6{\cdot}10^{-5}$	$2{\cdot}10^{-3}$
3η	$3{\cdot}10^{-5}$	$1{\cdot}10^{-5}$	$<1{\cdot}10^{-5}$	$3{\cdot}10^{-5}$	$4{\cdot}10^{-4}$

Tabelle 3.5: **Rekonstruktionseffizienzen und Fehlzuordnungsraten für den 6 Photon-Endzustand.** *Für jeden Endzustand mit drei pseudoskalaren Mesonen wurden annähernd 100.000 Monte-Carlo Ereignisse generiert und rekonstruiert. Für den $4\pi^0$ Endzustand wurden 50.000, für $\pi^0\omega$ und $\eta\omega$ 30.000 und für $\omega\omega$, $2\pi^0\omega$ und $\pi^0\eta\omega$ 100.000 Ereignisse untersucht. Dabei wurde ausschlieslich der 6 Photon-Endzustand simuliert.*

Nach der Vor- und der Hauptselektion ergaben sich aus 10.5 Millionen aufgezeichneten Ereignissen 197.017 $3\pi^0$-, 95.286 $2\pi^0\eta$-, 5.831 $2\eta\pi^0$- und 473 3η- kinematisch angepasste Ereignisse (vgl. Tabelle 3.6).

Selektions-schritte	**Juli 1992** rein neutral	**August 1994** rein neutral	0 oder 2 Spuren	Σ	
phys. Ereignisse	6327591	3273663	440776		
nur Neutrale	5236469	2492941	436816		
6 PEDs	824013	317960	74823		
eine Hyp. > 0.1	171752	103133	25918		
$3\pi^0$	108211	67773	17099	197017	(193083)
$2\pi^0\eta$	52174	32904	8236	95286	(93314)
$2\eta\pi^0$	3220	2032	467	5831	(5719)
3η	241	171	47	473	(459)

Tabelle 3.6: **Ergebnisse der Selektion des 6 Photon-Endzustandes.** *Gezeigt ist die Anzahl der verbliebenen Ereignisse nach jedem Selektionsschritt. Die Zahlen sind für die verschiedenen Strahlzeiten nach Triggern geordnet separat ausgewiesen. Aus technischen Gründen ist für einen Teil der Daten der Juli 1992 Strahlzeit keine Selektionsgeschichte verfügbar. Deshalb ist die tatsächliche Anzahl der selektierten Ereignisse größer als die Summe aus den angegebenen Zahlen für die einzelnen Strahlzeiten. Diese ist in der letzten Spalte in Klammern aufgeführt.*

Die Güte dieser Selektion läßt sich am Beispiel des Kanals $2\pi^0\gamma\gamma$ veranschaulichen. In Abbildung 3.4 ist die Photon-Photon invariante Masse im Bereich der Masse des η-Mesons für Ereignisse aufgetragen, welche die Hypothese $2\pi^0\gamma\gamma$ mit einer Wahrscheinlichkeit größer als 10% erfüllen. Außerdem erfüllen sie nicht die Hypothese $3\pi^0$ (Wahrscheinlichkeit $< 10^{-5}$). An das invariante Massenspektrum wurde eine Gausskurve mit linearem Untergrund angepasst. Das Maximum dieser Gausskurve liegt bei 547.0 ± 0.1 MeV/c^2, wobei die Auflösung 14.6 MeV/c^2 beträgt. Dies ist zwar nicht in perfekter Übereinstimmung mit dem Wert der Particle Data Group (PDG) von 547.45 ± 0.19 MeV/c^2[44], jedoch im Rahmen der Meßgenauigkeit ausreichend.

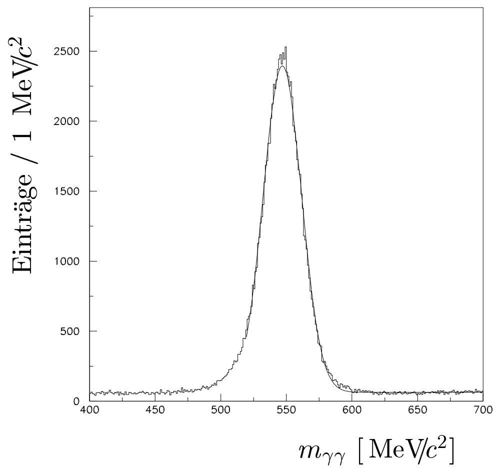

Abbildung 3.4: **Invariantes Photon-Photon-Massenspektrum des Kanals $2\pi^0\gamma\gamma$.** *Das Maximum der angepassten Gausskurve liegt bei 547.0 MeV/c^2.*

3.2 10 Photon-Endzustand

Auch die für die Selektion des 10 Photon-Endzustandes verwendeten Daten wurden in den Strahlzeiten Juli 1992 und August 1994 aufgezeichnet. Jedoch fanden auch Daten aus einer Strahlzeit im September 1995 Verwendung. Diese wurden ebenfalls bei einem $\bar{\text{p}}$-Strahlimpuls von 1940 MeV/c aufgenommen. Die Triggerbedingungen im September 1995 waren die gleichen wie im Juli 1992. Da der Verlauf der Rekonstruktion und Selektion zum größten Teil identisch mit der 6 Photon-Rekonstruktion ist, sollen nachfolgend nur die Unterschiede aufgezeigt und erläutert werden.

3.2.1 Vorselektion

In der Vorselektion wurde versucht rein neutrale Endzustände zu selektieren und den 10 Photon-Endzustand so untergrundfrei wie möglich zu erhalten. Im Gegensatz zu 6 Photonen ist beim 10 Photon-Endzustand der Untergrund von elektromagnetischen Schauerfluktuationen im Kalorimeter weitaus größer und nicht mehr einfach durch eine kinematische Anpassung zu unterdrücken. Deshalb wurde schon bei der Vorselektion das neuronale Netz BRAIN [41] eingesetzt, welches bei dieser Selektion eine Effizienz von 90% für die Unterdrückung von Schauerfluktuationen aufwies. Aufgrund dieser hohen Effizienz konnten zusätzlich Kristalleinträge bis zu einer deponierten Mindestenergie von 10 MeV ebenfalls als Photonen angesehen werden.

3.2.2 Kinematische Anpassung

Die kinematische Anpassung verlief analog zu der des 6 Photon-Endzustandes. Es wurden folgende Hypothesen geprüft:

(1) $\text{p}\bar{\text{p}} \longrightarrow 10\gamma$,

(2) $\text{p}\bar{\text{p}} \longrightarrow \pi^0\pi^0\pi^0\gamma\gamma\gamma\gamma$,

(3) $\text{p}\bar{\text{p}} \longrightarrow \pi^0\pi^0\pi^0\eta\gamma\gamma$,

(4) $\text{p}\bar{\text{p}} \longrightarrow \pi^0\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0$,

(5) $\text{p}\bar{\text{p}} \longrightarrow \pi^0\pi^0\pi^0\pi^0\eta$,

(6) $\text{p}\bar{\text{p}} \longrightarrow \pi^0\eta\eta \longrightarrow \pi^0\pi^0\pi^0\pi^0\eta$,

(7) $\text{p}\bar{\text{p}} \longrightarrow \pi^0\pi^0\pi^0\eta\eta$,

(8) $\text{p}\bar{\text{p}} \longrightarrow \eta\eta\eta \longrightarrow \pi^0\pi^0\pi^0\eta\eta$ und

(9) $\text{p}\bar{\text{p}} \longrightarrow \pi^0\pi^0\eta\eta\eta$

Die Fehler wurden mittels der selben Methode wie im Falle der 6 Photonen abgeschätzt. Jedoch fanden unterschiedliche Skalierungsfaktoren Anwendung. Diese wurden wieder aus Monte-Carlo Simulationsstudien ermittelt (vgl. Tabelle 3.7). Die Güte dieser Abschätzung läßt sich ebenfalls mit Vertrauensniveauverteilungen veranschaulichen (vgl. Abbildung 3.5).

	σ^2_φ	σ^2_ϑ	$\sigma^2_{\sqrt{E}}$
Monte-Carlo	2.20	2.70	0.97
Juli 1992	1.30	2.50	0.97
August 1994	1.65	2.40	1.00
September 1995	1.90	2.10	0.98

Tabelle 3.7: **Skalierungsfaktoren für die Meßfehler bei der 10 Photon-Selektion.**

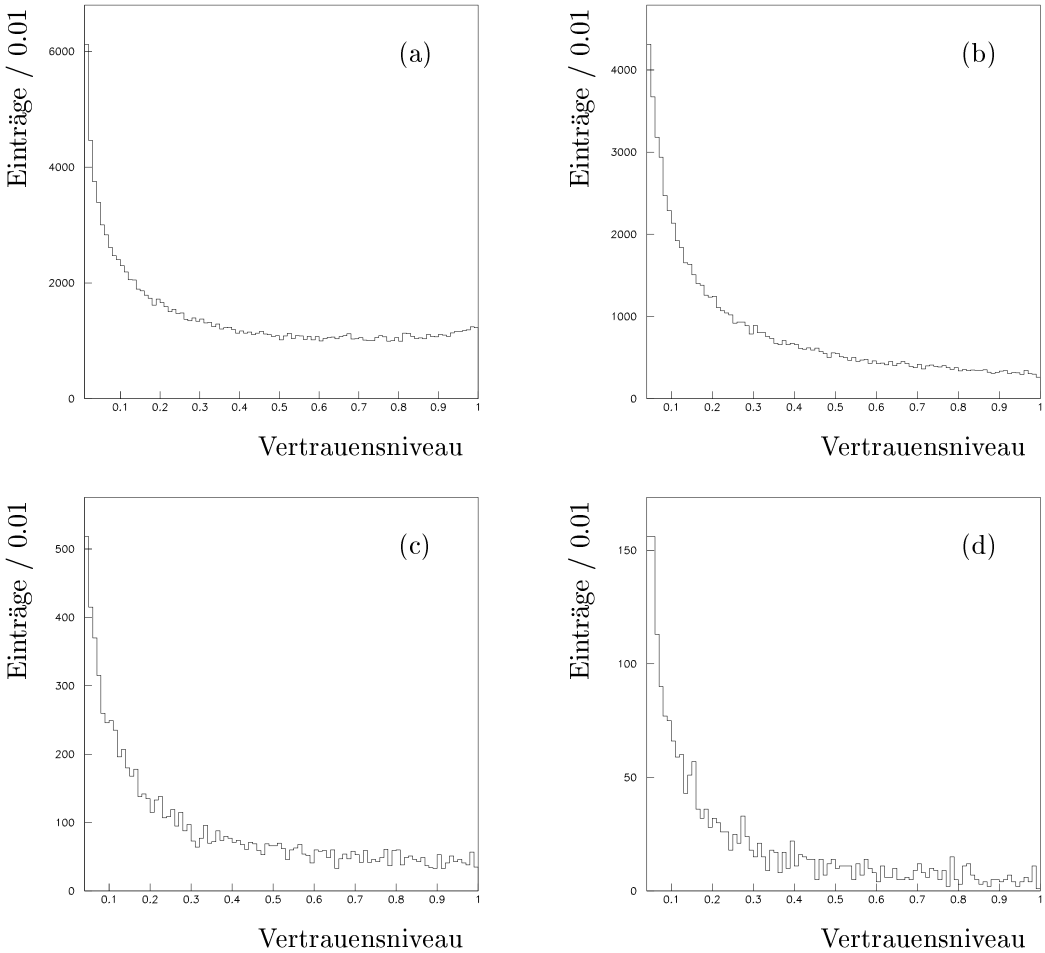

Abbildung 3.5: **Vertrauensniveaus für verschiedene Hypothesen.** *(a) Hypothese* $p\bar{p}\to 5\pi^0$, *(b)* $p\bar{p}\to 4\pi^0\eta$, *(c)* $p\bar{p}\to 2\eta\pi^0$ *und (d)* $p\bar{p}\to 3\eta$. *Auch hier ist eine Verteilung, wie im Fall der 6 Photon-Selektion, zu erkennen.*

3.2.3 Selektion der Endzustände

Nach der kinematischen Anpassung wurden nun wiederum alle Ereignisse verworfen, welche keine der Endzustandshypothesen $5\pi^0$, und $3\pi^0 2\eta$ mit mindestens 10% und $4\pi^0\eta$ mit mindestens 5% Wahrscheinlichkeit erfüllten. Die nichtverworfenen Ereignisse wurden dem Endzustand mit dem höchsten Vertrauensniveau zugerechnet. Auch in diesem Fall waren

Gegenschnitte erforderlich um Untergrundreaktionen zu unterdrücken. Die Kriterien sind in Tabelle 3.8 zusammengefaßt.

zuge-ordnet	**simulierter Endzustand (Monte-Carlo)**					
	$5\pi^0$	$4\pi^0\eta$	$3\pi^0 2\eta$	$2\pi^0 3\eta$	$2\eta\pi^0$	3η
$5\pi^0$	$> 10\%$	$< 5\pi^0$	$< 5\pi^0$	$> 5\pi^0$	-	-
$4\pi^0\eta$	$< 1\%$	$> 5\%$	$< \frac{1}{2}\cdot 4\pi^0\eta$	$< 4\pi^0\eta$	-	-
$3\pi^0 2\eta$	$< 1\%$	$< 1\%$	$> 10\%$	$< 3\pi^0 2\eta$	-	-
$2\eta\pi^0$	$< 1\%$	$> 5\%$	$< \frac{1}{2}\cdot 4\pi^0\eta$	$> 4\pi^0\eta$	$> 10\%$	$< 2\eta\pi^0$
3η	$< 1\%$	$< 1\%$	$> 10\%$	$< 3\pi^0 2\eta$	$< 3\eta$	$> 10\%$

Tabelle 3.8: **Trennung und Zuordnung der Endzustände in der 10 Photon-Selektion.** *In einigen Fällen wurde auf ein festes Verhältnis von Vertrauensniveaus untereinander geschnitten. Diese sind einzeln ausgewiesen.*

Die Effizienzen der Rekonstruktion wurden wie im Falle des 6 Photon-Endzustandes wieder mittels Monte-Carlo Simulationen abgeschätzt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.9 dargestellt. Im Vergleich zur 6 Photon Selektion erhält man nur 20% der Effizienz für den selektierten Kanal. Die Raten der Fehlzuordnungen bewegen sich dagegen im gleichen Maßstab wie bei 6 Photonen.

zugeordnet	**simulierter Endzustand (Monte-Carlo)**			
	$5\pi^0$	$4\pi^0\eta$	$3\pi^0 2\eta$	$2\pi^0 3\eta$
$5\pi^0$	**5.05%**	$1.5\cdot 10^{-3}$	$3.8\cdot 10^{-4}$	$1.2\cdot 10^{-4}$
$4\pi^0\eta$	$1.3\cdot 10^{-3}$	**5.86%**	$2.2\cdot 10^{-3}$	$1.6\cdot 10^{-3}$
$3\pi^0 2\eta$	$1.9\cdot 10^{-4}$	$7.3\cdot 10^{-4}$	**3.79%**	$5.2\cdot 10^{-3}$

zugeordnet	**simulierter Endzustand (Monte-Carlo)**			
	$3\pi^0\omega$	$4\pi^0$	$2\eta\pi^0$	3η
$5\pi^0$	$1.3\cdot 10^{-3}$	$< 10^{-5}$	-	-
$4\pi^0\eta$	$1.4\cdot 10^{-3}$	$< 10^{-5}$	**9.62%**	$4.5\cdot 10^{-3}$
$3\pi^0 2\eta$	$1.8\cdot 10^{-4}$	$< 10^{-5}$	$6.3\cdot 10^{-4}$	**7.84%**
$2\eta\pi^0$	-	-	**8.02%**	$6.8\cdot 10^{-4}$
3η	-	-	$1.1\cdot 10^{-4}$	**6.92%**

Tabelle 3.9: **Effizienzen und Fehlzuordnungen für den 10 Photon-Endzustand.** *Für den $5\pi^0$-Endzustand wurden annähernd 175.000 Ereignisse, für den $4\pi^0\eta$-Kanal 150.000, für $3\pi^0 2\eta$ und $3\pi^0\omega$ 100.000, für $2\pi^0 3\eta$ 25.000 und für den $4\pi^0$-Kanal 20.000 Ereignisse simuliert und rekonstruiert. Für die Endzustände $2\eta\pi^0$ und 3η wurden jeweils 300.000 Ereignisse generiert.*

Es ergaben sich nach der Vor- und Hauptselektion aus 75 Millionen Ereignissen 105.431 $5\pi^0$-, 25.962 $4\pi^0\eta$-, 4.426 $2\eta\pi^0$-, 3.156 $3\pi^0 2\eta$- und 446 3η-Ereignisse, welche von der kinematischen Anpassung zugeordnet werden konnten. Tabelle 3.10 faßt die einzelnen Selektionsschritte zusammen.

	Juli 1992	**August 1994**	**September 1995**	Σ
phys. Ereignisse	$6.7 \cdot 10^6$	$4.3 \cdot 10^6$	$64 \cdot 10^6$	
nur Neutrale	$5.5 \cdot 10^6$	$1.9 \cdot 10^6$	unbekannt	
10 PEDs	225999	112318	260826	
Phasenraum Fit	92686	60340	118805	
$5\pi^0$	37826	23364	44241	105431
$4\pi^0\eta$	9013	6112	10837	25962
$2\eta\pi^0$	1423	939	2064	4426
$3\pi^0 2\eta$	1062	779	1315	3156
3η	141	92	213	446

Tabelle 3.10: **Ergebnisse der 10 Photon-Selektion.** *Gezeigt ist die Anzahl der Ereignisse, welche den jeweiligen Selektionsschritt passiert haben.*

Die Güte dieser Selektion läßt sich am Beispiel des Kanals $4\pi^0\eta$ veranschaulichen. In Abbildung 3.6 ist die invariante $3\pi^0$-Masse im Bereich der Masse des η-Mesons aufgetragen. An das invariante Massenspektrum wurde eine Gausskurve mit linearem Untergrund angepasst. Das Maximum dieser Gausskurve liegt bei 547.5 ± 0.2 MeV/c^2, wobei die Auflösung 8.7 MeV/c^2 beträgt. Dies ist in guter Übereinstimmung mit dem Wert der Particle Data Group (PDG) von 547.45 ± 0.19 MeV/c^2[44]. Da sich das η-Signal am unteren Ende des Phasenraums befindet, liegt es fast untergrundfrei vor. Dies wird in der geringen Breite deutlich.

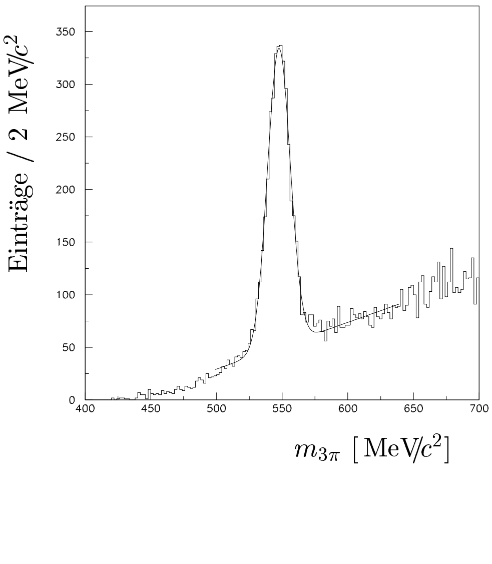

Abbildung 3.6: **Spektrum der invarianten $3\pi^0$-Masse.** *Das Maximum der angepassten Gausskurve liegt bei 547.5 MeV/c^2. Dieser Wert und die geringe Breite von 8.7 MeV/c^2 verdeutlichen nochmals die hohe Güte der Selektion.*

3.3 Präsentation der Daten

An dieser Stelle sollen die selektierten Datensätze im Hinblick auf ihren offensichtlichen Inhalt an Resonanzen vorgestellt werden. Diese klar erkennbaren Resonazen bilden den Ausgangspunkt für die Datenanalyse.

3.3.1 $2\pi^0\eta$-Endzustand in 6 Photonen

Dieser Datensatz besteht aus 95.286 Ereignissen, welche in Abb. 3.7 dargestellt sind. Im Dalitzplot ist klar das $f_2(1270)$ zu erkennen, welches den Plot dominiert. Außerdem sind die Bänder des $a_2(1320)$ und des $a_0(980)$ sichtbar. Bei der invarianten $\pi^0\pi^0$-Masse von 1500 MeV/c^2 ist zusätzlich noch eine schwache Struktur erkennbar, welche dem Gluonenball-Kandidaten $f_0(1500)$ zugeordnet werden kann.

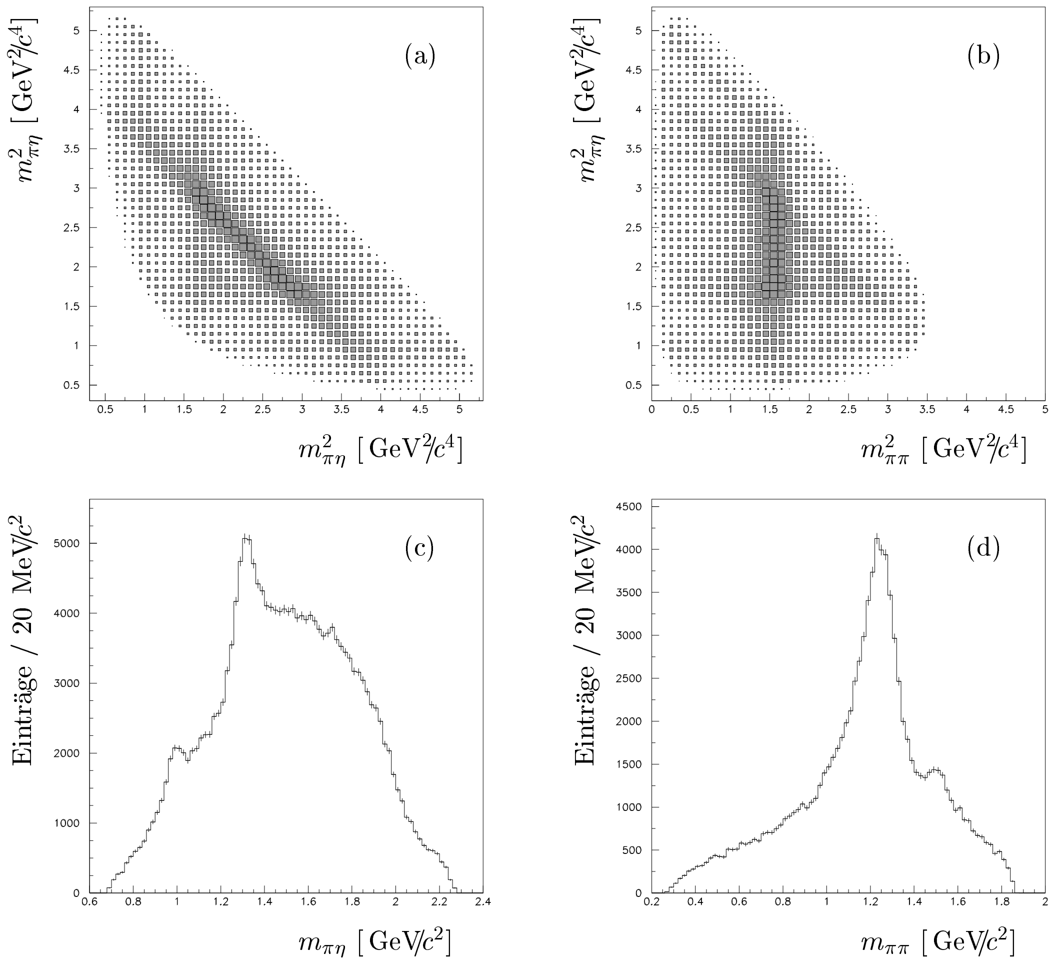

Abbildung 3.7: **Dalitzplots und invariante Massenspektren des Endzustandes $2\pi^0\eta$.** *Plot (a) zeigt den symmetrischen Dalitzplot, (b) den asymmetrischen. In den Spektren (c) und (d) sind die invarianten $\pi^0\eta$- und $\pi^0\pi^0$-Massen gezeigt. Die Auflösung in (a) und (b) beträgt jeweils 0.1 GeV^2/c^4.*

3.3.2 $2\eta\pi^0$-Endzustand in 6 und 10 Photonen

Für die Analyse des Zerfallskanals $2\eta\pi^0$ standen zwei Datensätze mit jeweils 6 und 10 Photonen im Endzustand zur Verfügung. Der 6 Photon-Datensatz wurde zur Analyse verwendet während der 10 Photon-Datensatz der Verifikation der Ergebnisse aus der 6 Photon-Analyse diente. In Abbildung 3.8 sind die 5.831 selektierten Ereignisse des 6

Photon-Endzustandes dargestellt. Im symmetrischen Dalitzplot (a) sind neben den Signalen des $a_0(980)$, $a_2(1320)$ und $f_0(1500)$ Hinweise auf eine Struktur bei hohen invarianten $\eta\eta$-Massen (2.1-2.2 GeV/c^2) zu erkennen. Diese Struktur wird teilweise durch den Kreuzungspunkt der $a_0(980)$-Bänder verdeckt. Bei der Analyse wird diese Struktur ausführlich diskutiert (vgl. Kapitel 5.1).

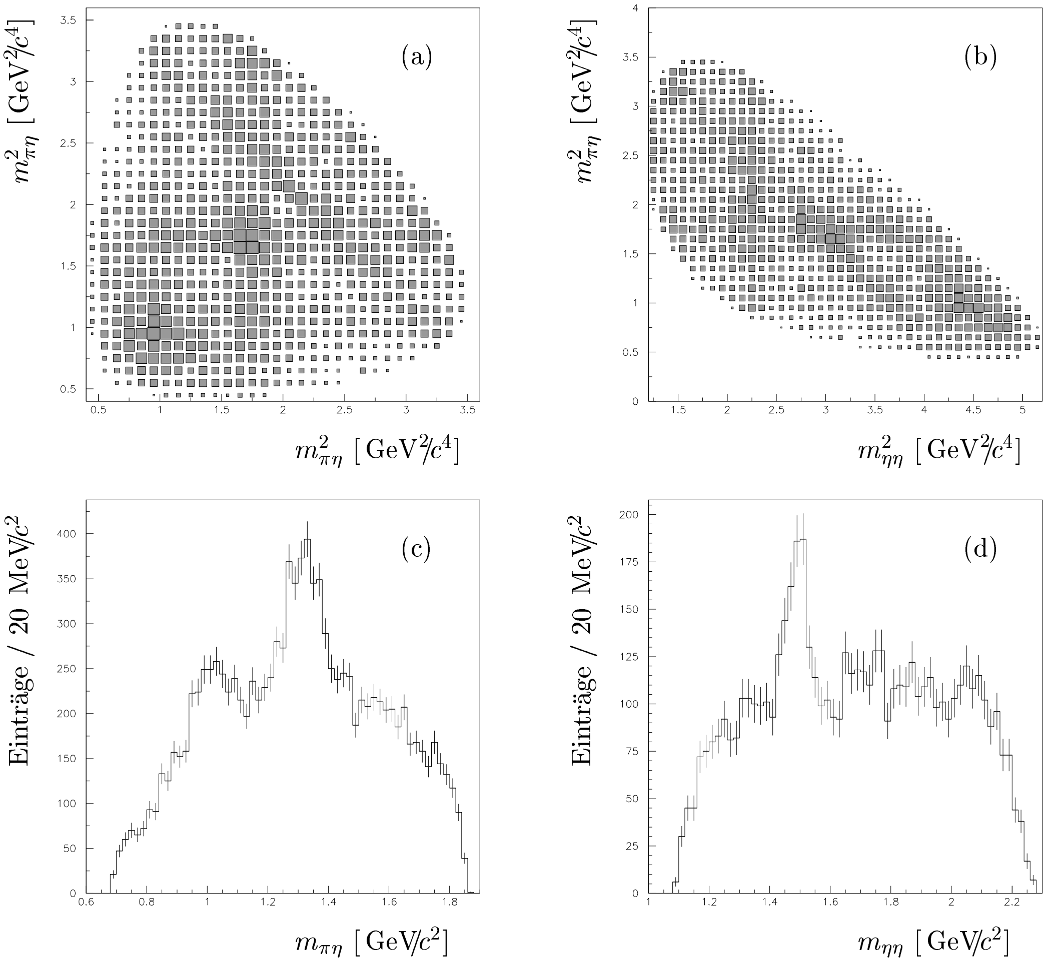

Abbildung 3.8: **Dalitzplots und invariante Massenspektren des Endzustandes $2\eta\pi^0$ (6γ).** *Deutlich erkennbar sind die Bänder des a_2(1320) und des f_0(1500), welche ebenfalls die invarianten Massenspektren dominieren.*

Obwohl die Akzeptanz im Fall des 10 Photon-Endzustandes unterschiedlich zu der des 6 Photon-Zustandes ist, sind in den Spektren beider Datensätze nahezu identische Strukturen vorhanden (vgl. Abbildung 3.9). Einzig die Breiten der sichtbaren Resonanzen scheinen sich zu unterscheiden. Die Analyse (vgl. Kapitel 5.2) wird dieses bestätigen.

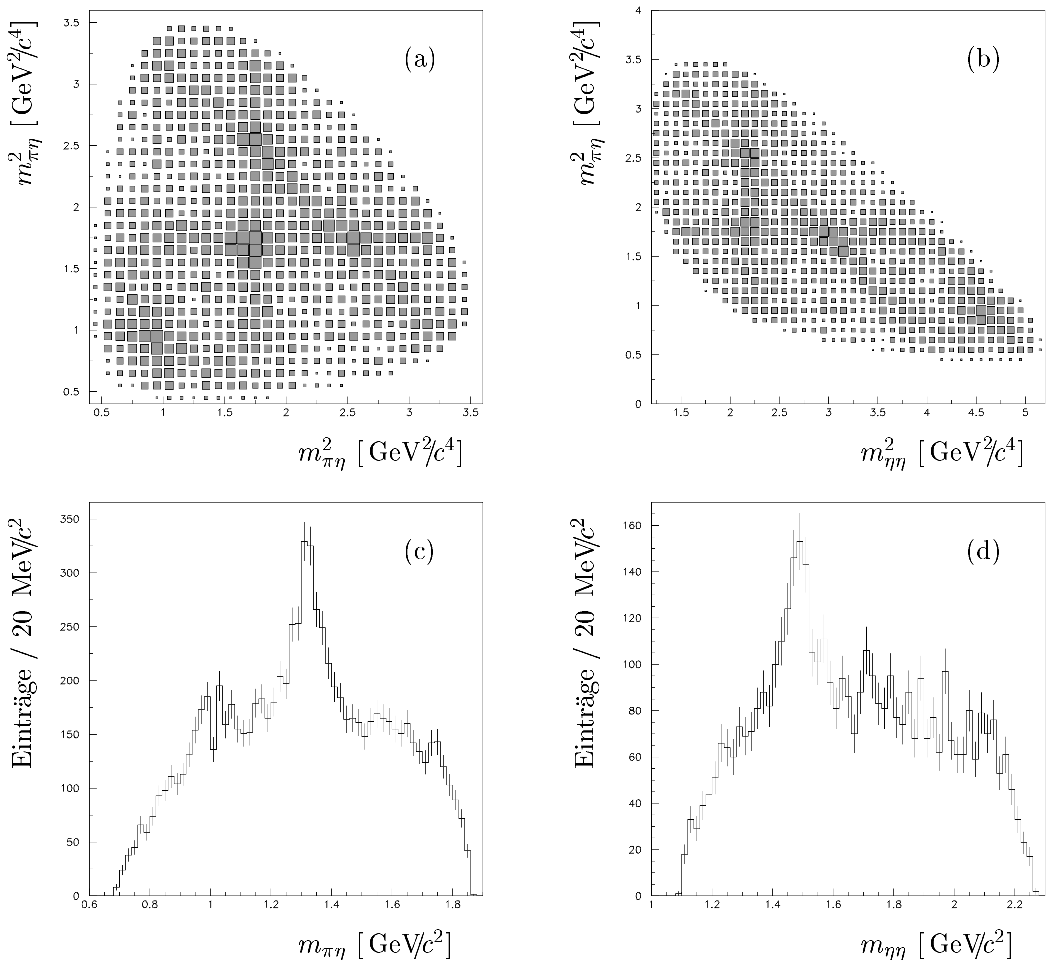

Abbildung 3.9: **Dalitzplots und invariante Massenspektren des Endzustandes $2\eta\pi^0$ (10γ).** *Auch hier sind die deutlichsten Strukturen die Bänder des a_2(1320) und des f_0(1500). Dieser Datensatz umfaßt 4.426 Ereignisse.*

3.3.3 3η-Endzustand in 6 und 10 Photonen

Da dieser Zerfallskanal nur selten auftritt, ist die Statistik im 6 Photon-, sowie im 10 Photon-Endzustand nur gering. Aus diesem Grund sind Resonanzen nur schwer erkennbar. Abbildung 3.10 zeigt die 473 Ereignisse des 6 Photon-Datensatzes, Abbildung 3.11 die 446 Ereignisse des 10 Photon-Pendants. In beiden Datensätzen ist einzig eine Struktur bei 1500 MeV/c^2 sichtbar. Sie kann dem f_0(1500)-Zustand zugeordnet werden. Eine Analyse mit einem der beiden Datensätze gelang nicht. Deshalb wurden beide Datensätze kombiniert (Abbldung 3.12). Mit diesen 919 Ereignissen war eine Beschreibung des 3η-Endzustandes möglich (vgl. Kapitel 5.3).

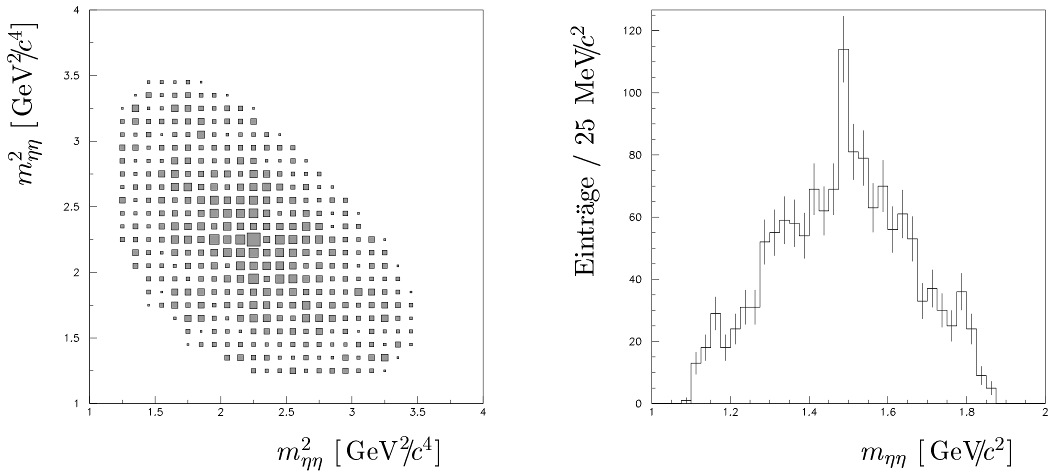

Abbildung 3.10: **Dalitzplot und Massenspektrum des Endzustandes 3η (6γ).**

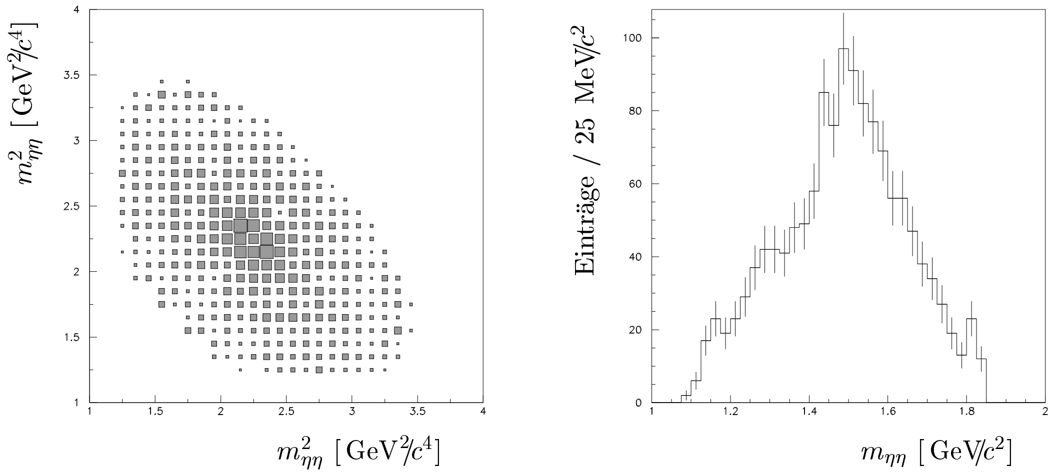

Abbildung 3.11: **Dalitzplot und Massenspektrum des Endzustandes 3η (10γ).**

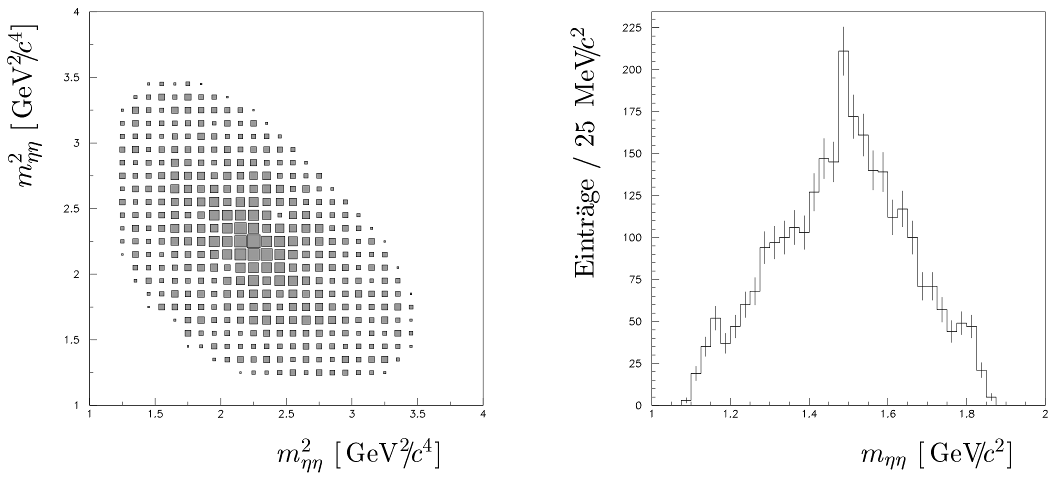

Abbildung 3.12: **Dalitzplot und Massenspektrum des Endzustandes 3η (kombiniert).**

Kapitel 4

Methodik der Datenanalyse

Die Betrachtung eines Dalitzplots offenbart stark hervortretende Resonanzstrukturen. Auch ihre Massen und Breiten können grob abgeschätzt werden. Jedoch bereits die genauere Bestimmung dieser Werte ist ohne eine detaillertere Analyse nicht mehr möglich. Hinzu kommt, daß schwache Signaturen durch starke mittels Überlagerung verdeckt werden und deshalb nicht beobachtet werden können. Aus diesem Grunde wurde eine Spin-Paritätsanalyse des Dalitzplots durchgeführt. Sie liefert als Ergebnis neben den Quantenzahlen der beitragenden Resonanzen auch genauere Werte für Massen und Breiten. Diese können jedoch modellabhängig (vgl. Abschnitt 4.3) und dadurch im Gegensatz zum Spin mit einem systematischen Fehler behaftet sein.

Als Grundlage zur Beschreibung der Resonanzzerfälle findet das Isobarmodell Verwendung. Ferner wird bei der Formulierung der Übergangsamplituden auf eine vereinfachte Darstellung des Helizitätsformalismus zurückgegriffen. Beides wird im folgenden kurz vorgestellt.

4.1 Das Isobarmodell

Das Isobarmodell [45, 46] wurde aus dem Umstand heraus entwickelt, daß sich ein Drei-Körper Zerfall grundsätzlich nicht analytisch korrekt behandeln läßt. Es approximiert eine Mehrkörper-Reaktion durch sukzessive Zwei-Körper Zerfälle. Die Beschreibung eines Drei-Teilchen Endzustandes wird so durch die Erzeugung einer Resonanz und eines Mesons mit anschließendem Zerfall der Resonanz in zwei Mesonen erreicht.

Äquivalent zu dieser Beschreibung ist das Modell der Endzustandswechselwirkung [47]. Dabei werden alle drei Teilchen isotrop erzeugt und treten anschließend paarweise in Wechselwirkung miteinander. Dieses Modell bietet den Vorteil, daß die resonanten Streuquerschnitte durch relativistische Breit-Wigner Funktionen parametrisiert werden können. Die Übergangsamplitude in diesem Modell kann damit als Produkt von Amplituden der beteiligten Teilzerfälle dargestellt werden. Diese Teilamplituden A können wiederum als Produkt aus einer Konstanten M, welche proportional zum Übergangsmatrixelement ist, einer Funktion der Winkelverteilung F und einer dynamischen Funktion Δ(m), welche eine energieabhängige Linienform darstellt, parametrisiert werden (Gl. 4.1).

$$A_{1\rightarrow 23} = M \cdot F(\Omega) \cdot \Delta(m) \tag{4.1}$$

Dabei kann die dynamische Funktion $\Delta(\mathrm{m})$ durch eine Breit-Wigner Funktion ausgedrückt werden. Eine Darstellungsform für M und $\mathrm{F}(\Omega)$ ist mittels des Helizitätsformalismus [48] möglich.

4.2 Amplitudenansatz im kanonischen Formalismus

Eine Beschreibung der Daten im vollständigen Helizitätsformalismus ist aufgrund der großen Anzahl der im Fluge beitragenden Partialwellen nur mit Einschränkungen möglich. Die Anpassung erhielte dabei zuviele Freiheitsgrade, was mit der Datenstatistik nicht vereinbar ist. Deshalb wurde zur Beschreibung der Winkelverteilungen ein vereinfachter Ansatz gewählt, der den kanonischen Formalismus benutzt und weniger Parameter benötigt. Eine zusammenfassende Darstellung des vollständigen Helizitätsformalismus und der hier benutzten Näherung ist in [31] zu finden. Daher wird im folgenden nur die hier benutzte Näherung noch einmal kyrz erläutert.

Die kanonischen Beschreibung der Winkelverteilung zeichnet sich dadurch aus, daß die z-Achsen aller Koordinatensysteme parallel zueinander ausgerichtet sind. Man gelangt vom Schwerpunktsystem zum kanonischen System durch eine allgemeine Lorentztransformation. Im ersten Schritt wird aus dem Schwerpunktsystem der Reaktion $\mathrm{p\bar{p}}\rightarrow\mathrm{A+B}$ mit der z-Achse in Strahlrichtung in Richtung des Teilchens A rotiert. Dabei wird um den Azimutwinkel Φ um die Strahlachse und anschließend um den Polarwinkel Θ um die neue y-Achse gedreht. Φ und Θ stellen dabei die sphärischen Winkel der Flugrichtung des Teilchens A (gemessen im $\mathrm{p\bar{p}}$-Ruhesystem) dar. Danach wird mittels eines Lorentzboosts entlang der neuen z-Achse in das Ruhesystem von Teilchen A transformiert. Im letzten Schritt wird das System mit einer Rotation um -Θ und -Φ zurückgedreht. In diesem neuen System sind nun die Zerfallswinkel ϑ und ϕ von Teilchen A als Polar- und Azimutwinkel der Flugrichtung eines der Tochterteilchen von A definiert.

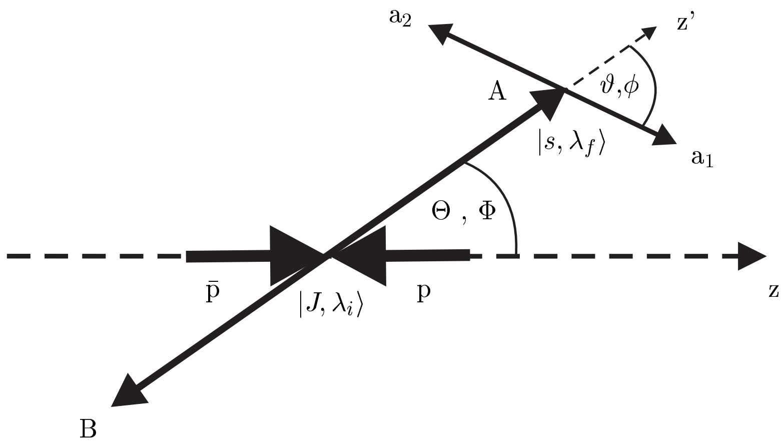

Abbildung 4.1: **Beschreibung eines Drei-Körper Endzustandes im Isobarmodell.** *Im Schwerpunktsystem der $p\bar{p}$-Annihilation wird ein Zweiteilchen-System (A-B) unter dem Polarwinkel Θ und dem Azimutwinkel Φ erzeugt. Anschließend zerfällt Teilchen A im Schwerpunktsystem von A und B unter den Winkeln ϑ und ϕ in die Tochterteilchen a_1 und a_2.*

Als Beispiel für den winkelabhängigen Teil F(Ω) der Übergangsamplitude in diesem System soll der Zerfall aus Abbildung 4.1 betrachtet werden. Die Projektion λ_i* des Gesamtspins J des p$\bar{\text{p}}$-Systems kann nur die Werte -1, 0, 1, aufgrund der Orthogonalität von relativem Bahndrehimpuls und Strahlachse, annehmen. Interferenzen zwischen diesen Spineinstellungen sind bei unpolarisierten Protonen und Antiprotonen nicht möglich. Der winkelabhängige Teil läßt sich somit wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned} |J,\lambda_i\rangle &= \sum_{s,\lambda_f,l,l_z} |s,\lambda_f\rangle\langle s,\lambda_f|l,l_z\rangle\langle l,l_z|J,\lambda_i\rangle \\ &= \sum_{s,\lambda_f,l,l_z} \langle s\lambda_f l l_z|J,\lambda_i\rangle|s,\lambda_f\rangle|l,l_z\rangle \end{aligned} \tag{4.2}$$

Dabei stellt l den Bahndrehimpuls zwischen den Teilchen A und B im Schwerpunktsystem, l_z seine Projektion auf die Strahlrichtung und λ_f die Projektion des Spins s von Teilchen A auf die gleiche Richtung dar.

Der Bahndrehimpuls-Eigenzustand $|l,l_z\rangle$ kann durch ein zugeordnetes Legendre-Polynom ausgedrückt werden:

$$|l,l_z\rangle = P_l^{l_z}(\Theta,\Phi) \tag{4.3}$$

und der Zerfallszustand $|s,\lambda_f\rangle$ von Teilchen A, falls beide Tochterteilchen den Spin 0 besitzen, durch:

$$|s,\lambda_f\rangle = P_s^{\lambda_f}(\vartheta,\phi) \tag{4.4}$$

Da sämtliche Spins und Bahndrehimpulse auf die gleiche Richtung projeziert werden, ist die Spinquantenzahl $\lambda_i = \lambda_f + l_z$ erhalten. Als Folge davon müssen die Amplituden zu verschiedenen λ_f inkohärent aufaddiert werden, wodurch in der Summation keine Interferenzterme zwischen verschiedenen λ_i auftreten.
Die Summe der Amplituden zu gleichem λ_f enthält dagegen kohärente Anteile mit unterschiedlichen Phasen und inkohärente Anteile, da über alle Anfangszustände des p$\bar{\text{p}}$-Systems integriert wird. Um dies zu berücksichtigen, wird der Betrag des Interferenztermes zweier Amplituden zu gleichem λ_f als zusätzlicher Parameter eingeführt. Weitere Parameter in dieser Näherung sind die komplexen Vorfaktoren der Amplituden, welche als relle Faktoren und relative Phasen angepaßt werden.

Die Übergangsamplitude ist somit für den Fall der Produktion eines Skalars (A) und eines Tensors (B) gegeben durch:

$$\begin{aligned} I &= a^2|A|^2 + \sum_{\lambda_f} b^2_{\lambda_f}|B_{\lambda_f}|^2 + c_{AB}\ ab(cos\varphi_{AB}\ Re(AB^*) + sin\varphi_{AB}\ Im(AB^*)) \\ &= a_0^2|\Delta_A|^2\ +\ b_0^2|\Delta_B P_2^0|^2 + b_1^2|\Delta_B P_2^1|^2 + b_2^2|\Delta_B P_2^2|^2 \\ &\quad + c_{AB,0}\ a_0 b_0(cos\varphi_{AB}\ Re(\Delta_A\Delta_B^*) + sin\varphi_{AB}\ Im(\Delta_A\Delta_B^*)) \end{aligned} \tag{4.5}$$

In dieser Formulierung sind a_0, b_0, b_1, b_2, $c_{AB,0}$ und φ_{AB} freie reelle Parameter, welche in der Anpassung zu bestimmen sind. Δ_A und Δ_B sind die dynamischen Funktionen der Resonanzen A und B. Das Übergangsmatrixelement wurde somit durch M =

*λ_i steht hier und im folgenden für die Projektion des Drehimpulses auf die $\bar{\text{p}}$-Richtung. Sie ist nicht die Helizität des Teilchens.

M(a_0,b_0,b_1,b_2,$c_{AB,0}$) und der winkelabhängige Teil F(Ω) durch Legendre-Polynome parametrisiert. Die dynamische Funktion Δ(m) beinhaltet die Reaktionscharakeristik der starken Wechselwirkung. Sie ist Inhalt des nächsten Abschnitts.

4.3 Dynamische Funktionen und Linienformen

In der Übergangsamplitude und den winkelabhängigen Funktionen ist die gesamte Zerfallskinematik enthalten. Für die energieabhängige Zerfallsdynamik wurden vielfältige Ansätze entwickelt, mit denen die verschiedensten Linienformen von Resonanzen modelliert werden können. Die Breit-Wigner Formulierung ist die am häufigsten verwendete Linienform. Sie ist gegeben durch:

$$\Delta(m) = \frac{m_0\ \Gamma_0}{m^2 - m_0^2 - im_0\ \Gamma_0} \tag{4.6}$$

wobei m_0 die Masse und Γ_0 die Breite einer Resonanz bedeuten. Abbildung 4.2 gibt einen Eindruck von dieser Linienform am Beispiel der f_2(1270)-Resonanz mit m_0 = 1270 MeV/c^2 und Γ_0 = 190 MeV/c^2.

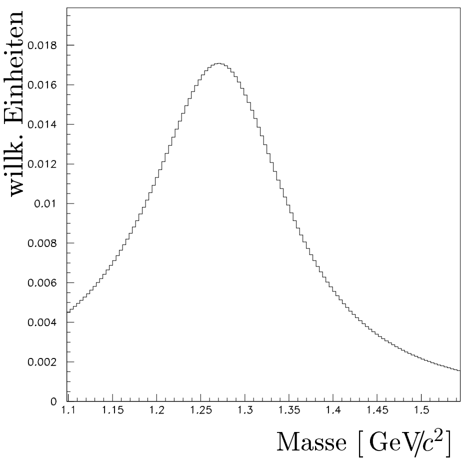

Abbildung 4.2: **Breit-Wigner Linienform am Beispiel der f_2(1270)-Resonanz.** *Dargestellt ist die Linienform für eine nominale Masse von 1270 MeV/c^2 und nominale Breite von 190 MeV/c^2.*

Diese Linienform hat jedoch den Nachteil, daß sie eine breite Basis hat und so z.B. Schwelleneffekte nicht korrekt beschreibt. Deshalb haben Hippel und Quigg Anfang der 70er Jahre die Effekte der aus der Kernphysik bekannten Zentrifugalbarriere mittels Blatt-Weisskopf-Penetrationsfaktoren $B_L(q, q_0)$ in die Zerfallsbreiten mit einbezogen (vgl. Anhang B). Damit läßt sich die Breit-Wigner Formulierung auf folgende Art erweitern:

$$\Delta(m) = \frac{m_0\ \Gamma_0\ B_L(q, q_0)}{m^2 - m_0^2 - im_0\ \Gamma(m)} \tag{4.7}$$

Dabei bedeutet $\Gamma(m) = \Gamma_0\ B_L^2(q, q_0)\ \rho$ und $\rho = 2\frac{q}{m}$. q ist der Aufbruchsimpuls und q_0 ist q(m_0).

Die mit Blatt-Weisskopf-Faktoren versehenen Linienformen fallen schneller ab und die Position des Maximum weicht von der Nominalmasse ab. Abbildung 4.3 verdeutlicht den Einfluß der Penetrationsfaktoren auf die Linienform wieder am Beispiel der f_2(1270)-Resonanz.

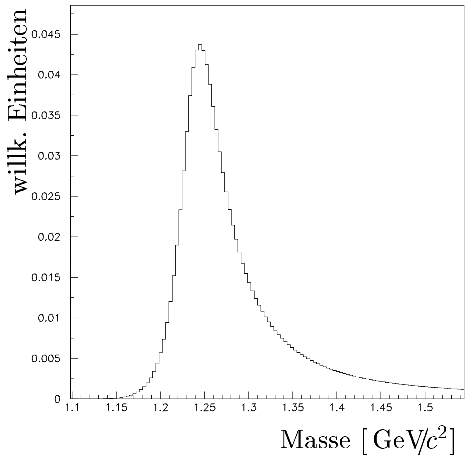

Abbildung 4.3: **Breit-Wigner Linienform mit Blatt-Weisskopf-Faktor.** *Gezeigt ist wieder die Linienform des $f_2(1270)$ für $m_0 = 1270$ MeV/c^2 und $\Gamma_0 = 190$ MeV/c^2. Man erkennt deutlich den Einfluß des Penetrationsfaktors auf die Breite.*

Aufgrund der verschiedenen Zerfallskanäle für eine Resonanz erscheint es notwendig die unterschiedlichen Zerfallsbreiten in der Linienform zu berücksichtigen. Den größten Effekt in den hier betrachteten Reaktionen verursachen die unterschiedliche Kopplungen an den $\pi\pi$- und $\eta\eta$-Zerfallskanal. Dies läßt sich in der Zerfallsbreite $\Gamma(\mathrm{m})$ auf folgende Weise berücksichtigen:

$$\Gamma(m) = \Gamma_0 \; (\rho_{\pi\pi} \; B_L^2(q_{\pi\pi}, q_{0,\pi\pi}) \; \gamma_{\pi\pi}^2 \;\; + \;\; \rho_{\eta\eta} \; B_L^2(q_{\eta\eta}, q_{0,\eta\eta}) \; \gamma_{\eta\eta}^2) \tag{4.8}$$

mit $\gamma_{\pi\pi}^2 + \gamma_{\eta\eta}^2 = 1$, wobei $\gamma_{\pi\pi}$ und $\gamma_{\eta\eta}$ die Kopplung der Resonanz an die entsprechenden Kanäle beschreiben.
Für gut gemessene Resonanzen, wie z.B. das $\mathrm{f}_2(1270)$, kann das Verhältnis $\gamma_{\eta\eta}/\gamma_{\pi\pi}$ dem Particle Data Book [44] entnommen werden.

In der hier beschriebenen Analyse findet sowohl der Ansatz (4.6) als auch der Ansatz (4.7) Verwendung. Die reine Breit-Wigner Form wird vorwiegend bei unbekannten neuen Resonanzen verwendet, während bei den bereits bekannten die Blatt-Weisskopf-Faktoren hinzugenommen werden. Zusätzlich wird bei den gut bekannten isoskalaren Resonanzen die unterschiedliche Zerfallsbreite im $\pi\pi$- und $\eta\eta$-Kanal berücksichtigt (siehe (4.8)).

Kapitel 5

Ergebnisse der Datenanalyse

5.1 Der $2\eta\pi^0$-Endzustand in 6 Photonen

Dieser Endzustand wurde bereits früher analysiert [31]. Dabei fanden jedoch für die Resonanzen ausschließlich Breit-Wigner Linienformen Verwendung. In der vorliegenden Analyse wurden verschiedene Linienformen verwendet. Die Ergebnisse erwiesen sich als kompatibel zu den Resultaten der früheren Arbeit.

5.1.1 Basisanpassungen

Basisanpassung des reduzierten Dalitzplots

Es erwies sich als problematisch den gesamten verfügbaren Datensatz für die erste Anpassung zu verwenden, da besonders eine Beschreibung von hohen invarianten $\eta\eta$-Massen mit einer guten Beschreibung von niedrigen invarianten $\pi^0\eta$-Massen verknüpft ist. Um dieses Problem zu umgehen, wurden für eine Basisanpassung nur Daten verwendet, welche eine invariante $\eta\eta$-Masse von weniger als 1.95 GeV/c^2 haben. Für die Anpassung blieben damit 4.493 Daten- und 18.996 Monte-Carlo Ereignisse übrig. Sie sind in Abbildung 5.1 dargestellt.
Für einen ersten Versuch bei der Beschreibung des Dalitzplots wurden die folgenden Resonanzen und Interferenzen gewählt:

Resonanzen	Interferenzen
$a_0(980)$	$a_0(980) \times a_2(1320)$
$a_2(1320)$	$a_0(980) \times f_0(1500)$
$f_0(980)$	$a_0(980) \times f_2(1270)$
$f_2(1270)$	$a_0(980) \times a_0(980)$
$f_0(1500)$	$a_2(1320) \times f_2(1270)$
	$a_2(1320) \times f_0(1500)$
	$a_2(1320) \times a_2(1320)$

Tabelle 5.1: **Bestandteile der Basisanpassung.** *Alle Komponenten sind im Dalitzplot sichtbar und gut etabliert.*

Selbstinterferenz bedeutet dabei die Interferenz zwischen der Amplitude für eine $\pi^0\eta$-Kombination und der gleichen Amplitude für die andere $\pi^0\eta$-Kombination.

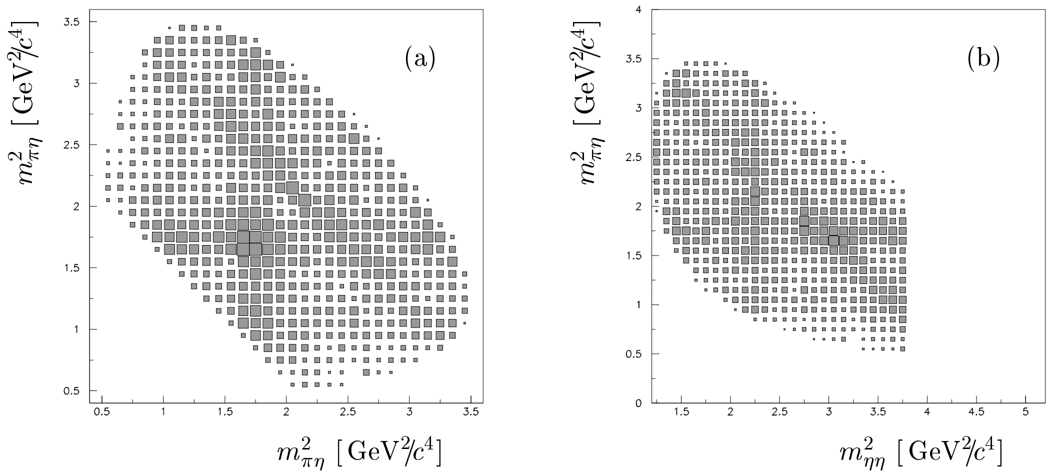

Abbildung 5.1: **Reduzierte Dalitzplots des Endzustandes $2\eta\pi^0 \to 6\gamma$.** *Gezeigt sind der symmetrische (a) und der asymmetrische (b) Dalitzplot. Die Bingrösße ist 0.1 GeV²/c⁴.*

Für die Linienform des $a_0(980)$ wurde die Breit-Wigner Formulierung gewählt. Bei der Linienform des $a_2(1320)$ wurden zusätzlich Zentrifugalbarriereneffekte berücksichtigt. Dies geschah mittels Blatt-Weisskopf-Penetrationsfaktoren (vgl. Anhang B). Für die beiden isoskalaren Resonanzen $f_0(1500)$ und $f_2(1270)$ wurde zusätzlich der Tatsache Rechnung getragen, daß die Zerfallsbreite in $\eta\eta$ schmaler ist als die Zerfallsbreite in $\pi\pi$ (vgl. Kapitel 4.3). In Tabelle 5.2 sind die für die Basisanpassung benutzten Massen und Breiten angegeben.

Resonanz	Masse m_0 [MeV]	Breite Γ_0 [MeV]
$a_0(980)$	990	140
$a_2(1320)$	1330	190
$f_0(980)$	980	70
$f_2(1270)$	1280	230
$f_0(1500)$	1490	50

Tabelle 5.2: **Massen und Breiten der Resonanzen der Basisanpassung.** *Aufgeführt sind die nominalen Werte m_0 und Γ_0.*

Mit diesen fünf Basisresonanzen und ihren Interferenzen konvergierte die Anpassung, welche mit der Methode der "Maximum Likelihood" [49] (Anhang A) durchgeführt wurde, zu einem NLL-Wert von -392. Dabei wurden 22 Parameter angepaßt. Das Ergebnis dieser Basisanpassung ist in Abbildung 5.2 gezeigt. Wie man leicht erkennt, kann der reduzierte Datensatz mit fünf Resonanzen bereits gut beschrieben werden. Offensichtliche Probleme treten nur in der $\pi^0\eta$-Massenregion um 1.6 GeV/c² auf.

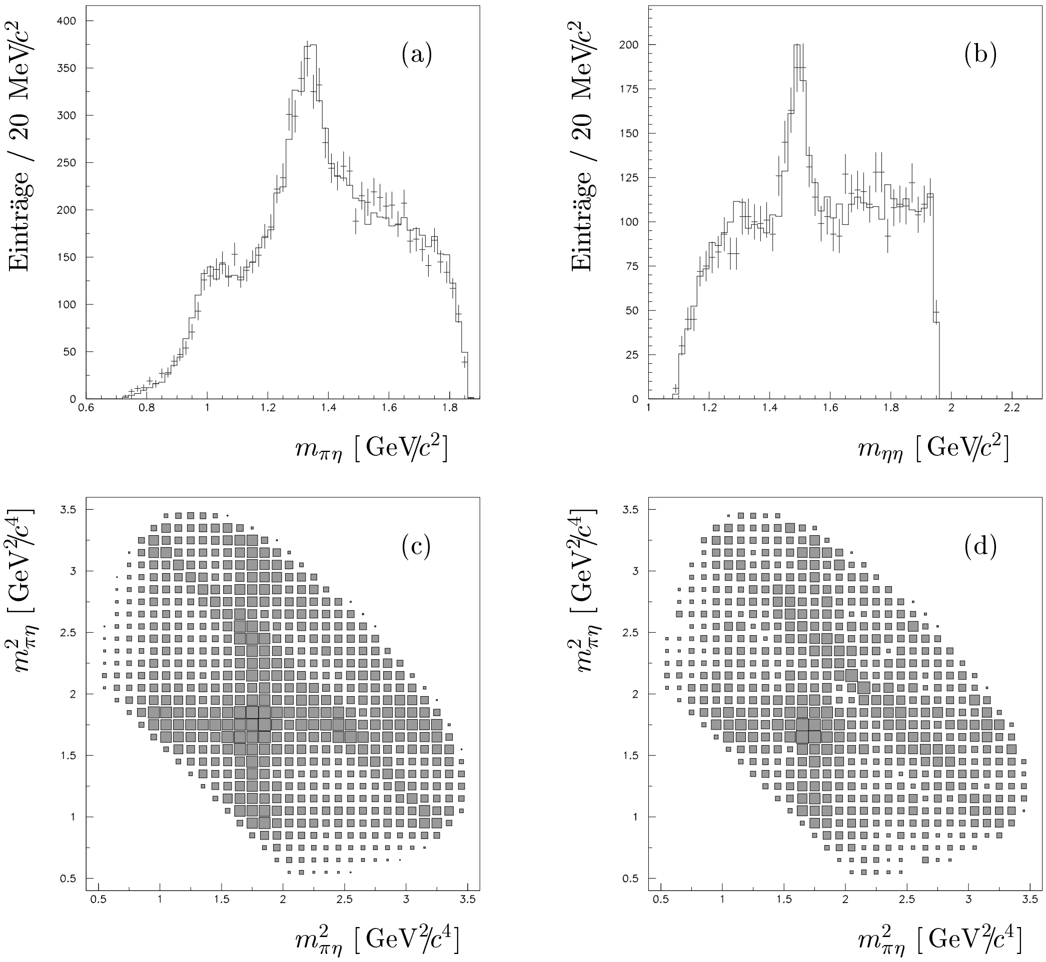

Abbildung 5.2: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der Basisanpassung.** *In den Spektren (a) und (b) sind die invarianten $\pi^0\eta$- und $\eta\eta$-Massen gezeigt. Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung, die Fehlerbalken stellen die Daten dar. Plot (c) zeigt den angepaßten Dalitzplot. Zum Vergleich ist in (d) der Dalitzplot der Daten gegeben. Die Bingröße in (c) und (d) beträgt jeweils 0.1 GeV^2/c^4.*

Basisanpassung mit zusätzlichen Resonanzen

Um die Diskrepanz in der $\pi^0\eta$-Massenregion um 1.6 GeV/c^2 zu klären, wurde im Wechsel jeweils eine neue Resonanz zu den schon enthaltenen hinzugenommen und auf ihren Beitrag zur Beschreibung der Daten untersucht. Im einzelnen waren dies ein $\hat{\rho}(1400)$, ein $f_2(1525)$ und ein $a_2(1660)$. Zusätzlich wurde der Datensatz auf die Anwesenheit eines $a_0(1450)$ untersucht. Diese Resonanz wurde jedoch von der Anpassung abgelehnt. Das gleiche gilt für ein $f_0(1300)$. Schließlich wurde versucht ein $f_J(1700)$ im Datensatz zu finden. Da alle diese Resonanzen nicht gut bekannt sind und im Datensatz visuell nicht hervortreten, wurden sie einheitlich mit einer Breit-Wigner Linienform ohne Blatt-Weisskopf-Penetrationsfaktoren beschrieben. Die verschiedenen Anpassungen mit diesen Resonanzen sollen nun im einzelnen diskutiert werden.

Basisanpassung + $\hat{\rho}$(1400)

Zur Basisanpassung wurde ein $\hat{\rho}(1400)$ mit einer Masse von 1405 MeV/c^2 und einer Breite von 200 MeV/c^2 sowie die folgenden Interferenzen hinzugenommen: $\hat{\rho}(1400) \times a_2(1320)$, $\hat{\rho}(1400) \times f_0(1500)$, $\hat{\rho}(1400) \times \hat{\rho}(1400)$. Das Resultat dieser Anpassung ist ein NLL-Wert von -409, wobei 30 Parameter variiert wurden. Verglichen mit der Basisanpassung ist dies eine Änderung von 17 der NLL. Abbildung 5.3 zeigt das Resultat.

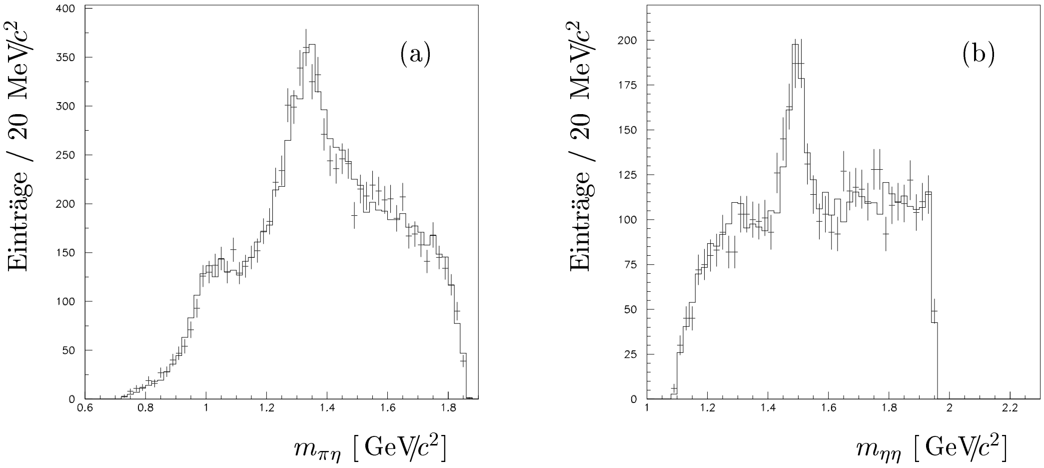

Abbildung 5.3: **Invariante Massenspektren der Basisanpassung mit einem $\hat{\rho}$(1400).** *Man beobachtet eine verbesserte Beschreibung der $\pi^0\eta$-Region um 1400 MeV/c^2. Jedoch ist die Beschreibung des Bereichs um 1650 MeV/c^2 noch immer unbefriedigend.*

Der $\pi^0\eta$-Massenbereich um 1400 MeV/c^2 wird mit dieser zusätzlichen Resonanz gut beschrieben. Jedoch ist die Region der höheren $\pi^0\eta$ Massen noch immer unbefriedigend angepaßt. Auch die Änderung der NLL ist nicht signifikant genug verglichen mit einem Zuwachs der angepaßten Parameter von 8. Deshalb kann das Vorhandensein eines $\hat{\rho}(1400)$ im Datensatz als unwahrscheinlich angesehen werden. Zusätzlich wurde eine Variation der Masse und Breite durchgeführt, um zu überprüfen, ob sich die Resonanz möglicherweise an einer anderen Position befindet. Es wurde jedoch kein Minimum der NLL gefunden. Abbildung 5.4 zeigt das Ergebnis dieser Variation.

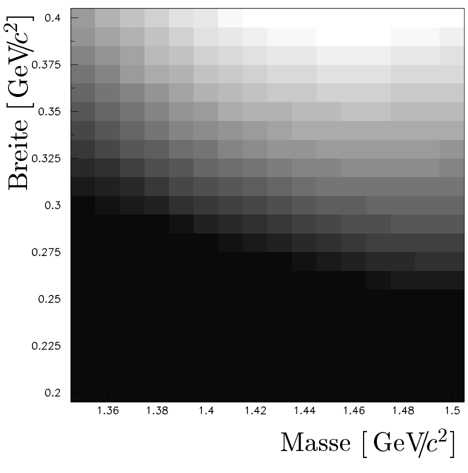

Abbildung 5.4: **Massen/Breiten-Variation des $\hat{\rho}$(1400).** *Einzig sehr große Breiten über 350 MeV/c^2 führen zu einer Verbesserung der Anpassung. In diesem Fall überdeckt die Resonanz den gesamten Phasenraum des reduzierten Dalitzplots.*

Basisanpassung + $f_2(1525)$

Die Basisanpassung wurde um das $f_2(1525)$ und Interferenzen mit $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ erweitert. Für die Masse und Breite wurden Werte der Particle Data Group (PDG) [44] gewählt: 1525 ± 76 MeV/c^2. Die Anpassung konvergierte mit einem NLL-Wert von -413 und optimierte dabei 30 Parameter. Die Spektren dieser Anpassung sind in Abbildung 5.5 gezeigt.

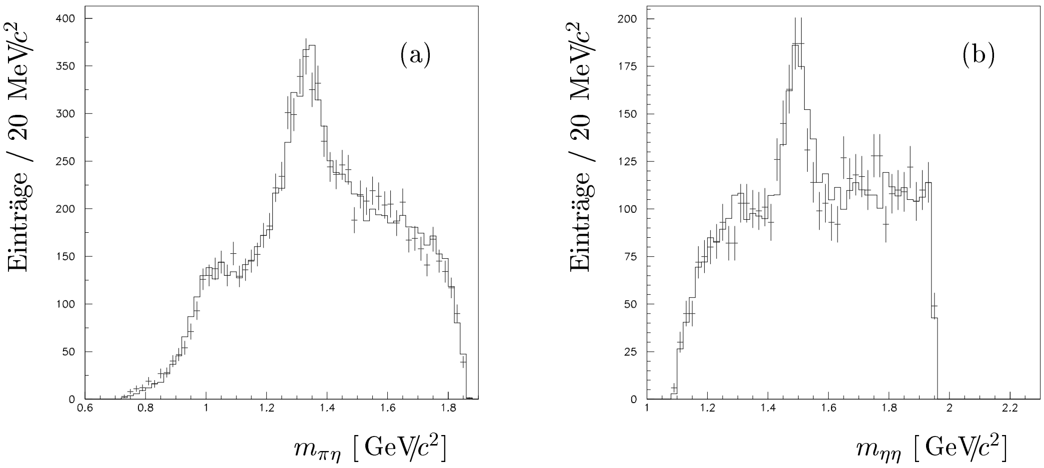

Abbildung 5.5: **Invariante Massenspektren der Basisanpassung mit einem $f_2(1525)$.** *Auch die Berücksichtigung dieser Resonanz liefert kein befriedigendes Ergebnis.*

Auch hier wurde eine Massen/Breiten-Variation durchgeführt (Abbildung 5.6). Jedoch zeigt diese keine signifikante Änderung der NLL über den gesamten Bereich. Bei niedrigeren Massen wird nur die Region des $f_0(1500)$ mit dem zusätzlichen $f_2(1525)$ beschrieben. Aufgrund der geringen Breite des $f_2(1525)$ erwartet man eine ausgeprägte Signatur bei 1525 MeV/c^2 im Variationsplot. Diese wird jedoch nicht beobachtet und somit läßt sich das Vorhandensein dieser Resonanz im Datensatz ausschließen.

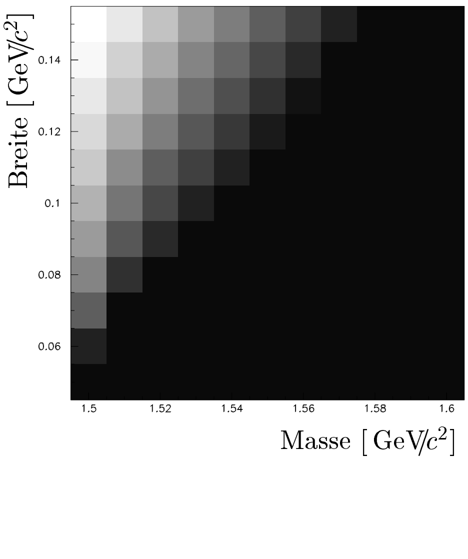

Abbildung 5.6: **Massen/Breiten-Variation des $f_2(1525)$.** *Man erkennt, daß die zusätzliche Resonanz versucht die Region des $f_0(1500)$ zu beschreiben.*

Basisanpassung + $a_2(1660)$

Nachdem die Anpassungen von bekannten Resonanzen zu keinem befriedigenden Ergebnis geführt haben, wurde ein neuer Isovektorzustand mit Spin J = 2, Masse m_0 = 1650 MeV/c^2 und Breite Γ_0 = 300 MeV/c^2 ausprobiert. Zusätzlich wurden Interferenzen mit $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ zugelassen. Die Anpassung endete mit einem NLL-Wert von -483 bei 33 freien Parametern. Verglichen mit der Basisanpassung ist das eine signifikante Änderung um 91. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.7 dargestellt. Wie man leicht erkennt, ist nicht nur der Massenbereich um $m_{\pi\eta} = 1650$ MeV/c^2 gut beschrieben, sondern auch die Region um $m_{\pi\eta} = 1400$ MeV/c^2 ist nun akzeptabel angepaßt.

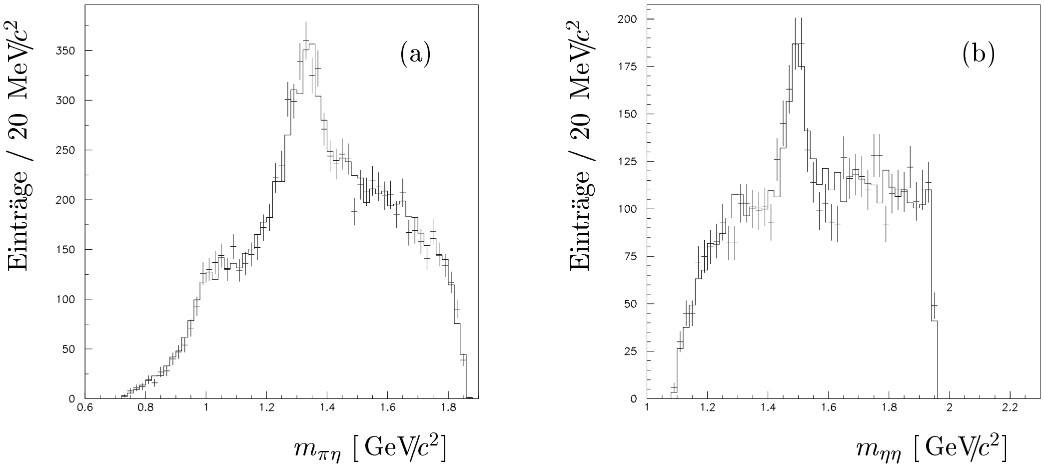

Abbildung 5.7: **Invariante Massenspektren der Basisanpassung mit einem $a_2(1660)$.** *Diese Resonanz liefert eine befriedigende Beschreibung im gesamten oberen $\pi^0\eta$ Massenbereich.*

Um zu überprüfen, ob der gefundene Zustand auch tatsächlich eine Resonanz darstellt, wurden seine Masse und Breite variiert (Abbildung 5.8). Diese Variation zeigt ein klares Minimum, welches typisch für eine Resonanz ist. Dieses Verhalten vermißt man bei den übrigen getesteten Resonanzen.

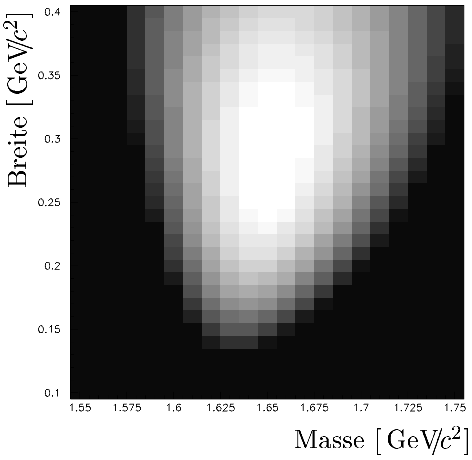

Abbildung 5.8: **Massen/Breiten-Variation des $a_2(1660)$.** *Man erkennt ein klares Minimum bei 1650/300 MeV/c^2. Dies ist das typische Verhalten einer Resonanz.*

Basisanpassung + $f_J(1700)$

Zur Basisanpassung wurde schließlich ein $f_J(1700)$ mit einer Masse von 1750 MeV/c^2 und einer Breite von 250 MeV/c^2 hinzugenommen. Ebenso wurden Interferenzen mit dem $a_0(980)$ und dem $a_2(1320)$ berücksichtigt. J=0 wurde von der Anpassung abgelehnt (ΔNLL = 2). Ein Versuch mit J=2 und 30 Parametern endete mit einem NLL-Wert von -439, was eine Verbesserung um 47 darstellt, verglichen mit der Basisanpassung, welche 22 Parameter verwendet. Abbildung 5.9 zeigt die Ergebnisse dieser Anpassung.

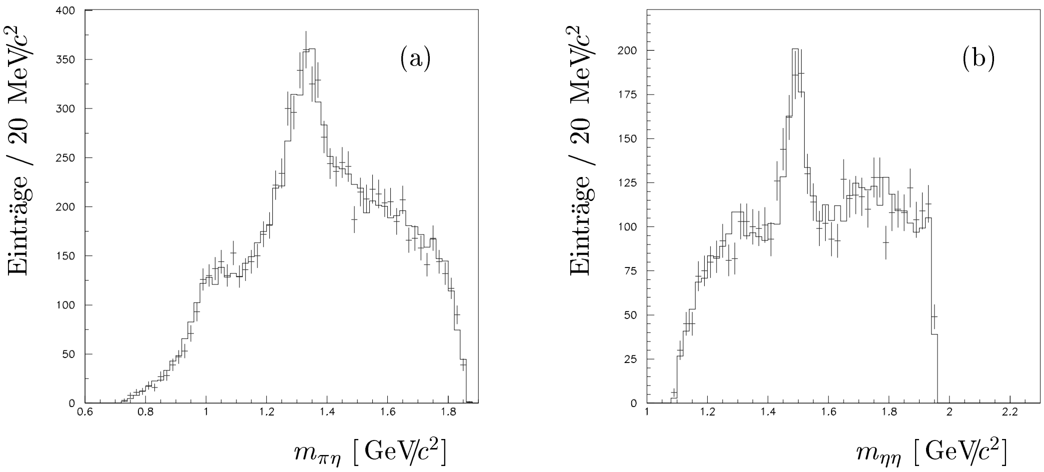

Abbildung 5.9: **Invariante Massenspektren der Basisanpassung mit einem $f_J(1700)$.** *Im Massenbereich dieser Resonanz ist eine deutliche Verbesserung der Beschreibung der Daten zu erkennen.*

Um die signifikante Änderung der NLL zu verifizieren, wurde zusätzlich eine Massen/Breiten-Variation durchgeführt. Dessen Ergebnis ist in Abbildung 5.10 dargestellt.

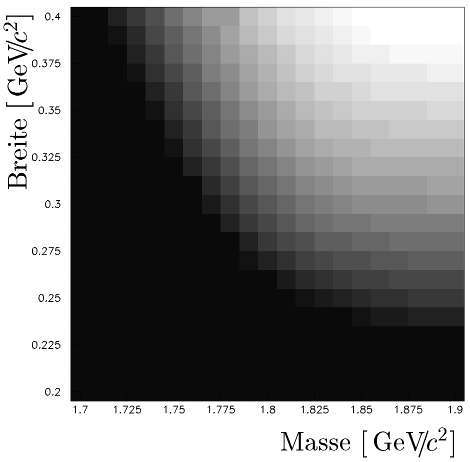

Abbildung 5.10: **Massen/Breiten-Variation eines $f_2(1700)$.** *Die Variation zeigt keine signifikante Änderung der NLL über den gesamten Bereich. Bei hohen Massen und Breiten wird das Ende des reduzierten Dalitzplots erreicht. Dabei liegt ein Großteil der Resonanz außerhalb des Datenbereichs.*

Man beobachtet keine signifikante Änderung der NLL über den gesamten Variationsbereich. Daraus kann geschlossen werden, daß das $f_2(1700)$ im Massenbereich von 1750 MeV/c^2 nur statistische Fluktuationen beschreibt. Das charakteristische Massen/Breiten Verhalten einer Resonanz, wie beim $a_2(1660)$, wird hier vermißt.

5.1.2 Anpassung des gesamten Dalitzplots

Nach der erfolgreichen Beschreibung des reduzierten Dalitzplots mit sechs Resonanzen ($a_0(980)$, $a_2(1320)$, $a_2(1660)$, $f_0(980)$, $f_2(1270)$, $f_0(1500)$), sowie verschiedenen Interferenzen, wurde der gesamte Dalitzplot mit unveränderten Parametern modelliert. Die Anpassung resultierte in einem NLL-Wert von -303 (Abbildung 5.11).

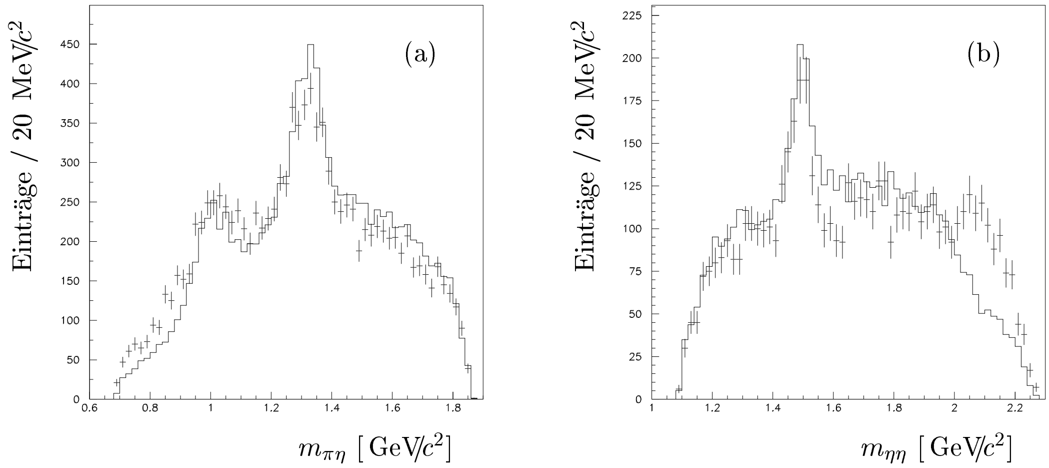

Abbildung 5.11: **Invariante Massenspektren der erweiterten Anpassung vor der Optimierung.** *Man erkennt deutliche Diskrepanzen bei niedrigen $\pi^0\eta$- und hohen $\eta\eta$-Massen.*

Nach Optimierung aller Magnituden, Phasen und Kohärenzfaktoren (33 Parameter) verbesserte sich die Anpassung auf NLL = -425 (Abb. 5.12). Jedoch sind auch nach der Optimierung noch Diskrepanzen zwischen Anpassung und Daten vorhanden.

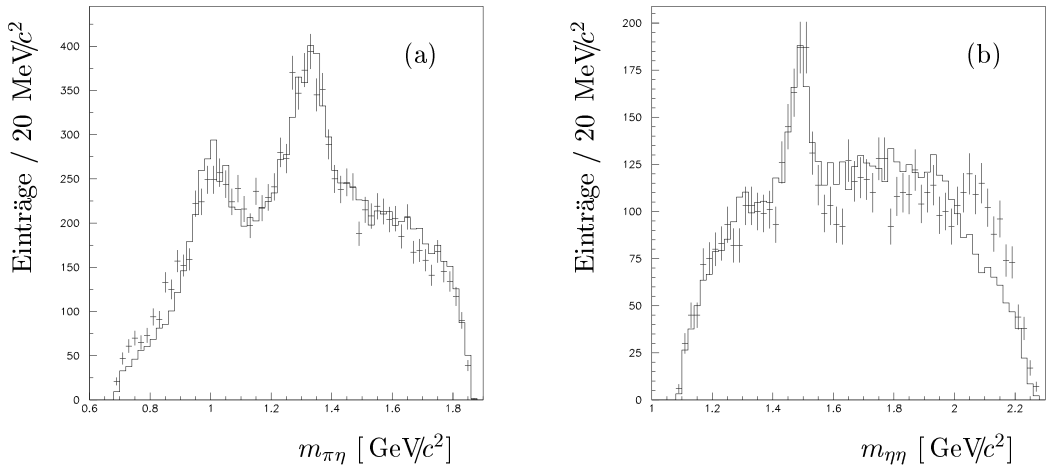

Abbildung 5.12: **Invariante Massenspektren der erweiterten Anpassung $2\eta\pi^0$ (6γ) nach der Optimierung.** *Auch nach Optimierung aller Parameter ist die Beschreibung der $\eta\eta$-Massenregion über 2 GeV/c^2 unbefriedigend.*

Die Diskrepanz ist auf ein Anpassungsproblem im Kreuzungsbereich des $a_0(980)$ zurückzuführen. In diesen Bereich des Dalitzplots wird ebenfalls die $\eta\eta$-Massenregion über 2 GeV/c^2 abgebildet. Diese Region kann anscheinend allein mit Hilfe der $a_0(980)$-Selbstinterferenz nicht beschrieben werden und legt die Anwesenheit einer $\eta\eta$-Resonanz um 2.2 GeV/c^2 nahe.

Anpassung mit einer zusätzlichen $\eta\eta$-Resonanz

Um die $\eta\eta$-Massenregion um 2.2 GeV/c^2 zu beschreiben wurde ein $f_J(2100)$ Zustand bei einer Masse von 2150 MeV/c^2 und einer Breite von 300 MeV/c^2 eingeführt. Außerdem wurden Interferenzen mit dem $a_0(980)$ und dem $a_2(1320)$ berücksichtigt. Auch für diese unbekannte Resonanz wurde die einfache Breit-Wigner Linienform gewählt. Da kein Spin als ausgezeichnet angesehen werden kann, wurden separate Anpassungen mit Spin 0, 2 und 4 durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Anpassungen sind in Abbildung 5.13 gezeigt.
Wie man leicht erkennen kann, führen alle Anpassungen zu signifikanten Verbesserungen der Beschreibung der Daten. Tabelle 5.3 zeigt die Resultate im einzelnen. Als Schlußfolgerung erscheint Spin 0 wenig wahrscheinlich, da der NLL-Wert um 68 höher liegt als bei der Anpassung mit Spin 2. Bezogen auf die Anzahl der zu optimierenden Parameter zeigt der NLL-Wert der Anpassung mit Spin 2, daß dieser Spin leicht bevorzugt wird. Allerdings fällt der Unterschied im Vergleich zur Anpassung mit Spin 4 nur gering aus. Aus den verschiedenen NLL-Werten läßt sich somit nicht ableiten welcher Spin dieser Resonanz zugeordnet werden muß. Auch qualitativ kann man aus den invarianten Massenspektren keine Aussage über den Spin machen. Als Grund hierfür ist die geringe Datenstatistik in diesem Massenbereich anzusehen. Außerdem befindet sich das $f_J(2100)$ am oberen Ende des Phasenraumes, wodurch eine Beschreibung dieser Resonanz zusätzlich erschwert wird.

Spin	NLL	ΔNLL	Δ# Parameter
0	-560	135	4
2	-628	203	8
4	-671	246	10

Tabelle 5.3: **Ergebnisse der erweiterten Anpassung nach der Einführung eines $\mathbf{f_J(2100)}$ mit verschiedenen Spins.** *Der Wert für ΔNLL wurde im Vergleich zum NLL-Wert der erweiterten Anpassung ohne den $f_J(2100)$-Zustand errechnet.*

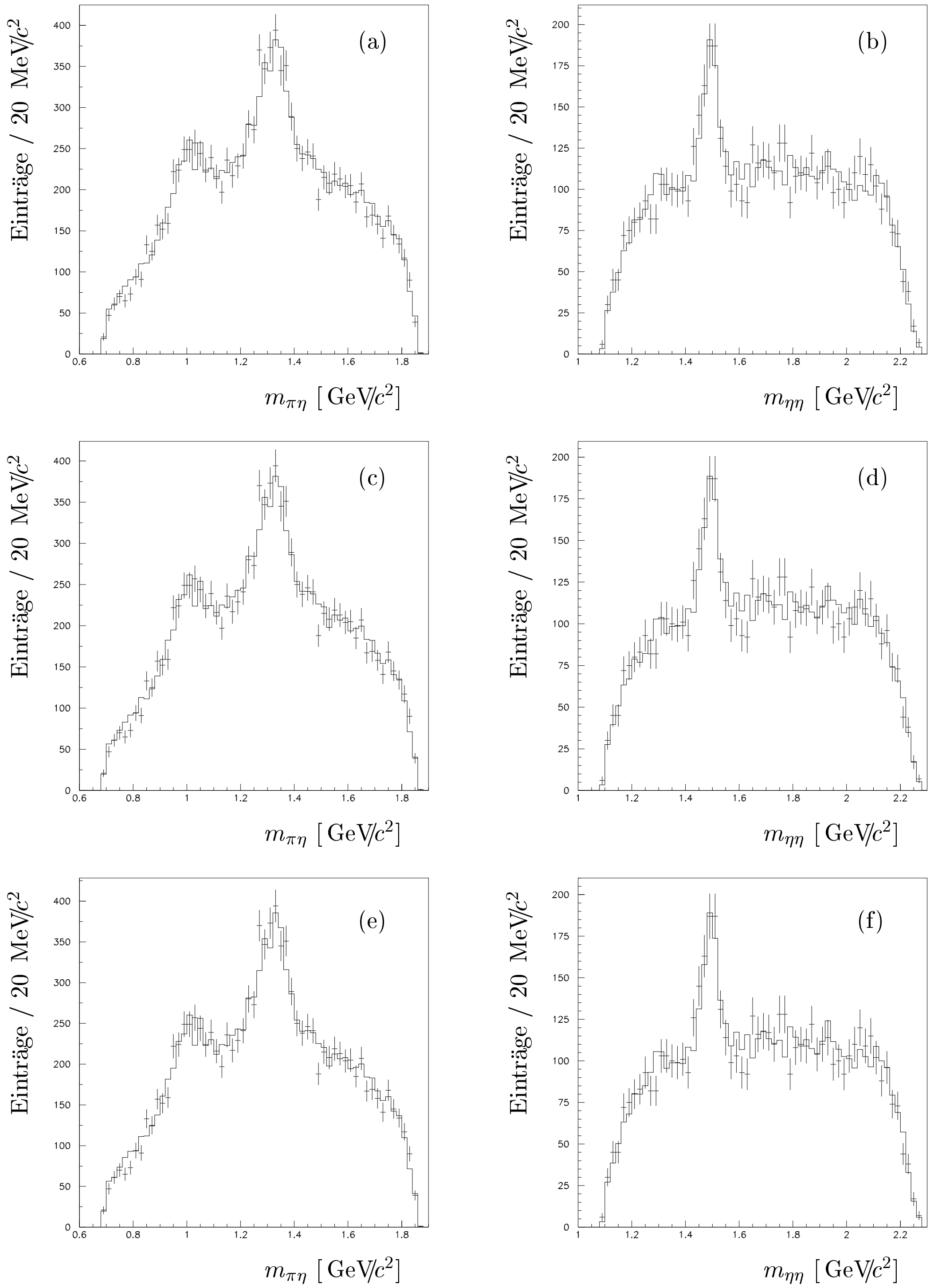

Abbildung 5.13: **Invariante Massenspektren der erweiterten Anpassung mit einem $\mathbf{f}_J$(2100).** *In den Spektren (a) und (b) sind die invarianten $\pi^0\eta$- und $\eta\eta$-Massen für Spin 0 gezeigt. (c) und (d) präsentieren eine Anpassung mit Spin 2 und (e) und (f) eine Anpassung mit Spin 4.*

Massen/Breiten-Variationen

Um zu überprüfen, ob alle verwendeten Massen und Breiten der Resonanzen richtig gewählt wurden, sind unabhängige Massen/Breiten-Variationen durchgeführt worden. Dies bedeutet Variation der Masse und Breite einer Resonanz bei gleichzeitiger Fixierung der übrigen Resonanzen. Alle Variationen wurden mit fixiertem $f_J(2100)$ bei 2140/310 MeV/c^2 und Spin 2 durchgeführt. Tabelle 5.4 gibt die Variationsbereiche und Massen/Breiten-Werte für die besten NLL-Werte wieder und Abbildung 5.14 zeigt die Details dieser Variationen.

Resonanz	Massenbereich [MeV/c^2]	Breitenbereich [MeV/c^2]	Bester Wert für Masse/Breite [MeV/c^2]
$a_0(980)$	970 - 1020	100 - 300	990/170
$a_2(1320)$	1300 - 1350	100 - 300	1325/180
$a_2(1650)$	1580 - 1730	200 - 400	1660/280
$f_0(980)$	900 - 1400	20 - 300	1120/150
$f_2(1270)$	1200 - 1350	100 - 300	1290/200
$f_0(1500)$	1470 - 1520	30 - 100	1490/ 60

Tabelle 5.4: **Bereiche und beste Werte der Massen/Breiten-Variationen.** *Die einzelnen Variationen wurden unabhängig von den übrigen Resonanzen durchgeführt, welche fixiert waren.*

Unter Berücksichtigung obiger Bestwerte der Massen/Breiten-Variationen - die Breite des $a_0(980)$ wurde zu 140 MeV/c^2 beibehalten und Masse und Breite des $f_0(980)$ wurden ebenfalls auf dem PDG-Wert gehalten - wurde eine Massen/Breiten-Variation des $f_J(2100)$ mit Spin 0, 2 und 4 durchgeführt. Die Resultate sind in Abbildung 5.15 dargestellt. Man findet für Spin 2 eine sehr große Breite. Dies hat großen Einfluß auf den unteren $\pi^0\eta$ Massenbereich. Die Variation mit Spin 0 führt dagegen zu niedrigen Breiten. Dies überrascht bei Berücksichtigung der einfachen Winkelverteilung bei Spin 0 nicht. Jede Variation zeigt ein ausgeprägtes Minimum und unterstreicht so die Notwendigkeit dieser Resonanz. Jedoch lassen auch diese Ergebnisse keinen eindeutigen Schluß über den Spin des $f_J(2100)$ zu. Die besten Werte für Massen und Breiten sind in Tabelle 5.5 angegeben.

Spin	Bester Wert für Masse/Breite [MeV/c^2]
0	2130/180
2	2140/310
4	2150/230

Tabelle 5.5: **Beste Werte für die Massen/Breiten-Variationen des $f_J(2100)$.** *Die besten Werte unterscheiden sich weniger in den Massen als in den Breiten, was aufgrund der Lage der Resonanz am oberen Ende des Phasenraums nicht überrascht.*

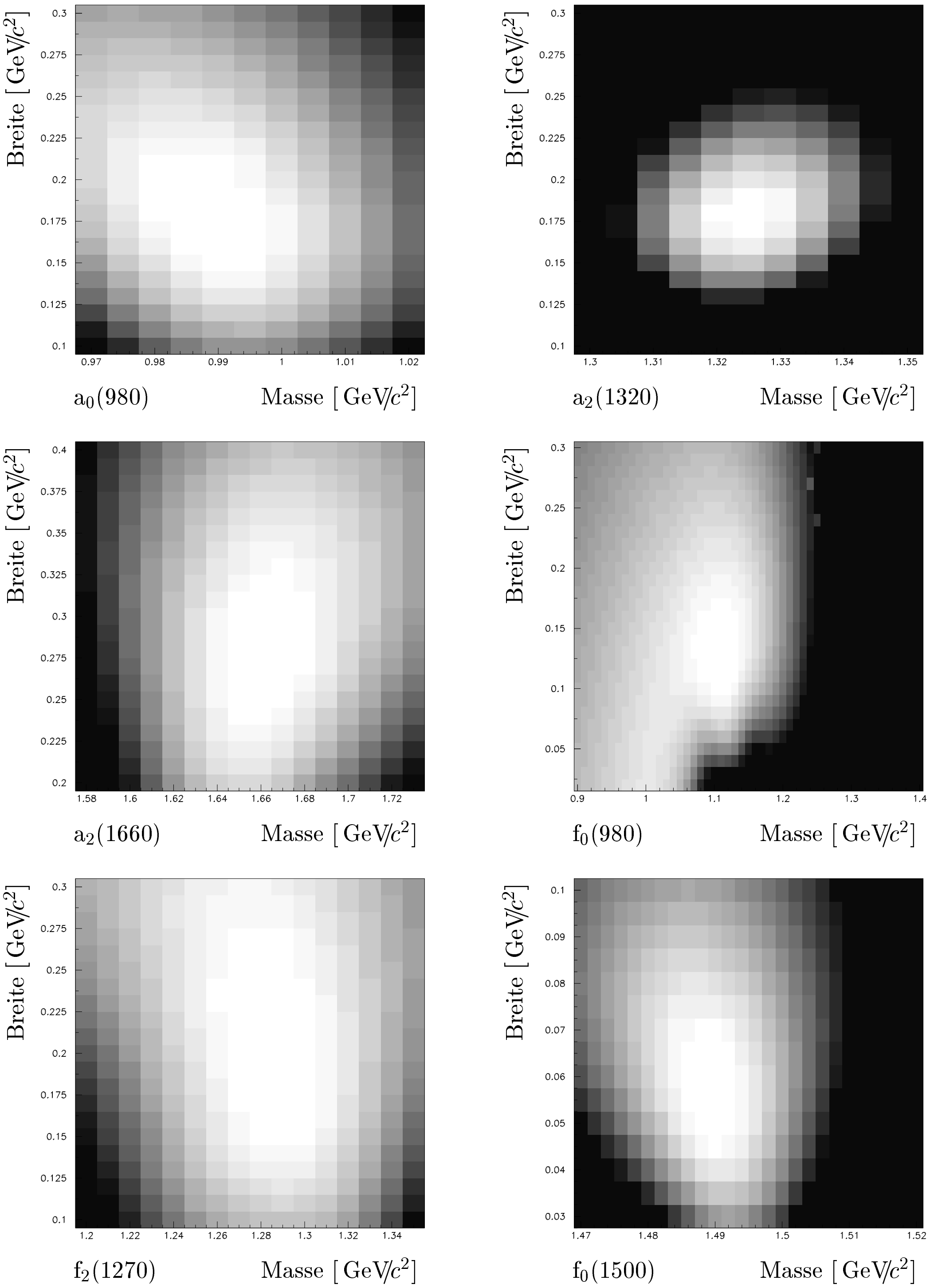

Abbildung 5.14: **Massen/Breiten Variationen der benötigten Resonanzen in der erweiterten Anpassung.** *Jede Variation weist ein klares und gut abgegrenztes Minimum auf und demonstriert damit die Notwendigkeit diese Resonanz bei der Anpassung zu berücksichtigen.*

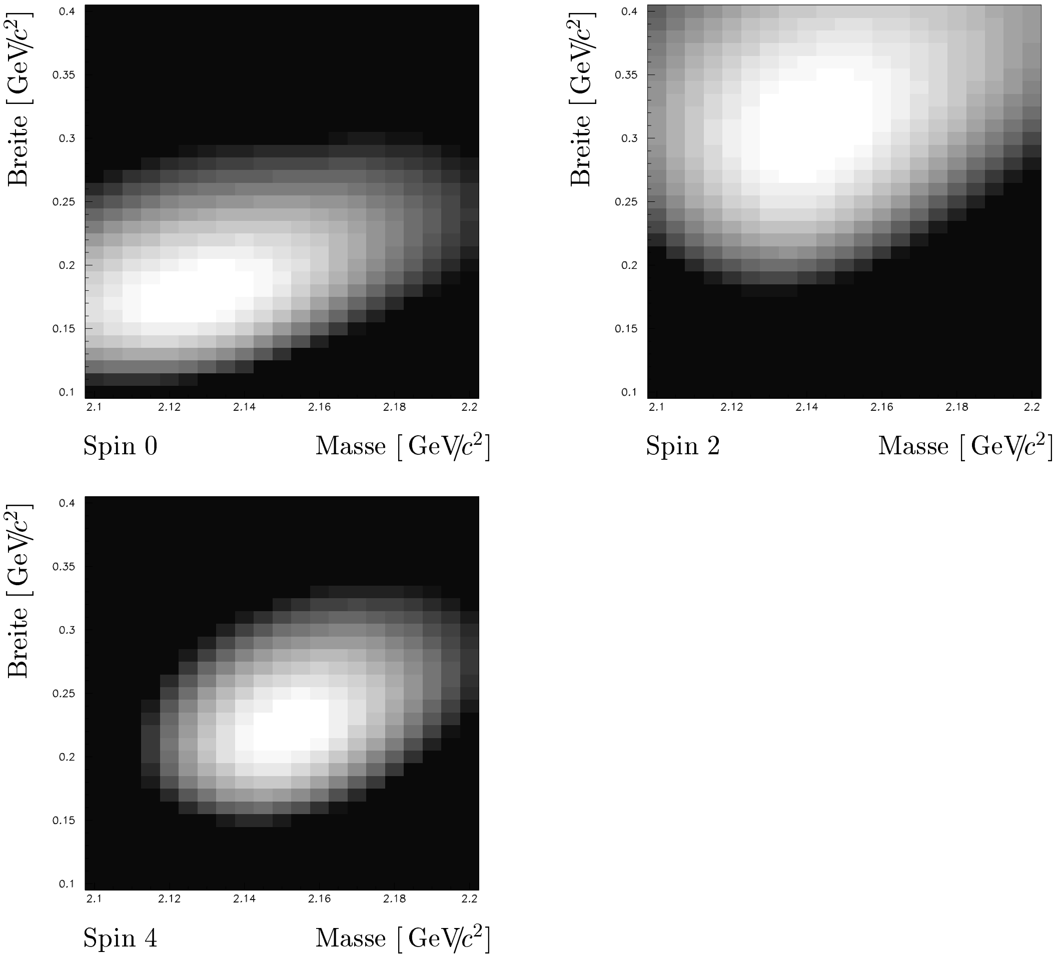

Abbildung 5.15: **Massen/Breiten-Variationen des $f_J(2100)$ mit Spin 0, 2 und 4.** *Auch diese Variationen lassen keinen Schluß über den Spin zu.*

Beste Anpassung des gesamten Dalitzplots

Unter Berücksichtigung der in den Variationen bestimmten besten Werte für Massen und Breiten der Resonanzen resultiert die beste Anpassung an die Daten in einer NLL von -629. Dabei wurden 41 Parameter variiert. Die Spektren dieser Anpassung sind in Abbildung 5.16 gezeigt und die optimierten Massen und Breiten sind in Tabelle 5.6 zusammengefaßt.

Resonanz	Masse/Breite [MeV/c^2]
$a_0(980)$	990/140
$a_2(1320)$	1325/180
$a_2(1660)$	1660/280
$f_0(980)$	980/ 70
$f_2(1270)$	1280/200
$f_0(1500)$	1490/ 50
$f_2(2100)$	2140/310

Tabelle 5.6: **Massen und Breiten der besten Anpassung.**

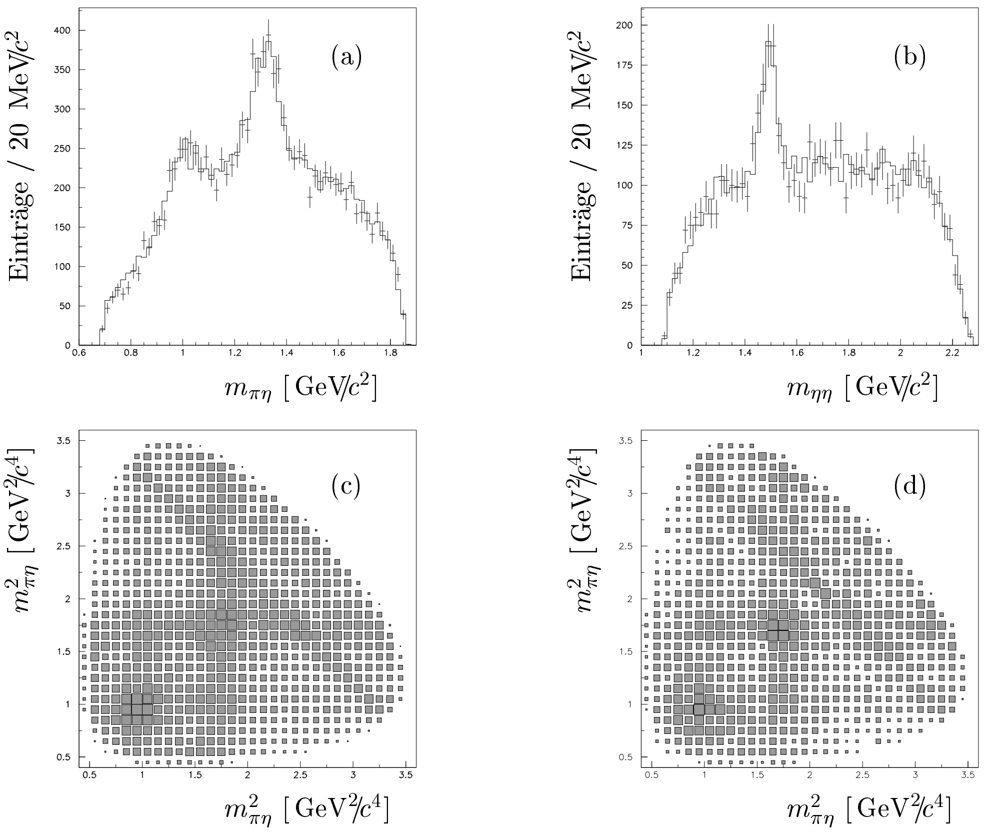

Abbildung 5.16: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der besten Anpassung.** *In den Spektren (a) und (b) sind die invarianten $\pi^0\eta$- und $\eta\eta$-Massen gezeigt. Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung, die Fehlerbalken stellen die Daten dar. In (c) ist der angepaßte Dalitzplot und in (d) der Dalitzplot der Daten gezeigt.*

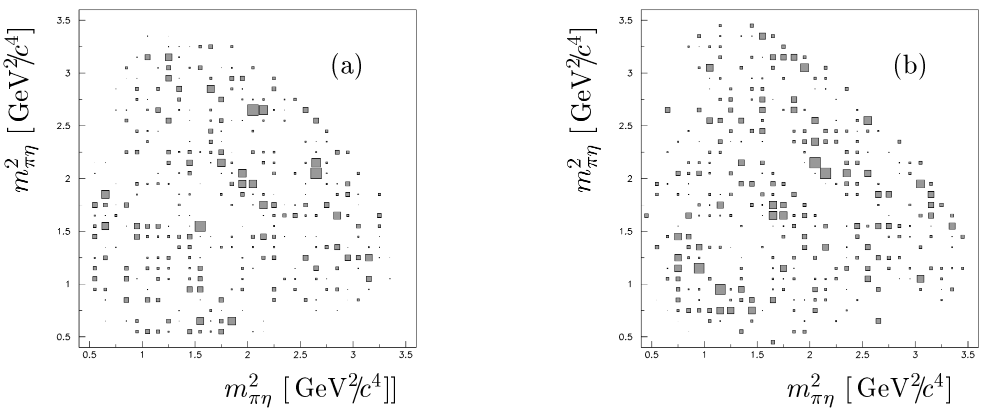

Abbildung 5.17: $\Delta\chi^2$ **Verteilungen der besten Anpassung.** *In Spektrum (a) ist die $\Delta\chi^2$ Verteilung für den Fall Anpassung > Daten dargestellt und in Spektrum (b) ist der Fall Anpassung < Daten gezeigt. Beide Spektren sind auf $3\sigma = 9$ normalisiert.*

Die Güte dieser besten Anpassung verdeutlicht Abbildung 5.17. Dort sind $\Delta\chi^2$ Verteilungen für die Fälle Anpassung > Daten und Anpassung < Daten gezeigt. Die beiden Plots sind auf $3\sigma = 9$ normalisiert. Dies bedeutet, daß das dunkelste Bin einem $\Delta\chi^2 = 9$ entspricht. Neben den $\Delta\chi^2$ Verteilungen verdeutlichen auch die Winkelverteilungen der einzelnen Resonanzen (Abbildung 5.18) den hohen Grad dieser Anpassung an die Daten.

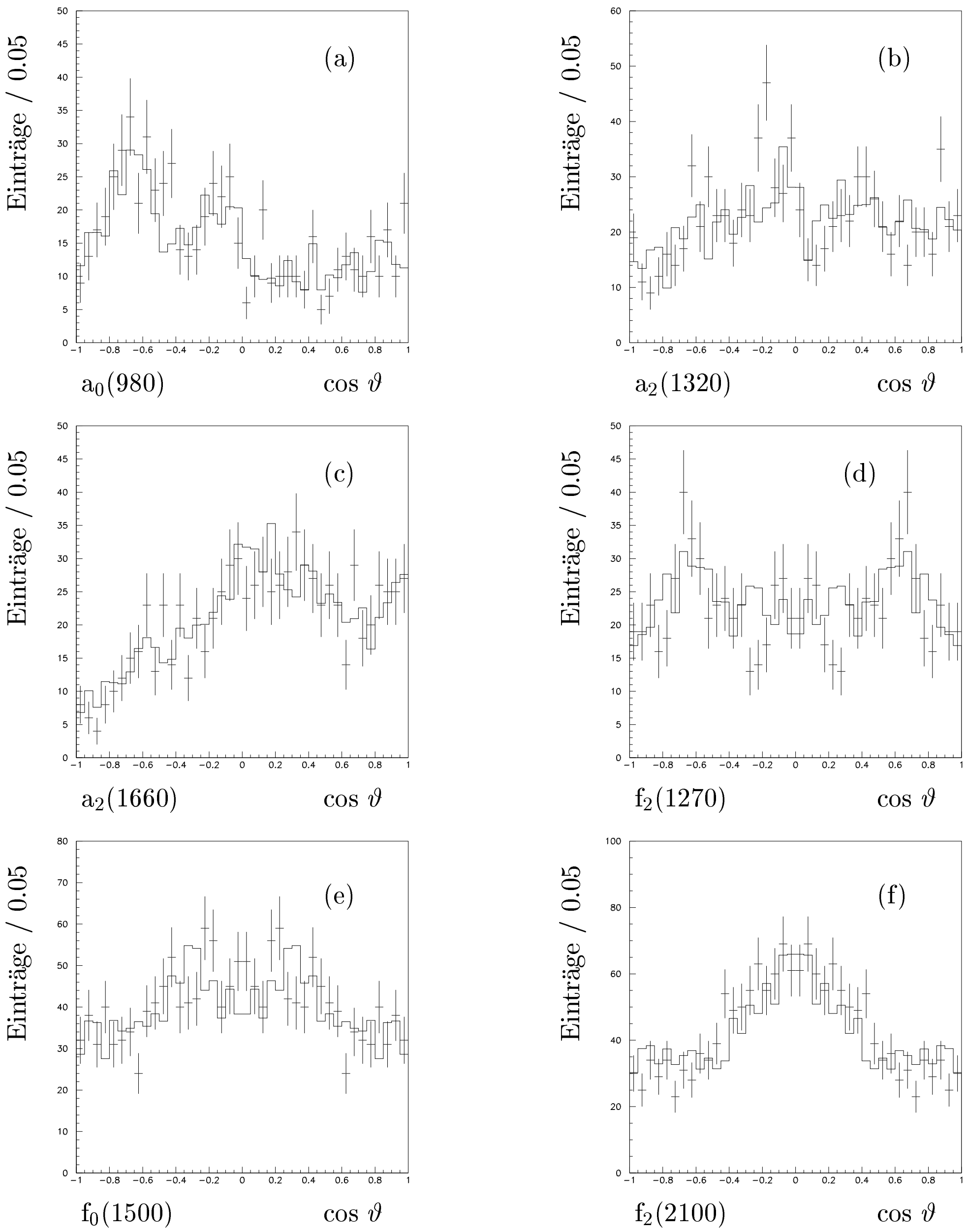

Abbildung 5.18: **Winkelverteilungen der an der besten Anpassung beteiligten Resonanzen.** *Alle Verteilungen wurden errechnet im Massenbereich $m_0 \pm 2/3\ \Gamma_0$ der jeweiligen Resonanz.*

Separate Anpassung der $\eta\eta$-Massenregion über 1.95 GeV/c^2

Um die Existenz des $f_J(2100)$ weiter zu manifestieren wurde versucht die $\eta\eta$-Massenregion oberhalb von 1.95 GeV/c^2 separat anzupassen. Zur Beschreibung dieses reduzierten Dalitzplots (1.338 Daten- und 4.543 Monte-Carlo Ereignisse, Abbildung 5.19) wurden nur die Resonanzen $a_0(980)$, $a_2(1320)$ und $f_2(2100)$ verwendet, sowie die Interferenzen zwischen ihnen.

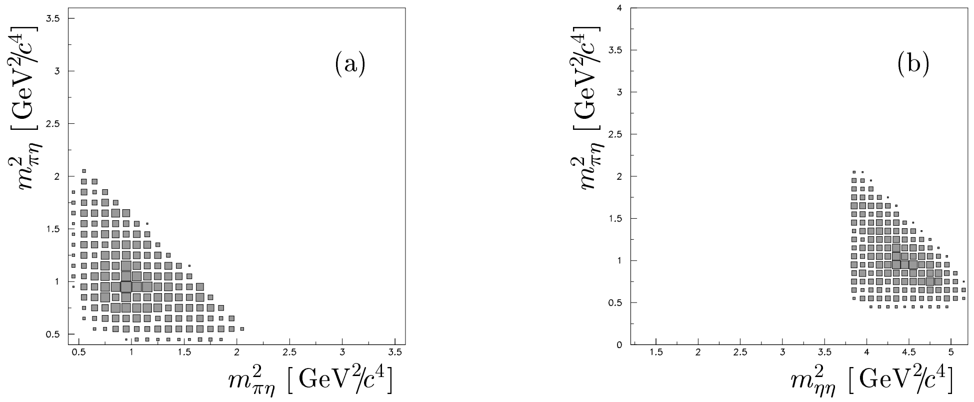

Abbildung 5.19: **Auf den oberen $\eta\eta$-Massenbereich reduzierter Dalitzplot.** *Gezeigt sind der symmetrische (a) und asymmetrische (b) Dalitzplot. Die Bingröße beträgt 0.1 GeV^2/c^4.*

Basisanpassung

In einer Basisanpassung wurde ein $a_0(980)$ mit $m_0/\Gamma_0 = 990/140$ MeV/c^2 und ein $a_2(1320)$ mit 1325/180 MeV/c^2 angepaßt. Außerdem wurden die Interferenzen $a_0(980) \times a_2(1320)$ und $a_0(980) \times a_0(980)$ berücksichtigt. Die Selbstinterferenz des $a_2(1320)$ wurde nicht berücksichtigt, da sich der Bereich der $a_2(1320)$-Kreuzung außerhalb des betrachteten Dalitzplots befindet. Die Anpassung resultierte in einem NLL-Wert von -23 bei 6 freien Parametern. Die Ergebnisse dieser Anpassung sind in in Abbildung 5.20 gezeigt. In der invarianten $\eta\eta$-Masse ist deutlich eine Diskrepanz zwischen Daten und Anpassung zu erkennen.

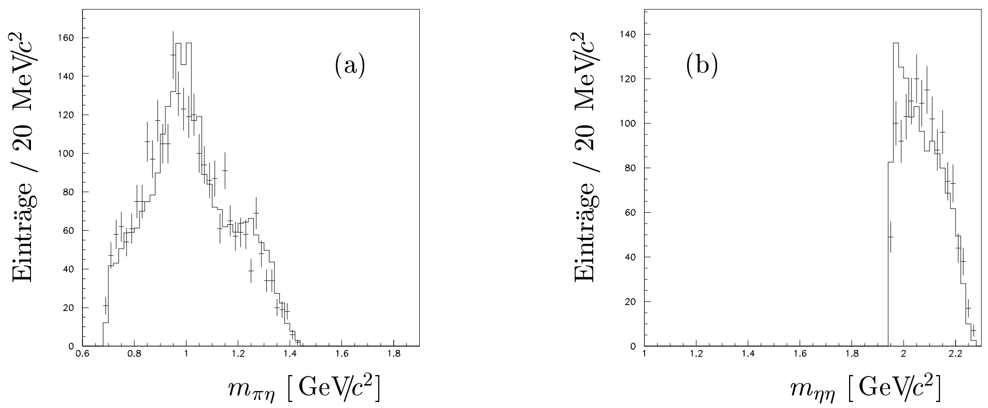

Abbildung 5.20: **Invariante Massenspektren der Basisanpassung der oberen $\eta\eta$-Massenregion.** *Deutlich erkennbar ist die Diskrepanz zwischen Anpassung und Daten.*

Basisanpassung plus $f_2(2100)$

Zur Basisanpassung wurde als Ergänzung ein $f_2(2100)$ $m_0/\Gamma_0 = 2140/310$ MeV/c^2 und seine Interferenzen mit dem $a_0(980)$ und dem $a_2(1320)$ hinzugenommen. Der NLL-Wert für diese Anpassung verringerte sich drastisch auf -107 bei 14 freien Parametern. Dies ist eine Differenz in der NLL von 84 verglichen mit der Basisanpassung. In Abbildung 5.21 sind die Ergebnisse dieser Anpassung gezeigt. Wie der Wert für NLL, demonstrieren auch die Massenprojektionen die Notwendigkeit eines $f_J(2100)$ in diesem Bereich.

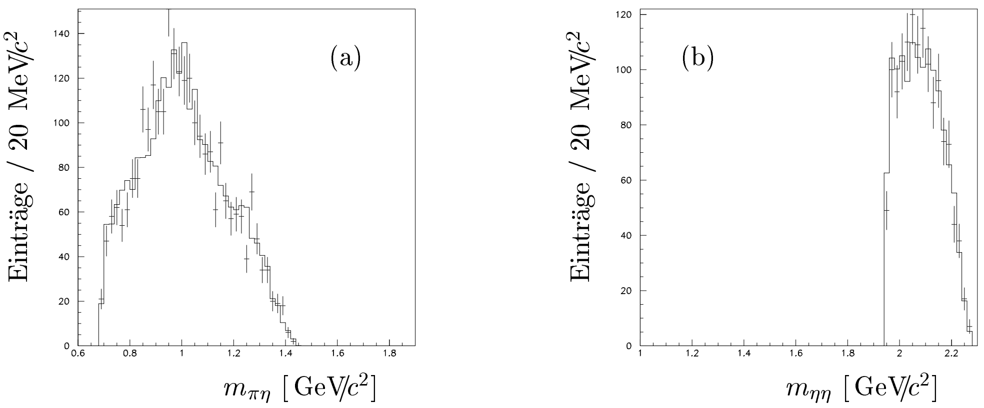

Abbildung 5.21: **Invariante Massenspektren der erweiterten Basisanpassung der oberen $\eta\eta$-Massenregion.** *Die Hinzunahme des $f_J(2100)$ beseitigt die Diskrepanz zwischen Anpassung und Daten.*

Vergleich von Massen und Breiten mit Literaturwerten

Die durch die beste Anpassung gefundenen Werte für Massen und Breiten weichen teilweise für einige Resonanzen von den Werten der Particle Data Group (PDG) [44] ab. Um die Abhängigkeit der Anpassung von Massen und Breiten näher zu untersuchen, wurden Massen- und Breiten-Werte der PDG für die vier gut bekannten Resonanzen $a_0(980)$, $a_2(1320)$, $f_2(1270)$ und $f_0(1500)$ in einer Vergleichsanpassung verwandt. Die NLL verschlechterte sich dabei um 33. Tabelle 5.7 gibt zusätzliche Informationen.

Resonanz		Anpassung [MeV/c^2]	PDG [MeV/c^2]	ΔNLL
$a_0(980)$	M:	990	984	
	Γ:	140	100	-6
$a_2(1320)$	M:	1325	1318	
	Γ:	180	110	-25
$f_2(1270)$	M:	1280	1275	
	Γ:	200	185	-1
$f_0(1500)$	M:	1490	1500	
	Γ:	50	100	-1
				-33

Tabelle 5.7: **Vergleich mit den Massen- und Breiten-Werten der PDG.** *Jede Resonanz wurde in der Masse und Breite unabhängig von den übrigen Resonanzen variiert.*

Eine Erklärung für die Unterschiede in den Werten ist die Linienform für die angepaßten Resonanzen. In dieser Arbeit wurden Breit-Wigner Linienformen verwendet, welche die Effekte der Zentrifugalbarriere berücksichtigen. Angegeben sind jedoch die Massen und Breiten die einer reinen Breit-Wigner Formulierung ohne Blatt-Weisskopf Faktoren entsprechen.

5.1.3 Zusammenfassung

In Tabelle 5.8 ist nochmals der Anpassungsverlauf wiedergegeben. Aufgeführt sind neben der Parameteranzahl auch die Unterschiede in den NLL-Werten bezogen auf die beste Basisanpassung. Tabelle 5.9 faßt den Verlauf der erweiterten Anpassung zusammen.

Anpassung	ΔNLL	# Parameter
Basisanpassung	+91	22
+$a_0(1450)$	+89	27
+$f_0(1700)$	+89	26
+$\hat{\rho}(1400)$	+73	30
+$f_2(1525)$	+70	30
+$f_2(1700)$	+44	30
+$a_2(1660)$	0	33
(erweitert)		

Tabelle 5.8: **Zusammenfassung der Ergebnisse der Anpassung des Endzustandes $2\eta\pi^0$ $\rightarrow 6\gamma$.** *Jede Resonanz wurde im Wechsel zur Basisanpassung hinzugenommen. ΔNLL ist bezogen auf den kleinsten erreichten NLL-Wert .*

Anpassung	ΔNLL	# Parameter
Erweiterte Anpassung	0	33
+$f_0(2100)$	-135	37
+$f_2(2100)$	-203	41
+$f_4(2100)$	-246	43

Tabelle 5.9: **Zusammenfassung der Anpassung des $f_J(2100)$ im Endzustand $2\eta\pi^0$ $\rightarrow 6\gamma$.** *ΔNLL = 0 bezieht sich auf die erweiterte Anpassung mit einem $a_2(1660)$.*

Die für die beste Anpassung verwendeten Massen und Breiten sind in Tabelle 5.10 aufgeführt (Spalten 1 und 2). Die Fehler beziehen sich dabei auf Werte für Massen und Breiten, welche eine Änderung von 1 in NLL hervorrufen. Spalte 3 der Tabelle 5.10 gibt den prozentualen Beitrag der einzelnen Zustände zu der Gesamtintensität an. Man beachte, daß nur das Amplitudenquadrat berücksichtigt wurde. Die Interferenzen wurden vernachlässigt. Die Fehler beziehen sich auf die Änderungen der Massen und Breiten innerhalb ihrer Fehler, wobei jeweils die extreme Massen/Breiten-Kombination gewählt wurde. Die systematischen Fehler sind i.a. größer. Für $a_2(1660)$ und $f_J(2100)$ betragen sie z.B. für die Masse 20 MeV/c^2 und für die Breite 50 MeV/c^2. Diese Werte leiten sich aus Anpassungen mit verschiedenen Linienformen ab.

Resonanz	Masse (Fehler)	Breite (Fehler)	Beitrag (Fehler)
	[MeV/c^2]	[MeV/c^2]	[%]
$a_0(980)$	990 (15)	140 (40)	11 (1)
$a_2(1320)$	1325 (20)	180 (30)	41 (2)
$a_2(1660)$	1660 (40)	280 (70)	18 (1)
$f_0(980)$	980 (50)	70 (30)	5 (1)
$f_2(1270)$	1280 (40)	200 (50)	4 (2)
$f_0(1500)$	1490 (10)	50 (20)	4 (1)
$f_J(2100)$	2140 (30)	310 (50)	17 (1)

Tabelle 5.10: **Massen und Breiten der Resonanzen der besten Anpassung, sowie deren Fehler.**

5.2 Der $2\eta\pi^0$-Endzustand in 10 Photonen

Zur Verifikation der Ergebnisse der Analyse des $2\eta\pi^0 \to 6\gamma$-Endzustandes wurde der 10 Photon-Endzustand analysiert. Da es für den Zwischenzustand unerheblich ist, ob dieser in 6 oder 10 Photonen zerfällt, sollten sich Unterschiede in den Anpassungen nur aus der verschiedenen Detektorakzeptanz ergeben. Der physikalische Inhalt darf sich nicht ändern. Im Falle gravierender Unstimmigkeiten zwischen beiden Anpassungen könnte mangelndes Verständnis des Detektors oder falsch abgeschätzter Untergrund dafür verantwortlich sein.

5.2.1 Basisanpassungen

Basisanpassung des reduzierten Dalitzplots

Wieder wurde zuerst eine befriedigende Beschreibung des reduzierten Dalitzplots gesucht um anschließend die gesamten Daten gut anpassen zu können. In Abbildung 5.22 sind die verbleibenden 3.515 Ereignisse gezeigt.

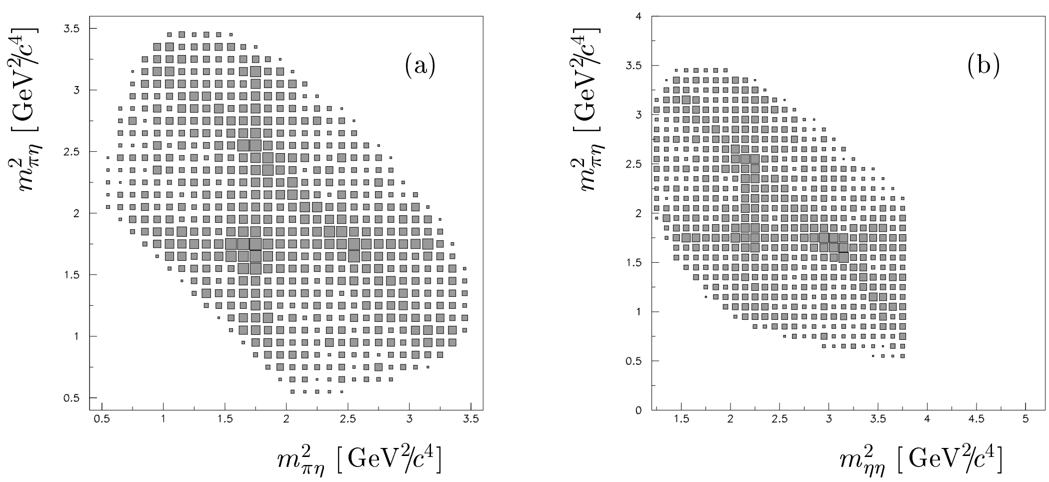

Abbildung 5.22: **Reduzierte Dalitzplots des Endzustandes $2\eta\pi^0 \to 10\gamma$.** *Gezeigt sind der symmetrische (a) und der asymmetrische (b) Dalitzplot. Die Bingröße beträgt 0.1 GeV²/c⁴.*

Zur Beschreibung wurden wiederum die in Kapitel 5.1.1 angegebenen Resonanzen und Interferenzen verwendet. Dies waren im einzelnen: $a_0(980)$, $a_2(1320)$, $f_0(980)$, $f_2(1270)$ und $f_0(1500)$. Alle Linienformen blieben unverändert. Die für die Basisanpassung verwendeten Massen und Breiten weichen jedoch geringfügig von denen der 6 Photon-Beschreibung ab. Sie sind in Tabelle 5.11 angegeben.
Die Anpassung mit diesen fünf Resonanzen führte zu einem NLL-Wert von -238. Abbildung 5.23 zeigt das Ergebnis.

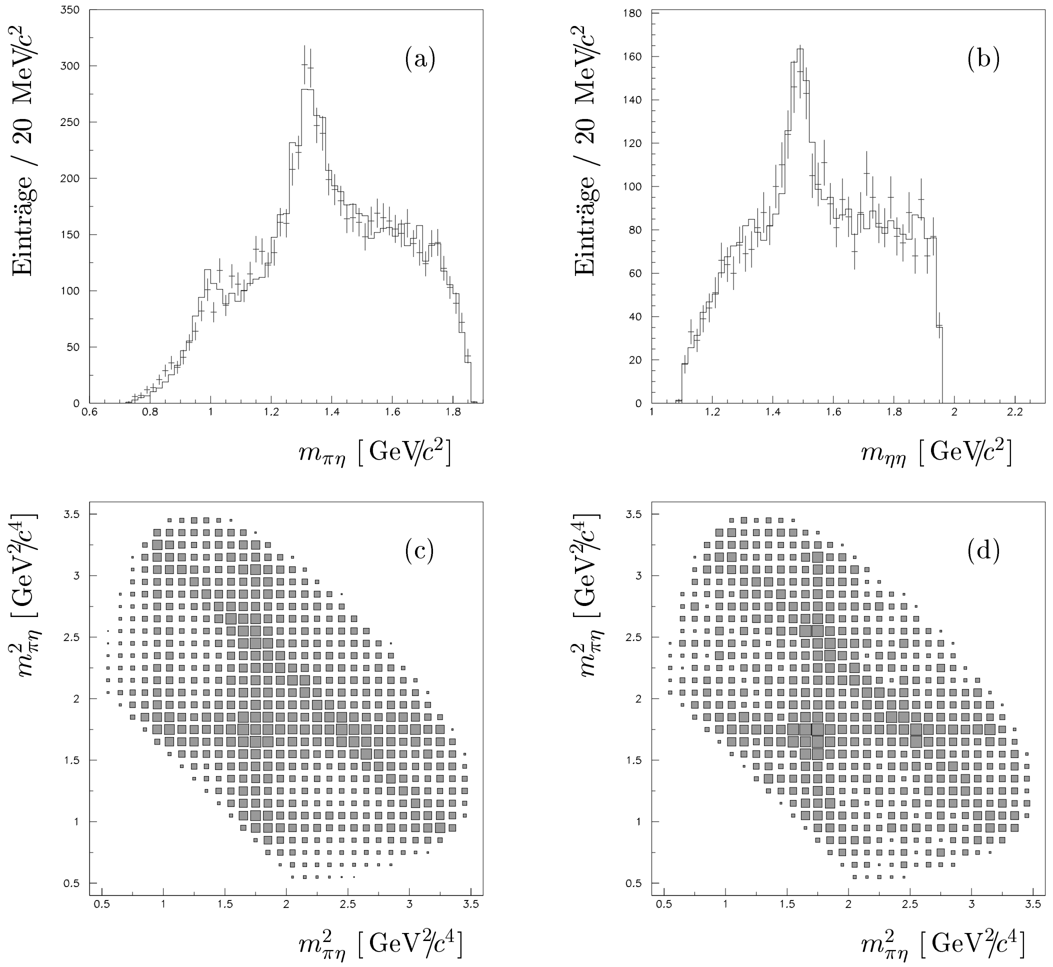

Abbildung 5.23: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der Basisanpassung.** *In den Spektren (a) und (b) sind die invarianten $\pi^0\eta$- und $\eta\eta$-Massen gezeigt. Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung, die Fehlerbalken stellen die Daten dar. Plot (c) zeigt den angepaßten Dalitzplot. Zum Vergleich ist in Plot (d) der Dalitzplot der Daten gegeben. Die Bingröße in (c) und (d) beträgt 0.1 GeV^2/c^4.*

Resonanz	Masse m_0 [MeV]	Breite Γ_0 [MeV]
$a_0(980)$	990	140
$a_2(1320)$	1320	190
$f_0(980)$	980	100
$f_2(1270)$	1280	230
$f_0(1500)$	1490	100

Tabelle 5.11: **Massen und Breiten der Resonanzen der Basisanpassung.** *Aufgeführt sind die nominalen Werte m_0 und Γ_0.*

Basisanpassung mit zusätzlichen Resonanzen

Wiederum wurden verschiedene Resonanzen auf ihre Tauglichkeit getestet, die Diskrepanzen in der $\pi^0\eta$-Massenregion zwischen 1.4 und 1.7 GeV/c^2 zu beheben. Diese Versuche fielen ähnlich aus wie bei den 6 Photon-Anpassungen. Einzig das $a_2(1660)$ gibt eine signifikante Verbesserung der Beschreibung. Eine Anpassung mit $m_0 = 1650$ MeV/c^2 und $\Gamma_0 = 300$ MeV/c^2 für das $a_2(1660)$ und einer um 20 MeV/c^2 auf 170 MeV/c^2 reduzierten Breite des $a_2(1320)$ resultierte in einem NLL-Wert von -302. Dies ist eine Verbesserung um 64. Sie kann nicht mit dem NLL-Wert aus der 6 Photon-Anpassung verglichen werden, da es sich um zwei völlig verschiedene Datensätze handelt. Die invarianten Massenspektren für diese erweiterte Anpassung sind in Abbildung 5.24 dargestellt.

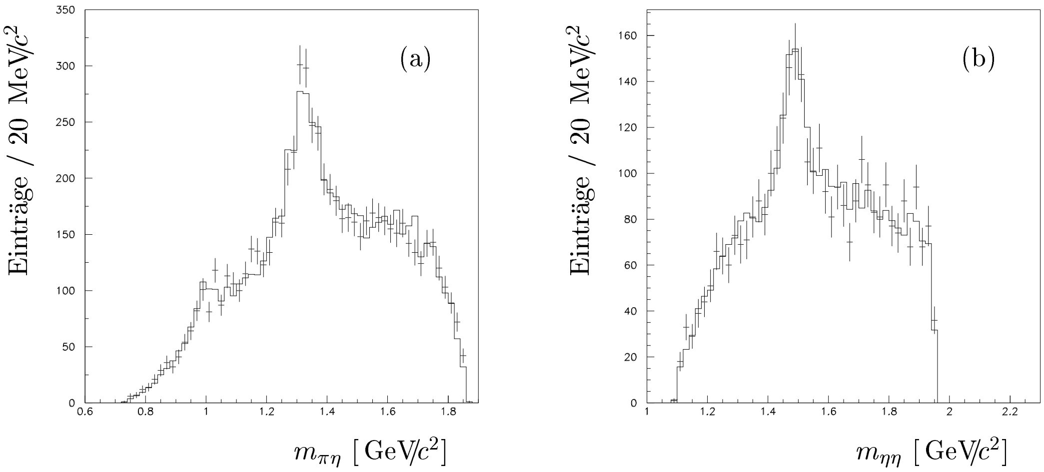

Abbildung 5.24: **Invariante Massenspektren der Basisanpassung plus ein a_2(1660).** *Diese Anpassung liefert wie im Fall des 6 Photon-Datensatzes eine signifikante Verbesserung der Beschreibung des oberen $\pi^0\eta$- Massenbereichs.*

5.2.2 Anpassung des gesamten Dalitzplots

Mit obiger Anpassung wird nun eine Beschreibung des gesamten Dalitzplots versucht. Wie bei der Anpassung der 6 Photon-Daten ist auch nach Variation aller freien Parameter eine Diskrepanz in der oberen $\eta\eta$-Massenregion zu erkennen (Abb. 5.25). Der NLL-Wert für diese Anpassung betrug nach Optimierung aller Magnituden, Phasen und Kohärenzfaktoren

-275. Obwohl die Anpassung versucht mittels des $a_0(980)$ diesen Bereich des Dalitzplots zu beschreiben, gelingt eine befriedigende Wiedergabe der Meßdaten nicht.

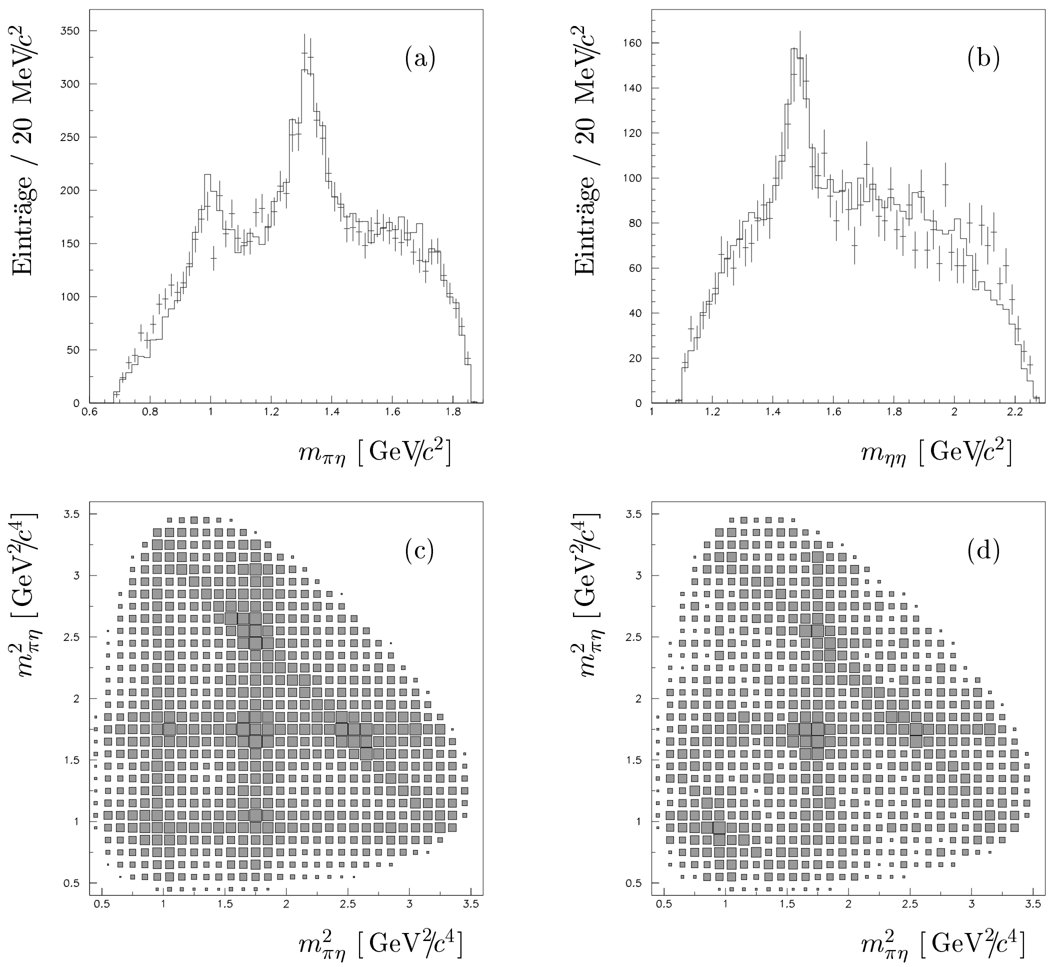

Abbildung 5.25: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der erweiterten Anpassung nach der Optimierung.** *Auch nach Optimierung aller Parameter ist die Beschreibung der $\eta\eta$-Massenregion über 2 GeV/c^2 unbefriedigend.*

Anpassung mit einer zusätzlichen $\eta\eta$-Resonanz

Analog zu Kapitel 5.1.2 wurde eine Anpassung mit einer zusätzlichen $\eta\eta$-Resonanz mit einer Masse von 2150 MeV/c^2 und einer Breite von 300 MeV/c^2 durchgeführt. Die 6 Photon-Anpassung bevorzugt leicht Spin 2. Es wurden auch hier separate Anpassungen mit Spin 0, 2 und 4 probiert, um eine Klärung dieser Frage zu ermöglichen. Die Resultate veranschaulicht Abbildung 5.26.

Alle Anpassungen führen zu sichtbar besseren Beschreibungen in der $\eta\eta$-Massenregion oberhalb von 2 GeV/c^2 und im entsprechenden $\pi^0\eta$-Massenbereich ($a_0(980)$-Kreuzungsbereich). Details sind in Tabelle 5.12 angegeben. Die Schlußfolgerungen sind ähnlich wie in der 6 Photon-Anpassung. Spin 2 wird von der Anpassung leicht bevorzugt, während Spin 0 wenig wahrscheinlich bleibt. Einzig Spin 4 erscheint aufgrund des zu Spin 2 gleichen NLL-Wertes noch unwahrscheinlicher als aus den 6 Photon-Anpassungen geschlossen werden konnte.

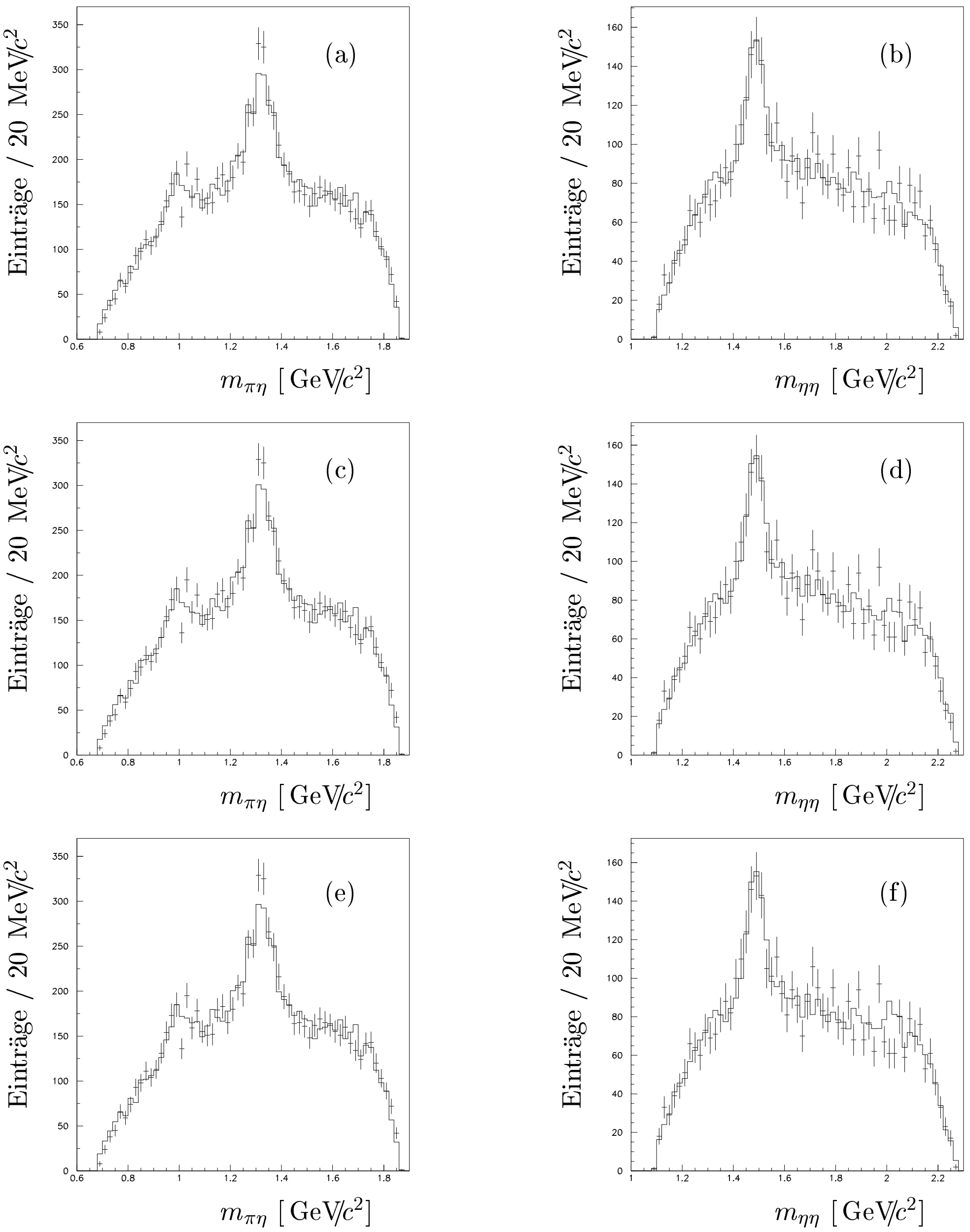

Abbildung 5.26: **Invariante Massenspektren der erweiterten Anpassung mit einem f_J(2100).** *In den Spektren (a) und (b) sind die invarianten $\pi^0\eta$- und $\eta\eta$-Massen für Spin 0 gezeigt. (c) und (d) präsentieren eine Anpassung mit Spin 2 und (e) und (f) eine Anpassung mit Spin 4.*

Spin	NLL	ΔNLL	Δ# Parameter
0	-326	51	4
2	-387	112	8
4	-387	112	10

Tabelle 5.12: **Zusammenfassung der Anpassungen eines f_J(2100) mit verschiedenen Spins.** *Der Wert für ΔNLL wurde im Vergleich zum NLL-Wert der erweiterten Anpassung ohne f_J(2100)-Zustand errechnet.*

Massen/Breiten-Variationen

Alle in den vorherigen Anpassungen verwendeten Massen und Breiten waren nur abgeschätzt. Um die Beschreibung zu verbessern wurden unabhängige Massen/Breiten-Vairiationen durchgeführt. Bei allen Variationen war das f_J(2100) fixiert auf $M_0 = 2150$ MeV/c^2 , $\Gamma_0 = 300$ MeV/c^2 und J = 2. In Tabelle 5.13 sind die Variationsbereiche und die Massen/Breiten-Werte für den besten NLL-Wert aufgeführt. Abbildung 5.27 stellt die einzelnen Variationen graphisch dar.

Resonanz	Massenbereich [MeV/c^2]	Breitenbereich [MeV/c^2]	Bester Wert für Masse/Breite [MeV/c^2]
a_0(980)	970 - 1015	100 - 270	990/200
a_2(1320)	1290 - 1350	100 - 300	1320/140
a_2(1650)	1580 - 1730	200 - 400	1690/260
f_0(980)	950 - 1400	50 - 300	1110/90
f_2(1270)	1200 - 1350	100 - 300	1240/180
f_0(1500)	1470 - 1520	50 - 150	1488/120

Tabelle 5.13: **Bereiche und beste Werte der Massen/Breiten-Variationen.** *Die einzelnen Variationen wurden unabhängig von den übrigen Resonanzen durchgeführt, welche fixiert waren.*

Unter Verwendung obiger Best-Werte wurde die Masse und Breite des f_2(2100) variiert. Auf eine Variation des f_J(2100) mit Spin 0 und Spin 4 wurde verzichtet, da kein Aufschluß über den Spin zu erwarten ist. Das Resultat ist in Abbildung 5.28 gezeigt. Ein klares Minimum ist bei 2120/350 MeV/c^2 zu erkennen.

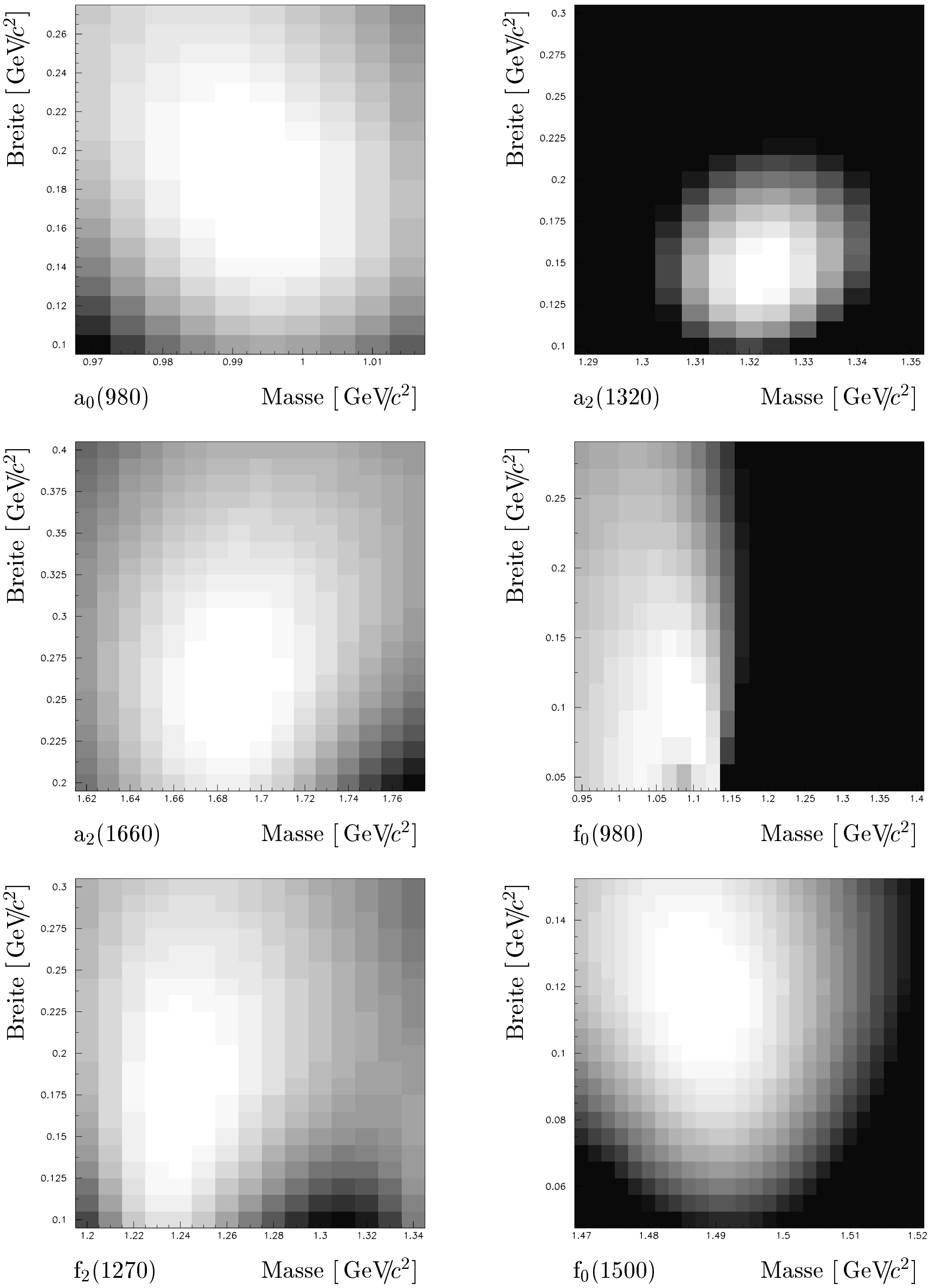

Abbildung 5.27: **Massen/Breiten-Variationen der angepaßten Resonanzen.** *Jede Variation weist ein klares und gut abgegrenztes Minimum auf und demonstriert damit die Notwendigkeit, die entsprechende Resonanz bei der Anpassung zu berücksichtigen.*

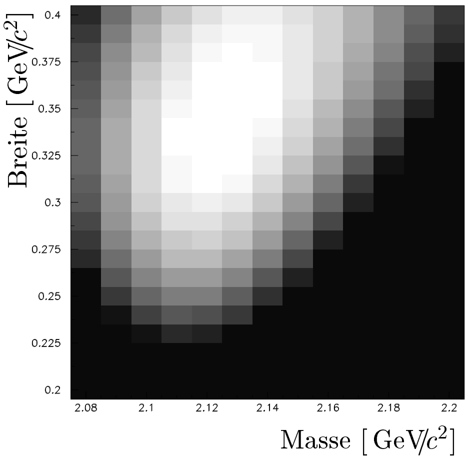

Abbildung 5.28: **Massen/Breiten-Variation des $f_2(2100)$.**

Beste Anpassung des gesamten Dalitzplots

Eine Anpassung mit den aus den Massen/Breiten-Variationen bestimmten besten Werten führte zu einem NLL-Wert von -393 bei 41 angepaßten Parametern. Abbildung 5.29 präsentiert diese beste Anpassung und Tabelle 5.14 gibt die dafür verwendeten Massen und Breiten an.

Resonanz	Masse/Breite [MeV/c^2]
$a_0(980)$	990/140
$a_2(1320)$	1320/140
$a_2(1660)$	1680/260
$f_0(980)$	980/100
$f_2(1270)$	1240/180
$f_0(1500)$	1488/120
$f_2(2100)$	2120/350

Tabelle 5.14: **Massen und Breiten der besten Anpassung.**

Ein weiteres Kriterium für die Güte dieser besten Anpassung ist die $\Delta\chi^2$-Verteilung. Abbildung 5.30 zeigt $\Delta\chi^2$-Verteilungen für die Fälle Anpassung > Daten und Anpassung < Daten. Die Darstellungen sind auf $3\sigma = 9$ normalisiert. Auch die Winkelverteilungen der einzelnen Resonanzen (Abb. 5.31) werden gut beschrieben.

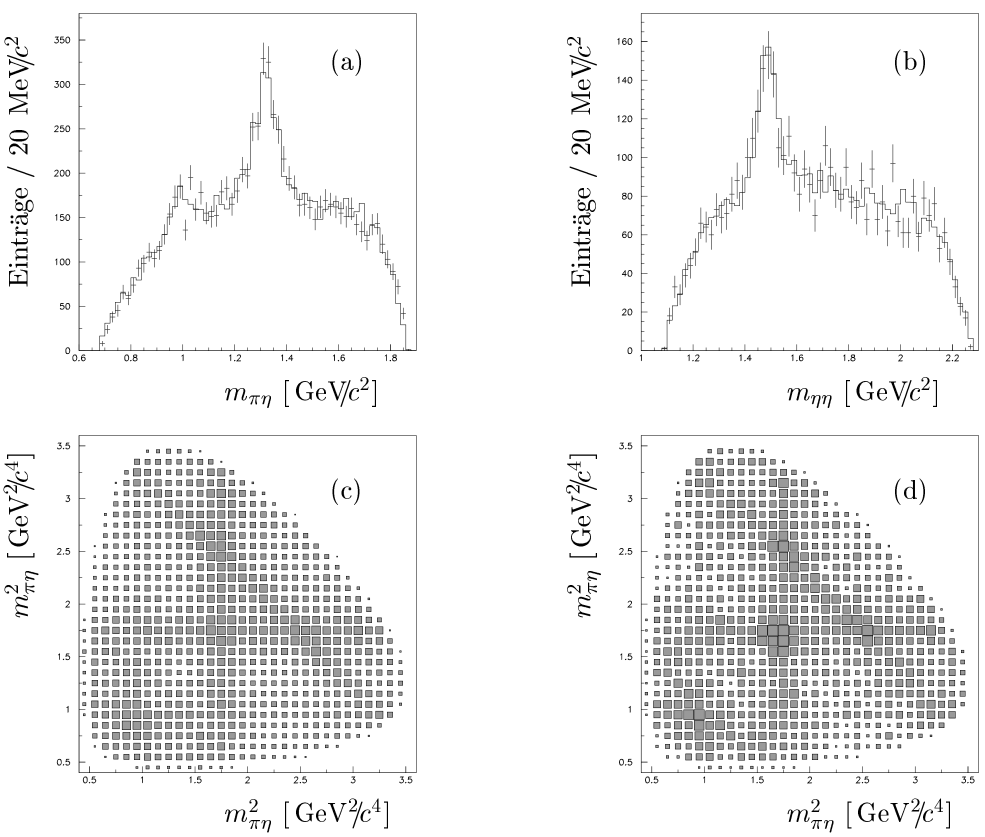

Abbildung 5.29: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der besten Anpassung.** *In den Spektren (a) und (b) sind die invarianten $\pi^0\eta$- und $\eta\eta$-Massen gezeigt. Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung, die Fehlerbalken stellen die Daten dar. In (c) ist der angepaßte Dalitzplot und in (d) der Dalitzplot der Daten gezeigt.*

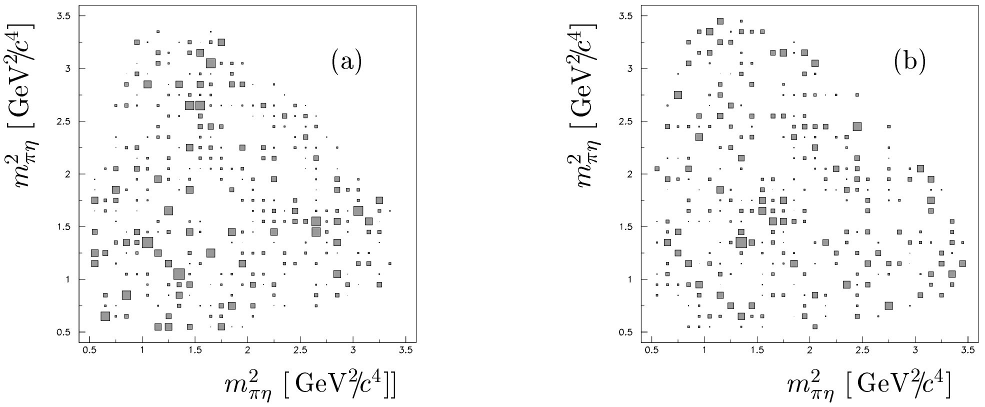

Abbildung 5.30: $\Delta\chi^2$ **Verteilungen der besten Anpassung.** *In Spektrum (a) ist die $\Delta\chi^2$ Verteilung für den Fall Anpassung > Daten dargestellt und in Spektrum (b) ist der Fall Anpassung < Daten gezeigt. Beide Spektren sind auf $3\sigma = 9$ normalisiert.*

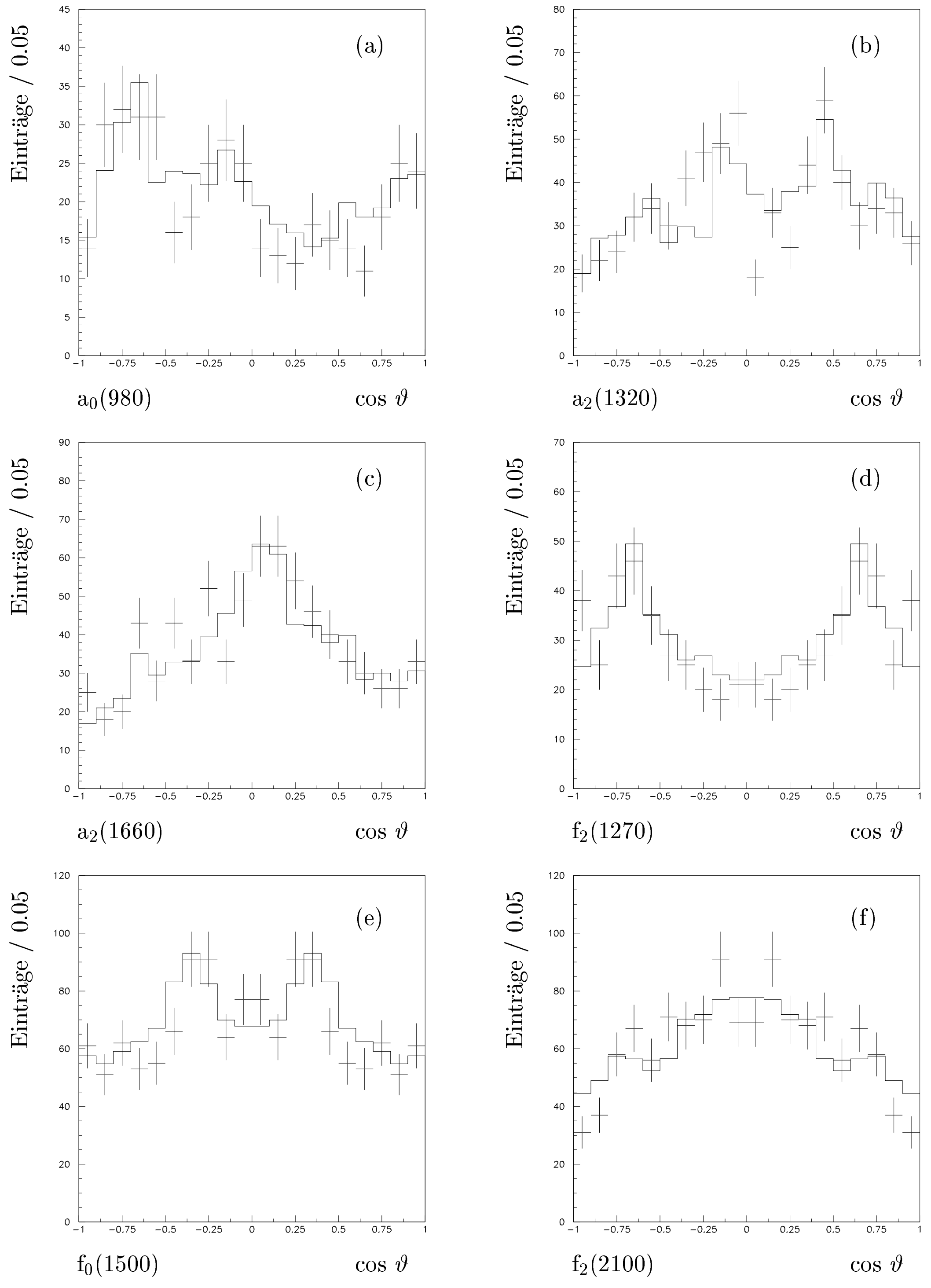

Abbildung 5.31: **Winkelverteilungen von Resonanzen der besten Anpassung.** *Alle Verteilungen wurden errechnet im Massenbereich* $m_0 \pm 2/3\,\Gamma_0$ *der jeweiligen Resonanz.*

5.2.3 Zusammenfassung

Der Verlauf der Anpassung dieses Endzustandes verlief analog zu der des 6 Photon-Endzustandes. Die Verhältnisse der einzelnen NLL-Werte zueinander ließen sich reproduzieren. Einzig die Absolutwerte differieren im Vergleich. Massen und Breiten der beteiligten Resonanzen änderten sich im Rahmen der systematischen und statistischen Fehler. Tabelle 5.15 gibt die Massen und Breiten der besten Anpassung an. Auch hier sind in Spalte 3 die prozentualen Beiträge der einzelnen Resonanzen zur Gesamtamplitude aufgeführt. Diese sind jedoch ohne Berücksichtigung der Interferenzen errechnet. Sie sind somit nur als Abschätzung zu interpretieren. Ebenso wie in der 6 Photon-Anpassung betragen die systematischen Fehler für das $a_2(1660)$ und das $f_J(2100)$ in der Masse 20 MeV/c^2 und in der Breite 50 MeV/c^2.

Resonanz	Masse (Fehler) [MeV/c^2]	Breite (Fehler) [MeV/c^2]	Beitrag (Fehler) [%]
$a_0(980)$	990(15)	140(40)	11(1)
$a_2(1320)$	1320(20)	140(20)	29(2)
$a_2(1660)$	1680(30)	350(50)	19(1)
$f_0(980)$	980(40)	100(30)	5(1)
$f_2(1270)$	1240(30)	180(40)	4(2)
$f_0(1500)$	1488(10)	120(20)	12(1)
$f_J(2100)$	2120(30)	350(50)	20(1)

Tabelle 5.15: **Massen und Breiten der Resonanzen der besten Anpassung des Endzustandes $2\eta\pi^0 \rightarrow 10\gamma$.** *Die teilweise großen Diskrepanzen in den Beträgen, sowie deren Fehlern verglichen mit der 6 Photon-Anpassung sind auf die unterschiedliche Detektorakzeptanz für den jeweiligen Endzustand und die verschiedenen Massen und Breiten der Resonanzen zurückzuführen.*

5.3 Der 3η-Endzustand

Da die Anzahl der Ereignisse in den 6 und 10 Photon-Datensätzen gering ist, wurden beide Datensätze kombiniert und simultan angepaßt. Damit standen insgesamt 919 Ereignisse des Typs $p\bar{p} \to 3\eta$ zur Verfügung. In gleicher Weise wurde mit den Monte-Carlo Ereignissen verfahren. Eine Kombination der 6 und 10 Photon-Monte-Carlo Datensätze lieferte 45.227 Ereignisse.

5.3.1 Basisanpassungen

Die Analyse wurde begonnen mit einer Basisanpassung, welche die Resonanzen $f_0(1500)$ und $f_2(1270)$ beinhaltete. Außerdem wurden die Interferenzen $f_0(1500) \times f_2(1270)$, $f_0(1500) \times f_0(1500)$ und $f_2(1270) \times f_2(1270)$ berücksichtigt. Für die Linienform der Resonanzen wurde die Breit-Wigner Formulierung mit Blatt-Weisskopf-Penetrationsfaktor gewählt (analog zur Anpassung des $2\eta\pi^0$ Endzustandes (vgl. Kapitel 5.1.1)). Die Anpassung konvergierte zu einem NLL-Wert von -85, wobei 9 Parameter variiert wurden. Der Dalitzplot und das invariante Massenspektrum sind in Abb. 5.32 gezeigt. Beide Resonanzen beschreiben die Daten in ihrem Massenbereich in zufriedenstellender Weise. Unterschiede zwischen Anpassung und Daten verbleiben nur noch in den Randbereichen des Dalitzplots und der Massenregion zwischen 1.6 und 1.7 GeV/c^2. Die verwendeten nominalen Massen und Breiten sind in Tabelle 5.16 angegeben.

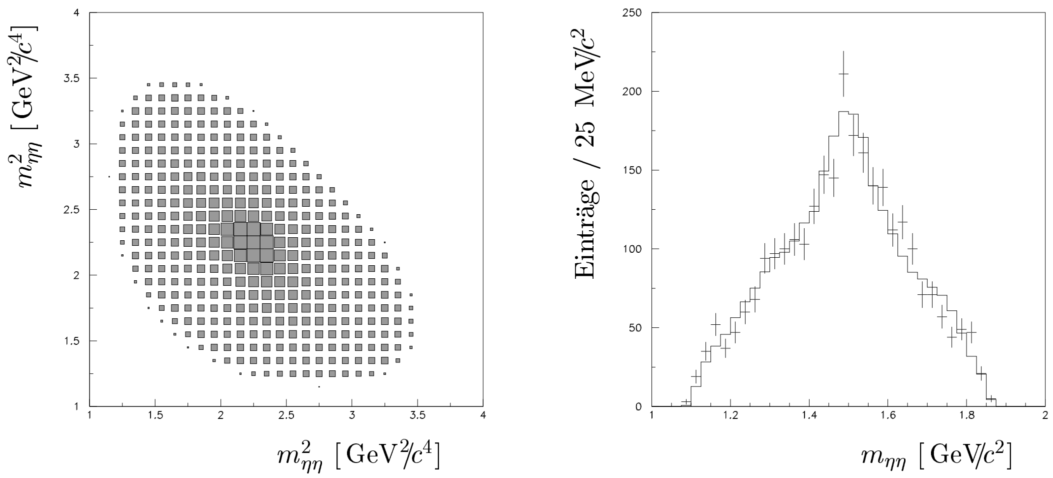

Abbildung 5.32: **Dalitzplot und invariantes Massenspektrum der Basisanpassung.** *Im invarianten Massenspektrum zeigt die durchgezogene Linie die Anpassung, die Fehlerbalken stellen die Daten dar. Die Bingröße im Dalitzplot beträgt 0.1 GeV^2/c^4.*

Resonanz	Masse m_0 [MeV]	Breite Γ_0 [MeV]
$f_2(1270)$	1280	180
$f_0(1500)$	1500	150

Tabelle 5.16: **Massen und Breiten der Resonanzen der Basisanpassung.** *m_0 und Γ_0 sind die nominalen Massen und Breiten.*

Basisanpassung + $f_J(1650)$

Um die Daten in der Region um 1.6 - 1.7 GeV/c^2 besser zu beschreiben, wurde ein $f_J(1650)$ mit $m_0 = 1650$ MeV/c^2 und $\Gamma_0 = 200$ MeV/c^2 zur Basisanpassung hinzugenommen. Interferenzen mit dem $f_0(1500)$ und $f_2(1270)$ wurden ebenfalls berücksichtigt.

Anpassung mit Spin 0

Eine erweiterte Anpassung der Daten mit Spin 0 für das $f_J(1650)$ resultierte in einem NLL-Wert von -107, was eine Verbesserung um 22 verglichen mit der Basisanpassung bedeutet. Dabei wurden 14 Parameter angepaßt (Basisanpassung 9 Parameter). Abbildung 5.33 zeigt die Ergebnisse.

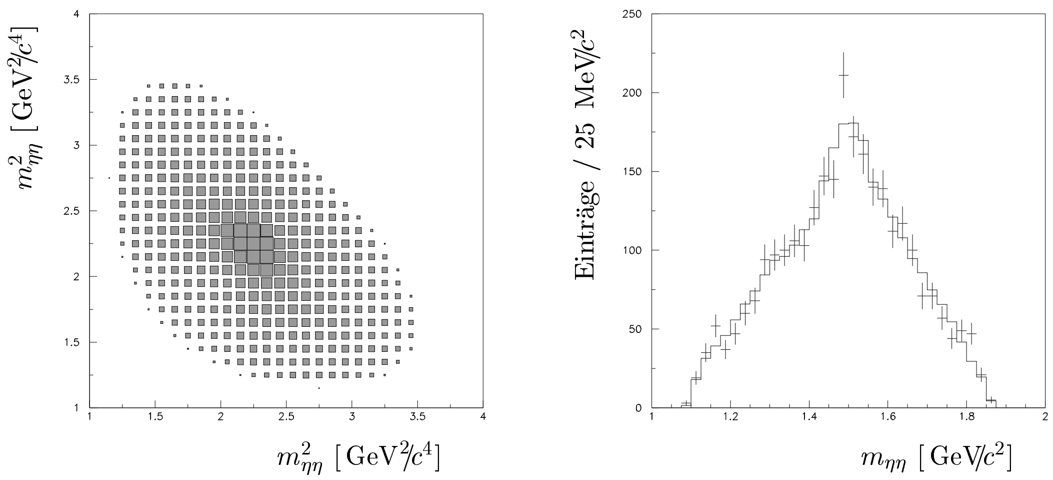

Abbildung 5.33: **Dalitzplot und invariantes Massenspektrum der Basisanpassung mit einem $f_J(1650)$, J=0.** *Gut erkennbar im invarianten Massenspektrum ist der Einfluß dieser neuen Resonanz.*

Um die gewählte Masse und Breite der neuen Resonanz zu überprüfen, wurde eine Massen/Breiten-Variation durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.34 dargestellt. Obwohl in dieser Massenregion anscheinend eine Resonanz benötigt wird, ist kein eindeutiges Minimum erkennbar.

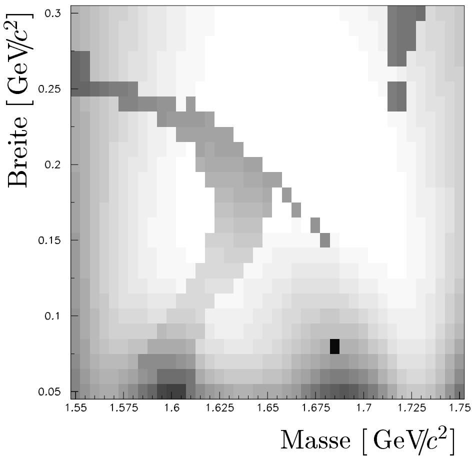

Abbildung 5.34: **Massen/Breiten-Variation des f_0(1650).** *Man beobachtet kein eindeutiges Minimum.*

Anpassung mit Spin 2

Eine erweiterte Anpassung mit J = 2 erzielt wesentlich bessere Resultate. Der NLL-Wert verringert sich um 48, bezüglich der Basisanpassung, auf -133, wobei 20 Parameter Verwendung fanden. Die Ergebnisse dieser Anpassung sind in Abbildung 5.35 gezeigt. Wiederum wurde eine Massen/Breiten-Variation durchgeführt (Abbildung 5.36). Im Gegensatz zum Verhalten bei Spin 0 ist nun ein gut definiertes Minimum sichtbar. Diese Spin-2-Resonanz beschreibt den Massenbereich um 1.6 -1.7 GeV/c^2 nun in befriedigender Weise.

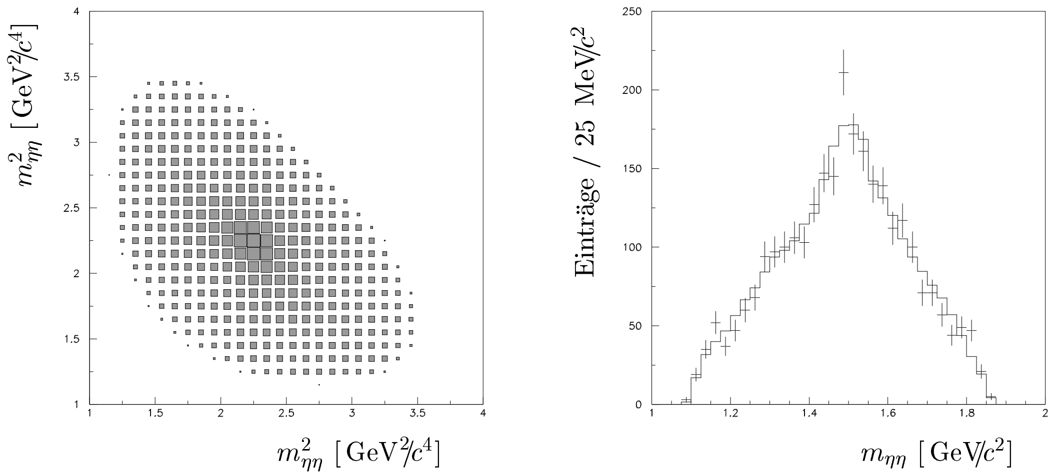

Abbildung 5.35: **Dalitzplot und invariantes Massenspektrum der Basisanpassung mit einem f_J(1650), J=2.** *Spin 2 beschreibt die Daten in befriedigenderer Weise.*

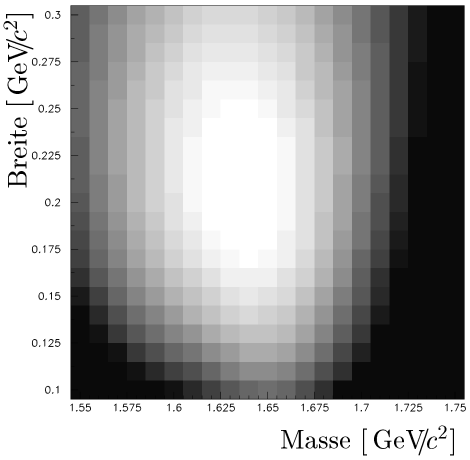

Abbildung 5.36: **Massen/Breiten-Variation des f_2(1650).** *Unter Verwendung von Spin 2 für die Resonanz ist ein gut definiertes Minimum erkennbar.*

5.3.2 Erweiterte Anpassung mit zusätzlichen Resonanzen

Um die Randbereiche des Dalitzplots besser zu beschreiben, wurde ein $f_0(980)$ bei 980/100 MeV/c^2 und ein $f_J(1800)$ bei 1810/40 MeV/c^2 zur erweiterten Anpassung hinzugenommen. Für das $f_0(980)$ ist eine einfache Breit-Wigner Formulierung gewählt worden, während das $f_0(1800)$ in gleicher Weise wie die Resonanzen der Basisanpassung mittels Blatt-Weisskopf-Faktor beschrieben wurde. Berücksichtigung fand außerdem die Interferenz des $f_0(1800)$ mit dem $f_2(1270)$. Unter Verwendung von Spin 0 für das $f_0(1800)$ endete eine Anpassung bei einem NLL-Wert von -145 (24 Parameter). Der Beitrag dieser neuen Resonanzen ist in Abbildung 5.37 gezeigt. Man erkennt eine verbesserte Beschreibung der Randbereiche des Dalitzplots.

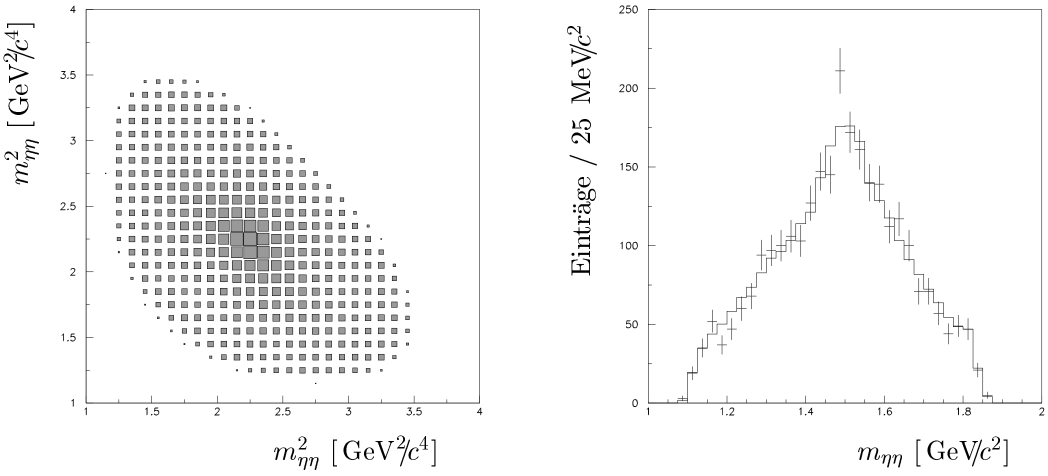

Abbildung 5.37: **Dalitzplot und invariantes Massenspektrum der erweiterten Anpassung plus f_0(980) und f_J(1800), J=0.** *Die Randbereiche des Dalitzplots werden nun besser beschrieben.*

Um zu überprüfen ob ein $f_J(1800)$ mit Spin 2 ein besseres Resultat liefert, wurde eine Anpassung mit den gleichen Resonanzen und unveränderten Massen und Breiten durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.38 dargestellt. Mit einem NLL-Wert von -140 und 28 angepaßten Parametern verlief diese Anpassung schlechter als bei Spin 0 (NLL = -145, 24 Parameter).

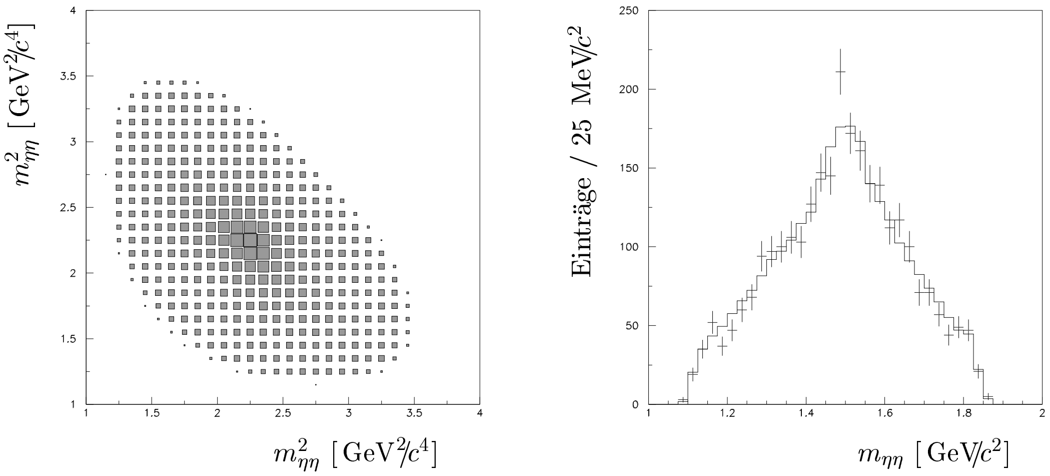

Abbildung 5.38: **Dalitzplot und invariantes Massenspektrum der erweiterten Anpassung plus f_0(980) und f_J(1800), J=2.** *Die Randbereiche des Dalitzplots werden mit Spin 2 schlechter beschrieben.*

Um den Spin des f_J(1800) festlegen zu können, wurde auf eine Massen/Breiten-Variation von beiden Resonanzen zurückgegriffen. Diese ist in Abbildung 5.39 gezeigt.

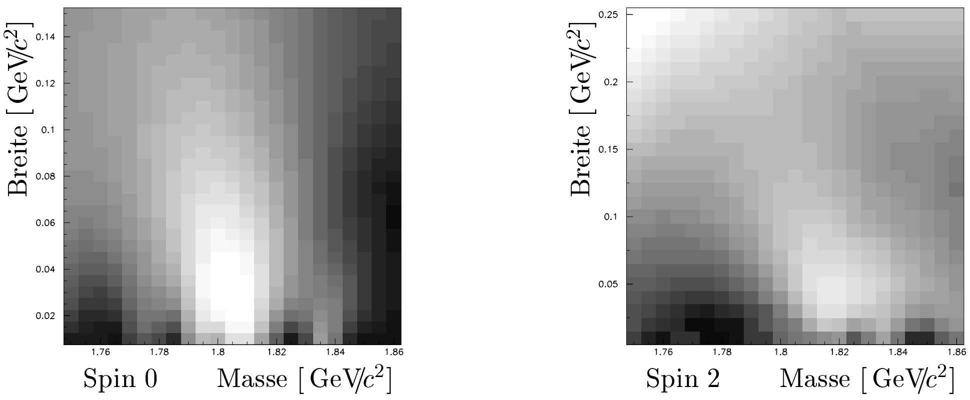

Abbildung 5.39: **Massen/Breiten-Variation des f_J(1800).**

Die Variation zeigt, daß Spin 0 bevorzugt wird. Spin 2 erzeugt ein leichtes Minimum bei der gleichen Masse und Breite wie Spin 0. Jedoch erhält man auch eine Beitrag bei niedrigeren Massen und höheren Breiten. Dort beginnt das f_2(1800) die Region des f_2(1650) zu beschreiben. Die hier durchgeführten Anpassungen können jedoch nicht die Frage entscheiden, ob tatsächlich eine schwache Resonanz bei 1800 MeV/c^2 gefunden wurde, da die statistische Signifikanz sehr schwach ist.

Test von weiteren Resonanzen

Wegen der geringen Statistik ist es nicht möglich weitere Resonanzen zu den bestehenden hinzuzufügen. Deshalb konnten weitere Resonanzen nur im Austausch gegen bereits in der Anpassung enthaltene Resonanzen getestet werden.

Test eines $f_0(1300)$

Im Austausch gegen das $f_2(1270)$ wurde ein $f_0(1300)$ mit 1400/390 MeV/c^2 zur Anpassung hinzugenommen (Abbildung 5.40).

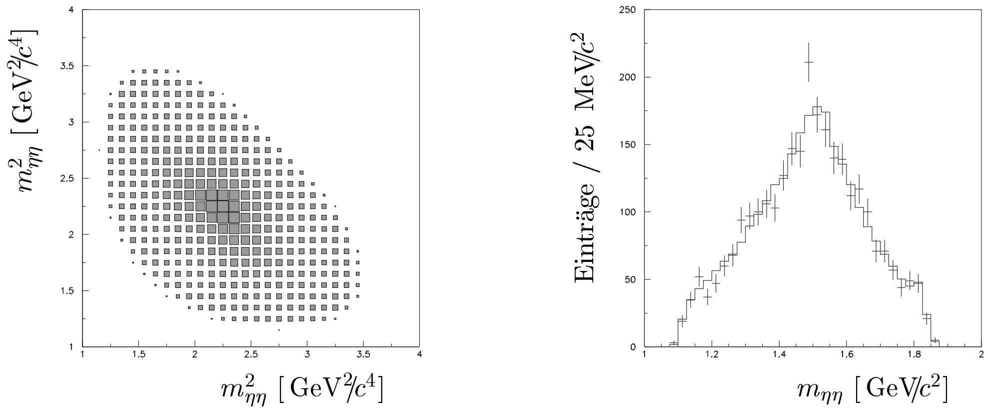

Abbildung 5.40: **Dalitzplot und invariantes Massenspektrum einer Anpassung mit einem f_0(1300) anstelle eines f_2(1270).** *Deutlich ist die schlechtere Beschreibung der Region um 1.3 GeV/c^2 herum zu beobachten.*

Beide Resonanzen beschreiben den gleichen Massenbereich, jedoch mit unterschiedlichen Spins und Breiten. Die Anpassung resultierte in einem NLL-Wert von -121 mit 21 Parametern und liegt damit um 24 schlechter als eine Anpassung mit einem $f_2(1270)$. Auch in dem invarianten Massenspektrum ist die schlechte Beschreibung gut erkennbar. Die Daten bevorzugen eine Spin-2-Resonanz in diesem Massenbereich.

Test eines $f_2(1525)$

Die Hinzunahme eines $f_2(1525)$ anstelle des $f_0(1500)$ lieferte ebefalls ein unbefriedigendes Ergebnis. Der Bereich um 1.5 GeV/c^2 herum wird viel schlechter beschrieben und auch eine Massen/Breiten-Variation zeigt, daß bei höheren Massen das $f_2(1525)$ versucht die Region des $f_2(1650)$ mitzubeschreiben.

Massen/Breiten-Variationen

Nachdem alle Resonanzen mit signifikantem Beitrag bestimmt waren, wurden unabhängige Massen/Breiten-Variationen durchgeführt. Wie in den früheren Variationen wurden auch hier die Massen und Breiten der übrigen Resonanzen fest gehalten. Tabelle 5.17 gibt die Variationsbereiche und die Massen und Breiten für den besten NLL-Wert an. Abbildung 5.41 zeigt diese Variationen im Detail.

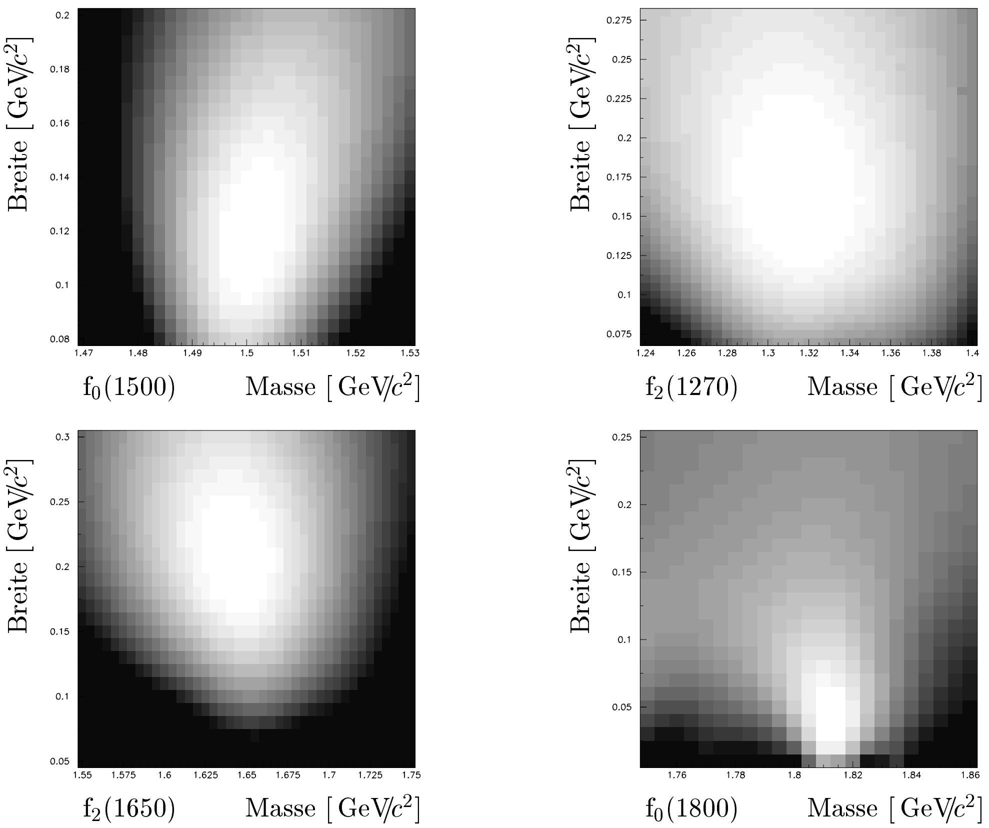

Abbildung 5.41: **Massen/Breiten-Variationen der verwendeten Resonanzen.** *Alle Variationen zeigen ein gut abgegrenztes und lokalisiertes Minimum.*

Resonanz	Massenbereich [MeV/c^2]	Breitenbereich [MeV/c^2]	Bester Wert für Masse/Breite [MeV/c^2]
$f_2(1270)$	1240 - 1350	100 - 290	1310/180
$f_0(1500)$	1480 - 1520	90 - 210	1500/120
$f_2(1650)$	1550 - 1750	50 - 300	1630/210
$f_0(1800)$	1750 - 1860	20 - 300	1810/ 40

Tabelle 5.17: **Bereiche und beste Werte der Massen/Breiten-Variationen.**

Beste Anpassung des kombinierten Datensatzes

Unter Verwendung der in den Massen/Breiten-Variationen gefundenen Best-Werte lieferte die beste Anpassung einen NLL-Wert von -149, wobei 24 Parameter variiert wurden. Der Dalitzplot und das invariante Massenspektrum sind in Abbildung 5.42 dargestellt und die Massen und Breiten sind in Tabelle 5.18 zusammengefaßt. Um die Güte dieser besten Anpassung aufzuzeigen ist in Abbildung 5.43 die $\Delta\chi^2$ Verteilung für die Fälle Anpassung $>$ Daten und Anpassung $<$ Daten gezeigt. Beide Spektren sind auf $3\sigma = 9$ normalisiert.

Resonanz	Masse/Breite [MeV/c^2]
$f_2(1270)$	1310/180
$f_0(1500)$	1500/120
$f_2(1650)$	1630/210
$f_0(1800)$	1810/ 40
$f_0(980)$	980/100

Tabelle 5.18: **Massen und Breiten der Resonanzen der besten Anpassung.**

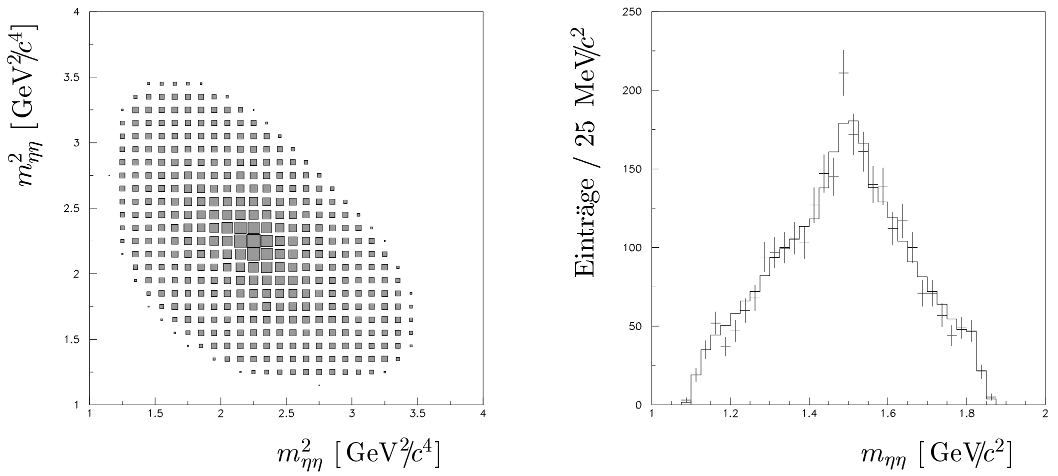

Abbildung 5.42: **Dalitzplot und invariantes Massenspektrum der besten Anpassung.**

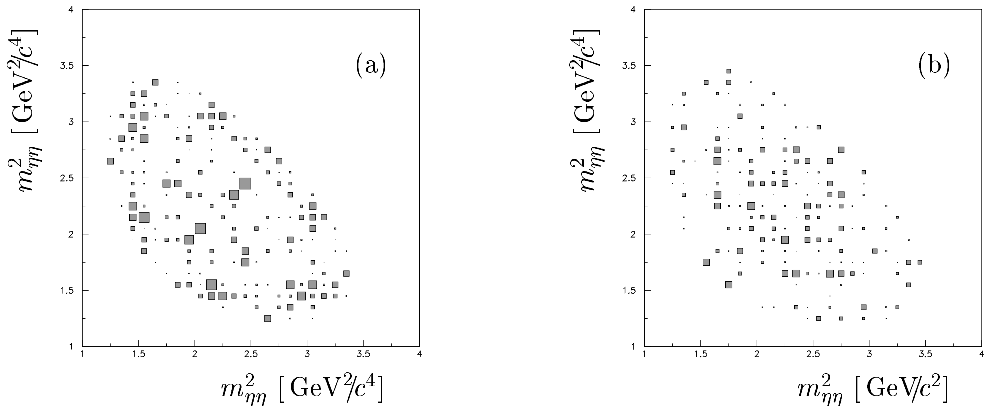

Abbildung 5.43: **$\Delta\chi^2$ Verteilungen der besten Anpassung.** *In Spektrum (a) ist die $\Delta\chi^2$ Verteilung für den Fall Anpassung > Daten dargestellt und in Spektrum (b) ist der Fall Anpassung < Daten gezeigt. Beide Spektren sind auf $3\sigma = 9$ normalisiert.*

In Abbildung 5.44 sind die Winkelverteilungen der drei Hauptresonanzen gezeigt. Trotz der geringen Statistik werden sie gut wiedergegeben.

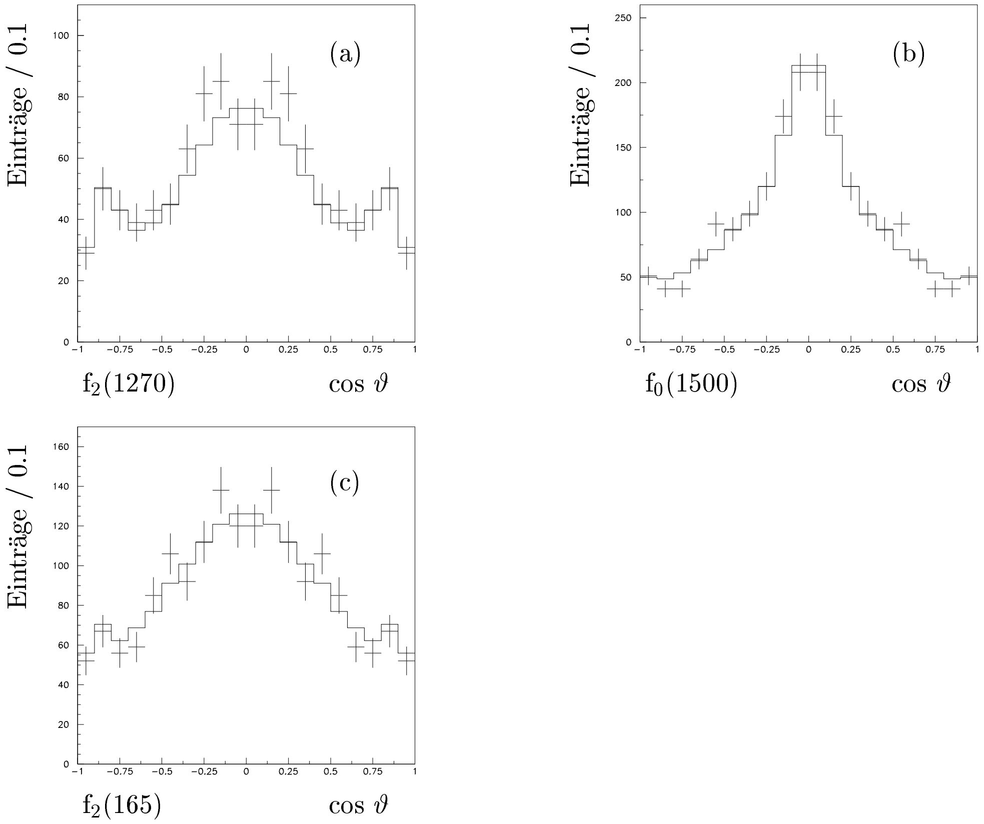

Abbildung 5.44: **Winkelverteilungen der an der besten Anpassung beteiligten Resonanzen.** *Alle Verteilungen wurden errechnet im Massenbereich $m_0 \pm 2/3\,\Gamma_0$ der jeweiligen Resonanz.*

5.3.3 Zusammenfassung

In Tabelle 5.19 ist nochmals der Verlauf der Analyse dargestellt. Gezeigt sind neben der Parameteranzahl auch die Änderungen der NLL-Werte verglichen mit dem Wert für die beste Anpassung.

Anpassung	ΔNLL	# Parameter
Basisanpassung	+64	9
$+f_0(1650)$	+42	14
$+f_2(1650)$	+16	20
(erweitert)		
$+f_0(980)$	+12	21
$+f_2(1800)$	+9	28
$+f_0(1800)$	+4	24
Beste Anpassung	0	24

Tabelle 5.19: **Verlauf der Anpassung des kombinierten Datensatzes $p\bar{p}\to 3\eta$.** *Der NLL-Wert ist relativ zum NLL-Wert der besten Anpassung angegeben.*

Die Massen und Breiten aller an der besten Anpassung beteiligten Resonanzen sind in Tabelle 5.20 angegeben. Die Anpassung resultierte in einem NLL-Wert von -149 bei 24

Parametern. Wiederum sind in Spalte 3 die Anteile der jeweiligen Resonanz zur Anpassung aufgeführt. Diese sind jedoch ohne Berücksichtigung der Interferenzen zwischen den Resonanzen berechnet. Die Fehler sind auf die gleiche Weise bestimmt worden wie in der $2\eta\pi^0$-Anpassung (vgl. Kapitel 5.1.3).

Resonanz	Masse (Fehler) [MeV/c^2]	Breite (Fehler) [MeV/c^2]	Beitrag (Fehler) [%]
$f_0(980)$	980 (80)	100 (50)	4 (1)
$f_2(1270)$	1310 (30)	180 (40)	15 (1)
$f_0(1500)$	1500 (10)	120 (20)	40 (3)
$f_2(1650)$	1630 (30)	210 (50)	36 (2)
$f_J(1810)$	1810 (10)	40 (10)	5 (1)

Tabelle 5.20: **Massen und Breiten der Resonanzen der besten Anpassung des Endzustandes 3η.**

5.4 Der $2\pi^0\eta$-Endzustand

In diesem Endzustand wird eine ganze Reihe von beitragenden Resonanzen erwartet. Damit deren Parameter und Beiträge möglichst sicher bestimmt werden können, wurde wie im Fall des $2\eta\pi^0$-Endzustandes für eine erste Anpassung nur ein Teil des Dalitzplots betrachtet.

5.4.1 Basisanpassungen

Basisanpassung des reduzierten Dalitzplots

Für die Anpassung dieses Endzustandes standen 95.286 Ereignisse zur Verfügung. Aus Gründen der Datenverarbeitung konnten jedoch nur 25.000 Ereignisse für die Analyse verwendet werden. Für die Basisanpassung wurde dieser Datensatz nochmals auf Ereignisse reduziert, welche eine invariante $\pi^0\eta$-Masse von mehr als 1.2 GeV/c^2 haben. Die so verbleibenden 15.670 Ereignisse sind in Abbildung 5.45 gezeigt. Auch die Anzahl der Monte-Carlo Ereignisse verringerte sich dadurch von 29.475 auf 14.685.

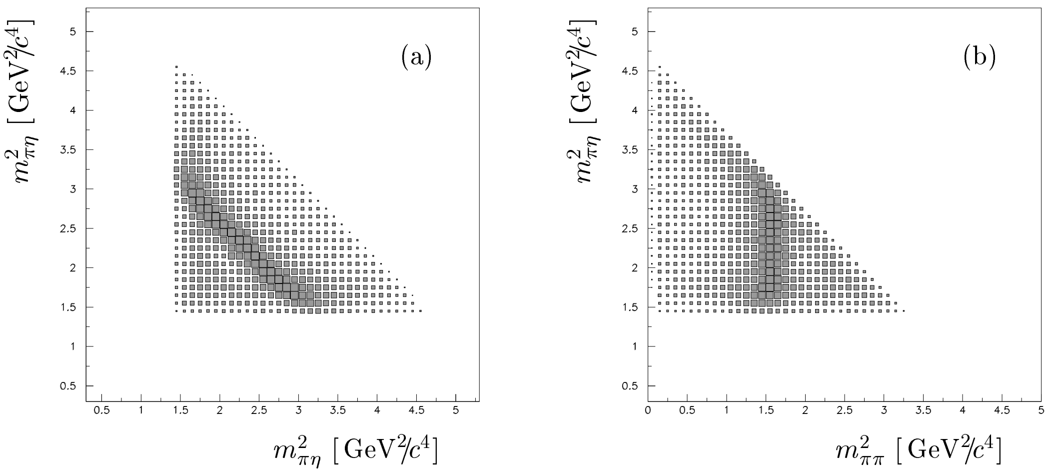

Abbildung 5.45: **Reduzierte Dalitzplots des Endzustandes $2\pi^0\eta$.** *Gezeigt sind der symmetrische (a) und der asymmetrische (b) Dalitzplot. Die Bingröße beträgt 0.1 GeV²/c⁴.*

In einer ersten Anpassung wurden die Resonanzen $f_2(1270)$, $f_0(1500)$ und $a_2(1320)$ verwendet. Diese sind klar im reduzierten Dalitzplot erkennbar. Alle drei Resonanzen wurden mit einer Breit-Wigner Linienform und Blatt-Weisskopf-Faktoren beschrieben. Die verwendeten, nominalen Massen und Breiten betragen für das $a_2(1320)$ 1320/150 MeV/c^2, für das $f_2(1270)$ 1250/230 MeV/c^2 und für das $f_0(1500)$ 1510/70 MeV/c^2. Zusätzlich wurden die Interferenzen $a_2(1320) \times f_2(1270)$, $a_2(1320) \times f_0(1500)$ und $a_2(1320) \times a_2(1320)$ berücksichtigt. Die Anpassung konvergierte zu einem NLL-Wert von -2923, wobei 15 Parameter variiert wurden. Abbildung 5.46 zeigt die Ergebnisse.

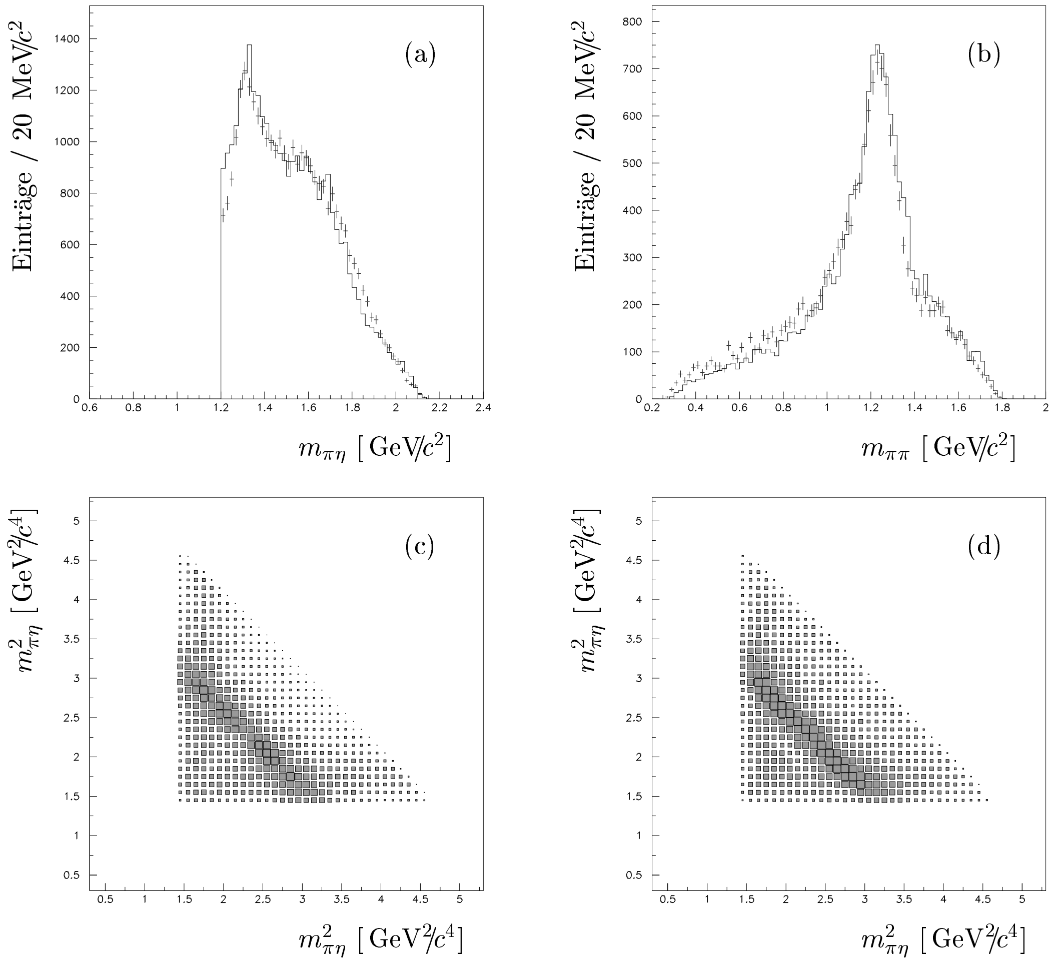

Abbildung 5.46: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der Basisanpassung.** *In den Spektren (a) und (b) sind die invarianten $\pi^0\eta$- und $\pi^0\pi^0$-Massen gezeigt. Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung, die Fehlerbalken stellen die Daten dar. Plot (c) zeigt den angepaßten Dalitzplot. Zum Vergleich ist in (d) der Dalitzplot der Daten gegeben. Die Bingröße in (c) und (d) beträgt jeweils 0.1 GeV^2/c^4.*

Die Hauptbestandteile des Dalitzplots werden mit diesen drei Resonanzen bereits gut wiedergegeben. Jedoch sind Diskrepanzen bei niedrigen $\pi^0\pi^0$-Massen und im $\pi^0\eta$-Massenbereich um 1.5 GeV/c^2 und 1.8 GeV/c^2 zu beobachten. Mittels weiterer Resonanzen soll versucht werden, die Beschreibung in diesen Bereichen zu verbessern.

Basisanpassung plus ein $a_2(1660)$

Bei der Analyse des Endzustandes $2\eta\pi^0$ wurde ein neuer Isovektorzustand bei 1660 MeV/c^2 gefunden. Es erscheint sinnvoll diesen Zustand ebenfalls im Kanal $2\pi^0\eta$ zu vermuten. Zur Basisanpassung wurde deshalb ein $a_2(1660)$ bei 1660/280 MeV/c^2 mit einer Breit-Wigner Linienform hinzugenommen. Ebenso wurden Interferenzen mit $f_2(1270)$, $f_0(1500)$ und $a_2(1320)$, sowie die Selbstinterferenz des $a_2(1660)$ berücksichtigt.

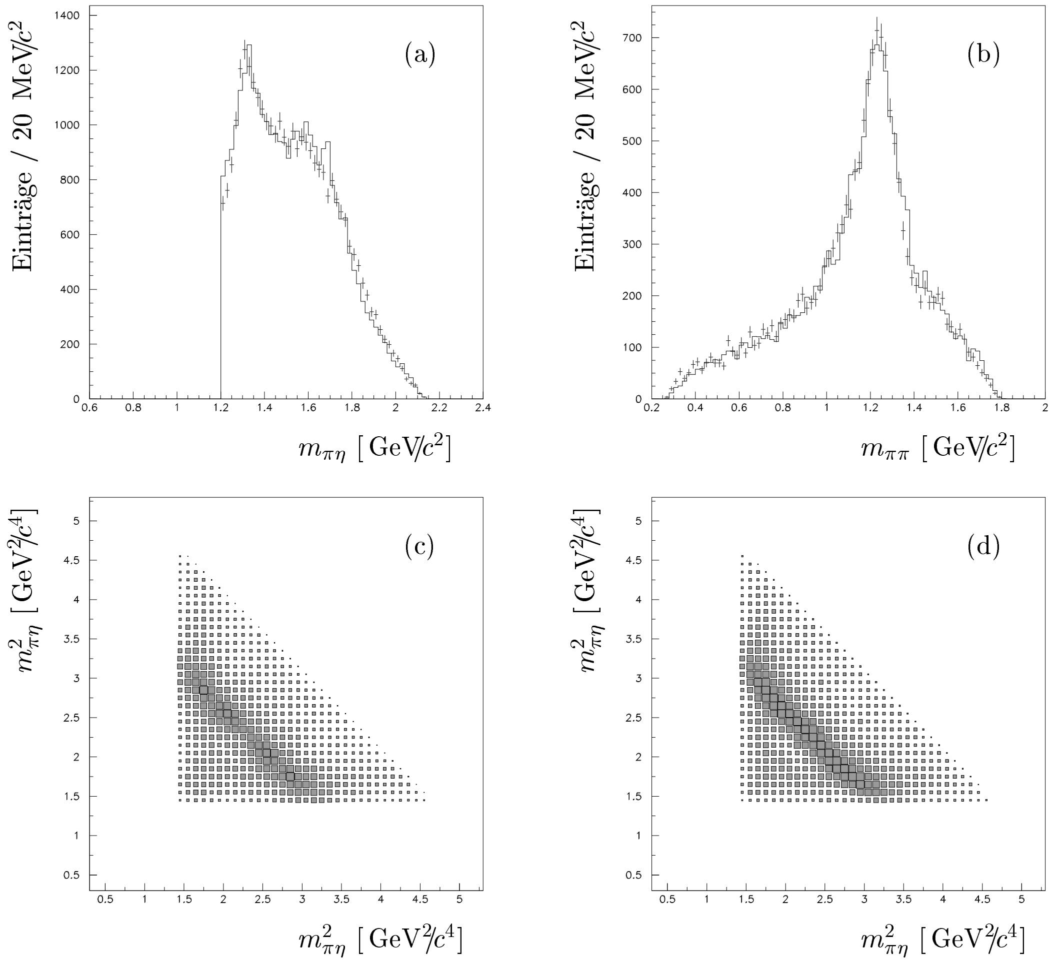

Abbildung 5.47: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der Basisanpassung plus a_2(1660).** *In den Spektren (a) und (b) sind die invarianten $\pi^0\eta$- und $\pi^0\pi^0$-Massen gezeigt. Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung, die Fehlerbalken stellen die Daten dar. In (c) ist der angepaßte Dalitzplot, in (d) der Dalitzplot der Daten gezeigt. Gut erkennbar ist die verbesserte Beschreibung der $\pi^0\eta$-Massenregion um 1.7 GeV/c^2 und der $\pi^0\pi^0$-Massenregion unter 1 GeV/c^2.*

Das Resultat dieser erweiterten Anpassung ist ein NLL-Wert von -3569 bei 29 freien Parametern. Damit ist eine Verbesserung der NLL um 646 erreicht worden, welche auch deutlich in der entsprechenden Region des invarianten Massenspektrums sichtbar ist (Abbildung 5.47). Obwohl, wie im Fall des Kanals $2\eta\pi^0$, kein visueller Hinweis auf diese Resonanz im Dalitzplot zu erkennen ist, bringt die Hinzunahme eine quantitative Verbesserung der Beschreibung der Daten.

5.4.2 Untersuchung von weiteren Resonanzen

Obwohl die Hinzunahme des a_2(1660) eine signifikante Verbesserung der Beschreibung erbracht hat, bleibt die Anpassung der $\pi^0\eta$-Massenregion um 1.5 GeV/c^2 unbefriedigend.

Dies kann als Hinweis auf eine unberücksichtigte Resonanz interpretiert werden. Aus diesem Grund wurden im Wechsel ein $a_0(1450)$ und ein $\hat{\rho}(1400)$ mit Breit-Wigner Formulierung ihrer Amplitude der erweiterten Anpassung hinzugefügt und auf ihren Beitrag zur Beschreibung der Daten untersucht.

Erweiterte Anpassung + $\hat{\rho}$(1400)

Eine Anpassung mit einem $\hat{\rho}(1400)$ bei 1405/200 MeV/c^2 und seiner Interferenz mit dem $f_2(1270)$ erbrachte eine Verbesserung der NLL um 27 verbunden mit einem Anstieg der Parameterzahl um 5. Das Ergebnis dieser Anpassung ist in Abbildung 5.48 gezeigt.

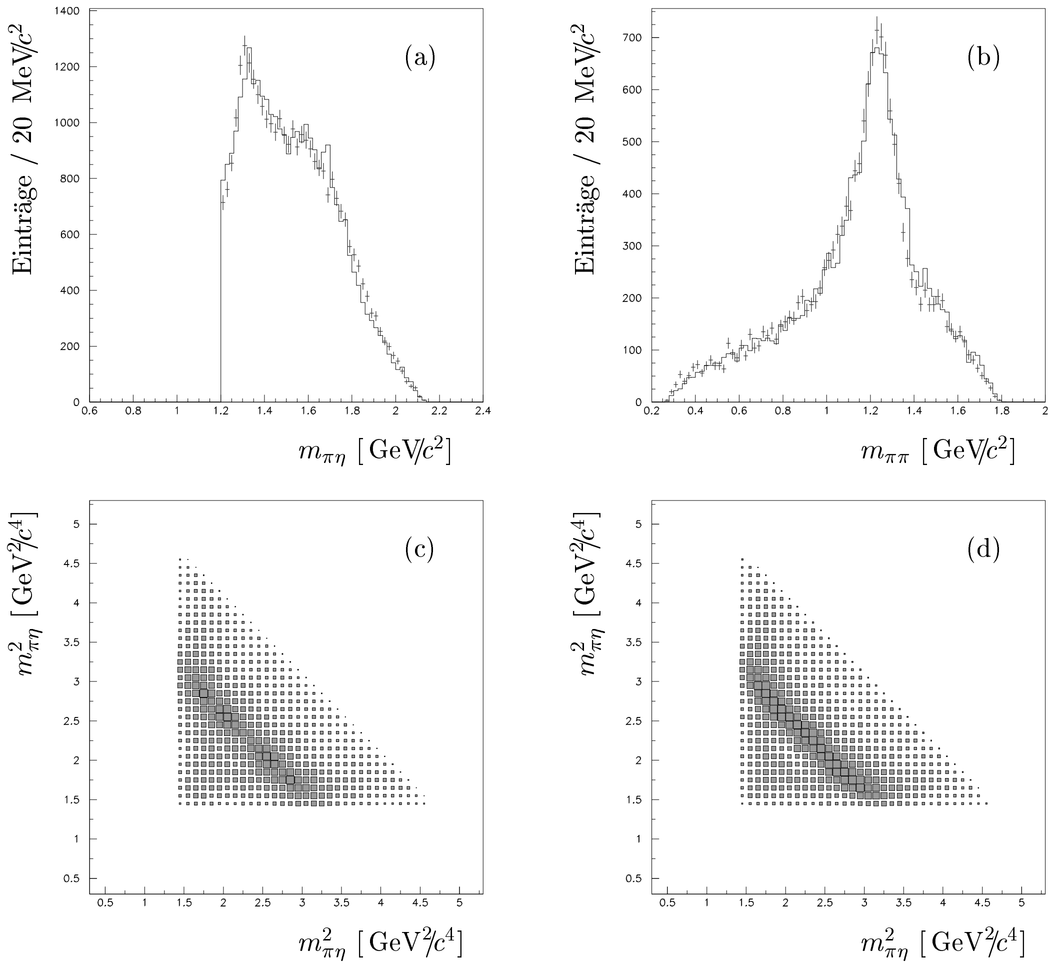

Abbildung 5.48: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der erweiterten Anpassung plus $\hat{\rho}$(1400).** *(c) stellt den angepaßten Dalitzplot, (d) den Dalitzplot der Daten dar. Weder im Dalitzplot noch in der invarianten $\pi^0\eta$-Masse ist eine signifikante Verbesserung der Beschreibung der Daten zu erkennen.*

Weder der verbesserte NLL-Wert, noch der Dalitzplot lassen auf einen signifikanten Beitrag zur Gesamtamplitude schließen. Eine Präsenz dieser Resonanz im Datensatz erscheint folglich unwahrscheinlich.

Erweiterte Anpassung + $a_0(1450)$

Im Gegensatz zum $\hat{\rho}(1400)$ liefert das $a_0(1450)$ eine bessere Beschreibung der betreffenden Massenregion. Eine Anpassung mit dieser Resonanz bei $m_0 = 1450$ MeV/c^2 und $\Gamma_0 = 200$ MeV/c^2, sowie der Berücksichtigung von Interferenzen mit $f_2(1270)$, $f_0(1500)$, $a_2(1320)$ und der Selbstinterferenz erreichte einen NLL-Wert von -3638 bei 35 frei variierbaren Parametern. Dies ist ein Anstieg der NLL um 69, welcher auch in der invarianten $\pi^0\eta$-Masse (Abb. 5.49) sichtbar wird. Jedoch ist diese Änderung noch immer nicht signifikant genug, um als Beweis für das Vorhandensein dieser Resonanz im Datensatz interpretiert zu werden.

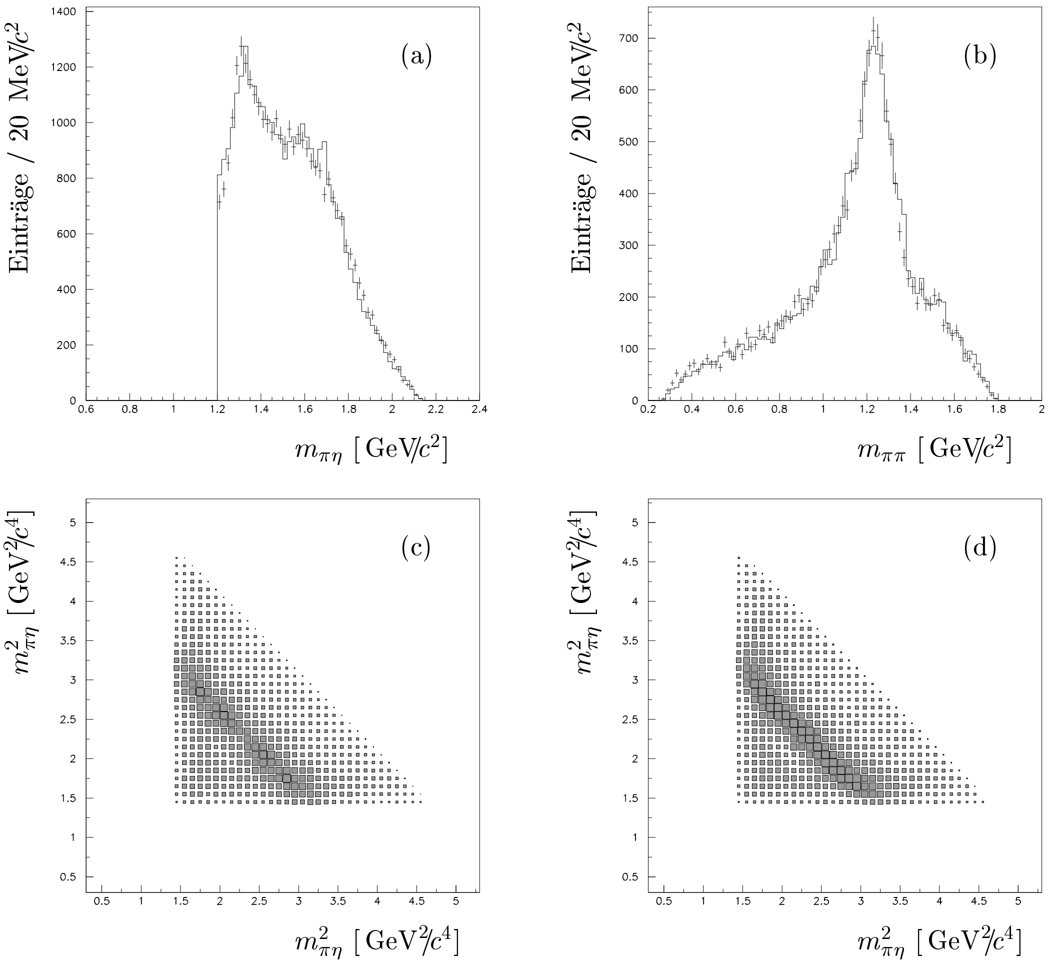

Abbildung 5.49: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der erweiterten Anpassung plus $a_0(1450)$.** *In (c) ist der angepaßte Dalitzplot, in (d) der Dalitzplot der Daten gezeigt. Durch diese Resonanz ist eine verbesserte Beschreibung der entsprechenden $\pi^0\eta$-Massenregion zu erkennen.*

5.4.3 Anpassung des gesamten Dalitzplots

Nachdem der reduzierte Dalitzplot mit den Resonanzen $f_2(1270)$, $f_0(1500)$, $a_2(1320)$, $a_0(1450)$ und $a_2(1660)$ hinreichend gut beschrieben werden konnte, wurde die Anpassung auf den gesamten Dalitzplot ausgeweitet. Dieser umfaßt 25.000 Datenereignisse und 29.475 Monte-Carlo Ereignisse. Die Anpassung resultierte nach der Optimierung aller Amplitudenstärken, Phasen und Interferenzfaktoren in einem NLL-Wert von -4808 (35 Parameter). In Abbildung 5.50 ist leicht zu erkennen, daß als zusätzliche Resonanz ein $a_0(980)$ in den Daten vorhanden ist. Diese wird im nächsten Anpassungsschritt hinzugefügt.

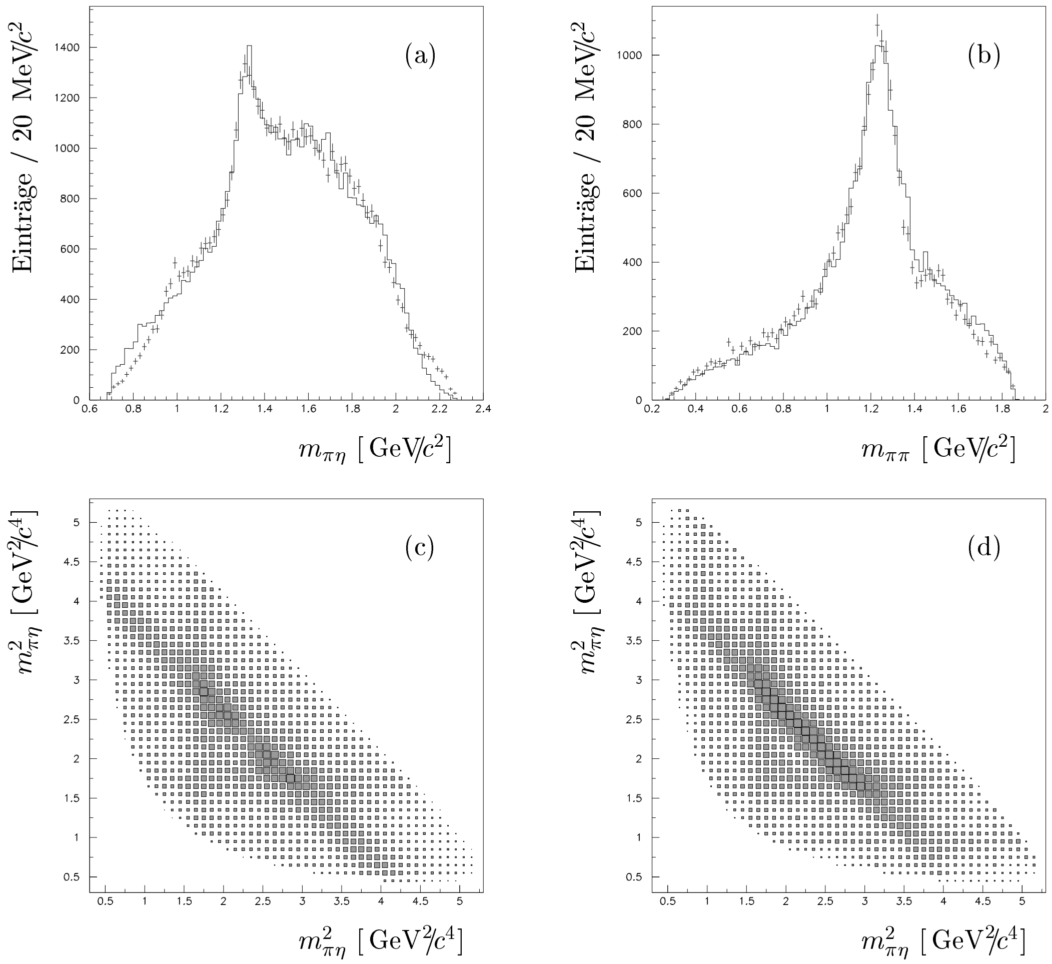

Abbildung 5.50: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der erweiterten Anpassung auf den gesamten Dalitzplot.** *Das Fehlen des $a_0(980)$ ist an der niedrigen Intensität in den Randbereichen des angepaßten Dalitzplots (c) zu erkennen. An den entsprechenden Stellen des Dalitzplots der Daten (d) sind die Bänder des $a_0(980)$ deutlich sichtbar.*

Anpassung mit einem zusätzlichem $a_0(980)$

Nach Einbeziehung eines $a_0(980)$ mit $m_0 = 984$ MeV/c^2 und $\Gamma_0 = 100$ MeV/c^2 und seinen Interferenzen mit $f_2(1270)$ und $f_0(1500)$ verbesserte sich der NLL-Wert der Anpassung um 346 auf -5154 (38 Parameter). Abbildung 5.51 verdeutlicht diese Verbesserung. Im Bereich das $a_0(980)$ wird der Dalitzplot nun besser beschrieben. Jedoch ist in den Randbereichen bei niedrigen $\pi^0\eta$-Massen und hohen $\pi^0\pi^0$-Massen zuviel Intensität vorhanden. Dies deutet auf eine fehlerhafte Akzeptanz in den Monte-Carlo Ereignissen hin. Dieser Eindruck wird noch verstärkt durch die Tatsache, daß im reduzierten Dalitzplot gleichviel Daten- wie Monte-Carlo Ereignisse vorhanden sind, wohingegen im vollständigen Dalitzplot ein Übergewicht an Monte-Carlo Ereignissen herrscht.

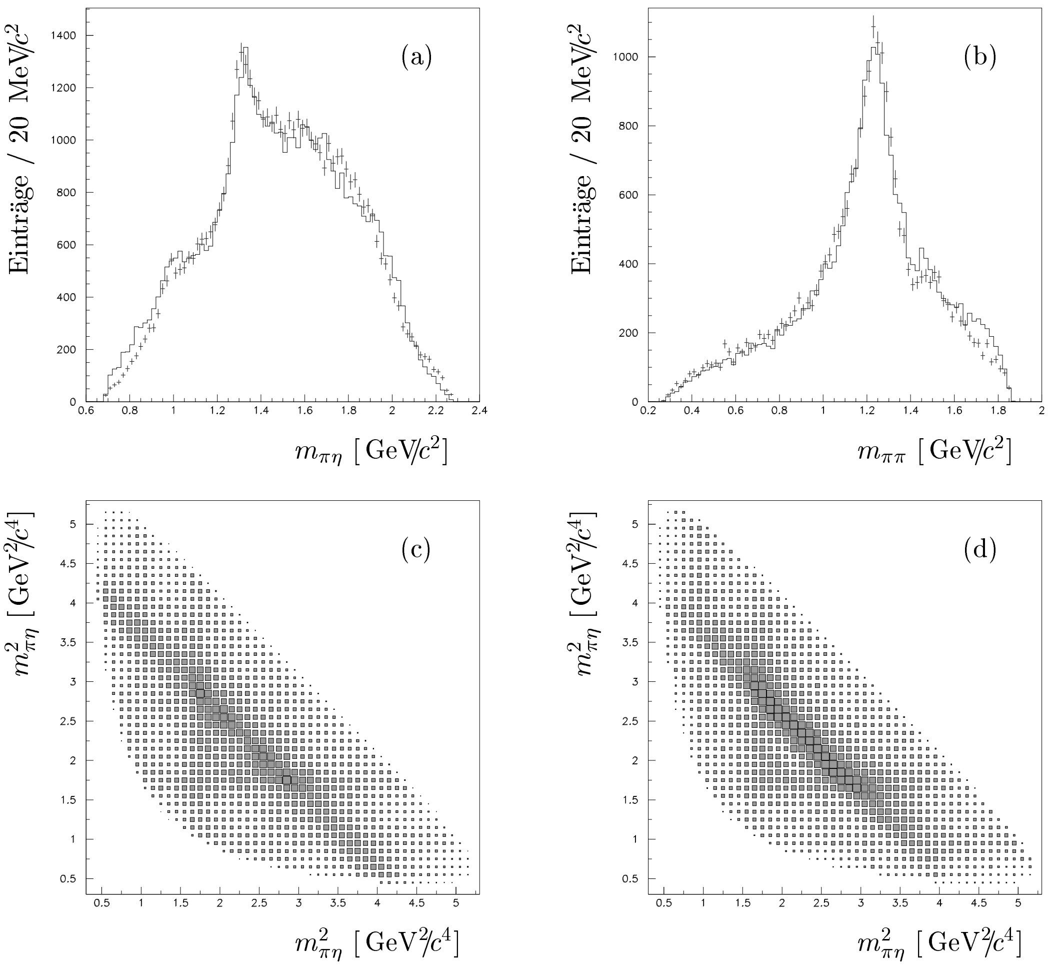

Abbildung 5.51: **Invariante Massenspektren und Dalitzplots der Anpassung auf den gesamten Dalitzplot mit zusätzlichem a_0(980).** *Mit dem a_0(980) wird eine Verbesserung der Beschreibung erreicht. Jedoch ist in den Randbereichen des angepaßten Dalitzplots (c) zuviel Intensität vorhanden.*

Um die Anpassung verbessern zu können, muß geklärt werden, ob die Akzeptanzen der Monte-Carlo Ereignisse in den Randbreichen des Dalitzplots korrekt modelliert sind. Anschließend kann neben weiteren Resonanzen (f_0(1300), f_2(1525)) insbesondere der Beitrag der $\pi\pi$-Streuwelle untersucht werden. Dies ist Gegenstand einer weiteren Analyse dieses Endzustandes, welche zur Zeit durchgeführt wird.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Zu einer groben Beschreibung des $2\eta\pi^0$-Endzustandes in 6 Photonen wurden folgende Resonanzen und ihre Interferenzen benötigt: $a_0(980)$, $a_2(1320)$, $f_0(980)$, $f_2(1270)$, $f_0(1500)$. Für eine adäquate Beschreibung der Daten mußten ein Isovektor ($a_2(1660)$) und ein schwerer Tensorzustand ($f_J(2100)$) hinzugefügt werden. Das Vorhandensein anderer Resonanzen konnte teilweise ausgeschlossen werden. Eine eindeutige Bestimmung des Spins der $f_J(2100)$-Resonanz war nicht möglich. Ausgehend von den Ergebnissen der Anpassungen mit verschiedenen Spins erscheint Spin 0 wenig wahrscheinlich. Spin 2 wird von den Daten leicht bevorzugt, Spin 4 kann jedoch nicht ausgeschlossen werden.
Die Analyse des Endzustandes $2\eta\pi^0$ in 10 Photonen wurde analog zu der des 6 Photon-Endzustandes durchgeführt. Die Ergebnisse in Bezug auf die beiden neuen Resonanzen $a_2(1660)$ und $f_J(2100)$ ließen sich verifizieren.
Die Anpassung des kombinierten 6 und 10 Photon-Datensatzes des Endzustandes 3η wurde mit zwei Resonanzen, $f_0(1500)$ und $f_2(1270)$, sowie ihren Interferenzen begonnen. Danach wurde die Hinzunahme einer neuen isoskalaren Resonanz bei 1650 MeV/c^2 notwendig. Es zeigte sich, daß die Daten Spin 2 für diese Resonanz favorisieren. Um die Randbereiche des Dalitzplots in zufriedenstellender Weise zu beschreiben, wurden ein $f_0(980)$ und ein $f_0(1800)$ zur Anpassung hinzugefügt. Um die Anwesenheit eines $f_0(1300)$ im Datensatz auszuschließen, wurde diese Resonanz anstelle des $f_2(1270)$ angepaßt. Die Anpassung verlief wesentlich schlechter als beim $f_2(1270)$ und unterstreicht damit die Notwendigkeit einer Spin-2-Resonanz in diesem Teil des Dalitzplots. Ebenso verlief eine Anpassung mit einem $f_2(1525)$ anstelle des $f_0(1500)$ erfolglos.
Die Analyse des Endzustandes $2\pi^0\eta$ beschränkte sich zuerst auf die Anpassung eines reduzierten Dalitzplots ($m(\pi^0\eta) > 1.2$ GeV/c^2). Für eine befriedigende Beschreibung wurden folgende Resonanzen benötigt: $f_2(1270)$, $f_0(1500)$, $a_2(1320)$ und $a_2(1660)$. Durch die Hinzunahme eines $\hat{\rho}(1400)$ oder $a_0(1450)$ konnte die Beschreibung leicht verbessert werden, jedoch ist die Signifikanz für diese Resonanzen gering. Die Anpassung des gesamten Dalitzplots erforderte die Anwesenheit eines $a_0(980)$. Allerdings ist diese Beschreibung besonders in den Randbereichen des Dalitzplots unbefriedigend. Als Grund hierfür können Akzeptanzprobleme im Monte-Carlo Datensatz angesehen werden. Dies bedarf jedoch weiterer Untersuchungen, welche zur Zeit vorgenommen werden.

Neben seit langem bekannten Resonanzen sind in allen analysierten Endzuständen neue Zustände beobachtet worden. Die Interpretation dieser Zustände als Mesonen oder exotische Teilchen soll nachfolgend diskutiert werden.

f_0(1500)
Das $f_0(1500)$ ist in allen betrachteten Zerfallskanälen präsent. Auch in anderen Zerfallsmoden wie $\pi\pi$ [31] und $K\bar{K}$ [50] konnte dieser Zustand in der Annihilation im Fluge nachgewiesen werden. Die Tatsache, daß eine Resonanz mit Spin 0 im mit hohen Drehimpulsen angereicherten Proton-Antiproton System verstärkt produziert wird und in viele unterschiedliche Kanäle mit geringem und hohem Strangeness-Anteil zerfällt, untermauert die Interpretation dieses Zustandes als skalaren Gluonball.

f_J(2100)
Für diesen Zustand existieren aufgrund des unbekannten Spins vielfältige Interpretationsmöglichkeiten.
Unter der Annahme von J = 0 kann es sich um den bereits in radiativen J/Ψ-Zerfällen beobachteten Zustand $f_0(2104)$ handeln [51]. In diesem Fall erscheint eine Interpretation als erste radiale Anregung des $f_0(1300)$ oder $f_0(1710)$ sinnvoll.
Mit Spin 2 liegt eine Deutung als tensorieller Gluonenball-Grundzustand nahe. Am GAMS-Experiment ist bereits ein $f_2(2150)$ im $\eta\eta$-Zerfallskanal beobachtet worden [52]. Daten der MPS II-Gruppe am Brookhaven National Laboratory zeigen eine Resonanz in $\phi\phi$ bei M = 2160 MeV/c^2 und Γ = 310 MeV/c^2 [53]. Auch das JETSET-Experiment hat Evidenz für einen solchen Zustand in $\phi\phi$-Zerfallskanal [54]. Wiederum erscheint durch die Beobachtung dieser Resonanz in den verschiedensten Endzuständen eine Interpretation als Gluonenball wahrscheinlich.
Ein klassischer Mesonenzustand läge möglicherweise im Fall von J = 4 vor.

a_2(1660) und f_2(1650)
Diese beiden Zustände passen nicht in das 2^{++} Nonett der Mesonen, welches bereits mit den gut bekannten Resonanzen $a_2(1320)$ und $f_2(1270)$ gefüllt ist. Auch eine Interpretation als Gluonenball erscheint unwahrscheinlich, da alle theoretischen Modelle den Tensor-Grundzustand des Gluonenballspektrums bei höheren Massen vorhersagen. Die wahrscheinlichste Deutung ist die Identifikation als erste Radialanregung des $a_2(1320)$ und $f_2(1270)$. Das $a_2(1660)$ wurde bereits in früheren Analysen beobachtet. So wurde z.B. am GAMS-Experiment in der Reaktion $\pi^- p \to \omega\omega$, $\omega \to \pi^0\gamma$ ein Isovektor bei M = 1643 MeV/c^2 und $\Gamma < 70$ MeV/c^2 gesehen [55]. Auch am Crystal Barrel-Experiment konnte in der Reaktion $p\bar{p} \to \pi^0\omega\omega$ ein entsprechendes Signal nachgewiesen werden [56]. Ebenfalls am Crystal Barrel-Experiment wurde ein $f_2(1650)$ mit M = 1640 MeV/c^2 und Γ = 170 MeV/c^2 in $p\bar{p} \to 3\pi^0$ bei 600 MeV/c gefunden [31]. Die Präsenz in den Zerfallsmoden $\pi\pi$ und $\eta\eta$, sowie das Fehlen im Kanal $K\bar{K}$ [50] verstärkt die Interpretation als erste radiale Anregung des $f_2(1270)$.

Anhang A

Die Methode der "Maximum Likelihood"

Da die Datenstatistik im Dalitzplot zu gering ist, um die Analyseergebnisse mittels herkömmlicher Methoden zu beurteilen, wurde zur Anpassung der jeweiligen Gewichtsfunktion an die Meßdaten die Methode der "Maximum Likelihood" gewählt. In dieser Methode ordnet man jedem Ereignis im Dalitzplot eine Wahrscheinlichkeit p_i zu, mit der es beobachtet wird. Die Gesamtwahrscheinlichkeit W für einen Datensatz bestehend aus N Ereignissen stellt sich damit als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten dar:

$$W = N! \prod_{i=1}^{N} p_i \tag{A.1}$$

Die Einzelwahrscheinlichkeit p_i wird definiert als Produkt aus Detektoreffizienz ϵ_i, Gewichtsfunktion w_i und einer Normierungskonstanten C:

$$p_i = C \; w_i \; \epsilon_i \tag{A.2}$$

Als Gewichtsfunktion w_i wird das Quadrat der Gesamtamplitude für das i-te Ereignis verwandt (vgl. Anhang C). Die Normierungskonstante C entspricht der über den gesamten Phasenraum Ω integrierten Intensität:

$$\frac{1}{C} = \int w\epsilon \; d\Omega \tag{A.3}$$

Damit ergibt sich als Gesamtwahrscheinlichkeit:

$$W = N! \prod_{i=1}^{N} \frac{w_i \cdot \epsilon_i}{\int w\epsilon \; d\Omega} \tag{A.4}$$

Die unbekannte Normierungskonstante C kann approximiert werden durch die Summe über phasenraumverteilte Monte-Carlo Simulationsereignisse:

$$\int w\epsilon \; d\Omega \simeq \frac{N}{N_{MC}} \sum_{j=1}^{N_{MC}} w_i = \frac{N}{N_{MC}} \Phi \tag{A.5}$$

Da die Monte-Carlo Simulation von Ereignissen der gleichen Detektoreffizienz wie im Fall der Meßdaten unterliegt, ist in Φ die Gesamteffizienz ϵ implizit enthalten.

In der Datenanalyse wird nun versucht, die Gesamtwahrscheinlichkeit W zu maximieren. Die Einzelwahrscheinlichkeiten nehmen jedoch in der Regel Werte nahe bei Null an, womit sich für die Gesamtwahrscheinlickeit ein numerisches Problem ergibt. Aus diesem Grund wird in der Analyse die negative logarithmische Wahrscheinlichkeitsfunktion NLL verwandt:

$$NLL = -ln\ W \tag{A.6}$$

Unter Verwendung von Gl. A.5 und der Näherung N! $\approx$ N lnN - N, sowie der Vernachlässigung konstanter Terme lautet sie:

$$NLL = -\sum_{i=1}^{N} ln\ w_i + N\ ln \frac{\Phi}{N_{MC}} \tag{A.7}$$

Die Konvergenz der Anpassung wird erreicht, sobald Φ auf die Anzahl der Monte-Carlo simulierten Ereignisse normiert ist, d.h. $\Phi = \mathrm{N}_{MC}$. Gl. A.7 reduziert sich dann auf:

$$NLL = -\sum_{i=1}^{N} ln\ w_i \tag{A.8}$$

Damit ist NLL in der Datenanalyse ein numerisch gut bestimmbarer Wert und kann zum Vergleich verschiedener Anpassungshypothesen benutzt werden. Die Anzahl von Meß- und Monte-Carlo Daten darf sich dabei jedoch nicht ändern.

Anhang B

Blatt-Weisskopf-Faktoren

In den 50er Jahren basierten die meisten Modelle für die Berechnung von totalen und partiellen Zerfallsbreiten auf einer einfachen Abhängigkeit vom Gesamtdrehimpuls J. Die Aussagen dieser Modelle stimmten aber nicht besonders gut mit den experimentellen Resultaten überein. J.M. Blatt und V.F. Weisskopf bezogen die Effekte der Zentrifugalbarriere in diese Modelle mit ein und schufen damit ein Modell, welches die experimentellen Ergebnisse gut beschrieb [57].
1972 erweiterten F. Hippel und C. Quigg das Modell von Blatt und Weisskopf, indem sie Zerfälle von Mesonen betrachteten und die bekannten Effekte der Zentrifugalbarriere einbezogen [58]. In diesem Modell wird der Einfluß der Zentrifugalbarriere auf die Zerfallsbreiten der Teilchen mittels Blatt-Weisskopf-Penetrationsfaktoren berücksichtigt. Sie sind wie folgt definiert:

$$B_L^n = \frac{1}{\rho^2} \frac{1}{\mid h_L^{(1)}(\rho) \mid^2} \tag{B.1}$$

$h_L^{(1)}(\rho)$ werden sphärische Besselfunktionen der 3. Art (Hankelfunktionen) genannt. Sie sind definiert als [59]

$$h_L^{(1)}(\rho) = \left(\frac{\pi}{2\rho}\right)^{1/2} [\underbrace{J_{L+1/2}(\rho)}_{Bessel\ 1.Art} + i \underbrace{N_{L+1/2}(\rho)}_{Bessel\ 2.Art}] \tag{B.2}$$

Unter Verwendung der Definitionen der Besselfunktionen nehmen die Faktoren folgende Form an

$$h_L^{(1)}(\rho) = \left(-\frac{1}{\rho}\right) e^{i(\rho - L\frac{\pi}{2})} \sum_{k=0}^{L} (-1)^k \frac{L+k}{k!\,(L-k)!} (2i\rho)^{-k} \tag{B.3}$$

Normiert auf den ersten Blatt-Weisskopf-Faktor lauten damit die ersten sieben Faktoren

$$\begin{aligned}
B_0(x)^2 &= 1 \\
B_1(x)^2 &= \frac{2x^2}{1+x^2} \\
B_2(x)^2 &= \frac{13x^4}{9+3x^2+x^4} \\
B_3(x)^2 &= \frac{277x^6}{225+45x^2+6x^4+x^6}
\end{aligned}$$

$$B_4(x)^2 = \frac{12746x^8}{11025 + 1575x^2 + 135x^4 + 10x^6 + x^8}$$

$$B_5(x)^2 = \frac{998881x^{10}}{893025 + 99225x^2 + 6300x^4 + 315x^6 + 15x^8 + x^{10}}$$

$$B_6(x)^2 = \frac{118934877x^{12}}{108056025 + 9823275x^2 + 496125x^4 + 18900x^6 + 630x^8 + 21x^{10} + x^{12}}$$

wobei $x = q/F$ mit Aufbruchimpuls q und Fermi-Impuls F ist.

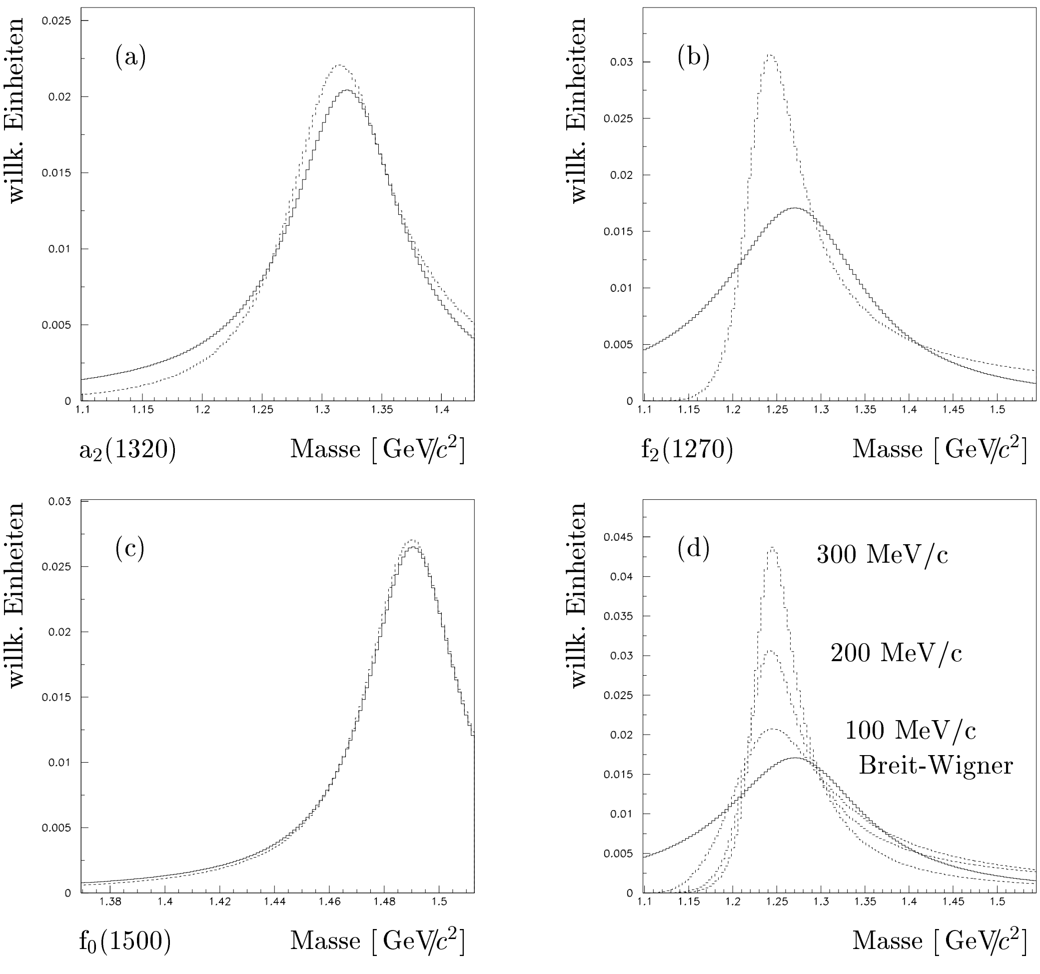

Abbildung B.1: **Breit-Wigner Linienformen von Resonanzen mit und ohne Blatt-Weisskopf-Faktor.** *Plot (a) zeigt ein a_2(1320) mit M = 1320 MeV/c^2 und Γ = 110 MeV/c^2, Plot (b) ein f_2(1270) mit M = 1270 MeV/c^2 und Γ = 190 MeV/c^{2}und Plot (c) ein f_0(1500) mit M = 1490 MeV/c^2 und Γ = 40 MeV/c^2. Die ausgezogene Linie zeigt jeweils die Breit-Wigner Linienform und die unterbrochene Linie stellt Breit-Wigner Formen mit Blatt-Weisskopf-Faktoren dar. In Plot (d) sind Breit-Wigner Formen mit Blatt-Weisskopf-Faktoren für unterschiedliche Fermi-Impulse für das f_2(1270) gezeigt.*

Um die Effekte der Zentrifugalbarriere in die Resonanzbeschreibung einzubeziehen, werden in der Praxis Linienformen durch Multiplikation mit Blatt-Weisskopf-Faktoren versehen (vgl. Kapitel 4.3). Die so veränderten Linienformen sind in Abbildung B.1 dargestellt. Plots (a)-(c) demonstrieren für die Resonanzen $f_2(1270)$, $f_0(1500)$ und $a_2(1320)$ den Einfluß des Blatt-Weisskopf-Faktors auf die Breit-Wigner Linienform. Diese neue Linienform ist zu niedrigen Massen hin stark unterdrückt und schmaler. Einher mit der geringeren Breite geht die höhere Amplitude der Resonanzform, da das Integral über die gesamte Linie konstant sein muß. Die Blatt-Weisskopf-Faktoren wurden mit einem Fermi-Impuls von 200 MeV/c gerechnet. Deutlich erkennbar ist der Einfluß auf die Resonanzen mit Spin 2, während die Linienform der Spin-0-Resonanz vom Blatt-Weisskopf-Faktor fast unbeeinflußt bleibt. Plot (d) verdeutlicht den Einfluß verschiedener Fermi-Impulse auf die Linienform.

Anhang C

Gewichtsfunktionen der besten Anpassungen

In diesem Abschnitt sind die Gewichtsfunktionen für die besten Anpassungen angegeben. Unabhängig von der Art der dynamischen Funktion ist in den Gleichungen für alle einheitlich das Symbol $\Delta(m/m')$ mit m=m($\pi^0\eta$) und m'=m($\eta\eta$) verwendet worden.

C.1 Gewichtsfunktion für die Reaktion p$\bar{\text{p}}$$\rightarrow$2$\eta\pi^0$

Für die beste Anpassung wurden 7 Resonanzen und 12 Interferenzen benötigt. Diese sind in Tabelle C.1 mit ihrer Zeilennummer bezüglich nachfolgender Gleichung aufgeführt.

Resonanz	Zeilennummer	Interferenz	Zeilennummer
$f_0(1500)$	1	$a_0(980) \times a_2(1320)$	8
$f_0(980)$	2	$a_0(980) \times a_2(1660)$	9
$f_2(1270)$	3	$a_0(980) \times f_0(1500)$	10
$f_2(2100)$	4	$a_0(980) \times f_2(1270)$	11
$a_0(980)$	5	$a_0(980) \times f_2(2100)$	12
$a_2(1320)$	6	$a_2(1320) \times f_0(1500)$	13
$a_2(1660)$	7	$a_2(1320) \times f_2(1270)$	14
		$a_2(1320) \times a_2(1660)$	15
		$a_2(1320) \times f_2(2100)$	16
		$a_0(980) \times a_0(980)$	17
		$a_2(1320) \times a_2(1320)$	18
		$a_2(1660) \times a_2(1660)$	19

Tabelle C.1: **Bestandteile der besten Anpassung für den Kanal p$\bar{\text{p}}$$\rightarrow$2$\eta\pi^0$.**

Als dynamische Funktion $\Delta(m)$ wurde für das $a_0(980)$, $a_2(1660)$, $f_0(980)$ und $f_2(2100)$ eine einfache Breit-Wigner Formulierung gewählt. Für das $a_2(1320)$ wurde eine Breit-Wigner Linienform mit Blatt-Weisskopf-Faktoren verwandt und für das $f_0(1500)$ und $f_2(1270)$ wurde zusätzlich das $\pi\pi$- zu $\eta\eta$-Zerfallsverhältnis berücksichtigt.

$$
\begin{aligned}
w(\tau) \quad = \quad & a^2_{f_0(1500)} |\Delta_{f_0(1500)}(m')|^2 & \text{(C.1)}\\
& + \; a^2_{f_0(980)} |\Delta_{f_0(980)}(m')|^2 & \text{(C.2)}\\
& + \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{f_2(1270),\lambda} |\Delta_{f_2(1270)}(m') \; Y_2^\lambda(\alpha,\beta)|^2 & \text{(C.3)}\\
& + \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{f_2(2100),\lambda} |\Delta_{f_2(2100)}(m') \; Y_2^\lambda(\alpha,\beta)|^2 & \text{(C.4)}\\
& + \sum_{k=1,2} a^2_{a_0(980)} |\Delta_{a_0(980)}(m_k)|^2 & \text{(C.5)}\\
& + \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{a_2(1320),\lambda} \sum_{k=1,2} |\Delta_{a_2(1320)}(m_k) \; Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)|^2 & \text{(C.6)}\\
& + \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{a_2(1660),\lambda} \sum_{k=1,2} |\Delta_{a_2(1660)}(m_k) \; Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)|^2 & \text{(C.7)}\\
& + Re \sum_{k,k'=1,2} a_{a_0(980)} \; a_{a_2(1320),0} \; c_{a_0(980)a_2(1320),0} \; e^{i\delta_{a_0(980)a_2(1320)}} & \\
& \qquad \Delta_{a_0(980)}(m_k)\Delta^*_{a_2(1320)}(m_{k'}) \; Y_2^0(\alpha_{k'},\beta_{k'}) & \text{(C.8)}\\
& + Re \sum_{k,k'=1,2} a_{a_0(980)} \; a_{a_2(1660),0} \; c_{a_0(980)a_2(1660),0} \; e^{i\delta_{a_0(980)a_2(1660)}} & \\
& \qquad \Delta_{a_0(980)}(m_k)\Delta^*_{a_2(1660)}(m_{k'}) \; Y_2^0(\alpha_{k'},\beta_{k'}) & \text{(C.9)}\\
& + Re \sum_{k=1,2} a_{a_0(980)} a_{f_0(1500),0} \; c_{a_0(980)f_0(1500),0} \; e^{i\delta_{a_0(980)f_0(1500)}} & \\
& \qquad \Delta_{a_0(980)}(m_k)\Delta^*_{f_0(1500)}(m') & \text{(C.10)}\\
& + Re \sum_{k=1,2} a_{a_0(980)} a_{f_2(1270),0} \; c_{a_0(980)f_2(1270),0} \; e^{i\delta_{a_0(980)f_2(1270)}} & \\
& \qquad \Delta_{a_0(980)}(m)\Delta^*_{f_2(1270)}(m'_k) \; Y_2^0(\alpha_k,\beta_k) & \text{(C.11)}\\
& + Re \sum_{k=1,2} a_{a_0(980)} a_{f_2(2100),0} \; c_{a_0(980)f_2(2100),0} \; e^{i\delta_{a_0(980)f_2(2100)}} & \\
& \qquad \Delta_{a_0(980)}(m)\Delta^*_{f_2(2100)}(m'_k) \; Y_2^0(\alpha_k,\beta_k) & \text{(C.12)}\\
& + Re \sum_{k=1,2} a_{f_0(1500)} a_{a_2(1320),0} \; c_{f_0(1500)a_2(1320),0} \; e^{i\delta_{f_0(1500)a_2(1320)}} & \\
& \qquad \Delta_{f_0(1500)}(m')\Delta^*_{a_2(1320)}(m_k) \; Y_2^0(\alpha_k,\beta_k) & \text{(C.13)}
\end{aligned}
$$

$$+Re \sum_{\lambda=0,1,2} \sum_{k=1,2} a_{a_2(1320),\lambda}\ a_{f_2(1270),\lambda}\ c_{a_2(1320)f_2(1270),\lambda}\ e^{i\delta_{a_2(1320)f_2(1270)}}$$
$$\Delta_{a_2(1320)}(m_k)\Delta^*_{f_2(1270)}(m')Y_2^{\lambda}(\alpha_k,\beta_k)\ Y_2^{\lambda *}(\alpha,\beta) \qquad (C.14)$$

$$+Re \sum_{\lambda=0,1,2} \sum_{k,k'=1,2} a_{a_2(1320),\lambda}\ a_{a_2(1660),\lambda}\ c_{a_2(1320)a_2(1660),\lambda}\ e^{i\delta_{a_2(1320)a_2(1660)}}$$
$$\Delta_{a_2(1320)}(m_k)\Delta^*_{a_2(1660)}(m_{k'})Y_2^{\lambda}(\alpha_k,\beta_k)\ Y_2^{\lambda *}(\alpha_{k'},\beta_{k'}) \qquad (C.15)$$

$$+Re \sum_{\lambda=0,1,2} \sum_{k=1,2} a_{a_2(1320),\lambda}\ a_{f_2(2100),\lambda}\ c_{a_2(1320)f_2(2100),\lambda}\ e^{i\delta_{a_2(1320)f_2(2100)}}$$
$$\Delta_{a_2(1320)}(m_k)\Delta^*_{f_2(2100)}(m')Y_2^{\lambda}(\alpha_k,\beta_k)\ Y_2^{\lambda *}(\alpha,\beta) \qquad (C.16)$$

$$+Re\ a^2_{a_0(980)}c_{a_0(980)a_0(980)}\Delta_{a_0(980)}(m_1)\Delta^*_{a_0(980)}(m_2) \qquad (C.17)$$

$$+Re \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{a_2(1320),\lambda}\ c_{a_2(1320)a_2(1320),\lambda}\Delta_{a_2(1320)}(m_1)$$
$$\Delta^*_{a_2(1320)}(m_2)\ Y_2^{\lambda}(\alpha_1,\beta_1)\ Y_2^{\lambda *}(\alpha_2,\beta_2) \qquad (C.18)$$

$$+Re \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{a_2(1660),\lambda}\ c_{a_2(1660)a_2(1660),\lambda}\Delta_{a_2(1660)}(m_1)$$
$$\Delta^*_{a_2(1660)}(m_2)\ Y_2^{\lambda}(\alpha_1,\beta_1)\ Y_2^{\lambda *}(\alpha_2,\beta_2) \qquad (C.19)$$

C.2 Gewichtsfunktion für die Reaktion $\mathrm{p\bar{p}}\to 3\eta$

Um eine befriedigende Anpassung zu erreichen, fanden 5 Resonanzen und 8 Interferenzen Verwendung. Tabelle C.2 führt diese auf.

Resonanz	Zeilennummer	Interferenz	Zeilennummer
$f_0(1500)$	1	$f_0(1500) \times f_2(1270)$	6
$f_0(980)$	2	$f_0(1500) \times f_2(1650)$	7
$f_0(1800)$	3	$f_2(1270) \times f_2(1650)$	8
$f_2(1270)$	4	$f_0(1800) \times f_2(1270)$	9
$f_0(1650)$	5	$f_0(1500) \times f_0(1500)$	10
		$f_0(1800) \times f_0(1800)$	11
		$f_2(1270) \times f_2(1270)$	12
		$f_2(1650) \times f_2(1650)$	13

Tabelle C.2: **Bestandteile der besten Anpassung für den Kanal $\mathrm{p\bar{p}}\to 3\eta$.**

Die dynamische Funktion $\Delta(m)$ bestand für das $f_0(980)$ aus einer einfachen Breit-Wigner Formulierung und für die übrigen Resonanzen aus einer Breit-Wigner Linienform mit Blatt-Weisskopf-Faktoren.

$$
\begin{aligned}
w(\tau) \quad = \quad & \sum_{k=1,2,3} a^2_{f_0(1500)} |\Delta_{f_0(1500)}(m'_k)|^2 && \text{(C.1)} \\
+ & \sum_{k=1,2,3} a^2_{f_0(980)} |\Delta_{f_0(980)}(m'_k)|^2 && \text{(C.2)} \\
+ & \sum_{k=1,2,3} a^2_{f_0(1800)} |\Delta_{f_0(1800)}(m'_k)|^2 && \text{(C.3)} \\
+ & \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{f_2(1270),\lambda} \sum_{k=1,2,3} |\Delta_{f_2(1270)}(m'_k)\ Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)|^2 && \text{(C.4)} \\
+ & \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{f_2(1650),\lambda} \sum_{k=1,2,3} |\Delta_{f_2(1650)}(m'_k)\ Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)|^2 && \text{(C.5)} \\
+Re & \sum_{k,k'=1,2,3} a_{f_0(1500)} a_{f_2(1270),0}\ c_{f_0(1500)f_2(1270),0}\ e^{i\delta_{f_0(1500)f_2(1270)}} \\
& \quad \Delta_{f_0(1500)}(m'_k)\Delta^*_{f_2(1270)}(m'_{k'})\ Y_2^0(\alpha_{k'},\beta_{k'}) && \text{(C.6)} \\
+Re & \sum_{k,k'=1,2,3} a_{f_0(1500)} a_{f_2(1650),0}\ c_{f_0(1500)f_2(1650),0}\ e^{i\delta_{f_0(1500)f_2(1650)}} \\
& \quad \Delta_{f_0(1500)}(m'_k)\Delta^*_{f_2(1650)}(m'_{k'})\ Y_2^0(\alpha_{k'},\beta_{k'}) && \text{(C.7)} \\
+Re & \sum_{\lambda=0,1,2} \sum_{k,k'=1,2,3} a_{f_2(1270),\lambda}\ a_{f_2(1650),\lambda}\ c_{f_2(1270)f_2(1650),\lambda}\ e^{i\delta_{f_2(1270)f_2(1650)}} \\
& \quad \Delta_{f_2(1270)}(m'_k)\Delta^*_{f_2(1650)}(m'_{k'}) Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)\ Y_2^{\lambda *}(\alpha_{k'},\beta_{k'}) && \text{(C.8)} \\
+Re & \sum_{k,k'=1,2,3} a_{f_0(1800)} a_{f_2(1270),0}\ c_{f_0(1800)f_2(1270),0}\ e^{i\delta_{f_0(1800)f_2(1270)}} \\
& \quad \Delta_{f_0(1800)}(m'_k)\Delta^*_{f_2(1270)}(m'_{k'})\ Y_2^0(\alpha_{k'},\beta_{k'}) && \text{(C.9)} \\
+Re & \sum_{k,k'=1,2,3} a^2_{f_0(1500)} c_{f_0(1500)f_0(1500)} \Delta_{f_0(1500)}(m'_k)\Delta^*_{f_0(1500)}(m'_{k'}) && \text{(C.10)} \\
+Re & \sum_{k,k'=1,2,3} a^2_{f_0(1800)} c_{f_0(1800)f_0(1800)} \Delta_{f_0(1800)}(m'_k)\Delta^*_{f_0(1800)}(m'_{k'}) && \text{(C.11)} \\
+Re & \sum_{\lambda=0,1,2} \sum_{k,k'=1,2,3} a^2_{f_2(1270),\lambda}\ c_{f_2(1270)f_2(1270),\lambda} \Delta_{f_2(1270)}(m'_k) \\
& \quad \Delta^*_{f_2(1270)}(m'_{k'})\ Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)\ Y_2^{\lambda *}(\alpha_{k'},\beta_{k'}) && \text{(C.12)} \\
+Re & \sum_{\lambda=0,1,2} \sum_{k,k'=1,2,3} a^2_{f_2(1650),\lambda}\ c_{f_2(1650)f_2(1650),\lambda} \Delta_{f_2(1650)}(m'_k) \\
& \quad \Delta^*_{f_2(1650)}(m'_{k'})\ Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)\ Y_2^{\lambda *}(\alpha_{k'},\beta_{k'}) && \text{(C.13)}
\end{aligned}
$$

C.3 Gewichtsfunktion für die Reaktion $p\bar{p}\rightarrow 2\pi^0\eta$

Für eine vorläufige Anpassung sind 6 Resonanzen und 13 Interferenzen benötigt worden. Sie sind in Tabelle C.3 angegeben.

Resonanz	Zeilennummer	Interferenz	Zeilennummer
$f_0(1500)$	1	$f_2(1270)\ \times\ a_2(1320)$	7
$f_2(1270)$	2	$f_2(1270)\ \times\ a_2(1660)$	8
$a_0(980)$	3	$f_2(1270)\ \times\ a_0(1450)$	9
$a_2(1320)$	4	$f_2(1270)\ \times\ a_0(980)$	10
$a_0(1450)$	5	$f_0(1500)\ \times\ a_2(1320)$	11
$a_2(1660)$	6	$f_0(1500)\ \times\ a_2(1660)$	12
		$f_0(1500)\ \times\ a_0(1450)$	13
		$f_0(1320)\ \times\ a_0(980)$	14
		$a_2(1320)\ \times\ a_2(1660)$	15
		$a_2(1320)\ \times\ a_0(1450)$	16
		$a_2(1320)\ \times\ a_2(1320)$	17
		$a_0(1450)\ \times\ a_0(1450)$	17
		$a_2(1660)\ \times\ a_2(1660)$	18

Tabelle C.3: **Bestandteile der vorläufigen Anpassung für den Kanal $p\bar{p}\rightarrow 2\pi^0\eta$.**

Für das $f_2(1270)$, $f_0(1500)$ und $a_2(1320)$ wurden als dynamische Funktionen $\Delta(m)$ Breit-Wiger Linienformen mit Blatt-Weisskopf-Faktoren angesetzt. Die Resonanzen $a_0(980)$, $a_0(1450)$ und $a_2(1660)$ wurden dagegen mit einer reinen Breit-Wigner Form beschrieben.

$$w(\tau) \quad = \quad a^2_{f_0(1500)}|\Delta_{f_0(1500)}(m')|^2 \tag{C.1}$$

$$+\sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{f_2(1270),\lambda}|\Delta_{f_2(1270)}(m')\ Y_2^\lambda(\alpha,\beta)|^2 \tag{C.2}$$

$$+\sum_{k=1,2} a^2_{a_0(980)}|\Delta_{a_0(980)}(m_k)|^2 \tag{C.3}$$

$$+\sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{a_2(1320),\lambda}\sum_{k=1,2}|\Delta_{a_2(1320)}(m_k)\ Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)|^2 \tag{C.4}$$

$$+\sum_{k=1,2} a^2_{a_0(1450)}|\Delta_{a_0(1450)}(m_k)|^2 \tag{C.5}$$

$$+\sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{a_2(1660),\lambda}\sum_{k=1,2}|\Delta_{a_2(1660)}(m_k)\ Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)|^2 \tag{C.6}$$

$$+Re\sum_{\lambda=0,1,2}\sum_{k=1,2} a_{a_2(1320),\lambda}\ a_{f_2(1270),\lambda}\ c_{a_2(1320)f_2(1270),\lambda}\ e^{i\delta_{a_2(1320)f_2(1270)}}$$

$$\Delta_{a_2(1320)}(m_k)\Delta^*_{f_2(1270)}(m')Y_2^\lambda(\alpha_k,\beta_k)\ Y_2^{\lambda *}(\alpha,\beta) \tag{C.7}$$

$$+Re \sum_{\lambda=0,1,2} \sum_{k=1,2} a_{a_2(1660),\lambda}\ a_{f_2(1270),\lambda}\ c_{a_2(1660)f_2(1270),\lambda}\ e^{i\delta_{a_2(1660)f_2(1270)}}$$
$$\Delta_{a_2(1660)}(m_k)\Delta^*_{f_2(1270)}(m')Y_2^{\lambda}(\alpha_k,\beta_k)\ Y_2^{\lambda*}(\alpha,\beta) \tag{C.8}$$
$$+Re \sum_{k=1,2} a_{a_0(1450)}a_{f_2(1270),0}\ c_{a_0(1450)f_2(1270),0}\ e^{i\delta_{a_0(1450)f_2(1270)}}$$
$$\Delta_{a_0(1450)}(m)\Delta^*_{f_2(1270)}(m'_k)\ Y_2^0(\alpha_k,\beta_k) \tag{C.9}$$

$$+Re \sum_{k=1,2} a_{a_0(980)}a_{f_2(1270),0}\ c_{a_0(980)f_2(1270),0}\ e^{i\delta_{a_0(980)f_2(1270)}}$$
$$\Delta_{a_0(980)}(m)\Delta^*_{f_2(1270)}(m'_k)\ Y_2^0(\alpha_k,\beta_k) \tag{C.10}$$
$$+Re \sum_{k=1,2} a_{f_0(1500)}a_{a_2(1320),0}\ c_{f_0(1500)a_2(1320),0}\ e^{i\delta_{f_0(1500)a_2(1320)}}$$
$$\Delta_{f_0(1500)}(m')\Delta^*_{a_2(1320)}(m_k)\ Y_2^0(\alpha_k,\beta_k) \tag{C.11}$$
$$+Re \sum_{k=1,2} a_{f_0(1500)}a_{a_2(1660),0}\ c_{f_0(1500)a_2(1660),0}\ e^{i\delta_{f_0(1500)a_2(1660)}}$$
$$\Delta_{f_0(1500)}(m')\Delta^*_{a_2(1660)}(m_k)\ Y_2^0(\alpha_k,\beta_k) \tag{C.12}$$

$$+Re \sum_{k=1,2} a_{a_0(1450)}a_{f_0(1500),0}\ c_{a_0(1450)f_0(1500),0}\ e^{i\delta_{a_0(1450)f_0(1500)}}$$
$$\Delta_{a_0(1450)}(m_k)\Delta^*_{f_0(1500)}(m') \tag{C.13}$$
$$+Re \sum_{k=1,2} a_{a_0(980)}a_{f_0(1500),0}\ c_{a_0(980)f_0(1500),0}\ e^{i\delta_{a_0(980)f_0(1500)}}$$
$$\Delta_{a_0(980)}(m_k)\Delta^*_{f_0(1500)}(m') \tag{C.14}$$

$$+Re \sum_{\lambda=0,1,2} \sum_{k,k'=1,2} a_{a_2(1320),\lambda}\ a_{a_2(1660),\lambda}\ c_{a_2(1320)a_2(1660),\lambda}\ e^{i\delta_{a_2(1320)a_2(1660)}}$$
$$\Delta_{a_2(1320)}(m_k)\Delta^*_{a_2(1660)}(m_{k'})Y_2^{\lambda}(\alpha_k,\beta_k)\ Y_2^{\lambda*}(\alpha_{k'},\beta_{k'}) \tag{C.15}$$
$$+Re \sum_{k,k'=1,2} a_{a_0(1450)}\ a_{a_2(1320),0}\ c_{a_0(1450)a_2(1320),0}\ e^{i\delta_{a_0(1450)a_2(1320)}}$$
$$\Delta_{a_0(1450)}(m_k)\Delta^*_{a_2(1320)}(m_{k'})\ Y_2^0(\alpha_{k'},\beta_{k'}) \tag{C.16}$$

$$+Re \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{a_2(1320),\lambda}\ c_{a_2(1320)a_2(1320),\lambda}\Delta_{a_2(1320)}(m_1)$$
$$\Delta^*_{a_2(1320)}(m_2)\ Y_2^{\lambda}(\alpha_1,\beta_1)\ Y_2^{\lambda*}(\alpha_2,\beta_2) \tag{C.17}$$

$$+Re\ a^2_{a_0(1450)}c_{a_0(1450)a_0(1450)}\Delta_{a_0(1450)}(m_1)\Delta^*_{a_0(1450)}(m_2) \tag{C.18}$$

$$+Re \sum_{\lambda=0,1,2} a^2_{a_2(1660),\lambda}\ c_{a_2(1660)a_2(1660),\lambda}\Delta_{a_2(1660)}(m_1)$$
$$\Delta^*_{a_2(1660)}(m_2)\ Y_2^{\lambda}(\alpha_1,\beta_1)\ Y_2^{\lambda*}(\alpha_2,\beta_2) \tag{C.19}$$

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] S. Weinberg, *A Model of Leptons,* Phys. Rev. Lett., **19**(1967)1264

[2] H. Fritsch, M. Gell-Mann, H. Leutwyler, *Advantages of the Color Octet Gluon Picture,* Phys. Lett., **B47**(1973)365

[3] J.F. Donoghue, K. Johnson, B.A. Li, Phys. Lett., **B99**(1981)416

[4] R.L. Jaffe, K. Johnson, Phys. Lett., **B60**(1976)201

[5] G.S. Bali, Phys. Lett., **B309**(1993)378

[6] K. Peters, *Suche nach gebundenen gluonischen QCD-Systemen,* Habilitationsschrift, Universität Bochum, Februar 1996, unveröffentlicht

[7] F.E. Close und H.J. Lipkin, Phys. Rev. Lett., **41**(1987)1263

[8] J. Salk, *Analyse des 5γ-Endzustandes in der Proton-Antiproton-Annihilation in Ruhe,* Diplomarbeit, Universität Bochum, November 1992, unveröffentlicht

[9] D.R. Thompson et al., Phys. Rev. Lett., **79**(1997)1630

[10] A. Abele et al., Phys. Lett., **B423**(1998)175

[11] S. van der Meer, *Stochastic Damping of Betatron Oscillations,* CERN/ISR/PO/72-31, 1972

[12] U. Gastaldi und R. Klapisch, *The LEAR Project and Physics with Low Energy Antiprotons,* CERN/EP/81-06, 1991

[13] H. Koch, *Physik mit LEAR,* Rev. Mod. Phys., **44**(1988)411

[14] E. Aker et al., *The Crystal Barrel Spectrometer at LEAR with a 4π neutral and charged Detector, Proposal,* CERN/PSCC/85-86, Oktober 1985

[15] E. Aker et al., NIM, **A321**(1992)69 CERN-PPE/92-126, Juli 1992

[16] D. Urner, *Entwicklung und Test der beiden Proportionalkammern für den Zentraldetektor des Crystal Barrel Experiments,* Diplomarbeit, ETH Zürich, 1989, unveröffentlicht

[17] C. Regenfus, NIM, **A386**(1997)60

[18] R. Bossingham, *The Jet Drift Chamber (JDC), Geometry, Construction Matrials and general Characteristics,* Crystal Barrel Internal Note 130, unveröffentlicht

[19] M. Merkel, *Aufbau und Test des Datenerfassungssystems für den Zentraldetektor des Crystal Barrel Spektrometers,* Diplomarbeit, Universität Mainz, Juli 1988, unveröffentlicht

[20] H. Stöck, *Erkennung geladener Spuren in einer Driftkammer mittels der Radon Transformation,* Diplomarbeit, Universität Bochum, Juli 1994, unveröffentlicht

[21] C.A. Meyer, *r-Φ Calibration of the JDC,* Crystal Barrel Internal Note 143, unveröffentlicht

[22] C.A. Meyer, *z Calibration of the JDC,* Crystal Barrel Internal Note 124, unveröffentlicht

[23] W. Schott, *Das CsI(Tl) Kalorimeter des Crystal Barrel Detektors,* Dissertation, Universität Karlsruhe 1989, IEKP-KA/89-7

[24] A. Hohaus, *Die Kovarianzmatrix für neutrale Ereignisse im Crystal Barrel Detektor: Berechnung und Anwendung,* Diplomarbeit, Universität Bochum, April 1994, unveröffentlicht

[25] S. Kelzenberg, *Identifizierung von Photonen, π^0- und η- Mesonen im Crystal Barrel Detektor,* Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 1990, unveröffentlicht

[26] J. Friedrichs, *Bau und Test eines Lichtpulsersystems für das Crystal Barrel Experiment,* Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1989, unveröffentlicht

[27] I. Augustin, *Verfahren zur Eichung des Crystal Barrel Kalorimeters,* Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 1990, unveröffentlicht

[28] S. Walther, *Entwicklung, Herstellung, Aufbau und Test eines Multiplizitätentriggers für das Crystal Barrel Experiment,* Diplomarbeit, Universität Mainz, Februar 1990, unveröffentlicht

[29] K. Braune, *The Fast Cluster Encounter,* Crystal Barrel Internal Note 41, unveröffentlicht

[30] M.A. Kunze, *Aufbau und Test eines Triggersystems für das Crystal Barrel Experiment,* Dissertation, Universität Karlsruhe, Mai 1990

[31] J. Lüdemann, *Beobachtung von Resonanzen in der Proton-Antiproton-Annihilation im Fluge in drei pseudoskalare Mesonen,* Doktorarbeit, Universität Bochum, Oktober 1995

[32] B.Kopf, *Untersuchung des 10γ-Endzustandes bei der $p\bar{p}$ Annihilation im Fluge,* Diplomarbeit, Universität Bochum, Juni 1997, unveröffentlicht

[33] G. Folger, *Offline Reconstruction Software,* Crystal Barrel Internal Note 121, unveröffentlicht

[34] C.A. Meyer, *Chamber Reconstruction Software,* Crystal Barrel Internal Note 93, unveröffentlicht

[35] F.-H. Heinsius, *Crystal Data Reconstruction Software,* Crystal Barrel Internal Note 92, unveröffentlicht

[36] M. Burchell, *Global Tracking Particle Bank Structure,* Crystal Barrel Internal Note 118, unveröffentlicht

[37] P. Hidas *Kinematic Fitting Software,* Crystal Barrel Internal Note 138, unveröffentlicht

[38] R. Bossingham, *Monte-Carlo Software,* Crystal Barrel Internal Note 169, unveröffentlicht

[39] GEANT, CERN Program Library Entry W5013

[40] T. Degener, M.A. Kunze, J. Lüdemann, K. Peters, *Object Oriented Offline Analysis for C++ Programmers,* unveröffentlicht

[41] T. Degener, *Untersuchung elektromagnetischer Schauer im Crystal Barrel Kalorimeter mit künstlichen neuronalen Netzen,* Diplomarbeit, Universität Bochum, 1993, unveröffentlicht

[42] R. Glantz, *Untersuchungen zur Richtungsrekonstruktion für Photonen im Crystal Barrel Kalorimeter,* Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1992, unveröffentlicht

[43] K. Beuchert, *Untersuchungen zur $p\bar{p}$ Annihilation im Fluge am Crystal Barrel Detektor,* Dissertation, Universität Bochum, 1995

[44] Particle Data Group, Phys. Rev., **D54**(1996)1

[45] J.D. Jackson, Nuevo Cimento, **34**(1964)1644

[46] J. Pisut, M. Ross, Nucl. Phys., **D6**(1968)325

[47] K.W. Watson, Phys. Rev., **88**(1952)1163

[48] S.U. Chung, *Spin Formalism,* CERN 71-8, 1971

[49] K. Königsmann, *Fits to Unbinned Data,* Crystal Barrel Internal Note 195, unveröffentlicht

[50] M. Ratajczak, *Untersuchung geladener ENdzustände der Antiproton-Proton-Annihilation im Fluge in drei pseudoskalare Mesonen,* Diplomarbeit, Universität Bochum, 1996, unveröffentlicht

[51] D.V. Bugg, Phys. Lett., **B353**(1995)378

[52] Yu.D. Prokoshkin et al., Sov. Phys. Dok., **40** 495

[53] A. Etkin et al., Phys. Rev. Lett., **49**(1982)1620

[54] L. Bertolotto et al., *Hadron '95,* Hrsg. M.C. Birse, G.D. Lafferty und J.A. McGovern, (World Scientific, Singapore, 1996), 171

[55] D. Alde et al., Phys. Lett., **B241**(1990)600

[56] B. Moshous, *Untersuchung des $\omega\omega\pi^0$-Endzustandes bei der Antiproton-Proton-Annihilation im Fluge,* Diplomarbeit, Universität Bochum, 1995, unveröffentlicht

[57] J. Blatt, V. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics,* John Wiley & Sons, 1952

[58] F. von Hippel, C. Quigg, *Centrifugal-Barrier Effects in Resonance Partial Decay Widths, Shapes und Production Amplitudes,* Phys. Rev D, **5** (1972)624

[59] M. Abramowitz, I. Stegun, *Pocketbook of Mathematical Functions,* Harri Deutsch, 1984

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die mir bei der Anfertigung meiner Dissertation mit Rat und Tat zur Seite standen.

Zuerst gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. H. Koch für diese interessante und herausfordernde Aufgabenstellung, seine zuverlässige Unterstützung und sein reges Interesse am Fortgang der Arbeit.

Besonders danken möchte ich Herrn Dr. K. Peters für sein persönliches Engagement und seine tatkräftige Unterstützung bei der Datenanalyse, sowie der Interpretierung der Ergebnisse, womit mir viele Irrwege erspart geblieben sind. Weiterhin möchte ich Herrn Dr. M. Kunze danken, der mir mit seiner stetigen Ansprechbereitschaft und Betreuung der Bochumer Rechneranlage über viele Probleme hinweggeholfen hat.

Desweiteren möchte ich mich bei meinen Kollegen vom Lehrstuhl Experimentalphysik I in Bochum bedanken. Besonders hervorheben möchte ich hierbei R. Berlich, T. Degener, M. Ratajczak und O. Stutzke, die mich mit all ihren Möglichkeiten unterstützt haben. Ein besonderer Dank geht dabei an J. Lüdemann und B. Kopf für ihre freundliche Bereitstellung der selektierten Meßdaten und Programmpakete. Ein großer Dank geht auch an U. Kurilla, der mir immer ein geduldiger Kollege war.

Außerdem möchte ich an dieser Stelle Prof. Dr. D.V. Bugg vom Rutherford-Appleton-Laboratory danken, ohne dessen Unterstützung meine Arbeit entscheidend weniger Erfolg gehabt hätte.

Einen weiteren Dank möchte ich allen Mitgliedern der Crystal Barrel Kollaboration aussprechen, die mir bei meinen Aufenthalten am CERN geholfen haben.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, sowie meiner Freundin Beate für ihre familiäre Unterstützung.

Lebenslauf

Name	Stöck, Holger
Geburtsdatum	05. 07. 1966
Geburtsort	Gelsenkirchen
Familienstand	ledig

Schulische Laufbahn

1972–1976	Grundschule an der Grillostraße in Gelsenkirchen
1976–1983	Hauptschule an der Grillostraße in Gelsenkirchen
1983–1986	C.F.Gauss-Gymnasium in Gelsenkirchen
Juli 1986	Allgemeine Hochschulreife
seit 1986	Studium der Physik an der Ruhr-Universität Bochum
Sept. 1990	Diplom-Vorprüfung
März 1993 bis Juni 1994	Diplomarbeit in Zusammenarbeit mit dem Europäischen Kernforschungszentrum CERN in Genf, Schweiz Fachrichtung: Experimentelle Teilchenphysik Thema: Erkennung geladener Spuren in einer Driftkammer mittels der Radon Transformation
Juli 1994	Diplomprüfung

Berufliche Laufbahn

seit August 1994	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Experimentalphysik I an der Ruhr-Universität Bochum
WS 1994/95 bis SS 1998	Dissertation in Physik, verbunden mit regelmäßigen Aufenthalten am CERN, Genf und Teilnahmen an internationalen Fachkonferenzen
Juni 1995	Besuch des "NATO Advanced Summer Institute on Hadron Spectroscopy and the Confinement Problem", London, England und Swansea, Wales
Juli 1995	Teilnahme am "XXIII. SLAC Summer Institute on Particle Physics", Stanford, Kalifornien, USA