Resonanzen im $\omega\eta$-Subsystem bei der Proton-Antiproton-Vernichtung im Fluge

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN

von der Fakultät für Physik der Universität (TH)
Karlsruhe
genehmigte

DISSERTATION

von

Diplom-Physiker Andreas Herbstrith
aus Malsch

Tag der mündlichen Prüfung:	17. Dezember 1999
Referent:	Prof. Dr. D. Engelhardt
Koreferent:	Prof. Dr. Th. Müller

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die Ergebnisse einer Partialwellenanalyse des Endzustandes $\omega\pi^0\eta$ in der Proton-Antiproton-Vernichtung bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c vorgestellt. Die Daten wurden mit dem Crystal Barrel Detektor am Europäischen Laboratorium für Teilchenphysik (CERN) gemessen. Die niederenergetischen Antiprotonen stellte der Speicherring LEAR zur Verfügung.

Der Dalitzplot und die Massenspektren des Endzustandes $\omega\pi^0\eta$ weisen deutliche Strukturen auf, die im Rahmen des Isobaren-Modells auf die Existenz resonanter Zwischenzustände zurückgeführt werden können. Die Partialwellenanalyse führte zu dem Ergebnis, daß die erfolgreiche Beschreibung der Daten neben den erwarteten und bekannten Mesonen $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ die Anwesenheit eines Resonanzzustandes im $\omega\eta$-Subsystem erfordert. Die Quantenzahlen dieses Objektes konnten in der vorliegenden Arbeit erstmals eindeutig bestimmt werden. Demnach handelt es sich bei dem beobachteten Zustand um ein isoskalares Vektormeson mit den Quantenzahlen 0^-1^{--} und den Resonanzparametern

$$\begin{aligned} m &= (1735 \pm 6)\,\mathrm{MeV}/c^2 \\ \Gamma &= (239 \pm 13)\,\mathrm{MeV}/c^2 \end{aligned}$$

Darüberhinaus ergaben sich in der Partialwellenanalyse deutliche Hinweise auf die Anwesenheit eines Axialvektormesons, dessen Masse und Breite eine Identifikation mit dem $h_1(1380)$ in seinem bislang unbekannten Zerfallsmodus $\omega\eta$ favorisieren.

Abstract

The present work reports the results of a partial wave analysis of the final state $\omega\pi^0\eta$ produced in proton-antiproton-annihilations at an incident beam momentum of 900 MeV/c. The data were taken with the Crystal Barrel spectrometer at the European Laboratory for Particle Physics (CERN). The low energetic antiprotons were provided by the storage ring LEAR.

The dalitzplot and mass spectra of the final state $\omega\pi^0\eta$ show distinct structures, which can be assigned within the frame of the isobar model to the presence of resonant intermediate states. The partial wave analysis led to the result, that a successful description of the data needs — besides the expected and well known mesons $a_0(980)$ and $a_2(1320)$ — the presence of a resonant state in the $\omega\eta$-subsystem. The quantum numbers of this object have been determined for the first time. Actually, the observed state is an isoscalar vector meson with the quantum numbers 0^-1^{--} and the resonance parameters

$$\begin{aligned} m &= (1735 \pm 6)\,\mathrm{MeV}/c^2 \\ \Gamma &= (239 \pm 13)\,\mathrm{MeV}/c^2 \end{aligned}$$

Furthermore the partial wave analysis revealed clear hints for the presence of an axialvector, whose mass and width favour an identification with the $h_1(1380)$ in its hitherto unknown decay mode $\omega\eta$.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einleitung und Motivation

Gelangen Protonen und Antiprotonen zu nahe aneinander, so vernichten sie sich gegenseitig in Teilchen geringerer Masse, die aufgrund der überschüssigen Energie explosionsartig auseinander geschleudert werden. Physikalische Vorgänge, bei denen sich Teilchen gegenseitig anziehen, sich abstoßen, sich ineinander umwandeln oder sich — wie im obigen Fall — gegenseitig vernichten, werden als Wechselwirkungen bezeichnet.

Die Untersuchung der Wechselwirkung von Materie gehört zu den zentralen Aufgaben der Physik und ist von grundlegender Bedeutung für das physikalische Weltbild. Alle in der Natur bekannten Wechselwirkungen lassen sich auf vier Grundkräfte zurückführen. Am bekanntesten sind die Gravitation und der Elektromagnetismus, die wegen ihrer großen Reichweite zur alltäglichen Erfahrungswelt gehören. Die Gravitation bestimmt das Verhalten von Planeten, Sternen und Galaxien. Die elektromagnetische Wechselwirkung ist verantwortlich für den Zusammenhalt der Atome und Moleküle und damit auch für alle bekannten chemischen und mechanischen Eigenschaften gewöhnlicher Festkörper, Flüssigkeiten und Gase. Die beiden anderen Grundkräfte sind die starke und die schwache Wechselwirkung. Ihre Reichweiten sind kleiner als der Radius eines Atomkerns, so daß sie im makroskopischem Bereich nicht unmittelbar wahrgenommen werden können. Die starke Wechselwirkung bewirkt den Zusammenhalt von Protonen und Neutronen im Atomkern. Die schwache Wechselwirkung manifestiert sich im radioaktiven Beta-Zerfall und in Prozessen der nuklearen Reaktionskette im Inneren der Sonne.

In der Teilchenphysik nimmt die Gravitation unter den vier Grundkräften eine Sonderstellung ein. Einerseits ist die Gravitation zu schwach, um die Wechselwirkung einzelner Elementarteilchen merklich zu beeinflußen. Andererseits läßt sich die Gravitation auf der Ebene der Quantenmechanik bislang nicht verstehen. Für die drei anderen Grundkräfte gibt es erfolgreiche und allgemein anerkannte Quantenfeldtheorien, die gemeinsam ein umfassendes Bild vom Aufbau der Materie und den Wechselwirkungen zwischen den fundamentalen Bausteinen der Materie vermitteln — das Standardmodell der Teilchenphysik.

Gemäß dem Standardmodell besteht die Materie aus einigen genau definierten Urteilchen, die in Quarks und Leptonen unterteilt werden. Die Quarks und Leptonen tragen Ladungen verschiedener Art. Alle in der Teilchenphysik bekannten Vorgänge können durch den Austausch geeigneter Bindeteilchen (Eichbosonen) zwischen den Ladungen der Urteilchen dargestellt werden. Die theoretische Beschreibung der fundamentalen Wechselwirkungen erfolgt in der Form nicht-Abelscher Eichtheorien mit lokaler Symmetrie (Abbildung 1).

1.1 Quarks und Quantenchromodynamik

Die fundamentalen Bausteine aller hadronischen (d.h. stark wechselwirkenden) Materie sind die Quarks. Diese treten in sechs verschiedenen Geschmacksrichtungen (Quarkflavors) auf, die mit up, down, strange, charm, bottom und top bezeichnet werden. Zwischen den Quarks wirken Farbkräfte. Die Farbkräfte werden durch Farbladungen verursacht, die in den Ausprägungen Rot, Grün und Blau auftreten. Im Rahmen der Theorie der Farbkräfte (Quantenchromodynamik) wird die starke Wechselwirkung zwischen den Quarks durch den Austausch von masse-

	Die starke WW QCD	Die elektroschwache WW Weinberg-Salam-Modell	
Die Kraft koppelt an	3 Farbladungen $\begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix}$	2 schwache Ladungen $I_w^3 = \begin{pmatrix} +1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	schwache Hyperladung $Y_w = 2(Q - I_w^3)$
Kopplungskonstante	g_S	g	g'
Die Kraft wirkt auf	Quarks $\begin{pmatrix} u_r \\ u_g \\ u_b \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} t_r \\ t_g \\ t_b \end{pmatrix}$ Ladungstripletts	<u>Quarks und Leptonen</u> $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \cdots \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \cdots$ linkshändige Dupletts	$e_R^-, \mu_R^-, \tau_R^-, u_R, d'_R, \cdots$ rechtshändige Singuletts und linkshändige Dupletts
Eichtransformation	$e^{ig_s \alpha_a(x) \lambda_a/2}$ lokale Farbtrans-formation	$e^{ig\alpha_a(x)\tau_a/2}$ lokale Drehung im Raum des I_w	$e^{ig'\alpha(x)Y_w}$ lokale Phasentrans-formation
Generatoren	Gell-Mann-Matrizen $\lambda_a \quad a = 1, \cdots, 8$	Pauli-Matrizen $\tau_a \quad a = 1, 2, 3$	Hyperladungs-Operator Y_w
Eichsymmetrie	$SU(3)_{Colour}$	$SU(2)_L$ $\otimes$	$U(1)_Y$
Eichbosonen	8 Gluonen $g\bar{b}$ $r\bar{b}$ $g\bar{r}$ $r\bar{g}$ $b\bar{r}$ $b\bar{g}$ Gluonen tragen Farbe und Antifarbe $\downarrow$ Selbstwechselwirkung Confinement	$\boxed{W^+}\boxed{W^0}\boxed{W^-}$ $\searrow$ treten nur als Mischungen auf Mischwinkel θ_w $\swarrow$ $\boxed{W^+}\boxed{Z^0}\boxed{W^-}$ Intermediäre Vektorbosonen	$\boxed{B^0}$ $\swarrow$ $\searrow$ $\boxed{A^0}$ Photon
Higgs-Mechanismus : Vektorbosonen erhalten ihre Massen Photon bleibt masselos		H^+ H^0 H^- $\uparrow$ $\boxed{H^0}$	unbeobachtbare Geister-Teilchen reales Higgs-Teilchen

Abbildung 1: Das Standardmodell.

losen Gluonen dargestellt. Die Gluonen tragen ebenfalls Farbladungen und sind damit den gleichen Farbkräften ausgesetzt, die sie zwischen den Quarks vermitteln. Eine Folge der gluonischen Selbstwechselwirkung ist, daß die Kräfte zwischen den Quarks bei sehr kleinen Abständen (kleiner als der Durchmesser eines Nukleons) nahezu verschwinden (asymptotische Freiheit), mit zunehmendem Abstand aber sehr stark werden.

Aufgrund der extrem starken Kräfte zwischen den Farbladungen treten in der Natur nur farbneutrale Teilchen in Erscheinung. Dieses Phänomen wird Farbeinschluß oder Confinement genannt. Quarks und Gluonen gehören infolge des Confinement nicht zum direkt beobachtbaren physikalischen Spektrum. Die Hadronen werden gemäß ihrer Quarkstruktur in Baryonen und Mesonen unterteilt. Zur Bildung eines Baryons müssen sich drei Quarks unterschiedlicher Farbe binden (qqq), wodurch die starken Kräfte zwischen ihnen weitgehend abgesättigt werden, so daß die Baryonen nach außen hin farbneutral erscheinen. Die Mesonen sind ebenfalls farbneutrale Systeme, bestehen jedoch aus einem Quark und einem Antiquark mit der entsprechenden Antifarbe ($q\bar{q}$). Das Quarkmodell leistet für Hadronen in etwa dasselbe wie das Periodensystem der Elemente für Atome. Die Vielfalt der Teilchen kann in ein Schema eingeordnet werden, das Ähnlichkeiten hervortreten läßt und Voraussagen über noch unentdeckte Teilchen gestattet.

1.2 Exotische Teilchen

Die Beschreibung der starken Wechselwirkung für Quark-Abstände im Bereich gebundener Quark-Systeme (Mesonen, Baryonen) ist bis heute unbefriedigend, da die Methoden der pertubativen Quantenchromodynamik bei niedrigen Energien infolge der gluonischen Selbstwechselwirkung versagen. Phänomenologische Modelle (Flux-Tube-Modell, Bag-Modell) und numerische Lösungsansätze (Gittereichtheorie) tragen zum Verständnis der starken Wechselwirkung im niederenergetischen Bereich bei, weichen in ihren Vorhersagen jedoch voneinander ab. Ungeachtet dessen sagen alle Modelle der nicht-pertubativen Quantenchromodynamik neben den bekannten Mesonen und Baryonen noch weitere farbneutrale Zustände voraus, die als exotische Teilchen bezeichnet werden.

- **Glueballe** sind gebundene Zustände aus zwei oder mehreren Gluonen, die keine Konstituentenquarks beinhalten (gg). Die Bindung zwischen den konstituierenden Gluonen wird durch den Austausch virtueller Gluonen bewirkt.
- **Hybride** sind gebundene Zustände aus einem Quark-Antiquark-Paar und einem oder mehreren Gluonen ($q\bar{q}g$). Infolge des gluonischen Anteils besitzen Hybride gegenüber den konventionellen Mesonen zusätzliche Rotations- und Vibrationsfreiheitsgrade und können Quantenzahlkombinationen ($J^{PC} = 0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}$) annehmen, die für gewöhnliche Mesonen aus Symmetriegründen verboten sind.
- **Multiquark-Zustände** sind kompakte Systeme, in denen zwei oder mehrere Quark-Antiquark-Paare durch residuale Farbkräfte aneinander gebunden sind ($q^k\bar{q}^k$).

Der experimentelle Nachweis exotischer Zustände wäre ein wichtiger Beitrag zur Verifizierung der Prinzipien der starken Wechselwirkung im niederenergetischen Bereich. Geeignete und vielversprechende Kandidaten für den leichtesten skalaren Glueball [8, 9] und ein Hybridmeson

[3] mit den exotischen Quantenzahlen 1^{-+} existieren bereits, bedürfen jedoch hinsichtlich ihrer Identifikation und Eigenschaften noch weiterer Studien sowie einer detaillierten Kenntnis des Spektrums der gewöhnlichen Mesonen. Im Kontext der Suche nach exotischer Materie leistet die Crystal Barrel Kollaboration mit der Spektroskopie leichter hadronischer Systeme in der Proton-Antiproton-Vernichtung einen Beitrag zum Verständnis der Quantenchromodynamik im nicht-pertubativen Bereich.

1.3 Resonanzen im $\omega\eta$-Subsystem

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit dem Endzustand $\omega\pi^0\eta$ bei der Proton-Antiproton-Vernichtung im Fluge. Der Schwerpunkt des Interesses liegt hierbei auf dem Nachweis resonanter Zwischenzustände im $\omega\eta$-Subsystem sowie dem Studium ihrer Eigenschaften im Rahmen einer Partialwellenanalyse. Das Ziel dieses Abschnittes ist es, einen Überblick über die experimentellen Beobachtungen zu vermitteln, die auf die Existenz eines resonanten Zwischenzustandes im $\omega\eta$-System hindeuten, und somit eine Motivation der nachfolgenden Studien darstellen.

Der vermutlich erste Hinweis auf die Existenz eines resonanten Zwischenzustandes im $\omega\eta$-Subsystem geht auf eine Analyse der Photoproduktion im Reaktionskanal $\gamma p \to \omega\eta p$ zurück, die im Jahre 1987 von der Omega Photon Kollaboration veröffentlicht wurde [11]. Ein deutliches Signal im Spektrum der invarianten $\omega\eta$-Masse (Abbildung 2a) weist auf die Anwesenheit eines resonanten Zustandes hin, dessen Masse und Zerfallsbreite vermöge der Anpassung einer Breit-Wigner-Kurve auf die Werte 1610 und 230 MeV/c^2 festgelegt wurden. Eine Interpretation des beobachteten Signals als Schwelleneffekt wurde in Betracht gezogen, mußte aber wegen der Abwesenheit eines vergleichbaren Signals im Spektrum der invarianten $\rho\eta$-Masse wieder verworfen werden.

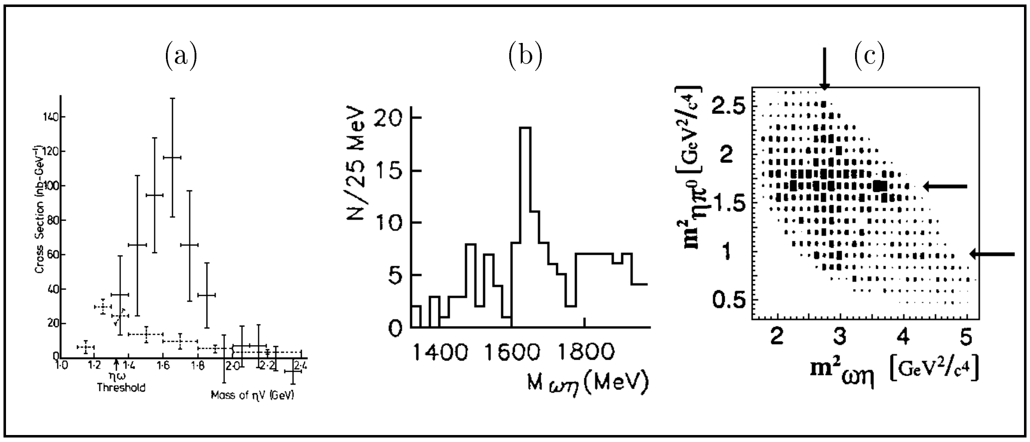


Abbildung 2: Die Experimentelle Situation im $\omega\eta$-Subsytem nach [6, 11, 46].

Zur Bestimmung der Quantenzahlen J^{PC} der beobachteten Resonanz wurde eine Spin-Paritäts-Analyse der Zerfallswinkel für alle Ereignisse des Signalbereiches durchgeführt. Die Spin-Paritäts-Analyse ermöglichte infolge der geringen Statistik keine Entscheidung hinsichtlich der betrachteten Quantenzahlen $1^{--}, 2^{--}$ und 1^{+-}, konnte aber zumindestens die exotische Quantenzahlkombination 0^{--} eindeutig ausschließen. Ungeachtet der Quantenzahlen legen Masse und Breite der resonanten Struktur eine Identifikation mit dem — heute etablierten, damals noch unbekannten — Meson $\omega(1600)$ nahe. Indessen wurden eine Identifikation des Signals mit den bekannten Mesonen $\phi(1680)$ und $\omega_3(1670)$ auf der Grundlage der beobachteten Intensitäten bereits in der zitierten Analyse ausgeschlossen.

Die Crystal Barrel Kollaboration erbrachte im Jahre 1993 eine experimentelle Bestätigung für die Existenz des von der Omega Photon Kollaboration beobachteten Resonanzzustandes, konnte jedoch bezüglich seiner Quantenzahlen keine neuen Erkenntnisse gewinnen [6]. Die Abbildung 2c veranschaulicht den im Crystal Barrel Experiment beobachteten Zwischenzustand, der mit einer Masse von $1680\,\mathrm{MeV}/c^2$ und einer Breite von $150\,\mathrm{MeV}/c^2$ als vertikale Struktur im Dalitzplot des Endzustandes $\omega\pi^0\eta$ bei der Proton-Antiproton-Vernichtung auftrat.

Die GAMS Kollaboration berichtete schließlich im Jahre 1995 von der Existenz einer schmalen Resonanz im $\omega\eta$-Subsystem, die im Rahmen einer Analyse der Ladungsaustauschreaktion $\pi^- p \to \omega\eta n$ beobachtet worden war [46]. Die im Spektrum der invarianten $\omega\eta$-Masse (Abbildung 2b) beobachtete Zerfallsbreite betrug lediglich $50\,\mathrm{MeV}/c^2$ und gab Anlaß zu einer Spekulation über die Zuordnung exotischer Quantenzahlen. Eine Überprüfung dieser Vermutung konnte in Anbetracht der geringen Statistik allerdings nicht vorgenommen werden.

Mit der vorliegenden Arbeit wird die Suche nach resonanten Zwischenzuständen im $\omega\eta$-Subsystem fortgesetzt. Die Struktur der Arbeit orientiert sich dabei am chronologischen Ablauf der Analyse. So werden im Anschluß an die Einleitung im zweiten Kapitel zunächst der Aufbau des Crystal Barrel Experimentes und im dritten Kapitel die eingesetzten Rekonstruktionsmethoden behandelt. Im vierten Kapitel werden die zur Präparation des Endzustandes $\omega\pi^0\eta$ angewandten Auswahlkriterien zusammen mit den selektierten Daten vorgestellt. Das fünfte Kapitel umfaßt quantitative und qualitative Untergrundstudien und erläutert Verfahren, die eine Identifikation und Berücksichtigung von Untergrund in den Daten ermöglichen. Das sechste Kapitel vermittelt die theoretischen Grundlagen der Partialwellenanalyse. Die Ergebnisse der Partialwellenanalyse werden im siebten Kapitel vorgestellt. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse.

2 Das Crystal Barrel Experiment

In dieser Arbeit werden Daten präsentiert, die von der Crystal Barrel Kollaboration am Speicherring für niederenergetische Antiprotonen (LEAR) des CERN aufgezeichnet wurden. Der Forschungsschwerpunkt der zur Zeit aus ungefähr 80 Wissenschaftlern bestehenden Kollaboration ist die Mesonenspektroskopie im niederenergetischen Bereich, die Suche nach Glueböllen, Hybridmesonen und gebundenen Nukleon-Antinukleon-Zuständen, das Studium der Annihilationsdynamik sowie die Analyse seltener Mesonenzerfälle. Der Crystal Barrel Detektor [2] ist ein vielseitiges magnetisches Spektrometer, das den Nachweis von geladenen und neutralen Teilchen mit hoher Effizienz und sehr guter Orts- und Energieauflösung erlaubt. Die Abbildung 3 zeigt den Detektor frontal und von der Seite.

2.1 Die Produktion von niederenergetischen Antiprotonen

Die für das Studium der Antiproton-Proton-Vernichtung benötigten Antiprotonen werden im Antiprotonenkomplex des CERN hergestellt. Hierzu werden Protonen aus einem Linearbeschleuniger in das Protonensynchrotron (PS) eingeleitet, auf einen Impuls von 26 GeV/c beschleunigt und anschließend auf ein Wolframtarget gelenkt. Die bei den inelastischen Stößen mit den Wolframkernen gemäß der Reaktion

$$p + \mathcal{A} \rightarrow p + \mathcal{A} + p + \bar{p} + \text{Pionen, Kaonen, ...}$$

erzeugten Antiprotonen werden dann mittels einer speziellen Strahlführung aus der Menge der Reaktionsprodukte herausselektiert und im Antiproton-Akkumulator gespeichert. Durch das am CERN entwickelte Verfahren der stochastischen Kühlung wird der Transversalimpuls und der relative Longitudinalimpuls der Antiprotonen vermindert. Während der Lagerung im AA zerfallen kurzlebige Teilchen wie Pionen und Kaonen, so daß ein kontaminationsfreier Antiprotonenstrahl zur Verfügung steht. An einem Tag können auf diesem Weg bis zu 10^{12} Antiprotonen erzeugt und gespeichert werden.

Der Speicherring LEAR ist die abschließende Stufe des Antiprotonenkomplexes am CERN. Aus dem Akkumulator werden in regelmäßigen Abständen etwa 10^9 Antiprotonen zurück ins PS geleitet, auf einen Impuls von 600 MeV/c abgebremst und anschließend in den LEAR eingespeist. Der Impuls der Antiprotonen kann im LEAR entsprechend der experimentellen Fragestellung auf Werte zwischen 0.1 und 2.0 GeV/c eingestellt werden. Die Verfahren der stochastischen Kühlung und der Elektronenkühlung, bei dem Impulsschwankungen an einen parallel laufenden Elektronenstrahl abgegeben werden, ermöglichen einen Antiprotonenstrahl mit einer relativen Impulsunschärfe von etwa $\Delta p/p \approx 5 \cdot 10^{-4}$ bei einer horizontalen Strahlemittanz von 2π mm mrad. Eine Füllung des LEAR ermöglicht eine ein bis dreistündige Strahlzeit, in der zwischen 10^3 und 10^5 Antiprotonen pro Sekunde durch den Detektor geschickt werden.

2.2 Der Aufbau des Detektors

Der Antiprotonenstrahl verläßt das Vakuum des LEAR durch ein 100 μm dünnes Berylliumfenster und tritt entlang der Symmetrieachse des vorliegenden Magnetfelds in den Detektor ein. Dort durchläuft der Strahl zunächst einen Eingangszähler sowie eine vierfach segmentierte Siliziumdiode und trifft anschließend auf ein mit flüssigem Wasserstoff gefülltes Target, in dem die Antiprotonen annihilieren. Die Siliziumdiode dient zur Feinjustierung des Strahls und liefert das Startsignal für die Ausleseelektronik. In Strahlrichtung hinter dem 44 mm langen Target befindet sich ein Szintillationszähler, der nicht in der Wasserstoffprobe annihilierte Antiprotonen detektiert und in solchen Fällen die Auslese der einzelnen Detektorkomponenten unterbindet.

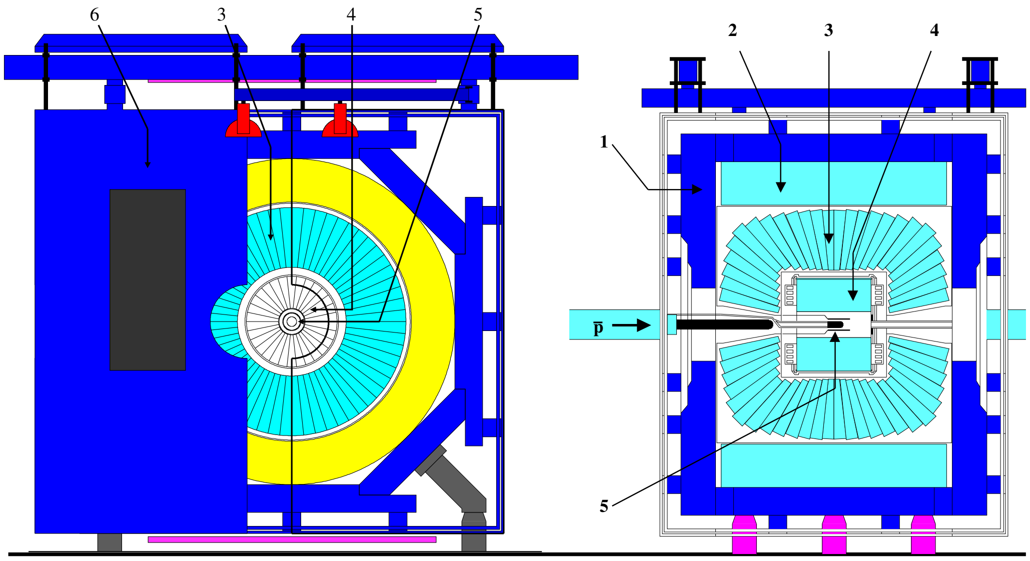


Abbildung 3: Front- und Seitenansicht des Crystal Barrel Detektors mit (1) Eisenjoch, (2) Aluminiumspule, (3) elektromagnetischem Kalorimeter, (4) Jet Drift Kammer, (5) Target mit flüssigem Wasserstoff und Silizium-Vertex-Detektor und (6) Magnettor.

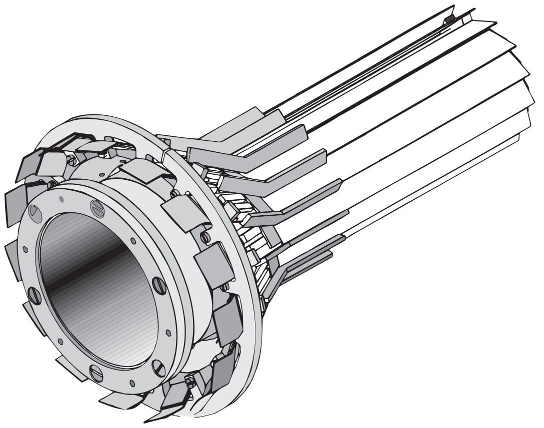
Das Target wird von einem Silizium-Vertex-Detektor und einer zylindrischen Jetdriftkammer umgeben, die eine Rekonstruktion der geladenen Annihilationsprodukte ermöglichen. Zum Nachweis von Photonen wird ein aus 1380 Kristallen aufgebautes, elektromagnetisches Kalorimeter eingesetzt. Der gesamte sensitive Aufbau des Detektors ist in das Innere eines Solenoid-Magneten eingebettet, der von einem kastenförmigen Eisenjoch umschlossen wird. Das Magnetfeld verläuft parallel zur Strahlrichtung und besitzt eine Flußdichte von maximal 1.5 Tesla. Die Homogenität des Magnetfeldes variiert im Volumenbereich der Driftkammer um weniger als 1.5 %.

Der Silizium-Vertex-Detektor

Der Silizium-Vertex-Detektor (SVD) besteht aus 15, unabhängig voneinander auslesbaren Siliziumstreifenzählern, die windmühlenartig mit einem radialen Abstand von 13 mm um das Target angeordnet sind. Die einzelnen Streifenzähler überlappen sich leicht und ermöglichen dadurch eine Abdeckung des kompletten Raumwinkels in radialer Richtung. Die Abbildung 4 veranschaulicht den schematischen Aufbau des Silizium-Vertex-Detektors [47].

Zur Bereitstellung von schnellen Informationen bezüglich der Multiplizität geladener Teilchen in der Nähe des Annihilationsvertexes werden die Rückseiten der 74 mm langen und 8.4 mm breiten Siliziumstreifen ausgelesen. Die Vorderseiten der Streifenzähler dienen dahingegen der genauen Vermessung von geladenen Spuren in der r-ϕ-Ebene. Sie sind hierzu in 128, jeweils 20 μm breite Längsstreifen segmentiert, die mit einem Abstand von 50 μm entlang der Strahlrichtung orientiert sind.

Die Informationen des SVD dienen auf der einen Seite der Bereitstellung eines Triggers auf die Multiplizität geladener Teilchen, ermöglichen auf der anderen Seite aber auch eine genauere Lokalisierung des Annihilationsvertex. Darüberhinaus verbessert sich durch die Messung eines zusätzlichen Spurpunktes in Targetnähe die Impulsauflösung bei der Rekonstruktion geladener Spuren.



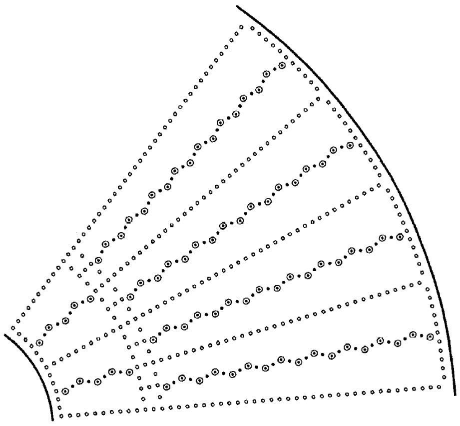


Abbildung 4: Schematischer Aufbau des Silizium-Vertex-Detektors (links) und eines Sektors der Jetdriftkammer (rechts).

Die Jetdriftkammer

Ein geladenes Teilchen gibt bei der Durchquerung eines gasförmigen Mediums einen Teil seiner Energie durch Stöße mit den Atomen oder Molekülen des Gases ab. Die durch Ionisation der Gasatome freigesetzten Elektronen driften im angelegten elektrischen Feld in Richtung der Anode. In der Nähe des Anodendrahtes werden die Elektronen durch den starken Feldgradienten beschleunigt und setzen durch Stöße mit den Gasatomen weitere Ladungsträger frei. Auf diese Weise entsteht eine Ladungslawine, die an den Drahtenden der Anode ein elektrisches Signal hervorruft. Die Messung der Driftzeit und der integrierten Signalamplituden an beiden Drahtenden ermöglichen die Bestimmung des Ortes der Primärionisation und des Energieverlustes in der Driftzelle.

Die Jetdriftkammer besteht aus azimutal angeordneten Sektoren mit 23 Lagen von Driftzellen, in denen jeweils ein Signaldraht parallel zur Strahlachse eingespannt ist. Die Driftzellen der inneren fünf Lagen sind in 15 Sektoren unterteilt. Die sechste Lage besitzt keinen Signaldraht und bildet den homogenen Übergang zu den äußeren Lagen, die in 30 Sektoren unterteilt sind. Die Sektorgrenzen werden durch Felddrähte mit einer Spannung zwischen 2.8 und 4.5

kV definiert, die innerhalb einer Sektorhälfte ein bis in die Nähe der Signaldrähte konstantes elektrisches Driftfeld von 1 kV/cm erzeugen. In der Mittelebene eines jeden Sektors befinden sich abwechselnd Signal- und Feldkorrekturdrähte. Die Spannung an den Feldkorrekturdrähten beträgt 2.3 kV und sorgt für die notwendige Gasverstärkung ($5 \cdot 10^4$) in der Nähe der Signaldrähte. Die Signaldrähte sind gegenüber der Mittelebene abwechselnd um 200 μm nach rechts oder links versetzt. Diese Anordnung ermöglicht eine Entscheidung hinsichtlich der vom Teilchen durchquerten Sektorhälfte anhand der gemessenen Driftzeiten.

Die Jetdriftkammer wird mit einem langsamen Gasgemisch aus 90 % Kohlendioxid und 10 % Isobutan betrieben. Bei einer Betriebstemperatur von 25°C und Normaldruck driften die Elektronen mit einer Geschwindigkeit von etwa 0.9 cm/μs auf Driftlinien, die gegenüber dem anliegenden elektrischen Feld um einen Lorentzwinkel von 7.2° geneigt sind. Die Länge der Driftwege beträgt bei einer maximalen Driftzeit von etwa 3 μs in Abhängigkeit von der Geometrie der Driftzellen zwischen 6 und 27 mm. Die Driftgeschwindigkeit der Elektronen hängt empfindlich von Druck, Temperatur und Zusammensetzung des Gases ab. Die Temperatur und die Zusammensetzung des Gases werden während des Experimentes konstant gehalten. Der Druck des Gases schwankt mit dem Außendruck. Er wird daher während der Datennahme laufend aufgezeichnet und bei der Rekonstruktion durch unterschiedliche Driftzeittabellen berücksichtigt.

Das aktive Volumen der JDC wird durch die Geometrie der Signaldrähte bestimmt. Die innerste (äußerste) Lage hat einen Radius von 63 mm (239 mm) und eine sensitive Länge von 396 mm. Die Rekonstruktion einer Spur erfordert die Auswertung von mindestens drei angesprochenen Drahtlagen. Dadurch wird der aktive Raumwinkel der JDC auf 93 % von 4π eingeschränkt. Darüberhinaus bewirken zusätzliche — eventuell im Trigger oder der Selektion gestellte — Bedingungen hinsichtlich der Position und Anzahl der getroffenen Lagen eine weitere Einschränkung des aktiven Raumwinkels.

Das elektromagnetische Kalorimeter

Das elektromagnetische Kalorimeter besteht aus 1380 thalliumdotierten CsJ-Kristallen, die in 26 konzentrischen Ringen zu je 60 oder 30 Kristallen faßförmig um die Driftkammer angeordnet sind. Die schmalen Randkristalle in den ersten und letzten drei Ringen nahe der Strahlachse weisen konstruktionsbedingt eine geringere Segmentierung auf. Die Größe eines Kristalls deckt in Bezug auf den Annihilationsvertex einen Winkel von 6° in polarer sowie 6° (oder 12° im Fall der Randkristalle) in azimutaler Richtung ab. Zwei diametral gegenüberliegende Öffnungen in Richtung der Strahlachse erlauben den Eintritt des Antiprotonenstrahls sowie die Versorgung und Auslese der inneren Detektorkomponenten (Abbildung 3). Der aktive Raumwinkel des Kalorimeters beträgt 97.8 % von 4π. Die gewählte Segmentierung ermöglicht eine räumliche Trennung der Zerfallsphotonen neutraler Pionen mit einem Impuls von 1 GeV und einem minimalen Öffnungswinkel von etwa 16°.

Hochenergetische Photonen in einem Energiebereich von 5 bis 2000 MeV wechselwirken mit dem Kalorimetermedium vorwiegend über die Paarbildung, d.h. die Erzeugung eines Elektron-Positron-Paares. Die durch den Paarbildungsprozeß freigesetzten Elektronen und Positronen strahlen ihre kinetische Energie im elektrischen Feld der Atomkerne in Form von Photonen ab. Durch das Wechselspiel von Paarbildung und Bremsstrahlung bildet sich ein elektromagneti-

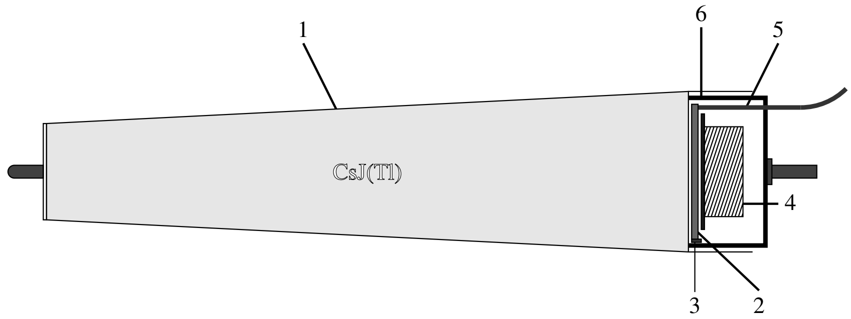


Abbildung 5: Der Aufbau der Kristallmodule.
(1) Kristall mit Titanhülle, (2) Wellenlängenschieber, (3) Photodiode, (4) Vorverstärker, (5) Glasfaser des Lichtpulsersystems, (6) Metallabschirmung der Elektronik.

scher Schauer aus, wobei die Energie des primären Photons im Verlauf der kaskadenförmigen Entwicklung auf eine immer größer werdende Anzahl von Schauerteilchen übertragen wird. Die am Ende dieses Prozesses stehenden, niederenergetischen Elektronen und Positronen verlieren ihre letzte Energie durch die Ionisation und Anregung der Kristallatome. Es entstehen Elektron-Loch-Paare, die durch das Kristallgitter wandern, schließlich von einem Thallium-Aktivator eingefangen werden und dort über angeregte atomare Zustände unter Emission von Szintillationslicht zerfallen. Die Lichtausbeute wird von der Zahl der sekundären Schauerteilchen bestimmt und ist somit proportional zur Energie des primären Photons.

Die longitudinale und transversale Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers wird durch die Strahlungslänge und den Molière-Radius charakterisiert. Die Strahlungslänge ist die Schichtdicke, in der die mittlere Energie eines Elektrons um den Faktor e absinkt oder hochenergetische Photonen mit einer Wahrscheinlichkeit von 54 % ein Elektron-Positron-Paar erzeugen. Cäsiumjodid besitzt eine Strahlungslänge von 1.86 cm. Infolgedessen deponiert ein Photon der Energie 2000 MeV etwa 98 % seiner Energie in den 30 cm langen Kristallen des Kalorimeters. Der Molière-Radius von Cäsiumjodid beträgt 3.8 cm. Er beschreibt die mittlere transversale Aufweitung eines Schauers nach einer Strahlungslänge.

Die Auslese des Szintillationslichtes erfolgt über magnetfeldunempfindliche Silizium-Photodioden. Ein plattenförmiger Wellenlängenschieber auf der Rückseite der Kristalle sammelt das Szintillationslicht und paßt dessen Wellenlänge an die spektrale Empfindlichkeit der Photodiode an (Abbildung 5). Das Signal der Photodiode wird vorverstärkt, einer zeitlichen Pulsformung unterzogen und anschließend von zwei in unterschiedlichen dynamischen Bereichen arbeitenden Wandlern digitalisiert. Das Langzeitverhalten und die Linearität der Ausleseelektronik sowie das Auftreten schadhafter Detektormodule wird mit einem Lichtpulsersystem überwacht.

2.3 Die Datenerfassung und das Triggersystem

Die Aufgabe der Datenerfassung ist es, alle zur Rekonstruktion eines Annihilationsereignisses notwendigen Informationen in möglichst kompakter Form und mit einer möglichst hohen Aufzeichnungsrate zur Verfügung zu stellen. Das Datenerfassungssystem ist hierarchisch in drei aufeinanderfolgenden Stufen organisiert. Auf der untersten Stufe werden die analogen Signale der Subdetektoren digitalisiert und liegen dann an etwa 4000 Kanälen vor. Auf der zweiten Stufe werden die digitalisierten Daten der einzelnen Subdetektoren von lokalen Ereignisprozessoren ausgelesen und in einen Zwischenspeicher transferiert. Auf der dritten und letzten Stufe werden die Einzelinformationen von einem globalen Ereignisprozessor zu einem Gesamtereignis zusammengesetzt und in einem lokalen Speicher abgelegt. Von dort aus können die Ereignisse auf einen Massenspeicher geschrieben werden, oder dienen verschiedenen Monitorprogrammen, die eine Kontrolle der einzelnen Detektorkomponenten während der Datennahme erlauben.

Ein hierarchisch organisiertes Triggersystem startet die Ausleseelektronik des Detektors und ermöglicht die Anreicherung seltener Zerfallskanäle anhand ihrer Ereignistopologie. Da der Datendurchsatz bei gegebener Aufzeichnungsgeschwindigkeit des Massenspeichers vor allem durch die Entscheidungszeit der Triggerlogik limitiert wird, ist das Triggersystem in drei Stufen zunehmender Komplexität strukturiert.

- Auf der nullten Triggerstufe werden alle Ereignisse aufgezeichnet, bei denen ein Antiproton in dem vor dem Target befindlichen Siliziumzähler ein Signal auslöst, jedoch in dem hinter dem Target angebrachten Vetozähler nicht nachgewiesen wird. Die Entscheidung der nullten Triggerstufe kann etwa $0.1\,\mu$s nach Eintritt des Antiprotons in den Detektor getroffen werden.

- Auf der ersten Triggerstufe wird aus den Informationen des Silizium-Vertex-Detektors und der Jetdriftkammer die Multiplizität der geladenen Teilchen ermittelt und mit der geforderten Anzahl verglichen. Ereignisse mit kurzlebigen neutralen Kaonen können durch eine geeignete Kombination der Multiplizitäten in SVD und JDC angereichert werden. Die Entscheidungen bezüglich der Multiplizität geladener Teilchen bedingen Entscheidungszeiten in der Größenordnung von $5\,\mu$s. Darüberhinaus kann auf der ersten Triggerstufe die Anzahl der Schauer im elektromagnetischen Kalorimeter zur Identifikation einer gewünschten Ereignistopologie verwendet werden. Die Informationen bezüglich der Anzahl zusammenhängender Strukturen im Kalorimeter liegen nach etwa $20\,\mu$s vor.

- Auf der zweiten Triggerstufe berechnet ein Prozessor aus den digitalisierten Energieeinträgen im Kalorimeter die invariante Masse aller Photonenpaare. Anschließend wird auf der Grundlage der berechneten Massen die Anzahl der radiativ zerfallenden Mesonen (π^0, η, η') ermittelt und mit der vorgegebenen Multiplizität verglichen. Die Triggerentscheidungen der zweiten Stufe können innerhalb von einigen $100\,\mu$s getroffen werden.

Der hierarchische Aufbau des Triggersystems garantiert, daß nur die jeweils aussichtsreichsten Ereigniskandidaten zur nächsthöheren und damit zeitintensiveren Triggerstufe gelangen. Die Rate der akzeptierten Ereignisse wird dabei auf jeder Triggerstufe um etwa eine Größenordnung reduziert. In Abhängigkeit von den gestellten Triggeranforderungen und der Komplexität der Ereignisse können Annihilationsdaten mit einer Rate zwischen 1 und 80 Hz aufgezeichnet werden.

Die vorliegende Analyse basiert auf 19.34 Millionen Proton-Antiproton-Annihilationen, die im Oktober des Jahres 1996 bei einem Antiprotonimpuls in Höhe von 900 MeV/c aufgezeichnet wurden. Zur Anreicherung von Ereignissen mit zwei geladenen Spuren wurde bei der Datenaquisition ein Multiplizitätstrigger der ersten Stufe verwendet. Im einzelnen wurden bei beliebiger neutraler Multiplizität null bis drei Treffer im Silizium-Vertex-Detektor und genau zwei Treffer in der neunten und zehnten Lage der Jetdriftkammer verlangt (Zwei-Prong-Trigger).

3 Rekonstruktionsmethoden

Im Rahmen der Rekonstruktion werden die Viererimpulse der im Detektor nachgewiesenen Teilchen aus den digitalisierten Signalen der einzelnen Detektorkomponenten ermittelt. Die Aufbereitung der Rohdaten in physikalische Größen sowie die Identifikation der Reaktionsprodukte im Endzustand erfolgt auf der Grundlage der Rekonstruktionsprogramme [17, 25, 27, 28, 37, 42] der Crystal Barrel Kollaboration. Den Schwerpunkt dieses Kapitels bildet die Beschreibung der Rekonstruktion geladener und neutraler Teilchen. Darüberhinaus werden die kinematische Anpassung und die Monte Carlo Simulation als Rekonstruktionsmethoden im weiteren Sinn vorgestellt.

3.1 Die Rekonstruktion geladener Teilchen

Ein geladenes Teilchen durchquert die in einem homogenen Magnetfeld befindliche Jetdriftkammer auf einer helixförmigen Trajektorie, deren Krümmungsradius und Neigung durch den Impuls und die Ladung des Teilchen bestimmt werden. Die Rekonstruktion der Helix erfolgt auf der Grundlage der Treffersignale in der Jetdriftkammer. Zunächst werden aus den Signalamplituden der angesprochenen Drähte die Amplitudenintegrale A_+ und A_- und die Driftzeiten t_D extrahiert. Anschließend werden diese Informationen unter Zuhilfenahme von Kalibrationstabellen in Ortskoordinaten und den spezifischen Energieverlust dE/dx umgerechnet. Die Koordinatenpunkte werden von einem Mustererkennungsalgorithmus zu Spuren zusammengefaßt und in der r-ϕ-Ebene an eine Kreisgleichung angepaßt. Die Parameter der Kreisanpassung dienen schließlich als Startwerte einer dreidimensionalen Helixanpassung.

Kalibration

Die z-Koordinate eines Treffers in der JDC kann aus dem Verhältnis der an beiden Enden des Drahtes gemessenen Amplituden A_+ und A_- mit einer Auflösung zwischen 7 und 9 mm bestimmt werden. Die Drahtmitte z_0, die elektrische Drahtlänge z_L und die relative Verstärkung α zwischen den beiden Drahtenden gehen als Parameter in die Ortsbestimmung ein und sind für jeden der insgesamt 585 Drähte getrennt zu ermitteln.

$$z = z_0 + z_L \frac{A_+ - \alpha A_-}{A_+ + \alpha A_-}$$

Zur Kalibration dieser Parameter werden in jeder Strahlzeit Ereignisse mit vier geladenen Spuren bei abgeschaltetem Magnetfeld aufgezeichnet. Der Verlauf der Spuren wird in der r-z-Ebene durch Geraden beschrieben. Der Abstand der Treffer zu den Geraden wird durch Variation der Parameter z_0, z_L und α für jeden Draht minimiert.

Die Summe der Amplitudenintegrale eines Drahtes ist proportional zum differentiellen Energieverlust dE über die Länge dx der Driftzelle. Die Konstante C_E wird gemäß der Bethe-Bloch-Formel parametrisiert und mit Hilfe von minimal ionisierenden Pionen für jeden Draht kalibriert. Der differentielle Energieverlust dE/dx ermöglicht eine Unterscheidung geladener Pionen und Kaonen bis zu einem Impuls von etwa 500 MeV/c.

$$\frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dx}} = C_E(A_+ + \alpha A_-)$$

Die Ortskoordinaten eines Treffers in der r-ϕ-Ebene können mit Hilfe von Driftzeittabellen aus der gemessenen Driftzeit t_D bestimmt werden. Die Kalibration der r-ϕ-Rekonstruktion erfolgt durch eine lineare Interpolation zwischen Driftzeittabellen, die auf unterschiedlichen Driftgeschwindigkeiten beruhen. Als Kriterium für die Wahl geeigneter Interpolationsfaktoren dient die Breite der Impulsverteilung monoenergetischer Pionen und Kaonen der kollinearen Reaktionskanäle $\pi^+\pi^-$ und K^+K^-. Der Ort der Primärionisation innerhalb einer Driftzelle kann vermöge dieses Kalibrationsverfahrens auf bis zu $130\,\mu$m genau bestimmt werden. Die Abbildung 6 veranschaulicht die Güte der Kalibration anhand der rekonstruierten Massen bekannter Mesonen.

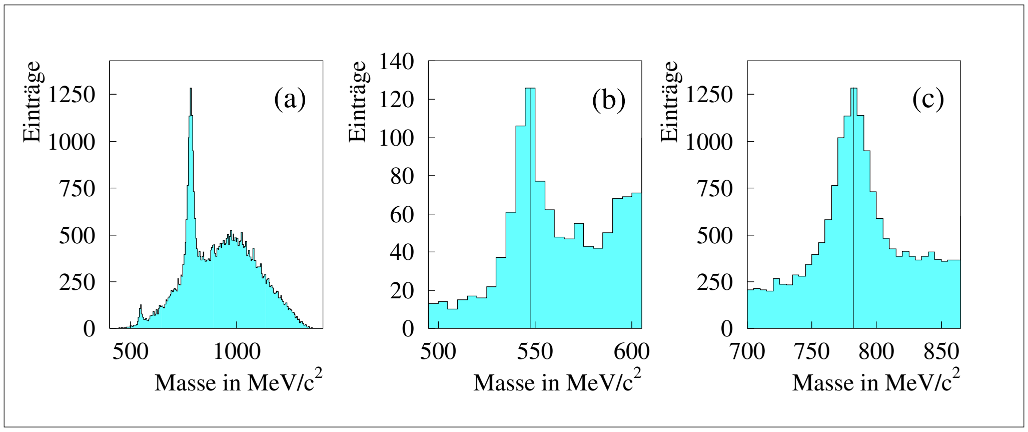


Abbildung 6: Das Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse vor der kinematischen Anpassung (a) mit Ausschnittsvergrößerungen (b) im Bereich der η-Masse und (c) im Bereich der ω-Masse. Die rekonstruierten Massen weichen von den durch vertikale Linien markierten Nominalmassen um weniger als 0.1 % ab.

Rekonstruktion

Nach erfolgreicher Konversion der Signalamplituden und Driftzeiten in Ortskoordinaten liegen nun für jeden angesprochenen Draht zwei Koordinatentripel vor, da die Seite des Teilchendurchgangs für Einzelpunkte innerhalb eines Sektors der Jetdriftkammer noch unbestimmt ist. Die Koordinatenpunkte werden zunächst von einem Mustererkennungsalgorithmus zu Spuren in der r-z-Ebene zusammengesetzt und anschließend in der r-ϕ-Ebene an eine Kreisgleichung angepaßt. Die Versetzung der Signaldrähte gegenüber der Mittelebene eines Driftsektors ermöglicht auf dieser Stufe der Rekonstruktion die Auflösung der Links-Rechts-Ambiguität einzelner Meßpunkte, da der mittlere Abstand der Meßpunkte zum Kreis für die wahre Spur deutlich kleiner als für die falsche Spur ist. Darüberhinaus stoßen sektorübergreifende Spuren nur im Fall der wahren Spur an den Sektorgrenzen zusammen.

Im nächsten Schritt werden die entlang eines Kreises in der r-ϕ-Ebene gruppierten Meßpunkte unter Berücksichtigung ihrer z-Koordinate an eine dreidimensionale Helix angepaßt. Ist β_i der Azimutalwinkel des Punktes (x_i, y_i, z_i), so wird die Helix folgendermaßen parametrisiert:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_0 \sin\psi + R(\cos\beta_i + s \sin\psi) \\ -r_0 \cos\psi + R(\sin\beta_i - s \cos\psi) \\ z_0 - Rs \tan\lambda(\beta_i - \psi - s\frac{\pi}{2}) \end{pmatrix}$$

Hierbei sind r_0 und z_0 die Koordinaten des Helixpunktes mit dem geringsten Abstand zum Ursprung, s das Vorzeichen der Teilchenladung, λ der Neigungswinkel der Helix in der r-z-Ebene, R der Radius der Helix in der r-ϕ-Ebene und ψ der Winkel zwischen der x-Achse und der Tangente an die r-ϕ-Projektion der Helix in dem Punkt, an dem die Helix dem Ursprung an nächsten kommt.

Im letzten Schritt der Spurrekonstruktion werden schließlich alle Spuren, die innerhalb der ersten vier Drahtlagen beginnen, an einen gemeinsamen Vertex angepaßt. Unter Berücksichtigung des anliegenden Magnetfeldes der Stärke B und der Ladung Q beträgt der Transversalimpuls des rekonstruierten Teilchens $p_{xy} = QBR$. Handelt es sich bei dem Teilchen um ein Pion, so ergibt sich sein Vierervektor aus den Helixparametern ψ und λ zu:

$$\begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{xy} \cos\psi \\ p_{xy} \sin\psi \\ p_{xy} \tan\lambda \\ \sqrt{p_{xy}^2 + p_{xy}^2 \tan^2\lambda + m_\pi^2} \end{pmatrix}$$

Die Meßfehler der Parameter p_{xy}, $\tan\lambda$ und ψ ergeben sich aus den Ortsungenauigkeiten der Einzeltreffer. Ein im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate ermitteltes χ^2 der Helixanpassung dient in der Vorselektion als Kriterium für die Güte der rekonstruierten Spur.

3.2 Die Rekonstruktion der Photonen

Ein in das Kalorimeter eindringendes Photon verursacht infolge eines Wechselspiels von Paarbildung und Bremsstrahlung die Ausbildung eines elektromagnetischen Schauers. Dieser breitet sich vom primär getroffenen Kristall in die benachbarten Kristalle aus und kann sich insgesamt auf bis zu 30 Kristalle ausdehnen. Die Rekonstruktion der Photonen basiert auf den digitalisierten Szintillationssignalen der einzelnen Kalorimeterkristalle.

Kalibration

Die Szintillationssignale der einzelnen Kristallmodule werden unter Zuhilfenahme von Kalibrationskonstanten in Energiewerte umgerechnet. Zur Ermittlung geeigneter Startwerte für die Kalibrationskonstanten werden zunächst Ereignisse mit vier geladenen Spuren bei abgeschaltetem Magnetfeld gemessen. Die hochenergetischen Teilchen durchqueren die Kristalle in voller Länge und deponieren in ihnen einen Energiebetrag von etwa 175 MeV. Die vorläufigen Werte der Kalibrationskonstanten werden dann aus dem Vergleich der in den Einzelkristallen nachgewiesenen Energien mit dem integrierten Energieverlust der minimal ionisierenden Teilchen gewonnen.

Die Bestimmung der endgültigen Kalibrationskonstanten beruht schließlich auf dem Abgleich rekonstruierter Photonenpaarmassen mit der bekannten Masse des π^0. Hierzu werden in einem rein neutralen Datensatz mit bis zu acht Photonen die invarianten Massen aller möglichen Photonenpaare berechnet und für jeden getroffenen Kristall in ein Massenspektrum eingetragen. In den Massenspektren ist ein deutliches Signal des π^0 zu erkennen, dessen Lage von der Wahl der Kalibrationskonstanten abhängig ist. Anschließend werden die Kalibrationskonstanten in einem iterativen Prozeß solange variiert, bis die Position des Signals die nominale Masse des π^0 exakt reproduziert. Die in der vorliegenden Analyse verwendeten Kalibrationskonstanten wurden in [36] bestimmt und berücksichtigen einen gegenüber der Detektormitte um etwa 0.65 cm verschobenen Annihilationsvertex. Die Abbildung 7 veranschaulicht die Qualität der Kalibration anhand der rekonstruierten Massen radiativ zerfallender Mesonen.

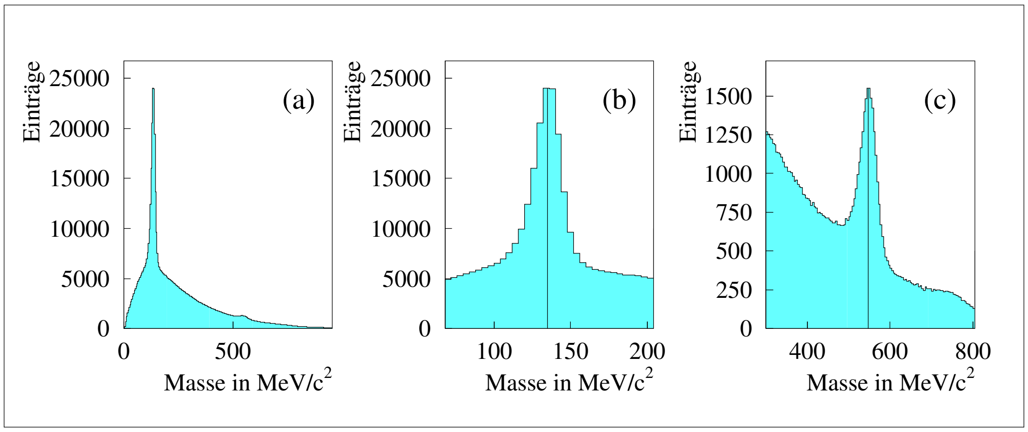


Abbildung 7: Das Spektrum der invarianten $\gamma\gamma$-Masse vor der kinematischen Anpassung (a) mit Ausschnittsvergrößerungen (b) im Bereich der π^0-Masse und (c) im Bereich der η-Masse. Die rekonstruierten Massen weichen von den durch vertikale Linien markierten Nominalmassen um weniger als 0.2 % ab.

Die im Kalorimeter rekonstruierte Energie kann aufgrund der statistischen Natur der Wechselwirkungsprozesse und der Unsicherheit bei der Bestimmung der Kalibrationskonstanten von der Energie des nachgewiesenen Photons abweichen. Die sich aus dieser Differenz ergebende Energieauflösung des Kalorimeters wurde in [23] anhand asymmetrischer η-Zerfälle in der Reaktion $\bar{p}p \to \pi^0\eta$ und monoenergetischer Photonen des Endzustandes $\pi^0\gamma$ untersucht. Demnach variiert die Energieauflösung näherungsweise mit der vierten Wurzel der Energie und beträgt

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{2.8\ \%}{\sqrt[4]{E[\,\mathrm{GeV}]}}$$

Die Ortsauflösung des Kalorimeters ergibt sich auf analoge Weise aus der Differenz zwischen den generierten und rekonstruierten Winkeln ϑ und φ. Die Winkelauflösung wurde in [39] im Rahmen einer Monte Carlo Simulation ermittelt und in Abhängigkeit der Energie, der Anzahl der PEDs pro Cluster und des Zentralkristalltyps parametrisiert. Die Winkelauflösung in ϑ und φ beträgt demnach typischerweise 20 mrad. Die Winkelauflösung in φ vermindert sich in den Randkristallen aufgrund der verringerten Segmentierung auf etwa 40 mrad.

Rekonstruktion

Für die Rekonstruktion der Photonen werden zunächst Kristalle mit einer Mindestenergie von 1 MeV innerhalb räumlich zusammenhängenden Gebieten zu sogenannten Clustern zusammengefaßt. Cluster mit einer Gesamtenergie unterhalb von 20 MeV werden verworfen, um die Auswirkungen kohärenten Rauschens und rückstreuender Hadronen zu unterdrücken. Im weiteren wird zur Auflösung räumlich überlappender Schauer jeder Cluster auf lokale Energiemaxima hin untersucht. Existieren innerhalb eines Clusters mehrere lokale Maxima, so wird jedes davon als Energieeintrag eines Teilchens (**P**article **E**nergy **D**eposit) betrachtet.

Wird innerhalb eines Clusters nur ein einziges Energiemaximum gefunden, so ergibt sich die Energie des zugeordneten PEDs direkt aus der Energiesumme des Clusters. Der Ort des Teilcheneintritts bestimmt sich aus dem Schwerpunkt der Energieverteilung innerhalb des Clusters. Bei überlappenden Schauern wird für jedes PED die Energie des Zentralkristalls (Ort des lokalen Energiemaximums) und dessen acht Nachbarkristalle aufsummiert und die Gesamtenergie des Clusters im Verhältnis dieser Energiesumme auf die verschiedenen PEDs aufgeteilt. Der Ort des Teilcheneintritts wird in diesem Fall mit der Position des Zentralkristalls gleichgesetzt, wodurch sich die Winkelauflösung für überlappende Schauer verringert.

Die rekonstruierte PED-Energie erfährt im weiteren noch eine energie- und ortsabhängige Korrektur zur Berücksichtigung von Leckverlusten in den Kristallen. Die dazu verwendeten Korrekturfunktionen wurden in [36] auf der Grundlage von Monte Carlo Simulationen bestimmt. Aus der korrigierten PED-Energie und den Richtungswinkeln ϑ und φ ergibt sich der Impuls des rekonstruierten PEDs zu:

$$\begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \sin\vartheta \cos\varphi \\ E \sin\vartheta \sin\varphi \\ E \cos\vartheta \end{pmatrix}$$

Die rekonstruierten Energiedepositionen sind nicht in jedem Fall auf Photonen zurückzuführen, da auch geladene Teilchen und elektromagnetische Schauerfluktuationen lokale Energiemaxima und Cluster im Kalorimeter hervorrufen können. Diese sogenannten hadronischen oder elektromagnetischen Splitoffs erschweren die Rekonstruktion der Kalorimeterdaten, da sie möglicherweise als eigenständige Photonen fehlinterpretiert werden. Zur Unterdrückung von Splitoffs werden daher alle PEDs verworfen, deren Zentralkristallenergie einen Wert von 13 MeV unterschreitet. Darüberhinaus wird in Clustern mit mehr als einem lokalen Maximum eine minimale PED-Energie von 20 MeV verlangt. Die verbleibenden PEDs werden im Rahmen der Vorselektion weiteren Kriterien unterworfen, die eine Identifikation der unerwünschten Splitoffs ermöglichen.

3.3 Die Monte Carlo Simulation

Das Studium experimenteller Daten ermöglicht — isoliert betrachtet — kein vollständiges Verständnis der betrachteten Reaktion. Insbesondere kann auf der Grundlage experimenteller Daten wenig über die Akzeptanz des Detektors und die Wirkung der angewandten Selektionskriterien ausgesagt werden, da die ursprüngliche Kinematik eines Ereignisses stets im

Verborgenen bleibt. Die Ermittlung dieser Effizienzen sowie auch einige Methoden zur Abschätzung eines in den Daten vorhandenen Untergrunds beruhen daher im allgemeinen auf Monte Carlo Simulationsrechnungen.

Die Aufgabe der Monte Carlo Simulation ist es, Ereignisse eines gewünschten Reaktionstyps mit variierender Kinematik zu erzeugen und die Wechselwirkung aller auftretenden Teilchen und ihrer Zerfallsprodukte mit den Detektorkomponenten wirklichkeitsgetreu nachzuahmen. Alle im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Simulationsrechnungen stützen sich auf das Programmpaket CBGEANT [14], das von der Crystal Barrel Kollaboration entwickelt wurde und auf dem allgemeinen Detektorsimulationsprogramm GEANT [15] des CERN aufbaut. Die photonischen Wechselwirkungen in CBGEANT umfassen die Prozesse Paarbildung, Compton-Streuung und Photoeffekt. Sie werden durch das Programmmodul EGS [44] modelliert. Das Modul FLUKA [1] simuliert die hadronischen Wechselwirkungen der geladenen Teilchen und umfaßt unter anderem die Prozesse Ionisation, Vielfachstreuung und Bremsstrahlung.

Die simulierten Detektorsignale werden gemäß ihrer Auflösung verschmiert und anschließend zusammen mit der ursprünglichen Kinematik auf einen Massenspeicher geschrieben. Da die simulierten und echten Daten im gleichen Datenformat abgelegt werden, können Monte Carlo Ereignisse mit den gleichen Rekonstruktions- und Analyseprogrammen bearbeitet werden.

3.4 Die kinematische Anpassung

Die kinematische Anpassung ist ein iteratives Verfahren zur Anpassung kinematischer Meßgrößen an physikalische Hypothesen. Die physikalischen Hypothesen beziehen sich dabei auf die Anzahl und Art der Teilchen im Endzustand sowie die Forderung nach bestimmten mesonischen Zwischenzuständen. Zwischen den Eingangs- und Ergebnisgrößen einer kinematischen Anpassung besteht ein eindeutiger Zusammenhang in der Form physikalischer Nebenbedingungen, die stets in Begleitung der physikalischen Hypothesen auftreten. Die physikalischen Nebenbedingungen (Constraints) ergeben sich aus der Forderung nach Energie und Impulserhaltung an allen Wechselwirkungspunkten (Vertices) eines Ereignisses. Werden beispielsweise bei einer Annihilationsreaktion die kinematischen Variablen aller auftretenden Teilchen gemessen und treten keine weiteren Zerfallsreaktionen auf, so werden an die Kinematik des Ereignisses vier Bedingungen der Form

$$
\begin{aligned}
E_0 - \sum_{i=1}^{n} E_i &= 0 \quad \text{(1 Bedingung)} \\
\vec{p}_0 - \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i &= 0 \quad \text{(3 Bedingungen)}
\end{aligned}
$$

gestellt, wobei die Summation über alle Teilchen im Endzustand ausgeführt wird und der Index 0 den Anfangszustand kennzeichnet. Mit anderen Worten — es wird die Energie und Impulserhaltung am Annihilationsvertex gefordert. Die Zahl der Nebenbedingungen kann im weiteren durch die Einbeziehung von Zerfallshypothesen über mesonische Zwischenzustände erweitert werden. Die kinematischen Variablen und der Zerfallsvertex des mesonischen Zwischenzustands werden aus den Impulsen der Zerfallsteilchen ermittelt. Damit verbleibt für jeden mesonischen Zwischenzustand bekannter Masse eine Nebenbedingung der Form

$$\left(\sum_{i=1}^{n} E_i\right)^2 = m_{\text{Meson}}^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i\right)^2 \qquad \text{mit} \quad c = 1$$

die anhand einer Überprüfung der Energieerhaltung einen Konsistenztest für die Anpassung ermöglicht. Die Summation läuft in diesem Fall über alle Zerfallsteilchen des resonanten Zwischenzustandes.

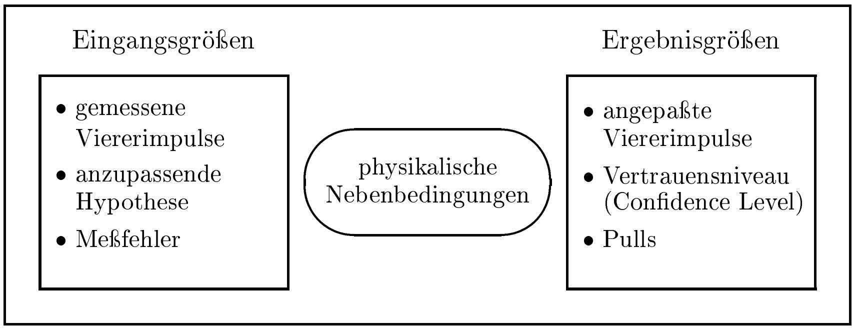


Abbildung 8: Die kinematische Anpassung.

Die mathematische Vorgehensweise

Die Messung der kinematischen Teilchenvariablen im Detektor ist prinzipiell mit Unsicherheiten behaftet. Folglich erfüllen die Meßgrößen die oben genannten Nebenbedingungen nicht oder nur annähernd. Die Aufgabe der kinematischen Anpassung ist es, mit Hilfe der physikalischen Nebenbedingungen zu einem Satz von Meßwerten einen Satz korrigierter Werte zu bestimmen, mit dem alle Nebenbedingungen exakt erfüllt werden. Im Prinzip wird dazu aus allen, in Anbetracht der physikalischen Nebenbedingungen kinematisch erlaubten Viererimpuls-Konfigurationen der in der Hypothese auftretenden Teilchen, diejenige Konfiguration ausgewählt, die im Sinne der „Methode der kleinsten Quadrate“ am nächsten an der gemessenen Viererimpuls-Konfiguration liegt.

Die Eingangsgrößen x_i^m der kinematischen Anpassung sollten möglichst voneinander unabhängig sein und normalverteilte Meßfehler σ_i^m aufweisen. Aus diesem Grund sind die gemessenen Viererimpulse als Eingangsgrößen für die kinematische Anpassung ungeeignet. Anstatt dessen werden zur Rekonstruktion von Photonen die Winkel ϑ und φ sowie die Wurzel der gemessenen Photonenergie verwendet. Die Kinematik geladener Teilchen geht in Form der Helixparameter p_{xy}, $\tan\lambda$ und ψ in das Anpassungsverfahren ein.

Die kinematische Anpassung bestimmt zu einem Satz von Meßwerten x_i^m mit normalverteilten experimentellen Unsicherheiten σ_i^m einen Satz normalverteilter Korrekturen δx_i, so daß unter den k Nebenbedingungen $C_\lambda(x_i^m + \delta x_i) = 0$ mit $\lambda = 1, \ldots, k$ die Größe

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i^m - x_i^a}{\sigma_i^m}\right)^2$$

ein Minimum annimmt. Die Werte der Meßgrößen nach der kinematischen Anpassung ergeben sich durch die Anwendung der ermittelten Korrekturgrößen zu $x_i^a = x_i^m + \delta x_i$. Da die Nebenbedingungen C_λ im allgemeinen keine linearen Funktionen der Variablen δx_i sind, erfolgt die kinematische Anpassung iterativ solange, bis ein stabiles χ^2 gefunden wird oder die Parameter ein divergentes Verhalten aufweisen. Die Minimierungsaufgabe wird dazu mittels der Methode der Lagrangeschen Multiplikatoren in ein lineares Gleichungssystem umgeschrieben, das als Basis eines iterativen Lösungsprozesses dient [40]. Im allgemeinen erfordert die kinematische Anpassung eine beträchtliche Anzahl an Matrixmanipulationen, die jedoch durch geschickte Formulierung des Problems erheblich reduziert werden kann. Das Programmpaket CBKFIT [30] bildet die Grundlage für alle in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Anpassungsrechnungen.

Die Qualität der kinematischen Anpassung

Unter der Annahme unabhängiger Meßgrößen mit normalverteilten Fehlern wird aus dem χ^2 das Vertrauensniveau (Confidence Level) der Anpassung berechnet. Das Vertrauensniveau ist die Wahrscheinlichkeit, mit der die zugrundeliegende Hypothese bezüglich der Kinematik des Ereignisses richtig ist. Diese Wahrscheinlichkeit läßt sich in Abhängigkeit von der Anzahl n_f der Freiheitsgrade gemäß der Formel

$$\mathrm{CL}(\chi^2) \quad = \quad \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{1}{2^{n_f/2}\Gamma(n_f/2)} z^{n_f/2-1} e^{-z/2}\, dz$$

berechnen. Die Verteilung des Vertrauensniveaus ist ein sensitives Instrument zur Überprüfung der Güte einer kinematischen Anpassung. Im Idealfall sollte die Verteilung des Vertrauensniveaus im Intervall von Null bis Eins flach sein. Gewöhnlich weist die Verteilung einen steilen Anstieg bei kleinen Wahrscheinlichkeiten auf, der auf eine Verunreinigung durch Untergrundereignisse schließen läßt. Eine weitgehende Abtrennung unerwünschten Untergrunds kann durch die Vorgabe von Schwellenwerten für das Vertrauensniveau erreicht werden. Fällt die Wahrscheinlichkeit zu hohen Werten hin ab, so ist dies ein Indiz für zu klein eingeschätzte Meßfehler. Umgekehrt ist ein Anstieg der Verteilung auf eine Überschätzung der Meßfehler zurückzuführen.

Ein weiteres Kriterium zur Beurteilung der Qualität einer kinematischen Anpassung sind die Verteilungen der Pulls. Der Pull einer Meßgröße ist definiert als die Differenz zwischen dem angepaßten und dem gemessenen Wert normiert auf den zugehörigen Meßfehler.

$$\mathrm{Pull} = \frac{x_i^a - x_i^m}{\sigma_i^m}$$

Bei korrekter Abschätzung der Meßfehler sind die Pulls gaußverteilt um Null mit einer Standardabweichung von Eins. Gewöhnlich ist dieser Gaußverteilung noch eine flache Untergrundverteilung überlagert, die bei der Beurteilung der Qualität einer kinematischen Anpassung berücksichtigt werden muß. Weicht der Mittelwert der Pull-Verteilung von Null ab, so deutet dies auf eine systematische Abweichung bei der Rekonstruktion der entsprechenden Meßgröße hin. Eine zu breite Verteilung tritt infolge einer Unterschätzung der Meßfehler auf, eine zu schmale Verteilung ist die Folge einer Überschätzung der Unsicherheiten. Damit die oben genannten, idealtypischen Verteilungen für das Vertrauensniveau und die Pulls erhalten werden, müssen die von den Rekonstruktionsprogrammen bestimmten Meßfehler gewöhnlich noch mit spezifischen Skalierungsfaktoren multipliziert werden.

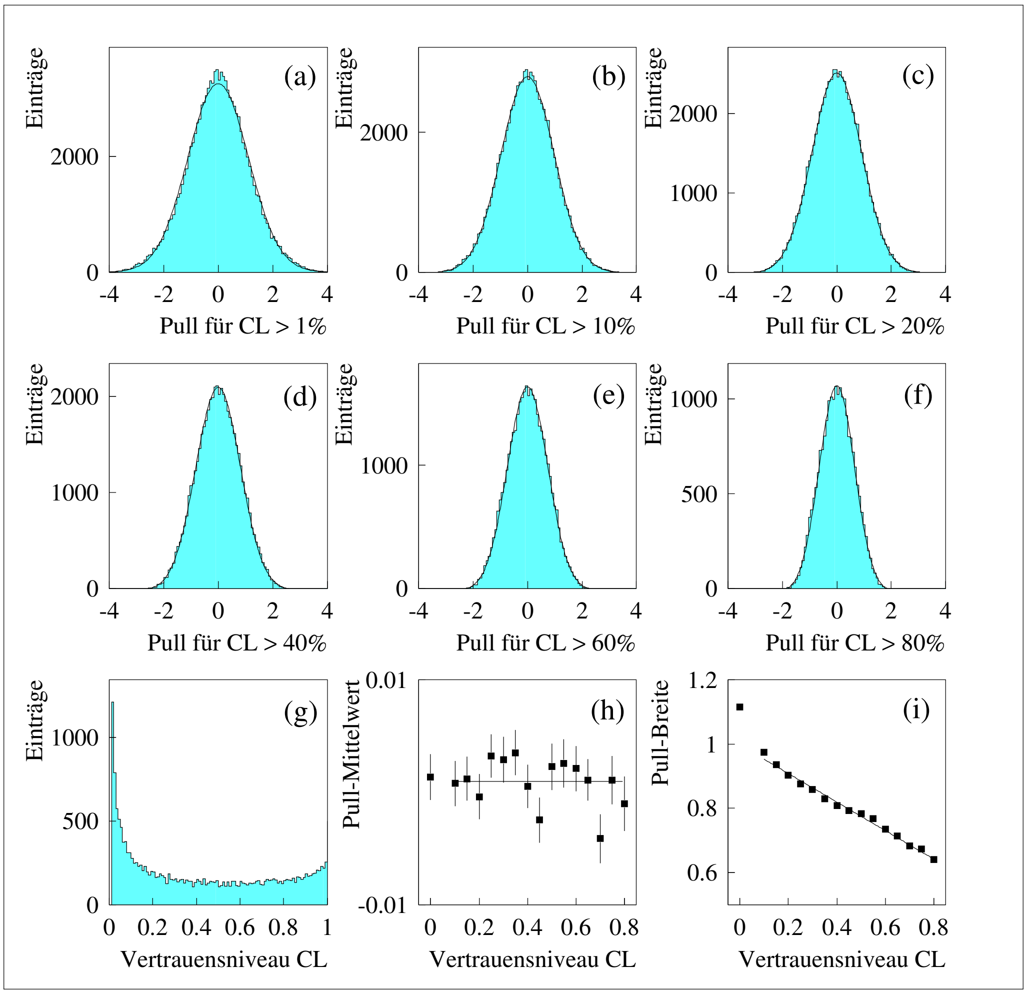


Abbildung 9: Die Skalierung der Meßfehler.
(a)–(f) Verteilung des φ-Pulls der Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ in Abhängigkeit vom Schwellenwert des Vertrauensniveaus. (g) Das Vertrauensniveau der Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$. (h)–(i) Lineare Extrapolation der Breite und des Mittelwertes.

Zur Ermittlung geeigneter Skalierungsfaktoren werden die Pull-Verteilungen zunächst für Ereignisse mit einem Vertrauensniveau oberhalb geeigneter Schwellenwerte zwischen 0.1 und 0.8 aufgetragen und ihre Breiten und Mittelwerte durch die Anpassung einer Gaußfunktion bestimmt (Abbildung 9a–9f). Anschließend werden aus den angepaßten Breiten und Mittelwerten vermöge einer linearen Extrapolation die Breiten und Mittelwerte der Pullverteilungen für ein Vertrauensniveau oberhalb der Schwelle Null ermittelt (Abbildung 9h–9i).

Datentyp	Quadratische Meßfehler						Meßgrößen	
	ψ	p_{xy}	$\tan\lambda$	φ	ϑ	$\sqrt{E}$	p_{xy}	$\tan\lambda$
Daten	0.5	1.3	2.9	1.1	4.3	1.5	1.013	1.070
Monte Carlo	0.5	0.5	2.7	0.7	2.9	1.5	1.009	0.985

Tabelle 1: Skalierungsfaktoren.

Die Skalierungsfaktoren der Meßfehler werden dann in einem iterativen Prozeß so lange verändert, bis die extrapolierte Gaußverteilung einer Normalverteilung gleicht. Die Zentrierung der Pull-Verteilungen erfordert darüberhinaus kleine systematische Korrekturen der Meßgrößen p_{xy} und $\tan\lambda$ (Tabelle 1). Der im Fall der Daten bemerkenswert hohe Skalierungsfaktor für die Größe $\tan\lambda$ ist darauf zurückzuführen, daß die „elektrische" Drahtlänge der Jetdriftkammer in den Rekonstruktionsprogrammen mit einem zu kleinen Wert implementiert ist [29].

4 Datenselektion

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Analyse der Proton-Antiproton-Vernichtung in den Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$. Der Nachweis der ihrerseits instabilen Mesonen erfolgt auf der Grundlage ihrer Zerfallsteilchen im Endzustand mit insgesamt zwei geladenen Pionen und sechs Photonen. Das ω-Meson wird dabei in seinem geladenen Zerfallsmodus $\pi^+\pi^-\pi^0$ betrachtet. Die neutralen Pionen und das η-Meson werden anhand ihres radiativen Zerfalls in zwei Photonen identifiziert.

4.1 Vorselektion

Das Ziel der Vorselektion ist die Reduktion der Datenmenge auf eine handliche und überschaubare Größe. Unphysikalische Ereignisse gehen nicht auf eine Annihilationsreaktion zurück, sondern enthalten lediglich Informationen über Detektorparameter (z.B. Temperaturen und Drücke) und werden aus diesem Grund bereits zu Beginn der Vorselektion verworfen. Aus der verbleibenden Menge physikalischer Ereignisse werden anschließend alle Ereignisse aussortiert, die nicht in den groben topologischen Rahmen passen, der durch die im folgenden beschriebenen Auswahlkriterien gegeben ist.

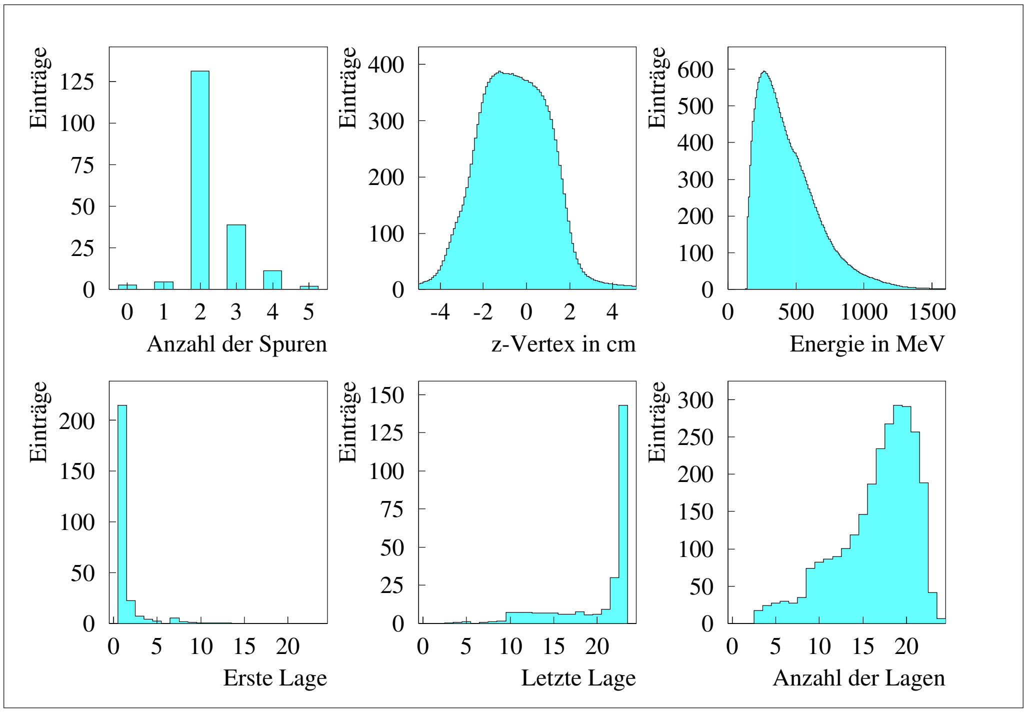


Abbildung 10: Charakteristische Größen der geladenen Spuren im Detektor.

Zwei goldene Spuren in der JDC Die Rekonstruktion des im geladenen Modus zerfallenden ω-Mesons erfordert den Nachweis von genau zwei geladenen Spuren mit der Ladungssumme Null. Angesichts der Forderung nach einer möglichst hohen Datenqualität ist es notwendig, bei der Analyse ausschließlich Ereignisse zu verwenden, deren geladene Teilchen als sogenannte „goldene Spuren“ nachgewiesen wurden. Damit eine geladene Spur dem Qualitätsstandard „goldene Spur“ genügt, muß sie spätestens in der dritten Lage beginnen, frühestens in der zehnten Lage enden, und mindestens neun Lagen getroffen haben. Darüberhinaus ist es erforderlich, daß goldene Spuren aus einem gemeinsamen Vertex kommen und das χ^2 der Spurrekonstruktion kleiner als 2.0 ist. Die Abbildung 10 veranschaulicht einige charakteristische Größen der rekonstruierten Spuren.

Sechs goldene PEDs im Kalorimeter Die Rekonstruktion der neutralen Reaktionsprodukte π^0 und η erfordert den Nachweis von insgesamt sechs Photonen. Analog zu der Definition von goldenen Spuren wird für Photonen der Qualitätsstandard „goldenes PED“ eingeführt. Ein goldenes PED ist eine Energiedeposition im Kalorimeter, die nicht mit einem elektromagnetischen oder hadronischen Splitoff in Verbindung gebracht werden kann. Zur Identifikation hadronischer Splitoffs werden die Spuren der geladenen Teilchen zunächst auf die Oberfläche der Kristalle extrapoliert und anschließend der relativ zum Annihilationsvertex definierte Öffnungswinkel zwischen dem Durchstoßpunkt der geladenen Spur und dem in der Kristallmatrix am nächsten gelegenen PED ermittelt. Ist der Kosinus des Öffnungswinkels größer als 0.98, so wird das PED als hadronisches Splitoff markiert.

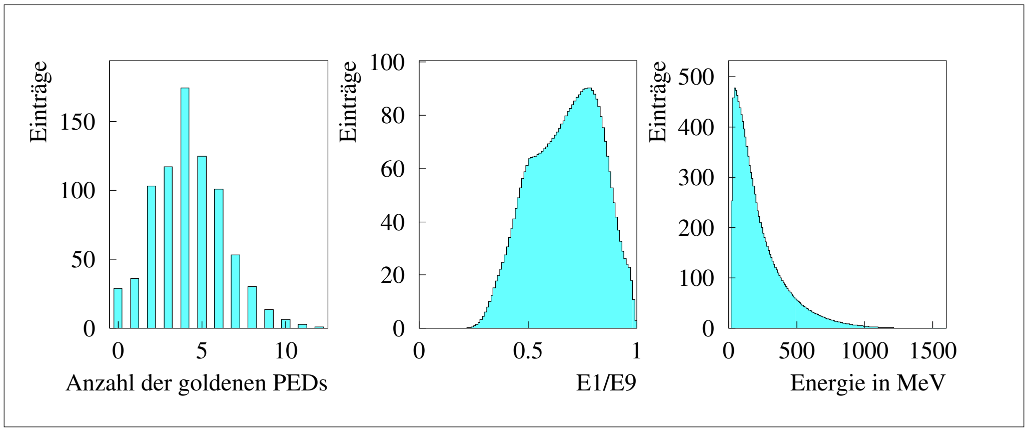


Abbildung 11: Einträge im Kalorimeter.

Die Identifikation elektromagnetischer Splitoffs erfolgt auf der Grundlage des neuronalen Netzwerkes BRAIN [22]. Das neuronale Netz untersucht die räumliche Energieverteilung in der Umgebung eines PEDs und ermittelt in Abhängigkeit von der vorgefundenen Schauergeometrie einen Ausgabewert zwischen Null und Eins. Ist der Ausgabewert kleiner als 0.2, so wird das PED als elektromagnetisches Splitoff markiert. Darüberhinaus werden alle PEDs verworfen, deren Verhältnis E1/E9 der Zentralkristallenergie zur Summe der Energie von Zentralkristall und seiner acht Nachbarkristalle größer als 0.96 ist.

Energie- und Impulserhaltung Eine weitere Reduktion der Daten kann durch die Forderung nach Erhaltung der Energie und des Impulses erreicht werden. Die Gesamtenergie eines Annihilationsereignisses unter Berücksichtigung eines Antiprotonimpulses von 900 MeV/c beträgt 2238.4 MeV/c^2. Weichen die gemessenen Werte der Gesamtenergie und des Gesamtimpulses von den erwarteten Werten ab, so ist dies auf Fehler bei der Teilchenrekonstruktion zurückzuführen. Im vorliegenden Fall werden alle Ereignisse verworfen, die sich außerhalb eines ellipsenförmigen Bereiches um die erwarteten Energie- und Impulswerte befinden. Die Abbildung 12 veranschaulicht die Lage der Ellipse in der Energie-Impuls-Ebene.

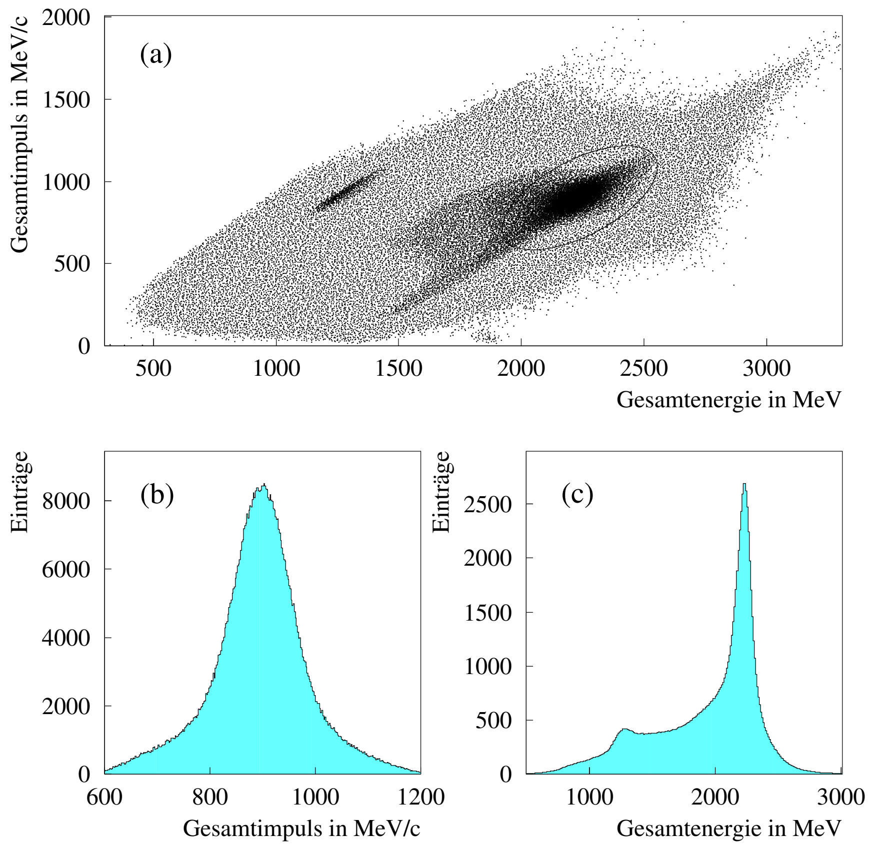


Abbildung 12: Energie und Impuls eines Ereignisses.
(a) Gesamtimpuls über Gesamtenergie. Die Ereignisse außerhalb der eingezeichneten Ellipse werden verworfen, da sie der Energie- und Impulserhaltung nicht genügen.
(b) Gesamtimpuls. Wird an die Impulsverteilung eine Gaußfunktion angepaßt, so liegt der Mittelwert bei 898.7 MeV/c.
(c) Gesamtenergie. Das Nebenmaximum bei einer Energie von etwa 1280 MeV könnte auf Ereignisse mit geladenen Kaonen oder einem inelastisch gestreuten Antiproton zurückzuführen sein.

Durch die Anwendung der beschriebenen Auswahlkriterien konnte das Datenvolumen erheblich reduziert und die Qualität der Daten deutlich verbessert werden. In Tabelle 2 sind alle in der Vorselektion benutzten Auswahlkriterien nochmals aufgeführt und der Anzahl der jeweils verbleibenden Ereignisse gegenübergestellt. Ein Vergleich mit den Ergebnissen der Vorselektion von Monte Carlo Ereignissen des Typs $\omega\pi^0\eta$ offenbart charakteristische Unterschiede hinsichtlich der Wirkung einzelner Selektionskriterien. Zunächst einmal bewirkt der Schnitt auf zwei goldene Spuren eine erheblich stärkere Reduktion der Monte Carlo Ereignisse, da bei der Aufzeichnung der echten Daten bereits Ereignisse mit zwei Spuren angereichert wurden. Wiederum enthalten die echten Daten in diesem Stadium der Selektion noch Ereignisse aus Reaktionskanälen, die mehr oder weniger als sechs Photonen im Endzustand aufweisen, und daher dem Schnitt auf sechs goldene PEDs verstärkt zum Opfer fallen. Darüberhinaus sind die echten Daten auch durch den Schnitt auf die Energie- und Impulserhaltung stärker betroffen, da hierdurch insbesondere Ereignisse mit Kaonen oder einem gestreuten Antiproton im Endzustand aussortiert werden, die in den Monte Carlo Daten nicht vorhanden sind.

Selektionsstufe	Datenereignisse	in %	Monte Carlo	in %
Rohdaten	19 341 056	101.1	399 219	100.0
Physikalische Ereignisse	19 129 792	100.0	399 211	100.0
2 goldene Spuren	7 940 332	41.5	130 343	32.7
6 goldene PEDs	1 300 425	6.8	47 903	12.0
Energie-Impuls-Erhaltung	729 919	3.8	43 859	11.0

Tabelle 2: Die Vorselektion in Zahlen.

Im nächsten Abschnitt werden die Energie- und Impulserhaltung sowie die Forderung nach bestimmten mesonischen Zwischenzuständen als Nebenbedingungen für eine kinematische Anpassung der Daten verwendet. Die Ergebnisse der kinematischen Anpassung erlauben anschließend die Selektion des gewünschten Reaktionskanals $\omega\pi^0\eta$ und eine weitgehende Abtrennung von Untergrundereignissen.

4.2 Kinematische Anpassung

In diesem Abschnitt werden die Kriterien vorgestellt, mit deren Hilfe der erwünschte Ereignistyp $\omega\pi^0\eta$ aus dem vorselektierten Datenvolumen extrahiert wird. Die Grundlage dieser Kriterien bilden die Ergebnisse einer kinematischen Anpassung an die Hypothesen

$$\bar{p}p \longrightarrow \left\{ \begin{array}{lll} \pi^+\pi^-6\gamma & \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0 & \omega\pi^0\pi^0 \\ \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0 2\gamma & \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta & \omega\pi^0\eta \end{array} \right\} \longrightarrow \pi^+\pi^-6\gamma$$

Hierbei werden die pseudoskalaren Mesonen in ihrem radiativen $\gamma\gamma$-Zerfallsmodus und das ω-Meson in seinem geladenen Zerfallsmodus $\pi^+\pi^-\pi^0$ betrachtet. Mit jeder der genannten Hypothesen ist ein Vertrauensniveau und ein Satz angepaßter kinematischer Variablen verbunden, die eine quantitative Erfassung des Reaktionskanals $\omega\pi^0\eta$ anhand der im folgenden aufgeführten Selektionskriterien erlauben.

In der Absicht die Datenqualität zu erhöhen werden zunächst alle Ereignisse verworfen, die der Phasenraum-Hypothese $\pi^+\pi^-6\gamma$, d.h. der Energie- und Impulserhaltung nicht mit einem Vertrauensniveau von mindestens 1 % genügen. Zur Anreicherung von Ereignissen des Endzustandtyps $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ werden im weiteren nur Ereignisse akzeptiert, die die Hypothesen $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0 2\gamma$ und $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ mit einem Vertrauensniveau von mindestens 10 % erfüllen.

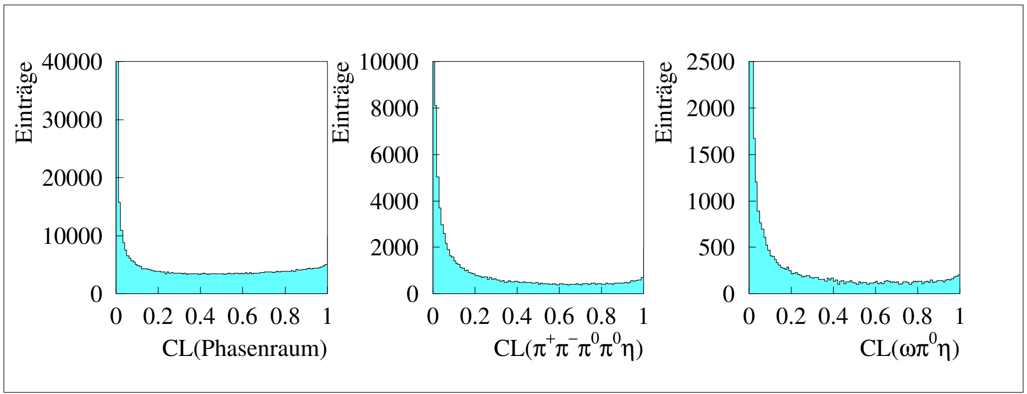


Abbildung 13: Die Verteilung des Vertrauensniveaus für die Hypothesen $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0 2\gamma$, $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ und $\omega\pi^0\eta$.

Zur Unterdrückung unerwünschten Untergrunds aus dem Kanal $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ werden anschließend alle Ereignisse verworfen, bei denen die invariante Masse des unkombinierten Photonenpaars nach der kinematischen Anpassung an die Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0 2\gamma$ in einem Fenster der Breite $35\,\mathrm{MeV}/c^2$ um die π^0-Masse liegt.

$$|m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0}| \leq 35\,\mathrm{MeV}/c^2$$

Darüberhinaus werden alle Ereignisse aussortiert, deren Vertrauensniveau für die Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ unterhalb dem dreifachen Wert des Vertrauensniveaus für die Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$

liegt. Die Abbildung 14a veranschaulicht die Wirkung des Massenkriteriums im Spektrum der invarianten $\gamma\gamma$-Masse. Die Zerfallskanäle $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ und $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ werden im Massenspektrum durch deutliche Signale repräsentiert. Das π^0-Signal ist gegenüber dem η-Signal infolge der vorangegangenen Selektionskriterien unterdrückt.

Die Rekonstruktion des ω-Mesons erfolgt auf der Grundlage seiner Zerfallsteilchen π^+,π^- und π^0. Hierzu werden aus den Energien und Impulsen der in der Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ auftretenden Teilchen die invarianten Massen der beiden möglichen $\pi^+\pi^-\pi^0$-Subsysteme berechnet. Es werden alle Ereignisse akzeptiert, deren invariante Masse in mindestens einem der beiden kombinatorischen Fälle in einem Fenster der Breite 26 MeV/c^2 um die ω-Masse liegt.

$$|m_{\pi^+\pi^-\pi^0} - m_\omega| \leq 26\,\mathrm{MeV}/c^2$$

Die Wahl der geringen Breite des Massenfensters erfolgte einerseits in der Absicht, ein möglichst günstiges Verhältnis zwischen Signal und Untergrund unterhalb des ω-Signals zu gewährleisten. Andererseits werden zu einem späteren Zeitpunkt im Rahmen einer Untergrundstudie auf beiden Seiten des zentralen Massenfensters Bereiche definiert, deren Massenschwerpunkte idealerweise nicht zu weit von der Nominalmasse des ω-Mesons entfernt liegen sollten. Die Abbildung 14c veranschaulicht die Lage des Massenfensters im Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse.

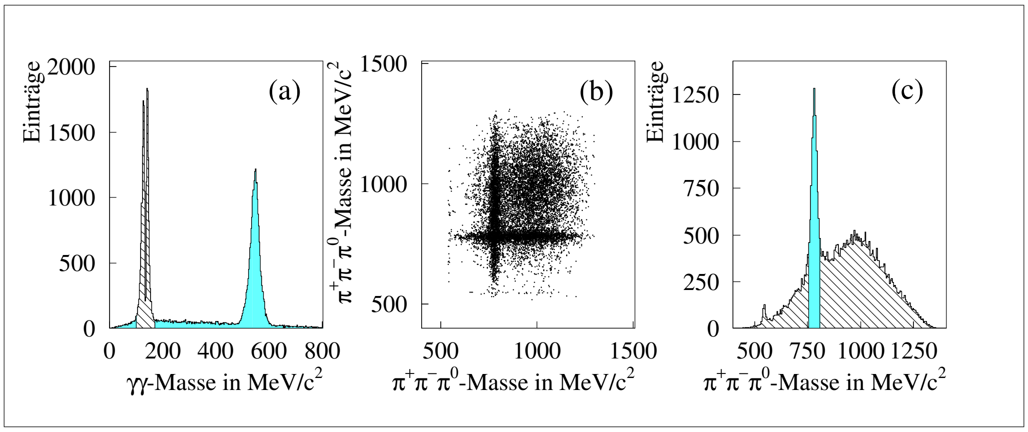


Abbildung 14: Massenspektren. (a) Invariante Masse des unkombinierten Photonenpaars nach der kinematischen Anpassung an die Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0 2\gamma$. (b) Zweidimensionales Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse nach der kinematischen Anpassung an die Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$. (c) Invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse nach der kinematischen Anpassung an die Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ (2 Einträge pro Ereignis). Ereignisse in den schraffierten Bereichen wurden aussortiert.

Im Anschluß an den Schnitt auf die invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse wird von den Ereignissen innerhalb des ω-Massenfensters gefordert, daß sie der Hypothese $\omega\pi^0\eta$ mit einem Vertrauensniveau von mindestens 10 % genügen. Zur Unterdrückung unerwünschten Untergrunds aus dem Kanal $\omega\pi^0\pi^0$ werden schließlich alle Ereignisse verworfen, deren Vertrauensniveau für die Hypothese $\omega\pi^0\eta$ unterhalb dem dreifachen Wert des Vertrauensniveaus für die Hypothese $\omega\pi^0\pi^0$ liegt.

Selektionsstufe	Datenereignisse	in %	Monte Carlo	in %
Nach Vorselektion	729 919	100.0	43 859	100.0
CL(Phasenraum) ≥ 1 %	414 108	56.7	32 665	74.5
CL($\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0 2\gamma$) ≥ 10 %	326 199	44.7	25 308	57.7
CL($\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$) ≥ 10 %	46 676	6.4	22 841	52.1
$m(\gamma\gamma) \not\approx m(\pi^0)$	28 841	4.0	22 570	51.5
CL($4\pi\eta$) ≥ 3 CL(5π)	23 695	3.2	22 389	51.0
$m(\pi^+\pi^-\pi^0) \approx m(\omega)$	8 169	1.1	19 194	43.8
CL($\omega\pi^0\eta$) ≥ 10 %	7 963	1.1	18 402	42.0
CL($\omega\pi^0\eta$) ≥ 3 CL($\omega\pi^0\pi^0$)	7 948	1.1	18 401	42.0

Tabelle 3: Die Selektion des Ereignistyps $\omega\pi^0\eta$.

In der Tabelle 3 sind alle im Anschluß an die Vorselektion angewandten Selektionskriterien aufgeführt und der Anzahl der jeweils verbleibenden Ereignisse gegenübergestellt. Insgesamt konnten 7948 Datenereignisse des Typs $\omega\pi^0\eta$ sowie 18401 Monte Carlo Ereignisse aus dem vorselektierten Datenvolumen extrahiert werden. Erwartungsgemäß bewirkten die angewandten Selektionskriterien bei den Monte Carlo Ereignissen eine deutlich geringere Datenreduktion. Die dynamische Struktur der selektierten Datenereignisse wird im nächsten Abschnitt vorgestellt und qualitativ diskutiert.

4.3 Der Datensatz $\omega\pi^0\eta$

Die dynamische Struktur des Reaktionskanals $\omega\pi^0\eta$ wird in erster Linie durch die Anzahl und Art der beitragenden $\bar{p}p$-Anfangszustände sowie das Auftreten resonanter Zwischenzustände bestimmt. Resonante Zwischenzustände sind das Ergebnis einer Wechselwirkung zwischen jeweils zwei der drei beteiligten Mesonen. Ein in besonderer Weise geeignetes Instrument zur Visualisierung mesonischer Resonanzen in einem Drei-Körperzerfall ist der Dalitzplot. Der Dalitzplot ist eine zweidimensionale Darstellung, bei der die invarianten Massenquadrate zweier Mesonenpaare gegeneinander aufgetragen werden. Bei der Annihilation im Fluge wird der Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$ unter Berücksichtigung aller Invarianten (Viererimpuls, Massen der Zerfallsteilchen und Rotationsinvarianz um den Azimutalwinkel Φ) sowie des ω-Zerfalls durch sechs Freiheitsgrade charakterisiert. Folglich ist der Dalitzplot im vorliegenden Fall eine zweidimensionale Projektion eines sechsdimensionalen Parameterraumes.

Die Zahl der Einträge pro Flächenelement im Dalitzplot ist direkt proportional zur Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer bestimmten Ereignistopologie. Für phasenraumverteilte Ereignisse ohne resonante Zwischenzustände ist innerhalb der kinematischen Grenzen eine gleichverteilte Flächenbelegung (Population) zu erwarten. Abweichungen von einer homogenen Punktdichte im Dalitzplot deuten auf dynamische Effekte hin. Werden die invarianten Massenquadrate der Teilchensysteme (1,2) und (1,3) gegeneinander aufgetragen, so erzeugt eine Resonanz der Masse m im Teilchensystem (1,2) ein zur Achse m_{12}^2 orthogonales Band an der Position $m_{12}^2 = m^2$. Entsprechendes gilt für eine Resonanz im Teilchensystem (1,3). Dahingegen zeichnet sich eine Resonanz im System (2,3) als diagonales Band senkrecht zur ersten Winkelhalbierenden ab. Das invariante Massenquadrat eines Teilchensystems variiert linear mit dem Kosinus des Zerfallswinkels, der im Ruhesystem der Resonanz relativ zu ihrer Bewegungsrichtung im Laborsystem definiert ist (Abbildung 29 auf Seite 51). Somit läßt sich aus der Dichteverteilung entlang eines Bandes im Dalitzplot die Winkelverteilung der zugehörigen Resonanz ablesen. Die Werte der invarianten Massenquadrate werden minimal oder maximal, wenn sich die drei Mesonen an der Grenze der physikalisch erlaubten Region kollinear zueinander bewegen.

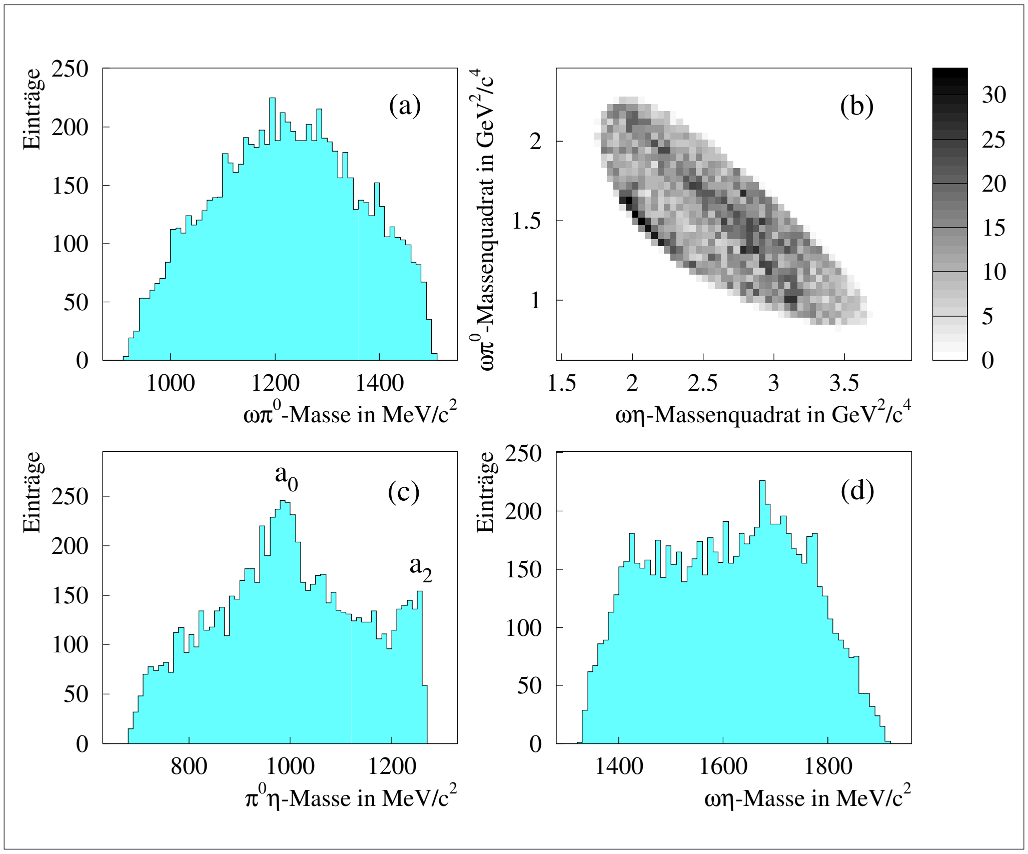


Abbildung 15: Dalitzplot und Massenspektren für den Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$. (a) Im Spektrum der invarianten $\omega\pi^0$-Masse gibt es keinen Hinweis auf die Existenz der Resonanz $b_1(1235)$. (b) Dalitzplot in einer linearen Graustufenskalierung. (c) Die Resonanzen $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ treten als deutliche Signale im Spektrum der invarianten $\pi^0\eta$-Masse hervor. (d) Im Spektrum der invarianten $\omega\eta$-Masse deutet die breite Anhäufung bei einer Masse von etwa 1700 MeV/c^2 auf die Existenz einer $\omega\eta$-Resonanz hin.

Der Dalitzplot und die Massenspektren des Reaktionskanals $\omega\pi^0\eta$ sind in der Abbildung 15 aufgetragen. Der zentrale Bereich des Dalitzplots wird durch ein diagonales Band dominiert, das auf die skalare Resonanz $a_0(980)$ zurückzuführen ist, welche in ihrem Zerfallsmodus $\pi^0\eta$ auftritt. Eine weitere Diagonalstruktur am linken unteren Rand des Dalitzplots wird durch den niederenergetischen Ausläufer der Resonanz $a_2(1320)$ hervorgerufen, deren Nominalmasse bereits außerhalb des physikalisch erlaubten Massenbereichs liegt. Sowohl das $a_0(980)$ als auch das $a_2(1320)$ treten als deutliche Signale im Spektrum der invarianten $\pi^0\eta$-Masse hervor.

Im Spektrum der invarianten $\omega\pi^0$-Masse gibt es keine Hinweise auf resonante Zwischenzustände. Insbesondere können keine Anzeichen für das Auftreten des Axialvektors $b_1(1235)$ beobachtet werden. Dieser Umstand ist insofern bemerkenswert, als der Dalitzplot des Reaktionskanals $\omega\pi^0\pi^0$ bei der Annihilation in Ruhe durch die Produktion des $b_1(1235)$ dominiert wird [5]. Allerdings ist die Dominanz der Resonanzen $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ sowie die schwache Präsenz des $b_1(1235)$ konsistent mit den Ergebnissen einer Analyse des Reaktionskanals $\omega\pi^0\eta$ bei der Proton-Antiproton-Annihilation in Ruhe. Die im Rahmen der Crystal Barrel Kollaboration durchgeführte Studie ergab, daß der Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$ bei der Annihilation in Ruhe durch die Produktion des $a_0(980)$ dominiert wird [7]. Das $b_1(1235)$ führt infolge einer destruktiven Interferenz mit dem $a_0(980)$ zu einer asymmetrischen Population des a_0-Bandes, gibt sich jedoch im Spektrum der invarianten $\omega\pi^0$-Masse nicht zu erkennen.

Im Dalitzplot ist zusätzlich zu den Diagonalbändern der Mesonen $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ eine schwache vertikale Struktur bei einem Massenquadrat von etwa $3\,\mathrm{GeV}^2/c^4$ zu beobachten, die sich im Spektrum der invarianten $\omega\eta$-Masse als breite Anhäufung bei einer Masse von $1700\,\mathrm{MeV}/c^2$ offenbart. Diese Struktur deutet auf die Präsenz einer schweren Resonanz im $\omega\eta$-Subsystem hin. Die Existenz korrespondierender Signale in anderen Experimenten wurde bereits im Rahmen der Einleitung der vorliegenden Arbeit ausführlich diskutiert.

Die Resonanzen $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ sowie die Struktur im $\omega\eta$-Subsystem stellen für die Beschreibung des Reaktionskanals $\omega\pi^0\eta$ eine beobachtbare Minimalhypothese dar. Präzisere Aussagen über die Existenz und Stärke der zum Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$ beitragenden Resonanzen werden jedoch erst im Rahmen einer Partialwellenanalyse möglich.

4.4 Akzeptanz

Die Akzeptanz der Datenrekonstruktion ist die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ereignis des gewünschten Typs im Rahmen der Ereignisrekonstruktion korrekt identifiziert wird. Als Maß für die Gesamtakzeptanz von Meßapparatur und Analysekette dient die Nachweiswahrscheinlichkeit ε, die im Fall von Monte Carlo Daten als Quotient aus der Zahl identifizierter Ereignisse und der Zahl generierter Ereignisse definiert ist.

Zur Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit für den Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$ wurden 399 211 Monte Carlo Ereignisse des Typs $\omega\pi^0\eta$ generiert und durch die in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellte Selektionskette geschickt. Nach Anwendung aller Selektionskriterien verblieben 18 401 Ereignisse. Die globale Nachweiswahrscheinlichkeit beträgt $\varepsilon = (4.6 \pm 0.3)$ %. Der angegebene Fehler berücksichtigt einen statistischen Fehler in Höhe von $\sqrt{N}$ und einen systematischen Fehler in Höhe von etwa 5 % [41].

Im Idealfall ist die Akzeptanz eines Reaktionskanals von der kinematischen Konstellation der Teilchen im Endzustand unabhängig und damit über den gesamten Phasenraum konstant. Liegen diese idealen Verhältnisse jedoch nicht vor, so kann es im schlimmsten Fall zu einer Verwechslung von rekonstruktionsbedingten Akzeptanzschwankungen mit resonanzbedingten Strukturen kommen. Im vorliegenden Fall ist die geschilderte Verwechslungsgefahr jedoch nicht gegeben, da die Nachweiswahrscheinlichkeit weitgehend unabhängig von der Masse resonanter Zwischenzustände ist. Die Abbildung 16 veranschaulicht die Akzeptanzverteilung des Reaktionskanals $\omega\pi^0\eta$ in Abhängigkeit von der Masse potentieller Resonanzzustände.

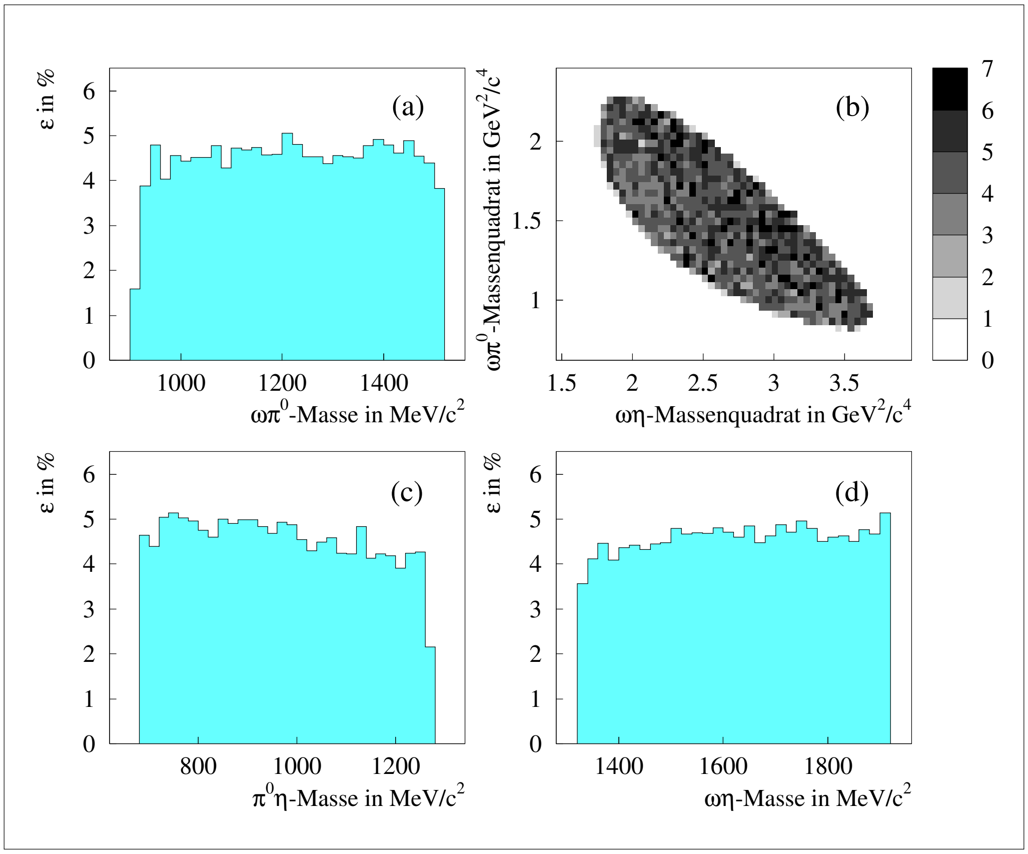


Abbildung 16: Akzeptanzverteilung für den Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$. (a) Akzeptanz in Abhängigkeit von der $\omega\pi^0$-Masse. (b) Zweidimensionale Akzeptanzverteilung in einer linearen Graustufenskalierung. (c) Akzeptanz in Abhängigkeit von der $\pi^0\eta$-Masse. (d) Akzeptanz in Abhängigkeit von der $\omega\eta$-Masse.

5 Untergrundstudien

Das selektierte Datenvolumen enthält außer den erwünschten Ereignissen des Typs $\omega\pi^0\eta$ noch Untergrundereignisse aus unerwünschten Reaktionskanälen, die durch die angewandten Selektionskriterien nicht vollständig entfernt werden konnten. Die in diesem Kapitel vorgestellten Studien umfassen eine quantitative und qualitative Abschätzung des in den Daten vorhandenen Untergrundanteils. Darüberhinaus wird ein Verfahren zur Identifikation von Untergrundereignissen auf der Basis eines neuronalen Netzwerkes vorgestellt. Im Anschluß daran folgt eine Beschreibung der Sidebin-Methode, deren Anwendung eine effektive Berücksichtigung von Untergrundereignissen im Rahmen der Partialwellenanalyse ermöglicht. Das Kapitel schließt mit der Bestimmung des Wirkungsquerschnittes der Reaktion $\bar{p}p \to \omega\pi^0\eta$.

5.1 Der Untergrundanteil in den Daten

Eine Möglichkeit zur quantitativen Abschätzung des Anteils der in den Daten vorhandenen Untergrundereignisse eröffnet sich über den ω-Zerfall, der durch den Spin und die Parität des ω-Mesons bestimmt wird. Zur Visualisierung der Zerfallscharakteristik eignet sich der ω-Zerfallsdalitzplot, der in Abbildung 17a in einer symmetrischen Dreiecksdarstellung nach [51] aufgetragen wurde. Das System der drei Pionen bevölkert einen Bereich, der innerhalb eines gleichseitigen Dreieckes liegt, dessen Höhe $Q = T_1 + T_2 + T_3$ durch die Summe der kinetischen Energien T_i der Pionen im Ruhesystem des ω-Mesons gegeben ist. Die Darstellung in einem kartesischen Koordinatensystem erfolgt unter Verwendung der Variablen :

$$x = \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{3}Q} \qquad y = \frac{T_3}{Q} - \frac{1}{3}$$

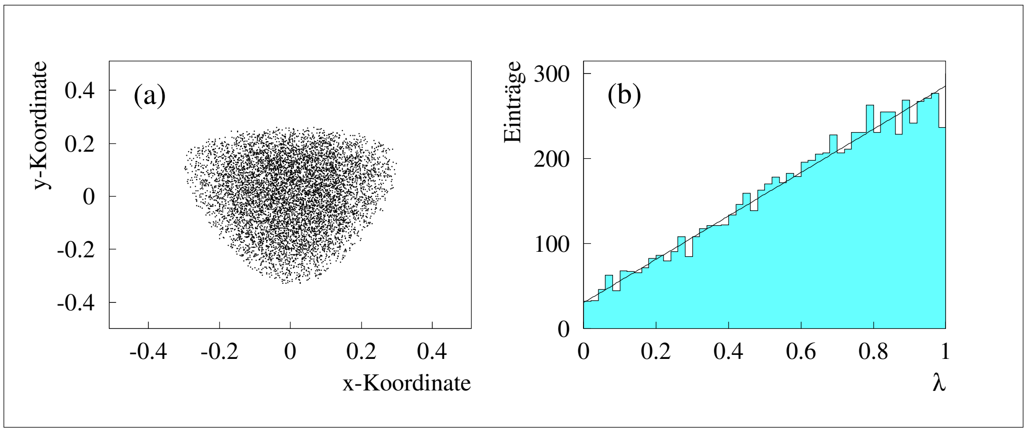


Abbildung 17: ω-Zerfallsdalitzplot und λ-Spektrum. (a) Die Ereignisdichte ist im Zentrum des Dalitzplots maximal und verschwindet am Rand. (b) Das λ-Spektrum wird durch ein Polynom erster Ordnung beschrieben, dessen konstanter Term auf Untergrundereignisse zurückzuführen ist.

Die Ereignisdichte im ω-Zerfallsdalitzplot wird durch das Betragsquadrat des Übergangsmatrixelements bestimmt. Das einfachste Matrixelement für die Kopplung von drei Pionen zu einem Vektorteilchen ist proportional zur Größe λ, die durch das Vektorprodukt der Pionzerfallsimpulse gegeben ist [52]. Folglich liegen im ω-Zerfallsdalitzplot alle Pionkonfigurationen mit identischem λ-Wert auf Kurven mit der gleichen Zerfallswahrscheinlichkeit, wobei der zentrale Bereich durch große λ-Werte und die Peripherie durch kleine λ-Werte gekennzeichnet ist.

$$\lambda = \frac{|\vec{p}_+ \times \vec{p}_-|^2}{\lambda_{\max}} \qquad \text{mit} \qquad \lambda_{\max} = Q^2 \left(\frac{Q^2}{108} + \frac{mQ}{9} + \frac{m^2}{3} \right)$$

Definitionsgemäß steigt das Spektrum der Größe λ für Pionen aus dem ω-Zerfall linear an, wohingegen Ereignisse aus dem Untergrund eine gleichmäßige λ-Verteilung aufweisen. Dieser charakteristische Unterschied ermöglicht eine Abschätzung des Untergrundanteils in den Daten. Hierzu wird ein Polynom erster Ordnung an das λ-Spektrum angepaßt und die Anzahl der Ereignisse im konstanten Sockel der Verteilung ermittelt. Im vorliegenden Fall befinden sich 1534 der insgesamt 7948 Datenereignisse im konstanten Sockel. Der Untergrundanteil in den Daten beträgt (19.3 ± 1.5) %. Die angegebene Fehlertoleranz ergibt sich aus den Unsicherheiten der Parameter des angepaßten Polynoms.

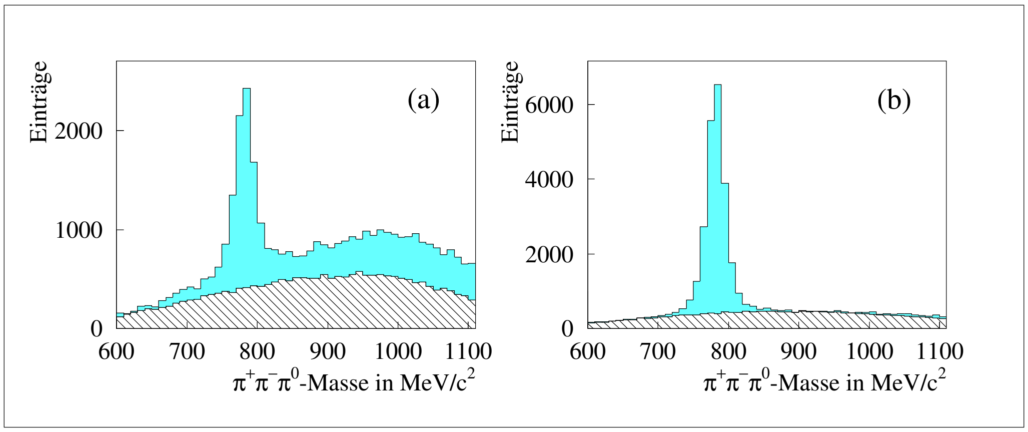


Abbildung 18: Das Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse für (a) Daten und (b) Monte Carlos mit jeweils zwei Einträgen pro Ereignis. Den Verteilungen in beiden Teilbildern ist das entsprechende Spektrum der invarianten $\pi^\pm\pi^0\pi^0$-Masse mit jeweils einem Eintrag pro Ereignis unterlegt. Differenzen außerhalb des ω-Signals sind dem Untergrund zuzurechnen. Die rekonstruierten ω-Massen in Höhe von 781.6 MeV/c^2 (Daten) und 782.1 MeV/c^2 (Monte Carlo) stimmen mit der ω-Nominalmasse gut überein. Die experimentelle Auflösung beträgt 10.6 MeV/c^2 für Daten und 9.8 MeV/c^2 für Monte Carlos.

Eine weitere Möglichkeit zur quantitativen Abschätzung des Untergrundanteils erschließt sich durch einen Vergleich zwischen Daten und Monte Carlo Ereignissen. Hierzu wird aus den Spektren der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse vor Anwendung der ω-spezifischen Selektionskriterien die jeweilige Anzahl von ω-Mesonen durch die Anpassung eines Voigt-Profils an das ω-Signal ermittelt. Das Voigt-Profil berücksichtigt die natürliche Breite des ω-Mesons und ist die Faltung einer Breit-Wigner-Kurve mit einer gaußförmigen experimentellen Auflösung. Verhalten sich Daten und Monte Carlo Ereignisse des Typs $\omega\pi^0\eta$ bezüglich der ω-spezifischen Selektionskriterien gleich, so ergibt sich die in den Daten erwartete Anzahl an $\omega\pi^0\eta$-Ereignissen aus der nach allen Selektionsschritten in den Monte Carlo Daten verbliebenen Ereigniszahl gemäß der Formel:

$$N_{\text{erwartet}}^{\text{Daten}} = \frac{N_{\text{selektiert}}^{\text{MC}} \cdot N_{\text{Voigt}}^{\text{Daten}}}{N_{\text{Voigt}}^{\text{MC}}}$$

Die Differenz zwischen der Anzahl der erwarteten Ereignisse und der Anzahl der nach allen Selektionsschritten tatsächlich in den Daten verbliebenen Ereignisse ist dem Untergrund zuzuordnen. Im vorliegenden Fall werden (5777 ± 53) Ereignisse des Typs $\omega\pi^0\eta$ erwartet, indessen haben 7948 Datenereignisse die Selektion überlebt. Der Untergrundanteil in den Daten beträgt (27.3 ± 0.7) %. Die angegebene Fehlertoleranz ergibt sich aus der Standardabweichung der Ereigniszahlen unter dem Voigt-Profil bei Variation der Breite des angepaßten Massenfensters.

Es liegen damit zwei Abschätzungen für den Anteil der in den Daten verbliebenen Untergrundereignisse vor, deren Zahlenwerte nicht miteinander verträglich sind. Es wird als sinnvoll erachtet, den Untergrundanteil in den Daten durch das arithmetische Mittel der beiden Werte abzuschätzen. Die Standardabweichung vom Mittelwert kann infolgedessen als systematischer Fehler bei der Bestimmung des Untergrundanteils interpretiert werden. Der gemittelte Untergrundanteil in den Daten beträgt (23.3 ± 4.0) %.

5.2 Der Ursprung der Untergrundbeiträge

Die Ergebnisse des vorangegangenen Abschnittes vermitteln ein Bild des selektierten Datenvolumens, das etwa jedes vierte Ereignis dem Untergrund zuordnet. Angesichts dieser Verhältnisse wird erwartet, daß in den Daten Spuren vorhanden sind, die auf die Existenz und die Quelle der Untergrundereignisse hinweisen. In der Tat können in den Massenspektren der Daten vor Anwendung der ω-spezifischen Selektionskriterien mehr oder weniger deutliche Signale der mesonischen Zwischenzustände ρ, η', $a_0(980)$, $f_1(1285)$ und $\eta(1440)$ beobachtet werden, die in Verbindung mit weiteren Mesonen als Untergrund des Reaktionskanals $\omega\pi^0\eta$ im Endzustand $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ in Frage kommen.

Eine ungefähre Bestimmung der Anteile einzelner Untergrundkanäle am selektierten Datenvolumen kann auf der Grundlage einer Monte Carlo Simulation durchgeführt werden. Zu diesem Zweck werden Monte Carlo Ereignisse geeigneter Reaktionskanäle erzeugt und deren kumulierte Massenspektren unter Variation ihrer Anteile an die Massenspektren der Mesonenkombinationen $\pi^+\pi^-\pi^0$, $\pi^0\pi^0\eta$, $\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$, $\pi^\pm\eta$, $\pi^\pm\pi^0$ und $\pi^0\eta$ der gemessenen Ereignisse angepaßt. Die Anpassung eines Massenspektrums durch die gewichtete Summe von Monte Carlo Spektren wird in Abbildung 19 am Beispiel der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse veranschaulicht. Darüberhinaus verdeutlichen die in Abbildung 19 dargestellten Spektren, daß die generierten Monte Carlo Ereignisse nach der Optimierung ihrer Anteile die wesentlichen Strukturen der Datenereignisse reproduzieren.

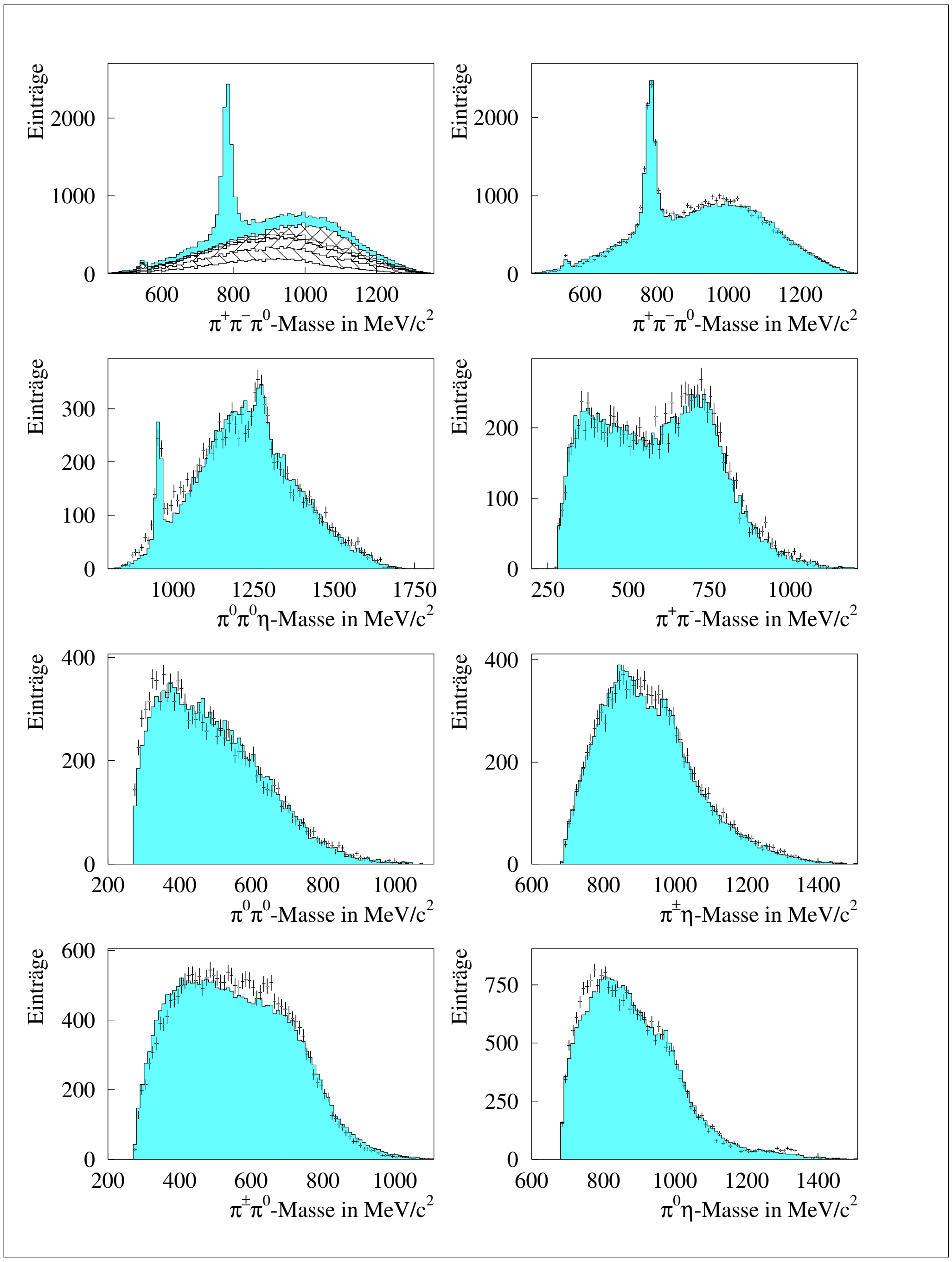


Abbildung 19: Qualitative Ermittlung der beitragenden Untergrundkanäle. Die Anpassung eines Datenspektrums durch die Kumulation von Monte Carlo Spektren geeigneter Reaktionskanäle wird im linken oberen Teilbild am Beispiel der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse veranschaulicht. Die restlichen Teilbilder stellen jeweils das Massenspektrum der kumulierten Monte Carlo Ereignisse dar, denen das entsprechende Datenspektrum in Form einer Fehlerbalkendarstellung überlagert ist.

Die im Rahmen der beschriebenen Anpassungsmethode berücksichtigten Untergrundkanäle sind in der Tabelle 4 aufgeführt und ihren Anteilen am $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$-Datensatz vor und nach der Anwendung der ω-spezifischen Selektionskriterien gegenübergestellt. Die Gesamtzahl der Monte Carlo Ereignisse vor Anwendung der ω-spezifischen Selektionskriterien wurde der Anzahl der Datenereignisse gleichgesetzt. Die Ereigniszahlen nach Anwendung der ω-spezifischen Selektionskriterien, d.h. insbesondere nach dem Schnitt auf die invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse, ergeben sich aus den Ereigniszahlen der zweiten Spalte unter Berücksichtigung der Effizienz des betrachteten Kanals bezüglich der angewandten Selektionskriterien. Die Summe der relativen Anteile aller zum Endzustand $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ beitragenden Kanäle nach Anwendung der ω-spezifischen Selektionskriterien weicht von 100 % ab und unterstreicht damit den groben Charakter der angewandten Methode.

Reaktionskanal	Ereignisse vor der ω-Selektion	in %	Ereignisse nach der ω-Selektion	in %
$\omega\pi^0\eta$	7 008	29.6	5 775	72.7
$\rho^+\rho^-\eta$	2 316	9.8	105	1.3
$\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$	1 201	5.1	138	1.7
$\rho^0\pi^0\pi^0\eta$	1 080	4.5	24	0.3
$\rho^0\eta'$	510	2.2	12	0.2
$\pi^0\eta\eta$	166	0.7	12	0.2
$\rho^0 f_1(1285)$	562	2.4	35	0.4
$\pi^+\pi^-\eta(1440)$	560	2.4	104	1.3
$\pi^\pm\pi^0\pi^0 a_0^\mp(980)$	3 589	15.1	521	6.5
$\pi^+\pi^-\pi^0 a_0(980)$	3 824	16.1	618	7.8
Phasenraum	2 879	12.1	418	5.3
$\sum$ Monte Carlo	23 695	100.0	7 762	97.7
Daten	23 695	100.0	7 947	100.0

Tabelle 4: Der Ursprung der Untergrundbeiträge.

Der in den Daten vorhandene Untergrund ist entsprechend den Ergebnissen in Tabelle 4 hauptsächlich auf Ereignisse der Reaktionskanäle $\pi^+\pi^-\pi^0 a_0(980)$ und $\pi^\pm\pi^0\pi^0 a_0^\mp(980)$ zurückzuführen. Ein beachtlicher Anteil des Untergrunds wird den phasenraumverteilten Monte Carlo Ereignissen des Typs $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ zugeordnet. Vermutlich verbergen sich dahinter die Beiträge von kombinatorischem Untergrund sowie die Beiträge von Reaktionskanälen mit breiten Resonanzen (beispielsweise $\sigma\sigma\eta$ und $\rho\sigma\eta$), die in der vorliegenden Studie nicht explizit berücksichtigt wurden. Weitere Untergrundbeiträge in nicht unbedeutender Höhe werden den Reaktionskanälen $\rho^+\rho^-\eta$, $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ und $\pi^+\pi^-\eta(1440)$ zugeordnet.

Die Abbildung 20 veranschaulicht die Bereiche im $\omega\pi^0\eta$-Dalitzplot, die von den sechs dominanten Untergrundbeiträgen bevölkert werden. Die Ereignisse des Reaktionskanals $\pi^\pm\pi^0\pi^0 a_0^\mp(980)$ sowie die phasenraumverteilten $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$-Ereignisse sind weitgehend gleichmäßig über den gesamten Dalitzplot verteilt. Dahingegen konzentrieren sich die Ereignisse der Reaktionskanäle $\rho^+\rho^-\eta$ und $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ in der linken oberen Hälfte und bewirken dadurch eine stark asymmetrische Population des Dalitzplots. Infolgedessen sollte es prinzipiell möglich sein, die Ereignisse der Reaktionskanäle $\rho^+\rho^-\eta$ und $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ durch die Anwendung geeigneter Kriterien aus dem selektierten Datenvolumen entfernen zu können. Dieser Gedanke wird im übernächsten Abschnitt wieder aufgegriffen und dort in der Form eines Neuronalen Netzwerkes realisiert.

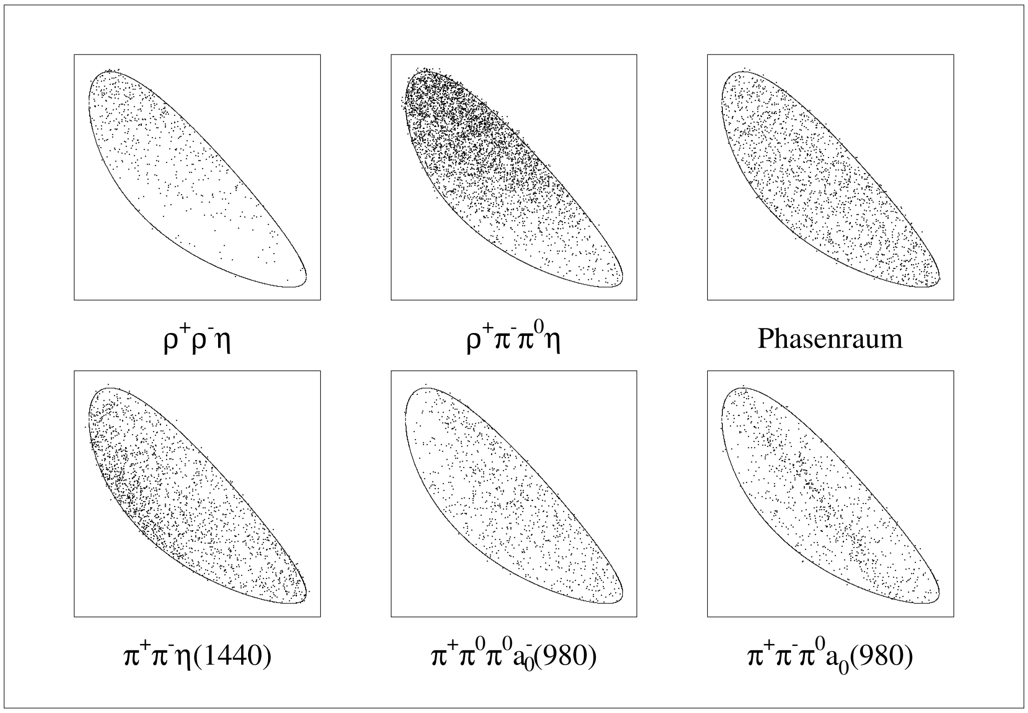


Abbildung 20: Die dominanten Untergrundbeiträge im $\omega\pi^0\eta$-Dalitzplot mit willkürlichen relativen Intensitäten.

Die Ereignisse der beiden verbleibenden Reaktionskanäle $\pi^+\pi^-\eta(1440)$ und $\pi^+\pi^-\pi^0 a_0(980)$ konzentrieren sich in den Regionen des Dalitzplots, die von den Ereignissen des Typs $\omega a_0(980)$ und $\omega a_2(1320)$ bevölkert werden. Es wird vermutet, daß die im selektierten Datenvolumen auftretenden Resonanzbänder der Zustände $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ durch Ereignisse der Untergrundkanäle $\pi^+\pi^-\eta(1440)$ und $\pi^+\pi^-\pi^0 a_0(980)$ verunreinigt sind.

5.3 Kombinatorischer Untergrund

Bei der Rekonstruktion eines mesonischen Zwischenzustandes aus seinen Zerfallsteilchen besteht gewöhnlich eine mehr oder weniger große Freiheit hinsichtlich der Wahl der kombinierten Teilchen. Beispielsweise ist es im vorliegenden Fall erforderlich, den Zwischenzustand $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ aus dem Endzustand $\pi^+\pi^-6\gamma$ zu rekonstruieren. Die sechs Photonen können hierbei auf insgesamt 45 verschiedene Arten den drei neutralen Mesonen zugeordnet werden, indessen entspricht nur eine der Kombinationen den tatsächlichen Zerfallsverhältnissen. Ereignisse, bei deren Rekonstruktion die Zerfallsteilchen den Mesonen nicht korrekt zugeordnet wurden, treten in den Daten infolge ihrer verfälschten Topologie als kombinatorischer Untergrund auf.

Zur Abschätzung des kombinatorischen Untergrunds bei der Rekonstruktion der radiativ zerfallenden Mesonen π^0 und η werden die sechs Photonen in geeigneter Weise rearrangiert und die invarianten Massen der resultierenden Photonenpaare in einem Spektrum aufgetragen. Die Abbildung 21a veranschaulicht das Spektrum der invarianten Masse aller vier Photonpaare, die durch Rekombination aus den vier Photonen der beiden rekonstruierten π^0 hervorgehen. Insofern die beiden Pionen auf alternative Weise aus den vier Photonen rekonstruiert werden können, sollte sich ein Signal bei der Nominalmasse des π^0 zeigen. Aus der Abwesenheit eines deutlichen Signals kann auf einen vernachlässigbaren kombinatorischen Untergrund bei der Rekonstruktion des π^0 geschlossen werden.

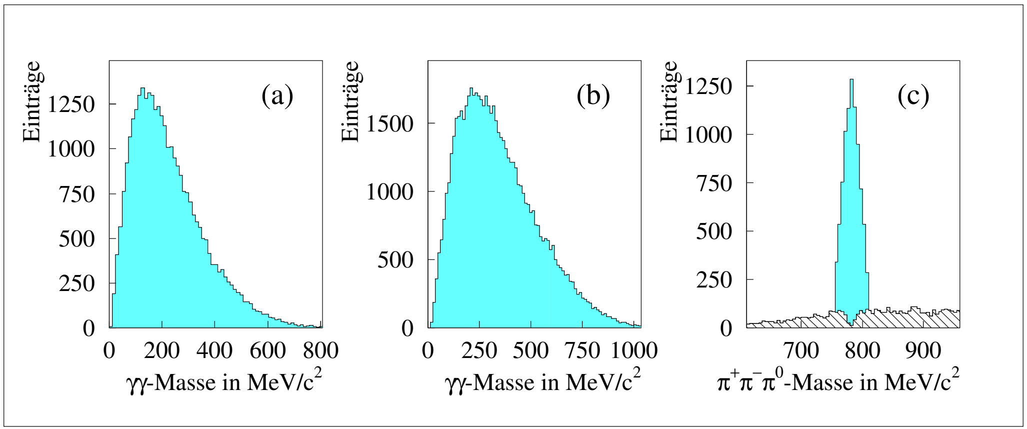


Abbildung 21: Kombinatorischer Untergrund. Das Spektrum der $\gamma\gamma$-Masse für (a) rekombinierte Photonen der beiden π^0 und (b) rekombinierte Photonen des η und einem der beiden π^0 in der Hypothese $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$. (c) Das Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse mit dem geringeren (schattiert) und dem größeren (schraffiert) Abstand zur ω-Nominalmasse.

Die Aufdeckung von kombinatorischem Untergrund bei der Rekonstruktion des η basiert auf dem Spektrum der invarianten Masse aller acht Photonpaare, die durch die Rekombination von einem Photon des η mit einem der vier Photonen der beiden π^0 hervorgehen. Falls die dem η zugeordneten Photonen ursprünglich aus dem Zerfall eines neutralen Pions stammen, so sollte im Spektrum der invarianten Masse in Abbildung 21b ein Signal bei der Nominalmasse des π^0 auftreten. Die Abwesenheit eines entsprechenden Signals deutet auf einen vernachlässigbaren kombinatorischen Untergrund bei der Rekonstruktion des η hin.

Die Rekonstruktion des ω-Mesons aus dem Zwischenzustand $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ stellt in der vorliegenden Analyse eine weitere Quelle kombinatorischen Untergrunds dar. Zur Veranschaulichung der im folgenden vorgenommenen Abschätzung ist in Abbildung 21c die Verteilung der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse als Summe der Spektren der $\pi^+\pi^-\pi^0$-Kombination mit dem geringeren Abstand zur ω-Nominalmasse und der $\pi^+\pi^-\pi^0$-Kombination mit dem größeren Abstand zur ω-Nominalmasse aufgetragen. Da die Kombination mit dem größeren Abstand zur ω-Nominalmasse nahezu gleichmäßig über den gesamten Phasenraum verteilt ist, kann dem ω-Meson gewöhnlich eines der beiden π^0 eindeutig zugeordnet werden. Die Eindeutigkeit der Zuordnung ist im Bereich der ω-Nominalmasse nicht mehr gegeben, da dort die beiden Kombinationen miteinander in Konkurrenz treten.

Wird dem ω-Meson das „falsche“ π^0 zugeordnet, so geht der Eintrag der entsprechenden Kombination im Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse verloren. Die Ereignisse des kombinatorischen Untergrunds bedingen folglich im Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse mit dem größeren Abstand zur ω-Nominalmasse die Ausbildung einer Senke. Zur Abschätzung des kombinatorischen Untergrunds wird an die Senke in Abbildung 21c eine inverse Gaußverteilung angepaßt. Aus der Anpassung ergibt sich ein kombinatorischer Untergrund in Höhe von (2.7 ± 0.3) %, wobei die angegebene Fehlertoleranz die Unsicherheiten der Parameter des Gaußprofils berücksichtigt. Demnach kann etwa ein Neuntel des in den Daten vorhandenen Untergrunds auf den kombinatorischen Untergrund bei der Rekonstruktion des ω-Mesons zurückgeführt werden.

5.4 Das Neuronale Netz

Die qualitative Studie zur Aufdeckung des Ursprungs der in den Daten verbliebenen Untergrundereignisse ergab, daß der $\omega\pi^0\eta$-Dalitzplot durch die Ereignisse der Untergrundkanäle $\rho^+\rho^-\eta$ und $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ in stark asymmetrischer Weise bevölkert wird. Dieser Umstand führte zu der Vermutung, daß die Ereignisse der genannten Reaktionskanäle durch die Anwendung geeigneter Kriterien identifiziert und damit aus dem selektierten Datenvolumen entfernt werden können. In diesem Abschnitt wird eine Methode vorgestellt, die eine Identifikation von Ereignissen des Typs $\rho^+\rho^-\eta$ und $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ auf der Basis eines Neuronalen Netzwerkes ermöglicht. Die Anwendung eines Neuronalen Netzwerkes wurde hierbei durch den in der Praxis erfolgreichen Einsatz Neuronaler Netzwerke bei der Mustererkennung im Zusammenhang mit unscharfen Abgrenzungskriterien inspiriert.

Grundlagen

Ein Neuronales Netz ist eine Ansammlung von sehr elementar modellierten Einheiten (Neuronen), deren Arbeitsweise auf der Funktion biologischer Nervenzellen basiert. Die Informationsverarbeitung in einem Neuronalen Netz vollzieht sich durch Wechselwirkung zwischen den Neuronen. Hierzu existieren zwischen den einzelnen Neuronen gewichtete Verbindungen (Synapsen), die ankommende Signale verstärken oder abschwächen können. Die Abbildung 22 veranschaulicht die Arbeitsweise eines künstlichen Neurons innerhalb eines Neuronalen Netzwerkes.

Hinsichtlich ihrer Funktion im Netzwerk lassen sich drei Arten von Neuronen unterscheiden. Neuronen, die ihre Eingangssignale direkt von der Außenwelt empfangen, werden Eingabe-Neuronen genannt, solche, die ihre Ausgangssignale direkt an die Außenwelt weitergeben, Ausgabe-Neuronen. Die von außen nicht sichtbaren verborgenen Neuronen dienen der internen Signalverarbeitung und Problemdarstellung. Ein Netzwerk zerfällt häufig in mehrere Teile, die Schichten genannt werden. Jede Schicht besteht aus einem oder mehreren gleichartigen Neuronen, die zumeist ähnliche Aufgaben erfüllen und untereinander nicht verbunden sind. Entsprechend der obigen Funktionaleinteilung der Neuronen werden gewöhnlich drei oder mehr Schichten benutzt: eine Eingabeschicht, eine oder mehrere verborgene Schichten und eine Ausgabeschicht.

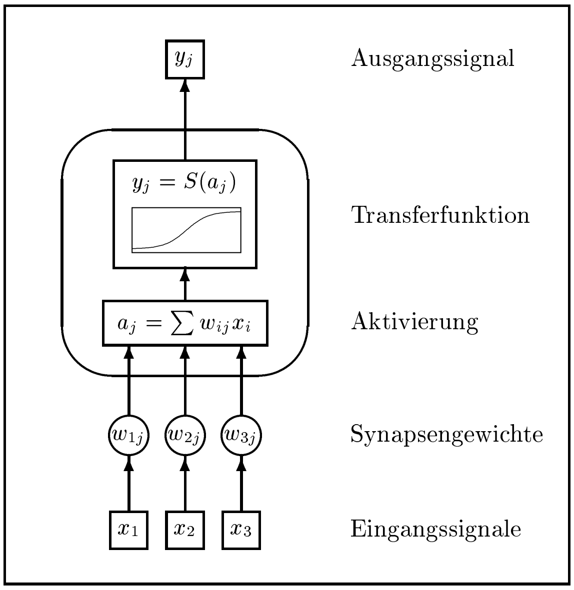


Abbildung 22: Künstliches Neuron.

Das j-te Neuron empfängt Eingangssignale x_i von anderen Neuronen des Netzwerkes. Die ankommenden Signale werden mit dem Synapsengewicht w_{ij} der Verbindung zwischen dem i-ten und j-ten Neuron multipliziert und aufsummiert. Die gewichtete Summe der Eingangssignale $a_j = \sum_i w_{ij} x_i$ wird als Aktivierung des Neurons j bezeichnet. Das Ausgangssignal y_j des Neurons j wird durch Anwendung einer Transferfunktion auf die Aktivierung ermittelt und an nachgelagerte Neuronen als deren Eingangssignal gesendet.

Eine herausragende Eigenschaft Neuronaler Netze ist ihre Lernfähigkeit. Lernen bedeutet für ein Netzwerk, daß es seine Synapsengewichte selbständig anhand von vorgelegten Beispielen an ein erwünschtes Verhalten anpaßt. Das Wissen eines Neuronalen Netzwerkes ist also in erster Linie in seinen Gewichten gespeichert. Das Lernen geschieht durch die wiederholte Eingabe von Musterbeispielen und die schrittweise Modifikation der Synapsengewichte entsprechend einer geeigneten Strategie. Das grundlegende Prinzip der meisten Lernstrategien geht auf eine biologisch motivierte Hypothese von Donald Hebb [26] zurück, nach der die Verbindung zwischen zwei Neuronen immer dann verstärkt wird, wenn beide Neuronen gleichzeitig aktiv sind. Der in der vorliegenden Arbeit angewandte Lern-Algorithmus basiert ebenfalls auf der Hebb'schen Hypothese und wird im Anschluß an die Beschreibung der Netzwerkarchitektur ausführlich behandelt.

In engem Zusammenhang mit der Lernfähigkeit steht noch eine weitere, erstaunliche Fähigkeit Neuronaler Netze — die Generalisierung. Generalisierung ist ein Prozess, bei dem das Neuronale Netz auf neue, noch nie gesehene Muster anhand von Ähnlichkeiten eine im Sinne der bereits bekannten Muster sinnvolle Antwort generiert. Hierbei interpoliert das Netzwerk zwischen den bekannten Musterbeispielen in der Nähe des unbekannten Musters unter der Annahme, daß kleine Veränderungen der Eingabesignale in der Regel zu ebenfalls nur kleinen Veränderungen der Ausgabesignale führen. Lernen ist in diesem Zusammenhang ein Vorgang, bei dem das Neuronale Netz aus den präsentierten Beispielen verallgemeinerte Konzepte zu deren Klassifizierung ableitet.

Netzwerk-Design

Das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Neuronale Netzwerk basiert auf dem Netzwerksimulator SNNS [53] und gehört hinsichtlich seiner Netzwerkarchitektur zur Familie der dreischichtigen, vorwärtsgekoppelten Netzwerke. Gemeinsames Merkmal dieser Netzwerk-familie ist eine rückkopplungsfreie Informationsverarbeitung von der Eingabeschicht über die verborgene Schicht zur Ausgabeschicht. Das Netzerk weist vier Eingabe-Neuronen, drei verborgene Neuronen und ein Ausgabe-Neuron auf (Abbildung 23). Das Ausgabe-Neuron wird durch den Lern-Algorithmus so trainiert, daß es für Ereignisse des Typs $\rho^+\rho^-\eta$ sowie $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ niedrig und für Ereignisse des Typs $\omega\pi^0\eta$ hoch aktiviert ist. Die Zielaktivierung des Ausgabe-Neurons wurde auf Eins im Fall der hohen Aktivierung und auf Null im Fall der niedrigen Aktivierung fixiert.

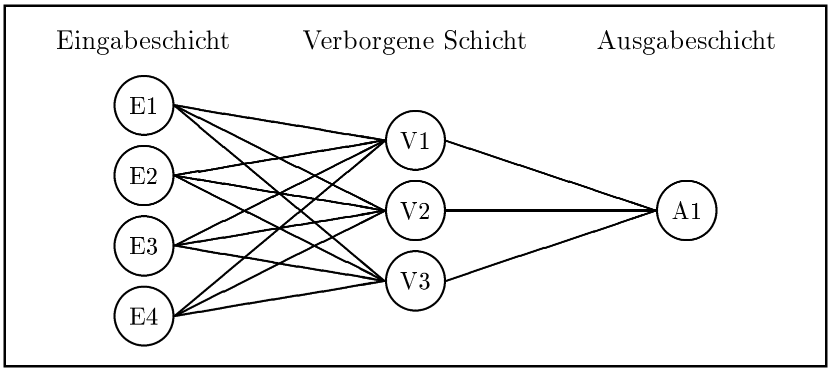


Abbildung 23: Neuronales Netzwerk zur Identifikation von Untergrund.

Die Anzahl der Eingabe-Neuronen ist durch die Zahl der zur Identifikation des Untergrunds herangezogenen Variablen vorgegeben. Die vier Eingabevariablen basieren auf den Ergebnissen der kinematischen Anpassung an die Hypothesen $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\eta$ und $\omega\pi^0\eta$. Im einzelnen handelt es sich dabei um:

E1 das Vertrauensniveau der kinematischen Anpassung an die Hypothese $\omega\pi^0\eta$,

E2 die invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse mit dem geringeren Abstand zur ω-Nominalmasse,

E3 die invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse mit dem größeren Abstand zur ω-Nominalmasse,

E4 die invariante Masse derjenigen $\pi^+\pi^0$- oder $\pi^-\pi^0$-Kombination (mit dem π^0 aus E3), deren Masse den geringeren Abstand zur ρ-Nominalmasse aufweist.

Im allgemeinen ist es vorteilhaft, wenn die Eingabevariablen einen einheitlichen Wertebereich aufweisen, da das Neuronale Netz die Variationsbreite einer Eingabevariablen als Maß für deren Bedeutung bei der Untergrundidentifikation interpretiert. Daher wurden im vorliegenden Fall die Variablen E1 bis E4 vor der Übergabe an das jeweilige Eingabeneuron auf den Wertebereich $[-1, 1]$ normiert. Die Abbildung 24 veranschaulicht die Verteilung der vier Eingabevariablen vor ihrer Normierung.

Der Backpropagation-Lernalgorithmus

Der Backpropagation-Lernalgorithmus ist die am häufigsten angewandte Lernstrategie für mehrschichtige, vorwärtsgekoppelte Neuronale Netzwerke. Dem Neuronalen Netz werden hierbei wiederholt Paare von Ein- und Ausgabemustern präsentiert, die es durch schrittweise Modifikation der Synapsengewichte miteinander zu assoziieren lernt.

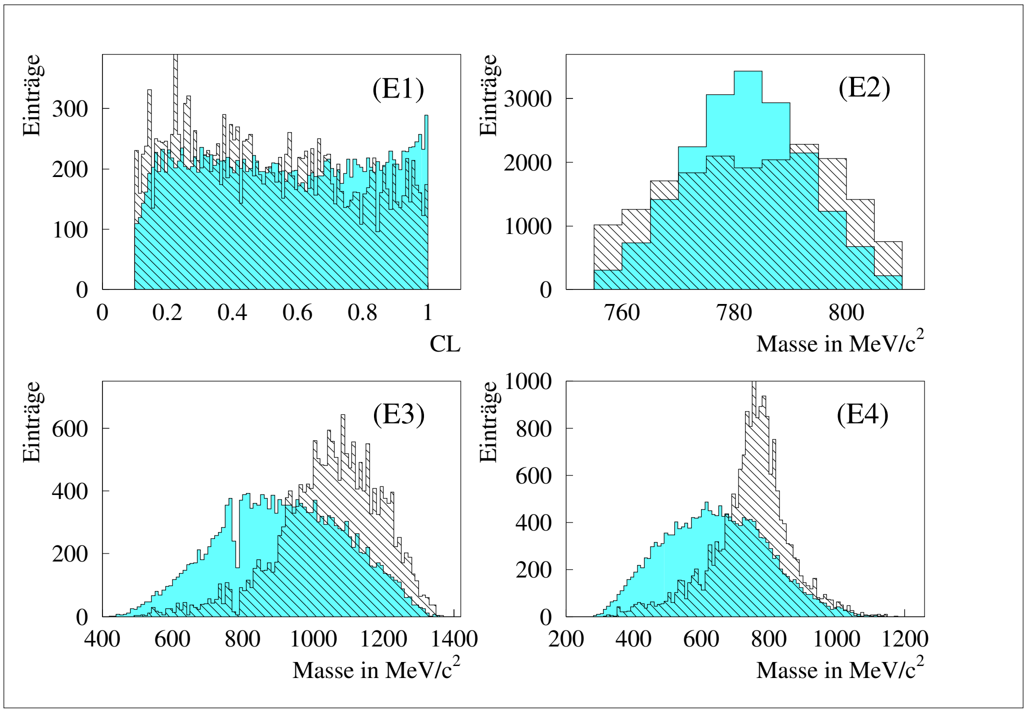


Abbildung 24: Die Eingabevariablen des Neuronalen Netzwerkes für Ereignisse des Typs $\omega\pi^0\eta$ (schattiert) sowie für Ereignisse des Typs $\rho^+\rho^-\eta$ und $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ (schraffiert) vor der Normierung.

Zu Beginn des Lernvorgangs werden die Synapsengewichte mit kleinen reellwertigen Zufallswerten initialisiert. Die dem Netzwerk während der Lernphase präsentierten Eingabemuster werden über die verborgenen Schichten zur Ausgabeschicht weitergereicht. Das berechnete Ausgabemuster wird dann mit dem erwünschten Ausgabemuster verglichen und aus deren Differenz ein Fehlersignal generiert. Dieses Fehlersignal wird anschließend iterativ durch die verschiedenen Schichten nach hinten gereicht und dient der Korrektur der jeweiligen Gewichte.

Die Fehlersignale für die verborgenen Schichten werden generiert, indem der von der Differenz zwischen erwünschtem und berechnetem Ausgabemuster abhängige Fehler anteilsmäßig auf die verborgenen Neuronen aufgeteilt wird, und zwar so, daß das Fehlersignal eines Neurons umso größer wird, je stärker es am produzierten Ausgabesignal beteiligt war. Für eine detaillierte mathematische Ableitung des Backpropagation-Lernalgorithmus sei auf [49] verwiesen. Die Gewichtsänderungen ergeben sich aus den Formeln:

$$\begin{aligned}
\Delta w_{ij} &= \eta \cdot \delta_j \cdot y_i && \text{Gewichtsänderung} \\
\delta_j &= S'(a_j) \cdot (z_j - y_j) && \text{Fehlersignal für Ausgabe-Neuronen} \\
\delta_j &= S'(a_j) \cdot \sum_k (\delta_k \cdot w_{jk}) && \text{Fehlersignal für verborgene Neuronen}
\end{aligned}$$

Die Formel für die Gewichtsänderung ist für verborgene Neuronen und Ausgabe-Neuronen identisch. Der Unterschied liegt in der Berechnung der Fehlersignale δ_j. Das Fehlersignal für Ausgabe-Neuronen ergibt sich aus der Differenz zwischen der erwünschten Ausgabe z_j und der tatsächlichen Ausgabe y_j multipliziert mit dem Gradienten der Aktivierungsfunktion. Zum Fehlersignal eines verborgenen Neurons tragen die Fehlersignale aller mit ihm verbundenen Neuronen der darüberliegenden Schicht bei. Diese Fehlersignale werden mit dem Gewicht der dazwischen liegenden Verbindung multipliziert, aufsummiert und anschließend mit dem Gradienten multipliziert. Die Fehlerberechnung der Neuronen erfolgt damit rekursiv von der Ausgabeschicht über die verborgenen Schichten bis zur Eingabeschicht. Der Parameter η ist die Lernrate. Sie bestimmt die Geschwindigkeit und die Stabilität des Lernprozesses.

Der Backpropagation-Lernalgorithmus ist eine auf der Gradientensteigung basierende Optimierungsmethode. Die Gewichte werden hierbei so angepaßt, daß sich der Gesamtausgabefehler im Hinblick auf die Gewichtsänderung reduziert. Der Gesamtausgabefehler kann auf verschiedene Weise definiert werden, gebräuchlich ist der über alle n Ausgabeneuronen und alle p Trainingsmuster gemittelte quadratische Ausgabefehler

$$E = \frac{1}{2p} \sum_p \sum_n (z_n - y_n)^2$$

Der Backpropagation-Algorithmus minimiert diesen Fehler, indem er die Synapsengewichte stets in Richtung des steilsten Gefälles bezüglich der Fehleränderung modifiziert. Der Algorithmus sucht also nach einem Krater in einer mehrdimensionalen Landschaft. Die Position dieses Kraters wird durch den Satz von Synapsengewichten festgelegt, welcher gemittelt über alle Trainingsmuster zu einem minimalen Gesamtausgabefehler führt. Im allgemeinen ist die Fehleroberfläche über dem mehrdimensionalen Gewichtsraum eine sehr unregelmäßige Hügellandschaft mit tiefen Schluchten, langen flachen Tälern, Plateaus, lokalen Minima und anderen irregulären Formen [45]. Daher ist es denkbar, daß der Gradientenabstieg in einem flachen Tal oder einem lokalen Minimum steckenbleibt. Ansonsten gilt der Lernprozeß als abgeschlossen, wenn der Gesamtausgabefehler gegen ein globales Minimum konvergiert. Das in der vorliegenden Arbeit entwickelte Netzwerk wurde anhand von 1252 Monte Carlo Ereignissen des Typs $\omega\pi^0\eta$, 711 Ereignissen des Typs $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ und 541 Ereignissen des Typs $\rho^+\rho^-\eta$ trainiert.

Interpretation der Ergebnisse

Das nach erfolgreichem Abschluß des Lernprozesses adaptierte Wissen eines Neuronalen Netzes ist in der Gesamtheit der Synapsengewichte gespeichert. Mit anderen Worten wird dieses Wissen durch eine Menge von Zahlen repräsentiert, die allerdings keine oder nur sehr begrenzte Rückschlüsse auf die Vorgänge im Neuronalen Netz erlaubt. Aus diesem Grund wird auf eine Darstellung der Gewichte verzichtet.

Um das Neuronale Netzwerk zur Identifikation des verbleibenden Untergrunds anwenden zu können, bedarf es einer Interpretation des Ausgabesignals. Im vorliegenden Fall steht der Aktivierungswert des Ausgabe-Neurons für die Stärke der Annahme oder Ablehnung der Vermutung, daß es sich bei dem vorliegenden Eingabemuster um ein Ereignis des Typs $\omega\pi^0\eta$ handelt. Das Ausgangssignal für Monte Carlo Ereignisse des Typs $\omega\pi^0\eta$, den ρ-Untergrund sowie die experimentellen Daten ist in Abbildung 25 aufgetragen. Auffällig ist, daß die Zielaktivierungen Null und Eins von keinem Ereignis der drei Datensätze erreicht wurden. Die Ursache dafür liegt in der Ableitung der Transferfunktion begründet, die an diesen Stellen gegen Null konvergiert und dadurch den Lernalgorithmus vorzeitig ins Stocken geraten läßt.

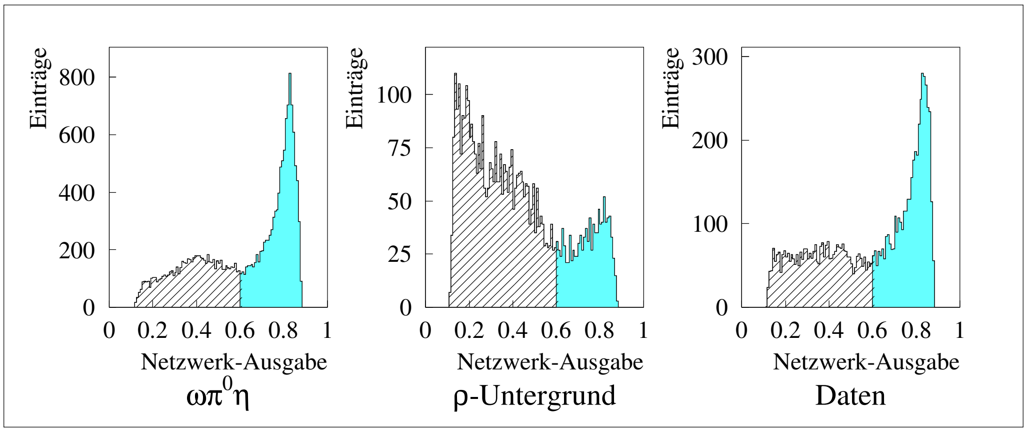


Abbildung 25: Das Ausgangssignal des Neuronalen Netzwerkes.

Das für jedes Ereignis generierte Ausgabesignal ermöglicht eine Identifikation und Unterdrückung unerwünschter Untergrundereignisse, indem Ereignisse mit einem Aktivierungswert unterhalb eines geeigneten Schwellenwertes verworfen werden. Die Wahl des Schwellenwertes beeinflußt hierbei die Akzeptanz sowohl der erwünschten als auch der unerwünschten Ereignisse. Im vorliegenden Fall wurde der Schwellenwert auf 0.6 festgelegt. Von 18401 Monte Carlo Ereignissen des Typs $\omega\pi^0\eta$ werden 10911 (59.3 %) aufgrund eines oberhalb des Schwellenwertes liegenden Ausgangssignals akzeptiert. Dahingegen überleben lediglich 1067 von 4642 (23.0 %) Ereignissen des ρ-Untergrunds den Schnitt auf die Netzwerkausgabe. Die Anzahl der Datenereignisse reduziert sich durch den Schnitt auf das Ausgabesignal von 7947 auf 4457 (56.1 %). Die Abbildung 26 veranschaulicht die Verteilung der Akzeptanz des Neuronalen Netzwerkes im Dalitzplot. Die mit Hilfe des Netzwerkes angestrebte Unterdrückung von Untergrund wird durch eine auffällig asymmetrische Akzeptanzverteilung bewirkt. Dabei weisen die von den Ereignissen des Typs $\rho^+\rho^-\eta$ und $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ bevorzugt bevölkerten Bereiche (Abbildung 20) eine besonders geringe Akzeptanz auf.

Die Anwendung des Neuronalen Netzwerkes ermöglicht eine Identifikation und Unterdrückung der in den Daten vorhandenen Ereignisse des Typs $\rho^+\rho^-\eta$ und $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0\eta$ bei einer insgesamt reduzierten Gesamtzahl an Datenereignissen. Die asymmetrische Akzeptanzverteilung führt im Daten-Dalitzplot zu einer drastischen Verminderung der Ereignisse im Bereich kleiner $\omega\eta$-Massen. Infolge der reduzierten Ereigniszahl wird das Band der Resonanz $a_0(980)$ im Bereich kleiner $\omega\eta$-Massen praktisch ausgelöscht. Im Rahmen einer Partialwellenanalyse der Daten nach Anwendung des Neuronalen Netzes müßten die Resonanzparameter des $a_0(980)$ daher

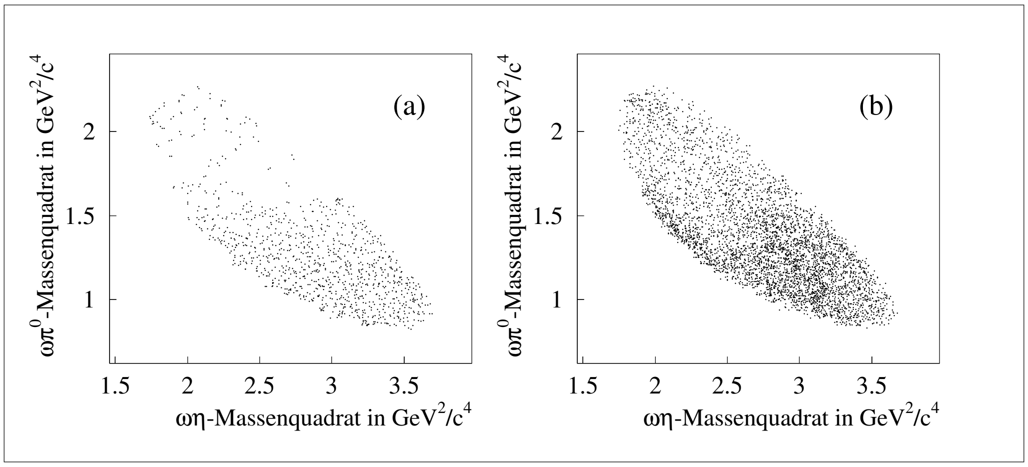


Abbildung 26: Das Akzeptanzverhalten des Neuronalen Netzwerkes. (a) Akzeptanz-Dalitzplot für Ereignisse des Typs $\omega\pi^0\eta$. (b) Der Daten-Dalitzplot nach Anwendung des Neuronalen Netzwerkes.

ausschließlich aus den Ereignissen im Bereich hoher $\omega\eta$-Massen bestimmt werden. In dieser Region wird das $a_0(980)$ jedoch von einer $\omega\eta$-Resonanz gekreuzt, so daß eine zuverlässige Bestimmung der Resonanzparameter nicht zu erwarten ist. Darüberhinaus enthalten die Daten auch nach dem Schnitt auf das Ausgabesignal noch Untergrundereignisse, die insbesondere auf die bei der Entwicklung des Netzwerkes nicht berücksichtigten Reaktionskanäle zurückzuführen sind. In Anbetracht dieser Umstände erscheint eine Partialwellenanalyse der mit Hilfe des Neuronalen Netzes bearbeiteten Daten nicht sinnvoll.

5.5 Die Sidebin-Methode

Die Sidebin-Methode ist ein Verfahren, das auf der Basis experimenteller Daten eine effektive Berücksichtigung von Untergrund im Rahmen einer Partialwellenanalyse ermöglicht [7, 13]. Das Ziel der Methode ist, einen Datensatz mit Ereignissen zur Verfügung zu stellen, deren Topologie weitgehend identisch mit der Topologie des in den Daten vorhandenen Untergrunds ist.

Die Sidebin-Methode beruht im vorliegenden Fall auf dem Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse, in dem die Ereignisse des erwünschten Reaktionskanals $\omega\pi^0\eta$ als deutliches Signal bei der Nominalmasse des ω-Mesons hervortreten. Zur Unterdrückung von Untergrund wurden im Verlauf der Datenselektion alle Ereignisse verworfen, deren invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse nicht in mindestens einem der beiden kombinatorischen Fälle in einem Fenster der Breite 26 MeV/c^2 um die ω-Masse lag. Die am Anfang dieses Kapitels vorgestellten Studien verdeutlichten, daß auch im Anschluß an diese Maßnahme noch ein erheblicher Untergrundanteil in den Daten vorhanden ist. Der in den Daten verbliebene Untergrund kann jedoch im Rahmen einer Partialwellenanalyse berücksichtigt werden, sofern es gelingt, einen Datensatz mit Untergrundereignissen zur Verfügung zu stellen.

Die Sidebin-Methode ermöglicht die Zusammenstellung eines Datensatzes mit Untergrundereignissen auf der Grundlage der experimentellen Daten. Hierbei geht das Verfahren von der Annahme aus, daß die im selektierten Datenvolumen verbliebenen Untergrundereignisse hinsichtlich ihrer Topologie den Ereignissen in den Nachbarbereichen (Sidebins) des ω-Signals weitgehend ähnlich sind. Diese Vermutung ist berechtigt, sofern der Untergrund im zentralen Massenfenster nicht zu stark mit den Ereignissen des Typs $\omega\pi^0\eta$ interferiert. Bei der Auswahl der Ereignisse für das Sidebin-Verfahren ist darauf zu achten, daß die Ereignisse aus der unmittelbaren Nachbarschaft des ω-Signals stammen, da ansonsten die im Anschluß vorzunehmende Transformation zum scheitern verurteilt ist. Im vorliegenden Fall werden im Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse zwei unmittelbar an das zentrale Massenfenster grenzende Bereiche definiert — ein linkes Seitenfenster im Massenbereich zwischen 743 und 756 MeV/c^2 sowie ein rechtes Seitenfenster im Massenbereich zwischen 808 und 821 MeV/c^2. Im weiteren Verlauf des Verfahrens werden dann ausschließlich solche Ereignisse betrachtet, die mindestens einen Eintrag im linken oder rechten Seitenfenster und keinen Eintrag im zentralen Fenster aufweisen.

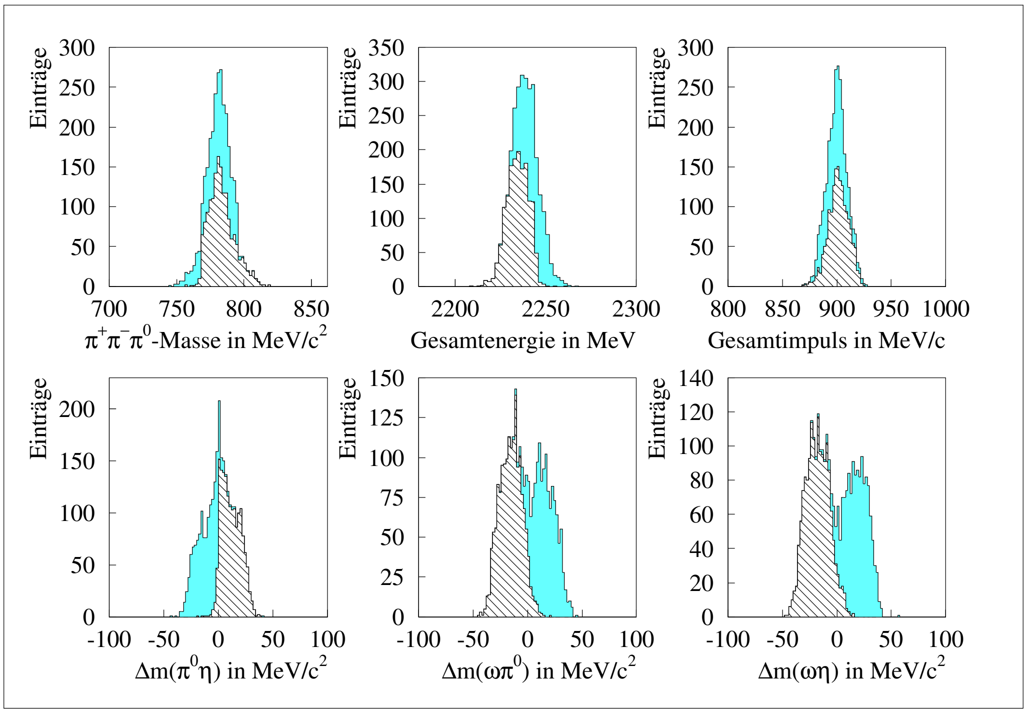


Abbildung 27: Die Variablen der Sidebin-Methode für Ereignisse aus dem linken (schattiert) und rechten (schraffiert) Nachbarbereich des ω-Signals nach der kinematischen Korrektur.

Die invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse der Ereignisse aus den beiden Seitenfenstern weicht entsprechend der Definition dieser Bereiche in systematischer Weise von der Nominalmasse des ω-Mesons ab. Infolge dieser Massendifferenz ist der Phasenraum für Ereignisse aus dem linken (rechten) Seitenfenster gegenüber dem Phasenraum der Ereignisse aus dem zentralen Fenster zu größeren (kleineren) $\pi^0\eta$-Massen hin verschoben. Die Ereignisse aus den Seitenbändern repräsentieren den Untergrund unterhalb des ω-Signals jedoch nur dann mit ausreichender Genauigkeit, wenn der Phasenraum beider Ereignistypen weitgehend übereinstimmt. Aus diesem Grund werden die Ereignisse aus den beiden Seitenfenstern einer kinematischen Transformation unterzogen, welche die $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse in das zentrale Fenster verschiebt. Die Transformation verändert dabei ausschließlich die Impulsbeträge der beteiligten Teilchen, so daß die Winkelverteilungen in den Daten erhalten bleiben. Treten in den Ereignissen aus den Seitenbändern resonante Zwischenzustände im $\pi^0\eta$-, $\omega\pi^0$- oder $\omega\eta$-Subsystem auf, so könnten deren Spuren durch die Transformation verwischt werden. Um dem entgegenzuwirken, werden der Transformation die Erhaltung der gemessenen $\pi^0\eta$-, $\omega\pi^0$- und $\omega\eta$-Masse als zusätzliche Nebenbedingung auferlegt. Darüberhinaus wird von den transformierten Ereignissen die Erhaltung von Gesamtenergie und Gesamtimpuls gefordert. Werden die gestellten Nebenbedingungen in der Form von Differenzen Δ zwischen dem erwünschten und aktuellen Wert der verschiedenen Größen formuliert, so kann die Transformation als Minimierungsproblem bezüglich der Funktion χ^2 dargestellt werden.

$$\chi^2 = 2\Delta^2 m(\omega) + \Delta^2\vec{p} + \Delta^2 E + \frac{1}{2}\Delta^2 m(\pi^0\eta) + \frac{1}{2}\Delta^2 m(\omega\pi^0) + \frac{1}{2}\Delta^2 m(\omega\eta)$$

Gewöhnlich können durch die kinematische Transformation nicht alle gestellten Nebenbedingungen simultan erfüllt werden. Deshalb weichen die Variablen der Sidebin-Methode im Anschluß an die Transformation mehr oder weniger von ihren erwünschten Werten ab. Die Abbildung 27 veranschaulicht die Variablen der Sidebin-Methode für Ereignisse aus dem linken und rechten Nachbarbereich des ω-Signals nach der kinematischen Korrektur. Offenbar stimmen die $\pi^+\pi^-\pi^0$-Masse, die Gesamtenergie und der Gesamtimpuls nach der Transformation im Mittel recht gut mit den erwünschten Werten überein. Die invarianten Massen der Subsysteme $\pi^0\eta$, $\omega\pi^0$ und $\omega\eta$ weichen dahingegen infolge ihrer geringeren Gewichtung in der χ^2-Funktion um etwa 25 MeV/c^2 von ihren ursprünglichen Werten ab. Dabei werden die invarianten Massen der Subsysteme $\omega\pi^0$ und $\omega\eta$ typischerweise für Ereignisse aus dem linken Seitenbereich vergrößert sowie für Ereignisse aus dem rechten Seitenbereich verkleinert. Die invariante $\pi^0\eta$-Masse erfährt eine Verschiebung in der jeweils entgegengesetzten Richtung und gewährleistet auf diese Weise die Energie- und Impulserhaltung.

Im Anschluß an die kinematische Transformation der Ereignisse aus den beiden Bereichen links und rechts des ω-Signals steht ein Datensatz mit insgesamt 2766 Ereignissen zur Verfügung, der eine Berücksichtigung des in den Daten vorhandenen Untergrunds ermöglicht. Eine detaillierte Beschreibung der Art und Weise der Berücksichtigung des Untergrunds erfolgt im sechsten Kapitel. Die Abbildung 28 veranschaulicht den Dalitzplot und die Massenspektren der Sidebin-Ereignisse.

5.6 Der Wirkungsquerschnitt

Die Wahrscheinlichkeit eines Reaktionsprozesses auf der Ebene submikroskopischer Teilchen wird im allgemeinen durch die Angabe eines Wirkungsquerschnittes beschrieben. Der Definition eines Wirkungsquerschnittes liegt die Vorstellung zugrunde, daß den an einer Stoßreaktion beteiligten Teilchen Flächen zugeordnet werden können, die sich im Verlauf der Reaktion überlagern. Die Überlagerungsfläche ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit des betrachteten Prozesses. Der Wirkungsquerschnitt ist folglich eine physikalische Größe mit der Einheit einer

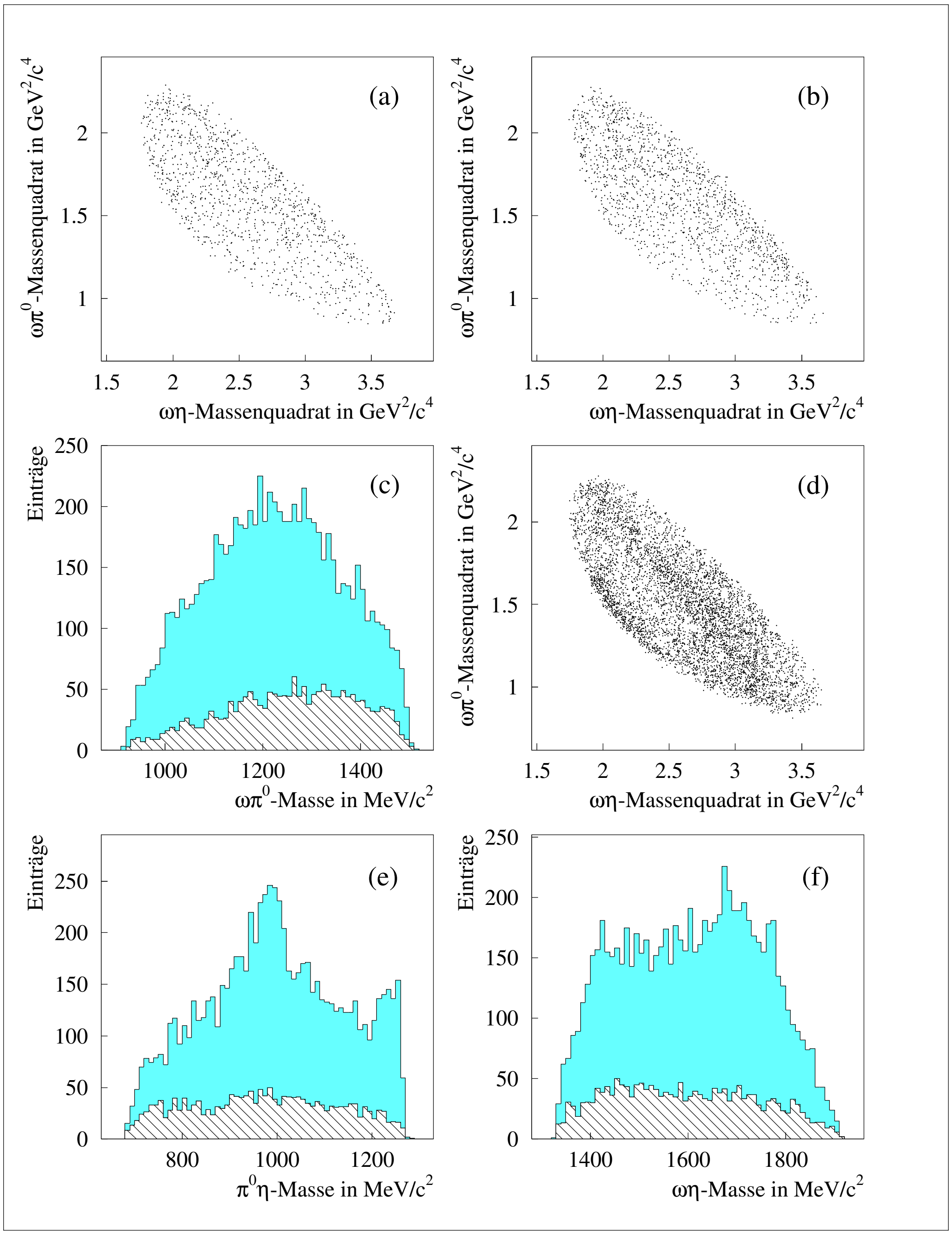


Abbildung 28: Dalitzplot und Massenspektren der Sidebin-Ereignisse. Der Dalitzplot der Ereignisse aus dem (a) linken und (b) rechten Seitenfenster. (c) Das $\omega\pi^0$-Massenspektrum. (d) Der Dalitzplot der Daten nach Subtraktion der beiden Sidebin-Dalitzplots, die entsprechend dem Untergrundanteil in den Daten gewichtet wurden. (e) Das $\pi^0\eta$-Massenspektrum. (f) Das $\omega\eta$-Massenspektrum. Den Massenspektren der Datenereignisse (schattiert) wurde jeweils das zugehörige Massenspektrum der gewichteten Sidebin-Ereignisse (schraffiert) überlagert.

Fläche. Ungeachtet der geometrischen Motivation ist die Angabe eines Wirkungsquerschnittes von der Vorstellung einer Fläche unabhängig und damit auch zur Charakterisierung quantenmechanischer Prozesse geeignet. Typische Wirkungsquerschnitte für nukleare Prozesse liegen in der Größenordnung von 10 mb. Die Einheit b steht für die englische Bezeichnung des Wortes Scheunentor (barn), wobei 1 b einer Fläche von $10^{-28}\mathrm{m}^2$ entspricht.

Im vorliegenden Fall soll der Wirkungsquerschnitt für die Proton-Antiproton-Vernichtung in den Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$ ermittelt werden. Der gesuchte Wirkungsquerschnitt ergibt sich aus dem Quotient der Anzahl $N(\omega\pi^0\eta)$ gemessener Signalereignisse und der Anzahl $N(\bar{p})$ eingeflogener Antiprotonen durch Multiplikation mit einem Korrekturterm und einem Targetfaktor.

$$\sigma = \frac{N(\omega\pi^0\eta)}{N(\bar{p})} \cdot \frac{1-\kappa}{\varepsilon\,\beta} \cdot \frac{M}{\rho\, l\, N_A}$$

Der Korrekturterm berücksichtigt die Auswirkungen von Akzeptanz, Untergrund und den Verzweigungsverhältnissen der instabilen Mesonen auf die tatsächliche Anzahl von Ereignissen des Typs $\omega\pi^0\eta$. In den dimensionslosen Korrekturterm gehen die globale Nachweiswahrscheinlichkeit ε, der Untergrundanteil κ und das Produkt β der Verzweigungsverhältnisse der instabilen Mesonen ein [18].

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (4.6 \pm 0.3)\ \% \\ \kappa &= (23.3 \pm 4.0)\ \% \\ \beta &= (34.0 \pm 0.6)\ \% \end{aligned}$$

Der Targetfaktor hat die Einheit einer Fläche und wird durch die molare Masse M und Dichte ρ des flüssigen Wasserstoffs [18], die Länge l des Targets und die Avogadrokonstante N_A bestimmt. Nach Abschluß der Selektion verbleiben 7948 Ereignisse des Typs $\omega\pi^0\eta$ in den analysierten Daten, denen eine Anzahl von 6.89 Milliarden eingeflogenen Antiprotonen zugrunde liegt [32]. Bei dem vorliegenden Strahlimpuls von 900 MeV/c beträgt der Wirkungsquerschnitt für die Proton-Antiproton-Vernichtung in den Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$

$$\sigma = (304 \pm 26)\,\mu\mathrm{b}$$

Der angegebene Fehler ergibt sich gemäß der Gaußschen Fehlerfortpflanzung aus den Unsicherheiten der in den Wirkungsquerschnitt eingehenden Größen, insbesondere den Fehlertoleranzen der Nachweiswahrscheinlichkeit und des Untergrundanteils.

6 Grundlagen der Partialwellenanalyse

Die vorangegangenen Kapitel haben gezeigt, daß im Dalitzplot und den invarianten Massenspektren Strukturen vorhanden sind, die auf die Existenz resonanter Zwischenzustände schließen lassen. Zur Beschreibung der beobachteten Strukturen werden die Daten einer Partialwellenanalyse unterzogen. Die Aufgabe der Partialwellenanalyse ist es, die relativen Anteile einzelner Anfangszustände sowie die Stärke und Dynamik von Resonanzbeiträgen bei der Proton-Antiproton-Annihilation in den Endzustand $\omega\pi^0\eta$ zu ermitteln. Das vorliegende Kapitel gibt einen Überblick über die theoretischen Grundlagen der Partialwellenanalyse.

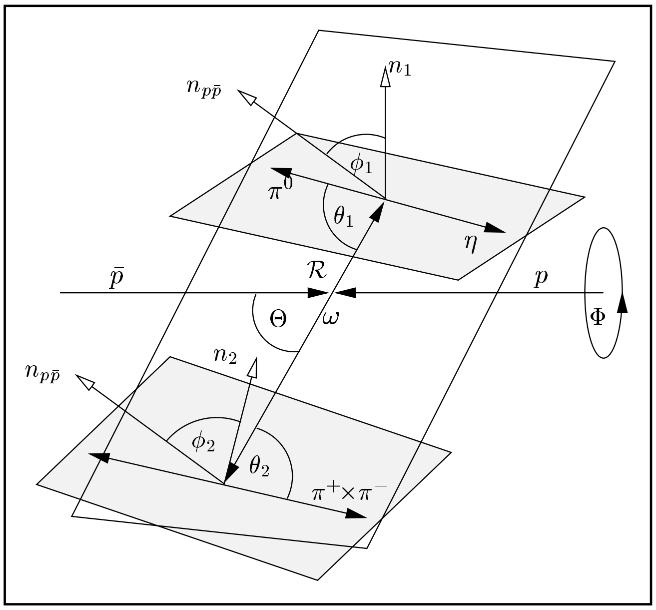


Abbildung 29: Die Observablen der Reaktion $\bar{p}p \to \mathcal{R}\omega$.

6.1 Das Isobaren-Modell

Die Formulierung der Übergangsamplituden erfolgt auf der Grundlage des Isobaren-Modells [33], welches eine erfolgreiche Beschreibung der Wechselwirkung mehrerer Teilchen im Endzustand ermöglicht [21, 38]. Das Isobaren-Modell basiert auf der experimentellen Beobachtung, das der Zerfall eines $\bar{p}p$-Anfangszustandes in einen Drei-Körper-Endzustand durch eine Reihe von aufeinanderfolgenden Zwei-Körper-Zerfällen beschrieben werden kann. Im vorliegenden Fall sind die Prozesse

$$\bar{p}p \to \mathcal{R}\,\mathcal{M}_3 \qquad \text{mit} \qquad \mathcal{R} \to \mathcal{M}_1\,\mathcal{M}_2$$

denkbar, wobei die Rolle des Zuschauermesons $\mathcal{M}_3$ von jedem der im Endzustand $\omega\pi^0\eta$ auftretenden Mesonen eingenommen werden kann. Die Formulierung der Übergangsamplitude des obigen Prozesses erfolgt im Rahmen des Helizitätsformalismuses und ist Gegenstand des nachfolgenden Abschnitts. Die Amplitude des Gesamtprozesses zerfällt hierbei in ein Produkt aus den Amplituden, die die Produktion und den Zerfall des Anfangszustandes, den Zerfall des Isobars sowie den Zerfall des ω-Mesons beschreiben.

Die Abbildung 29 veranschaulicht die zur Konstruktion der Amplitude benötigten Observablen am Beispiel der Reaktion $\bar{p}p \to \mathcal{R}\,\omega$. Die Orientierung der Resonanz wird durch die Winkel Θ und Φ relativ zur Impulsachse des einfliegenden Antiprotons festgelegt. Die Resonanz und das rückstoßende ω-Meson besitzen in ihrem gemeinsamen Schwerpunktsystem den Impuls $\vec{p}$ und den relativen Bahndrehimpuls L. Eine Rotation um die Winkel Θ und Φ sowie eine anschließende Lorentztransformation bewirken den Übergang vom $\bar{p}p$-Ruhesystem in das Ruhesystem der Resonanz. In diesem System sind die Winkel θ_1 und ϕ_1 des Isobarenzerfalls sowie der Schwerpunktsimpuls $\vec{q}$ der beiden Zerfallsmesonen definiert. θ_1 ist der polare Winkel zwischen der Flugrichtung der Resonanz und der Flugrichtung ihres Tochterteilchens π^0. ϕ_1 bezeichnet den Winkel zwischen der Normalen der Produktionsebene $\{\bar{p},\omega\}$ und der Normalen der Isobarenzerfallsebene $\{\mathcal{R},\pi^0\}$. Weiterhin wird das Zweiteilchensubsystem durch einen relativen Bahndrehimpuls l zwischen π^0 und η charakterisiert.

Die Beschreibung des ω-Zerfalls erfolgt im Ruhesytem des ω-Mesons. Im Gegensatz zum Resonanzzerfall ist die Quantisierungsachse für den Zerfall in drei Pionen jedoch durch die Normale zur Dreipionebene gegeben [33]. Dementsprechend ist θ_2 der polare Winkel zwischen der Flugrichtung des ω-Mesons und der Normalen zur Dreipionebene. ϕ_2 bezeichnet den Winkel zwischen der Normalen der Produktionsebene $\{\bar{p},\omega\}$ und der Achse, die aus dem Vektorprodukt der ω-Flugrichtung und der Dreipionnormalen hervorgeht.

6.2 Der Helizitätsformalismus

Die Helizität λ eines Teilchens mit Spin $\vec{s}$, Drehimpuls $\vec{j}$ und Impuls $\vec{p}$ ist definiert als die Projektion des Drehimpulses auf die Impulsachse dieses Teilchens.

$$\lambda = \frac{\vec{j}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|} = \frac{\vec{s}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|}$$

Der Bahndrehimpuls $\vec{l}$ des Teilchens trägt nicht zu seiner Helizität bei, da er nur Komponenten senkrecht zur Bewegungsrichtung des Teilchens aufweist. Die Helizität λ ist invariant unter Drehungen und Lorentztransformationen entlang $\vec{p}$, solange dadurch die Bewegungsrichtung des Teilchens nicht umgekehrt wird.

Die Produktionsamplituden

Die Produktion eines $\bar{p}p$-Anfangszustandes mit den Quantenzahlen J^{PC} wird durch die Helizitätsamplituden $H^J_{\nu_1\nu_2}$ beschrieben. Die Helizitäten ν_1 des Protons und ν_2 des Antiprotons können die Werte $\pm\frac{1}{2}$ annehmen. Dementsprechend sind für die Gesamthelizität $\nu = \nu_1 - \nu_2$ die Werte 0 und 1 möglich. Die Amplituden für den Produktionsprozess enthalten keinen winkelabhängigen Teil, da die Quantisierungsachse in Richtung des Antiprotonimpulses gelegt wurde. Infolge der Paritätserhaltung sind jeweils zwei der vier Helizitätsamplituden H_{++}, H_{+-}, H_{-+} und H_{--} entsprechend den Formeln

$$H^J_{\nu_1\nu_2} = \eta_P(-1)^J H^J_{-\nu_1-\nu_2} \qquad \text{und} \qquad H^J_{\nu_1\nu_2} = \eta_C(-1)^J H^J_{\nu_2\nu_1}$$

miteinander verknüpft [20]. Hierbei ist η_P und η_C die Parität und C-Parität des betrachteten Anfangszustandes. Im allgemeinen besitzt somit jeder Anfangszustand zwei voneinander unabhängige Helizitätsamplituden H_{++} und H_{+-}. Jedoch verschwinden die Amplituden H_{+-} und H_{-+} für Anfangszustände mit Drehimpuls $J = 0$ oder Spin $S = 0$, sowie die Amplituden H_{++} und H_{--} für Anfangszustände mit negativem $\eta_C(-1)^J$.

Die Zerfallsamplituden

Der durch die Helizitätsamplituden $H^J_{\nu_1\nu_2}$ charakterisierte $\bar{p}p$-Anfangszustand zerfällt im Anschluß an seine Produktion über eine Kette sequentieller Zwei-Körper-Reaktionen. Die Glieder dieser Reaktionskette sind der Zerfall des $\bar{p}p$-Anfangszustandes in eine Resonanz und ein Rückstoßteilchen, der Zerfall der Resonanz in zwei Tochterteilchen sowie der Zerfall des ω-Mesons in drei Pionen. Hierbei wird jeder Zerfall innerhalb der dreiteiligen Reaktionskette durch eine eigene Zerfallsamplitude beschrieben. Die Amplitude $A^{JM}_{\lambda_1\lambda_2}$ für den Zerfall eines Teilchens mit Drehimpuls J und Helizität M in zwei Teilchen mit den Helizitäten λ_1 und λ_2 hat die Form

$$A^{JM}_{\lambda_1\lambda_2} = N_J D^{J*}_{M\lambda}(\phi, \theta, 0) F^J_{\lambda_1\lambda_2} \qquad \text{mit} \qquad N_J = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}}$$

wobei $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ die Gesamthelizität der beiden Tochterteilchen und N_J ein Normierungsfaktor ist [19, 34]. Die Quantisierungsachse für die Helizitätszustände der Zerfallsteilchen ist durch den Impulsvektor — charakterisiert durch die Winkel θ und ϕ — eines der beiden Zerfallsteilchen im Ruhesystem des Mutterteilchens gegeben. Die Transformation in das Bezugssystem der Helizitätszustände wird durch die bekannten Drehmatrizen $D^J_{M\lambda}$ bewirkt [48]. Der dynamische Teil der Zerfallsamplitude wird durch die Amplitude $F^J_{\lambda_1\lambda_2}$ repräsentiert. Sie enthält das zunächst unbekannte Übergangsmatrixelement für den Zerfall, welches im Verlauf der Partialwellenanalyse experimentell bestimmt werden soll.

Die dynamische Amplitude für den Zerfall des ω-Mesons in drei Pionen enthält keine zusätzlichen Informationen und kann auf den konstanten Wert Eins fixiert werden. Die Produktion und der Zerfall der Resonanz werden durch das Zentrifugalpotential beeinflußt. Zur Berücksichtigung der Zentrifugalbarrieren ist es erforderlich, die dynamischen Amplituden $F^J_{\lambda_1\lambda_2}$ für die Produktion und den Zerfall der Resonanz in die Partialwellen α_{ls} zu entwickeln.

$$N_J F^J_{\lambda_1\lambda_2} = \sum_{ls} \sqrt{2l+1} \langle ls0\lambda | J\lambda \rangle \langle s_1 s_2 \lambda_1 - \lambda_2 | s\lambda \rangle \alpha_{ls}$$

Die physikalische Information der dynamischen Amplitude wird damit auf die Partialwellen übertragen. Die Partialwellenamplitude für den Zerfall der Resonanz wird mit der dynamischen Funktion $\widehat{F}$ identifiziert, deren Ableitung Gegenstand des nächsten Abschnittes ist. Die Zentrifugalbarriere des Zerfalls wird durch das Verfahren zur Parametrisierung der dynamischen Funktion implizit berücksichtigt. Im Gegensatz dazu wird der Zentrifugalbarriere beim Zerfall des $\bar{p}p$-Anfangszustandes explizit — durch Multiplikation der komplexen Partialwellenamplitude α_{ls} mit dem Blatt-Weisskopf-Term D_l — Rechnung getragen.

Die Gesamtamplitude

Die Gesamtamplitude $f_{\nu_1\nu_2}$ eines Helizitätsanfangszustandes ergibt sich schließlich als ein Produkt aus den Produktions- und Zerfallsamplituden, wobei über alle auftretenden Anfangszustände und Resonanzen sowie die unbekannten Helizitäten des Isobars und des ω-Mesons kohärent summiert wird.

$$f_{\nu_1\nu_2} = \sum_J H^{J*}_{\nu_1\nu_2} \sum_R \sum_{\lambda_1\lambda_2} N_J D^{J*}_{\nu\lambda}(\Phi,\Theta,0) F^J_{\lambda_1\lambda_2} \sum_{\lambda_3\lambda_4} N_j D^{j*}_{\lambda_1\mu}(\phi_1,\theta_1,0) F^j_{\lambda_3\lambda_4} N_1 D^{1*}_{\lambda_\omega 0}(\phi_2,\theta_2,0) F^1_{00}$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde in der obigen Darstellung auf die Entwicklung in Partialwellen verzichtet. Die Helizität λ_ω des ω-Mesons ist identisch mit der Helizität λ_3, falls das ω ein Tochterteilchen der Resonanz ist. Andernfalls ist die Helizität λ_ω mit der Helizität λ_2 gleichzusetzen. Die Gesamtintensität w_i des i-ten Ereignisses ergibt sich durch inkohärente Summation der vier möglichen Helizitätsamplituden.

$$w_i = |f_{++}|^2 + |f_{+-}|^2 + |f_{-+}|^2 + |f_{--}|^2$$

Zur Bestimmung der Beiträge einzelner Resonanzen oder Anfangszustände wird das Quadrat der jeweiligen Amplitude über den gesamten Phasenraum integriert und auf die Summe der integrierten Einzelintensitäten normiert. Dieses Verfahren garantiert einen kumulierten Gesamtbeitrag von 100 %, vernachlässigt hierbei jedoch den Einfluß von Interferenzeffekten.

6.3 Die dynamische Funktion $\widehat{F}$ im K-Matrix-Formalismus

Die Funktion $\widehat{F}$ beschreibt die Dynamik des Zerfalls und wird in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe des K-Matrix-Formalismuses parametrisiert. Hierzu wird die dynamische Funktion zunächst als Zwei-Körper-Streuamplitude formuliert und anschliessend die Kopplung an die Anfangszustände der Streuung durch eine Produktionsstärke in der $\bar{p}p$-Annihilation ersetzt.

Nach Heisenberg ist die Amplitude für den Übergang eines Anfangszustandes $|i\rangle$ in den Endzustand $|f\rangle$ in Streuprozessen des Typs $ab \to cd$ durch das Matrixelement

$$S_{fi} = \langle f|S|i\rangle \qquad \text{mit} \qquad \langle f|i\rangle = \delta_{fi}$$

der Streumatrix S gegeben. Die S-Matrix ist entsprechend den Prinzipien der Wahrscheinlichkeitserhaltung und Zeitumkehrinvarianz unitär und symmetrisch. Sie kann in eine Übergangsmatrix T und einen wechselwirkunsfreien Anteil zerlegt werden.

$$S = \mathbb{1} + 2iT$$

Zur Parametrisierung der Übergangsmatrix T wird nun die symmetrische K-Matrix eingeführt, die die Unitarität der S-Matrix gewährleistet.

$$K^{-1} = T^{-1} + i\mathbb{1}$$

Die K-Matrix ist hermitesch und kommutiert mit T. Durch Multiplikation mit der diagonalen Phasenraummatrix ρ wird die K-Matrix in ihre lorentzinvariante Form $\widehat{K}$ transformiert.

$$\widehat{K} = \sqrt{\rho}\, K \sqrt{\rho}^\dagger$$

Die Elemente der Phasenraummatrix sind die Phasenraumfaktoren ρ_i, die eine Funktion des Schwerpunktsimpulses q_i im Kanal i sind.

$$\rho_i(m) = \frac{2q_i(m)}{m} \qquad \text{mit} \qquad q_i(m) = \frac{\sqrt{(m^2 - (m_{i1} + m_{i2})^2)\,(m^2 - (m_{i1} - m_{i2})^2)}}{2m}$$

Wird die Übergangsamplitude durch das Auftreten von Resonanzen dominiert, so erscheinen diese Resonanzen in der K-Matrix als Summe von Polen α der Masse m_α.

$$\widehat{K}_{ij} = \sum_\alpha \frac{g^0_{\alpha i} g^0_{\alpha j} B^l_{\alpha i}(q_i, q_{\alpha i}) B^l_{\alpha j}(q_j, q_{\alpha j})}{m^2_\alpha - m^2}$$

Die Kopplungsstärke $g^0_{\alpha i}$ des Poles α an den Kanal i wird durch die Partialbreiten $\Gamma_{\alpha i}$ charakterisiert, die sich zur Gesamtbreite Γ_α addieren.

$$g^0_{\alpha i} = \sqrt{\frac{m_\alpha \Gamma_{\alpha i}}{\rho_i(m_\alpha)}} \qquad \text{mit} \qquad \Gamma_\alpha = \sum_i \Gamma_{\alpha i}$$

Hierbei ist $\rho_i(m_\alpha)$ das an der Polstelle m_α der Resonanz berechnete Phasenraumelement im Kanal i. Die Faktoren B^l berücksichtigen die Zentrifugalbarriere des Potenials und sind als Quotienten von Blatt-Weisskopf-Faktoren nach [31] formuliert.

$$\begin{aligned}
B^l_{\alpha i}(q_i, q_{\alpha i}) &= \frac{D_l(q_i)}{D_l(q_{\alpha i})} \\
D_0(q) &= 1 \\
D_1(q) &= \sqrt{\frac{2z}{z+1}} \\
D_2(q) &= \sqrt{\frac{13z^2}{(z-3)^2 + 9z}}
\end{aligned}$$

Die Blatt-Weisskopf-Faktoren sind mit $z = (q/q_R)^2$ für einen Schwerpunktsimpuls von $q_R = 197.3\,\text{MeV}/c$ entsprechend einem Annihilationsradius von einem Fermi auf Eins normiert.

Die Beschreibung der Formation von Resonanzen in der Zwei-Teilchen-Streuung durch den K-Matrix-Formalismus wurde von Aitchison [4] für die Produktion von Resonanzen in komplexeren Prozessen erweitert. Die Resonanz α koppelt hierbei direkt an den $\bar{p}p$-Anfangszustand und zerfällt mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Partialbreite $\Gamma_{\alpha i}$ in den Kanal i. Die Formationsamplitude $\widehat{T}$ wird in diesem Fall durch die lorentzinvariante Übergangsamplitude $\widehat{F}$ ersetzt.

$$\widehat{F} = \left(\mathbb{1} - i\widehat{K}\rho\right)^{-1} \widehat{P}$$

Der Produktionsvektor $\widehat{P}$ hat hierbei dieselbe Polstruktur wie die K-Matrix und beschreibt die Produktion der Resonanzen.

$$\begin{aligned}
\widehat{P}_i &= \sum_\alpha \frac{\beta^0_\alpha g^0_{\alpha i} B^l_{\alpha i}(q, q_{\alpha i})}{m^2_\alpha - m^2} \\
\beta^0_\alpha &= \beta_\alpha \sqrt{\sum_i {g^0_{\alpha i}}^2}
\end{aligned}$$

Die β_α sind die dimensionslosen Produktionsstärken der Pole m_α. Im einfachsten Fall einer einzelnen Resonanz und nur einem offenen Kanal reduziert sich die lorentzinvariante Übergangsamplitude $\widehat{F}$ auf die bekannte Breit-Wigner-Amplitude mit massenabhängiger Breite.

$$\widehat{F} = \beta_\alpha \frac{m_\alpha \Gamma_\alpha B^l_{\alpha i}(q, q_{\alpha i})}{m_\alpha^2 - m^2 - i m_\alpha \Gamma(m)} \qquad \text{mit} \qquad \Gamma(m) = \Gamma_\alpha \frac{\rho(m)}{\rho(m_\alpha)} {B^l_\alpha}^2(q, q_{\alpha i})$$

Im Fall einer einzelnen Resonanz und zwei offenen Kanälen bei einem relativen Bahndrehimpuls von Null erhält die dynamische Amplitude die Form der ebenfalls bekannten Flatté-Parametrisierung [24]. Die Komponente i des zweidimensionalen $\widehat{F}$-Vektors beschreibt dann die Übergangsamplitude vom Anfangszustand in den Kanal i.

$$\widehat{F} = \beta_\alpha \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{m_\alpha^2 - m^2 - i(\rho_1 g_1^2 + \rho_2 g_2^2)} \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix}$$

In der vorliegenden Arbeit werden zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Resonanzen einfache Breit-Wigner-Amplituden sowie zweidimensionale K-Matrizen verwendet. Hierbei ist zu beachten, daß den Parametern der K-Matrix keine direkte physikalische Bedeutung zukommt. Insbesondere unterscheiden sich die Breiten und Polstellen der K-Matrixpole von den Breiten und Massen der entsprechenden Resonanzen in einem invarianten Massenspektrum. Die physikalischen Resonanzparameter ergeben sich vielmehr aus den Polstellen der T-Matrix in der komplexen Energieebene [43].

6.4 Die Log-Likelihood Methode

Ist p_i die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ereignis in einem gegebenen Datensatz von N Ereignissen beobachtet wird, so ist die Gesamtwahrscheinlichkeit des Datensatzes durch das normierte Produkt der Wahrscheinlichkeiten gegeben.

$$\mathcal{L} = N! \prod_{i=1}^{N} \frac{p_i}{\int p \, d\Omega}$$

Die Wahrscheinlichkeit p_i des i-ten Ereignisses ist hierbei als das Produkt aus der Rekonstruktionseffizienz ε_i und der Gewichtsfunktion w_i definiert, wobei die Gewichtsfunktion das Quadrat der Gesamtamplitude des i-ten Ereignisses ist. Das Normierungsintegral entspricht der über den Phasenraum integrierten Wahrscheinlichkeit und wird in der Praxis durch eine Summation über N_{MC} phasenraumverteilte Monte Carlo Ereignisse approximiert.

$$\int p \, d\Omega = \frac{N}{N_{MC}} \sum_{j=1}^{N_{MC}} w_j = \frac{N}{N_{MC}} \Phi$$

Die Effizienzen ε_i sind im Monte Carlo Datensatz bereits implizit enthalten und treten daher in der Approximation nicht mehr auf. Die auf diese Weise definierte Likelihood $\mathcal{L}$ ist eine Funktion in einem mehrdimensionalen Parameterraum. Die zunächst unbekannten Parameter sind die Variablen der Helizitätsamplitude, die über die Gewichtsfunktionen w_i den Wert der Likelihood bestimmen. Das Ziel der Partialwellenanalyse ist nun, die durch die Likelihood $\mathcal{L}$

beschriebene Gesamtwahrscheinlichkeit der gemessenen Ereignisse zu maximieren, indem die Parameter in einem iterativen Prozeß optimiert werden. In Anbetracht der kleinen Werte der Einzelwahrscheinlichkeiten ist es zur Erleichterung des numerischen Optimierungsprozesses üblich, die Maximierungsaufgabe in das äquivalente Problem der Minimierung der negativen logarithmischen Likelihood umzuwandeln. Darüberhinaus wird der negativen logarithmischen Likelihood in der vorliegenden Arbeit noch ein Term hinzugefügt, der für die Approximation des Phasenraumintegrals eine zusätzliche Nebenbedingung darstellt. Damit lautet die Funktion der negativen logarithmischen Likelihood :

$$NLL = -\ln\mathcal{L} = -\sum_{i=1}^{N}\ln w_i + N\ln\frac{N}{N_{MC}}\Phi + \frac{N}{2}\left(\frac{\Phi}{N_{MC}} - 1\right)^2 - \ln N! - \sum_{i=1}^{N}\ln\varepsilon_i$$

Die Summe der logarithmierten Effizienzen liefert zur Likelihood nur einen konstanten Beitrag und ist für die Position des Minimums ohne Bedeutung. Im Minimum ist das durchschnittliche Monte Carlo Gewicht Eins und die Likelihood wird abgesehen von den konstanten Termen lediglich durch die Summe der logarithmierten Gewichte bestimmt.

Zur Berücksichtigung des in den gemessenen Daten vorhandenen Untergrundanteils wird die Likelihood-Funktion nach einer Idee von Bischoff [13] modifiziert. Die Berechnung der modifizierten Likelihood erfordert neben dem gemessenen Datensatz noch ein Datensatz mit Untergrundereignissen, der in der vorliegenden Arbeit auf der Grundlage der Sidebin-Methode erstellt wurde. Die geschätzte Anzahl N' der in den Daten vorhandenen Untergrundereignisse wurde bereits im fünften Kapitel ermittelt. Ist N die Anzahl der Datenereignisse, von denen N' Ereignisse dem Untergrund zuzuordnen sind, und ist U die Anzahl der Ereignisse im Untergrund-Datensatz, und $\widetilde{N} = N - N'$ die Anzahl der untergrundfreien Ereignisse, so lautet die modifizierte Likelihood $\widetilde{\mathcal{L}}$ unter Berücksichtigung der Approximation des Phasenraumintegrals durch die Summation über Monte Carlo Ereignisse

$$\widetilde{\mathcal{L}} = \frac{\widetilde{N}! \prod_{i=1}^{N} w_i}{\left(\frac{\widetilde{N}}{N_{MC}}\Phi\right)^{\widetilde{N}} \left(\prod_{k=1}^{U} w_k\right)^{\frac{N'}{U}}}$$

Gegenüber der ursprünglichen Definition der Likelihood tritt in der modifizierten Likelihood ein zusätzlicher Term im Nenner auf. Dieser Term sorgt dafür, daß die Gewichte der in den Daten enthaltenen Untergrundereignisse durch die Gewichte der Ereignisse im Untergrund-Datensatz eliminiert werden. Infolgedessen wird die modifizierte Likelihood effektiv gesehen nur noch von den Gewichten der untergrundfreien Datenereignisse bestimmt.

Die Konstruktion der Likelihood-Funktion und ihre Anpassung an die Daten erfolgt mit dem Programm HellsBells [13], das für den parallelisierten Betrieb am Parallelrechner IBM RS/6000 SP der Universität Karlsruhe optimiert wurde. Zur Minimierung der modifizierten negativen Log-Likelihood greift das Programm HellsBells auf das am CERN entwickelte Programmpaket MINUIT [35] zurück. Das Anpassungsverfahren ermittelt dabei aus den Startwerten der Parameter zunächst die numerischen Werte der zu minimierenden Funktion sowie deren ersten und zweiten Ableitungen. Anschließend wird die zu minimierende Funktion in der Umgebung der

Startwerte durch eine Parabel genähert und das Minimum der Parabel als Ausgangspunkt für den nächsten Iterationsschritt gewählt. Liegt der geschätzte vertikale Abstand zum Minimum unterhalb einer zuvor festgelegten Toleranzschwelle, so ist der Anpassungsprozeß abgeschlossen. Die Fehler der optimierten Parameter lassen sich nach Konvergenz der Anpassung aus der Gestalt des Likelihoodgebirges in der Umgebung des Minimums bestimmen. Der absolute Wert der Likelihood im Minimum ermöglicht eine Beurteilung der Qualität zweier Anpassungen relativ zueinander. Eine Verbesserung der Anpassung spiegelt sich, entsprechend einer höheren Gesamtwahrscheinlichkeit, in einem geringeren Wert der negativen logarithmischen Likelihood wieder. Darüberhinaus kommt dem absoluten Wert der Likelihood keine Bedeutung zu.

6.5 Quantenzahlen und Auswahlregeln

Zur Beschreibung der Daten werden im Verlauf der Partialwellenanalyse Hypothesen aufgestellt, die auf der Grundlage der damit verbundenen Likelihood verifiziert oder falsifiziert werden. Die Hypothesen beinhalten Annahmen bezüglich der Menge der an der Annihilation beteiligten $\bar{p}p$-Anfangszustände, der Anzahl und Charakteristik resonanter Zwischenzustände sowie der zwischen Isobar und Rückstoßmeson auftretenden Bahndrehimpulse.

Zur Charakterisierung der an der Proton-Antiproton-Vernichtung beteiligten Anfangszustände eignen sich der Gesamtdrehimpuls J, der Isospin I sowie die in der starken Wechselwirkung erhaltenen Quantenzahlen der Symmetrieoperationen Parität P, Ladungskonjugation C und G-Parität.

$$\eta_P = (-1)^{L+1} \qquad \eta_C = (-1)^{L+S} \qquad \eta_G = (-1)^{L+S+I}$$

Die Kopplung der Spins und Isospins von Proton und Antiproton zum Gesamtspin S und Isospin I sowie die Kopplung des Gesamtspins mit dem relativen Bahndrehimpuls L zum Gesamtdrehimpuls J erfolgt nach den allgemeinen Regeln der quantenmechanischen Drehimpulsalgebra. Demnach können der Gesamspin und der Isospin die Werte Null und Eins annehmen, wobei die dritte Komponente I_3 des Isospins infolge der fehlenden Gesamtladung stets verschwindet.

Die Symmetrieeigenschaften der an der Annihilationsreaktion beteiligten Teilchen bestimmen nicht nur die Charakteristik der Anfangszustände, sondern auch die Bildung resonanter Zwischenzustände sowie deren Kopplung an den betrachteten Anfangszustand. Sind p_i, c_i und g_i die intrinsischen Quantenzahlen der beiden Zerfallsteilchen a und b eines Isobarenzustandes, so ergeben sich die Quantenzahlen des gekoppelten Systems aus den Formeln:

$$\eta_P = p_a \cdot p_b \cdot (-1)^l \qquad \eta_C = c_a \cdot c_b \qquad \eta_G = g_a \cdot g_b$$

Die Größe l bezeichnet dabei den relativen Bahndrehimpuls zwischen den beiden Zerfallsteilchen der Resonanz. Der in der vorliegenden Arbeit betrachtete Endzustand $\omega\pi^0\eta$ besitzt den Isospin Eins und hat eine negative C-Parität. Aus diesem Grund kann die Annihilation in den Endzustand $\omega\pi^0\eta$ nur aus Isotriplett-Anfangszuständen mit negativer C-Parität und positiver G-Parität erfolgen. Die Tabelle 5 vermittelt einen Überblick über die im Rahmen der Partialwellenanalyse berücksichtigten Anfangszustände, resonanten Zwischenzustände und die zu deren Kopplung benötigten Bahndrehimpulse zwischen Isobar und Rückstoßmeson. Die Anfangszustände sind sowohl mit ihren Quantenzahlen J^{PC} als auch in der spektroskopischen Notation $^{2S+1}L_J$ aufgeführt. Der maximal berücksichtigte Gesamtdrehimpuls J ist Vier und resultiert aus den Analysen [12, 32] verschiedener Zwei-Körper-Endzustände bei den Strahlimpulsen 600, 900 und 1200 MeV/c.

Resonanzen				Proton-Antiproton-Anfangszustände					
				1^{--}	1^{+-}	2^{--}	3^{--}	3^{+-}	4^{--}
System	J^{PC}	Beispiel	l	$^3S_1, ^3D_1$	$^1P_1$	$^3D_2$	$^3D_3, ^3G_3$	$^1F_3$	$^3G_4$
$\pi^0\eta$	0^{++}	$a_0(980)$	0	0,2	1	2	2,4	3	4
	1^{-+}	$\hat{\rho}(1405)$	1	1,3	0,2	1,3	1,3,5	2,4	3,5
	2^{++}	$a_2(1230)$	2	0,2,4	1,3	0,2,4	0,2,4	1,3,5	2,4
$\omega\pi^0$	1^{+-}	$b_1(1235)$	0,2	0,2	1	2	2,4	3	4
	1^{--}	$\rho(1450)$	1	1	0,2	1,3	3	2,4	3,5
$\omega\eta$	1^{+-}	$h_1(1380)$	0,2	0,2	1	2	2,4	3	4
	0^{--}	Exotic	1	1	–	–	3	–	–
	1^{--}	$\omega(1600)$	1	1	0,2	1,3	3	2,4	3,5
	3^{--}	$\omega_3(1670)$	3	3	2,4	1,3,5	1,3,5	0,2,4	1,3,5

Tabelle 5: Die Quantenzahlen verschiedener $\bar{p}p$-Anfangszustände und resonanter Zwischenzustände im $\pi^0\eta$-, $\omega\pi^0$- und $\omega\eta$-Subsystem sowie die zu deren Kopplung notwendigen Bahndrehimpulse zwischen Isobar und Rückstoßmeson.

Angesichts der Vielzahl möglicher Kombinationen von Bahndrehimpuls und Spin ist es notwendig, die Zahl der beitragenden Bahndrehimpulse auf physikalisch sinnvolle Weise einzuschränken. Aus den Ergebnissen vorangegangener Analysen der Crystal Barrel Kollaboration kann die empirische Regel abgeleitet werden, daß im Produktionsprozeß für eine Einheit des Bahndrehimpulses L ein Impuls zwischen 200 und 250 MeV/c im Schwerpunktssystem von Resonanz und Rückstoßmeson benötigt wird [16].

Auf der Grundlage dieser Regel werden in der vorliegenden Analyse die Bahndrehimpulse für die Kopplung an die $\bar{p}p$-Anfangszustände auf die Werte Null bis Drei (Vier für den Anfangszustand 4^{--}) im Fall des $a_0(980)$ sowie Null und Eins für alle weiteren Resonanzen im $\pi^0\eta$-Subsystem eingeschränkt. Die Bahndrehimpulse für resonante Zwischenzustände im $\omega\pi^0$- und $\omega\eta$-Subsystem werden auf Werte zwischen Null und Zwei eingeschränkt.

7 Partialwellenanalyse von $\omega\pi^0\eta$

Im vorliegenden Kapitel werden die Ergebnisse der Partialwellenanalyse des Endzustandes $\omega\pi^0\eta$ bei der Proton-Antiproton-Vernichtung im Fluge vorgestellt. Die Beschreibung der Daten orientiert sich an den in den Massenspektren beobachteten Strukturen, die im Rahmen des Isobarenmodells auf die Existenz resonanter Zwischenzustände zurückgeführt werden. Zur Beschreibung der Strukturen wurde an die Daten zunächst ein minimales Modell mit drei resonanten Zwischenzuständen angepaßt. Im weiteren Verlauf der Partialwellenanalyse wurde das Minimalmodell um zusätzliche Resonanzzustände im $\pi^0\eta$-, $\omega\pi^0$- und $\omega\eta$-Subsystem erweitert und deren Existenz auf der Grundlage der gewonnenen Ergebnisse verifiziert oder falsifiziert. Das Kapitel schließt mit einer detaillierten Präsentation der besten Anpassung.

7.1 Die Minimalhypothese

Die Minimalhypothese beinhaltet die beiden bekannten Mesonen $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ im $\pi^0\eta$-Subsystem sowie einen resonanten Zustand mit zunächst unbekannten Quantenzahlen im $\omega\eta$-Subsystem. Die Minimalhypothese bildet im Rahmen der Partialwellenanalyse den Ausgangspunkt für die Beschreibung der Daten und ermöglicht eine eindeutige Identifikation der Quantenzahlen der resonanten Struktur im $\omega\eta$-Subsystem.

Die dynamische Parametrisierung des $a_0(980)$ erfolgt mit einer einpoligen 2×2 K-Matrix, welche die Kopplung an die beiden Zerfallskanäle $\pi^0\eta$ und $K\bar{K}$ beschreibt. Die Polmasse sowie die beiden Partialbreiten für den Zerfall in $\pi^0\eta$ und $K\bar{K}$ wurden in Anlehnung an die Ergebnisse einer Analyse [50] des Endzustandes $\pi^0\pi^0\eta$ mit den Werten 1000, 100 und 1 MeV/c^2 initialisiert. Variationen der Partialbreite für die Kopplung an $K\bar{K}$ bewirken jedoch im vorliegenden Fall nur eine marginale Veränderung der Likelihood und haben anscheinend auf die Qualität der Beschreibung des $\pi^0\eta$-Spektrums keinen Einfluß. Daher wurde dieser Parameter der K-Matrix in allen weiteren Anpassungen auf dem initialisierten Wert belassen. Bei der Berechnung der Phasenraumfaktoren des Zerfalls wurde über die Massen von geladenen und neutralen Kaonen gemittelt. Die Beschreibung des $a_2(1320)$ und der Resonanz im $\omega\eta$-Subsystem erfolgte vermöge einer Breit-Wigner-Parametrisierung mit massenabhängiger Breite.

Im ersten Schritt der Analyse sollte die Variation der negativen logarithmischen Likelihood in Abhängigkeit von der Polmasse des $a_0(980)$ und der Partialbreite für die Kopplung an $\pi^0\eta$ untersucht werden. Die Masse und Breite des $a_2(1320)$ wurden für diese Studien auf ihren Nominalwerten in Höhe von 1317 und 107 MeV/c^2 belassen. Der Resonanzzustand im $\omega\eta$-Subsystem wurde mit den Quantenzahlen 1^{--} sowie festen Werten für Masse und Breite in Höhe von 1700 und 180 MeV/c^2 parametrisiert. Die Abbildung 30a veranschaulicht das Verhalten der negativen Log-Likelihood in Abhängigkeit von der Polmasse des $a_0(980)$ für verschiedene Partialbreiten. Die Kurvenschar bildet bei einer Polmasse von 1003 MeV/c^2 ein Minimum aus. Darüberhinaus tritt an der $K\bar{K}$-Schwelle ein charakteristischer Sprung auf. Dieser ist auf die Parametrisierung der K-Matrix zurückzuführen, deren Phasenraumfaktor für die Kopplung an den Zerfallskanal $K\bar{K}$ an der $K\bar{K}$-Schwelle imaginär wird. Die insgesamt eher flache Minimumstruktur im Massenscan deutet darauf hin, daß die vorliegenden Daten für eine Bestimmung der $a_0(980)$-Masse nicht sensitiv genug sind.

Im Gegensatz dazu reagiert die Likelihood empfindlich auf Variationen der Partialbreite. In Abbildung 30c ist die Verteilung der negativen logarithmischen Likelihood in Abhängigkeit von der Partialbreite für die Kopplung an $\pi^0\eta$ aufgetragen. Die Kurve des Breitenscans bildet bei einer Breite von 210 MeV/c^2 ein deutliches Minimum aus. Die bemerkenswerte Verdoppelung der Partialbreite gegenüber dem initialisierten Wert ist vermutlich auf die Resonanz im $\omega\eta$-Subsystem zurückzuführen, deren Anwesenheit eine zuverlässige Bestimmung von Masse und Breite des $a_0(980)$ erschwert.

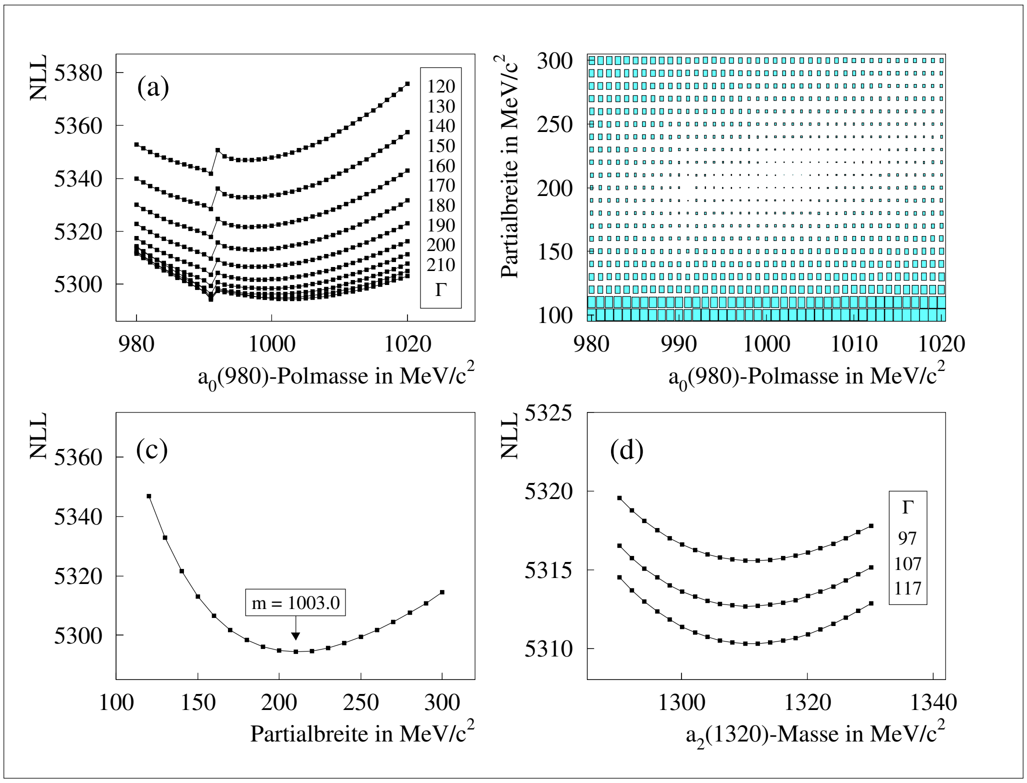


Abbildung 30: Das $a_0(980)$ und das $a_2(1320)$ im Massen- und Breitenscan.

Im zweiten Analyseschritt wurde die Variation der negativen logarithmischen Likelihood in Abhängigkeit von der Masse und Breite des $a_2(1320)$ studiert. Die in Abbildung 30d dargestellte Kurvenschar weist bei einer Masse von 1310 MeV/c^2 ein Minimum auf. Der Wert der negativen Log-Likelihood vermindert sich tendenziell mit wachsender Breite des $a_2(1320)$. Da die Nominalmasse des $a_2(1320)$ außerhalb des zur Verfügung stehenden Phasenraums liegt, wird es dennoch als sinnvoll erachtet, die Breite in allen weiteren Anpassungen auf ihrem Nominalwert zu belassen.

Gegenstand des dritten Analyseschrittes waren die Quantenzahlen J^{PC} der Resonanz im $\omega\eta$-Subsystem sowie deren Masse und Breite. Die Identifikation der vorliegenden Quantenzahlen ermöglichten mehrere Massenscans im $\omega\eta$-Signalbereich, die im Hinblick auf den absoluten Wert der Likelihood und die Ausbildung einer Minimumstruktur ausgewertet wurden. Im

Verlauf dieser Studie fanden alle Quantenzahlkombinationen Berücksichtigung, die das $\omega\eta$-Subsystem in Anbetracht eines maximalen Gesamtdrehimpulses von Drei und eines relativen Bahndrehimpulses zwischen Null und Drei annehmen kann :

$$\begin{array}{ccccc} & 1^{+-} & & & \text{mit} \quad L=0 \\ 0^{--} & 1^{--} & 2^{--} & & \text{mit} \quad L=1 \\ & 1^{+-} & 2^{+-} & 3^{+-} & \text{mit} \quad L=2 \\ & & 2^{--} & 3^{--} & \text{mit} \quad L=3 \end{array}$$

Die Abbildung 31 veranschaulicht die Verteilung der negativen Log-Likelihood in Abhängigkeit von der invarianten $\omega\eta$-Masse für die sieben betrachteten Quantenzahlkombinationen. Der resonante Zustand im $\omega\eta$-Subsystem bevorzugt offenbar die Quantenzahlen 1^{--} eines Vektormesons, da diese sowohl zu den geringsten Werten der negativen logarithmischen Likelihood als auch zur Ausbildung eines Minimums im Signalbereich führen.

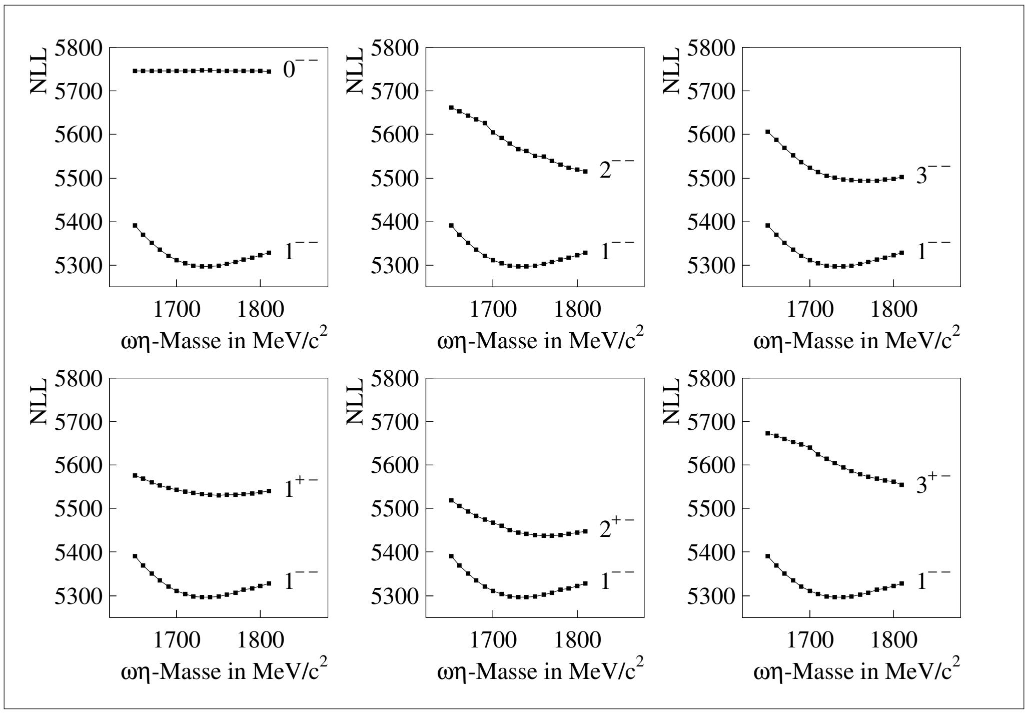


Abbildung 31: Die Quantenzahlen der Resonanz im $\omega\eta$-Subsystem.

Im Massenbereich der beobachteten $\omega\eta$-Resonanz sind die beiden Vektormesonen $\omega(1600)$ und $\phi(1680)$ bekannt. Beide Resonanzen erlauben einen Zerfall in $\omega\eta$, können jedoch infolge ihrer ähnlichen Massen und Breiten nicht voneinander unterschieden werden [18]. Der Zerfallskanal $\omega\eta$ favorisiert eine Identifikation der beobachteten Resonanz mit dem $\omega(1600)$, da die ϕ-Natur des $\phi(1680)$ einen Zerfall in kaonische Kanäle impliziert. Angesichts des $s\bar{s}$-Gehalts des η-Mesons kann jedoch eine Kopplung des $\phi(1680)$ an den Endzustand $\omega\eta$ nicht ausgeschlossen werden.

Zur Bestimmung von Masse und Breite der Resonanz im $\omega\eta$-Subsystem wurden Massenscans bei variierenden Zerfallsbreiten und ein Breitenscan bei frei angepaßter Resonanzmasse vorgenommen. Die Abbildung 32a veranschaulicht das Verhalten der negativen Log-Likelihood in Abhängigkeit von der Masse der $\omega\eta$-Resonanz für Breiten zwischen 140 und 300 MeV/c^2. Das Minimum der Kurvenschar liegt bei einer Masse von 1740 MeV/c^2. In der zweidimensionalen Auftragung der Breite gegen die Masse ist darüberhinaus ein deutliches Minimum bei einer Zerfallsbreite von 240 MeV/c^2 zu erkennen (Abbildung 32b). Die Ergebnisse des Breitenscans (Abbildung 32c und 32d) bei frei angepaßter Masse bestätigen die auf der Grundlage der Massenscans ermittelten Resonanzparameter.

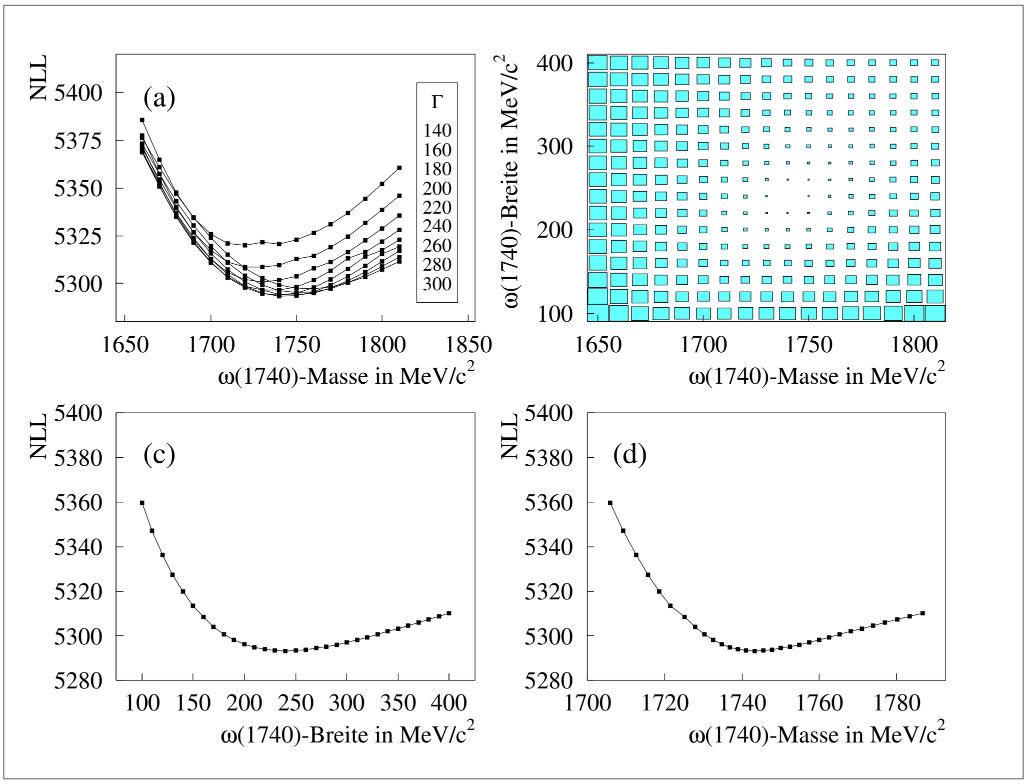


Abbildung 32: Das $\omega(1740)$ im Massen- und Breitenscan.

Die Breite des resonanten Zustandes im $\omega\eta$-Subsystem stimmt mit der Breite des $\omega(1600)$ gut überein. Eine Identifikation der beobachteten Resonanz mit dem $\omega(1600)$ erscheint jedoch in Anbetracht der bedeutend geringeren Masse des $\omega(1600)$ zweifelhaft. Dahingegen wäre denkbar, daß es sich bei der beobachteten Resonanz um den bislang unbekannten $s\bar{s}$-Partner des $\omega(1600)$ im $^3D_1$-Nonett handelt. Ungeachtet der Ambiguität bezüglich der ω/ϕ-Natur wird die Resonanz im $\omega\eta$-Subsystem im weiteren Verlauf dieser Arbeit als $\omega(1740)$ bezeichnet.

Angesichts der großen Breite des $a_0(980)$ wurde zuvor die Vermutung geäußert, daß die Anwesenheit des $\omega(1740)$ eine zuverlässige Bestimmung der Masse und Breite des $a_0(980)$ sabotiert. Umgekehrt erschwert die Anwesenheit des $a_0(980)$ infolge seiner großen Breite eine korrekte Bestimmung der Resonanzparameter des $\omega(1740)$. Daher wurde im vierten Schritt der Analyse die Stabilität von Masse, Breite und prozentualem Anteil des $\omega(1740)$ in Abhängigkeit von der Partialbreite des $a_0(980)$ untersucht. Die Massen der Zwischenzustände $a_0(980)$, $a_2(1320)$ und $\omega(1740)$ sowie die Breite des $\omega(1740)$ wurden im Rahmen dieser Studie frei angepaßt. Die Abbildung 33 veranschaulicht die Ergebnisse der Stabilitätsanalyse. Offenbar ist die Masse des $\omega(1740)$ von der Partialbreite des $a_0(980)$ weitgehend unabhängig, während Breite und prozentualer Anteil des $\omega(1740)$ geringfügigen Schwankungen unterliegen.

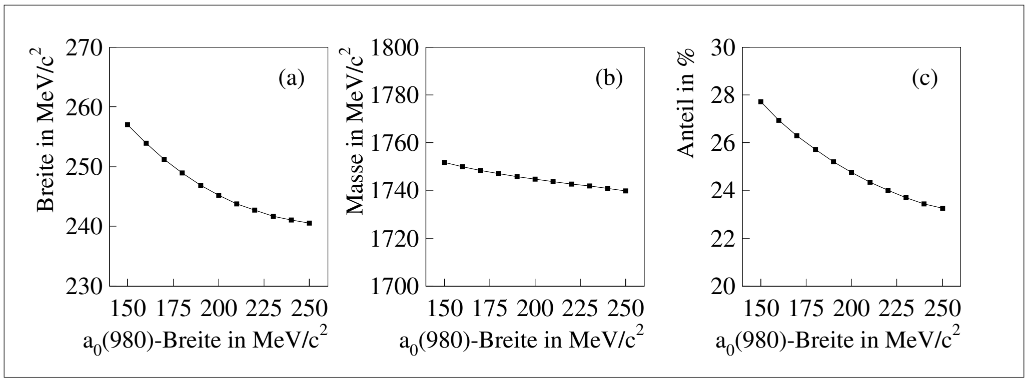


Abbildung 33: Stabilität der Parameter des $\omega(1740)$.

Die Korrelationen zwischen den Parametern verschiedener resonanter Zwischenzustände wurden in den bisherigen Studien nur unvollständig erfaßt. Daher wurden im letzten Schritt der Analysen im Kontext der Minimalhypothese alle drei Massen sowie die Breiten der Zwischenzustände $a_0(980)$ und $\omega(1740)$ an die Daten frei angepaßt. Die aus dieser Anpassung resultierenden Anteile einzelner Anfangszustände sowie die Massen, Breiten und prozentualen Anteile der Resonanzen $a_0(980)$, $a_2(1320)$ und $\omega(1740)$ sind in der Tabelle 6 aufgeführt. Die negative Log-Likelihood nahm bei 43 freien Parametern einen Wert von 5293 an. Der T-Matrix-Pol des $a_0(980)$ befindet sich in der komplexen Energieebene an der Stelle $1000 - i102$.

Anfangszustände	1^{--}	1^{+-}	2^{--}	3^{--}	3^{+-}
Anteil in %	44	25	2	23	6

Resonanzen	L	Masse	Breite	Anteil
$a_0(980)$	0–3	1007 ± 4	198 ± 10	44
$a_2(1230)$	0–1	1307 ± 7	107 (fest)	31
$\omega(1740)$	0–2	1745 ± 9	246 ± 20	25

Tabelle 6: Das Ergebnis der Minimalhypothese.

Die angegebenen Unsicherheiten beziehen sich auf die Fehlertoleranzen, die der Minimierungsalgorithmus aus der Form des Likelihoodgebirges in der Umgebung des Optimums ermittelt hat. Ein bedeutender Prozentsatz der Annihilationen findet aus Anfangszuständen mit dem

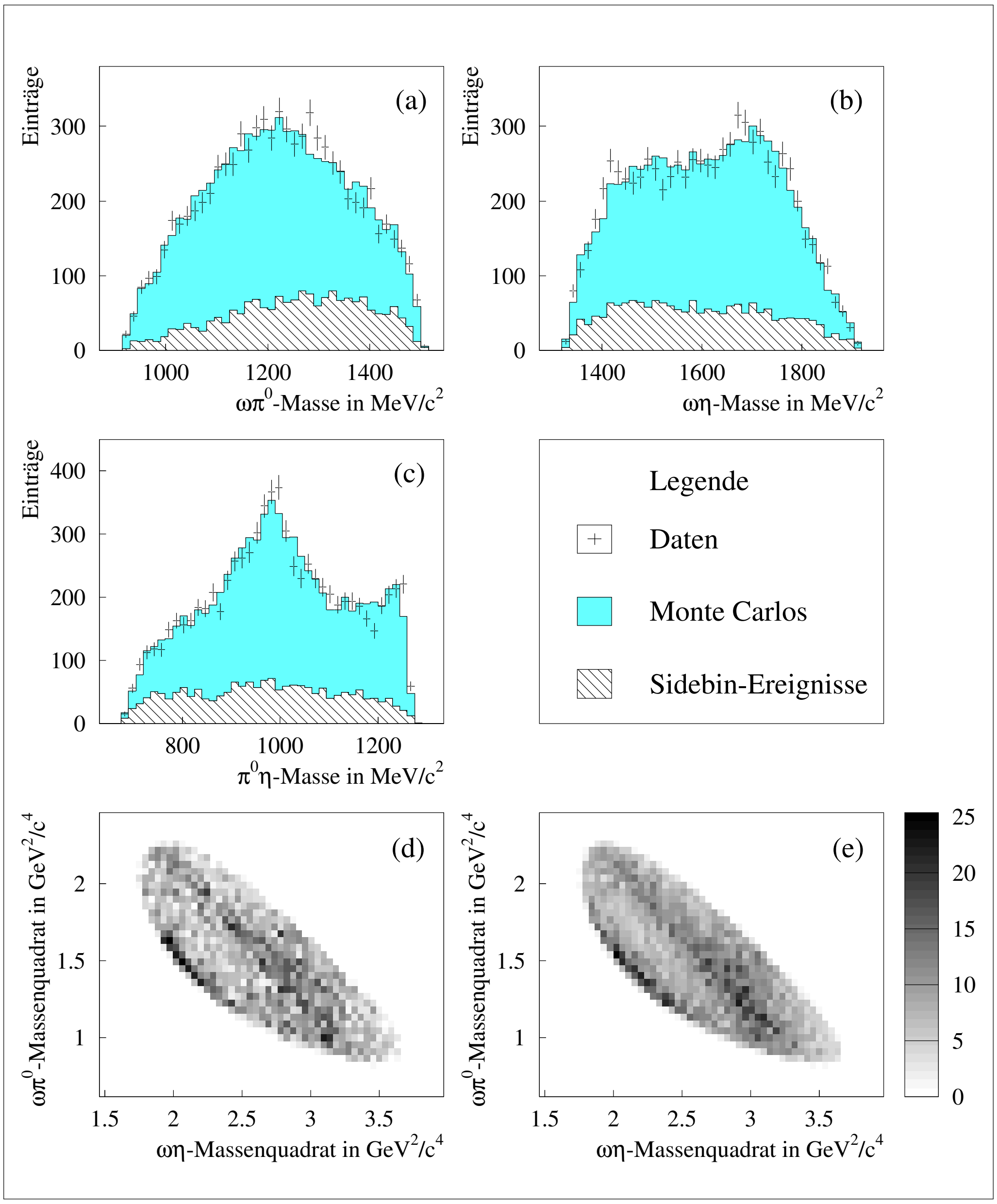


Abbildung 34: Dalitzplot und Massenspektren der Minimalhypothese. Die Teilbilder (a)–(c) zeigen das Massenspektrum der gewichteten Monte Carlo Ereignisse, denen das Sidebin-Spektrum (schraffiert) und das Datenspektrum (Fehlerbalken) überlagert ist. Der Dalitzplot der um Sidebin-Ereignisse korrigierten Daten (d) und der Monte Carlo Dalitzplot (e) sind in einer linearen Graustufenskalierung aufgetragen.

Gesamtdrehimpuls Drei statt. Es stellt sich daher die Frage, ob Anfangszustände mit dem Gesamtdrehimpuls Vier in der Annihilation ebenfalls berücksichtigt werden müssen. Zur Beantwortung dieser Frage wurde dem $a_0(980)$ im Rahmen der Minimalhypothese eine Produktion aus dem Anfangszustand 4^{--} gestattet. Der Wert der negativen Log-Likelihood verbesserte sich dadurch um sieben Einheiten bei zwei zusätzlichen Parametern. Dennoch unterstützen die Daten eine Notwendigkeit zur Berücksichtigung des Anfangszustandes 4^{--} nicht, da dem neuen Anfangszustand lediglich 0.6 % aller Annihilationen zugeordnet wurden.

Die Abbildung 34 veranschaulicht den Dalitzplot und die Massenspektren der Daten, Monte Carlos und Sidebin-Ereignisse. Die Gewichtung der Monte Carlo Ereignisse im Dalitzplot und den Massenspektren basiert auf den Intensitäten der im Rahmen der Anpassung an die Minimalhypothese ermittelten Amplituden. Der Monte Carlo Dalitzplot vermag die wesentlichen Strukturen des um Sidebin-Ereignisse korrigierten Daten-Dalitzplots zu beschreiben. Die kumulierten Massenspektren von Monte Carlo und Sidebin-Ereignissen reproduzieren im Idealfall exakt das Massenspektrum der Daten. In den Massenspektren der Abbildung 34 können jedoch zahlreiche Abweichungen beobachtet werden. Diese Abweichungen sind möglicherweise auf die Existenz bislang unberücksichtigter Zwischenzustände zurückzuführen, könnten aber auch das Ergebnis statistischer Fluktuationen sein. Zur Aufdeckung bislang unberücksichtigter Zwischenzustände werden in den nachfolgenden Abschnitten sinnvolle Erweiterungen der Minimalhypothese im $\pi^0\eta$-, $\omega\pi^0$- und $\omega\eta$-Subsystem vorgestellt.

7.2 Erweiterungen im $\pi^0\eta$-Subsystem

Im Spektrum der invarianten $\pi^0\eta$-Masse treten im Bereich hoher Massen überschüssige Intensitäten auf, die im Zusammenhang mit der großen Breite des $a_0(980)$ auf einen unberücksichtigten Resonanzbeitrag im oberen Massenbereich schließen lassen. Als sinnvolle Erweiterungen der Minimalhypothese kommen der Isovektor $a_0(1450)$ und der exotische Zustand $\hat{\rho}(1405)$ in Betracht.

Das $a_0(1450)$

Das $a_0(1450)$ wurde erstmals als resonanter Zwischenzustand im $\pi^0\eta$-Subsystem bei der Proton-Antiproton-Vernichtung in den Endzustand $\pi^0\pi^0\eta$ entdeckt [50]. Inzwischen ist das $a_0(1450)$ als isovektorieller Zustand des skalaren Nonetts etabliert. Zur Berücksichtigung des $a_0(1450)$ in der erweiterten Minimalhypothese wird ein zweiter Pol in der K-Matrix der $\pi^0\eta$-S-Welle eingeführt. Die Polmasse sowie die beiden Partialbreiten für den Zerfall in $\pi^0\eta$ und $K\bar{K}$ wurden in Anlehnung an [50] mit den Werten 1478, 8 und 236 MeV/c^2 initialisiert.

Die Abbildung 35a veranschaulicht das Verhalten der Likelihood in Abhängigkeit von der Polmasse des $a_0(1450)$. Gegenüber der Minimalhypothese verbessert sich der Wert der negativen logarithmischen Likelihood um etwa 25 Einheiten bei 12 zusätzlichen Parametern. Die negative Log-Likelihood vermindert sich tendenziell mit zunehmender Polmasse ohne sichtbares Minimum im Bereich der nominalen Masse des $a_0(1450)$. Dabei werden dem zweiten Pol der K-Matrix im Rahmen der erweiterten Hypothese etwa 5 % der Intensität der gesamten $\pi^0\eta$-S-Welle zugeordnet.

Die Abbildung 35b zeigt das $\pi^0\eta$-Massenspektrum (schattiert) der gewichteten Monte Carlo Ereignisse nach Anpassung der erweiterten Hypothese. Die Berücksichtigung des $a_0(1450)$ bewirkt im Spektrum der invarianten $\pi^0\eta$-Masse lediglich geringfügige Veränderungen und kann die Qualität der Beschreibung nur unwesentlich verbessern. Zur Visualisierung der durch die Anwesenheit des $a_0(1450)$ hervorgerufenen Veränderungen ist dem gewichteten Monte Carlo Spektrum die fünffache Differenz (schraffiert) zum entsprechenden Spektrum der Minimalhypothese überlagert worden. Positive Werte stehen hierbei für einen Intensitätszuwachs im Vergleich zur Minimalhypothese. Die überschüssige Intensität im Bereich hoher $\pi^0\eta$-Massen kann durch das $a_0(1450)$ nicht vermindert werden. Die marginalen Verbesserungen in der Qualität der Beschreibung und die Abwesenheit einer Minimumstruktur im Massenscan deuten darauf hin, daß das $a_0(1450)$ zur Beschreibung der Daten nicht benötigt wird.

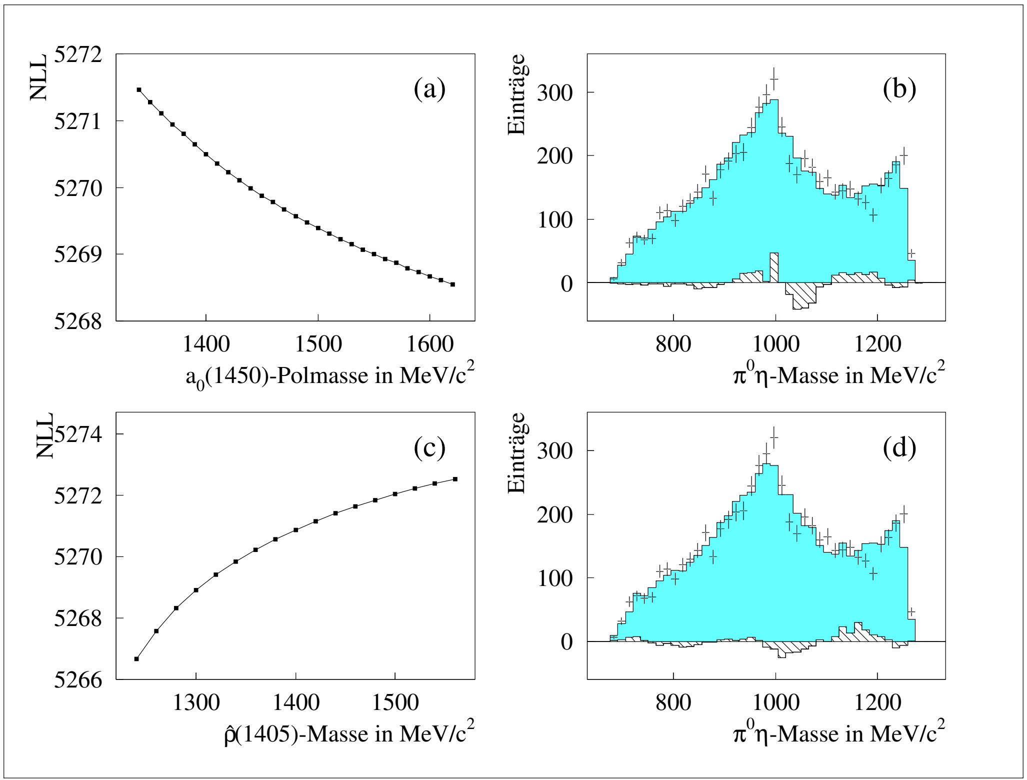


Abbildung 35: Das $a_0(1450)$ und das $\hat{\rho}(1405)$.

Das $\hat{\rho}(1405)$

Im Jahre 1988 berichtete die GAMS Kollaboration von der Entdeckung eines Teilchens mit den exotischen Quantenzahlen 1^{-+}, welches als resonanter Zwischenzustand im $\pi^0\eta$-Subsystem beobachtet wurde. Eine im Rahmen der Crystal Barrel Kollaboration durchgeführte Analyse des Endzustandes $\pi^-\pi^0\eta p$ bei der Antiproton-Deuterium-Vernichtung in Ruhe verifizierte die Existenz des $\hat{\rho}(1405)$ und legte dessen Masse und Breite auf die Werte 1400 und 310 MeV/c^2 fest [3].

Im vorliegenden Fall bewirkt die Einbeziehung des exotischen $\hat{\rho}(1405)$ eine Verminderung der negativen Log-Likelihood um etwa 23 Einheiten bei 14 zusätzlichen Parametern und einer Intensität von 2.1 %. Der Wert der negativen Log-Likelihood steigt mit zunehmender Masse des $\hat{\rho}(1405)$ an (Abbildung 35c). Eine Minimumstruktur im Bereich der nominalen $\hat{\rho}(1405)$-Masse ist nicht zu erkennen. Die Abbildung 35d veranschaulicht das $\pi^0\eta$-Massenspektrum der gewichteten Monte Carlo Ereignisse nach Anpassung der erweiterten Hypothese sowie dessen fünffache Differenz zum entsprechenden Spektrum der Minimalhypothese. Analog zum $a_0(1450)$ spielt das $\hat{\rho}(1405)$ bei der Beschreibung der Daten nur eine unbedeutende Rolle. Es wird daher im weiteren Verlauf der Partialwellenanlyse nicht mehr berücksichtigt.

7.3 Erweiterungen im $\omega\pi^0$-Subsystem

Die Minimalhypothese vermag die Intensitätsverteilung der Daten im zentralen Bereich des $\omega\pi^0$-Massenspektrums nicht vollständig zu erfassen. Ist dies auf die Existenz eines bislang unberücksichtigten Zwischenzustandes zurückzuführen, so bieten sich das dominant in den Kanal $\omega\pi^0$ zerfallende $b_1(1235)$ und die breite Resonanz $\rho(1450)$ als sinnvolle Erweiterungen der Minimalhypothese an.

Das $b_1(1235)$

Die Implementierung des $b_1(1235)$ bewirkt eine Reduktion der negativen logarithmischen Likelihood um etwa 52 Einheiten bei 12 zusätzlichen Parametern. Dem $b_1(1235)$ wird dabei eine Intensität von 4.3 % zugeordnet. Der Wert der negativen Log-Likelihood bildet in der Umgebung der nominalen Masse und Breite (142 MeV/c^2) des $b_1(1235)$ keine erkennbaren Minimumstrukturen aus. Vielmehr verringert sich der Wert der negativen Log-Likelihood tendenziell mit abnehmender Masse und zunehmender Breite (Abbildung 36).

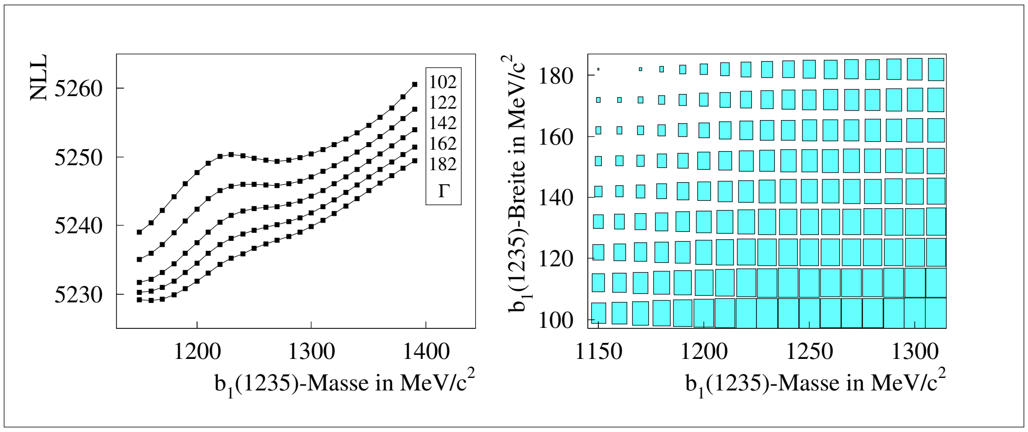


Abbildung 36: Das $b_1(1235)$.

Vermutlich werden die zusätzlichen Freiheitsgrade der erweiterten Hypothese zur Beschreibung bislang unerfaßter Intensitäten im Kreuzungsbereich der Resonanzen $a_0(980)$ und $\omega(1740)$

verwendet. Masse und Breite des $b_1(1235)$ entfernen sich dabei jedoch erheblich von ihren nominalen Werten. Insofern wird die Anwesenheit des $b_1(1235)$ durch den analysierten Datensatz nicht unterstützt und erscheint daher ungeachtet der deutlich reduzierten negativen Log-Likelihood zweifelhaft.

Das $\rho(1450)$

Das $\rho(1450)$ ist ein etabliertes Mitglied der Familie der Vektormesonen. Es wird gewöhnlich mit der ersten radialen Anregung des $\rho(770)$ identifiziert und zerfällt vorwiegend in die Kanäle $\pi^+\pi^-$ und $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$. Darüberhinaus ermöglichen die Quantenzahlen des $\rho(1450)$ einen Zerfall in den Kanal $\omega\pi^0$. In der Tat deuten die nachfolgenden Ergebnisse zunächst auf die Existenz eines Vektormesons im $\omega\pi^0$-Subsystem hin.

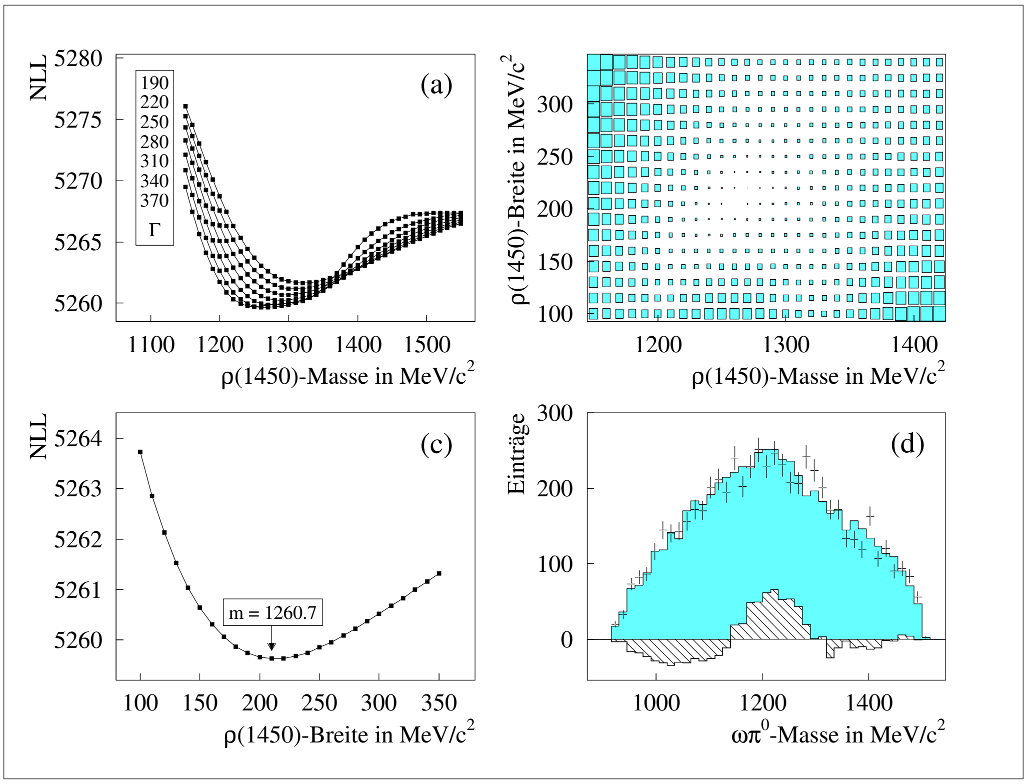


Abbildung 37: Das $\rho(1450)$ im Massen- und Breitenscan.

Mit der Einführung der Resonanz $\rho(1450)$ reduziert sich der Wert der negativen Log-Likelihood um etwa 30 Einheiten bei 10 zusätzlichen Parametern. Die Abbildung 37a veranschaulicht das Verhalten der negativen Log-Likelihood in Abhängigkeit von der Masse und Breite des $\rho(1450)$. Die ausgeprägte Minimumstruktur im Massenbereich zwischen 1250 und 1330 MeV/c^2 deutet auf die Existenz eines resonanten Zwischenzustandes hin. Die Resonanzinterpretation wird durch einen Breitenscan bei frei angepaßter Masse unterstützt (Abbildung 37c). Bei freier Anpassung von Masse und Breite werden dem beobachteten Vektormeson die Resonanzparameter

$$\begin{aligned} m &= (1262 \pm 45)\,\mathrm{MeV}/c^2 \\ \Gamma &= (212 \pm 50)\,\mathrm{MeV}/c^2 \end{aligned}$$

und eine Intensität von 3.2 % zugeordnet. Folglich kann es sich im vorliegenden Fall nicht um das bedeutend schwerere $\rho(1450)$ handeln. Die Particle Data Group erwähnt in [18] ein leichtes Vektormeson $\rho(1270)$, das in der Photoproduktion $\gamma p \to \omega\eta p$ beobachtet wurde. Die Masse und Breite des $\rho(1270)$ stimmen innerhalb der experimentellen Fehler mit den obigen Werten gut überein. Die Existenz des $\rho(1270)$ gilt jedoch als spekulativ, da das in der Photoproduktion beobachtete Signal nicht hinreichend vom Signal des $b_1(1235)$ separiert werden konnte. Derartige Ambiguitäten können auch im vorliegenden Fall nicht ausgeschlossen werden, obwohl die Ergebnisse des vorangegangenen Abschnittes keinen nennenswerten Beitrag des $b_1(1235)$ erwarten lassen.

Die Abbildung 37d zeigt das Spektrum (schattiert) der gewichteten Monte Carlo Ereignisse, dem die fünffache Differenz (schraffiert) zum entsprechenden Spektrum der Minimalhypothese und das Spektrum der Datenereignisse (Fehlerbalken) überlagert wurden. Das Intensitätsmaximum des Zustandes $\rho(1270)$ fällt im vorliegenden Fall mit dem Maximum des Phasenraums im Spektrum der invarianten $\omega\pi^0$-Masse zusammen. Dieser Umstand ist ein starkes Argument gegen die Interpretation der beobachteten Struktur als Resonanzphänomen. Die übereinstimmenden Maxima deuten vielmehr darauf hin, daß es sich bei dem vermeintlichen Vektormeson um ein Rudiment der Phasenraumverteilung handelt. Diese These wird durch Ergebnisse untermauert, die sich aus einer simultanen Erweiterung der Minimalhypothese um das $\rho(1270)$ und einen resonanten Zwischenzustand im $\omega\eta$-Subsystem ergeben (Abschnitt 7.5).

7.4 Erweiterungen im $\omega\eta$-Subsystem

Das Spektrum der invarianten $\omega\eta$-Masse weist nach Anpassung der Minimalhypothese im Bereich um 1400 MeV/c^2 noch unerfaßte Intensitäten auf, die auf die Anwesenheit eines bislang unberücksichtigten Zwischenzustandes hinweisen könnten. In diesem Massenbereich sind mit dem $h_1(1380)$ und dem $\omega(1420)$ zwei Resonanzzustände bekannt, deren Quantenzahlen einen Zerfall in $\omega\eta$ erlauben. Ihr Einfluß soll im folgenden untersucht werden. Im Anschluß daran wird überprüft, ob die Beschreibung des $\omega\eta$-Spektrums einer weiteren Resonanz im Signalbereich des $\omega(1740)$ bedarf.

Das $h_1(1380)$

Der Axialvektor $h_1(1380)$ wurde im Jahre 1988 im Rahmen einer Partialwellenanalyse der Reaktion $K^- p \to K_S K^\pm \pi^\mp \Lambda$ entdeckt [10]. Er trat dort als resonanter Zwischenzustand im $\bar{K}K^*(892)$-Subsystem mit einer Zerfallsbreite von 80 MeV/c^2 auf. Obwohl die Existenz des $h_1(1380)$ noch nicht vollständig gesichert ist, wird es bereits als heißer Kandidat für die Rolle des $s\bar{s}$-Mesons im Nonett der Axialvektoren gehandelt [18]. Im Rahmen der erweiterten

Hypothese wird das $h_1(1380)$ in seinem bislang unbekannten, hinsichtlich seiner Quantenzahlen jedoch erlaubten Zerfallsmodus $\omega\eta$ implementiert. Die Abbildung 38a veranschaulicht die Variation der negativen Log-Likelihood nach Einführung des $h_1(1380)$ in Abhängigkeit von dessen Masse und Breite. Der Wert der negativen Log-Likelihood verbessert sich gegenüber der Minimalhypothese um etwa 32 Einheiten bei 10 zusätzlichen Parametern. Hierbei bildet die Kurvenschar hinsichtlich der Masse und Breite des $h_1(1380)$ ein deutliches Minimum bei den Werten 1415 und 80 MeV/c^2 aus (Abbildung 38b). Die Position dieses Minimums wird durch einen Breitenscan bei frei angepaßter Masse des Axialvektors bestätigt (Abbildung 38c). Die ausgeprägten Minimumstrukturen in den Dimensionen Masse und Breite deuten unzweifelhaft auf die Anwesenheit des $h_1(1380)$ im analysierten Datensatz hin. Bei freier Anpassung von Masse und Breite werden dem beobachteten Axialvektor eine Intensität von 3.6 % und die nachfolgenden Resonanzparameter zugeordnet.

$$m = (1415 \pm 6)\,\mathrm{MeV}/c^2$$
$$\Gamma = (85 \pm 30)\,\mathrm{MeV}/c^2$$

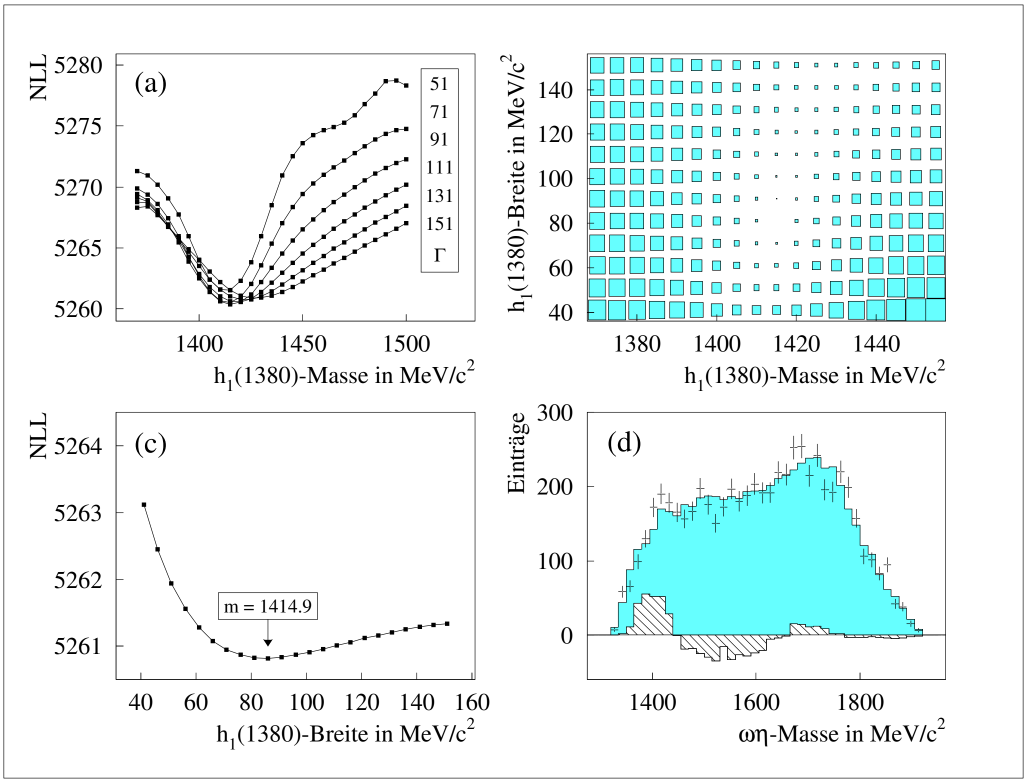


Abbildung 38: Das $h_1(1380)$ im Massen- und Breitenscan.

Die Abbildung 38d veranschaulicht das $\omega\eta$-Spektrum (schattiert) der gewichteten Monte Carlo Ereignisse nach Anpassung der erweiterten Hypothese. Zur Visualisierung der durch die Anwesenheit des $h_1(1380)$ hervorgerufenen Veränderungen wurden dem Monte Carlo Spektrum dessen fünffache Differenz (schraffiert) zum entsprechenden Spektrum der Minimalhypothese und das Datenspektrum (Fehlerbalken) überlagert. Positive Werte stehen hierbei für einen Intensitätszuwachs im Vergleich zur Minimalhypothese. Offenbar kann durch die Berücksichtigung des $h_1(1380)$ die Qualität der Datenbeschreibung im unteren Massenbereich des $\omega\eta$-Spektrums deutlich verbessert werden.

Das $\omega(1420)$

Das $\omega(1420)$ gilt als erste radiale Anregung des ω-Mesons und zerfällt mit einer Breite von 174 MeV/c^2 dominant in den Kanal $\rho\pi$. Im vorliegenden Fall bewirkt die Implementierung des $\omega(1420)$ eine Verbesserung der negativen Log-Likelihood um etwa 29 Einheiten bei 10 zusätzlichen Parametern und einer Intensität von 3.5 %. Der Wert der negativen Log-Likelihood vermindert sich dabei tendenziell mit zunehmender Masse (Abbildung 39) ohne sichtbares Minimum im Bereich der nominalen $\omega(1420)$-Masse. Zur Beschreibung der Daten wird das Vektormeson $\omega(1420)$ nicht benötigt. Diese Schlußfolgerung steht insofern mit den Ergebnissen des vorangegangenen Abschnittes in Einklang , als der Massenbereich um 1400 MeV/c^2 im Spektrum der invarianten $\omega\eta$-Masse bereits durch die Anwesenheit des Axialvektors $h_1(1380)$ beschrieben wird.

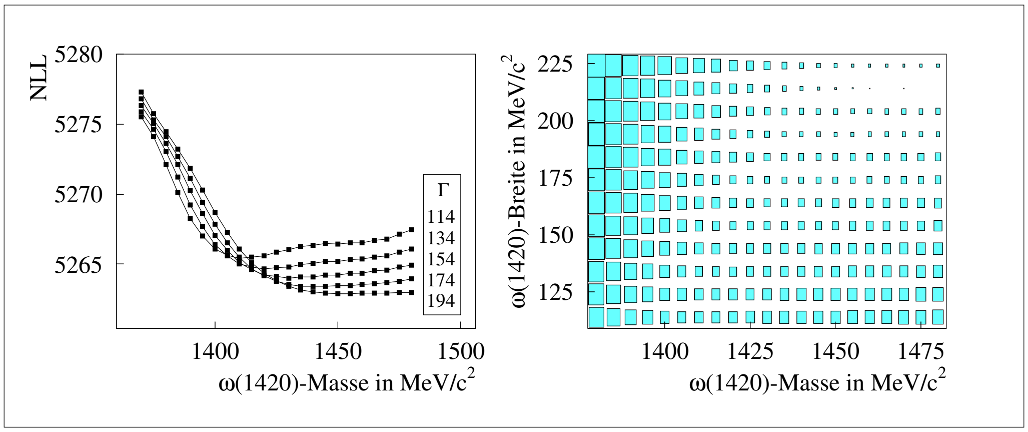


Abbildung 39: Das $\omega(1420)$.

Das $\omega_3(1670)$

Der im Rahmen der Minimalhypothese aufgedeckte Resonanzzustand $\omega(1740)$ befindet sich hinsichtlich seiner Masse in unmittelbarer Nachbarschaft zu den bekannten Mesonen $\omega(1600)$, $\phi(1680)$ und $\omega_3(1670)$. Angesichts dessen ist es möglich, daß eine vollständige Beschreibung des Massenspektrums einer weiteren Resonanz im Signalbereich des $\omega(1740)$ bedarf. Zur Untersuchung dieses Sachverhaltes wurde die Minimalhypothese um einen resonanten Zustand im $\omega\eta$-Subsystem erweitert und ein Massenscan in der Umgebung des $\omega(1740)$-Signals bei einer fiktiven Zerfallsbreite von 130 MeV/c^2 durchgeführt. Die Abbildungen 40a und 40b veranschaulichen die Verteilung der negativen Log-Likelihood in Abhängigkeit von der Masse und den Quantenzahlen des hinzugefügten Zustandes.

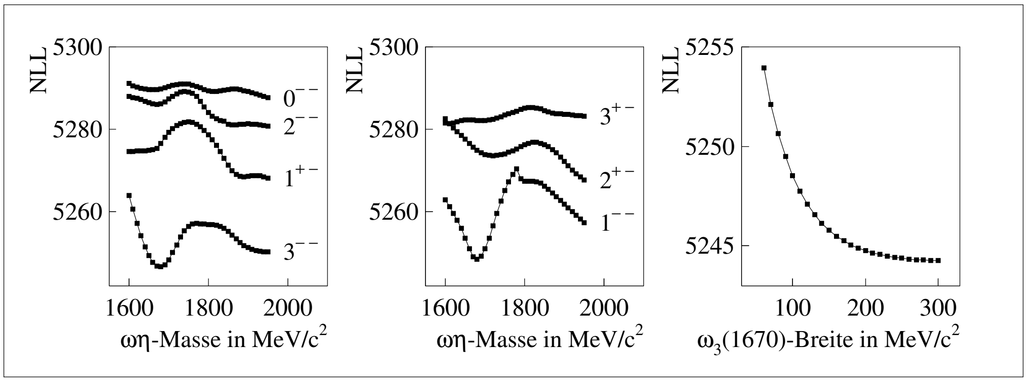


Abbildung 40: Weitere Resonanzen im $\omega(1740)$-Signalbereich.

Die Verteilung der negativen Log-Likelihood weist für zwei der sieben betrachteten Quantenzahlkombinationen ein deutliches Minimum im Massenbereich um 1680 MeV/c^2 auf. Die Quantenzahlen und der Massenwert der beobachteten Strukturen deuten zunächst auf die mesonischen Zustände $\phi(1680)$ und $\omega_3(1670)$ hin. Der Zustand mit den Quantenzahlen 1^{--} ersetzt jedoch lediglich die Resonanz $\omega(1740)$, deren Masse und Breite im Rahmen der erweiterten Hypothese auf die unphysikalischen Werte 2400 und 850 MeV/c^2 verschoben werden. In Gegenwart einer 3^{--} Resonanz bleiben Masse und Breite der Resonanz $\omega(1740)$ zwar stabil, jedoch findet sich in der Verteilung der negativen Log-Likelihood kein Minimum im Bereich der nominalen Breite (168 MeV/c^2) des $\omega_3(1670)$. In Anbetracht dieser Ergebnisse kann die Anwesenheit einer weiteren Resonanz im Massenbereich des $\omega(1740)$ weder bestätigt noch definitiv ausgeschlossen werden.

7.5 Simultane Erweiterung um $h_1(1380)$ und $\rho(1270)$

Auf der Suche nach der besten Anpassung wurden in den vorangegangenen Abschnitten verschiedene Erweiterungen der Minimalhypothese im $\pi^0\eta$-, $\omega\pi^0$- und $\omega\eta$-Subsystem vorgestellt. Aus der Vielzahl der präsentierten Anpassungen kristallisierten sich mit den Zuständen $h_1(1380)$ und $\rho(1260)$ zwei aussichtsreiche Kandidaten heraus, deren Anwesenheit im analysierten Datensatz durch Minimumstrukturen in Massen- und Breitenscans unterstützt wird. Im vorliegenden Abschnitt soll untersucht werden, in welchem Maße die Daten eine simultane Berücksichtigung der beiden Zustände erfordern.

Im Rahmen einer simultanen Erweiterung der Minimalhypothese um die Zustände $h_1(1380)$ und $\rho(1270)$ vermindert sich die negative logarithmische Likelihood um etwa 63 Einheiten bei 24 zusätzlichen Parametern. Die Intensitäten der beiden Resonanzzustände variieren hierbei in einem Bereich zwischen 2 und 3 %. Die Analyse der kombinierten Erweiterung wurde in drei aufeinanderfolgenden Schritten vorgenommen. Im ersten Schritt erfolgte ein zweidimensionaler Scan über die Massen der beiden Zustände $h_1(1380)$ und $\rho(1270)$. Die Zerfallsbreiten der beiden Zustände wurden hierbei auf den Werten aus den vorangegangenen Einzelanpassungen fixiert. In diesem Szenario befindet sich das Minimum der negativen Log-Likelihood bei der Massenkombination 1410 und 1260 MeV/c^2 und bestätigt damit die in den getrennten Anpassungen ermittelten Massenwerte (Abbildung 41a).

Im zweiten Schritt der Analyse wurde ein zweidimensionaler Scan über die Zerfallsbreiten der Resonanzen $h_1(1380)$ und $\rho(1270)$ durchgeführt, während die Massen der beiden Resonanzen auf den Werten aus ihren Einzelanpassungen fixiert blieben (Abbildung 41d). Das Minimum der negativen Log-Likelihood wandert in diesem Szenario hinsichtlich der Breite des $h_1(1380)$ von 85 auf 130 MeV/c^2.

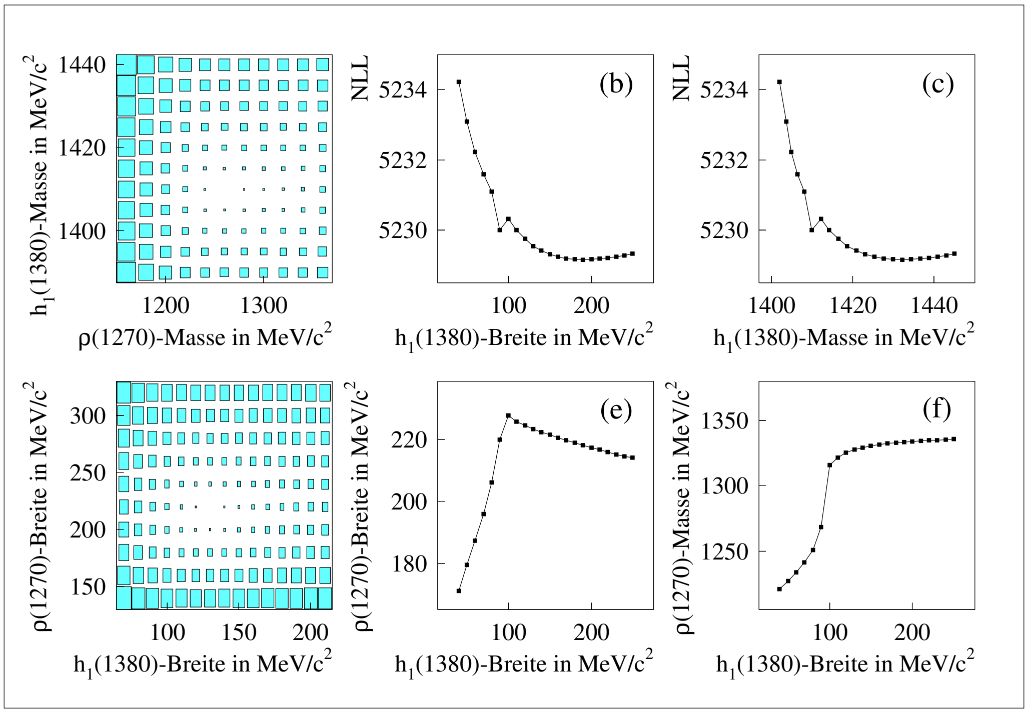


Abbildung 41: Die Kombination $h_1(1380)$ und $\rho(1270)$.

Zur Untersuchung dieser Instabilität erfolgte im dritten Schritt ein Scan über die Zerfallsbreite des $h_1(1380)$. Die Masse des $h_1(1380)$ sowie die Masse und Breite des $\rho(1270)$ wurden hierbei frei angepaßt. Im Rahmen dieses Szenarios weichen die Masse und Breite des $h_1(1380)$ nunmehr erheblich von den in einer getrennten Optimierung ermittelten Werten 1415 und 85 MeV/c^2 ab. Die ursprünglichen Werte der Resonanzparameter treten indessen als schwache Nebenminima in den Verteilungen der negativen Log-Likelihood auf (Abbildung 41b und 41c). Infolge der von 85 auf 190 MeV/c^2 angestiegenen Breite des $h_1(1380)$ haben sich die Masse und Breite des $\rho(1270)$ ebenfalls deutlich verschoben (Abbildung 41e und 41f).

Eine simultane Erweiterung der Minimalhypothese um die beiden Zustände $h_1(1380)$ und $\rho(1270)$ erscheint in Anbetracht der insgesamt instabilen Resonanzparameter wenig sinnvoll. Die Unverträglichkeit der beiden Resonanzzustände ist vermutlich darauf zurückzuführen, daß sie bei getrennter Optimierung ähnliche Strukturen in den Daten beschreiben. Im Rahmen einer simultanen Anpassung führt dieser Umstand zu einer Überbestimmung von Massen und Breiten, sodaß der Anpassungsalgorithmus die zusätzlichen Freiheitsgrade zur Beschreibung unbedeutender Substrukturen verwendet. Die analysierten Daten unterstützen demnach eine simultane Anwesenheit der beiden Zustände $h_1(1380)$ und $\rho(1270)$ nicht. Damit stellt sich die Frage, welcher der beiden Zustände zur Beschreibung der Daten herangezogen werden soll. Eine Entscheidung hinsichtlich des geeigneteren Zustandes ermöglichen die Ergebnisse, die im Rahmen einer getrennten Optimierung der beiden Erweiterungen $h_1(1380)$ und $\rho(1270)$ in den Abschnitten 7.3 und 7.4 vorgestellt wurden. So konnten der Masse und Breite des Axialvektors $h_1(1380)$ bei isolierter Betrachtung Werte zugeordnet werden, die mit der nominalen Masse und Breite dieses Zustandes gut übereinstimmten. Dahingegen ermöglichten die im Rahmen einer getrennten Optimierung ermittelten Werte für Masse und Breite des Vektormesons im $\omega\pi^0$-Subsystem lediglich eine Identifikation mit dem spekulativem Zustand $\rho(1270)$, bei dem es sich darüberhinaus um ein Rudiment der Phasenraumverteilung handeln könnte. Angesichts dieser Ergebnisse wird die Anwesenheit des $h_1(1380)$ durch die analysierten Daten eindeutig favorisiert. In diesem Sinn wird die bestmögliche Beschreibung der Daten durch eine Erweiterung der Minimalhypothese um den Axialvektor $h_1(1380)$ erreicht.

7.6 Die beste Anpassung

Die zur Beschreibung der Daten geeigneteste Resonanzhypothese umfaßt neben den beiden etablierten Mesonen $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ noch die Mesonen $h_1(1380)$ und $\omega(1740)$, die als resonante Zwischenzustände im $\omega\eta$-Subsystem auftreten. Im Rahmen der besten Anpassung wurden die Anteile der berücksichtigten Anfangszustände sowie die Intensitäten, Massen und Breiten der vier Resonanzzustände (mit Ausnahme der Breite des $a_2(1320)$) unter Variation von insgesamt 55 Parametern an die Daten frei angepaßt. Die negative Log-Likelihood optimierte bei einem Wert von 5261. Die wichtigsten quantitativen Ergebnisse der besten Anpassung können der Tabelle 7 entnommen werden.

Anfangszustände	1^{--}	1^{+-}	2^{--}	3^{--}	3^{+-}
Anteil in %	42 ± 3	24 ± 2	3 ± 1	26 ± 2	6 ± 1

Resonanzen	L	Masse	Breite	Anteil
$a_0(980)$	0–3	1000 ± 3	192 ± 5	41 ± 3
$a_2(1230)$	0–1	1308 ± 6	107 (fest)	29 ± 2
$h_1(1380)$	0–2	1415 ± 6	85 ± 30	4 ± 1
$\omega(1740)$	0–2	1735 ± 6	239 ± 13	26 ± 3

Tabelle 7: Das Ergebnis der besten Anpassung.

Die Unsicherheiten in den relativen Anteilen der Anfangszustände und Resonanzen beruhen auf deren Variationsbreite im Verlauf der Anpassung verschiedener Erweiterungen der Minimalhypothese. Dahingegen beziehen sich die für Massen und Breiten angegebenen Unsicherheiten auf die Fehlertoleranzen, die der Minimierungsalgorithmus aus der Form des Likelihoodgebirges in der Umgebung des Optimums ermittelt hat. Bei den in der Tabelle 7 aufgeführten Werten für die Masse und Breite des $a_0(980)$ handelt es sich um dessen Polmasse und die im Rahmen der K-Matrix parametrisierten Partialbreite für die Kopplung an den Kanal $\pi^0\eta$. Die physikalische Masse und Breite des $a_0(980)$ ergeben sich aus dessen T-Matrix-Pol in der komplexen Energieebene. Dieser befindet sich an der Stelle $(993 \pm 3) - i(99 \pm 3)$, wobei die angegebenen Unsicherheiten auf die Fehlertoleranzen der K-Matrix-Parameter zurückzuführen sind. Angesichts der in einer Analyse des Endzustandes $\pi^0\pi^0\eta$ ermittelten Polposition $(983 \pm 5) - i(55 \pm 10)$ besitzt das $a_0(980)$ in den analysierten Daten eine deutlich größere Breite [50]. Dieser Umstand ist vermutlich auf das Vektormeson $\omega(1740)$ zurückzuführen, dessen Anwesenheit eine zuverlässige Bestimmung der $a_0(980)$-Breite erschwert.

Das Spektrum der invarianten $\omega\eta$-Masse wird durch die Existenz einer breiten Resonanzstruktur dominiert. Bei dem als $\omega(1740)$ bezeichneten Objekt handelt es sich um ein isoskalares Vektormeson, dessen Quantenzahlen $I^G J^{PC}$ mit 0^-1^{--} in der vorliegenden Partialwellenanalyse erstmals eindeutig bestimmt werden konnten. In Anbetracht der Masse und Breite kann das $\omega(1740)$ nicht mit dem bedeutend leichteren $\omega(1600)$ oder dem bedeutend schmäleren $\phi(1680)$ identifiziert werden. Dahingegen ist es denkbar, daß es sich bei dem beobachteten Vektormeson um den bislang unbekannten $s\bar{s}$-Partner des $\omega(1600)$ im $^3D_1$-Nonett handelt. Zur Verifikation dieser Vermutung wäre es jedoch notwendig, das $\omega(1740)$ als resonanten Zwischenzustand im Subsystem $\bar{K}K$ oder $\bar{K}K^*(892)$ nachzuweisen.

Neben dem $\omega(1740)$ tritt im Spektrum der invarianten $\omega\eta$-Masse noch das Axialvektormeson $h_1(1380)$ auf, das in der vorliegenden Arbeit erstmals in seinem Zerfallsmodus $\omega\eta$ nachgewiesen werden konnte. Die Masse und Breite der beobachteten Struktur stimmen dabei gut mit der nominalen Masse (1386 ± 19) und Breite (91 ± 30) des $h_1(1380)$ überein und vermögen die bislang zweifelhafte Existenz des Axialvektors zu etablieren.

	Anfangszustände					
Resonanzen	1^{--}	1^{+-}	2^{--}	3^{--}	3^{+-}	Σ
$a_0(980)$	30.5	2.7	1.0	5.0	1.7	40.9
$a_2(1230)$	2.0	4.8	0.6	19.3	2.0	28.7
$h_1(1380)$	0.7	1.5	0.9	0.8	–	3.9
$\omega(1740)$	4.3	19.3	0.0	–	2.9	26.5
Σ	37.5	28.3	2.5	25.1	6.6	100.0

Tabelle 8: Die relativen Anteile im Detail.

Die relativen Anteile der berücksichtigten Anfangszustände werden in Tabelle 8 in detaillierter Weise auf die einzelnen Resonanzzustände aufgeschlüsselt. Zur Bestimmung der Einzelbeiträge wurde das Quadrat der jeweiligen Amplitude über den gesamten Phasenraum integriert und auf die Summe der integrierten Einzelintensitäten normiert. Obwohl bei diesem Verfahren die Interferenzeffekte zwischen verschiedenen Resonanzen und Anfangszuständen unberücksichtigt bleiben, können die relativen Anteile in Tabelle 7 durch spalten- oder zeilenweise Addition der relativen Anteile in Tabelle 8 weitgehend reproduziert werden. Dieser Umstand weist darauf hin, daß Interferenzeffekte bei der Beschreibung der Daten eine untergeordnete Rolle spielen. Darüberhinaus ist zu beobachten, daß die Produktion der Resonanzen $a_0(980)$, $a_2(1230)$ und $\omega(1740)$ dominant aus den Anfangszuständen heraus erfolgt, an deren Quantenzahlen die Resonanz und das Rückstoßmeson mit einem relativen Bahndrehimpuls von Null koppeln können. Dieses Ergebnis ist mit der Vorstellung vereinbar, daß die Beiträge höherer Bahndrehimpulse im Produktionsprozess durch die Existenz einer Zentrifugalbarriere unterdrückt werden.

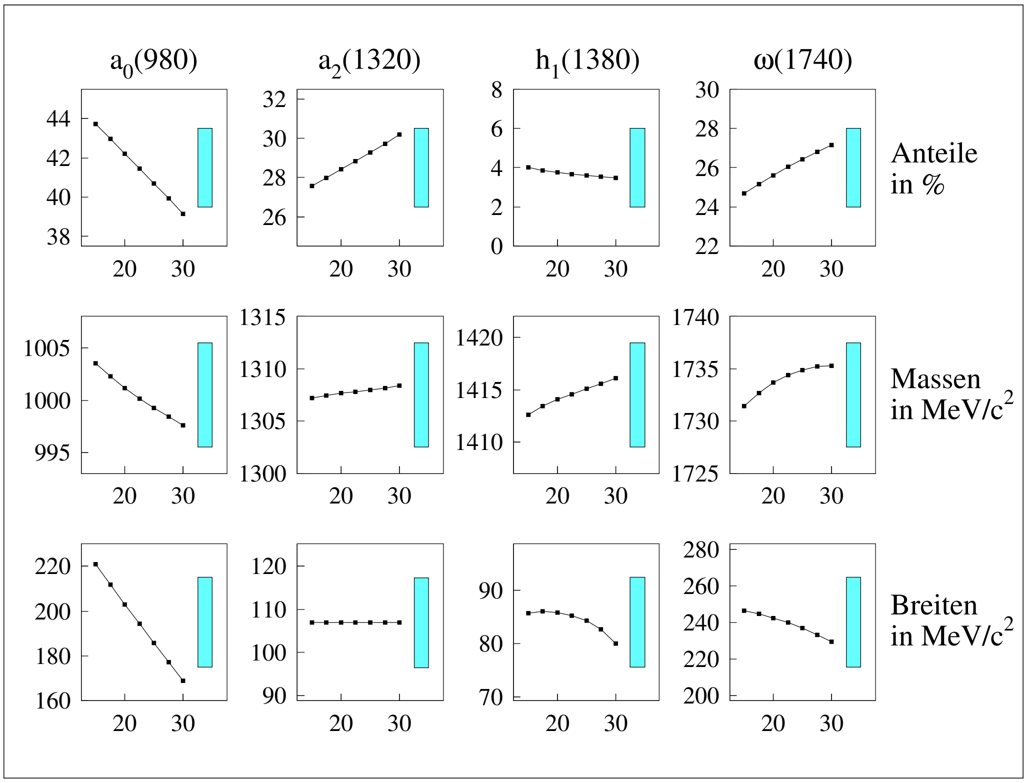


Abbildung 42: Stabilität der besten Anpassung gegen Variationen des Untergrundanteils zwischen 15 und 30 %. Die Balken markieren den Variationsbereich der angepaßten Parameter: ± 2 % für die Anteile, $\pm 5\,\mathrm{MeV}/c^2$ für die Massen und ± 10 % für die Breiten.

Angesichts der beachtlichen Anzahl von Untergrundereignissen in den Daten stellt sich die Frage, in welchem Maße die Parameter der einzelnen Resonanzzustände gegenüber einer Variation des Untergrundanteils stabil sind. Zur Beantwortung dieser Frage wurde die beste Anpassung unter der Annahme verschiedener Untergrundanteile wiederholt. Die Abbildung 42 veranschaulicht das Verhalten der Massen, Breiten und relativen Anteile der Zustände $a_0(980)$, $a_2(1320)$, $h_1(1380)$ und $\omega(1740)$ für Untergrundanteile zwischen 15 und 30 %. Die in den Bildern eingezeichneten Balken dienen der Orientierung, indem sie den typischen Variationsbereich der angepaßten Parameter markieren. Im Einzelnen sind das ± 2 % für die relativen Anteile, $\pm 5\,\mathrm{MeV}/c^2$ für die Massen und ± 10 % für die Breiten. Die Breite des Tensormesons $a_2(1320)$ wurde in allen Anpassungen auf seinem Nominalwert festgehalten und tritt aus diesem Grund in dem obigen Schaubild als konstante Gerade auf.

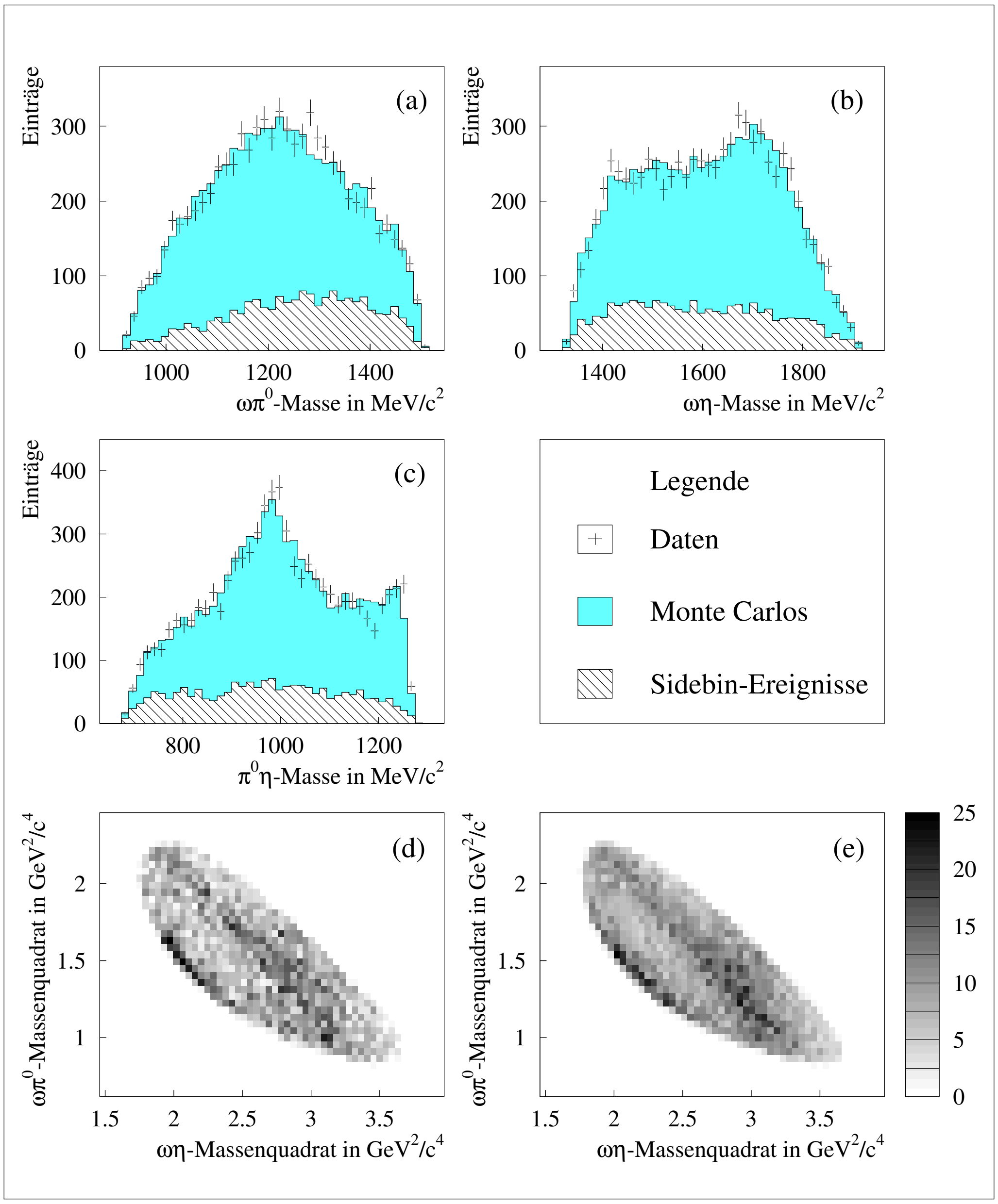


Abbildung 43: Dalitzplot und Massenspektren der besten Hypothese. Die Teilbilder (a)–(c) zeigen das Massenspektrum der gewichteten Monte Carlo Ereignisse, denen das Sidebin-Spektrum (schraffiert) und das Datenspektrum (Fehlerbalken) überlagert ist. Der Dalitzplot der um Sidebin-Ereignisse korrigierten Daten (d) und der Monte Carlo Dalitzplot (e) sind in einer linearen Graustufenskalierung aufgetragen.

Offenbar bleiben die Parameter der betrachteten Resonanzzustände bei einer Variation des Untergrundanteils weitgehend stabil. Die größten Schwankungen sind indessen bei den Parametern des $a_0(980)$ zu beobachten. Die relative Instabilität dieser Parameter unterstreicht wiederum die Tatsache, daß die analysierten Daten eine zuverlässige Bestimmung der Masse und Breite des $a_0(980)$ nicht erlauben. Die Massen, Breiten und relativen Anteile der übrigen Resonanzzustände bleiben von diesem Umstand jedoch nahezu unberührt.

Die zur Beschreibung der Daten formulierte Resonanzhypothese mit den Zwischenzuständen $a_0(980)$, $a_2(1320)$, $h_1(1380)$ und $\omega(1740)$ orientierte sich überwiegend an den Strukturen, die im Dalitzplot und den Massenspektren der Daten beobachtet werden konnten. Zur Beurteilung der Qualität der Datenbeschreibung ist es daher zunächst von Interesse, in welchem Maße die gewichteten Monte Carlo Ereignisse im Kontext der besten Anpassung die in den Daten vorhandenen Strukturen reproduzieren können. Die Abbildung 43 veranschaulicht den Dalitzplot der um Sidebin-Ereignisse korrigierten Daten, den Dalitzplot der gewichteten Monte Carlo Ereignisse sowie die Massenspektren der Daten, denen die kumulierten Massenspektren der Sidebin-Ereignisse und der gewichteten Monte Carlos überlagert wurden. Die Gewichtung der Monte Carlo Ereignisse basiert auf den Intensitäten der im Rahmen der besten Anpassung ermittelten Amplituden. Aus einer Gegenüberstellung der beiden Dalitzplots sowie der aufgetragenen Massenspektren wird ersichtlich, daß die gewichteten Monte Carlo Ereignisse die wesentlichen Strukturen der Daten mit hoher Güte beschreiben können.

Für die Beurteilung der Qualität der Datenbeschreibung sind neben dem Dalitzplot und den Massenspektren auch die Winkelverteilungen im Einflußbereich der vier resonanten Zwischenzustände von Bedeutung. Die Abbildung 44 veranschaulicht die Winkelverteilungen der Daten, denen die kumulierten Winkelverteilungen der Sidebin-Ereignisse und der gewichteten Monte Carlo Ereignisse überlagert wurden. Die Schaubilder zeigen im einzelnen den Produktionswinkel und die beiden Zerfallswinkel der resonanten Zwischenzustände sowie die beiden Zerfallswinkel der zugehörigen ω-Mesonen. Zur Abgrenzung des Einflußbereichs der einzelnen Resonanzen wurden großzügig dimensionierte Fenster um die invarianten Massen der Zustände in den jeweiligen Meson-Meson-Subsystemen definiert. Die in den Winkelverteilungen der Daten auftretenden Strukturen werden durch die kumulierten Winkelverteilungen der Sidebin-Ereignisse und gewichteten Monte Carlo Ereignisse weitgehend reproduziert. Insofern bestätigen die Winkelverteilungen das Bild einer insgesamt gelungenen Anpassung.

Angesichts der in den Winkelverteilungen auftretenden Strukturen ist es schließlich noch von Interesse, in welchem Maße diese Strukturen auf die Existenz resonanter Zwischenzustände zurückzuführen sind. Daher wurden in der Abbildung 45 die Winkelverteilungen von gewichteten und ungewichteten Monte Carlo Ereignissen einander gegenübergestellt. Die Winkelverteilungen der ungewichteten Monte Carlo Ereignisse repräsentieren hierbei die aufgrund der Akzeptanz im Verlauf der Datenrekonstruktion hervorgerufenen Strukturen bei Abwesenheit resonanter Zwischenzustände. In einigen Fällen können nur geringfügige Unterschiede zwischen den gewichteten und ungewichteten Verteilungen beobachtet werden. Die Strukturen in den entsprechenden Winkelverteilungen der Daten sind demnach vorwiegend auf Akzeptanzeffekte bei der Datenrekonstruktion zurückzuführen. In den übrigen Fällen wird die Form der Winkelverteilungen in bedeutender Weise von den Quantenzahlen und Intensitäten der beteiligten Anfangszustände und Resonanzen geprägt.

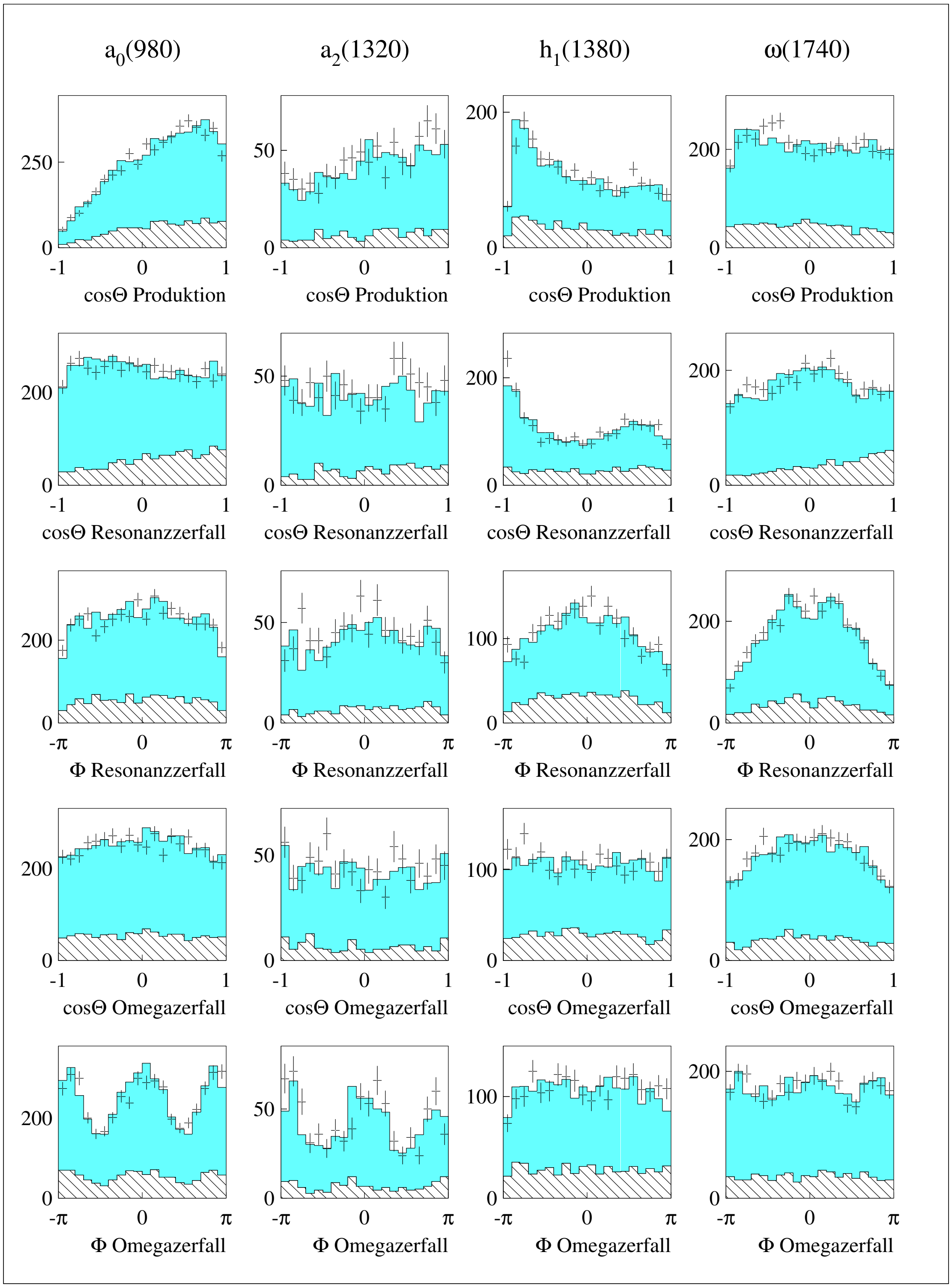


Abbildung 44: Die Winkelverteilungen der besten Hypothese im Einflußbereich der vier resonanten Zwischenzustände. Den Winkelverteilungen der gewichteten Monte Carlo Ereignisse sind die Winkelverteilungen der Sidebin-Ereignisse (schraffiert) und Datenereignisse (Fehlerbalken) überlagert worden.

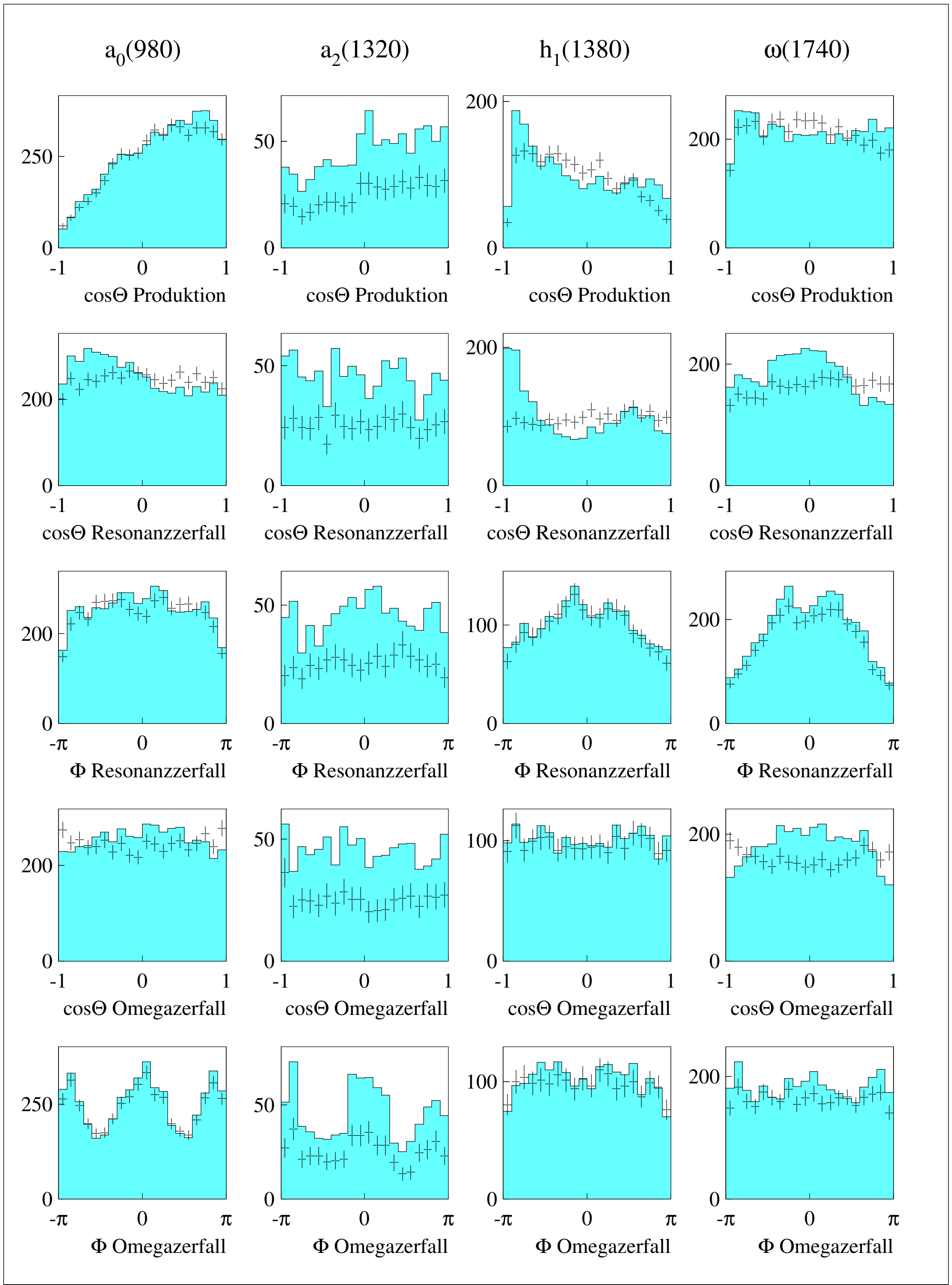


Abbildung 45: Die Akzeptanzverteilungen der Winkel im Einflußbereich der vier resonanten Zwischenzustände. Die Verteilungen der ungewichteten Monte Carlo Ereignisse (Fehlerbalken) visualisieren die Akzeptanz der Datenrekonstruktion. Die Winkelverteilungen der gewichteten Monte Carlo Ereignisse (schattiert) veranschaulichen die Wirkung der angepaßten Gewichte.

8 Zusammenfassung

Das Thema der vorliegenden Arbeit ist die Partialwellenanalyse des Endzustandes $\omega\pi^0\eta$ in der Proton-Antiproton-Vernichtung bei einem Strahlimpuls von 900 MeV/c. Die Daten wurden im Oktober des Jahres 1996 mit dem Crystal Barrel Detektor am Europäischen Laboratorium für Teilchenphysik CERN in Genf gemessen und aufgezeichnet. Die Antiprotonen stellte der Speicherring für niederenergetische Antiprotonen LEAR des CERN zur Verfügung. Der Crystal Barrel Detektor ist sowohl für geladene als auch für neutrale Reaktionsprodukte sensitiv. Ein selektiver Trigger ermöglichte die Anreicherung von Ereignissen mit zwei geladenen Reaktionsprodukten.

Durch die Anwendung geeigneter Auswahlkriterien hinsichtlich der Topologie und Kinematik konnten 7948 Ereignisse des gewünschten Endzustandes $\omega\pi^0\eta$ aus einem Datenvolumen von insgesamt 19.3 Millionen Ereignissen mit nahezu homogener Akzeptanz und einem rekonstruktionsbedingten Untergrundanteil von (23.3 ± 4.0) % extrahiert werden. Unter Berücksichtigung der Akzeptanz und der in den selektierten Daten vorhandenen Untergrundereignisse beträgt der Wirkungsquerschnitt für die Proton-Antiproton-Vernichtung in den Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$

$$\sigma = (304 \pm 26)\,\mu\mathrm{b}$$

Der Dalitzplot und die Massenspektren der Daten weisen deutliche Strukturen auf, die im Rahmen des Isobaren-Modells auf die Existenz resonanter Zwischenzustände zurückgeführt werden können. Zur Beschreibung der beobachteten Strukturen wurden die Daten einer Partialwellenanalyse unterzogen. Die Aufgabe der Partialwellenanalyse war es, die relativen Anteile einzelner Anfangszustände sowie die Stärke und Dynamik der beitragenden Resonanzzustände zu bestimmen. Indessen ermöglichte eine im Kontext der Sidebin-Methode modifizierte Likelihood-Funktion eine effektive Berücksichtigung der in den Daten verbliebenen Untergrundereignisse im Verlauf der Partialwellenanalyse.

Neben den zu erwartenden und bekannten Mesonen $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ bedarf es zur erfolgreichen Beschreibung der Daten eines resonanten Zwischenzustandes im $\omega\eta$-Subsystem. Die Quantenzahlen der als $\omega(1740)$ bezeichneten Struktur konnten in der vorliegenden Arbeit erstmals eindeutig bestimmt werden. Demnach handelt es sich bei dem beobachteten Zustand um ein isoskalares Vektormeson mit den Quantenzahlen 0^-1^{--} und den Resonanzparametern

$$\begin{aligned} m &= (1735 \pm \ \ 6)\,\mathrm{MeV}/c^2 \\ \Gamma &= (239 \pm 13)\,\mathrm{MeV}/c^2 \end{aligned}$$

Darüberhinaus ergaben sich in der Partialwellenanalyse deutliche Hinweise auf die Anwesenheit des Axialvektormesons $h_1(1380)$, das erstmals in seinem Zerfallsmodus $\omega\eta$ beobachtet werden konnte. Die im Rahmen der Analyse bestimmten Werte für die Masse und Breite des $h_1(1380)$ stimmen mit den Werten früherer Beobachtungen weitgehend überein und vermögen die bislang zweifelhafte Existenz des Axialvektors zu untermauern.

$$\begin{aligned} m &= (1415 \pm \ \ 6)\,\mathrm{MeV}/c^2 \\ \Gamma &= (85 \pm 30)\,\mathrm{MeV}/c^2 \end{aligned}$$

Die vorliegende Arbeit konnte mit dem Nachweis der mesonischen Zustände $h_1(1380)$ und $\omega(1740)$ im Reaktionskanal $\omega\pi^0\eta$ der Proton-Antiproton-Vernichtung im Fluge einen Beitrag zur Etablierung resonanter Zwischenzustände im $\omega\eta$-Subsystem leisten.

Literaturverzeichnis

[1] P.A. Aarnio et al. — FLUKA, Technical Report TIS-RP-190, CERN, Genf, 1990.

[2] A. Abele — Untersuchung der Reaktion $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-\gamma$ und $\bar{p}p \to K^+K^-\gamma$ in Ruhe mit dem Crystal Barrel Detektor, Dissertation, Uni Karlsruhe, 1998.

[3] A. Abele et al. — Exotic $\eta\pi$ State in $\bar{p}D$ Annihilation at Rest into $\pi^-\pi^0\eta p_{\text{spectator}}$, Phys. Lett. B 423 (1998) 175–184.

[4] I.J.R. Aitchison — The K-Matrix Formalism For Overlapping Resonances, Nucl. Phys. A 189 (1972) 417–423.

[5] C. Amsler et al. — Antiproton-Proton Annihilation at Rest into $\omega\pi^0\pi^0$, Phys. Lett. B 311 (1993) 362–370.

[6] C. Amsler et al. — Antiproton-Proton Annihilation in Flight, Nuovo Cimento A 107 (1994) 2305–2313.

[7] C. Amsler et al. — Study of $\bar{p}p$ Annihilation at Rest into $\omega\eta\pi^0$, Phys. Lett. B 327 (1994) 425–432.

[8] C. Amsler et al. — Coupled Channel Analysis of $\bar{p}p$ Annihilation into $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\eta\eta$ and $\pi^0\pi^0\eta$, Phys. Lett. B 355 (1995) 425–432.

[9] C. Amsler, F.E. Close — Evidence for a Scalar Glueball, Phys. Lett. B 353 (1995) 385–390.

[10] D. Aston et al. — Evidence for two Strangeonium Resonances with $J^{PC} = 1^{--}$ and 1^{+-} in K^-p Interactions at 11 GeV/c, Phys. Lett. B 201 (1988) 573–578.

[11] M. Atkinson et al. — A Peak in the $\eta\omega$ Mass Spectrum from Diffractive Photoproduction, Z. Phys. C 34 (1987) 303–306.

[12] K. Beuchert — Untersuchungen zur $\bar{p}p$-Annihilation im Fluge am Crystal-Barrel-Detektor, Dissertation, Universität Bochum, 1995.

[13] S. Bischoff — Untersuchung der $\omega\pi^+\pi^-$ und $\omega\pi^0\pi^0$ Endzustände aus der $\bar{p}p$-Annihilation im Fluge, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1999.

[14] R. Bossingham — CBGEANT, Monte Carlo Software, Version 5.05/11, CB-Note 169, 1992.

[15] R. Brun et al. — GEANT 3, Version 3.21/11, CERN DD/EE/84–1, Genf, 1987.

[16] D.V. Bugg — Analysis of $\eta\eta\pi^0$, 600–1350 MeV/c, Technical Report, CB-Note 331.

[17] M. Burchell et al. — GTRACK, Global Tracking Particle Bank Structure, Version 1.37/01, CB-Note 118, 1995.

[18] C. Caso et al. — Review of Particle Physics, Particle Data Group, Eur. Phys. J. C 3 (1998) 1–794.

[19] S.U. Chung — Spin Formalisms, Genf, CERN Yellow Report 71–8, 1971.

[20] S.U. Chung, E. Klempt — $\bar{p}p$ Annihilations in Flight to three Pseudoscalars, CB-Note 210, 1992.

[21] R.H. Dalitz, D.H. Miller — Bose Statistics and Y^* Production and Decay in K^-p Collisions, Phys. Rev. Lett. 6 (1961) 562–567.

[22] T. Degener — Untersuchung elektromagnetischer Schauer im Crystal Barrel Kalorimeter mit künstlichen neuronalen Netzen, Diplomarbeit, Universität Bochum, 1994.

[23] M. Englert — Zerfall von Protonium in π^0X und γX mit X = γ, π^0, η und ω, Diplomarbeit, Uni München, 1991.

[24] S.M. Flatté — Coupled Channel Analysis of the $\pi\eta$ and $K\bar{K}$ Systems near $K\bar{K}$ Threshold, Physics Letters 63 B (1976) 224–230.

[25] G. Folger et al. — CBOFF, Offline Reconstruction Software, Version 1.30/13, CB-Note 121, 1995.

[26] D.O. Hebb — The Organization of Behaviour, New York, Wiley, 1949.

[27] F.H. Heinsius — CCDBCB, Calibration Constants Database Software, Version 2.05/01, CB-Note 122, 1990.

[28] F.H. Heinsius et al. — BCTRAK, Crystal Data Reconstruction Software, Version 2.04/03, CB-Note 92, 1995.

[29] M. Heinzelmann — Missing Momentum of Charged Particles at 900 MeV/c and Resistive Wire Length Scaling, CB-Note 328, 1998.

[30] P. Hidas, G. Pinter — CBKFIT, Kinematic Fitting Software, Version 3.11/00, CB-Note 138, 1997.

[31] F.v. Hippel, C. Quigg — Centrifugal-Barrier Effects in Resonance Partial Decay Widths, Shapes and Production Amplitudes, Phys. Rev. D 5 (1972) 624–638.

[32] C. Holtzhaußen — Untersuchung der Proton-Antiproton Annihilation in zwei ω-Mesonen im Fluge, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1999.

[33] J.D. Jackson — Remarks on the Phenomenological Analysis of Resonances, Il Nuovo Cimento 34 (1964) 1644–1666.

[34] M. Jacob, G.C. Wick — On the General Theory of Collisions for Particles with Spin, Annals of Physics 7 (1959) 404–428.

[35] F. James — MINUIT, Function Minimization and Error Analysis, Version 92.1, CERN D506, Genf, 1992.

[36] H. Koch et al. — Energy Problem in Flight — Solutions and Implications, CB-Note 343, 1999.

[37] M. Kunze et al. — CBoOff++ Object-Oriented Offline Analysis for C++ Programmers, CB-Note 256, 1994.

[38] S.J. Lindenbaum, R.M. Sternheimer — Isobaric Nucleon Model for Pion Production in Nucleon-Nucleon Collisions, Phys. Rev. 105 (1957) 1874–1899.

[39] J. Lüdemann — Beobachtung von Resonanzen in der Proton-Antiproton-Annihilation im Fluge in drei pseudoskalare Mesonen, Dissertation, Universität Bochum, 1995.

[40] L. Lyons — Statistics for Nuclear and Particle Physicists, Cambridge, Cambridge University Press, 1986.

[41] M. Merkel — Proton-Antiproton Vernichtung in π^0X, ηX und ωX mit $X = \pi^0$, η und η', Dissertation, Universität Mainz, 1993.

[42] C.A. Meyer — LOCATER, Chamber Reconstruction Software, Version 2.01/14, CB-Note 93, 1991.

[43] D. Morgan, M.R. Pennington — New Data on the $K\bar{K}$ Treshold Region and the Nature of the $f_0(S^*)$, Phys. Rev. D 48 (1993) 1185–1204.

[44] W.R. Nelson et al. — EGS4, CERN W5042, Genf, 1985.

[45] D. Patterson — Künstliche neuronale Netze — das Lehrbuch, München, Prentice Hall, 1996.

[46] Y.D. Prokoshkin, V.D. Samoylenko — Observation of a narrow 1650 MeV Meson decaying into $\omega\eta$, in: Proc. of the 6th International Conference on Hadron Spectroscopy (Hadron 95), Manchester 1995, 439–441.

[47] C. Regenfus — Single-sided μ-strip Detector with Backplane Readout for fast Trigger Applications, Nucl. Instr. and Meth. A 386 (1997) 60–65.

[48] M.E. Rose — Elementary Theory of Angular Momentum, New York, Wiley, 1957.

[49] D.E. Rumelhart, G.E. Hinton, R.J. Williams — Learning Internal Representations by Error Propagation, in: Parallel Distributed Processing — Explorations in the Microstructures of Cognition, Vol. 1, Cambridge, MIT Press, 1986, 318–362.

[50] S. Spanier — Die Beobachtung einer isovektoriellen 0^{++} Resonanz mit einer Masse von 1470 MeV/c^2 im $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustand der Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe, Dissertation, Universität Mainz, 1994.

[51] M.L. Stevenson et al. — Spin and Parity of the ω Meson, Phys. Rev. 125 (1962) 687–690.

[52] P. Weidenauer — Untersuchung der Antiproton-Protonannihilation in Ruhe aus atomaren S- und P-Zuständen in die Endzustände $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ und $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\gamma$, Dissertation, Universität Mainz, 1990.

[53] A. Zell et al. — SNNS, Stuttgart Neural Network Simulator, Version 4.1, Institut für Parallele und Verteilte Höchstleistungsrechner, Universität Stuttgart, 1995.

Danksagung

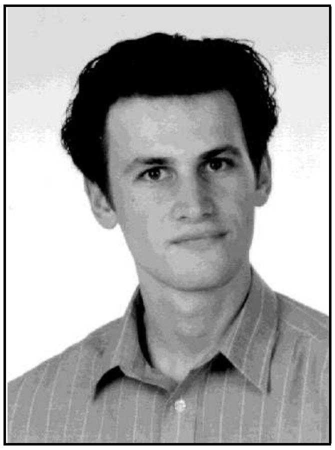
Die vorliegende Dissertation wurde in dem Zeitraum von September 1996 bis Oktober 1999 im Arbeitskreis „Crystal Barrel“ des Instituts für Experimentelle Kernphysik der Universität Karlsruhe angefertigt. Mein aufrichtiger Dank gilt allen Personen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

- Ich danke Herrn Prof. Dr. Dieter Engelhardt für die Aufnahme in die Karlsruher Crystal Barrel Gruppe und die Betreuung der Arbeit.
- Prof. Dr. Dieter Engelhardt und Prof. Dr. Thomas Müller stellten sich als Gutachter der Dissertation zur Verfügung. Hierfür möchte ich ihnen meinen Dank aussprechen.
- Dr. Peter Blüm danke ich für sein Interesse und die Durchsicht des Manuskripts.
- Dem Land Baden-Württemberg danke ich für die Gewährung meines Stipendiums.
- Stefan Bischoff stellte mir das Partialwellenprogramm HellsBells zur Verfügung. Hierfür möchte ich ihm an dieser Stelle nochmals danken.
- Dem Rechenzentrum der Universität Karlsruhe danke ich für die Bereitstellung wertvoller Rechenzeit am Parallelrechner IBM RS 6000 SP.

Meinen Kollegen in der Karlsruher Arbeitsgruppe danke ich für die freundschaftliche Atmosphäre und die gute Zusammenarbeit. In zahlreichen Diskussionen erwiesen sie sich stets als geduldige und kompetente Ansprechpartner und waren mir dadurch im Verlauf der Promotion eine wertvolle Unterstützung. Namentlich erwähne ich die Doktoranden Stefan Bischoff und Martin Tischhäuser sowie Dr. Christian Holtzhaußen und Dr. Andreas Abele.

Einen ganz besonders herzlichen Dank möchte ich meinen Eltern aussprechen, die mir während meiner Studienzeit jede denkbare Unterstützung zukommen ließen. Ihr Vertrauen und ihre Zuversicht bestärkten mich stets in dem von mir eingeschlagenen Weg.

Lebenslauf



Persönliche Daten

Name	Andreas Herbstrith
Geburtsdatum	31. März 1971
Geburtsort	Malsch
Familienstand	ledig
Staatsangehörigkeit	deutsch

Schulausbildung	1977 – 1981	Grundschule
	1981 – 1987	Realschule
	1987 – 1990	Wirtschaftsgymnasium Abschluß: Abitur
Wehrdienst	1990 – 1991	Grundwehrdienst bei der Bundeswehr
Studium	1991 – 1996	Studium der Physik an der Universität Karlsruhe Abschluß: Diplom-Physiker Thema der Diplomarbeit: „Omega-Produktion bei der Antiproton-Deuterium-Vernichtung in Ruhe“
Promotion	1996 – 1999	Promotionsstudium am Institut für Experimentelle Kernphysik der Universität Karlsruhe bei Herrn Prof. Dr. D. Engelhardt Thema der Dissertation: „Resonanzen im $\omega\eta$-Subsystem bei der Proton-Antiproton-Vernichtung im Fluge“
	1996 – 1999	Stipendiat der Landesgraduiertenförderung des Landes Baden-Württemberg

Literatur

[1] P.A. Aarnio et al. : FLUKA, Technical Report TIS-RP-190, CERN, Genf, 1990.

[2] A. Abele : Untersuchung der Reaktion $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-\gamma$ und $\bar{p}p \to K^+K^-\gamma$ in Ruhe mit dem Crystal Barrel Detektor, Dissertation, Uni Karlsruhe, 1998.

[3] A. Abele et al. : Exotic $\eta\pi$ state in $\bar{p}D$ annihilation at rest into $\pi^-\pi^0\eta p_{\mathrm{spectator}}$, Phys. Lett. B 423 (1998) 175–184.

[4] I.J.R. Aitchison : The K-Matrix Formalism For Overlapping Resonances, Nucl. Phys. A 189 (1972) 417–423.

[5] C. Amsler et al., (Crystal Barrel Collaboration): Antiproton-Proton annihilation at rest into $\omega\pi^0\pi^0$, Phys. Lett. B 311 (1993) 362–370.

[6] C. Amsler et al., (Crystal Barrel Collaboration): Antiproton-Proton Annihilation in Flight, Nuovo Cimento A 107 (1994) 2305–2313.

[7] C. Amsler et al., (Crystal Barrel Collaboration): Study of $\bar{p}p$ annihilation at rest into $\omega\eta\pi^0$, Phys. Lett. B 327 (1994) 425–432.

[8] C. Amsler et al., (Crystal Barrel Collaboration): Coupled Channel Analysis of $\bar{p}p$ Annihilation into $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\eta\eta$ and $\pi^0\pi^0\eta$, Phys. Lett. B 355 (1995) 425–432.

[9] C. Amsler, F.E. Close : Evidence for a Scalar Glueball, Phys. Lett. B 353 (1995) 385–390.

[10] D. Aston et al. : Evidence for two Strangeonium Resonances with $J^{PC} = 1^{--}$ and 1^{+-} in K^-p Interactions at 11 GeV/c, Phys. Lett. B 201 (1988) 573–578.

[11] M. Atkinson et al., (Omega Photon Collaboration): A Peak in the $\eta\omega$ Mass Spectrum from Diffractive Photoproduction, Z. Phys. C 34 (1987) 303–306.

[12] K. Beuchert : Untersuchungen zur $\bar{p}p$-Annihilation im Fluge am Crystal-Barrel-Detektor, Dissertation, Universität Bochum, 1995.

[13] S. Bischoff : Untersuchung der $\omega\pi^+\pi^-$ und $\omega\pi^0\pi^0$ Endzustände aus der $\bar{p}p$-Annihilation im Fluge, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1999.

[14] R. Bossingham : CBGEANT, Monte Carlo Software, Version 5.05/11, CB-Note 169, 1992.

[15] R. Brun et al. : GEANT 3, Version 3.21/11, CERN DD/EE/84–1, Genf, 1987.

[16] D.V. Bugg : Analysis of $\eta\eta\pi^0$, 600–1350 MeV/c, Technical Report, CB-Note 331.

[17] M. Burchell et al. : GTRACK, Global Tracking Particle Bank Structure, Version 1.37/01, CB-Note 118, 1995.

[18] C. Caso et al. : Review of Particle Physics, Particle Data Group, Eur. Phys. J. C 3 (1998) 1–794.

[19] S.U. Chung : Spin Formalisms, Genf, CERN Yellow Report 71–8, 1971.

[20] S.U. Chung, E. Klempt : $\bar{p}p$ annihilations in flight to three pseudoscalars, CB-Note 210, 1992.

[21] R.H. Dalitz, D.H. Miller : Bose Statistics and Y^* Production and Decay in K^-p Collisions, Phys. Rev. Lett. 6 (1961) 562–567.

[22] T. Degener : Untersuchung elektromagnetischer Schauer im Crystal Barrel Kalorimeter mit künstlichen neuronalen Netzen, Diplomarbeit, Universität Bochum, 1994.

[23] M. Englert : Zerfall von Protonium in π^0X und γX mit X = γ, π^0, η und ω, Diplomarbeit, Uni München, 1991.

[24] S.M. Flatté : Coupled Channel Analysis of the $\pi\eta$ and $K\bar{K}$ Systems near $K\bar{K}$ Threshold, Physics Letters 63 B (1976) 224–230.

[25] G. Folger et al. : CBOFF, Offline Reconstruction Software, Version 1.30/13, CB-Note 121, 1995.

[26] D.O. Hebb : The Organization of Behaviour, New York, Wiley, 1949.

[27] F.H. Heinsius : CCDBCB, Calibration Constants Database Software, Version 2.05/01, CB-Note 122, 1990.

[28] F.H. Heinsius et al. : BCTRAK, Crystal Data Reconstruction Software, Version 2.04/03, CB-Note 92, 1995.

[29] M. Heinzelmann : Missing momentum of charged particles at 900 MeV/c and resistive wire length scaling, CB-Note 328, 1998.

[30] P. Hidas, G. Pinter : CBKFIT, Kinematic Fitting Software, Version 3.11/00, CB-Note 138, 1997.

[31] F.v. Hippel, C. Quigg : Centrifugal-Barrier Effects in Resonance Partial Decay Widths, Shapes and Production Amplitudes, Phys. Rev. D 5 (1972) 624–638.

[32] C. Holtzhaußen : Untersuchung der Proton-Antiproton Annihilation in zwei ω-Mesonen im Fluge, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1999.

[33] J.D. Jackson : Remarks on the Phenomenological Analysis of Resonances, Il Nuovo Cimento 34 (1964) 1644–1666.

[34] M. Jacob, G.C. Wick : On the General Theory of Collisions for Particles with Spin, Annals of Physics 7 (1959) 404–428.

[35] F. James : MINUIT, Function Minimization and Error Analysis, Version 92.1, CERN D506, Genf, 1992.

[36] H. Koch et al. : Energy Problem in Flight — Solutions and Implications, CB-Note 343, 1999.

[37] M. Kunze et al. : CBoOff++ Object-Oriented Offline Analysis for C++ Programmers, CB-Note 256, 1994.

[38] S.J. Lindenbaum. R.M. Sternheimer: Isobaric Nucleon Model for Pion Production in Nucleon-Nucleon Collisions, Phys. Rev. 105 (1957) 1874–1899.

[39] J. Lüdemann : Beobachtung von Resonanzen in der Proton-Antiproton-Annihilation im Fluge in drei pseudoskalare Mesonen, Dissertation, Universität Bochum, 1995.

[40] L. Lyons : Statistics for nuclear and particle physicists, Cambridge, Cambridge University Press, 1986.

[41] M. Merkel : Proton-Antiproton Vernichtung in $\pi^0 X$, ηX und ωX mit $X = \pi^0$, η und η', Dissertation, Universität Mainz, 1993.

[42] C.A. Meyer : LOCATER, Chamber Reconstruction Software, Version 2.01/14, CB-Note 93, 1991.

[43] D. Morgan, M.R. Pennington : New data on the $K\bar{K}$ treshold region and the nature of the $f_0(S^*)$, Phys. Rev. D 48 (1993) 1185–1204.

[44] W.R. Nelson et al. : EGS4, CERN W5042, Genf, 1985.

[45] D. Patterson : Künstliche neuronale Netze — das Lehrbuch, München, Prentice Hall, 1996.

[46] Y.D. Prokoshkin, V.D. Samoylenko, (GAMS Collaboration): Observation of a narrow 1650 MeV Meson decaying into $\omega\eta$, in: Proc. of the 6th International Conference on Hadron Spectroscopy (Hadron 95), Manchester 1995, 439–441.

[47] C. Regenfus : Single-sided μ-strip detector with backplane readout for fast trigger applications, Nucl. Instr. and Meth. A 386 (1997) 60–65.

[48] M.E. Rose : Elementary Theory of Angular Momentum, New York, Wiley, 1957.

[49] D.E. Rumelhart, G.E. Hinton, R.J. Williams : Learning Internal Representations by Error Propagation, in: Parallel Distributed Processing — Explorations in the Microstructures of Cognition, Vol. 1, Cambridge, MIT Press, 1986, 318–362.

[50] S. Spanier : Die Beobachtung einer isovektoriellen 0^{++} Resonanz mit einer Masse von 1470 MeV/c^2 im $\pi^0\pi^0\eta$-Endzustand der Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe, Dissertation, Universität Mainz, 1994.

[51] M.L. Stevenson et al. : Spin and Parity of the ω Meson, Phys. Rev. 125 (1962) 687–690.

[52] P. Weidenauer : Untersuchung der Antiproton-Protonannihilation in Ruhe aus atomaren S- und P-Zuständen in die Endzustände $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ und $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\gamma$, Dissertation, Universität Mainz, 1990.

[53] A. Zell et al. : SNNS, Stuttgart Neural Network Simulator, Version 4.1, Institut für Parallele und Verteilte Höchstleistungsrechner, Universität Stuttgart, 1995.